

# Täsin matematikanyň syrlary



**TÜRKMENISTANYŇ BILIM MINISTRRLIGI**

**Magtymguly adyndaky  
TÜRKMEN DÖWLET UNIWERSITETI**

**B. Kömekow, A. Orazgulyýew, G. Gurbangulyýew,  
O. A. Aşyrow, A. Kaşanow, H. Geldiýew,  
A. Öwezow**

## **Täsin matematikanyň syrlary**

Orta we ýokary mekdepleri üçin okuw gollanmasy

Türkmenistanyň Bilim ministrligi tarapyndan hödürilenildi

**AŞGABAT- 2010**

### **Giriş**

Tejribäniň görkezişi ýaly, matematika okuwçylaryň köpüsi üçin iň kyn, gyzyksyz ders hasaplanylýar. Matematika dersine bolan gyzyklanmany döretmek matematika mugallymlarynyň öňünde duran iň wajyp we gaýragoýulmasyz wezipeleriň biridir. Tejribeli mugallymlar matematikanyň özbozulşyly aýratynlygyny, özüne çekijiligini örän ýerlikli peýdalanmak bilen öz okuwçylarynyň köpüsini bu dersniň ýesiri, bendisi edip goýmagy başaryrlar we öz işlerinde uly üstünliklere eýe bolýarlar. Okuwçylarda matematika dersine bolan söýgini döretmekde meseleleriň mümkinçiligi örän uludyr. Göräýmäge çözülişi ýönekeýje ýaly bolup görünýän, emma ýeterlik derejede çylşyrymly meseleler okuwçylarda uly gyzyklanma döredýär. Şu gollanmada hödürülenýän meseleleri okuwçylara sapakda (sapagyň soňunda okuwçylar ýadan mahallary), synpdan daşary işlerde hödürlemek bolar. Bu gollanmadan alnan mesele-mysallary 4-10-njy synplaryň okuwçylaryna hödürlep bolar. Bu meseleleriň köpüsiniň hasaplamak işleri ýönekeý. Emma bu meseleleriň çözülişini tapmak welin dogry, esasyly we yzygiderli pikir ýöretmegi talap edýär. Şeýle meseleler okuwçylarda matematika dersine höwes döretmäge ýardam etmek bilen çäklenmän, eýsem okuwçylaryň logiki pikirlenmek başarnyklaryny hem ösdürýär. Bu bolsa matematikany üstünlikli öwrenmegiň girewidir. Logiki pikirlenmek başarnyklary çaga doglanda oňa taýýar görnüşinde berimeýär. Logiki pikirlenmek ukyby we başarnyklary matematika dersi döredijilikli öwredilende ösdürilýär we berkidilýär. Bu başarnyklar bolsa okuwçylaryň matematikany üstünlikli özleşdirmekleriniň esasy bolup durýar.

Dogry ýaly, emma logika ters gelýän pikire sofizm diýilýär. Sofizmler hem okuwçylarda uly gyzyklanma döredip, mate-

matikany inçelik bilen örän çuňňur öwrenmäge ýardam edýär.

### **Degişme we logiki hasiýetli meseleler**

1. 5 sany şem ýanyp dur. Olaryň ikisini öçürdiler. Näçe şem galar?
2. Uzynlygy 5 metr bolan agaç bar. Ony 1 metrdan kesmeli. Eger agajy kesmek üçin bir minut gerek bolsa, onda agajy näçe minutda 1 metrlik böleklere bölmek bolar ?
3. Guşlaryň sürüsi uçup gelýär. Şunlukda bir guş öňden, ikisi yzdan, biri yzdan ikisi öňden, biri ikisiniň arasynda, üçüsi bir hatarda uçýar. Ähli guşlaryň sany näçe?
4. Gapda 4 alma bar. 4 adamyň her birine bir alma ýeter ýaly we bir alma bolsa gapda galar ýaly edip olary nädip bölmeli?
5. Aman we Meret mugallymlarynyň Milli bahar baýramyny gutlamak üçin birnäçe gül aldylar. Ýolda Aman şeýle diýdi: “Eger sen güllerinden 4 sanysyny maňa berseň, meniň güllerimiň sany seniňkiden iki esse köp bolar”. Meret Amana ýüzlenip: “Eger sen maňa 4 gül berseň biziň güllerimiz deňleşer”-diýdi. Olaryň hersinde näçe gül bar?
6. Aman , Meret , Arslan , mekdebe barýarkalar üç sany aşyk tapdylar. Eger Amanyň bir özi mekdebe barýan bolsa, ol näçe aşyk tapardy?
7. Bir ýumurtgany bişirmek üçin 4 minut gaýnadýarlar. Dört ýumurtgany bişirmek üçin olary näçe minutlap gaýnatmaly?
8. Oglanjyk mekdepden gelýärkä bazara sowulyp alma satyn aldy. Satyjy oňa iki dürli , ýagny 20 teňneden uly , 10 teňneden bolsa kiçi almalary almagy teklipti. Oglanjyk 10 teňne berip, kiçi almany satyn aldy. Ol öýlerine gelip almany iýjek wagty şeýle pikir etdi: “Men satyja öň 10 teňne berdim , bu almanyň bahasam 10 teňne. Eger men bu almany satyja yzyna gaýtaryp bersem, onda meniň oňa 20 teňne töledigim bolar. Diýmek, men ondan 20 teňnelik uly almany hem satyn alyp bilerin“. Oglanjyk kiçi almasyny alyp bazara

tarap ylgap gitdi. Ol özüniň kiçi almasyny uly alma çalyşmak arzuwyna ýetip bilermi?

9. Üç dogan bir otagda ýaşaýardy. Olaryň her haýsynyň öz asma gulpy we şol gulpy açýan ýeke-täk açary bardy. Doganlaryň her biri diňe öz açaryny we gulpuny ulanyp, otaga girip biler ýaly gapyny nädip gulplamaly?

10. Aman we Meret mekdebiň mejlisler zalynda oturgyçlary tertipleşdirip goýýardylar. Aman Merede: “ Sen şu 12 oturgyjy her hatarda 5 oturgyç bolar ýaly 3 hatara ýerleşdirip bilermiň? “ diýdi. Meret birnäçe şowsuz synanyşykdan soň oturgyçlary talap edilişi ýaly goýdy. Soňra Meret Amana : “Sen şu 12 oturgyjy her hatarda 4 oturgyç bolar ýaly 4 hatara ýerleşdirip bilermiň?” diýdi . Aman hem köp pikirlenip oturgyçlary talap edilişi ýaly goýdy. Meret oturgyçlary nähili goýdy? Aman oturgyçlary nähili goýdy?

11. Arasyndaky uzaklyk 21 m bolan arça agajyndan tut agajyna tarap tomzak, onuň garşysyna tut agajyndan arça agajyna tarap bolsa çekirtge barýar. Tomzak 1dm geçýänçä, çekirtge 2 m geçýär. Olar arça agajyndan näçe uzaklykda duşuşarlar?

12. Begenç irden oýananda diwar sagadyň işlemänligini gördi. Ol sagada täze batareý goýup dogry wagty goýjak bolanda başga işleýän sagadyň ýoklygy belli boldy. Sagadyň näçe boanlygyny bilmek üçin ol beýleki köçede ýaşaýan dosty Amanlara gitdi. Ol Amanlara gelen dessine sagada seretdi. Begenç Aman bilen birsalym oturandan soň sagadyň näçe boanlygyny bilip öýlerine gýtdy. Ol öýlerine gelip, diwar sagatda hakyky wagty goýmagy başardy. Begenç bu işi nähili ýerine ýetirdi.

13. Her gün Fransiýanyň Gawr şäherinden Nýu-Ýork şäherine tarap ýolagçy parahody ugraýar. Nýu-Ýorkdan hem her gün Gawra tarap şol bir wagtda ýolagçy parahody ugraýar. Bu aralygy geçmek üçin parahodlara 7 gije-gündiz gerek bol-

ýar. Magtymguly aýynyň 8-ine Gawrdan Nýu-Ýorka tarap ýola düşen parahod öz ýolunda Nýu-Ýorkdan Gawra barýan näçe parahoda duşar?

**14.** Aman we Meret eşekli ota gidýärdiler. Şonda olar köplenç öz eşeklerini ýaryşdyrýardylar. Bir gezek Amanyň eşegi birinji bolsa, beýleki gezek Merediň eşegi birinjiligi alýardy. Olar bu ýaryşlardan ýadap bir gezek: “Kimiň eşegi birinji bolup däl-de, eýsem ikinji bolup pellehana gelse şol hem ýeňiji bolsun” diýip şertleşdiler. Hemmeleriň bu özboluşly ýaryşy synaslary gelýärdi. Emma Amanam Meredem eşekleriniň jylawlaryny çekip, olara bir ädim hem ätdirmän otyrdylar. Tomaşaçylar: “Bu jedeliň manysy ýok.



Ikisi hem eşekleriniň jylawyny çeker oturarlar” diýişdiler. Şonda ýaşuly suwçy Çary aga: “Men häzir bularyň gulagyna bir jadyly söz aýdaryn welin eşeklerini aýakaldygyna çapdyryp ugrarlar” diýdi. Bu hakykatdan-da şeýle boldy. Çary aga olaryň gulagyna çawuş çakdy welin olar eşekden

böküp düşüp, gaýtadan eşege atlanyp çapyp başladylar. Olar bir birinden ozjak bolup eşekleri gamçylaýardylar. Ýaryşyň ahyrynda eşegi ikinji bolup pellehana gelen ýeňiji diýip ygylan edildi.

Çary aga oglanlara name diýdikä?

**15.** Bazarda Aman uly gawunlary Myrat bolsa kiçi gawunlary satyn aldy. Uly gawunlar kiçilere garanynda iki esse gymmatdy. Eger Myrat Amandan 3 esse köp gawun satyn alan bolsa, olaryň haýsysy köp pul töledi?

**16.** Oýna başlamankalar Amanyň Myratdan 5 aşygy köpdi. Myrat Amanyň 4 aşygyny utup aldy. Indi kimiň aşygy köp we näçe aşygy köp?

**17.** Aman stolun ustunde her 3 santimetrden bir daşjagaz goýdy. Ol 15 sm aralykda näçe daşjagazy goýdy?

**18.** Aman ýoluň gyrasynda her 5m bir arça agajyny oturtdy. Eger ol 5 arça agajyny oturdan bolsa, onda 1-nji agaçdan 5-nji agaja çenli uzaklyk näçe metr?

**19.** Aman jigisi Sapa bilen kömelek ýygмага gitdiler. Aman Sapadan 12 kömelek köp tapdy. Öýe gaýdyp barýakalar Sapa: „Kömeklerimiziň sany deň bolar ýaly maňa birnäçe kömelek beräýdä” diýip ýalbardy. Aman jigisiniň bu haýyşyny ýerine ýetirdi. Ol Sapa näçe kömelek berdi?

**20.** Mergen dükandan futbol pökgüsini we woleybol pökgüsini satyn almak isledi. Ol puluny sananda pökguleriň ikisini almak üçin 3 manadynyň ýetmeýändigini anyklady. Şo-nuň üçin ol diňe futbol pökgüsini almaly boldy. Şondan soňra onda 12 manat 60 teňňe puly galdy. Woleybol pökgüsiniň baha-sy näçe?

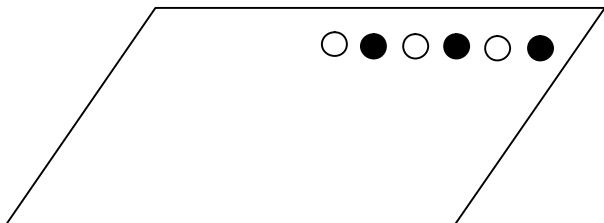
**21.** Iki oglan 4 sagatlap küşt oýnadylar. Olaryň her biri näçe sagat küşt oýnadylar?

**22.** 7 doganyň her biriniň bir aýal dogany bar. Maşgalada näçe çaga bar?

**23.** 5 oğlan doganlaryň her biriniň 1 gyz dogany bar.

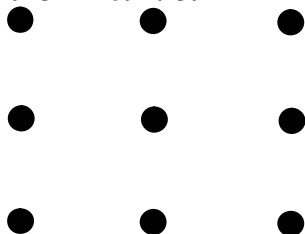
Maşgalada näçe çaga bar?

**24.** Stolyň üstünde 3 sany ak reňkli we 3 sany gara reňkli tegelek kagyz bölekleri gezekleşdirilip, ýagny ak kagyz gara kagyz, soňra ýene-de ak kagyz gara kagyz we ş.m. bolar ýaly (surata seret) setir edilip goýulypdyr. Olary çep tarapda diňe gara kagyzlar olaryň yz ýany bilen bolsa diňe ak kagyzlar bolar edip süýşürmeli. Şunlukda iki kagyzy bilelikde, ýagny olaryň tertibini üýtgetmezden süýşürmeli. Kagyzlary süýşürmek üçin stoluň çep böleginde ýer bar. Bu işi amal etmek üçin üç süýşürmäni amala aşyrmak ýeterlikdir. Meseläniň çözülişini görkeziň.



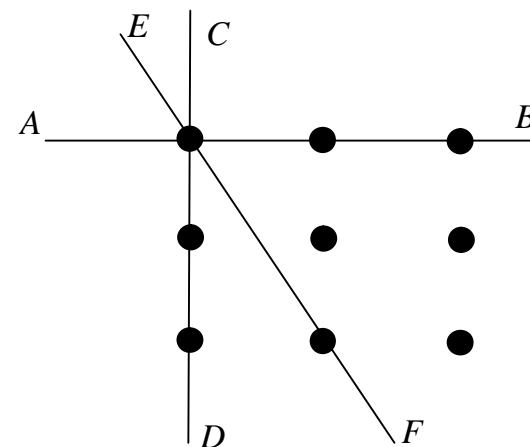
**25.** Birnäçe syýahatçy derýanyň çep kenaryna geldiler. Olar sag kenara geçmek isleýärdiler. Emma golaýda kiçijik gaýykda gezelenç edýän iki sany oğlanjykdan başga gaýykly adam ýokdy. Bu gaýyk diňe bir syýahatçyny ýa-da oğlanjyklaryň ikisini göterip biljekdi. Syýahatçylaryň ählisi şu gaýykda derýanyň sag kenaryna geçip bildiler. Olar bu işi nähili amal etdiler?

**26.** 9 sany nokat suratdaky ýaly edilip ýerleşdirilipdir. Galamy kagyzdan aýyrman bu nokatlaryň üstünden göni çyzyklary çyzmaly. 4 sany göni çyzygyň kömegi bilen bu işi amal edip bolarmy?



**27.** Ýük maşyny Marydan Aşgabada 60 km/sag tizlik bilen ýeňil maşyn bolsa Aşgabatdan Mara 90 km/sag tizlik ugrady. Duşuşmazyndan 1 sagat öň bu maşynlar bir birinden näçe kilometr daşlykda bolarlar?

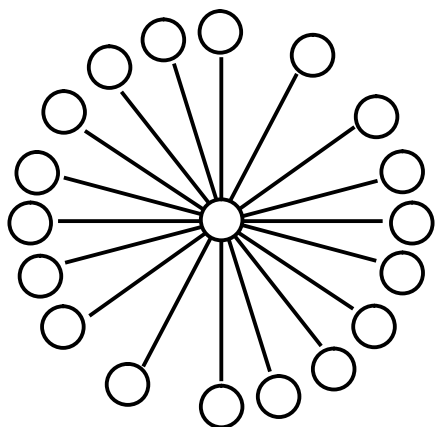
**28.** 9 nokat suratdaky ýaly ýerleşdirilipdir. Suratdan görnüşi ýaly  $AB$  we  $CD$  göni çyzyklar degişlilikde üç nokadyň,  $EF$  göni çyzyk bolsa iki nokadyň üstünden geçýär.



Suratdaky nokatlaryň üçüsiniň üstünden geçýän we ikisiniň üstünden geçýän göni çyzyklaryň sanyny kesgitleň. Nokatlaryň üçüsini aýyryň we galan 6 nokady her bir göni çyzygyň üstünde üç nokatdan ýerleşer ýaly üç göni çyzygyň üstünde ýerleşdiriň.

**29.** Amanyň oğlan dogany ýene 2 ýyldan soň mundan iki ýyl öňdäki ýaşyndan 2 esse köp ýaşar. Amanyň aýal dogany ýene 3 ýyldan soň mundan üç ýyl öňdäki ýaşyndan 3 esse köp ýaşar. Amanyň aýal dogany ulumy ýa-da erkek dogany? Olar häzir näçe ýaşynda?

**30.** On dokuz sany tegelegiň içine 1-den 19-a çenli bitin sanlary ýazyp çykmalý, özem islendik bir göni çyzygyň üstünde ýatan üç tegelegiň içinde ýzylan sanlaryň jemi 30-a deň bolmaly.



**31.** Günortan Aşgabatdan Mara tarap ýük maşyny ugraýar. Bir sagat soňra Marydan Aşgabada tarap şol bir ýol bilen ýeňil maşyn ugraýar. Ýeňil maşynyň tizligi ýük maşynyň tizliginden uly. Ýük maşyny bilen ýeňil maşyn ýolda duşuşanda olaryň haýsysy Aşgabatdan uzakda bolar?

**32.** Dostuňyza 20 teňňelik we 10 teňňelik iki pul beriň. Goý, ol size görkezmän teňňeleriň birini sag we beýlekisiniň çep eline alsyn. Goý, ol sag elindäki teňňäni 3-e we çep elindäki teňňäni bolsa 2-ä köpeltsin. Alnan netijeleri goşup jemini size aýtsyn. Eger alnan netije 80teňňe bolsa, onda onuň sag elinde 20-lik, çep elinde bolsa 10-lyk teňňe bar. Eger alnan netije 70 teňňe bolsa, onda onuň sag elinde 10-lyk, çep elinde bolsa 20-lik teňňe bar. Näme üçin şeýle bolýanlygyny düşündiriň.

**33.** Sürüji öz maşynyň spidometrini seredende ol 15951 sany görkezýärdi. Sürüji maşynyň geçen kilometrleriniň

mukdarynyň simmetrik sandygyna üns berdi. Bu san çepden saga okanynda-da, tersine sagdan çep okanynda-da şol bir sany görkezýärdi. Sürüji indi bu golaýda spidometr beýle simmetrik sany görkezmez diýip pikir etdi. Emma iki sagat geçenden soň spidometr ýene-de iki tarapyndan hem deň okalýan simmetrik sany görkezýärdi. Ol sany tapyň we bu iki sagatda sürüjiniň ýük maşynyň nähili tizlik bilen sürendigini tapyň.

**34.** Mergen, Geldi we Begenç bişen tut agajynyň aşagyna mata ýazdylar we tudana ýygмага başladylar. Onuň üçin olar tut agajynyň şahalaryny silkýärdiler. Olar sähel salymda bir üýşmek tudana ýygnadylar. Olar üç bolup ýygan tudanalaryny paýlaşlak bolanlarynda ölçär ýaly ne tereziniň nede gabyň barlygyny anykladylar. Mergen oglanlaryň ulusy bolansoň tudanalary üç üýşmek edip paýlady welin beýleki iki oglanyň mundan göwni suw içmedi. Olar jedelleşip köp durdular. Şonda Mergen: “Eger biz diňe Geldi ikimiz bolsak, men paýlamanyň aňsat ýoluny salgy bererdim. Men tudanalary özümçe deň ikä bölüp, Geldä: “Islän üýşmegiňi al. Maňa galany bolýar” diýerdim. Emma biz üçdä” diýdi. Emma az wagat geçmänkä Begenç oglanlarrazy bolar ýaly usuly tekliptetdi. Oglanlarrazy bolup tudanalary paýlaşdylar. Olaryň her biri tudanalaryň üçden bir böleginden az bolmadygyny alandygana ynanýardy. Begenç tudanalary paýlamagyň nähili usulyny tekliptetdi?

**35.** Gadym zamanlarda bir adamyň 4 sany ogly bar eken. Ol ölmezinden öň öz sygyrlarynyň üçden birini uly ogluna, dördten birini ikinji ogluna, bäşden birini üçünji ogluna we altydan birini bolsa iň körpe ogluna bermegi wesýet edipdir. Kakalary dünýeden ötensoň ogullary kakalarynyň wesýetini berjaý etjek bolupdyrlar we ony başarmadylar. Sebäbi kakasynyň jemi 59 sany sygyry bolup, ol ne üçe, ne dörde, ne bäşe we nede alta bölünýärdi. Olar kömek sorap goňsularyna

ýüz tutdylar. Ol öz bir sygyryny bularyň sygyrlarynyň üstüne goşdy. Soňra ol 60 sygyryň üçden birini, ýagny 20 sygyry doganlaryň ulusyna, dörtten birini, ýagny 15 sygyry doganlaryň ikinjisine, bäşden birini, ýagny 12 sygyry doganlaryň üçünjisine we altydan birini, ýagny 10 sygyry doganlaryň kiçisine berdi. Galan  $(60-20-15-12-10=3)$  3 sygyry bolsa öýlerine alyp gitdi. Ol 1 sygyr getirip, 3 sygyry bolsa alyp gidipdi. Doganlar pikire çümdüler. “Bu nähili beýle bolýar? Men 59 sygyryň üçden birini alsam, ol 19 sygyr we ýene bir sygyryň üçden iki bölegi bolmaly. Men bolsa 20 sygyr alyp, öz paýymdan köp aldym” diýip doganlaryň ulusy aýtdy. Onda doganlaryň beýlekileri hem özlerine ýetýänden köp paý alandyklaryny aýtdylar. Bu nähili beýle bolýar?

**36.** Üç sany ogly bolan garry ogullaryna özüniň 17 sany düýesini aşakdaky ýaly paýlamagy wesýet edipdir: “Uly oglum düýeleriň ýarysyny, ortanjy oglum üçden birini, körpe oglum bolsa dokuzdan birini alsyn”. Kakalary dünýeden ötensoň ogullary düýeleri paýlaşmaga başlapdyrlar. Emma olar kynçylyga sezewar bolupdyrlar. 17-i 2-äde, 3-e, 9-ada bölünmeýärdi. Oglanlar name etjeklerini bilmän, obanyň kazysyna ýüz tutupdyrlar. Ol öz düýesini münüp gelip, düýeleri wesýeti berjaý edip paýlapdyr. Ol öz düýesini hem goşup, 18 düýäniň ýarysyny, ýagny 9-syny garrynyň uly ogluna, üçden birini, ýagny düýeleriň 6-syny ortanjy ogluna we dokuzdan birini, ýagny düýeleriň 2-sini kiçi ogluna beripdir. Özi bolsa düýesini alyp gidipdir. Bu nähili beýle bolýar?

**37.** Aman we Meret küşt oýnunyň muşdaklary. Olar küşt oýnamagy halaýarlar we bu oýny ýeterlik derejede gowy oýnaýarlar. Men olar bilen küşt oýnap, olaryň ikisinden hem utuldym. Şol wagt Çary gelip, Aman we Meret bilen bir wagtda küşt oýnap olaryň birini utjakdygyny ýa-da bolmasa olaryň ikisi bilen deň oýnajakdygyny aýtdy. Bu bizi haýran galdyrdy. Sebäbi Çary küşdüň diňe göçümlerini bilýärdi. Aman we

Meret Çarynyň aýdyşy ýaly onuň bilen bir wagtda küşt oýnamaga oturdylar. Çary olaryň biri bilen ak, beýlekisi bilen bolsa gara çöplerde oýnady. Az salym geçmänkä, Çary aýdyşy ýaly, oganlaryň birini utup, beýlekisinden bolsa utuldy. Bu oňa nähili başartdy?

**38.** Iki garynja telegraf sütüniniň depesinden aşaklygyna ýere çenli düşdüler we soňra ýene-de telegraf sütüniniň depesine çykdylar. Şunlukda garynjalaryň birinjisi şol bir tizlikde hereket etdi. Ikinji garynja bolsa sütünden düşende birinji garynjadan iki esse çalt, sütüne çykanda bolsa iki esse haýal tizlik bilen hereket etdi. Garynjalaryň haýsysy yzyna telegraf sütüniniň depesine çalt çykar?

**39.** Çary jigisi Maýa „Eger seniň puluň üstüne meniň pulu-myň ýarysyny goşsak, onda iki şokolad satyn alyp bilerdik”-diýdi. Onda Maýa: „Eger, seniň puluň üstüne meniň pulu-myň ýarysyny goşsak, onda näçe şokolad alyp bileris” diýip sorady?” Oňa Çary “Bir şokolad” diýip jogap berdi. Çarynyň näçe manat puly bar?

**40.** Patyşa 2 weziriniň haýsynyň in akyldygyny kesgitlemek üçin olary çagyryp şeýle diýipdir:

- Ine siziň önüňizde biri gara, ikisi ak reňkli üç telpek ýatyr. Siziň her biriňize telpek geýdirerler. Siziň haýsyňyz öz kelläňizde nähili reňkli telpegiň bardygyny çalt bilip biler-siňiz?

Wezirleri garaňky jaýa salyp, olaryň ikisine-de ak telpek geýdiripdirler we soňra patyşanyň ýanyna getiripdirler. Wezirler uzak wagtlap bir-birine seredipdirler. Ahyr olaryň biri “Meniň kelläimde ak telpek bar” diýipdir. Ol wezir nähili pikir ýöredipdir?

**41.** Matematiki agşamynda deň utuk toplan üç okuwçynyň haýsysynyň has düşbüligeni bilmek üçin olara 3 ak we 2 sany gara telpegi görkezdirler. Soňra olaryň gözlerini daňyp, olaryň üçüsine-de ak telpekleri geýdirdiler. Gara telpekleri bolsa

olar görmez ýaly ýygnadylar. Soňra olaryň gözlerini açyp öz kellelerine geýdirilen telpegiň reňkini kesgitlemegi buýurdylar. Olaryň biri birneme ýoldaşlaryna seredip oturandan soň öz kellesine geýdirilen telpegiň reňkiniň akdygyny aýtdy. Ol muny nähili bildi?

**42.** Iki sany A we B obalar bir-birine golaý ýerleşipdir. Bu obalaryň ýaşajylary ýygy-ýygýdan biri-biriniňkide myhmançylykda bolýarlar. A obanyň ýaşajylarynyň mydama dogry sözleýändikleri, B obanyň ýaşajylarynyň bolsa mydama ýalan sözleýändikleri belli. Geçip barýan ýolagçy bu obalaryň birine baryp, onuň haýsy obadygyny bilmek isleýär. Ol nähili soragyň kömegi bilen bu obanyň A ýa-da B obadygyny bilip biler?

**43.** Aman tigirli Meret bolsa maşynly bir wagtyň özünde obadan şähre tarap ugradylar. Merediň tizligi Amanyň tizliginden 5 esse köpdü. Ýoluň ýarysyny geçenden soň awtomobil bozulyp durdy. Meret ýoluň galan ýarysyny Amanyň tigirli tizliginden iki esse az tizlik bilen pyýada geçmeli boldy. Şähre olaryň haýsysy çalt barypdyr?

**44.** Iki syýahatçy bir wagtyň özünde A-dan B tarap çykyp ugradylar. Birinji syýahatçy bu aralygy geçmek üçin sarp eden wagtyňyň deň ýarysyny 5 km/sag, ikinji ýarysyny bolsa 4 km/sag tizlik bilen ýöredi. Ikinji syýahatçy bolsa ýoluň ýarysyny 4 km/sag, beýleki ýarysyny bolsa 5 km/sag tizlik bilen ýöredi. Olaryň haýsysy B çalt gelipdir?

**45.** Aman ogly bilen we Meret ogly bilen balyk tutmaga gitdiler. Aman ogly Sähet bilen deň möçberde balyk tutdy. Meret bolsa öz oglunyň tutan balygyndan üç esse köp balyk tutdy. Olaryň ählisi bilelikde 35 balyk tutdylar. Merediň oglunyň ady kim? Olaryň her haýsy näçe balyk tutupdyr?

**46.** Synpda 31 okuwçy bar. Olaryň 18-si küşt, 10-sy şaşka, 3-si bolsa hem küşt hem şaşka oýnap bilýärler. Synpyň okuwçylarynyň näçesi bu oýunlaryň ikisini-de oýnap bilmeýärler.

**47.** Synpdaky 30 okuwçynyň 6-sy tans gurnagyna-da, aýdym gurnagyna-da gatnaşmaýarlar. 18 okuwçy tans gurnagyna, 16 okuwçy bolsa aýdym gurnagyna gatnaşýar. Näçe okuwçy bu gurnaklaryň ikisine-de gatnaşýar?

**48.** Mülkdar 100 maşgalanyň 30-sy sogan, 28-si käşir, 42-si hyýar, 8-si sogan we käşir, 10-sy käşir we hyýar, 5-si sogan we hyýar, 3-si bolsa sogan, käşir we hyýar ýetişdirýärler. Beýleki maşgalalar bolsa maldarçylyk bilen meşgul bolýarlar. Näçe maşgala maldarçylyk bilen meşgullanýar? Näçe maşgala diňe sogan, näçe maşgala diňe käşir, näçe maşgala bolsa diňe hyýar ýetişdirýär?

**49.** Mekdebiň dokmaçylyk gurnagynda gyzlar haly ýa-da tara dokaýarlar. Olaryň 90% haly, 80% bolsa tara dokaýarlar. Gyzlaryň näçe göterimi ikisini hem dokaýarlar?

**50.** Bir maşgalanyň 7 agzasy almany, 6 agzasy üzümi, 5 agzasy nary, 4 agzasy almany we üzümi, 3 agzasy almany we nary, 2 agzasy üzümi we nary, 1 agzasy almany, üzümi we nary halaýar. Bu maşgalanyň näçe agzasy bar?

**51.** Kakasy ikinji synpda okaýan ogly Aman bilen 4-nji synpda okaýan ogly Welinin arasynda mesele çözmek ýaryşyny geçirdi. Ýaryşyň Weli şerti boýunça çözen birinji meselesi üçin 20 teňňe, ikinji meselesi üçin 40 teňňe, üçünji meselesi üçin 60 teňňe we ş.m. baýrak, Aman bolsa çözen ilkinji meselesi üçin 40 teňňe, ikinji meselesi üçin 60 teňňe, üçünji meselesi üçin 80 teňňe we ş.m. baýrak almaly. Ýaryş tamamlananda Weliniň Amandan 1 meseläni köp çözenligi belli boldy. Doganlaryň haýsysy köp pul gazanypdyr?

**52.** Meret öýlerinden mekdebe çenli 30 minut, onuň dogany Çary bolsa 40 minut ýoreýär. Çary öýlerinden Meretden 5 minut ir çykdy. Näçe minutdan soň Meret Çarynyň yzyndan ýeter?

**53.** Suwdan doldurylan gabyň massasy 5 kg, ýarysyna çenli suwdan doldurylan şol gabyň massasy bolsa 3 kg 250 g. Bu gaba näçe suw sygýar?

**54.** Arasyndaky uzaklyk 1 km bolan haýwanat bagyndan gämi duralgasyna çenli pili alyp gaýdypdyrlar. Şol bir wagtda duralgadan pile tarap it ylgap gaýdypdyr. Ol piliň ýanyna gelip üýrüpdirde yzyna dolanyp duralga barypdyr. Soňra şeýle hereketini pil duralga gelyänçä gaýtalapdyr. It pilden 10 esse çalt hereket edýän bolsa, ol näçe kilometr ýol geçipdir?

**55.** Iki sany gulyp we olaryň iki açary bar. Açaryň gulyp açýandygyny bir gulypda barlapdyrlar. Bir gezek geçirilen barlag olaryň haýsy gulypa degişlidigini anyklamak üçin ýeterlikmi?

**56.** Üç sandygyň üç açary bar. Her sandygyň açaryny anyklamak üçin 3 gezek barlap görmek ýeterlikmi?

**57.** Gözel jaýyň 2-nji gatynda ýaşaýar. Durdy hem şol girelgede ýaşaýar, ýöne ol öýüne barmak üçin Gözelden 2 esse köp basgançak geçmeli bolýar. Girelgä we 1-nji gata çenli basgançak ýok. Durdy jaýyň näçinji gatynda ýaşaýar?

**58.** 3 minutlyk we 7 minutlyk çäge bilen işleýän sagatlar bar. Yumurtgany gaýnap duran suwda göni 4 minut bişirip almaly. Bar bolan sagatlaryň kömegi bilen şu işi ýerine yetirip bolarmy?

**59.** Agajyň üstünde 40 serçe oturan eken. Geçip barýan awçy olaryň 6-syny atypdyr. Agajyň üstünde näçe serçe galdy?

**60.** 8 sany birmeňzeş halkanyň biriniň agramy beýlekileriňniňden ýeňil. Okaraly terezide iki gezek çekmek arkaly ol halkany tapmaly.

**61.** 77 sany birmeňzeş halkanyň biri beýlekilerinden ýeňil. Çeküw daşsyz okaraly tereziniň kömegi bilen dört gezekden köp çekmezlik şerti bilen ol ýeňil halkany tapmaly.

**62.** 8 sany birmeňzeş gyzyň halkanyň biri galp bolup, onuň agramy beýlekileriňniňkiden tapawutlanýar. Onuň agramynyň beýleki halkalaryňky bilen deňeşdirilende agyrlыgy ýa-da ýeňilligi belli däl. Çeküw daşsyz okaraly tereziniň kömegi bilen üç gezekden köp çekmezlik şerti bilen ol halkany tapmaly.

**63.** Daş görnüşleri meňzeş halkalaryň 10 üýşmegi bolup, her üýşmekde bolsa 10 halka bar. 9 sany üýşmekdäki halkalaryň her biriniň massasy 9 g., 1 sany üýşmekdäki halkalaryň massasy bolsa 10g. Gramlara çenli takyk çekýän tereziniň kömegi bilen 9 g. halkaly üýşmegi tapmaly.

**64.** Daş görnüşü boýunça biri-birine meňzeş bolan 75 sany mis halkanyň biriniň agramy beýlekileriňkiden tapawutlanýar. Okaraly terezide iki gezek çekmek arkaly ol halkanyň agramynyň beýlekileriňkiden agyrdygyny ýa-da ýeňildigini kesgitlemeli.

**65.** 4 sany birmeňzeş halkanyň biriniň agramy beýlekileriňniňden tapawutly. Okaraly terezide iki gezek çekmek arkaly ol halkany tapmaly.

**66.** Köp gatly jaýda 1-nji orta mekdebiň 13 sany okuwçysy ýaşaýardy. Bu mekdepde 12 sany synp bar. Bu jaýda ýaşaýan okuwçylaryň iň bolmanda ikisiniň bir synpda okaýandygyny subut ediň.

**67.** Mekdepde 370 okuwçy okaýar. Bu mekdebiň okuwçylarynyň arasynda iň bolmanda iki okuwçynyň bir günde doglan günlerini belleýändiklerini subut ediň.

**68.** Sebetde almalaryň iki görnüşü bar. Iki sany bir görnüşli almany almak üçin azyndan näçe sany alma çykarmaly?

**69.** Gutuda 4 gyzyň we 10 gara reňkli çöpjagazlar bar. Bu gutudan seretmän, birnäçe çöpjagazlary aldylar. 1) iki sany gyzyň; 2) üç sany gara çöpjagazlary almak üçin gutudan azyndan näçe çöpjagazy almaly?

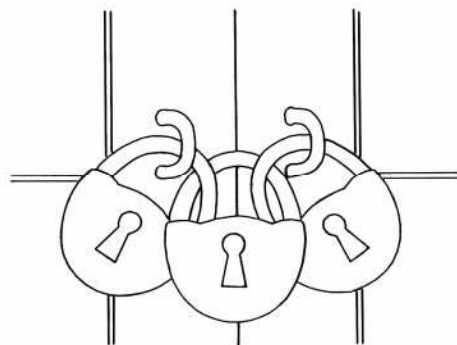
**70.** Gutyda 100 sany gyzyl, ýaşyl, sary we gök reňkli baýdajyklar bar. Bir reňkli baýdajyklaryň sany 25. Bir reňkdäki baýdaklaryň iň bolmanda 10 sanysyny almak üçin reňkini görmezden, gutydan iň azyndan näçe baýdak çykarmaly?

**71.** Gutyda 25 sany 4 dürli görnüşli şarjagazlar bar. Olaryň arasynda 7 sany birmeňzeş reňklisi barmy?

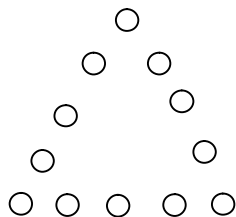
## Çözülişler we jogaplar

1. 2 şem galar. Sebäbi öçürilmedik şemler ýanyp gutarar.
2. Birinji minutda 1-nji metri, ikinji minutda 2-nji metri, 3-nji minutda 3-nji metri, 4-nji minutda 4-nji metri kesmek bolýar we 5-nji metr galýar. Şunlukda, agajy böleklemek üçin 4 minut gerek.
3. Üç. 4. Bir adam almany gap bilen bilelikde almaly.
5. Amanda 28, Meretde bolsa 20 gül bar.
6. Amanyň bir özi hem şol üç aşygy tapardy.
7. Dört ýumurtganam dört minutlap gaýnatmaly.
8. Oglanjyk bu arzuwyna ýetip bilmez. Sebäbi ol kiçi almany satyja berende ol yzyna öz 10 teňňesini gaýtaryp alar. 20 teňňelik almany almak üçin oňa ýene 10 teňňe gerek bolar.

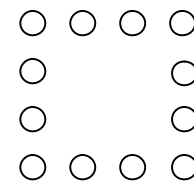
9.



10. Merediň oturgyçlary ýerleşdirişi.



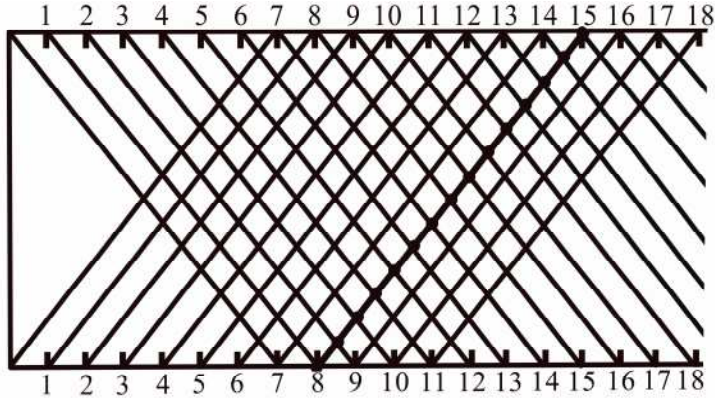
Amanyň oturgyçlary ýerleşdirişi.



11. Arça agajyndan 1 m uzaklykda duşuşarlar. Sebäbi çekirtgäniň tizligi tomzagyňkydan 20 esse uly.
12. Begenç Amanlara ugramazdan öň öz diwar sagadynyň haýsy wagty görkezýänligini görüp gidenligi üçin, ol yzyna gelende näçe wagtlap öýde bolmanlygyny kesgitlep bildi. Bu wagtdan Amanlarda bolan wagtyňy aýryp, Begenç ýola näçe wagt sarp edenligini kesgitledi. Amanlara barmak we olardan gelmek üçin deň wagt sarp edenligini göz önünde tutup, ol bu wagty ikä bölüp we ony Amanyň sagadynyň görkezýän wagtyňyň üstüne goşup öz sagadynda dogry wagty goýmagy başardy.
13. Göräýmäge meseläniň çözülişi örän yönekey ýaly. Eger Nýu-Ýorkdan Gawra her gün bir parahod ugraýan bolsa, onda Nýu –Ýorka barýan parahod 7 sany garşysyndan gelýän parahoda duşmaly ýaly bolup görünýär. Emma bu ýalňyş pikir. Sebäbi Nýu-Ýorka barýan parahod öň, ýagny Magtymguly aýynyň 7-sine, 6-syna, 5-ine we ş.m. ýola düşen parahodlar bilen hem duşuşar. Şeýlelikde bu parahod jemi 7, däl-de, eýsem 14 parahod bilen duşuşar. Meseläniň çözülişi çyzgyda has aýdyň görünýär.

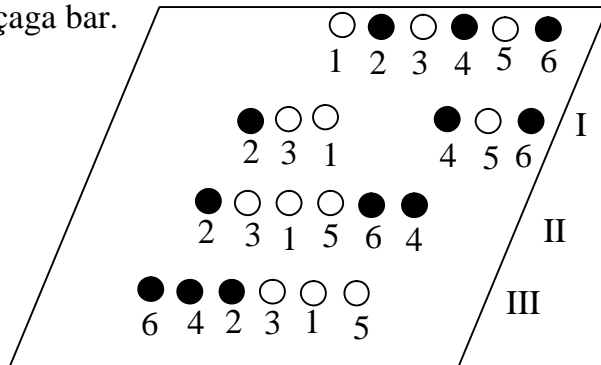
Bu mesele ylmy kongresleriň birinde fransuz matemati-gi Eduard Lýuka tarapyndan hödürilenipdir. Bu kongrese atly matematikleriň bir toparynyň gatnaşýandygyna garamazdan, mesele olarda uly gyzyklanma döredipdir.

## Nýu-Ýork



Gawr

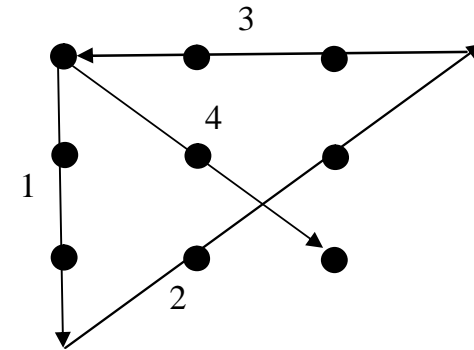
14. Çary aga olara eşeklerini çalyşmagy maslahat berdi.  
 15. Myrat iki esse arzan kiçi gawunlary alsa-da, ol Amana garanyňda köp pul töledi. Sebäbi ol üç esse köp ga-wun satyn aldy. Şonuň üçin Myrat Amana garanyňda 1,5 esse köp pul töledi.  
 16. Myradyň 3 aşygy köp. 17. 6 daşjagazy goýdy.  
 18. 20 metr. 19. 6  
 20. 15 manat 60 teňňe. 21. 4 sagat  
 22. 8 çaga bar.  
 23. Maşgalada 5 erkek dogan bilen 1 gyz dogan bar. Diýmek, maşgalada 6 çaga bar.  
 24.



Kagyz tegelekleri suratda görkezilişi ýaly belgileýäris. Birinji süýşürmede 2 we 3 belgili kagyzlary hataryň çepine geçirýäris. Ikinji süýşürmede boşan ýere 5 we 6 belgili kagyzlary getirip goýýarys. Üçünji süýşürmede 6 we 4 belgili kagyzlary hataryň çepine geçirýäris.

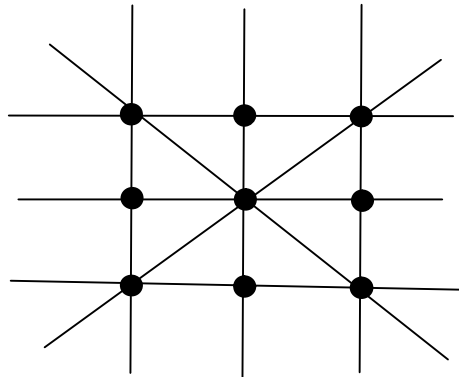
25. Ilki bilen iki oglan derýanyň sag kenaryna geçýär we olaryň biri galyp, beýlekisi çep kenara dolanýar. Syýahatçylaryň birinjisi sag kenara gaýykly geçýär we sag kenarda-ky oglanjyk gaýygy çep kenara alyp gaýdýar. Soňra oglanlaryň ikisi hem sag kenara geçýär we olaryň biri galyp beýlekisi gaýygy yzyna çep kenara alyp gaýdýar. Soňra syýahatçylaryň ikinjisi sag kenara geçýär we ş.m. Şeýlelikde syýahatçylaryň ählisi sag kenara geçýärler.

26. Meseläniň bir çözüwi çyzgyda görkezilendir.

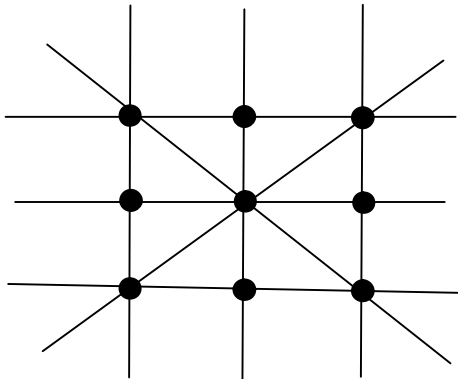


27. Nirede duşuşjakdyklaryna seretmezden, maşynlar bir birinden  $90+60=150$  kilometr daşlykda bolarlar.

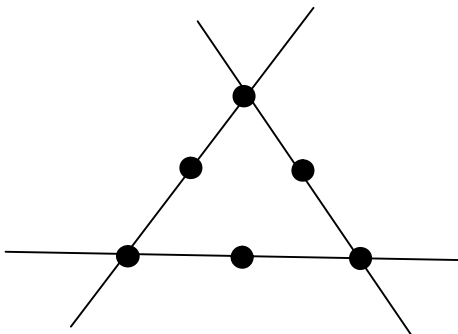
28. Üç nokadyň üstünden 8 ( a) surat), iki nokadyň üstünden bolsa 12 ( b) surat ) göni çyzyk geçýär. 6 nokat üçburçluk görnüşinde ýerleşdirilse ( ç) surat), üç göni çyzygyň her biriniň üstünde üç nokat bolar.



a) surat



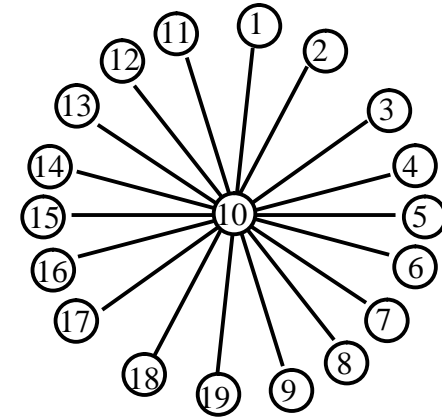
b) surat



ç) surat

**29.** Amanyň doganlary ekiz. Olar häzir 6 ýaşynda. Sebäbi  $(6-2) \cdot 2 = 6+2$  we  $(6-3) \cdot 3 = 6+3$ .

**30.**  $1+19=20$ ,  $2+18=20$ ,  $3+17=20$  we ş. m. bolýanlygy üçin bu goşulyjylaryň her birini garşylykly tegelegiň içine ýazyp, ortaky tegelekde bolsa 10-y ýazýarys. Meseläniň doly çözülişi suratda görkezilendir.



**31.** Köplenç ýük maşyny Aşgabatdan uzakda boljak ýaly bolup görünýär. Emma olar düşüşanda maşynlaryň ikisi hem Aşgabatdan deň daşlykda bolar.

**32.**  $3 \cdot 1000 + 2 \cdot 500 = 4000$ ;  $3 \cdot 500 + 2 \cdot 1000 = 3500$ .

**33.** Spidometrdeki 10 müňlük sanbelginiň 2 sagatda üýtgäp bilmejekdigi düşnükli. Diýmek, spidometrdeki birinji we iň soňky sanbelgi 1 bomaly. Müňlük sanbelgi ýük maşyny 49 kilometr geçen badyna üýtgäýmeli. Diýmek, ikinji sanbelgi we iň soňkynyň ön ýanyndaky sanbelgi 6 bolmaly. Ýüzlük sanbelgi 0 ýa-da 1 bolup biler. Eger ol 1 bolsa, maşyn 2 sagatda  $16161 - 15951 = 310$  km, ýagny sagatda 155 km geçmeli. Emma ýük maşyny bu tizlikde gidip bilmez. Diýmek, ýük maşyny 2 sagatda  $16061 - 15951 = 110$  km geçip, sagatda  $110 : 2 = 55$  km/sag tizlik bilen hereket edipdir.

**34.** Begenç tudanalary özüçe deň üç bölege bölüp, özi gapdala çekildi we oglanlara şeýle diýdi: “Maňa bu üýşmekleriň islendigini teklipt etseňiz alaryn. Indi ilki Mergen soňra bolsa Geldi iň kiçi üýşmegi görkezsin. Eger olaryň kiçi diýip görkezen üýşmekleri gabat gelse, ony men alýaryn. Galan iki üýşmegi Geldi bilen Mergen meseläniň şertinde getirilen usul boýunça özara bölüşýärler. Eger Geldi Mergeniň kiçi diýip görkezen üýşmeginde üçden birden az bolmadyk tudana bar diýip hasap etse, onda ol bu üýşmegi özüne alsyn. Geldi bolsa galan iki üýşmegiň uly diýip hasaplanyny alsyn. Galan üýşmegi bolsa men alaryn”.

**35.** Wesýetiň düzülişi ýalňyş. Sebäbi wesýet boýunça

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{57}{60} \text{ bolýanlygy üçin emlägiň barysy däl-de,}$$

eýsem onuň diňe  $\frac{57}{60}$  bölegini paýlamak göz önünde tutulyp-

dyr. 59 sany sygyr goňşylarynyň bir sygryny üstüne goşmak bilen 60 bölege bölünipdir. Onuň 57 bölegi, ýagny 57 sany sygyr doganlara paýlanylýp berlipdir, 3 bölegi, ýagny 3 sygyr bolsa goňşylaryna galypdyr.

**36.** Öňki meseledäki ýaly ýalňyşlyk wesýetiň düzülişinde, sebäbi bölekleriň sany 1-e deň däl-de, eýsem

$$1\text{-den kiçi bolýar: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9+6+2}{18} = \frac{17}{18}.$$

**37.** Goý, Aman Çary bilen akda Meret bolsa Çary bilen garada oýnan bolsun. Çary Amanyň göçümine garaşýar we ol göçümi Merediň garşysyna edýär. Merediň jogabyna garaşýar we ol göçümi Amanyň garşysyna edýär we ş.m. Netijede, eger Aman aklarda Çaryny utsal, öz gezeginde Çary hem aklarda Meredi utýar; tersine Meret garalarda Çaryny utsal, öz gezeginde Çary hem garalarda Amany utýar. Olaryň özara deň oýnamaklary hem edil şuna meňzeş bolup geçýär.

**38.** Birinji garynja çalt çykar. Sebäbi ikinji garynja ýerden sütüniň depesine çykýança, birinji garynja ýere düşüp we sütüniň depesine çykyp ýetişýär.

**39.** Çarynyň puly ýok.

**40.** Akyllý wezir şeýle pikir ýöredipdir: “Eger meniň kellämde gara telpek bar bolan bolsa, onda beýleki wezir derrew öz kellesinde ak telpegiň bardygyny bilerdi. Ol dymýar. Diýmek, meniň kellämde ak telpek bar”.

**41.** Ol okuwçy şeýle pikir ýöredýär: “Meniň ýoldaşlarymyň ikisiniň hem kellelerinde ak telpek bar. Eger meniň kellämde gara telpek bolan bolsa, onda meniň ýoldaşlarymyň biri ýeňillik bilen öz kellesinde ak telpegiň barlygyny (ýokardaky meseläniň çözülişi boýunça) kesgitlep bilerdi. Emma olaryň ikisi hem dymýar. Diýmek, meniň kellämde ak telpek bar”.

**42.** Ýolagçy gabat gelen adamdan: “Sizem şu obada ýaşaýarsyňyzmy?” diýip sorayar. Bu soraga berlen jogap boýunça bolsa ol gelen obasynyň haýsy obadygyny kesgitleýär. Eger ol adam: “Hawa” diýip jogap berse, onda oba dogruçyllaryň obasy, ýagny A obadyr. Sebäbi ol adam şol obaly bolsa, onda ol dogruçyl bolany üçin “Hawa” diýip jogap berer. Eger B obaly bolsa, onda ol ýalan sözläp: “Hawa” diýip jogap berer.

Eger ol adam: “Ýok” diýip jogap berse, onda oba ýalançylaryň obasy, ýagny B obadyr. Sebäbi bu adam A obaly bolsa, onda ol dogruçyl bolany üçin “Ýok” diýip jogap berer. Eger ýalançy, ýagny B obaly bolsa, onda ýalan sözläp “Ýok” diýip jogap berer.

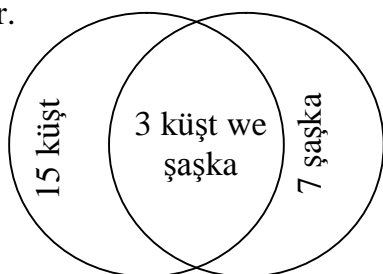
**43.** Meret ýoluň ikinji ýarymyny pyýadalap geçýança, Aman tigirli tutuş ýoly geçip biler. Diýmek, Aman şähre çalt barar.

**44.** Birinji syýahatçy 5 km/sag tizlik bilen ikinji syýahatça garanynda köp wagtlap ýörär we köp ýol hem geçer. Diýmek birinji syýahatçy B çalt geler.

**45.** Merediň oglunyň ady Aman. Meret 21 balyk, Amanyň we Sähediň her haýsy bolsa 7 balyk tutdylar.

**46.** Ilki bilen diňe küşt oýnap bilýan okuwçylaryň sanyny kesgitleliň. Onuň üçin 18 sany küşt oýnap bilýänleriň sanyndan 3 sany küşt we şaşka oýnap bilýänleriň sanyny aýyrýars:  $18-3=15$ . Edil şuna meňzeş diňe şaşka oýnap bilýänleriň sanyny kesgitleýäris:  $10-3=7$ . Diýmek,  $15+7=22$  okuwçy diňe bir oýny we 3 okuwçy bolsa iki oýny hem oýnap bilýärler. Bu ýerden okuwçylaryň  $22+3=25$  sanysynyň bu oýunlaryň ikisini ýa-da diňe birini oýnap bilýändiglerini anyklaýarys. Diýmek,  $31-25=6$  okuwçy bu oýunlaryň ikisini-de oýnap bilmeýär.

Meseläniň çözülişini aşakdaky ýaly şekillendirmek oňa düşünmegi ýeňilleşdirýär.



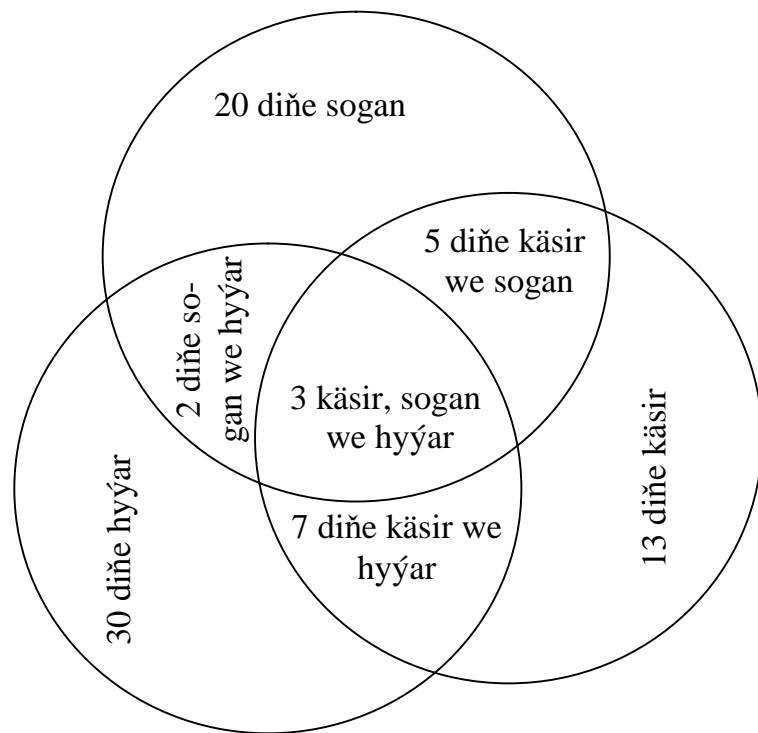
Bu şekilden görnüşi ýaly,  $15+3+7=25$  okuwçy oýunlaryň birini ýa-da ikisini oýnaýar.

**47.**  $30-6=24$  okuwçy ýa tans gurnagyna, ýa aýdym gurnagyna ýa-da bu gurnaklaryň ikisine-de gatnaşýar.  $24-18=6$  okuwçy tans gurnagyna gatnaşmaýar. Diýmek, bu 6 okuwçy diňe bir gurnaga, ýagny diňe aýdym gurnagyna gatnaşýar. Edil şuna meňzeşlikde  $24-16=8$  okuwçynyň aýdym gurnagyna gatnaşman, diňe bir tans gurnagyna gatnaşýandygyny tapýarys. Diýmek,  $6+8=14$  okuwçy diňe bir gurnaga,  $24-14=10$  okuwçy bolsa iki gurnaga-da gatnaşýar.

**48.** Ilki bilen diňe sogan we käşir ýetişdirýän maşgalaryň sanyny kesgitleliň. Onuň üçin sogan we käşir ýetişdirýän 8 maşgalanyň sanyndan sogan, käşir we hyýar ýetişdirýän 3

maşgalanyň sanyny aýyrýarys we 5 maşgalanyň diňe sogan we käşir ýetişdirmek bilen meşgul bolýanlygyny anyklaýrys. Indi diňe käşir we hyýar ýetişdirýän maşgalalaryň sanyny kesgitleliň. Onuň üçin käşir we hyýar ýetişdirýän 10 maşgalanyň sanyndan sogan, käşir we hyýar ýetişdirýän 3 maşgalanyň sanyny aýyrýarys we 7 maşgalanyň diňe käşir we hyýar ýetişdirýänligini kesgitleýäris. Edil şuna meňzeş  $5-3=2$  maşgalanyň diňe sogan we hyýar ýetişdirýänligini anyklaýarys. Diňe sogan ýetişdirýän maşgalalaryň sanyny tapmak üçin sogan ýetişdirýän 30 maşgalanyň sanyndan diňe sogan we käşir ýetişdirýän 5 maşgalanyň sanyny, diňe sogan we hyýar ýetişdirýän 2 maşgalanyň sanyny we bu ekinleriň üçüsini hem ýetişdirýän 3 maşgalanyň sanyny aýyrýarys:  $30-5-2-3=20$ . Diýmek, 20 maşgala diňe sogan ýetişdirmek bilen meşgullanýar. Edil şuna meňzeş  $28-5-7-3=13$  maşgalanyň diňe käşir ýetişdirýänligini,  $42-7-2-3=30$  maşgalanyň diňe hyýar ýetişdirýänligini anyklaýarys. Diňe bir ekin, diňe iki ekin we üç ekin ekýän maşgalalaryň sanynyň  $20+13+30+5+7+2+3=80$ -e deňdigini anyklaýarys. Diýmek, 80 maşgala bu ekinleriň ýa birini, ýa ikisini ýa-da üçüsini ýetişdirýär. Onda  $100-80=20$  maşgala bolsa maldarçylyk bilen meşgul bolýar. Diýmek, 20 maşgala diňe maldarçylyk bilen, 20 maşgala diňe sogan, 13 maşgala diňe käşir, 30 maşgala diňe hyýar ýetişdirmek bilen meşgullanýar. Eger bu meseläniň çözülişi suratda şekillendirilse, ol okuwçylar üçin has-da düşnükli bolýar.

Suratdan görnüşi ýaly,  $20+13+30+5+2+7+3=80$  maşgala ady agzalan ekinleriň ýa 3-üsini, ýa 2-sini ýa-da birini ekip ýetişdirýärler. Bu ýerden  $100-80=20$  maşgalanyň bu ekinleri ekmeýänligi we maldarçylyk bilen meşgul bolýanlygy gelip çykýar.



**49.** Gyzlaryň  $100\%-90\%=10\%$  haly,  $100\%-80\%=20\%$  bolsa tara dokap bilmeýärler. Diýmek, gyzlaryň  $10\%$  diňe tara,  $20\%$  bolsa diňe haly dokap bilýärler. Onda gyzlaryň  $10\%+20\%=30\%$  diňe bir önümi,  $100\%-30\%=70\%$  bolsa iki önümi hem dokap bilýärler.

**50.** Bu maşgalada diňe almany we üzümi  $4-1=3$  adam, diňe almany we nary  $3-1=2$  adam, diňe üzümi we nary  $2-1=1$  adam halaýar. Diňe almany  $7-3-2-1=1$  adam, diňe üzümi  $6-3-1-1=1$  adam we diňe nary  $5-2-1-1=1$  adam halaýar. Diýmek, bu maşgalada  $1+1+1=3$  adam diňe bir miwäni,  $3+2+1=6$  adam iki miwäni we 1 adam üç miwäni halaýar. Onda bu maşgalanyň  $3+6+1=10$  agzasy bar.

**51.** Weli 20 teňňe köp pul gazanypdyr. Welinin 2-nji,

3-nji we ş.m. çözen meseleleri üçin aljak puly Amanyň 1-nji, 2-nji we ş.m. çözen meseleleri üçin aljak puluna deň bolar. Weli bir meseläni köp çözeni üçin onun birinji mesele üçin alan 20 teňňesi Amanyn alan pullaryndan köp bolar.

**52.** Öýlerinden mekdebe çenli ýoluň ýarysyny geçenlerinde, ýagny 15 minutdan Meret Çarynyň yzyndan ýeter.

**53.** Gabyň ýarysyna  $5\text{ kg}-3\text{ kg }250\text{ g}=1\text{ kg }750\text{ g}$  suw sygar. Onda doly gaba  $1\text{ kg }750\text{ g}\cdot2=3\text{ kg }500\text{ g}$  suw sygar.

**54.** Itjagaz 10 km ýoly geçipdir. It pilden 10 esse çalt hereket edip, bir ýerde-de durmandyr. Diýmek, pil 1 km geçen bolsa, itjagaz 10 km geçer.

**55.** Hawa, ýeterlik. Birinji açary birinji gulpda barlamaly. Eger ol guly açsa, onda ikinji guly ikinji açaryňkydyr. Eger birinji açar birinji guly açmasa, onda ol açar ikinji gulyňky. Barlanmadyk açar bolsa birinji gulyňky.

**56.** Hawa, ýeterlik. Birinji açary alyp birinji sandykda barlaýarys. Eger ol açmasa, onda bu açary ikinji sandykda barlaýarys. Eger bu açar ikinji sandygy hem açmasa, onda ol üçünji sandygyňky. Ikinji açary alyp birinji sandykda barlaýarys. Eger ol açmasa, onda ol ikinji sandygyň açary. Barlanmadyk üçünji açar bolsa birinji sandygyňky. Beýleki hallar hem edil şuna meňzeş barlanýlar.

**57.** Durdy 3-nji gatda ýaşaýar.

**58.** Bolýar. Iki sagady-da bir wagtda işledip başlamaly. 3 minutlyk sagatda çäge gutaran dessine ýumurtgany gaýnaga salmaly.

**59.** Agajyň üstünde serçe galmaýar, 6-sy ýere düşýär we galany uçup gidýar.

**60.** Eger halkalaryň sany 3 bolan bolsa, onda biz halkalaryň ikisini terezide goýup, bir çeküwde ýeňil halkany anyklap bilerdik. Eger terezi deňagramlylyk ýagdaýynda bolsa, onda çekilmedik halka ýeňil. Eger tereziniň bir okarasyndaky halka ýeňil bolsa, onda ýeňil halka şol. Biz 8 halkany 3, 3 we

2 böleklere bölüp, 3 we 3 halkalary terezide çekýäris. Eger olar deň gelse, ýeňil halka çekilmedik iki halkanyň biri. Bir çeküwde onuň ýeňilini anyklamak mümkin. Eger terezi-niň bir tarapy ýeňil gelse, onda ýeňil halka şol 3 halkanyň biri. Ol 3 halkanyň ýeňilini bir çeküwde kesgitlep bileris.

**61.** 77 halkany 27, 27, 23 edip üç üýşmege bölýäris.

Birinji sapar 27 we 27 halkalaryň hersini terziniň bir okarasyna salyp çekýäris. Netijede birinji çeküwde ýeňil halkanyň haýsy üýşmekdeligini tapýarys (eger okaralaryň biri ýeňil bolsa, onda ýeňil halka şol okarada; eger okaralaryň agramlary deň bolsa, onda ýeňil halka 23 halkaly üýşmekde).

a) Eger ýeňil halka 27 halkaly üýşmekde bolsa, onda 9, 9, 9 edip üç üýşmege bölýäris we ikinji çeküwde ýeňil halkanyň haýsy 9 halkaly üýşmekdeligini tapýarys. Soňra ýeňil halkaly üýşmegi 3, 3, 3 edip üç üýşmege bölýäris we üçünji çeküwde ýeňil halkanyň haýsy 3 halkaly üýşmekdeligini tapýarys. Dördünji çeküwde bu üç halkanyň ikisini alyp, olaryň her birini tereziniň bir okarasyna salýarys we ýeňil halkany tapýarys.

b) Eger ýeňil halka 23 halkaly üýşmekde bolsa, onda ony 9, 9, 5 halkaly üýşmeklere bölýäris. Ikinji çeküwde 9 halkaly üýşmekleriň her birini terziniň bir okarasyna salyp çekýäris. Netijede bu üýşmekleriň haýsysynda ýeňil halkanyň barlygyny kesgitleýäris. Goý, ýeňil halka 5 halkaly üýşmekde bolsun (ýeňil halka 9 halkaly üýşmekde bolsa, onda ýeňil halkany tapmagyň ýoly a) bölekde görkezildi). Ony 2, 2, 1 üýşmeklere bölýäris. 2 halkaly üýşmekleriň hersini tereziniň bir okarasyna salyp, üçünji çeküwde ýeňil halkanyň haýsy üýşmekdeligini kesgitleýäris. Ol 2 halkaly üýşmekde bolsa, onda dördünji çeküwde ýeňil halkany tapýarys.

**62.** Halkalary 1, 2, 3, ..., 8 sanlar bilen belgileýäris.

1-nji çeküwde terziniň bir okarasyna halkalaryň 1, 2 jübüdi-

ni, beýleki okarasyna bolsa 3, 4 jübüdini salyp çekýäris. Iki ýagdaýyň bolmagy mümkin: **1)** Deňagramlylyk ýok. Diýmek, galp halka 1, 2, 3, 4 halkalaryň içinde bolup, 5, 6, 7, 8 halkalar hakyky. Ikinji çeküwde 1, 2 halkalary bir okara 5, 6 halkany bolsa beýleki okara salyp çekýäris. Eger deňagramlylyk alynsa, onda 1 we 2 hakyky halkalar. Eger deňagramlylyk alynmasa, onda gözlenilýän galp halka 1 we 2 halkalaryň biri. Deňagramlylyk alynsa, onda galp halka 3 we 4 halkalaryň biri. Üçünji çeküwde galp halkalaryň (1 we 2 ýa-da 3 we 4 halkalar) jübüdiniň birini, meselem 1 halkany terziniň bir okarasyna hakyky halkalaryň birinem, meselem 8 halkany beýleki okarasyna salyp çekýäris. Eger deňagramlylyk alyn-sa, onda 2 galp halka. Eger deňagramlylyk alynmasa, onda 1 galp halka. **2)** Deňagramlylyk bar. Diýmek, 1, 2, 3, 4 halkalar hakyky we galp halka 5, 6, 7, 8 halkalaryň biri. 2-nji çeküwde tereziniň bir okarasyna hakyky 1, 2 beýleki okarasyna bolsa şübheli 5, 6 halkalary salyp çekýäris. Soňra 1) bölüm-däki ýaly derňewleri geçirýäris.

**63.** Üýşmekleri 1, 2, 3, ..., 10 sanlar bilen belgileýäris. 1-nji üýşmekden 1, 2-nji üýşmekden 2, we ş.m. 10-njy üýşmekden 10 halkany alyp, jemi  $1+2+3+\dots+10=55$  halkany terziniň bir okarasyna salýarys. Tereziniň beýleki okarasyna 550 g. salýrys. Deňagramlylygyň bolmajagy düşnüklidir.

Sebäbi bu 55 halkanyň arasynda iň bolmanda bir halkanyň massasy 10 g. däl-de, eýsem 9 g. Indi 1 g. ölçeg daşjagazlaryny tereziniň halkaly tarapyna bir-birden deňagramlylyk alnýança goýýarys. Eger 5 g. goýulanda deňagramlylyk alyn-an bolsa, onda 5-nji üýşmekdäki halkalaryň massalary 9 g.

**64.** Halkalary 25-den üç üýşmek edip goýýarys we olaryň her birini A, B we Ç bilen belgileýäris. Ilkinji nobatda A üýşmegiň agramyny B üýşmegiň agramy bilen deňeşdirýäris. 1) Eger A we B agramlary deň bolsa, onda bu üýşmeklerdäki halkalaryň arasynda agramy tapawutly halka ýok. Diýmek,

agramy tapawutly halka Ç üýşmekde. Ikinji gezekde A üýşmegiň (ýa-da B üýşmegiň) agramyny Ç üýşmegiň agramy bilen deňeşdirýäris. Tereziniň ýagdaýy boýunça hal-kanyň agramynyň ýenildigini ýa-da agyrdygyny kesgitleýäris.

2) Eger A we B agramlary deň bolmasa, onda agyr üýşmek bilen Ç üýşmegi deňeşdirýäris. Eger olar deň bolsa, on-da halka beýlekilerden ýeňil. Eger Ç agyr üýşmekden ýeňil bolsa, onda halka beýlekilerden agyr.

**65.** Halkalary A, B, Ç, D bilen belgileýäris. A we B halkalaryň her birini tereziniň bir okarasyna goýýarys. Iki ýagdaýyň bolmagy mümkin.

**1.** Deňagramlylyk alynýar. Diýmek, gözlenilýän halka Ç ýa-da D. B bilen Ç halkany deňeşdirýäris. Eger deňagramlylyk bozulsa, onda Ç gözlenilýän halka. Eger deňagramlylyk saklanylsa, onda D gözlenilýän halka.

**2.** Deňagramlylyk alynmaýar. Diýmek, gözlenilýän halka A ýa-da B. Ç we D halkalaryň arasynda agramy tapawutly halka ýok. A we Ç halkalaryň agramlaryny deňeşdirýäris. Eger deňagramlylyk alynsa, onda gözlenilýän halka B. Eger deňagramlylyk alynmasa, onda gözlenilýän halka B.

**66.** Eger her synpda bir okuwçy okaýan bolsa, onda okuwçylaryň sany 12 bolardy. Emma okuwçylaryň sany 13. Biz gapma-garşylyga geldik. Bu gapma-garşylyk bolsa, iň bolman-da iki okuwçynyň bir synpda okaýandygyny görkezýär.

**67.** Eger her bir okuwçy ýylyň bir gününde doglan gününü belleýän bolsa hem olaryň sany 366 bolardy. Emma olaryň sany 370. Biz gapma-garşylyga geldik. Bu gapma-garşylyk bolsa iň bolmanda iki okuwçynyň bir günde doglan günlerini belleýändiklerini görkezýär.

**68.** Eger sebetden 3 alma çykarylsa, onda olaryň iň bolmanda iki sanysy bir görnüşli alma bolar.

**69.** 1) Eger 12 sany çöpjagaz alynsa, onda olaryň azyndan 2 sanysy gyzyly bolar; 2) eger 7 sany çöpjagaz alynsa, onda

olaryň azyndan 3 sanysy gara bolar.

**70.** 37 baýdak.

**71.** Hawa, hemişe 7-den az bolmadyk bir reňkli şar tapylar. Sebäbi gutyda 4 hili reňkli şarlaryň 25-si bar. Eger ol şarlaryň her bir reňklisinden 6 sanysy bolsa, onda şarlaryň sany  $6 \cdot 4 = 24$  bolardy. Diýmek, iň bolmanda 1 reňkli şardan 7 sanysy bar.

### **Hasaplamaga, deňleme düzmäge we göterimlere degişli meseleler**

**1.** Alta galyndysyz bölünýän sany ýatdan belläň. Ol sanyň ýarysyny; ol sanyň üçden birini; ol sanyň altydan birini tapyň. Alnan sanlary goşuň. Siz ýat bellän sanyňyzy aldyňyz. Bu näme üçin beýle boldy?

**2.** Aman alma, armyt, üzüm almak üçin 3 manat 60 teňňe berdiler. Ol bazardan gelende uly dogany Maýsa „, Seniň näçe manat puluň galdy?“ diýip sorady. Ol „, Maňa berlen puluň  $\frac{1}{2}$ -ine alma,  $\frac{1}{3}$ -ine armyt we  $\frac{1}{6}$ -ine üzüm satyn aldym.

Mende näçe pulumyň galanyny özüň bil“ diýip jogap berdi. Maýsa: „, sende pul galmandyr“ diýdi. Ol muny nädip bildi?

**3.** Maksat bir käse gara çäýiň  $\frac{1}{6}$  – bölegini içdi we käsäni

süýt bilen doldurdy. Soňra ýene-de käsäniň  $\frac{1}{3}$  bölegini içdi

we ýene-de ony süýt bilen doldurdy. Soňra käsäniň ýarysyny içdi we ony ýene süýt bilen doldurdy. Ondan soňra Maksat käsäni tutuşlygyna içip boşatdy. Maksat çäýi köp içdimi ýa-da süýdi ?

**4.** Otlyda barýan ýolagçy ýoluň ýarysyny geçenden soň irkildi. Ol oýananda irkilip geçen ýolunyň ýarysy ýaly ýoly geçmelidigi belli boldy. Ol ýoluň näçe bölegini uklap geçiripdir?

5. Aman 2 depder we 1 ručka üçin 90 teňňe töledi. Eger ol 2 ručka 1 depder alan bolsa 1 manat 20 teňňe tölemeli bolardy. Ručkanyň we depderiň bahasyny kesgitläň.

6. Üsti dikuçarly gämi deňiz menzilinden çykyp 960 km daşlykdaky ada tarap  $60 \frac{\text{km}}{\text{sag}}$  tizlik bilen ýüzüp ugrady.

Belli bir wagtdan soň dikuçar gäminiň üstünden barylmalı ada tarap  $200 \frac{\text{km}}{\text{sag}}$  tizlik bilen uçup ugrady. Eger dikuçaryň

sürüjisine ada barmak üçin 9 sagat gerek bolan bolsa, dikuçar näçe wagtlap uçupdyr.

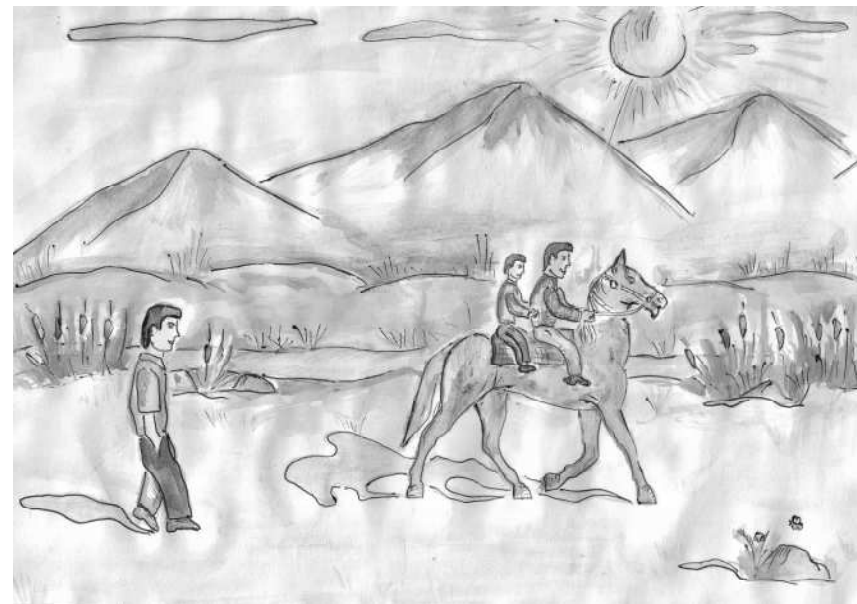
7. Iki obadan birwagtda iki tigirli çykyp bir-biriniň garşysyna ugradylar. Olaryň birinjisiniň tizligi 10 km/sag, ikinjisiniňki bolsa 15 km/sag. Olar duşuşmazyndan 2 sagat öň olaryň arasyndaky uzaklyk näçä deň bolar?

8. Iki tigirli biri-birinin garşysyna baryrdylar. Olaryň biriniň tizligi 12 km/sag, beýlekisiniň tizligi bolsa birinjisiniňki-den 3km/sag köpdi. Olar duşuşykdan 2 sagat geçen soň biri-birinden näçe daşlykda bolarlar.

9. Iki dogan öýlerinden 4 km daşlykdaky demir ýol menziline barmak isleýärdiler. Otlynyň ugramagyna az wagt galypdy. Eger olar tigirli gitseler otla ýetişip biljekdiler. Emma doganlaryň ulusynyň tigiri ýel goýberen eken. Eger olar pyýada gitseler, onda otly ugranyndan 10 minut soň menzile barjaklar. Emma olar doganlaryň kiçisiniň tigrinden peýdalanyp, bir wagtda otly ugramazdan 10 minut öň demir ýol menziline bardylar. Eger tigriniň tizliginiň pyýadanyň tizliginden 3 esse uludygy we tigiri iki bölup münüp bolmaýanlygy belli bolsa, doganlar bu işi nähili amal etdiler? Pyýadanyň we tigriniň tizlikleri näçe?

10. Üç ýolagçy aralaryndaky uzaklyk 30 km bolan çopan goşundan oba bir wagtda ugradylar. Olaryň bir aty bar. Ata bir

wagtda iki adam münüp bilýär. Atyň tizligi 15 km/sag, pyýadanyň tizligi bolsa 5 km/sag. Olaryň üçüsi bir wagtda oba geler ýaly, atdan nähili peýdalanmaly?



11. Syýahatçy suwsuz çölün içi bilen alty günlük ýöriş geçirmekçi bolýar. Syýahatçynyň özi we onuň ýüküni göterişmäge kömekleşýän ýükçi bir adama gerek bolan dört günlük suw we iýmit ätiýaçlyklaryny göterip bilýärler. Bu ýörişi geçirmek üçin syýahatçy öz ýany bilen näçe ýükçini alyp gitmeli?

12. Gülnar, Aşyr we olaryň kakasy syýahata ugradylar. Agşamara olar ýuwaşja akýan we çuň däl derýanyň kenaryna baryp ýetdiler. Kenarda agaçdan ýasalan we 100 kg çenli ýüki göterip biljek sal bardy. Kakasy-nyň agramy 80 kg, Gülnaryň agramy 50 kg, Aşyryň agramy 40 kg we ýüküň agramy 15 kg.

Aşyr ilkinji nobatda aňyrky kenarda odun we ot ýakmak üçin ýer taýýarlama. Soňra Gülnar çorba üçin balyk we

kartoška arassalamaly. Kakasy bolsa agşam ýatmak üçin çadyr dikmeli. Görkezilen her bir işi etmek üçin 20 minut wagt gerek. Derýadan 10 minutda geçip bolýar. Nähili edip bir sagada-da galman olaryň üçüsi-de derýanyň aňyrsyna geçip öz borçlaryny ýerine ýetirip bilerler? Bir sagatdan garaňky düşýär we ot ýakmaly.

**13.** Iki orunly motosikletde 3 adam nähili edip 60 km aralygy 3 sagatda geçip biler? Motosikletiň tizligi 50 km/sag, pyýadanyň tizligi 5 km/sag.

**14.** Ýaşiklerň dördüsünde gaba salnan süýjiler bardy. Olaryň her birinden 9 gap süýjini alansoňlar, 4 ýaşikde galan süýjileriň mukdary bir ýaşikdäki ýaly bolupdy. Ýaşikleriň her birinde ilki başda näçe gap süýji bar eken?

**15.** Kombaýnçylaryň topary iki meýdanyň bugdaýyny ormalydylar. Olar uly meýdanyň bugdaýyny orup başladylar. Günüň ikinji ýarymynda kombaýnlaryň ýarysy uly meýdanda galyp, ony agşama çenli orup gutardylar. Kombaýnlaryň galan ýarysy, günüň ikinji ýarymynda iki esse kiçi bolan beýleki meýdanyň bugdaýyny ordylar. Bir kombaýn ertesi hem uzakly gün işläp, kiçi meýdanyň bugdaýyny orup gutaran bolsa, toparda näçe kombaýn bar eken?

**16.** Babasynyň 56 ýaşı, agtygynyň bolsa 14 ýaşı bar. Haçan babasynyň ýaşı agtygynyň ýaşyndan iki esse uly bolar?

**17.** 35 ýaşly adamyň 4 ogly bar. Her biri beýlekisinden iki ýyl ýaş, onsoňom iň ulusynyň 8 ýaşı bar. Haçan hemme çagalarynyň jemi ýaşı kakasynyň ýaşı bilen deň bolar?

**18.** Iki ekiz dogan ýaşapdyr. Olaryň biri gije gündiziň  $\frac{1}{3}$ -ini,

beýlekisi bolsa bir gije gündiziň  $\frac{1}{4}$ -ini uklap geçiripdir. Olar

72 ýaşapdyrlar. Olaryň her biri ömrüniň näçe wagtyny ýatyp geçiripdir?

**19.** Öküz bir daňy bedäni 1 sagatda, at 2 sagatda, geçi bolsa 3 sagatda iýip gutarýar. Olaryň üçüsi bilelikde bir daňy bedäni näçe sagatda iýip gutararlar?

**20.** Oglanjyk 600 gram mürepbäni 6 minutda iýýär, Böwenjik bolsa ondan iki esse çalt iýýär. Olaryň ikisi bilelikde 600 gram mürepbäni näçe wagtda iýerler?

**21.** Ýük otlysynyň uzynlygy 1 km we ol 50 km/sag tizlik bilen hereket edýär. Ol uzynlygy 1 km bolan tunnelden näçe wagtda geçer?

**22.** 150 metrlik köpriniň üstünde duran adam otlynyň öz deňinden 10 sekuntda geçenligini, köprini geçmek (teplowozyň köpriniň üstüne müneninden, tä soňky wagonyň köpriniň üstünden düşýänçä wagty) üçin bolsa 25 sekunt harçlandygyny kesgitleýdir. Otlynyň uzynlygyny we onuň tizligini kesgitleň.

**23.** Eginleri deň bolmany üçin massany nädogry ölçeýän okaraly terezi bar. Massasyny anyklamaly ýüki ilki tereziniň bir okarasyna salyp, agram daşlary bolsa beýleki okara salyp çekdiler. Soňra bolsa ýüküň we agram daşlaryň okalaryny çalşyp çekdiler. Ýüküň massasyny anyk kesgitleý bolarmy?

**24.** Eginleri deň bolmany üçin agramy nädogry ölçeýän okaraly terezi bar. 2 kg ýarmany almak üçin 1 kg daşy bir okarada goýup, beýleki okara bolsa ýarma guýdular. Soňra bolsa okaralary çalşyp ýene-de 1 kg ýarmany çekdiler. Bu iki gezek çekilen yarmalary goşup, onuň massasynyň 2 kg deňligi barada netije çykardylar. Bu netije dogrumy?

**25.** Ýük maşyny 25000 km geçenden soň onuň yz tigirindäki rezinleri, 15000 km geçenden soň bolsa ön tigirindäki rezinleri täzesi bilen çalşyrmaly bolýar. Eger öz wagtynda ön we yz tigirlerdäki rezinler çalşyrylsa, onda ýük maşyny näçe kilometr ýoly rezinlerini çalşyrmazdan geçip biler?

**26.** Derýanyň akys tizligi 2 km/sag. Eger gäminiň tizligi üýtgeşsiz bolsa, onda akymyň ugruna ýüzýän gäminiň tizligi akymyň garşysyna ýüzýän gäminiň tizliginden näçe köp?

**27.** Motorly gaýyk käbir aralygy akymyň ugruna 3 sagatda, edil şol aralygy akymyň garşysyna 4,5 sagatda geçip bilýär. Akymyň ugruna akyp barýan içi boş gap bu aralygy näçe wagtda geçer?

**28.** Iki motosikletli bir wagtyň özünde şäherden oba ugradylar. Olaryň birinjisi ähli ýoly 25 km/sag tizlik bilen, ikinjisi bolsa ýoluň birinji ýarymy 30 km/sag, ikinji ýarymy 20 km/sag tizlik bilen geçdi. Olaryň haýsysy oba çalt barypdyr?

**29.** Oba bilen şäheriň arasynda baýyr bar. Şonuň üçin awtobus baýyra çykanda 25 km/sag tizlik bilen, baýyrdan aşak düşende bolsa 50 km/sag tizlik bilen hereket edýär. Şäherden oba gidende awtobus ýola 4 sagat, obadan şähere gaýdanda bolsa 3,5 sagat sarp edýär. Oba bilen şäheriň arasyndaky uzaklygy tapyň.

**30.** (Eýleriň meselesi). Öz ähli baýlygyny ogullaryna deň bölmek islän baý adam aşakdaky ýaly wesýet edipdir.

“Meniň uly oglum pulumdan 1000 tylla we galanynyň  $\frac{1}{8}$ -ini

alsyn, ikinji oglum 2000 tylla we galanynyň  $\frac{1}{8}$ -ini alsyn,

üçünji oglum 3000 tylla we galanynyň  $\frac{1}{8}$ -ini alsyn we ş.m.”.

Wesýet eden adamyň ogullarynyň sanyny we baýlygynyň mukdaryny kesgitlemeli.

**31.** Ýaz aýlary oganlar kömelek ýygмага gitdiler. Kömelek ýygyp bolansoňlar tapan kömeleklerini deň paýlaşmagy karar etdiler. Oganlaryň iň kiçisine 20 kömelek we galan kömelekleriň 0,04-ini, ondan uly oglana 21 kömelek we galan kömelekleriň 0,04-ini, üçünji oglana 22 kömelek we galan kömelekleriň 0,04-ini we ş.m. berdiler. Näçe ogan kömelek ýygмага gitdi? Olaryň her birine näçe kömelekden ýetdi?

**32.** Çayıçişlik döwründe mydama gaýnap duran samowar

bar. 5 adam bu samowardaky gaýnak suwy 1,5 sagatda, 8 adam bolsa 1 sagatda çay demlenip içip gutaryp bilýär. Samowary 11 adam näçe sagatda içip gutarar? (Suwuň gaýnap bugarmasy we çayyň içilişi deň ölçegli bolup geçýär diýip hasaplamaly).

**33.** (Nýutonyň meselesi) Meýdandaky ot deň gürlükde we deň çaltlykda ösýär. 70 syygryň bu meýdanyň otuny 24 günde, 30 sygyryň bolsa 60 günde iýip gutarjakdygy belli. 96 sygyr bu meýdanyň otuny näçe günde iýip gutarar? (Sygyrlar meýdanyň otuny deň mukdarda we deň ölçegli iýýärler diýip hasaplamaly).

**34.** Aman tigirli 16<sup>00</sup>-da demir ýol menziline barmak isleýärdi. Eger ol 15 km/sag tizlik bilen gitse, onda menzile bir sagat öň, ýagny 15<sup>00</sup>-da, eger 10 km/sag tizlik bilen gitse bolsa bir sagat soň, ýagny 17<sup>00</sup>-da barjakdy. Demir ýol menziline 16<sup>00</sup>-da barmak üçin Aman nähili tizlik bilen gitmeli?

**35.** Doganlar Begli, Myrat, Meret we Çary balyk tumaga gitdiler. Olar öýlerine gelenlerinde Çary ejesine: “Men 6 balyk tutdym. Myrat 7, Begli 3, Meret 4 balyk tutdy” diýdi.

Ejesi: “Berekella ogullarym, ine size bir goşowuç pisse. Pisseleri öz tutan balyklaryňyza görä paýlaşyp iýiň” diýdi. Çagalar pisseleriň sanynyň 60-a deňdigini anykladylar. Olar bu pisseleri nähili paýlaşmaly?

**36.** Iki balykçy derýa balyk tutmaga gitdiler. Olaryň biri 4, beýlekisi bolsa 5 sany deň ululykdaky balyklary tutdylar. Balykçylar balyklary gün ýaşmanka arassalap, ot ýakyp olary gowurmaga başladylar. Şol wagt geçip barýan ýolagçy eger mümkin bolsa bile agşamlyk edinmäge rugsat berilmegini sorady. Ol agşamlyk üçin pul tölejekdigini aýtdy. Olar balyklary deň bölüşiپ iýdiler. Ýolagçy 9 müň manat berip özi ýola rowana boldy. 4 balyk tutan balykçy: „Bu puluň 4 müňi meniňki, 5 müňi seniňki bolmaly” diýdi. Oňa 5 balyk tutan balykçy: „Ýok sen ýalňyşýarsyň. Bu puluň 6 müňi meniňki,

diñe üç müňi bolsa seniňki bolmaly” diýdi. Balykçylaryň haýsysy mamla?

**37.** Nädip 7 almany 6 oglana deň paylap bermeli?

**38.** Iki daýhanyň biri 2 käse ýarma, beýlekisi bolsa, 3 käse ýarma goşup meýdanda bilelikde nahar taýýarlaýardylar.

Ýarma taýýar bolanda olaryň ýanyna ýene-de 2 daýhan gelip olar bilelikde bu ýarmany iýip bilelikde gutardylar. Gelen iki daýhanyň her biri nahar üçin 5 müň manat pul berdiler. Nahar bişiren iki daýhan bu 10 müň manady nähili paylaşmaly?

**39.** Garaşsyzlyk baýramynda Aman, Çary we Şatlyk 12 sany şkolad almagy karar etdiler. Aman 5, Çary bolsa 7 şkolad satyn aldylar. Şatlyk öz paýy, ýagny 4 şkolad üçin 12 müň manat puly berdi. Bu puly Aman we Çary nähili paylaşmaly?

**40.** Çary aga bazarda goýunlaryny satyp gutaran dessine oňa obadaşy Meret aga duşup “Tüweleme senä goýunlaryňy derrew satyp gutaraýdyň. Kän goýun getiripmidiň?” diýdi. Oňa Çary aga şeýle jogap berdi: “Birinji alyja getiren goýunlarymyň ýarysyny we ýene-de ýarym goýuny, ikinji alyja galan goýunlaryň ýarysyny we ýene-de ýarym goýuny satdym. Üçünji alyja ikinji alyjydan galan goýunlarymyň ýarysyny we ýene-de ýarym goýuny satanymda, goýunlar gutardy”. Çary aga bazarda näçe goýun satypdyr?

**41.** Sebetde almalar bardy. Almalaryň deň ýarysyny we ýene-de ýarym almany, soňra galan almalaryň ýarysyny we ýene-de ýarym almany, iň soňunda bolsa galan almalaryň ýarysyny we ýene-de ýarym almany alanlaryndan soň sebetde 31 alma galdy. Sebetde ilki başda näçe alma bar eken?

**42.** Sebetden 3 almany aldylar. Soňra galan almalaryň üç-den birini we ýene-de 3 alma aldylar. Şondan soňra sebetde ilki başdaky almalaryň ýarysy ýaly alma galdy. Sebetde näçe alma bar eken?

**43.** Aman mekdepeden gelýärkä dosty Alta şeýle diýdi:

„Eger meniň pulumyň üstüne, onuň ýarysy ýaly puly we ýene-de 2 manat goşsaň onda ikimiz 20 manada oýun ýazylan kompýuter diskini alyp bilerdik” diýdi. Amanyň näçe manat puly bar eken?

**44.** Bazara barýan Hudaýberdi gorkak dynç almak üçin bir sazagyň ýanynda oturan wagty onuň ýanyna mekir tilki gelip, hal-ahwal sorasypdyr. Hudaýberdiniň näme almak üçin bazara barýandygyny, jübüsünde näçe pulunyň barlygyny bilenden soňra oňa şeýle diýipdir: „Hudaýberdi seniň aňsatja baýasyň gelýärmi? Sen şu sazagyň daşyndan her sapar aýlananyňda senin jübüňdäki tylla teňňeleriň iki esse köpeler. Ýöne sen meniňem hyzmatymy ýatdan çykarmaly dälşiň. Puluň iki esse artany üçin her sapar maňa 16 tylla teňňäni bermeli bolarsyň” diýdi. Hudaýberdi oňa: „Eger sazagyň daşyndan her gezek aýlananyňda puluň iki esse köpeljek bolsa, onda saňa 16 teňňe bermegin gürrüňi hem bolmaz” diyip sazagyň daşyndan bir gezek aýlandy we silkme telpegini çykyryp, pullaryny onuň içine dökdi. Haýran galaýmaly, onuň puly iki esse köpelipdi! Ol wada berlen 16 tylla teňňäni tilkä sanap berdi we sazagyň daşyndan ikinji sapar aýlandy. Onuň pullary ýene iki esse köpelip, tilkä ýene-de 16 teňňäni berdi. Ol üçünji sapar sazagyň daşyndan aýlananda onuň pullary ýene iki esse artdy we gös-göni 16 teňňe boldy. Ol 16 teňňäni tilki aldy-da guýrugyny ýamzyna gysyp gidiberdi. Haýran galan Hudaýberdi gorkak bolsa, pulsuz galdy. Ilki başda Hudaýberdiniň näçe puly bar eken?



**45.** Siňekler Welini şeýle bir ýadatdy welin, ol siňekleri öldürmäge başlady. Ol 4 günde 216 siňegi öldürdi. Şunlukda ol her gün öňki günlerde öldüren siňekleri ýaly siňegi öldürdi. Weli her gün näçe siňek öldüripdir?

**46.** Kakasy bazardan pisse satyn aldy we ony öýe getirip aşhanada goýdy. Meret mekdepden gelip, pisseleriň ýarysyny iýdi. Aman ikinji bolup mekdepden geldi we galan pisseleriň ýarysyny iýdi. Ata üçünji bolup mekdepden geldi we galan pisseleriň ýarysyny iýdi. Kakasy işden gelende 4 pisse galan eken. Ol bazardan näçe pisse satyn alypdyr?

**47.** Garry ene bazara satmak üçin ýumurtgalary getirdi. Birinji alyjy ýumurtgalaryň  $\frac{1}{2}$ -ini we ýene-de 1 ýumurtga satyn aldy. Ikinji alyjy galan ýumurtgalaryň  $\frac{1}{2}$ -ini we ýene-de 1 ýumurtga satyn aldy. Üçünji alyjy hem soňky galan ýu-

murtgalaryň  $\frac{1}{2}$ -ini we ýene-de 1 ýumurtga satyn aldy.

Şondan soň garry enede 5 ýumurtga satylan galdy. Garry ene ilki başda bazarda satmak üçin näçe ýumurtga getiripdir?

**48.** Kakasy Aman, Maýsa we Kyýas üçin hoz satyn aldy. Hozlary çagalar deň paýlaşmalydylar. Mekdepden birinji bolup Kyýas geldi we hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini alyp oýnamaga gitdi.

Ikinji bolup mekdepden Maýsa geldi we galan hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini alyp enelerine gezmäge gitdi. Üçünji bolup mekdep-

den Aman geldi we galan hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini aldy. Şondan soň

sekiz hoz galdy. Kakasy çagalary üçin näçe hoz alypdyr.

**49.** Amanyň, Merediň we Çarynyň aşyklary bardy. Aman öz aşyklaryndan Merede we Çara olaryň her haýsynda näçe aşygy bar bolsa, şonça aşygy berdi. Soňra Meret öz aşyklaryndan Amana we Çara olaryň her haýsynda näçe aşygy bar bolsa, şonça aşygy berdi. Iň soňunda Çary hem öz aşyklaryndan Amana we Merede olaryň her haýsynda näçe aşygy bar bolsa, şonça aşygy berdi. Şondan soňra oglanlaryň her birinde 8 aşygy bardy. Ilki başda oglanlaryň her birinde näçe aşygy bar eken?

**50.** Kakasy 24 sany hozy üç oglunyň her haýsyna ol näçe ýaşan bolsa, şonça hozdan paýlap berdi we şeýle diýdi: „Goý, doganlaryň kiçisi öz hozlarynyň ýarysyny uly doganlaryna deň paýlap bersin. Soňra doganlaryň ortanjysy öz hozlarynyň ýarysyny uly we kiçi doganlaryna deň paýlap bersin. Iň soňunda uly dogan hem hozlaryny ýarysyny kiçi doganlaryna deň paýlap bersin.“ Ogullary kakasynyň bu sargydyň berjaý edenlerinde olaryň her birinde 8 hozy bardy. Doganlaryň her biri näçe ýaşynda?

**51.** Bahar aýy atasy 4 agtygyny alyp, kömelek ýygmağa gitdi. Kömelekli meýdanda olaryň her haýsy dürli taraplara gitdiler. Birsalyndan atalary ýadap oturdy we tapan kömeleklerini sanady. Ol 45 sany kömelek tapypdy. Atalarynyň oturanyny görüp agtyklary onuň ýanyna ylgaşyp geldiler. Olaryň tapan kömelekleri ýokdy. Olar atalaryndan özlerine kömelek bermegini haýyş etdiler. Atalary öz tapan kömelekleriniň ählisini agtyklatyna paýlady. Çagalar ýene-de kömelek gözläp, dürli taraplara dagadylar. Şonda çagalaryň biri 2 kömelek tapdy, beýlekisi bolsa 2 kömelek ýitirdi, üçünjisi atasynyň bereni ýaly kömelegi tapdy, dördünjisi bolsa atasynyň beren kömelekleriniň ýarysyny ýitirdi. Çagalar öýlerine gelip kömeleklerini sananlarynda olaryň ählisiniň kömelekleriniň sany deňdi. Oglanlaryň her birine atasy näçe kömelek beripdir? Olar öýlerine gelende çagalaryň her haýsynda näçe kömelegi bar eken?

**52.** Iki agaçada 16 serçe otyr. Ikinji agaçdan 2 serçe uçup gitdi, soňra birinji agaçdan ikinji agaja 5 serçe uçup bardy. Ondan soňra agaçlaryň her birinde şol bir sanly serçeler boldy. Agaçlaryň her birinde ilikibaşda näçe serçe bar eken?

**53.** Atasy, kakasy we ogly üç bolup Serdaryň saglyk ýoly bilen ýokarlygyna barýardylar. Olaryň tanyşy Meret aga aşaklygyna düşüp gelýärdi. Saglyk – amanlyk soraşylandan soňra Meret aga olaryň hersiniň näçe ýaşyndadygyny sorady. Atasy : “ Bizniň üçimiziň bilelikdäki ýaşymyz 100 “ diýip ýokarlygyna ýöräp ugrady. Kakasy : “ oglumyň we meniň bilelikdäki ýaşymyz 45. Men oglumdan 25 ýaş uly “ diýip ol hem ýoluny dowam etdi. Şeýdip Meret aga olaryň her biriniň näçe ýaşyndadygyny bilip bilmedi. Olaryň her biri näçe ýaşyndaka?

**54.** Oglanyň ýaşı kakasynyňkydan iki esse kiçi. Kakasy 24 ýaşyndaka ogly doglupdy. Häzir ogly näçe ýaşynda?

**55.** 11 metrlik ýüpi bir bölekdäki metrleriň sany beýleki bölekdäki desimetrliň sanyna deň bolar ýaly edip, iki bölege böldüler. Her bölekdäki ýüpiň uzynlygyny tapyň.

**56.** Oglanlar, suwy kesilende ýabyň düýbünde galan suwdan birnäçe balyk tutdular. Her oglana bir balyk bereniňde olaryň birine ýetmeýänligi, eger her iki oglana bir balykdan berlen-de bolsa bir balygyň artyp galýanlygy belli boldy. Oglanlaryň sany näçe we olar näçe balyk tutupdyrlar?

**57.** Uçup gelýän guşlar agaçlary gördüler we olaryň üstüne gonmaga başladylar. Guşlar bir-birden gonanlarynda olaryň dördüsine agaç ýetmedi. Her agaja iki-ikiden gonanlarynda bolsa bir tut agajy artyp galdy. Näçe agaç we näçe guş bar eken?



**58.** Aman we Çary küşt oýnaýardylar. Çary göçüm etmek

üçin çuňňur oýa batanda Amanyň içi gysyp başlady. Aman şonda tagtadaky boş öýjüklereň mallar duran öýjüklereň 3 esse köpdugini we özüniň mallarynyň Çarynyň mallaryndan 4 sany köpdugini anyklady. Şu pursatda olaryň her haýsynda näçe maly bar eken?

**59.** „Ata sen näçe ýaşyňda?”- diýip agtygy atasynadan sorady. Oňa ýaşuly: „Eger meniň ýaşan her 10 ýylymyň üstüne 2 ýyldan goşsaň, meniň ýaşym 84 bolar” diýp jogap berdi. Agtygy atasynyň näçe ýaşyndalygy örän kynlyk bilen hasaplap tapdy. Oglanjygyň atasy näçe ýaşynda?

**60.** Kakalary Amana we Merede özara küşt oýnamagy teklipe etdi. Her utan oýny üçin küştçä baýrak hökmünde pisse berjekdigini, özüniň öňki utan oýnundakydan 4 esse köp pisse berjekdigini aýtdy. Aman oýnalan dört döwüň dördüsinem utdy we baýrak hökmünde 255 pisse aldy. Aman her oýny utandan soň näçe pisse alypdyr?

**61.** Kakasy 5 oglunyň her haýsyna deň sanly hoz berdi. Doganlarynyň üçüsiniň her biri 5 hozy iýenlerinden soňra olaryň galan hozlarynyň beýleki iki doganyňky ýalydygy belli boldy. Kakasy ogullarynyň her birine näçe hoz beripdir?

**62.** Aman jigisi Merjenin doglan gününe 16 manat 80 teňňä oýunjak aýyny, maýmyny, syçany we pişigi satyn aldy. Maýmynyň, syçanyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 12 manat 60 teňňe, aýynyň, syçanyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 11 manat 20 teňňe, maýmynyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 10 manat 20 teňňe bolsa, oýunjaklaryň her biriniň bahasy näçe?

**63.** Meniň 1 manat 20 teňňe pulum bardy. Men bu pula sirkul, çyzgyç we transportir satyn aldym. Eger men sirkul we çyzgyç üçin bu puluň  $\frac{2}{3}$  bölegini, çyzgyç we transportir

üçin  $\frac{3}{5}$  bölegini sarp eden bolsam bu esbaplaryň her haýsy

üçin näçe pul töläpdirin?

**64.** Obadan şähre baryan iki oglan ýoluň  $\frac{1}{3}$ -ini geçenden

soň dynç almak üçin oturdylar. Oglanlaryň biri beýlekisinden: „Biz ýene näçe ýol ýöremeli?” diýip soranda ol: „Geçen ýolumyzdan 12 km köp ýol ýöremeli” diýip jogap berdi. Şäher bilen obanyň arasyndaky uzaklyk näçe?

**65.** Myrat sygyrlary, goýunlary we geçileri bakyp ýördi. Onuň ýanyna dosty Mergen gelip: „Seniň bakýan mallaryňyň näçesi sygyr?” diýip sorady. Oňa Myrat: „Sygyrlar meniň

bakýan mallarymyň  $\frac{1}{2}$  - ini düzýär” diýip jogap berdi. Onda

Mergen: „Bu mallaryň näçesi goýun?” diýip sorady. „Go-

ýunlar meniň bakýan mallarymyň  $\frac{1}{3}$  -ini düzýär” diýip Myrat

jogap berdi. „Geçiler näçe sany?” diýlen soraga Myrat „Geçiler goýunlardan 25 sany az” diýip jogap berdi. Mergen biraz pikirlenip, näçe sygyryň, goýnuň we geçiniň bardygyny kesgitlendi. Näçe sygyr, näçe goýun we näçe geçi bar?

**66.** Enesi agtyjaklary üçin etli somsa bişirdi. Ol somsalary sanap pikirlendi: „Eger her agtygyma 5 somsadan paýlasam, onda bir agtygyma 5 däl-de, eýsem iki somsadan ýeter. Eger her agtygyma 4 somsadan paýlasam, onda 3 somsa artyp galýar”. Enäniň näçe agtygy bar eken? Ol näçe somsa bişiripdir?

**67.** Oglanlar synpdaş gyzlaryny bahar baýramy bilen gutlamak isleýärdiler. Olar her bir gyza 1 manat 60 teňňelik sowgat almak üçin 1 manat 20 teňňäniň ýetmeýänligini, 1 manat 20 teňňelik sowgat alsalar 1 manat 60 teňňäniň artyp galýandygyny hasapladylar. Oglanlar näçe manada sowgat almak isleýärdiler?

**68.** Daýhan öz ýetişdiren üzüm hasylynyň 2000 kg kem



ni çakyr zawodyna tabşyrdy. Galan hasylyň  $\frac{1}{2}$ -ini we

6000 kg bolsa bazarda satdy. Daýhan näçe üzüm hasylyny ýetişdiripdir we onuň näçesini zawoda tabşyryp, näçesini bolsa bazarda satypdyr?

**69.** Galam bilen depederiň bilelikdäki bahasy 30 teňňe.

Depder galamdan 20 teňňe gymmat. Depderiň we galamyň her biriniň bahasy näçe?

**70.** Doganlar Aman we Mergen dükandaky topy aljak boldular. Emma ol topy almak üçin Amana 4 manat, Mergene bolsa 2 manat 80 teňňe ýetmedi. Olar pullaryny goşanlarynda hem olaryň topy almak üçin 80 teňňeleriý ýetmeýärdi.

Topuň bahasy näçe?

**71.** Synpda 36 okuwçy okaýar. Oglanlaryň sany gyzlaryňkydan 3 sany köp bolsa, synpda näçe oglan we näçe gyz bar?

**72.** Bir oglanyň gyz doganlarynyň sany erkek doganlarynyň sanyna deň. Onuň aýal doganynyň erkek doganlarynyň sany aýal doganlarynyňkydan iki esse köp. Maşgalada näçe çaga bar?

**73.** Küşt mekdebinde iki ýaryş geçirildi. Birinji ýaryşda birinji derejeli 4 küştçi, ikinji ýaryşda bolsa ikinji derejeli 6 küştçi özara güýç synanyşdylar. Oýunçylaryň her biri beýleki küştçüler bilen diňe bir döw oýnadylar. Ýaryş tamamlananda birinji ýaryşyň ýeňijisi bilen ikinji ýaryşyň ýeňijisiniň deň mukdarda utuk gazanandyklary belli boldy. Ikinji ýaryşyň ýeňijisi näçe utuk gazanypdyr?

**74.** Küşt ýaryşynda 8-nji we 9-njy synplaryň okuwçylary bäsleşdiler. Her bir oýunçy beýlekileriň her biri bilen bir döw oýnady. 9-njy synp okuwçylary 8-nji synp okuwçylaryndan 10 esse köp bolup, olaryň alan utuklary bolsa 8-nji synplaryňkydan 4,5 esse köpdü. Näçe sany 8-nji synp okuwçysy ýaryşa gatnaşdy we ol näçe utuk gazandy?

**75.** Çelekdäki ýagyň 25% birinji alyja, galan ýagyň 30% ikinji alyja, galan ýagyň 40% bolsa üçünji alyja satdylar. Çelekdäki ýagyň näçe göterimi satylan galypdyr?

**76.** Käbir harydyň bahasyny ilki 10% gymmatladyp, soňra bolsa 10% arzanlatdylar. Bu harydyň bahasy üýtgedimi?

**77.** Meret iki sany top satyn aldy. Toplaryň birinjisi beýlekisine garanyňda 50% gymmatdy. Toplaryň ikinjisi birinjisine garanyňda näçe göterim arzan?

**78.** Zawod sagatda 100 kw/sag elektrik energiýasyny harçlaýardy. Täze enjamlaryň birinjisiniň goýulmagy 25% elektrik energiýasyny tygşytlamaga, ikinjisiniň goýulmagy bolsa 20% elektrik energiýasyny tygşytlamaga mümkinçilik berdi. Täze enjamlar goýulandan soňra zawod sagatda näçe kw/sag elektrik energiýasyny harçlaýar?

**79.** Iki harydyň bahalary deň. Täze ýylyň ön ýany harytlaryň bahalaryny arzanlatdylar. Şunlukda birinji harydyň bahasy iki sapa 15% arzanladyldy. Ikinji harydyň bahasy bolsa bir sapa, ýöne 30 % arzanladyldy. Bu arzanlaşykdan soň harytlaryň haýsysynyň bahasy has arzan?

**80.** Ýoluň ýarysyny geçeninden soň awtobus tizligini 25% artdyrdy we barmaly ýerine ýarym sagat ön bardy. Awtobus ähli ýoly näçe wagtda geçdi?

**81.** 6-njy synpda okaýan Aman we onuň 1-nji synpda okaýan jigisi Myrat birwagtyň özünde öýlerinden çykyp mekdebe tarap ugradylar. Myradyň ädimi Amanyňkydan 10% gysgady, emma ol Amana seredende 10% köp ädim ädýärdi. Olaryň haýsysy mekdebe ön barar?

## Çözülişler we jogaplar

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$  bolany üçin sanyň ýarysyny, üçden birini, altydan birini goşup, ol sanyň özüni alarys.

2.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$  bolany üçin.

3. Maksadyň içen süýdi  $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$  käsä deň. Onuň içen çayy hem bir käsä deň.

4.  $\frac{1}{3}$  bölegini. Ýolagçy ýoluň ýarysyny geçenden soň uklaýar. Ol oýananda galan ýoluň  $\frac{1}{3}$ -ini geçmeli bolýar.

Diýmek ol galan ýoluň  $\frac{2}{3}$  bölegini uklap geçiripdir. Galan

ýoluň  $\frac{2}{3}$  bölegi tutuş ýoluň  $\frac{2}{3}$  bölegine deňdir.

5. 3 depder we üç ruçka  $0,9+1,2=2,1$  manat. Onda 1depder we 1 ruçka  $2,1:3=0,7$  manat bolar. 1 depder  $0,9-0,7=0,2$  manat, 1 ruçka  $1,2-0,7=0,5$  manat bolar.

6. 9 sagatda dikuçaryň sürüjisi uçman, gämide giden bolsa, ol  $9 \cdot 60 = 540 \text{ km}$  geçerd. Emma ol 9 sagatda  $960 \text{ km}$  geçipdir. Diýmek, ol  $960-540=420 \text{ km}$  köp ýol geçipdir. Ol dikuçarda sagatda  $200-60=140 \text{ km}$  köp ýol geçýär. Diýmek, dikuçar  $420:140=3$  sagat uçupdyr.

7. Duşuşýançalar birinji tigirli  $2 \cdot 10=20 \text{ km}$ , ikinji tigirli bolsa  $2 \cdot 15=30 \text{ km}$  ýol geçmeli. Diýmek, duşuşmazlaryndan 2 sagat öň olaryň arasyndaky uzaklyk  $20+30=50 \text{ kilometr}$  bolar.

8.  $54 \text{ km/sag.}$

9. Doganlar tigirden gezekli gezegine peýdalandyrlar. Öýden doganlaryň kiçisi tigirli, ulusy bolsa pyýada ugraýarlar. Kiçi dogan  $1 \text{ km}$  geçenden soň (bu wagtda doganlaryň ulusy pyýa-da  $\frac{1}{3} \text{ km}$  geçär) tigiri goýup, ýoluny pyýada dowam edip başlaýar. Doganlaryň ulusy  $1 \text{ km}$  pyýada geçende kiçi dogan  $1 \text{ km}$  tigirli we  $\frac{2}{3} \text{ km}$  pyýada, ýagny  $1\frac{2}{3} \text{ km}$  geçýär. Doganlaryň ulusy 2-nji kilometri tigirli geçýänçä, kiçisi  $\frac{1}{3} \text{ km}$

geçýär we 2-nji kilometriň soňuna uly dogany bilen deň gelýär. Galan iki kilometri hem doganlar edil şuna meňzeş geçýärler we demir ýol menzilini bir wagtda geçýärler.

Indi tigirli we pyýada nähili tizlikde hereket edilendigini kesgitläliň. Ýoluň  $2 \text{ km}$  tigirli we  $2 \text{ km}$  pyýada geçildi. Diňe pyýada ýörelen bolsa,  $10 \text{ min}$  gijä galynýandygyny, tigr ulanylanlygy üçin bolsa  $10 \text{ min}$  ir gelnenligini göz önünde tutsak,  $2 \text{ km}$  ýoluň tigirli geçilmegi netijesinde  $20 \text{ min}$  wagtyň tygşytlanandygyna göz ýetirýäris. Tigirli  $2 \text{ km}$  ýoly geçýänçä, pyýada  $\frac{2}{3} \text{ km}$  geçýär. Pyýada  $2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ km}$  geçmek üçin  $20 \text{ min}$  sarp edýär. Diýmek, pyýadanyň tizligi

$$1\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 4 \text{ km, tigirliniň tizligi } 4 \cdot 3 = 12 \text{ km}$$

Tizlikleri deňleme düzüp hem tapyp bolýar. Goý, pyýadanyň tizligi  $x$  bolsun, onda tigirliniň tizligi  $3x$  bolar. Deňleme

$$\text{düzýäris: } \frac{2}{x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{3}; \frac{4}{3x} = \frac{1}{3}; x=4 \quad 3x=12.$$

13. Iki adam motosikletde we biri pyýada ýola düşýärler.  $55 \text{ km}$  geçenden soň motosikletiň yzynda oturan düşüp, galan

5 km ýoluny pyýada dowam etdirýär. Beýlekisi motosikletde yzyna (45 km) gaýdýar. Motosiklet jemi  $55+45=100$  km ýoly  $100:50=2$  sagatda geçýär. Şol pursata çenli üçünji pyýada  $5\cdot 2=10$  (km) geçýär. Motosiklet ony alyp ýene-de 50 km aralygy 1 sagatda geçýär. Şeýdip 3 sagatda üçüsi-de 60 km aralygy geçýärler.

**14.** Jemi 4 ýaşikden  $4\cdot 9=36$  gap süýji alynandan soň galan süýji bir ýaşikdäki ýaly bolupdyr. Onda 3 ýaşikde 36 gap, bir ýaşikde 12 gap süýji bar eken.

**15.** Uly meýdanda ähli kombaýnlar ýarym gün, kombaýnlarýň ýarysy hem ýarym gün bugdaý ordular. Diýmek, toparyň

$$1\cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \text{ iş güni birinji meýdany ormak üçin}$$

ulanyldy. Kiçi meýdanda toparyň ýarysy ýarym gün işledi.

Diýmek, toparyň  $\frac{1}{2}\cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  iş güni ulanyldy. Ilkinji meýdan

iki esse kiçi bolany üçin ony topar  $\frac{3}{4}\cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$  günde dynyp

biljekdi. Ikinji gün ikinji meýdanda ähli topar üçin  $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

günlük iş galýar. Bu işi diňe bir kombaýn ýerine ýetireni üçin, topar 8 kombaýn bar eken.

**16.** Agtygy doglanda babasynyň 42 ýaşı bar eken. Diýmek, 42 ýýldan soň babasynyň ýaşı  $42\cdot 2=84$ , agtygynyň ýaşı bolsa 42 bolar.

**17.** Uly oglunyň 8 ýaşı, ikinji oglunyň 6 ýaşı, üçünji oglunyň 4 ýaşı we dördünji oglunyň 2 ýaşı bar. Olary hemmesiniň bilelikde ýaşı 20 bolýar. Her ýyl kakalarynyň ýaşı bir ýyl artýar, dört ogullarynyň umumy ýaşan ýyly 4 ýyl artýar. 5 ýýldan kakalary 40 ýaşasýar, hemme çagalarynyň ýaşynyň umumy jemi bolsa 40 bolýar.

**18.** Ekizleriň birinjisi ömrüniň  $72:3=24$  ýylyny, ikinjisi  $72:4=18$  ýylyny ýtyp geçiripdir.

**19.** 12 sagatda öküz 12, at 6, geçi bolsa 4 daňy bedäni, ählisi bilelikde bolsa 22 daňy bedäni iýerler. Diýmek, olaryň üçüsi

bilelikde 1 daňy bedäni  $\frac{6}{11}$  sagatda iýip gutararlar.

**20.** 2 minutda. 1 minutda oňlan  $600:6=100$  gram mürepbäni iýer. Böwenjik ähli mürepbäni 3 minutda, 1 minutda bolsa  $600:3=200$  gram mürepbäni iýer. Olaryň ikisi 1 minutda  $100+200=300$  gram mürepbäni, 2 minutda bolsa ähli mürepbäni iýerler.

**21.** 2 km ýoly 50 km/sag tizlik bilen barýan otlynyň näçe wagtda geçjekdigini kesgitlemeli.

$$t = \frac{S}{V} = \frac{2 \text{ km}}{50 \text{ km/sag}} = \frac{1}{25} \text{ sag} = \frac{1}{25} \cdot 60 \text{ min} = 2,4 \text{ min}.$$

**22.** Öz uzynlygy ýaly aralygy geçmek üçin otly 10 sek. wagtda sarp edýär. Öz uzynlygy we köpriniň uzynlygy ýaly aralygy geçmek üçin bolsa 25 sek wagtda sarp edýär. Diýmek,

otlynyň tizligi  $\frac{150}{25-10} = 10$  (m/sek) ýa-da

$$\frac{10\cdot 60\cdot 60}{1000} = 36 \text{ (km/sag)}. \text{ Otlynyň uzynlygy } 10\cdot 10=100 \text{ (m)}.$$

**23.** Bolar. Eger birinji çeküwde ýüküň massasy  $p$ , ikinji çeküwde ýüküň massasy  $q$  bolsa, onda ýüküň hakyky massasy  $\sqrt{pq}$  bolar.

**24.** Bu netije dogry däl. Ýarmanyň massasy 2 kg köp bolýar. Goý,  $a$  birinji gezek çekilen ýarmanyň massasy,  $b$  bolsa ikinji gezek çekilen ýarmanyň massasy bolsun. Onda öňki mesele boýunça  $\sqrt{ab}=1$  bolmaly.  $a\neq b$  we

$$a + b = \frac{a}{\sqrt{ab}} + \frac{b}{\sqrt{ab}} = \frac{a}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\frac{a}{\sqrt{ab}}} > 2.$$

**25.** Ýük maşyny 9375 km geçenden soň onuň yz we öň tigiirlendäki rezinleri çalşyrmaly. Şonda ýük maşyny 18750 km ýoly rezinleri täzesi bilen çalşyrmazdan geçip biler.

**26.** 4 km/sag köp.

**27.** Akymyň ugruna 1 sagatda motorly gaýyk ähli ýoluň  $\frac{1}{3}$ -ini, akymyň garşysyna bolsa ähli ýoluň  $\frac{2}{9}$ -sini geçer. Ähli ýoluň  $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$  bölegi, akymyň bir sagatda geçýän ýolunyň

iki essesi bolar. Diýmek,  $\frac{1}{18}$  aralyk akymyň bir sagatda

geçjek ýoludyr. Diýmek, diňe akymyň ugruna akyp barýan içi boş gap bu aralygy 18 sagatda geçer.

**28.** Ikinji motosikletçi ýoluň birinji ýarysynyň bir kilometrini 2 minutda, ýoluň ikinji ýarysynyň bir kilometrini 3 minutda geçipdir. Diýmek, ol ortaça 2 kilometr ýoly 5 minutda ýa-da sagatda 24 kilometr ýoly geçipdir. Diýmek, birinji motosikletçi 25 km/sag tizlik bilen oba çalt gelipdir.

**29.** Awtobus şäherden oba we tersine obadan şähre barmak üçin 7,5 sagat sarp edýär. Sunlukda onuň baýyra çykýan we baýyrdan düşýän aralyklary deňdir. Ýöne awto-bus baýyra çykanda düşenindäkiden iki esse pes tizlik bilen hereket edýär. Diýmek, ol ýokary çykmak üçin düşenindäki-den iki esse köp wagt sarp edýär. Diýmek ol 7,5 sagadyň 2,5 sagadyny baýyrdan düşmek üçin 5 sagadyny bolsa baýyra çykmak üçin sarp edýär. Onda oba bilen şäheriň arasyndaky

uzaklyk  $\frac{2,5 \cdot 50 + 5 \cdot 25}{2} = 125$  (km) deňdir.

**30.** Ähli ogullary deň paý alanlary üçin täze galyndynyň  $\frac{1}{8}$ -i öňki galyndynyň  $\frac{1}{8}$ -inden 1000 tylla az bolmaly.

Diýmek, täze galyndy öňki galyndydan 8000 tylla az bolmaly. Şert boýunça ähli baýlyk doly paýlanypdyr. Diýmek, baýyň iň soňky ogly käbir tylla alandan soň galyndyda hiç bir zat galmadyr. Onda onuň öň ýanyndaky galyndy 8000 tylla bolmaly. Ol 8000 tylladan baýyň iň kiçi oglundan öňki ogly 1000 tylla alypdyr. Diýmek, iň kiçi ogly (diýmek, beýleki ogullary hem) 7000 tylla alypdyr. Baýyň 7 ogly bolup, onuň baýlygynyň mukdary 49000 tylla bolupdyr.

**31.** 5 oğlan kömelek ýygмага gidipdir we olaryň her birine 24 kömelekden ýetipdir. Şert boýunça oğlanlaryň her birine öňkä berlenden bir kömelek köp berilýär. Diýmek, galan kömelekleriň 0,04-i 1-e deň bolmaly. Bu ýerden soňky galan kömelekleriň sanynyň öňki galanlardan 25 kömelek azdygyny görkezýär. Iň soňky oğlan oğlan özüne ýetýän kömelegi alandan soň hiç bir kömelek galmaýar. Onuň öň ýanyndaky oğlan özüne degişli kömelekleri alandan soň 25 kömelek galyp, ol bu kömelekleriň 0,04-ini, ýagny  $25 \cdot 0,04 = 1$  kömelegi alýar. Bu ýerden iň soňky oglanyň 24 kömelek alandygy gelip çykýar. Diýmek, oğlanlaryň her birine 24 kömelekden ýetipdir. Oğlanlaryň sanynyň 5-ligine göz ýetirmek has hem ýeňildir. Ilkibaşda 1-nji oğlan 20, 2-nji 21, we ş.m. 5-nji oğlan bolsa 24 kömelek alýar.

**32.** Eger 8 adam samowary 1 sagatda içip gutaryp bilýän bolsa, onda onuň göwrümi 8 adamyň paýyna (1 paý diýip, bir adamyň 1 sagatda içip biljek çayynyň möçberine düşünilýär) we 1 sagatda gaýnap bugarjak suwuň mukdaryna deňdir. Başga tarapdan, 5 adam samowary 1,5 sagatda içip gutaryanlygy üçin onuň göwrümi  $5 \cdot 1,5 = 7,5$  adamyň paýyna we 1,5 sagatda gaýnap bugarjak suwuň mukdaryna deňdir. Bu ýerden ýarym sagatda samowarda ýarym paýyň, 1 sagat-

da bolsa bir paýyň bugaryanlygy gelip çykýar. Diýmek, samowaryň göwrümi 9 paýa deň. 11 adam ilkinji ýarym sagatda 5,5 paýy içýär we ýarym paý bolsa bugaryp gutarýar. Diýmek, samowardaky suw ýarym sagatda 6 paý azalar. Galan 3 paý bolsa 15 minutda içiler. Şeýleleik bilen 11 adam samowardaky çäýy 45 minutda içip gutarar.

**33.** 24 günde 70 sygyr  $24 \cdot 70 = 1680$  paýy iýip bilýär (1 paý diýip 1 sygyryň bir günde iýip biljek otunyň mukdaryna düşüňýäris). Bu 1680 paýa otuň öňki mukdary we onuň 24 günde ösen mukdary girýär. 30 sygyr 60 günde  $30 \cdot 60 = 1800$  paýy iýip bilýär.  $1800 - 1680 = 120$  artykmaç paý  $60 - 24 = 36$  gündäki otuň ösüşini düzýär. Diýmek, 24 günde otuň ösüşi 80 paýa, ilkişadaky otuň mukdary  $1680 - 80 = 1600$  paýa deň. 96 günde otuň ösüşi  $80 \cdot 4 = 320$  paýa, 96 gündäki ähli ot  $1600 + 320 = 1920$  paýa deň bolar. Bir günde  $1920 : 96 = 20$  paý iýilýär. Diýmek, 20 sygyr 96 günde bu meýdanyň otuny iýip gutaryp biler.

**34.** Goý, demir ýol menziline çenli uzaklyk  $a$  deň bolsun. Onda biz 10 km/sag tizlik bilen gidende 15 km/sag tizlik bilen gidenindäkiden 2 sag köp wagt sarp edýänligi üçin aşakdaky deňlemäni düzüp bileris:

$$\frac{a}{10} - \frac{a}{15} = 2, \text{ bu deňlemäni çözüp } a = 60 \text{ köki tapýarys. Bu san}$$

demir ýol menziline çenli uzaklygyň 60 km deňligini görkezýär. Diýmek, tigrli 10 km/sag tizlik bilen gidende bu ýoly 6 sagatda, 15 km/sag tizlik bilen gidende bolsa 4 sagatda geçjekdigini tapyp bileris. Diýmek, 5 sagatda menzile barmak üçin Aman 12 km/sag tizlik bilen tigrini sürmeli.

**35.** Çagalaryň tutan balyklarynyň sany  $6 + 7 + 3 + 4 = 20$ . Diýmek, her balyk üçin  $60 : 20 = 3$  piseden paýlaşmaly. Çary  $6 \cdot 3 = 18$ , Myrat  $7 \cdot 3 = 21$ , Begli  $3 \cdot 3 = 9$ , Meret  $4 \cdot 3 = 12$  pisse almaly.

**36.** 5 balyk tutan balykçy mamla. 4 balyk tutan 1 balygyny 5 balyk tutan bolsa 2 balygyny ýolagça beripdirler. Diýmek, her balyk üçin 3 müň manat tölenipdir. Onuň 3 müňüni birinji balykçy, 6 müňüni ikinji balykçy almaly.

**37.** Her oglana bir almadan bermeli galan 1 almany 6 bölege bölüp, her oglana bir bölekden bermeli.

**38.** Dört daýhanyn her biri  $5 : 4 = 1,25$  käse ýarmany iýipdir. Diýmek, nahar bişiren birinji daýhanyň  $2 - 1,25 = 0,75$  käse ýarmasyny, ikinji daýhanyň  $3 - 1,25 = 1,75$  käse ýarmasyny, ýagny  $0,75 + 1,75 = 2,5$  käse ýarmany gelen iki dayhan iýipdir. Her käse ýarma üçin  $10 : 2,5 = 4$  müň manatdan ýetýär. Diýmek,  $0,75 \cdot 4 = 3$  müň manady 2 käse ýarma goşan,  $1,75 \cdot 4 = 7$  müň manady bolsa 3 käse ýarma goşan daýhan almaly.

**39.** Aman öz şkoladlarynyň 4-sini özi iýip 1-ini Şatlyga berýär. Çary bolsa 4 şkolady özi iýip 3-sini Şatlyga berýär. Diýmek, 12 müň manadyň 3 müňüni Aman 9 müňüni bolsa Çary almaly.

**40.** Meseläni tersinden çözelň. Çary aga üçünji alyja galan goýunlarynyň ýarysyny we ýene-de ýarym goýuny satanynda onuň goýunlary gutarypdyr. Diýmek, ol üçünji alyja bir goýun satypdyr. Diýmek, ikinji alyjy iki we birinji alyjy dört goýuny satyn alypdyr. Çary aganyň bazara getiren goýunlarynyň sany  $1 + 2 + 4 = 7$ .

**41.** Mesele öňki meselä menzeş çözülýär. **Jogaby:** 255 alma.

**42.** 3 alma alnandan soňra galan almanyň  $\frac{1}{3}$ -i alnypdyr.

Diýmek, ähli almanyň bir alma kem  $\frac{1}{3}$ -i alnypdyr. Diý-

mek, sebetden 3 alma, bir alma kem  $\frac{1}{3}$  alma we ýene-de 3

alma alnypdyr. Diýmek, sebetden almalaryň  $\frac{1}{3}$ -i we ýene-de 5 alma alnanadan soňra sebetde ilkibaşdaky almalaryň ýarysy galypdyr. Diýmek, ähli almalaryň  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  bölegi 5 alma deň. Sebetde ilkibaşda 30 sany alma bar eken.

**43.** Bu meseläni soňundan çözüp başlamak amatly bolýar. 2 manat goşulmazdan öňki pul  $20 - 2 = 18$  manat bolar. 18 manat Amanyň pulunyň üstüne onuň ýarysy ýaly pul goşulandan soň alyndy. Diýmek, 6 manat pul goşulandan soň 18 manat bolýar. Amanyň puly  $18 - 6 = 12$  manada deň.

**44.** Meseläni dürli usullar bilen çözüp bolýar. Olaryň birini görkezeliň. Üçünji gezek sazagyň daşyndan aýlanandan soň onuň puly iki esse köpeliş 16 teňňe bolupdyr. Diýmek, üçünji gezek aýlanandan öň onuň  $16 : 2 = 8$  teňňesi bar eken. Bu 8 teňňe 16 teňňe tilkä berlenden soňky pul. Ondan öň Hudaýberdiniň  $16 + 8 = 24$  teňňesi bar eken. Ikinji gezek sazagyň daşyndan aýlanmazdan öň Hudaýberdiniň  $24 : 2 = 12$  teňňesi bar eken. Bu teňňe tilkä ikinji 16 teňňe berlenden soňky galan pul. Ondan öň Hudaýberdiniň  $16 + 12 = 28$  teňňesi bolupdyr. Birinji gezek aýlanmazdan öň Hudaýberdiniň  $28 : 2 = 14$  teňňesi bar eken.

**45.** Goý, Weliniň birinji gün öldüren siňekleri  $x$  bolsun. Onda ol ikinji gün  $x$ , üçünji gün  $x + x = 2x$ , dördünji gün  $x + x + 2x = 4x$  siňegi, jemi  $x + x + 2x + 4x = 8x$  siňegi öldüripdir.  $8x = 216$  deňleme-den  $x = 27$  tapýarys. Weli birinji gün 27, ikinji gün 27, üçünji gün 54, dördünji gün 108 siňegi öldüripdir.

Meseläni deňleme düzmän, tersinden çözmek has amatly bolýar. Weliniň dördünji tutan siňeklerini sany  $216 : 2 = 108$ -e deň. Diýmek, onuň öňki üç gündäki tutan siňekleriniň sany hem 108-e den. Weliniň üçünji gün tutan siňekleri  $108 : 2 = 54$ -e deň. Diýmek, onuň öňki iki gündäki tutan siňekleriniň

tutan sany hem 54-e den. Weliniň ikinji gün tutan siňekleri  $54 : 2 = 27$ -ä deň. Diýmek, ol birinji günem 27 siňek tutupdyr.

**46.** 32 pisse alypdyr.

**47.** 54 ýumurtga.

**48.** Aman hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini alandan soň 8 hoz galan bolsa, ol

hoz almanka 12 hoz bar eken. Maýsa hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini alandan soň 12 hoz galan bolsa, ol hoz almanka 18 hoz bar eken.

Kyýas hozlaryň  $\frac{1}{3}$ -ini alandan soň 18 hoz galan bolsa, ol hoz almanka, ýagny ilki başda 27 hoz bar eken.

**49.** Çary aşygyny paýlandan soň oganlaryň her birinde 8 aşygy bolýar. Diýmek, şol paýlanyşykdan öň Çarynyň 16, Amanyň 4, Merediň hem 4 aşygy bar eken. Meret aşyklaryny paýlamazdan öň bolsa, Amanyň 2, Merediň 14, Çarynyň 8 aşygy bar eken. Onda Aman aşyklaryny paýlamazdan öň Amanyň 13, Merediň 7, Çarynyň 4 aşygy bar eken.

**50.** Iň soňunda doganlaryň her birinde 8 hoz bar eken.

Diýmek, uly dogan hozlarynyň ýarysyny paýlamanka onuň 16 hozy, beýleki doganlaryň her biriniň 4 hozy bardy. Onda ortanjy dogan hozlarynyň ýarysyny paýlamazdan öň onyň 8 hozy, uly doganyň 14 hozy, kiçi doganyň 2 hozy bardy. Kiçi dogan hozlarynyň ýarysyny paýlamazdan öň onyň 4 hozy, uly doganyň 13 hozy, ortanjy doganyň 7 hozy bardy.

**Jogaby.** 13, 7, 4 ýaşynda.

**51.** Atasynyň üçünji agtygyna iň az kömelek berenligine göz ýetirmek kyn däl. Sebäbi ol doganlary bilen deňleşmek üçin atasynyň bereni ýaly kömelek tapmaly bolýar. Goý, aýdaly atasy üçünji agtygyna  $x$  kömelek beripdir diýeliň. Onda ol öýlerine ýene şonça kömelek tapyp,  $2x$  kömelek getirýär. Dördünji agtygy berlen kömelekleriň ýarysyny ýitirip ol hem  $2x$  kömelek getirýär. Diýmek, atasy dördünji agty-

gyna ilkibaşda  $4x$  kömelek beripdir. Birinji agtygy 2 kömelek tapandan soň öýlerine  $2x$  kömelek getirýär. Diýmek, atasy oňa ilkibaşda  $2x - 2$  kömelek beripdir. Ikinji agtygy 2 kömelek ýitirenden soň öýlerine  $2x$  kömelek getirýär. Diýmek, atasy ilkibaşda oňa  $2x + 2$  kömelek beripdir. Deňleme düzýäris we ony çözüýäris:  $x + 4x + 2x - 2 + 2x + 2 = 45$ ;  $9x = 45$ ;  $x = 5$ . Diýmek, atasy üçünji agtygyna 5, dördünji agtygyna  $4 \cdot 5 = 20$ , birinji agtygyna  $2 \cdot 5 - 2 = 8$ , ikinji agtygyna  $2 \cdot 5 + 2 = 12$  kömelek beripdir.

**52.** 12 we 4 serçe

**53.** Atasy  $100 - 45 = 55$ , kakasy 35, ogly  $(45 - 25) : 2 = 10$  ýaşynda.

**54.** Ogly doglanda kakasy 24 ýaşynda eken. Diýmek, häzir ogly 24 ýaşynda.

**55.** 10 m we 1 m = 10 dm.

**56.** 4 ogly 3 balyk tuupdyr.

**57.** 10 guş we 6 tut agajy bar.

**58.** Amanda 10 maly, Çaryda bolsa 6 maly bar.

Küşt tagtasynyň 64 öýjügi bar. Boş öýjüklereň sany mally öýjüklereň sanýndan üç esse köp. Diýmek, boş öýjüklere 48 we mally öýjüklere 16 sany. Amanyň 4 maly köp. Eger bu dört mal bolmasa, onda olaryň deň mallary, ýagny her biriniň  $(16 - 4) : 2 = 6$  maly bolardy. Amanyň 4 maly köp bolany üçin onuň  $6 + 4 = 10$  maly, Çarynyň bolsa 6 maly bar.

**59.** Ýaşulynyň ýaşan her 10 ýylynyň üstüne 2 ýyldan goşsaň onuň ýaşı 84 bolýar. 84-i 12-ä bölüp 7-ni alýarys. Diýmek, oglynyň atasy 7 onlugy ýaşapdyr, ýagny ol 70 ýaşynda.

**60.** Goý, Aman birinji oýny utanda  $x$  pisse alan bolsun. Onda ol ikinji oýnundan soň  $4 \cdot x$ , üçünji oýnundan soň  $4 \cdot 4x = 16x$ , dördünji oýundan soň  $4 \cdot 16x = 64x$  we jemi  $x + 4x + 16x + 64x = 85x$  pisse alypdyr.  $85x = 255$  deňlemäni çözüp  $x = 3$  tapýarys. Aman birinji oýundan soň 3, ikinji

oýundan soň 12, üçünji oýundan soň 48, dördünji oýundan soň bolsa 192 pisse alypdyr.

**61.** Üç doganyň her haýsy 5 hozdan iýenden soň ola-ryň galan hozlary beýleki iki dogana berlen hozlaryň sanyna deň boldy. Bu bolsa üç doganyň her birinin öz hozlarynyň  $\frac{1}{3}$  -

ini, üçüsiniň bilelikde bolsa bir dogana berlen, ýagny 15 hozy iýendiklerini aňladýar. Diýmek, kakasy doganlaryň her birine 15 hozdan paýlapdyr.

Meseläni denleme düzüp hem çözüp bolýar. Eger her dogana berlen hozy  $x$  bilen belgilesek, onda  $3(x - 5) = 2x$  deňlemäni düzüp bileris. Ony çözüp,  $x = 15$  jogaby alarys.

**62.** Maýmynyň, syçanyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 12,6 manat bolany üçin aýynyň bahasy  $16,8 - 12,6 = 4,2$  manat.

Aýynyň, syçanyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 11,2 manat bolany üçin maýmynyň bahasy  $16,8 - 11,2 = 5,6$  manat.

Maýmynyň we pişigiň bilelikdäki bahasy 10,2 manat bolany üçin syçanyň bahasy  $12,6 - 10,2 = 2,4$  manat.

Pişigiň bahasy  $16,8 - 4,2 - 5,6 - 2,4 = 4,6$  manat.

**63.** Transportir üçin 0,4, sirkul üçin 0,72, çyzgyç üçin 0,08 manat töläpdirin.

**64.** Şäher bilen obanyň arasyndaky uzaklyk 36 km deň. Bu jogaby  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 12 = x$  deňlemäni çözüp alýarys.

**65.** 75 sygyr, 50 goýun we 25 geçi bar.

**66.** 6 agtygy bar eken. Ol 27 somsa bişiripdir.

**67.** 10 manat.

**68.** Meseläni deňleme düzüp çözelin. Goý ähli üzüm hasyly  $x$  bolsun. Onda zawoda tabşyrylan üzüm  $\frac{1}{3}x - 2000$  bolar.

Galan üzüm hasyly  $x - \left(\frac{1}{3}x - 2000\right) = \frac{2}{3}x + 2000$  bolar.

Galan üzümiň  $\frac{1}{2}$ -ini we 6000kg tapýarys.

$$\left(\frac{2}{3x} + 2000\right) \cdot \frac{1}{2} + 6000 = \frac{1}{3}x + 1000 + 6000 = \frac{1}{3}x + 7000.$$

Indi deňleme düzýäris:

$$\frac{2}{3}x + 2000 = \frac{1}{3}x + 7000; \frac{1}{3}x = 5000; \quad x = 15000 \text{ Diýmek,}$$

daýhan 15000 kg üzüm hasylyny ýetişdiripdir.

$$\text{Onuň } 15000 \cdot \frac{1}{3} - 2000 = 3000 \text{ kg zawoda tabşyryp}$$

$$12000 \cdot \frac{1}{2} + 6000 = 12000 \text{ kg bolsa bazarda satypdyr.}$$

**Jogaby.** 15000kg; 3000kg; 12000kg.

**69.** Depderiň bahasy 25 teňňe, galamyň bahasy 5 teňňe.

**70.** Goý, Amanyň  $x$  manat puly bar bolsun. Onda Mergeniň  $x+1,2$  manat puly bolar. Topuň bahasyny  $a$  bilen belgiläp, aşakdaky deňlemeler ulgamyny ýazyp bileris:

$$\begin{cases} a - x = 4, \\ a - x - x - 1,2 = 0,8 \end{cases} \text{ Bu ulgamy çözüp } a=6, x=2 \text{ alarys.}$$

Diýmek, Amanyň 2 manat, Mergeniň bolsa 3,2 manat pullary bar. Topuň bahasy 6 manat.

**71.**  $x+x+3=36$  deňlemäniň natural sanlarda çözüwi bolmany üçin meseläniň çözüwi ýok.

**72.** Maşgalada 4 oglan we 3 gyz bar.

**73.** Birinji derejeli küştçileriň ýaryşynda ýeňiji bolan küştçi 3 utukdan köp gazanyp bilmez. Ikinji derejeli küştçileriň

ýaryşynda jemi  $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  döw oýnalyp, bu ýaryşa gatna-

şyjylar bilelikde 15 utuk gazanyp bilerler. Eger ikinji ýary-

şyn ýeňijisi  $2\frac{1}{2}$  utuk gazansa, onda galan 5 oýunçy bilelikde

$12\frac{1}{2}$  utuk gazanardy. Bu bolsa olaryň her biriniň  $2\frac{1}{2}$  utuk ýa-da biriniň ondan hem kän utuk gazanmagyny aňladardy.

Diýmek, ikinji ýaryşyň ýeňijisi hem 3 utukdan az utuk gazanyp bilmeýär. Emma ol 3 utukdan köp utuk hem gazanyp bilmeýär. Sebäbi ol birinji ýaryşyň ýeňijisi bilen deň utuk gazanypdyr. Diýmek, ikinji ýaryşyň oýunçylary utuklary diňe aşakdaky ýaly paýlaşyp bilerler: ýaryşyň ýeňijisi 3

utuk, 4 oýunçynyň her haýsy  $2\frac{1}{2}$  utuk, bir oýunçy bolsa 2

utuk gazanypdyr.

**74.** Goý, ýaryşa gatnaşan 8-nji synp okuwçylarynyň sany  $x$  bolsun. Onda ýaryşa gatnaşan 9-njy synp okuwçylarynyň sany  $10x$  bolar we ýaryşa jemi  $11x$  oýunçynyň gatnaşan-lygy belli bolar. Ýaryşa gatnaşanlaryň her biri  $11x - 1$  döw oýnap,

ähli oýunçylaryň oýnan döwleriniň sany  $\frac{11x(11x-1)}{2}$  bolar.

Diýmek, ähli oýunçylaryň gazanjak utuklarynyň sany hem  $\frac{11x(11x-1)}{2}$  bolar. Şerte görä 8-nji synp okuwçylary

9-njy synp okuwçylaryna garanyňda 4,5 esse az utuk gazanypdyrlar. Diýmek, ähli utuklaryň 5,5 bölegi, ýagny

$\frac{11x(11x-1)}{2} : 5,5 = 11x(11x-1)$  utuk 8-nji synp okuwçylary-

nyň paýyna düşýär. Her bir okuwçy iň kän bolanda, oýnan ähli döwlerini utup  $11x-1$  utuk gazanyp bilýär. Şeýlelik bilen her bir ýaryşa gatnaşan 8-nji synp okuwçysy öz oýnan ähli döwüni (şol sanda 8-nji synpdan bolan garşydaşlaryny hem) utan bolup çykýar. Gapma-garşylyk alyndy. Bu gapma-gar-

şylyk diňe 8-nji synp okuwçysy 1 sany bolanda çözülýär. Diýmek,  $x=1$  we onuň gazanany  $11 \cdot 1 - 1 = 10$  utuga deň.

**75.** Birinji alyjy ýag alandan soň çelekke  $100\% - 25\% = 75\%$  ýag galar. Bu ýagyň 30%-i

$75 \cdot \frac{30}{100} = 22,5\%$  bolar. Onda ikinji alyjy ýag alandan soň

çelekke  $75\% - 22,5\% = 52,5\%$  ýag galar. Bu ýagyň 40%-i

$52,5 \cdot \frac{40}{100} = 21\%$  bolar. Üçünji alyjy ýag alandan soň çelekke

$52,5\% - 21\% = 31,5\%$  ýag galar.

**76.** Harydyň bahasy gymmatladylandan soň  $100\% + 10\% = 110\%$  bolar. Arzanladylandan soň harydyň

bahasy  $110 \cdot \frac{10}{100} = 11\%$  arzan bolar. Harydyň soňky bahasy

$110\% - 11\% = 99\%$  bolar. Diýmek, harydyň bahasy 1% arzanlar.

**77.** Toplaryň ikinjisi birinjisiniň  $\frac{100}{150} \cdot 100\% = 66\frac{2}{3}\%$  düzýär.

Diýmek, ikinji top birinji topdan  $100\% - 66\frac{2}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$

arzan.

**78.** Birinji enjam goýulandan soňra sagatda 75 kw/sag elektrik energiýasy harçlanyp başlandy. Ikinji enjamyň goýulmagy elektrik energiýasyny ýene-de 20% tygşytlamaga mümkinçilik berdi. 75-iň 20%-i 15-e deň. Onda  $75 - 15 = 60$ . Diýmek, täze enjamlar goýulandan soňra zawod sagatda 60 kw/sag elektrik energiýasyny harçlap başlady.

**79.** Birinji harydyň bahasy birinji gezek arzanladylandan-da onuň bahasy öňki bahasynyň 85% deň bolýar. Ikinji gezek arzanladylanda onuň bahasy ilkibaşdaky bahasynyň

$$\left(85 \cdot \frac{85}{100}\right)\% = \frac{7225}{100}\% = 72,25\% \text{ deň bolýar.}$$

Ikinji harydyň bahasy 30% arzanladylandan soň onuň bahasy öňki bahasynyň 70% deň bolýar. Diýmek, ikinji harydyň bahasy birinji harydyň bahasyna görä arzan.

**80.** Ýoluň ikinji ýarymyny geçmek üçin awtobus ýoluň

birinji ýarymyna sarp eden wagtyň  $\frac{100}{125} = \frac{4}{5}$  bölegini sarp

etdi. AwtoBUSyň ýoluň birinji we ikinji ýarymlaryny geçmek üçin sarp eden wagtlarynyň tapawudy  $\frac{1}{5}$ -e deň. Diýmek, bu

wagt  $\frac{1}{2}$  sagada deň. Diýmek awtobus ýoluň birinji ýarymyny

$\frac{1}{2} \cdot 5 = 2\frac{1}{2}$  sagatda, ikinji ýarymyny 2 sagatda, ähli ýoly

bolsa  $2\frac{1}{2} + 2 = 4\frac{1}{2}$  sagatda geçipdir.

**81.** Myradyň tizligi Amanyň tizliginiň  $\frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} = \frac{99}{100}$

bölegini düzýär. Diýmek, Aman mekdebe öň barar.

## Matematiki sofizmler

Göräymäge dogry, emma aslynda bilgeşleýin toslanan, logika ters gelyän pikire (netije çykarma) sofizm diýilýär. Adatça matematiki sofizmlerde gizlin ýagdaýda gadagan edilen amallar (meselem, nola bölmek, otrisatel aňlatmadan jübüt derejeli kök almak we ş.m.) ýerine ýetirilýär ýa-da düzgünleri, formulalary ýa-da teoremlary ulanmagyň şertleri göz önünde tutulmaýar. Käbir sofizmlerde bolsa ýalňyş çyzgylary ulanmak arkaly pikir ýöretmeler geçirilýär we manysyz, ýalňyş netijeler alynýar.

Matematiki sofizmleri derňemek, pikir ýöretmelerdäki ýol berlen ýalňyşlyklary öwrenmek okuwçylarda dogry pikirlenmek endigini, mysal-meseleleri çözenlerinde we teoremlary subut edenlerinde örän ünsli, ägä bolmalydyklaryny terbiýeleýär. Matematiki sofizmleri derňemek okuwçylaryň logiki pikirlenmek ukyplaryny, dogry pikir ýöretmek başarnyklaryny ösdürýär. Sofizmiň ýalňyşlygyny tapmak, şuna meňzeş ýalňyşlyklara soňra ýol berilmeginiň önüni alýar.

Matematiki sofizmler käbir matematiki maglumatlara has çuňňur düşünmeklige ýardam edýär. Meselem, 4-nji synpyň matematikasynda “Sany nola bölmek bolmaýar” diýen tassyklama öwrenilýär. Emma okuwçylaryň köpüsi wagt geçenden soň bu tassyklamany ýatdan çykarýarlar we nola bölmek bilen baglanyşykly ýalňyşlyklara ýol berýärler. Emma okuwçylara nola bölmek arkaly “ $5=9$  deňligi “subut” edip görkezmek” we bu subudyň ýalňyşlygyny olaryň özlere tapdyrmak, soňra bu ýalňyşlygyň gaýdyp gaýtalanmazlygyna ýardam edýär.

Matematiki sofizmler okuwçylarda uly gyzyklanma hem döredýär. Diýmek, sofizmler okuwçylara matematikany çuňňur öwretmegiň serişdesi bolup hyzmat edýär.

## Sofizmler

1.  $2 \cdot 2 = 5$  deňligi subut edýäris.

Munuň üçin  $4:4=5:5$  dogry san deňligini ýazýarys. Bu deňligiň iki böleginden hem ýaýyň daşyna umumy köpeldijini çykaryp alarys:

$$4(1:1)=5(1:1).$$

Ýaýdaky sanlar deňdir, şoňa görä-de  $4=5$  ýa-da  $2 \cdot 2 = 5$ .

2.  $2=3$  deňligi subut edeliň.

Munuň üçin  $4-10=9-15$  dogry deňligi ýazyp, onuň üstünde aşakdaky ýaly özgertmeleri geçipýäris:

$$4-10+6\frac{1}{4}=9-15+6\frac{1}{4};$$

$$\left(2-\frac{5}{2}\right)^2=\left(3-\frac{5}{2}\right)^2;$$

$$2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2};$$

Diýmek,  $2=3$ .

3.  $7=1$  deňligi subut edýäris.

Munuň üçin 7-niň we 1-iň her birinden 4-i aýyryarys we netijede 3 we  $-3$  sanlary alarys. Ol sanlary kwadrata göterip, özara deň  $3^2=(-3)^2=9$  alarys. Diýmek, 7 we 1 sanlar hem özara deň bolmaly.

4.  $6=7$  deňligi subut edeliň.

Aşakdaky deňlemeler ulgamyny ornuna goýmak usuly bilen çözüäris:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 2 = -\frac{y}{3} \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x = 2 - \frac{y}{3} \end{cases}, \quad \begin{cases} 3\left(2 - \frac{y}{3}\right) + y = 7 \\ x = 2 - \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$6 - y + y = 7, \quad 6 = 7.$$

### 5. Piliň agramy syçanyň agramyna deň.

Goý, piliň agramy  $a$  (kg), syçanyň agramy bolsa  $b$  (kg) bolsun. Olaryň agramlarynyň orta arifmetiki bahasyny  $v$  bilen belgiläliň. Onda

$$a + b = 2v, \quad a = 2v - b, \quad a - 2v = -b$$

bolar. Soňky iki deňligi agzama-agza köpeldip alarys:

$$a^2 - 2av = b^2 - 2bv.$$

Bu deňligiň her bölegine  $v^2$  goşup alarys:

$$a^2 - 2av + v^2 = b^2 - 2bv + v^2 \quad \text{ýa-da} \quad (a - v)^2 = (b - v)^2.$$

Soňky deňlikden

$$(a - v) = (b - v) \quad \text{ýa-da} \quad a = b$$

alarys. Diýmek, piliň agramy syçanyň agramyna deň.

### 6. Otlyçöp telegraf sütüninden iki esse uzynlygyr.

Goý, otlyçöpüň uzynlygy  $a$  (dm), telegraf sütüniniň uzynlygy bolsa  $b$  (dm) bolsun.  $b$ -niň we  $a$ -nyň tapawudyny  $c$  bilen belgiläp alarys:

$$b - a = c, \quad b = a + c.$$

Bu deňlikleri agzama-agza köpeldip alarys:

$$b^2 - ba = c^2 + ca.$$

Soňky deňligiň iki böleginden hem  $bc$  aýyryp alarys:

$$b^2 - ba - bc = c^2 + ca - bc \quad \text{ýa-da} \quad b(b - a - c) = -c(b - a - c).$$

Bu ýerden  $b = -c$  deňligi alarys.  $c = b - a$  bolýanlygyny göz önünde tutsak

$$b = a - b \quad \text{ýa-da} \quad a = 2b$$

deňligi alarys. Diýmek, otlyçöpüň uzynlygy ( $a$ ), telegraf sütüniniň uzynlygyndan ( $b$ ) iki esse uly.

### 7. $2 = -2$ deňligiň subudy.

$16 - 16 + 4 = 1 - 6 + 9$  deňligiň dogrulygy şübhesizdir.

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 + 2^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 + 3^2;$$

$$(4 - 2)^2 = (1 - 3)^2;$$

$$4 - 2 = 1 - 3;$$

$$2 = -2.$$

### 8. Otrisetel san položitel sandan uludyr.

$a > 0$  we  $b > 0$  iki san alyp, aşakdaky iki gatnaşygy deňeşdireliň:  $\frac{a}{-b}$  we  $\frac{-a}{b}$ . Bu gatnaşyklar deňdir, çünki

olaryň her biri  $-\frac{a}{b}$  deňdir. Proporsiýa düzýäris:

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}.$$

Eger proporsiýada birinji gatnaşygyň ilkinji agzasy özünden soň gelyän agzadan uly bolsa, onda ikinji gatnaşykda hem bu şert ýerine ýetmeli. Biziň mysalymyzda  $a > -b$ , diýmek  $-a > b$  şert hem ýerine ýetmeli. Onda otrisetel san položitel sandan uly bolar.

### 9. Noldan tapawutly islendik san özüne garşylykly sana deňdir.

Noldan tapawutly erkin  $a$  sany alalyň we ony  $x$  bilen belgiläliň:  $x = a$ . Bu deňligiň iki bölegini hem  $-4a$  köpeldeliň:

$$-4ax = -4a^2 \quad \text{ýa-da} \quad 4a^2 - 4ax = 0.$$

Bu deňligiň iki bölegine hem  $x^2$  goşup alarys:

$$x^2 - 4ax + 4a^2 = x^2 \quad \text{ýa-da} \quad (x - 2a)^2 = x^2.$$

Diýmek,  $x - 2a = x$ .  $x = a$  deňligi göz önünde tutup alarys:

$$a - 2a = a \quad \text{ýa-da} \quad a = -a.$$

### 10. Deň däl iki sanyň elmydama birinjisi ikinjisinden uludyr.

Goý,  $a$  we  $b$  erkin sanlar we  $a \neq b$  bolsun. Onda  
 $(a-b)^2 > 0$ , ýagny  $a^2 - 2ab + b^2 > 0$ , ýagny  $a^2 + b^2 > 2ab$ .  
 Bu deňsizligiň iki bölegine-de  $-2b^2$  goşup alarys:  
 $a^2 - b^2 > 2ab - 2b^2$  ýa-da  $(a-b)(a+b) > 2b(a-b)$ .  
 Deňsizligiň iki bölegini hem  $a-b$  bölüp alarys:  $a+b > 2b$ . Bu  
 ýerden bolsa  $a > b$  gelip çykýar.

**11.** Islendik san özünden iki esse uly sana deň.  
 Goý,  $a$  islendik san bolsun.  $a^2 - a^2 = a^2 - a^2$  toždestwo alalyň.  
 Onyň üstünde aşakdaky ýaly özgertmeleri geçireliň:  
 $a(a-a) = (a-a)(a+a)$ .  
 Bu toždestwony ýönekeýleşdirip  $a=2a$  deňligi alarys.

**12.**  $2=3$  deňligiň ýene bir täsin “subudyny” getireliň.  
 Islendik  $b$  san we  $a=b+1$  san alalyň. Bu deňligiň iki bölegini  
 hem  $a-b$  köpeldeliň:  
 $a^2 - ab = ab + a - b^2 - b$  ýa-da  $a^2 + b^2 = 2ab + a - b$ .  
 Bu deňlik islendik  $b$  we  $a=b+1$  deňlik bilen berlen  $a$  san üçin  
 dogrudyr. Onda  $a=2$  we  $b=2$  bahalary goýup alarys:  
 $4+4=2 \cdot 2 + 2 - 2$ ,  
 ýagny deňlik dogry. Diýmek,  $a=b+1$  berlen deňlik hem  
 $a=b=2$  bolanda dogry. Şunlukda,  $2=2+1$ , ýagny  $2=3$ .

**13.**  $a+b=b+a$  jem üçin orun çalşyрма kanunyň “subudyny”  
 getireliň.  
 Bu häsiýet ýerine ýetmeýär, diýip güman edeliň.  
 Şeýlelikde, islendik  $a$  we  $b$  üçin  $a+b \neq b+a$ .  $b=a$  diýip alarys:  
 $a+a \neq a+a$ , bu bolsa mümkin däl. Alnan gapma-garşylyk  
 jem üçin orun çalşyрма kanuny nädogry diýip güman  
 etmämiziň ýalňyşdygyny görkezýär, şoňa görä-de, elmydama  
 $a+b=b+a$  deňlik ýerine ýetýär. Bu mysalda tassyklamanyň  
 özi dogry, ýöne subudy ýalňyşdyr. Nirede ýalňyşlyk  
 göýberilipdir ?

**14.**  $5=6$  subut edeliň.

$35+10-45=42+12-54$  deňligiň dogrudygyny barlamak kyn  
 däl. Umumy köpeldijini ýaýyň daşyna çykaryp bu deňligi  
 aşakdaky görnüşde ýazmak bolýar:

$$5(7+2-9)=6(7+2-9).$$

Bu deňligiň iki bölegini hem  $(7+2-9)$  -a bölüp  $5=6$  alarys.

**15.**  $4=5$  subut edeliň.

$$a=4 \text{ we } b=5 \text{ iki san alalyň we olaryň ýarym jemini } c = \frac{a+b}{2}$$

bilen belgiläliň. Onda

$$a=2c-b \text{ we } 2c-a=b$$

bolar. Bu deňlikleri agzama-agza köpeldip, alarys:

$$a^2 - 2ac = b^2 - 2bc.$$

Deňligiň iki bölegine hem  $c^2$  goşup

$$a^2 - 2ac - c^2 = b^2 - 2bc + c^2 \text{ ýa-da } (a-c)^2 = (b-c)^2$$

deňligi alarys. Diýmek,

$$a-c=b-c, \text{ bu ýerden } a=b, \text{ ýagny } 4=5$$

gelip çykýar.

**16.** Ýarym bitine deňdir.

Islendik  $a$  we  $b$  sanlar üçin

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

deňlik dogrudyr. Goý,  $b=a$  bolsun, onda

$$a^2 - a^2 = (a+a)(a-a) \text{ ýa-da } a(a-a) = (a+a)(a-a)$$

bolar. Bu deňligiň iki bölegini hem  $(a-a)$  bölüp  $a=a+a$  ýa-da

$a=2a$  alarys. Diýmek,  $\frac{a}{2} = a$ , ýagny ýarym bitine deňdir.

**17.** Islendik san onuň ýarysyna deň.

Iki sany deň položitel  $a$  we  $b$  sanlary alalyň.  $a=b$  deňligiň  
 iki bölegini hem  $a$  sana köpeldip we iki böleginden hem  
 $b^2$ -y aýryp alarys:

$$a^2 - b^2 = ab - b^2.$$

Bu deňligi köpeldijilere dagydyp

$$(a+b)(a-b) = b(a-b)$$

alarys. Bu deňligiň iki bölegini hem  $(a-b)$  bölüp  $a+b=b$  deňligi alarys. Ýöne, şert boýunça  $b=a$ , bu ýerden  $2a=a$  alarys. Islendik sanyň özüniň ýarysyna deňdigini aldyk.

**18.**  $5=7$  subut edeliň.

Erkin položitel  $b$  san we  $b$  sandan  $1,5$  esse uly bolan  $a$  san alalyň.  $a=1,5b$  deňligiň üstünde özgertmeler geçirip

$$10a=15b \text{ we } 14a=21b$$

deňlikleri alarys. Bu deňliklerden bolsa

$$14a-10a=21b-15b \text{ ýa-da } 15b-10a=21b-14a$$

alarys. Dimek,

$$5(3b-2a)=7(3b-2a).$$

Bu deňligiň iki bölegini hem  $3b-2a$  gysgaldyp,  $5=7$  alarys.

**19.**  $9=5$  subut edeliň.

$9+5=2 \cdot 7$  deňligiň dogrudygyny aýdyňdyr. Bu deňligiň iki bölegini hem  $9-5$  köpeldip

$$9^2-5^2=2 \cdot 7 \cdot 9-2 \cdot 7 \cdot 5 \text{ ýa-da } 9^2-2 \cdot 7 \cdot 9=5^2-2 \cdot 7 \cdot 5$$

alarys. Alnan deňligiň iki bölegine hem  $49=7^2$  goşup

$(9-7)^2=(5-7)^2$  alarys. Eger kwadratlary deň bolsa, onda bu sanlaryň özleri hem deňdirler. Şonuň üçin,  $9-7=5-7$ . Diýmek,  $9=5$ .

**20.**  $5=4$  subut edeliň.

Goý,  $x=5$ ,  $y=4$  bolsun, onda  $x+y=9$  bolar. Bu deňligiň iki bölegini hem  $x-y$  köpeldip

$$x^2-y^2=9x-9y \text{ ýa-da } x^2-9x=y^2-9y$$

alarys. Bu deňligiň iki bölegine hem  $\frac{81}{4}$  goşup

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(y - \frac{9}{2}\right)^2$$

deňligi alarys. Soňky deňlikden

$$x - \frac{9}{2} = y - \frac{9}{2}$$

alarys. Diýmek,  $x=y$ , ýagny  $5=4$ .

**21.** Algebraik sofizmlere bagyşlanan matematikadan gurnaklaryň bir maslahatynda Ahmet hemme sanlaryň özara deňdigini subut etmäge synanyşdy. Ol özüniň örän geň tassyklamasyna degişli üç sany subut getirip görkezdi. Olary aýdyňlaşdyryň:

1) Goý,  $a$  we  $b$  islendik san, özem  $a>b$  bolsun.  $a-b=c$  belgileme girizeliň, bu ýerde  $c$  položitel san. Diýmek,  $a=b+c$ . Bu deňligiň iki bölegi hem  $a-b$  položitel sana köpeldeliň we alnan aňlatmada özgertmelr geçireliň:

$$a^2-ab=ab+ac-b^2-bc; a^2-ab-ac=ab-b^2-bc; a(a-b-c)=b(a-b-c).$$

Bu deňligiň iki bölegini hem şol bir  $a-b-c$  sana bölüp  $a=b$  alarys.

2) Goý,  $a$  we  $b$  islendik san bolsun. Olaryň orta arifmetik bahasyny  $c$  bilen belgiläliň. Diýmek,

$$c = \frac{a+b}{2} \text{ bu ýerden } 2c-a=b \text{ we } a=2c-b$$

alarys. Bu deňlikleri agzama-agza köpeldeliň:

$$2ac-a^2=2bc-b^2.$$

Bu deňligiň iki bölegine hem  $-c^2$  goşup

$$-c^2+2ac-a^2=-c^2+2bc-b^2 \text{ ýa-da } -(c-a)^2=-(c-b)^2$$

alarys. Soňky deňligiň iki bölegini hem  $-1$  sana köpeldip  $(c-a)^2=(c-b)^2$  deňligi alarys. Diýmek,

$$c-a=c-b \text{ ýa-da } -a=-b, \text{ şoňa görä-de } a=b.$$

Şert boýunça  $a$  we  $b$  erkin sanlardyr, onda biz ähli sanlaryň deňdigini subut etdik.

3)  $3-1=6-4$  deňlik düşnükli. Bu deňligiň iki bölegini hem  $-1$  sana köpeldeliň we  $\frac{9}{4}$  goşalyň:

$$1-3=4-6; 1-2 \cdot 1 \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = 4-2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}; \left(1-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(2-\frac{3}{2}\right)^2.$$

Bu deňlikden  $1-\frac{3}{2}=2-\frac{3}{2}$  alarys. Şunlukda,  $1=2$ . Ýöne, eger

$1=2$  bolsa, onda bu deňligiň iki bölegine hem 1 goşup,  $2=3$ , soňra  $3=4$ , we ş.m. alarys. Diýmek,  $1=2=3=4=\dots$ .

Gurnagyň agzalary soňky ýagdaýyň subudyndaky ýetmezçiligi derrew görkezdir, çünki Ähmet islendik san üçin deňligi subut etmegi boýun alypdy. Ol bolsa diňe bitin sanlar üçin deňligi subut etdi.

**22.** Islendik iki položitel sanyň jemi nola deňdir.

Goý,  $a$  we  $b$  islendik iki položitel san bolsun, onda olaryň jemi  $c=a+b$  san hem položitel sandyr. Bu deňligiň iki bölegini hem  $a+b$  sana köpeldip alarys:

$$c(a+b)=(a+b)^2; ac+bc=a^2+2ab+b^2; a^2+2ab+b^2-ac-bc=0.$$

Soňky deňligiň çep bölegini köpeldijilere dagydalyň:

$$(a^2+ab-ac)+(ab+b^2-bc)=0; a(a+b-c)+b(a+b-c)=0.$$

Bu aňlatmany  $a+b-c$  gysgaldyp  $a+b=0$  alarys.

**23.** Noluň islendik sandan ulydygyuny subut edeliň.

Eger  $a$  otrisatel san bolsa, onda tassyklama aýdyňdyr. Goý,  $a$  islendikçe uly položitel san bolsun.  $a-1 < a$  deňsizligiň dogrudygyny düşnükli. Bu deňsizligiň iki bölegini hem  $-a$  sana köpeldip  $-a^2+a < -a^2$  alarys. Alnan deňsizligiň iki bölegine hem  $a^2$  goşup, alarys:

$$-a^2+a+a^2 < -a^2+a^2, \text{ ýagny } a < 0.$$

Diýmek, islendik položitel san noldan kiçidir.

**24.** Islendik sanyň nola deňdigiňiň iki subudyny getireliň.

1) Erkin  $a$  san alalyň we onuň ýarsyny  $x$  bilen belgiläliň, diýmek,  $2x=a$  bolar. Bu deňligiň iki bölegini hem  $a$  sana köpeldip

$$2ax=a^2 \text{ ýa-da } a^2-2ax=0$$

alarys. Soňky deňligiň iki bölegine hem  $x^2$  goşup, alarys:

$$a^2-2ax+x^2=x^2; (a-x)^2=x^2 \text{ ýa-da } (x-a)^2=x^2.$$

Şunlukda,  $x-a=x$ . Diýmek,  $a=0$ .

**2)** Aşakdaky tükeniksiz jeme garalyň:

$a-a+a-a+a-a-\dots$ . Bu jemi aşakdaky ýaly iki görnüşde aňlatmak bolýar:

$$(a-a)+(a-a)+(a-a)+\dots=0 \text{ ýa-da}$$

$$a-(a-a)-(a-a)-(a-a)-\dots=a.$$

Bu deňlikleriň çep bölekleri deň, diýmek, olaryň sag bölekleri hem deňdirler.

**25.** Islendik san özünden bir birlik uly sana deňdir.

Goý, käbir  $a$  san berlen bolsun.  $a=a+1$  deňligi subut etmek talap edilýär. Aýdyň toždestwa garalyň:

$$a^2-a(2a-1)=(a-1)^2-(a-1)(2a-1).$$

Bu toždestwonyň iki bölegine-de  $\frac{2a-1}{2}$  sanyň kwadratyny goşup alarys:

$$\left(a-\frac{2a+1}{2}\right)^2=\left(a-\frac{2a-1}{2}\right)^2 \quad (1)$$

(1) deňligiň iki böleginden hem kwadrat kök alýarys:

$$a-\frac{2a+1}{2}=a-\frac{2a-1}{2} \quad (2)$$

$$\text{ýa-da } a-\frac{2a+1}{2}=a+1-\frac{2a+1}{2}, \text{ ýa-da } a=a+1.$$

**26.**  $a>a+1$  ( $a$  - natural san) deňsizligi subut edeliň.

$$\left(\frac{1}{n}\right)^a > \left(\frac{1}{n}\right)^{a+1} \text{ dogry deňsizlige garalyň, bu ýerde } n -$$

birden uly natural san. Deňsizligiň iki böleginden hem onluk logarifm alalyň:

$$a \lg \frac{1}{n} > (a+1) \lg \frac{1}{n}.$$

Bu deňsizligiň iki bölegini hem  $\lg \frac{1}{n}$  -e bölüp alarys:  $a > a+1$ .

**27.** Gapma–garşylykly sanlaryň deňligini subut edeliň.

Käbir  $a$  položitel sana we oňa gapmagarşylykly  $-a$  sana garalyň.  $a = -a$  deňligi subut edeliň. Deňligiň iki bölegini hem kwadrata götereliň:  $a^2 = (-a)^2$ . Bu deňligi logarifmläp alarys:

$$2 \lg a = 2 \lg(-a), \text{ ýa-da } \lg a = \lg(-a),$$

bu ýerden  $a = -a$  alarys.

**28.**  $2=4$ .

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$  toždestwodan

$$\left(\cos^2 x\right)^{\frac{3}{2}} = \left(1 - \sin^2 x\right)^{\frac{3}{2}} \text{ ýa-da } \cos^3 x = \left(1 - \sin^2 x\right)^{\frac{3}{2}}$$

deňlikleri alarys. Alnan deňligiň iki bölegine-de 3-i goşalyň.

Alnan deňlikde  $x$ -iň ýerine  $180^\circ$  goýup  $-1+3=1+3$ , ýagny  $2=4$  deňligi alarys.

$$\mathbf{29.} \quad f(x) = \sqrt{x^2} \text{ otrisatel däl funksiýadan alnan } \int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx$$

integralyň nola deňligini subut edeliň.

$$\text{Alarys: } \int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx = \int_{-1}^1 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$$

## Jogaplar

**1.**  $4:4=5:5$  toždestwonyň sag we çep böleginde ýaýyň daşyna umumy köpeldiji çykarlanda ýalňyşlyk göýberildi.

$$\mathbf{2.} \quad \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2 \text{ kwadrat deňlik } 2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2} \text{ deňlige}$$

$$\text{däl-de, eýsem } \left|2 - \frac{5}{2}\right| = \left|3 - \frac{5}{2}\right| \text{ deňlige deňgüýçlüdir.}$$

**3.** Iki sanyň kwadratynyň deňdiginden, bu sanlaryň deňdigi gelip çykmaýar.

**4.** Berlen ulgamyň deňlemeleri ylalaşmaýar.

**5.**  $(a-v)^2 = (b-v)^2$  kwadrat deňlik  $a-v=b-v$  deňlige deňgüýçli däl. Bu kwadrat deňlik  $|a-v| = |b-v|$  deňlige deňgüýçlüdir.

**6.**  $b-a-c$  bölüp bolanok, çünki  $b-a-c=0$ .

**7.**  $(4-2)^2 = (1-3)^2$  kwadrat deňlik  $4-2=1-3$  deňlige dälde eýsem  $|4-2| = |1-3|$  deňlige deňgüýçlüdir.

**8.** Eger-de proporsiýanyň käbir agzasy otrisatel bolsa we proporsiýada birinji gatnaşygyň birinji agzasy ondan soňky agzadan uly bolsa, onda ikinji gatnaşygyň birinji agzasynyň soňky agzadan uly bolmazlygy hem mümkindir.

**9.**  $(x-2a)^2 = x^2$  kwadrat deňlik  $x-2a=x$  deňlige deňgüýçli diýlende ýalňyşlyk göýberildi. Bu kwadrat deňlik  $|x-2a| = |x|$  deňlige deňgüýçlüdir.

**10.**  $(a+b)(a-b) > 2b(a-b)$  deňsizligiň iki bölegi  $a-b$  bölünende deňsizligiň belgisiniň gapma–garşylykly tarapa öwrülmeği mümkindir (eger  $a-b < 0$  bolsa).

**11.**  $0 - a$  bölüp bolanok, ýagny  $a-a=0$

**12.**  $a=b+1$  bolanda berlen deňlik dogrudyr, şoňa görä-de  $a=b=2$  almak bolanok.

**13.** Inkär etme nädogry gurlan. Şeýle bir  $a$  we  $b$  sanlar tapylyp,  $a+b \neq b+a$  şert ýerine ýetsin diýip aýtmak gerek.

**14.** Nola bölmek bolmaýar.  $a \cdot 0 = b \cdot 0 = 0$  we  $a=b$  bolmagy hökman däl. Bu sofizm bu tassyklamany açyp görkezýär.

**15.**  $(a-c)^2 = (b-c)^2$  deňlikden  $a-c=b-c$  deňlik gelip çykmaýar.  $(a-c)^2 = (b-c)^2$  deňlikden  $|a-c| = |b-c|$  deňlik gelip çykýar.

16. Nola bölmek bolmaýar, ýagny  $a-a=0$ .

17. Ikinji köpeldiji nola deň, ýagny  $a-b=0$ .

18. Ikinji köpeldiji nola deň, ýagny  $3b-2a=0$

19. Sanlaryň kwadratynyň deňdiginden, bu sanlaryň deňdigi gelip çykmaýar.

20.  $\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(y - \frac{9}{2}\right)^2$  kwadrat deňlik  $x - \frac{9}{2} = y - \frac{9}{2}$

deňlige deňgüýçli däl. Bu kwadrat deňlik  $\left|x - \frac{9}{2}\right| = \left|y - \frac{9}{2}\right|$

deňlige deňgüýçlüdür.

21. 1) Ikinji köpeldiji nola deň.

2) Sanlaryň kwadratynyň deňdiginden, bu sanlaryň deňdigi gelip çykmaýar.

3) Sanlaryň kwadratynyň deňdiginden, bu sanlaryň deňdigi gelip çykmaýar.

22. Ikinji köpeldiji nola deň.

23. Deňsizligiň iki bölegi otisatel sana köpeldilende, deňsizligiň belgisini gapmagarşylykly tarapa üýtgetmeli.

24. 1) Sanlaryň kwadratynyň deňdiginden, bu sanlaryň deňdigi gelip çykmaýar.

2)  $a \neq 0$  bolanda  $a-a+a-a+\dots$  aňlatmanyň manysy ýokdur.

25. (1) deňlikden (2) deňlige geçilende ýalňyşlyk goýberildi, çünki

$$a - \frac{2a+1}{2} < 0, \quad a - \frac{2a-1}{2} > 0.$$

26. Sofizmde logarifmlemek mümkin, ýöne  $\lg \frac{1}{n}$  bölünende

deňsizligiň alamatyny üýtgetmek ýatdan çykarylypdyr.

27.  $-a < 0$ , onda  $a^2 = (-a)^2$  deňligiň iki bölegi logarifmlenende  $2\lg a = 2\lg |-a|$  görnüşde ýazmalydy.

28.  $(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}} = |\cos x|^3.$

29.  $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx = \int_{-1}^1 x dx$  deňlik nädogry. Şeýle ýazmaly:

$$\int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx = \int_{-1}^1 |x| dx.$$

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{eger } -1 \leq x < 0 \text{ bolsa} \\ x, & \text{eger } 0 \leq x \leq 1 \text{ bolsa,} \end{cases}$$

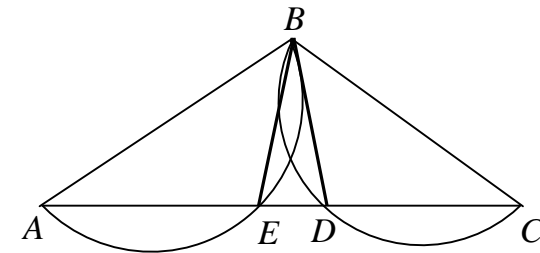
onda

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx &= \int_{-1}^1 |x| dx = \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^1 x dx = -\frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \\ &= 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0 = 1. \end{aligned}$$

### Geometrik sofizmler

1. Nokatdan göni çyzyga iki perpendikulýar geçirip bolýar.

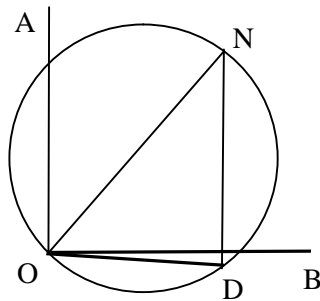
Göni çyzygyň üstünde ýatmaýan nokatdan oňa perpendikulýar bolan iki göni çyzygy geçirip bolýandygyny “subut edeliň”.



Munuň üçin ABC üçburçluk alalyň. Ol üçburçlugyň AB we BC taraplary diametrler bolar ýaly edip ýarymtöwerekleri çyzalyň. Goý, bu ýarymtöwerekler AC tarapy degişlilikde E we D nokatlarda kesýän bolsunlar. E we D nokatlary göni çyzyklar arkaly B nokat bilen birikdirýäris. AEB burç diametre daýanyan içinden çyzylan burç bolany üçin ol göni burçdyr. Edil şuna meňzeş diametre daýanyanlygy üçin içinden çyzylan BDC burç hem göni burçdyr. Diýmek, B nokatdan AC göni çyzyga perpendikulýar bolan iki sany BE we BD göni çyzyklary geçirip bolar.

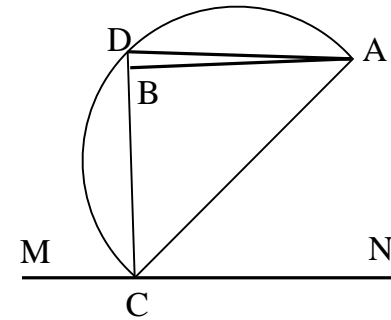
**2.** Tekizlikde göni çyzygyň üstünde alnan nokatdan bu göni çyzyga iki perpendikulýar geçirip bolýar.

AOB göni burç alýarys. O depeden içki burça erkin şöhle geçireliň we onda O nokatdan erkin ON kesimi alyp goýalyň. Bu kesimiň ortasyndan, merkez ýaly, O we N nokatlardan geçýän töwerek çyzalyň.



AO göni çyzyga parallel N nokatdan göni çyzyk geçireliň. Goý, bu göni çyzyk töweregi D nokatda kesýän bolsun. O we D nokatlary kesim bilen birikdireliň. ODN burç diametre daýanyan, içinden çyzylan burç bolany üçin göni burçdur, çünki  $ND \parallel AO$ , onda DOA burç hem göni burçdur. Şunlukda,  $OB \perp AO$  we  $OD \perp AO$ . Ýalňyşlyk nirededir?

**3.** Göni çyzykda ýatmaýan nokatdan berlen göni çyzyga parallel iki göni çyzyk geçirip bolýar.

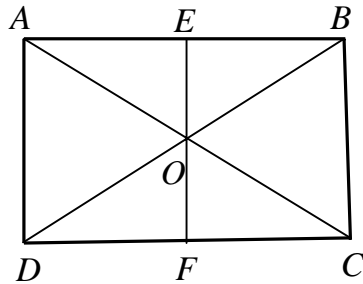


Goý, MN göni çyzyk we onuň üstünde ýatmaýan A nokat berlen bolsun. A nokadyň üstünden MN göni çyzyga parallel bolan AB göni çyzygy geçireliň. MN göni çyzykda käbir C nokat alalyň. AC kesimi diametr hökmünde alyp ýarym töwerek çyzalyň. MN göni çyzygyň C nokadyndan geçýän perpendikulýar bilen bu ýarym töweregiň kesişme nokadyny D bilen belgiläliň. A we D nokatlaryň üstünden göni çyzyk geçireliň. CDA gönüburç we  $CD \perp MN$  bolany üçin AD göni çyzyk MN göni çyzyga parallel. Diýmek, A nokadyň üsti bilen MN göni çyzyga parallel iki göni çyzyk geçýär. Ýalňyşlygy tapyň.

**4.** Göni burç kütäk burça deňdir.

Subut etmek üçin şeýle gurluşlary amala aşyralyň. Käbir AB kesim alalyň hem-de onuň A we B uçlarynda göni we kütäk burç guralyň. Bu burçlaryň taraplarynda olaryň depelerinden AD we BC deň kesimleri goýalyň. AB we DC kesimleriň her birini deň ikä böleliň we bölünme nokatlardan bu kesimlere perpendikulýar geçireliň. AB we DC göni çyzyklar parallel däldirler, onda bu perpendikulýarlar käbir

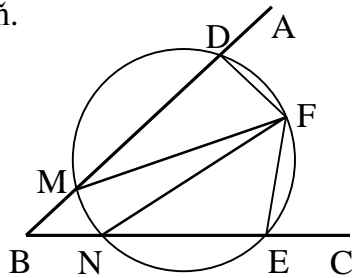
O nokatda kesişerler. Bu O nokady kesimleriniň A, B, C we D nokatlary bilen birikdireliň.



Alnan AOD we BOC üçburçluklar deňdir, çünki  $AO=OB$ ,  $AD=BC$ ,  $DO=CO$ , we diýmek,  $\angle OAD=\angle OBC$ , ýöne  $\angle EAO=\angle EBO$ , şoňa görä-de  $\angle DAE=\angle CBE$ , ýagny göni burç kütäk burça deňdir. Ýalňyşlygy tapyň.

5. Islendik töweregiň iki merkezi bar.

ABC ýiti burç guralyň. Onuň taraplarynda D we E nokatlary alalyň we olardan burçuň taraplaryna perpendikulýar geçireliň. Goý, bu perpendikulýarlar F nokatda kesişýän bolsunlar. D, F we E üç nokadyň üstünden töwerek geçireliň.

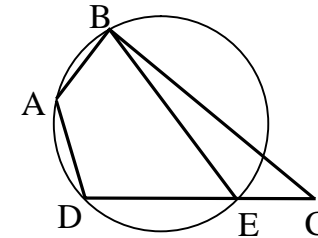


Bu töwerek burçuň taraplaryny M we N nokatlarda kesýär. MF we NF kesimler gurlan töweregiň diametrleri bolýar, çünki olara bu töweregiň içinde çyzylan MDF we NEF göni

burçlar daýanýarlar. MF we NF kesimleriniň ortalary gurlan töweregiň merkezleri bolar.

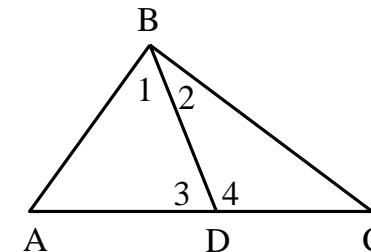
6. Üçburçlugyň daşky burçy, onuň bilen çatyk bolmadyk içki burça deňdir.

A we C burçlarynyň jemi  $180^\circ$  deň bolan ABCD dörtburçluga garalyň.



D, A we B depelerden töwerek geçireliň. Goý, bu töwerek DC tarapy E nokatda kesýän bolsun. E nokady B nokat bilen birleşdireliň. Onda  $\angle C=180^\circ-\angle A$  (gurluşy boýunça),  $\angle BED=180^\circ-\angle A$  (ABED dörtburçluk içinden çyzylan, diýmek, onuň BED we BAD gapma-garşylykly burçlarynyň jemi  $180^\circ$ -a deňdir). Şunlukda,  $\angle C=\angle BED$ , ýöne  $\angle BED$  burç CBE üçburçlugyň daşky burçy,  $\angle C$  bolsa CBE üçburçlugyň çatyk bolmadyk içki burçy.

7. Parallel göni çyzyklar aksiomasyna daýanmaýan üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi hakyndaky teoremanyň subudy". ABC erkin üçburçluk alalyň.



Onuň AC tarapynda erkin D nokat alalyň we ony B bilen kesim arkaly birikdireliň. Üçburçlugyň tapmaly içki burçlarynyň jemini  $x$  bilen belgiläliň. Alarys:

$$\angle A + \angle 1 + \angle 3 = x, \angle C + \angle 2 + \angle 4 = x.$$

Bu deňlikleri agzama-agza goşalyň:

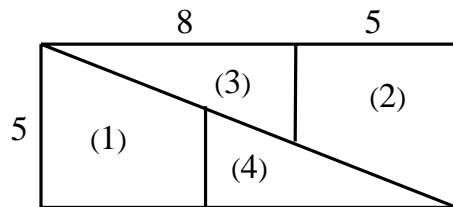
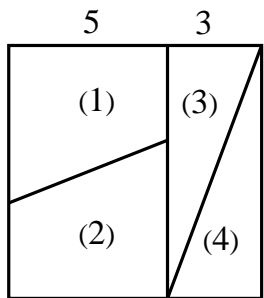
$$(\angle A + \angle C + \angle 1 + \angle 2) + (\angle 3 + \angle 4) = 2x.$$

Birinji ýaýdaky aňlatma ABC üçburçlugyň burçlarynyň jemidir. Ol  $x$ -a deňdir. Ikinji ýaýdaky aňlatma  $180^\circ$ -a deňdir (çatyk burçlaryň jemi ýaly). Alarys:  $x + 180^\circ = 2x$  we  $x = 180^\circ$ . Bu dogrumy?

**8.**  $64=65$ . Bu nädogry deňligi “subut edeliň”.

Tarapyňyň uzynlygy 8 birlige deň bolan kwadrat suratda görkezilişi ýaly 4 bölege bölünen. Bu böleklerden gönüburçluk düzülen. Bu gönüburçlugyň esasyňyň uzynlygy 13 birlige, beýikligi bolsa 5 birlige deň boldy. Berlen kwadratyň meýdany 64 kwadrat birlige deň, ondan alnan gönüburçlugyň meýdany bolsa 65 kwadrat birlige deň.

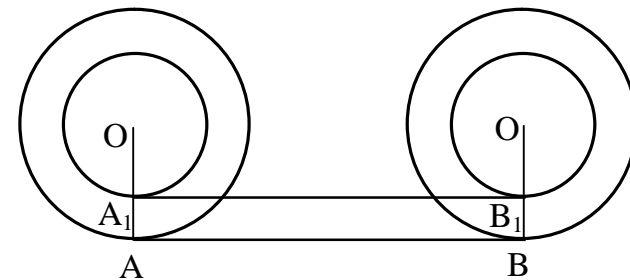
Diýmek,  $64=65$ . Nähili ýalňyşlyga ýol berildi?



**9.** Hemme töwerekleriň uzynlyklary deň.

Merkezleri gabat geler ýaly edip biri-birine göre gozganmaýan iki dürli (radiuslary deň bolmadyk) tegelegi

berkideliň. Uly tegelek typman göni çyzyk boýunça tigirlenip we doly öwrüm eder ýaly bu tegelekleri süýşüreläň.

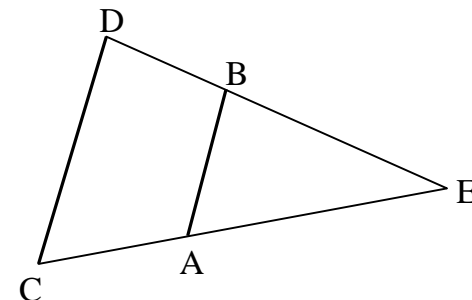


Şonda göni çyzygyň AB kesiminiň uzynlygy (OA radiusly) uly tegelegiň töwereginiň uzynlygyna deň bolar. Uly tegelege gozganmaz ýaly berkidilen kiçi tegelek hem doly öwrüm eder.  $A_1B_1$  kesimiň uzynlygy ( $OA_1$  radiusly) kiçi tegelegiň töwereginiň uzynlygyna deň bolar.  $AB = A_1B_1$  (gönüburçlugyň garşylykly taraplary bolany üçin), onda bu iki töwerekleriň uzynlyklary hem deňdir. Bu näme üçin beýle?

**10.** Burçuň taraplarynyň arasyndaky parallel göni çyzyklaryň islendik iki kesimi deň.

$AB \parallel CD$ , onda  $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ , we şoňa göre

$$\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE} \text{ ýa-da } AE \cdot DE = CE \cdot BE.$$



Alnan deňligi bölekleri boýunça AB-CD köpeldip alarys:

$$AE \cdot DE (AB \cdot CD) = CE \cdot BE (AB \cdot CD)$$

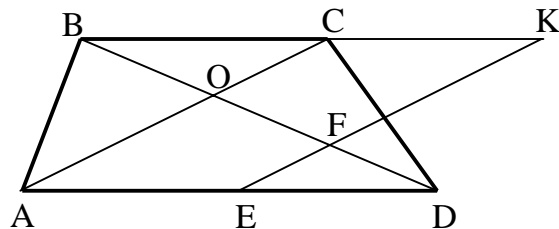
ýa-da  $AE \cdot DE \cdot AB - AE \cdot DE \cdot CD = CE \cdot BE \cdot AB - CE \cdot BE \cdot CD$   
bu deňligi şeýle ýazmak bolar:

$$AE \cdot DE \cdot AB - CE \cdot BE \cdot AB = AE \cdot DE \cdot CD - CE \cdot BE \cdot CD \text{ ýa-da}$$

$$AB (AE \cdot DE - CE \cdot BE) = CD (AE \cdot DE - CE \cdot BE),$$

bu ýerden alarys:  $AB = CD$ . Sebäbini düşündiriň.

**11.** Trapesiýanyň orta çyzygynyň uzynlygy nola deň.



ABCD trapesiýa berlen bolsun we  $BC \parallel AD$ , diagonallaryň kesişme nokady O bolsun. Şeýle gurluşy ýerine ýetireliň: BC kesimiň dowamynda AE deň bolan CK kesimi alyp goýýarys.  $BK = AD$ ,  $DE = BC$ . Bu ýerde  $BO = x$ ,  $OF = y$ ,  $FD = z$  belgileme girizeliň. DEF we BKF üçburçluklaryň

$$\text{meňzeşliginden } \frac{BF}{FD} = \frac{BK}{DE} \text{ ýa-da } \frac{x+y}{z} = \frac{AD}{BC} \quad (1)$$

gatnaşyklary alarys.  $\triangle BOC$  we  $\triangle AOD$  üçburçluklaryň meňzeşliginden bolsa

$$\frac{DO}{BO} = \frac{AD}{BC} \text{ ýa-da } \frac{y+z}{x} = \frac{AD}{BC} \quad (2)$$

gatnaşyklary alarys. (1)-i we (2)-ni deňeşdirip alarys:

$$\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} \text{ ýa-da } \frac{x+y}{z} = \frac{-y-z}{-x}.$$

Bu gatnaşyklaryň her birini t bilen belgiläp alarys:

$$\frac{x+y}{z} = t, \quad \frac{-y-z}{-x} = t,$$

bu ýerden  $x+y=tz$ ,  $-y-z=-tx$  deňlikleri alarys. Alnan deňlikleri bölekleri boýunça jemläp

$$x+y-y-z=t(z-x) \text{ ýa-da } \frac{x+y-y-z}{z-x} = t \text{ alarys.}$$

Bu ýerden bolsa

$$\frac{x-z}{z-x} = \frac{x+y}{z} \text{ ýa-da } \frac{x+y}{z} = -1$$

alarys. Ýöne,

$$\frac{x+y}{z} = \frac{AD}{BC} \text{ şoňa görä-de } \frac{AD}{BC} = -1, \text{ ýagny } AD = -BC.$$

Diýmek,  $AD+BC=0$  we  $\frac{AD+BC}{2} = 0$ . Nähili ýalňyşlyga

ýol berildi?

**12.** Pifagor teoremasynyň “täze subudy”.

Katetleri a we b, gipotenuzasy c we a katetiň garşysyndaky ýiti burçy  $\alpha$  bolan gönüburçly üçburçluk alalyň. Alarys:  $a = c \sin \alpha$ ,  $b = c \cos \alpha$ , bu ýerden bolsa

$$a^2 = c^2 \sin^2 \alpha, \quad b^2 = c^2 \cos^2 \alpha$$

deňlikleri alarys. Bu deňlikleri bölekleri boýunça jemläp

$$a^2 + b^2 = c^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

alarys. Ýöne,  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  we şoňa görä  $a^2 + b^2 = c^2$ . Bu subut dogrumy?

**13.** Islendik sanyň kwadraty 1-e deň.

Goý, m islendik san bolsun.  $x = y = \frac{m^4}{4}$  belgileme

girizeliň. Alarys:

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \text{ we } x - \sqrt{x} = y - \sqrt{y}, \text{ ýa-da } x - y = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$$

Bu deňligi şeýle ýazalyň:

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$$

Alnan deňlikden taparys:

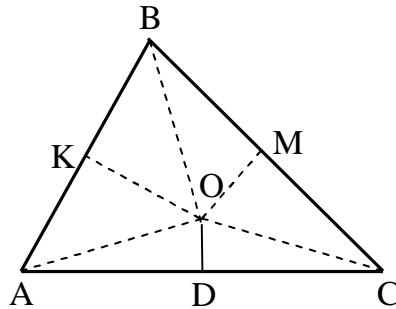
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1.$$

Şunlukda,  $2\sqrt{x} = 1$ , ýöne  $x = \frac{m^4}{4}$ .

Diýmek,  $2\sqrt{\frac{m^4}{4}} = 1$  ýa-da  $m^2 = 1$ . Näme üçin?

**14.** Islendik üçburçlyk deňýanlydyr .

Erkin ABC üçburçluga garalyň. AC kesimiň ortasyndan



$DO \perp AC$  kesimi geçireliň we DO kesimi O nokatda kesýän B burçuň bissektrisasyny guralyň. O nokady A we C nokatlar bilen birikdireliň we O nokatdan  $OK \perp AB$  we  $OM \perp BC$  iki perpendikulýar geçireliň.

OKB üçburçluk BOM üçburçluga deňdir (BO umumy gipotenu-za we  $\angle KBO = \angle OBM$ ). Diýmek,

$$OK = OM \text{ we } BK = BM. \Delta AOD = \Delta DOC$$

(iki katetleri boýunça), onda  $AO = OC$ . Şunlukda,  $\Delta AOK = \Delta MOC$  (katetler we gipotenuzasy boýunça), şoňa görä-de  $AK = MC$ . Diýmek,

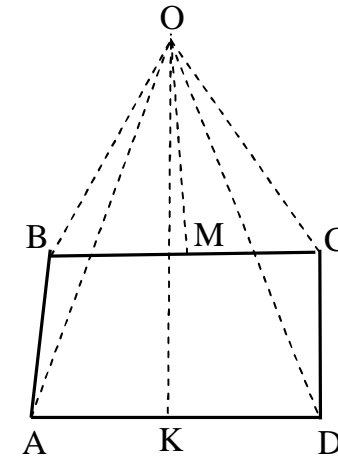
$$AB = AK + KB = CM + MB = CM,$$

ýagny erkin ABC üçburçluk deňýaly bolýar.

Nähili ýalňyşlyk goýberildi?

**15.** Göni burçuň ýiti burça deňligini “subut edeliň”.

A we D nokatlarda iki burç guralyň:  $\angle DAB$  – ýiti we  $\angle ADC$  – göni burçlar. Olaryň taraplarynda  $AB = DC$  deň kesimleri goýalyň we B hem-de C nokatlary BC göni çyzyk bilen birikdireliň. AD kesimiň ortasyndan KO perpendikulýar galdyralyň. BC göni çyzygyň ortasyndan O nokatda KO perpendikulýar bilen kesişýänçä MO perpendikulýar geçireliň.



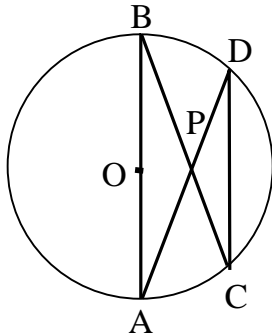
Soňra O nokat bilen A, B, C we D nokatlary birikdireliň. AOD we BOC üçburçluklaryň deňýanlydygy aýdyňdyr, diýmek,  $AO = OD$  we  $BO = OC$ , onsoňam  $\angle DAO = \angle ODA$ . Gurluşy boýunça  $AB = DC$ , onda  $\Delta ABO = \Delta DOC$  (üç tarapy boýunça), diýmek  $\angle BAO = \angle CDO$ . Şunlukda,

$$\angle BAD = \angle BAO + \angle OAD = \angle CDO + \angle ODA = \angle CDA.$$

Şuny subut etmek hem talap edilýärdi. Ýalňyşlyk nirede?

**16.** Tegelegiň merkezinden geçmeýän hordanyň onuň diametrine deňligini subut edeliň.

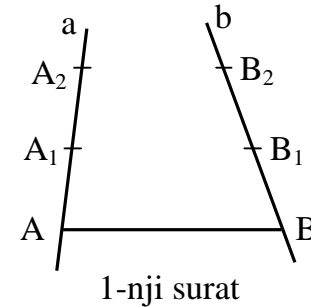
Töwerek guralyň we AOB diametr geçireliň. B nokadyň üstünden BC horda geçireliň, BC hordanyň ortaky P nokadynyň üstünden AD horda geçireliň we D hem-de C nokatlary birikdireliň. Indi alnan iki  $\triangle APB$  we  $\triangle DPC$  deňýanly üçburçluklara garalyň. Gurluşy boýunça  $BP=PC$ , onda  $AP=PD$ . Ondan başgada,  $\angle APB=\angle DPC$  (wertikal burçlar). Diýmek,  $\triangle APB=\triangle DPC$ , bu ýerden  $AB=DC$  alarys, ýagny tegelegiň merkezinden geçýän horda bu tegelegiň diametrine deňdir.



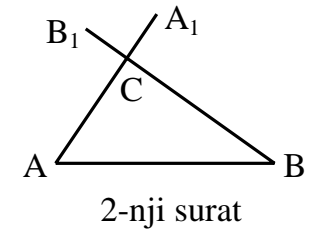
Ýalňyşlygy tapyň.

**17.** Wizantiýaly Proklyň (412-485 ýyllar.) sofizmi: “Islendik iki göni çyzyk kesişmeýär”.

Bir tekizlikde  $a$  we  $b$  dürli iki göni çyzyk alalyň.  $a$  göni çyzykda  $A$  nokat we  $b$  göni çyzykda  $B$  nokat alalyň.  $A$  we  $B$  nokatlary birikdireliň we  $AA_1 = BB_1 = \frac{AB}{2}$  kesimleri guralyň (1-nji surat).



1-nji surat



2-nji surat

$AA_1$  we  $BB_1$  kesimler kesişmeýler, tersine bolan ýagdaýda (2-nji surat).

$$AB < AC + CB < \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} AB$$

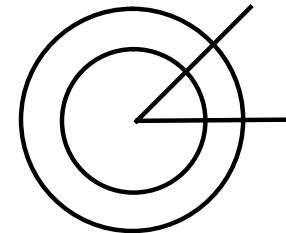
deňsizligi alarys, bu bolsa mümkin däldir. Indi

$$A_1A_2 = B_1B_2 = \frac{1}{2} A_1B_1$$

kesimleri guralyň we bu gurluşy dowam edeliň. Şuňa meňzeş pikir ýöredip,  $a$  we  $b$  göni çyzyklaryň kesişmeýändigini alarys. Ýalňyşlyk nirede goýberildi?

**18.** Merkezleri gabat gelýän islendik iki töweregiň uzynlyklary deňdir.

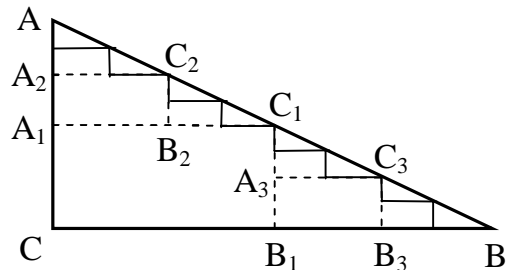
Suratda dürli iki sany merkezleri gabat gelýän töwerek şekillendirilipdir.



Eger merkezden şöhleleri geçirsek, onda kiçi töweregiň her bir nokadyna uly töweregiň diňe bir nokadynyň deňişlidigini we tersine, uly töweregiň her bir nokadyna kiçi töweregiň diňe bir nokadynyň deňişlidigini alarys. Şunlukda, iki töwerekdäki nokatlaryň sany deň. Diýmek, bu töwerekleriň uzynlyklary hem deňdir.

**19.** Katetleriň jemi gipotenuza deňdir.

Erkin  $ABC$  gönüburçly üçburçluk guralyň. Onuň katetlerine parallel bolan orta çyzyklaryny geçirip uzynlygy katetleriň jemine deň bolan  $AA_1C_1B_1B$  döwür çyzyk alarys.  $AA_1C_1$  we  $C_1B_1B$  üçburçluklarda hem şeýle gurluşlary ýerine ýetirip öňkisi ýaly uzynlygy katetleriň jemi deň bolan  $AA_2C_2B_2C_1A_3C_3B_3B$  döwür çyzyk alarys. Alnan her bir dört üçburçlukda şeýle orta çyzyklary geçirip, uzynlygy ýene-de katetleriň jemine deň bolan täze döwür çyzyk alarys.



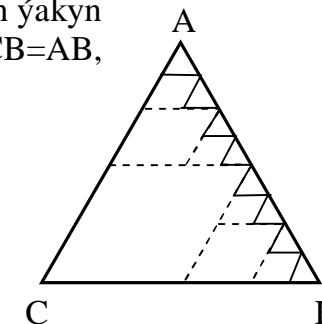
Bu gurluşy dowam edip, gitdigiçe gipotenuzadan az tapawutlanýan, predelde bolsa gipotenuza bilen gabat gelýän döwür çyzyklary alarys. Bu egrileriň uzynlygy elmydama hemişelik we katetleriň jemine deň bolýar. Diýmek,  $AC+CB=AB$ , ýagny katetleriň jemi gipotenuza deňdir.

**20.**  $1=2$  deňligi geometrik usulda subut edeliň.

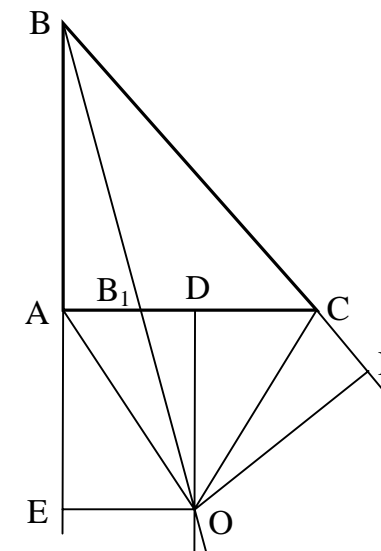
$ABC$  deňtaraply üçburçluk üçin, ýokarky mysaldaky ýaly gurluşy ýerine ýetireliň. Gurlan döwür çyzygyň  $AC+CB$  deň bolan hemişelik uzynlygy bardyr we  $AB$ -den gitdigiçe az

tapawutlanýandyr. Şeýle gurluşy dowam edip,  $AB$  tarap bilen döwür çyzygyň bir-birine örän ýakyn bolanyny göreris. Bu ýerden,  $AC+CB=AB$ , ýagny  $2AB=AB$  deňligi alarys.

Diýmek,  $2=1$



**21.** Islendik gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasynyň katete deňligini subut edeliň.



Goý,  $ABC$  gönüburçly üçburçlugyň  $B$  burçunyň bissektirisasy  $BB_1$ ;  $AC$  katetiň ortasy  $D$ ;  $AC$  kesimiň  $D$  nokadyna geçirilen perpendikulýaryň  $BB_1$  göni çyzyk bilen kesişme nokadyny  $O$ ,  $O$  nokatdan  $AB$  we  $BC$  göni çyzyga geçirilen perpendikulýarlary deňşilikde  $OE$  we  $OF$  bilen

Çyzgydan görnüşi ýaly  $\triangle BOE = \triangle BOF$  (üçburçluklaryň deňliginiň ikinji nyşany boýunça), bu ýerden

$$BE=BF \quad (1)$$

$OA=OC$  deňlikden  $\triangle OEA=\triangle OCF$  gelip çykýar, bu ýerden

$$AE=FC \quad (2)$$

deňligi alarys. (1) we (2) deňliklerden bolsa  $AB=BC$  deňlik gelip çykýar.

## Jogaplar

1. Tassyklama nädogry çyzga esaslanýar. Hakykatda, ýarym-töwerekler AC tarapy diňe bir nokatda kesýärler, ýagny BE bilen BD gabat gelýär.
2. D nokat OB şöhläniň üstünde ýatýar.
3. D nokat AB göni çyzygyň üstünde ýatýar.
4. Tassyklamada garalýan ýagdaý mümkin däl. Çyzgyny sirkulyň we çyzgyjyň kömegi bilen ýerine ýetirmeli.
5. Ýalňys çyzga esaslanyldy.
6. Ýalňys çyzga esaslanyldy.
7. Biz: “islendik üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi hemişelikdir” diýen subut edilmedik tassyklamany peýdalandyk.
8. Kwadratdan tapawutly islendik gönüburçlugyň (1) we (4) bölekeri onuň (2) we (3) böleklerine dykyz sepleşenok. Olaryň arasynda parallelogram görnüşindäki inçejik deşik bar. Bu deşigiň meýdany 1 kwadrat birlige deňdir.
9.  $A_1B_1$  kesimiň uzynlygy kiçi tegelegiň töwereginiň uzynlygyndan uludyr, çünki kiçi tegelek  $A_1B_1$  göni çyzyk boýunça typyp tigirlenýär.
10.  $AE \bullet DE - CE \bullet BE$  bölüp bolanok, çünki bu tapawut 0-a deň.
11. (1) we (2) ulanyp,  $z=x$  deňligi subut etmek bolar. Şunlukda,  $z-x=0$ . Şonuň üçin,  $(z-x)$ -a bölüp bolanok.

**12.**  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$  formula Pifagoryň teoremasy esasynda getirilip çykarylýar.

**13.**  $x=y$  bolany üçin  $\sqrt{x}-\sqrt{y}=0$  , şoňa görä-de  $\sqrt{x}-\sqrt{y}$  bölüp bolanok.

**14.** Üçburçlugyň içinde bissektrisa we perpendikuýar kesişmeýär.

**15.** Çyzgyny tertipli ýerine ýetirip, ýiti burçuň tapawuda deňdigine, göni burçuň jübüt deň burçlaryň jemine deňdigine göz ýetirýäris.

**16. APB we DPC üçburçluklar deňýanly däldirler.**

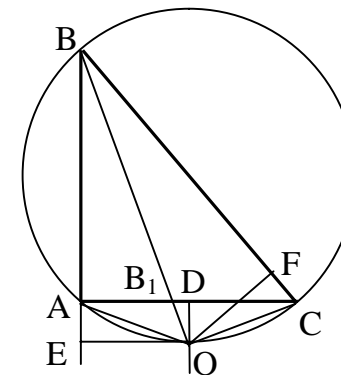
**17.** Biz indeksli  $A_k A_{k+1}$  we  $B_k B_{k+1}$  kesimleriniň hiç wagt kesişmeýändigini subut etdik, ýöne ondan, mysal üçin,  $A_3 A_4$  we  $B_7 B_8$  kesimleriniň kesişip bilmeýändigi gelip çykmaýar.

**18.** Bir töweregiň nokatlary bilen beýleki bir töweregiň nokatlarynyň arasynda özara birbahaly degişlilik gurnalmagyndan olaryň uzynlyklarynyň deňdigi gelip çykýar.

**19. Döwük çyzygyň uzynlygy kesimiň uzynlygyna ymtylýar.**

**20. Döwük çyzygyň uzynlygy kesimiň uzynlygyna ymtylýar.**

**21.**  $O$  nokat hökman  $BC$  diametrli töweregiň üstünde ýatmaly.



## Matematiki gözbagçylyklar

Belli bolşy ýaly, çagalarda dersi öwrenmeklige çuňňur höwes döretmezden, mugallym tarapyndan öwredil-ýän bilimleriň üstüni özbaşdak ýetirip durmaga isleg döretmezden, diňe sapak wagtynda alnyp barylýan işleriň netijesinde olara zerur bolan bilimleri, başarnyklary we endikleri doly berip bolmajakdygy düşnükli.

Okuwçylarda matematika dersine gyzyklanma döretmekde matematiki gözbagçylyklara (fokuslara) hem uly orun degişlidir.

### 1. Çalt köpeltmek

Köp ýagdaýlarda ýönekeý algebraýik özgertmeleriň kömegi bilen hasaplaýyş işini ep-esli ýeňilleşdirip bolýar. Şeýle tärleri ulanyp, çalt köpeltmegi amala aşyran okuwçy beýlekilerde uly haýran galmagy döredip bilýär.

Mysal üçin,  $975^2$  hasaplamak aşakdaky ýaly ýerine ýetirilýär:

$$975 \times 975 = (975 + 25) \cdot (975 - 25) + 25^2 = 1000 \times 950 + 625 = 950625.$$

Bu hasaplama amala aşyrylanda aşakdaky algebraik özgertmäniň geçirilýändigine göz ýetirmek kyn däl:

$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a+b) \cdot (a-b) + b^2$  Bu özgertme ýatdan hasaplamak üçin giňden ulanylýar. Mysal üçin:

$$27^2 = (27+3) \cdot (27-3) + 3^2 = 729 \quad 37^2 = 40 \cdot 34 + 3^2 = 1369$$

$$63^2 = 66 \cdot 60 + 3^2 = 3969 \quad 48^2 = 50 \cdot 46 + 2^2 = 2304$$

$$18^2 = 20 \cdot 16 + 2^2 = 324 \quad 54^2 = 58 \cdot 50 + 4^2 = 2916.$$

Şeýle-de, 986-ny 997-ä köpeltmek aşakdaky ýaly amala aşyrylýar:

$$986 \cdot 997 = (986-3) \cdot 1000 + 3 \cdot 14 = 983042.$$

Bu usul näme esaslanýar?! Köpelişleri aşakdaky görnüşe getireliň:

$(1000-14) \cdot (1000-3)$  we olary algebraik özgertmeleri ulanyp köpeldeliň:  $1000 \cdot 1000 - 1000 \cdot 14 - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3$ .

$$\text{Özgertmeler geçirýäris: } 1000(1000-14) - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = 1000 \cdot 986 - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = 1000(986-3) + 14 \cdot 3.$$

Soňky ýazgy bu hasaplamanynyň algebraik mazmunyny aýan edýär. Onluk sifrleri deň we birlikleriniň jemi 10-a deň bolan üçbelgili sanlary köpeltmegiň-de täsin usuly bar. Mysal üçin  $783 \cdot 787$  köpeltmek şeýle ýerine ýetirilýär:  $78 \cdot 79 = 6162$ ;  $3 \cdot 27 = 21$ , diýmek, netije 616221.

Bu usulyň esaslandyrylyşy aşakdaky özgertmelerden durýar:

$$(780+3) \cdot (780+7) = 780 \times 780 + 780 \cdot 3 + 780 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 780 \cdot 780 + 780 \times 10 + 3 \cdot 7 = 780 \cdot (780+10) + 3 \cdot 7 = 780 \cdot 790 + 21 = 616200 + 21.$$

Şeýle sanlary köpeltmegi ýerine ýetirmegiň has ýönekeý usuly hem bar:

$$783 \cdot 787 = (785-2) \cdot (785+2) = 785^2 - 4 = 616225 - 4 = 616221.$$

Bu mysalda bize 785-i kwadrata götermek gerek boldy.

Soňy 5 bilen gutaryan ikibelgili sanlary kwadrata götermek üçin aşakdaky usul has-da amatlydyr:

$$35^2; 3 \cdot 4 = 12; \text{ Jogaby; } 1225.$$

$$65^2; 6 \cdot 7 = 42; \text{ Jogaby; } 4225.$$

$$75^2; 7 \cdot 8 = 56; \text{ Jogaby; } 5625.$$

Bu düzgün, onluklaryň sanyny şondan bir birlik uly sana köpeltmek hasylynyň soňyna 25-i ýazmakdan durýar. Bu usuly esaslandyralyň: 5 bilen tamamlanýan ikibelgili sanlary  $\overline{a5} = 10a + 5$  görnüşde ýazmak bolýar. Onda:

$$(10a+5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a \cdot (a+1) + 25.$$

$a \cdot (a+1)$  aňlatma sanyň onlugyny, şondan bir birlik uly sana

köpeltmekligi aňladýar. Bu tärden drob bölegi  $\frac{1}{2}$ -e deň bolan

garyşyk sanlary kwadrata götermegiň ýönekeý usuly gelip çykýar. Mysal üçin:

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = 3,5^2 = 12,25 = 12\frac{1}{4}; \left(7\frac{1}{2}\right)^2 = 56\frac{1}{4}; \left(8\frac{1}{2}\right)^2 = 72\frac{1}{4};$$

we şm.

Onluk sifri 5-e deň bolan ikibelgili sanlary kwadrata götermegiň hem örän oňaýly usuly bar. Meselem,  $58^2=3364$ . Bu netijäni tapmak üçin kwadrata göterilýän sandan 25-i aýyryp, onuň yzyndan kwadrata göterilýän sanyň birliginiň kwadratyny ýazmaly. Biziň mysalymyzda  $58-25=33$  we  $8^2=64$ , diýmek  $58^2=3364$ .  $59^2=3481$ , sebäbi  $59-25=34$  we  $9^2=81$ . Bu düzgüni umumy görnüşde getirip çykaralyň: Kwadrata göterilýän sany  $x=50+a$  görnüşde ýazalyň. Onda  $x^2=(50+a)^2=2500+100a+a^2=(25+a)•100+a^2$ .  $a=50-x$  bolýanlygyny göz önünde tutup alarys:  $(25+a)•100+a^2=(25+x-50)•100+a^2=(x-25)•100+a^2$ .

## 2. 1, 5 we 6 sifrler bilen gutarýan sanlary köpeltmek

1 sifr bilen gutarýan sanlar özara köpeldilende ýene-de 1 bilen tamamlanýan san alynýar. Şol häsýet 5 we 6 sifrler bilen gutarýan sanlara-da degişlidir. Şoňa görä-de 6 sifr bilen tamamlanýan islendik sanyň derejesi ýene-de 6 sifr bilen gutarýar. Mysal üçin:

$$46^2=2116; 46^3=97336.$$

Bu sanlaryň ýokarda görkezilen aýratynlygyny algebraik usulda esaslandyralyň. 6 bilen gutarýan ikibelgili sanlary  $10a+6$ ,  $10b+6$  we ş.m. ýaly ýazylýar. Bu ýerde  $a$  we  $b$  noldan tapawutly sifrler.

Şeýle iki sanyň köpeltmek hasyly:

$100ab+60b+60a+36 = 10•(10ab+6a+6b)+30+6 = 10•(10ab+6a+6b+3)+6$  deňdir. Görnüşi ýaly köpeltmek hasyly käbir onluklardan we 6 sifrdan durýar. Şuňa meňzeşlikde 1 we 5 sifrler bilen tamamlanýan sanlaryň aýratynlygyny-da algebranyň kömegi bilen esaslandyryp bolýar. Ýokarda aýdylanlar bize  $386^{2567}$ -niň 6,  $815^{723}$ -niň 5,  $491^{1732}$ -niň 1 we ş.m. gutarýandygyny tassyklamaga mümkinçilik berýär.

## 3. 11-e bölünijilik

Belli bolşy ýaly, bölünijilik nyşanlary bölmek amalyyny ýerine ýetirmezden berlen sanyň käbir sana bölünýändigini ýa-da bölünmeýändigini kesgitlemäge mümkinçilik berýär. Biz 2-ä, 3-e, 4-e, 5-e, 6-a, 8-e, 9-a, 10-a bölünijilik nyşanlaryny bilýäris. 11-e bölünýän sanlar hem käbir kanunalaýyklyga boýun egýär. 11-e bölünijilik nyşanyny getirip çykaralyň. Goý,  $N$  köpbelgili sanyň birlik sifri  $a$ , onluk sifri  $b$ , ýüzlük sifri  $c$ , müňlik sifri  $d$  we ş.m. bolsun, onda  $N$  sany  $N=a+10b+100c+1000d+...=a+10(b+10c+100d+...)$  görnüşde ýazyp bolar.  $N$  sandan 11-e bölünýän  $11•(b+10c+100d+...)$  sany aýyralyň. Alnan  $a-b-10(c+10d+...)$  tapawudyň 11-e bölünende şol bir galyndyny berýändigine göz ýetirmek kyn däl. Netijede biz  $a-b+c-d+...=(a+c+...)-(b+d+...)$  sanlary, ýagny edil  $N$  san 11-e bölünende alynýan galyndyny alarys. Bu ýerden 11-e bölünijiligiň aşakdaky nyşany gelip çykýar: täk orunda ýerleşýän sifrleriň jeminden, jübüt orunda ýerleşýän sifrleriň jemini aýyrmaly; eger tapawut nola deň ýa-da 11-e bölünýän (položitel ýa-da otrisatel) sana deň bolsa, onda synap görýän sanymyz 11-e bölünýändir. Eger bu şert ýerine ýetmese, synalyp görülýän san 11-e galyndysyz bölünmeýär.  $87635064$  sanyň 11-e bölünýändigini ýa-da bölünmeýändigini barlap göreliň:  $8+6+5+6=25$ ;  $7+3+0+4=14$ ;  $25-14=11$ . Diýmek, bu san 11-e galyndysyz bölünýär.

Mundan başga-da has uly sanlar üçin 11-e bölünijiligiň has ýönekeý nyşany hem bar. Bu nyşanda synalýan san sagdan çepä iki sifri saklaýan bölekler bölünýär we bu bölekler goşulýar. Eger alnan jem 11-e galyndysyz bölünse, onda synalýan san hem 11-e bölünýär; eger jem 11-e galyndysyz

dysyz bölünmese, synalýan san hem 11-e galyndysyz bölünmeýär. Meselem, 528-iň 11-e bölünýändigini ýa-da bölünmeýändigini barlamaly bolsun.  $5+28=33$ ; 33-iň 11-e bölünýändigini üçin 528 hem 11-e galyndysyz bölünýändir:  $528:11=48$ . Bu nyşan hem ýokardaka meňzeş subut edilýär.

#### 4. Ýat bellenen sanlary bilmegiň syrlary

Siz ýat bellenen sanlary aýan etmek boýunça gözbagçylyklara duşansyňyz. Bu gözbagçylyk köplenç käbir hasaplamalary ýerine ýetirmekligi talap etmekden başlanýar. Meselem, bir sany ýat belle, oňa 2-ni goş, 3-e köpelt, 5-i aýyr, ýat bellän sanyňy aýyr we ş.m. Adatça 4-5 amaly, kähalatlarda bolsa ondan hem köp amaly ýerine ýetirmek haýyş edilýär. Soňra gözbagçy netijede alnan sany sizden soraýar we jogaby eşiden badyna sizi haýran galdyryp, ýat bellän sanyňyzy aýdýar. Bu gözbagçylygyň syry ol diýen çylşyrymly bolman, onuň esasynda deňlemeleri çözmek durýar.

Meselem, gözbagçy aşadaky tablisanyň çep sütünindäki amallary ýerine ýetirmekligi size hödürlän bolsun.

Bir san ýat belle,	$x$
oňa 2-ni goş,	$x+2$
netijäni 3-e köpelt,	$3x+6$
5-i aýyr,	$3x+1$
oýlan sanyňy aýyr,	$2x+1$
2-ä köpelt,	$4x+2$
1-i aýyr.	$4x+1$

Soňra gözbagçy bu amallary ýerine ýetirip, alan netijäni-zi sizden soraýar we siziň jogabyňyzy eşiden badyna ýat bellän sanyňyzy aýdyp berýär. Gözbagçynyň syryny bilmek üçin ýokardaky tablisanyň ikinji sütünine seretmek ýeterlik-

dir. Tablisanyň ikinji sütüninde gözbagçynyň aýdanlary algebra diline geçirilendir. Görnüşi ýaly, siz  $x$  sany ýat bellän bolsaňyz, ähli amallary ýerine ýetirenden soň  $4x+1$  alynýar. Siziň alan iň soňky netijäňiz boýunça, ilkibaşdaky ýat bellän sanyňyzy aýan etmek kynçylyk döretmeýär. Mysal üçin, goý siz 33 netijäni alandygyňyzy gözbagça aýdypsyňyz diýeliň. Onda gözbagçy  $4x+1=33$  deňlemäni çalt ýatdan çözüp, siziň ilkibaşdaky ýat bellän  $x=8$  sanyňyzy tapýar. Başgaça aýdanda ol ahyrky netijeden 1-i aýryp, alnan netijäni 4-e bölýär  $((33-1):4=8)$ . Eger siziň alan iň soňky netijäňiz 25 bolan bolsa, gözbagçy ýatdan  $25-1=24$  we  $24:4=6$  amallary ýerine ýetirip, siziň ilkibaşda 6 sany ýat belländigini aýdyp berýär.

Görüşüňiz ýaly, bu gözbagçylygyň uly bir syry ýok. Gözbagçy ýat bellenen sany tapmak üçin aýdylan netijäniň üstünde nähili amallary ýerine ýetirmelidigini öňünden bilýär. Muňa düşünenenden soň, siz-de öz dostlaryňyzy haýran galdyryp bilersiňiz.

Siz ýoldaşyňyza bir sany ýat belläp, soňra şol sanyň üstünde dürli amallary ýerine ýetirmekligi (meselem, ol sanyň üstüne 2-ni goşmaly, 3-e köpeltmeli, 5-i aýyrmaly we ş.m.) hödürläň. Alnan netijäni size aýdan badyna onuň ýat bellän sanyny aýan edýärsiňiz. Ýoldaşyňyz sizi ýalňyşdyrmak üçin ýerine ýetirýän amallarynyň sanyny has köpeldýär we çylşyrymlaşdyrýar. Emma muňa garamazdan siz iň soňky netije boýunça ýat bellenen sany tapýarsyňyz. Mysal üçin ol 5-i ýat belleýär we onuň üstünde, size aýdyp birnäçe amallary ýerine ýetirýär.

-Men bir sany ýat belledim, ony 2-ä köpelt dim, netijesine 3-i goşdum, soňra ýat bellän sanymy goşdum, 1-i goşdum, 2-ä köpelt dim, ýat bellän sanymy aýyrdym, 3-i aýyrdym, ýene-de ýat bellän sanymy aýyrdym, 2-ni aýyrdym, alnan

netijäni 2-ä köpeltdim, 3-i goşdum we netijede 49-y aldym. Men haýsy sany ýat belledim?

Ony haýran galdyryp, siz onuň ýat bellän sanynyň 5-digini aýan edýärsiňiz. Siz ony nädip bildiňiz? Haçanda ýoldaşyňyz ýerine ýetirýän amallaryny aýdanynda, siz ýat bellenen sany  $x$  bilen belgiläp, onuň üstünde şol amallary ýerine ýetirýärsiňiz. Amallar aşakdaky tablisada görkezilen.

Men bir san ýat belledim,	$x$
ony 2-ä köpeltdim,	$2x$
netijesine 3-i goşdum,	$2x+3$
soňra oýlan sanymy goşdum,	$3x+3$
indi men 1-i goşdum,	$3x+4$
2-ä köpeltdim,	$6x+8$
oýlan sanymy aýyrdym,	$5x+8$
3-i aýyrdym,	$5x+5$
oýlan sanymy ýene-de aýyrdym,	$4x+5$
2-ni aýyrdym,	$4x+3$
netijäni 2-ä köpeltdim,	$8x+6$
3-i goşdum	$8x+9$

Görnüşi ýaly, netijede  $8x+9$  alynýar.  $8x+9=49$  deňlemäni çözüp siz ýoldaşyňyzyň ýat bellän sanynyň 5-digini aýan edýärsiňiz. Bu gözbagçylygyň aýratynlygy, ähli amallary ýoldaşyňyzyň özüne erkin düzmeklige rugsat berýänligiňizdedir. Käbir ýagdaýda bu gözbagçylygyň maksadyna ýetmezligi-de mümkin. Mysal üçin, birnäçe hasaplamany ýerine ýetirenden soň  $x+12$  alyndy diýeliň. Ýoldaşyňyz bolsa size: “Men ýat bellän sanymy aýyrdym we netijede 12 alyndy” diýip jogap berdi diýeliň. Siz özgertmeleri yzarlap

$(x+12)-x=12$  bolandygyny we hiç bir deňlemäniň emele gelmändigini, netijede bolsa ýat bellenen sany aýdyp bilmejekdigiňizi aňýarsyňyz.

Bu ýagdaýda näme etmeli?

Şeýle hereket ediň! Haçanda näbelli  $x$  bolmadyk netije alnan mahalynda ýoldaşyňyza: “Saklan! Indi men senden hiç zat soramazdan netijäni aýdyp biljek: ol 12”. Bu bolsa siziň ýoldaşyňyzy öňküden-de aňk-taňk eder. Ol hiç zat geplemän “12-ni nädip bildikä?” –diýip haýran galar. Bu ýerde ýat bellenen san tapylmasa-da, gözbagçylyk maksadyna ýeter. Aşakdaky tablisa seret)

Men bir san ýat belledim,	$x$
oňa 2-ni goşdum,	$x+2$
netijäni 2-ä köpeltdim,	$2x+4$
soňra 3-i goşdum,	$2x+7$
ýat bellän sanymy aýyrdym,	$x+7$
5-i goşdum,	$x+12$
ýat bellän sanymy aýyrdym	12

Azajyk türgünleşik geçirip, siz ýoldaşlaryňyz bilen şeýle gözbagçylyklary ýerine ýetirip bilersiňiz.

## 5. Oýlanyp ýatdan bir san bellän!

Meniň aýdýan amallarymy üns bilen ýerine ýetiriň, men bolsa siziň hasaplamalaryňyzyň netijesini aýan ederin.

**1.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän. Ony 3-e köpeldiň, netijesine 2-ni goşuň soňra 3-e köpeldiň, netijesine ýat-dan bellän sanyňyzy goşuň. Netijäniň birinji sifrini çyzyň. Galan sanyň üstüne 2-ni goşuň. Alnan jemi 4-e bölüň. Paýyň üstüne 19-y goşuň. Siziň hasaplamalaryňyzyň netijesi 21-e deň boldy.

**2.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän. Ony 5-e köpeldiň. Köpeltmek hasylyny ikeldiň we onuň üstüne 14-i goşuň. Jemden 8-i aýryň. Netijäniň birinji sifrini çyzyň. Galan sany 3-e bölüň we oňa 10-y goşuň. Siz 12-ni aldyňyz.

**3.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän we oňa 29-y goşuň, netijäniň ahyrky sifrini taşlaň. Galanyny 10-a köpeldiň. Netijesine 4-i goşuň. Alnan sany 3-e köpeldiň, netijeden 2-ni aýryň. Siz 100-i aldyňyz.

**4.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän. Ony 5-e köpeldiň. Alnan sany ikeldiň netijesinden oýlan sanyňyzy aýryň. Alnan tapawutdaky sanyň sifrlerini goşuň. Netijesine 2-ni goşuň. Jemi kwadrata göteriň. Alnan sandan 10-y aýryň. Tapawudy 3-e bölüň. Siz 37-ni aldyňyz.

**5.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän. Ony 25-e köpeldiň, 3-i goşuň. Alnan sany 4-e köpeldiň, netijäniň birinji sifrini çyzyň. Galan sany kwadrata göteriň. Netijäniň sifrlerini goşuň. 7-ni goşuň. Sizde 16 san alyndy.

**6.** Ikibelgili sany ýat bellän. Oňa 7-ni goşuň. 110-dan alnan jemi aýryň. Tapawuda 15-i goşuň. Netijä ýat bellän sanyňyzy goşuň. Alnan sany 2-ä bölüň. Netijeden 9-y aýryň. Tapawudy 3-e köpeldiň. Siz 150-ni aldyňyz.

**7.** 100-den kiçi sany ýat bellän. Oňa 12-ni goşuň. 130-dan alnan jemi aýryň. Tapawuda 5-i goşuň. Netijä ýat bellän sanyňyzy goşuň. Jemden 120-ni aýryň. Tapawudy 7-ä köpeldiň. 1-i aýryň. Galanyny 2-ä bölüň. 30-y goşuň. Siz 40-y aldyňyz.

**8.** Noldan tapawutly islendik sany ýat bellän. Ony ikeldiň, alnan sana 1-i goşuň. Ýene-de alnan sany 5-e köpeldiň. Ahyrky sifrdan başga ählisini taşlaň. Galan sifri öz-özüne köpeldiň. Netijede alnan sanyň sifrlerini goşuň. Siz 7-ni aldyňyz.

**9.** 100-den kiçi sany ýat bellän. Oňa 20-ni goşuň. 170-den bu alnan sany aýryň. Galan sandan 6-ny aýryň. Tapawuda ýat bellän sanyňyzy goşuň. Alnan sanyň sifrlerini goşuň. Alnan

jemi öz-özüne köpeldiň. Netijeden 1-i aýryň. Alnan sany 2-ä bölüň. 8-i goşuň. Siz 48-i aldyňyz.

**10.** Üçbelgili sany ýat bellän. Onuň sagyndan ýene-de şol sany gaýtalap ýazyň. Alnan sany 7-ä bölüň. Netijäni ýat bellän sanyňyza bölüň. Alnan paýy 11-e bölüň. Netijäni ikeldiň. Alnan sandaky sifrleri goşuň. Siz 8-i aldyňyz.

**11.** Noldan tapawutly 10-dan kiçi bir sany ýat bellän. Ony 2 esse ulaldyň we köpeltmek hasylynyň üstüne 1-i goşuň. Alnan sany 5-e köpeldiň, netijeden 2-ni aýryň. Alnan tapawudyň üstüne 301-i goşuň. Netijedäki ortaky sifri çyzyň we alnan ikibelgili sanyň üstüne 3-i goşuň. Siz 37-ni aldyňyz.

## 6. Üçbelgili sany bilmek

Üçbelgili sany ýat bellän. Häzirlikçe onyň soňky iki sifrini taşlaň. Birinji sifri bolsa ikeldip, onyň üstüne 5-i goşuň, soňra alnan jemi 5-e köpeldiň, bu köpeltmek hasylynyň üstüne ýat bellän sanyňyzyň ikinji sifrini goşuň we netijäni 10-a köpeldiň. Alnan köpeltmek hasylyna ýat bellän sanyňyzyň üçünji sifrini goşuň we alnan netijäni maňa aýdyň. Men siziň haýsy sany ýat bellänligiňizi aýdyp bereýin.

Meselem, goý 387 ýat bellenen san bolsun. Ol san bilen ýokardaky amallary ýerine ýetireliň. Birinji sifri ikeldeliň:  $3 \cdot 2 = 6$ . Köpeltmek hasylynyň üstüne 5-i goşalyň:  $6 + 5 = 11$ . Jemi 5-e köpeldeliň:  $11 \cdot 5 = 55$ . Köpeltmek hasylynyň üstüne ýat bellän sanymyzyň ikinji sifrini goşalyň:  $55 + 8 = 63$ . Jemi 10-a köpeldeliň:  $63 \cdot 10 = 630$ . Köpeltmek hasylynyň üstüne ýat bellän sanymyzyň üçünji sifrini goşalyň:  $630 + 7 = 637$ . Bu alnan netije boýunça gözbagçy ýat bellenen sany aýdýar. Ol muny nähili bilýär?!

## 7. Nähili edip pozulan sifri bilmeli?

Ýoldaşyňyza köpbelgili islendik sany ýat bellemegi we ol sanyň üstünde aşakdaky amallary ýerine ýetirmekligi haýyş ediň:

- Ýat bellän sanyňyzy ýazyň;
- Ol sanyň sifrleriniň orunlaryny islendik tertipde çalşyryň;
- Bu iki sanyň ulusyndan kiçisini aýyryň;
- Alnan tapawudyň noldan tapawutly bir sifrini pozuň;
- Galan sifrleri islendik tertipde maňa aýdyň.

Jogap edip siz ýoldaşyňyza pozulan sifri aýdýarsyňyz.

Meselem, goý ýoldaşyňyzyň ýat bellän sany 3857 bolsun we ol aşakdaky hasaplamalary ýerine ýetiripdir diýeliň:

$3857 ; 8735 ; 8735-3857=4878$

7 sifri çyzyp, ýoldaşyňyz size galan sifrleri aşakdaky tertipde aýdýar 8,4,8. Şu sifrlər arkaly siz pozulan sifri kesgitleýärsiňiz. Onuň üçin siz näme etmeli?

## 8. Doglan gününü we aýyny bilmek

Dostuňuza bir kagyzda doglan gününü ýazmaklygy hödürleş hem-de aşakdaky amallary ýerine ýetirmekligi haýyş ediň:

- Ýazylan sany ikeldiň;
- Alnan netijäni 10-a köpeldiň;
- Köpeltmek hasylyna 73-i goşuň;
- Jemi 5-e köpeldiň;
- Köpeltmek hasylynyň üstüne doglan aýyňyzyň tertip belgisini goşuň.
- Alan netijäňizi maňa aýdyň. Aýdylan netije boýunça, siz oňa doglan gününü we aýyny aýdyp bilersiňiz.

Mysal. Siziň dostuňuz awgust aýnyň 17-sinde dogulan bolsun.

$17 \cdot 2 = 34; 34 \cdot 10 = 340; 340 + 73 = 413; 413 \cdot 5 = 2065; 2065 + 8 = 2073.$

Ýoldaşyňyz 2073-i aýdýar we siz onuň doglan gününü we aýyny aýdyp berýärsiňiz. Ony nähili bilmeli?

## 9. Gürründeşiň ýaşyny nähili bilmeli?

Siz gürründeşiňiziň näçe ýaşyndadygyny anyklamak üçin aşakdaky amallary hödürleş:

- tapawudy 1-den uly bolan iki sifri bir-biriniň yzyndan ýazyň;
- olaryň arasynda islendik üçünji sifri ýazyň;
- alnan üçbelgili sanyň sifrlerini ters tertipde ýazyp täze üçbelgili sany alyň;
- bu üçbelgili sanlaryň ulusyndan kiçisini aýyryň;
- tapawutda alnan sanyň sifrlerini ters tertipde ýazyň;
- täze alnan sany tapawut bilen goşuň;
- jeme öz ýaşyňyzy goşuň we alnan jemi maňa aýdyň.

Siz onuň näçe ýaşyndadygyny dessine aýdýarsyňyz.

Meselem, siziň gürründeşiňiz 25 ýaşynda bolsun. Ol aşakdaky amallary ýerine ýetirýär:

25

275

572

$572-275=297$

$297+792=1089$

$1089+23=1112$

Gürründeşiňiz size 1112 sany aýdýar, siz onuň ýaşyny kesgitlep berýärsiňiz. Nähili edip ony kesgitleýärsiňiz?

## 10. Gürründeşiňiň doglan gününü, aýyny we ýaşyny nähili bilmeli?

Eger siz bu usulyň mazmunyna düşünseňiz, muňa meňzeş gözbagçylyklary özüňiz hem oýlap tapyp bilersiňiz.

Doglan aýyňyzyň tertip belgisini 100-e köpeldiň. Köpeltmek hasylyna doglan gününüz goşuň. Jemi 2-ä köpeldiň we alnan netijäniň üstüne 8-i goşuň. Täze jemi 5-e köpeldiň we üstüne 4-i goşuň. Alnan sany 10-a köpeldip, üstüne 4-i goşuň. Soňra öz ýaşyňyzyň doly sanyny goşuň. Alan netijäňizi maňa aýdyň. Siz bu netije boýunça gürründeşiňiziň doglan aýyny, gününü we ýaşyny kesgitleýärsiňiz. Nähili edip ony kesgitleýärsiňiz?

## 11. Maşgalanyň düzümini nähili bilmeli?

Eger aşakdaky amallary ýerine ýetirse, siz ýoldaşyňyzyň erkek we aýal doganlarynyň sanyny kesgitlep bilersiňiz:

- erkek doganlaryňyzyň sanynyň üstüne 3-i goşuň;
- jemi 5-e köpeldiň;
- köpeltmek hasylyna 20-ni goşuň;
- jemi 2-ä köpeldiň;
- alnan netijä aýal doganlaryňyzyň sanyny goşuň;
- jeme 5-i goşuň we alnan netijäni maňa aýdyň.

Bu netije boýunça siz onuň erkek we aýal doganlarynyň sanyny dessine aýdyp bilersiňiz.

Meselem, ýoldaşyňyzyň 4 erkek we 7 aýal dogany bar bolsun. Ol aşakdaky amallary ýerine ýetirýär:

$$4+3=7 \quad 55 \cdot 2=110$$

$$7 \cdot 5=35 \quad 110+7=117$$

$$35+20=55 \quad 117+5=122$$

122 sany ýoldaşyňyz size aýdýar we siz onuň aýal we erkek doganlarynyň sanyny aýdýarsyňyz. Siz ony nähili bilmekçi?

## 12. Telefon kitaby ulanylýan gözbagçylyk

Bu gyzykly gözbagçylyk aşakdaky ýaly ýerine ýetirilýär. Ýoldaşyňyza deň sifrleri bolmadyk üçbelgili sany ýazmagy hödürläň. Goý, ol 648 ýazypdyr diýeliň.

$$\begin{array}{r} -846 \quad +198 \\ \hline 648 \quad 891 \\ \hline 198 \quad 1089 \end{array}$$

Bu sanyň sifrlerini ters tertipde ýazyp, olaryň ulusyndan kiçisini aýyrmaklygy (eger tapawut iki sifrdən dursa olaryň önünde nol ýazylýar) tabşyryň. Alnan tapawutda-da sifrleri ters tertipde ýazyp, ikisini goşmaklygy haýyş ediň. Ýokarda görkezilen amallary ol size görkezmän, ýagny syryny açman ýerine ýetirýär. Netijäni siz bilýänsiňiz diýip göwnüňe-de getirmeýär. Soňrasiz ýoldaşyňyza telefon kitabyndan ahyrky alynan netijäniň ilkinji üç sifrini (108) aňladýan sahypany açmaklygy haýyş edýärsiňiz ýoldaşyňyz 108-nji sahypany açyp siziň soňky tabşyrygyňyza garaşýar. Açylan sahypanyň ýokarsyndan (ýa-da aşagyndan) jemleýji sanyň (1089) ahyrky sifrine (9) deň boan abonentiň familiýasyny tapmaklygy haýyş edýärsiňiz. Ol 9-njy abonenti tapýar, siz bolsa ol adamyň familiýasyny we onuň telefon belgisini aýdýarsyňyz! Siziň bilirligiňiz ýoldaşyňyzyň aklyny haýran edýär: sebäbi ol kellesine gelen ilkinji sany saýlap aldy, ýöne siz telefonyň eýesiniň familiýasyny we telefon belgisini aýan etdiňiz. Gözbagçylygyň syry nämede?

## 13. Haýran galdyryjy ýatkeşlik

Kähalatlarda gözbagçylar adaty däl ýatkeşligi bilen tomaşaçylaryň aklyny haýran edýärler. Olar uzyn sözlemi, sanla-

ryň yzygiderligini we ş.m. ýatdan aýdyp bilýärler. Sizde hem ýoldaşlaryňyzy şeýle ýatkeşlik bilen haýran galdyran ýaly ukyp bar. Bu gözbagçylygy aşakdaky ýaly amala aşyryp bolar. 50 sany kagyz böleklerini taýýarlap, olarda sanlary we harplary ýazmaly. Şeýlelikde her kartočkada uly san we onuň ýokarky çep burçunda latyn elipbiýindäki harp hem-de sifr ýazylýar. Kartoçkalary ýoldaşlaryňyza (tomaşyçylara) paýlap beriň we olara her kartočkada haýsy sanlaryň ýazylandygyny bilýändigini bildiriş edip aýdyň. Goý, olar size diňe kartoçkanyň harpyny we sifrini aýtsyn ( A1, C4 we ş.m.), siz bolsa bada-bat kartoçkadaky ýazylan sany aýan edersiňiz.

Mysal üçin, bir tomaşaçy size E4 aýdanda, siz 10128224 sany aýtmaly.

A	B	Ç	D	E
24020	36030	48040	510050	612060
A1	B1	Ç1	D1	E1
34212	46223	58234	610245	712256
A2	B2	Ç2	D2	E2
44404	56416	68428	7104310	3124412
A3	B3	Ç3	D3	E3
54616	66609	786112	8106215	9126318
A4	B4	Ç4	D4	E4
64828	768112	888016	9108120	10128224
A5	B5	Ç5	D5	E5
750310	870215	990120	10110025	11130130
A6	B6	Ç6	D6	E6
852412	972318	1092224	11112130	12132036
A7	B7	Ç7	D7	E7
954514	1074421	1194328	12114235	13134142
A8	B8	Ç8	D8	E8

1056616	1176524	1296432	13116340	14136248
A9	B9	Ç9	D9	E9
1158718	1278627	1398536	14118445	15138354

Sanlaryň örän uzyn, sany hem 50 bolandygy üçin siziň sungaty-ňyz tomaşaçylary haýran galdyran. Ýöne siz ähli 50 sany uzyn sanlary ýat tutmaly däl. Hakykat has ýönekeý. Gözbagçylygyň syry nämede?

#### 14. Ajaýyp ýatkeşlik

Kagyz listine 20-25 sifri bolan uly san ýazýarsyňyz we tomaşaçylara şu sanyň ähli sifrini şu yzygiderlikde gaýtalap biljekdigiňizi duýdurýasyňyz. Biz yzygiderlikde hiç hili kanunlaýyklygyň ýokdugyna seretmezden siz gözbagçylygy ýokary derejede geçirýärsiňiz. Siz bu işi nähili edip amala aşyrdyňyz?

#### 15. Nähili edip ýazylmadyk sanlaryň jemini bilmeli?

Siz wagtlaýynça diňe birisi ýazylan üç sanyň jemini aýan etmege çalyşýarsyňyz. Gözbagçylyk şeýle ýerine ýetirilýär:

Siz ýoldaşyňyza islendik köpbelgili sany ýazmagy hödürleýärsiňiz: bu birinji goşulyjydyr. Goý ol 84706 sany ýazsyn, onda ikinji we üçünji sanlara orun galdyryp doly ýazylmadyk üç sanyň jemini önünden ýazýarsyňyz:

1-nji goşulyjy	84706
2-nji goşulyjy	.....
3-nji goşulyjy	.....
Jemi:	184705

Ondan soň ýoldaşyňyz ikinji sany ýazýar (birinji san näçe belgili bolsa, ikinji san hem şonça belgili bolmaly), üçünji goşulyjyny siz özüňiz ýazmaly:

1-nji goşulyjy	84706
2-nji goşulyjy	30485
3-nji goşulyjy	69514
Jemi:	184705

Jemiň dogry tapylandygy şübhesizdir. Gözbagçylygyň syry nämede?

## 16. Çalt kub kök almak

Kub kök almak boýunça gözbagçylyk tomaşaçylaryň birini sahna çagyryp 1-den 100-e çenli islendik sany almagy we şol sanyň kubuny çalt hasaplap, netijäni size aýtmakdan başlanýar. Ondan soňra gözbagçy bada-bat şol sandan alnan kub köki aýan edýär.

Bu gözbagçylygy görkezmek üçin ilki bilen 1-den 10-a çenli sanlaryň kublaryny ýatdan bilmek zerurdyr:

$1^3=1$ ;  $2^3=8$ ;  $3^3=27$ ;  $4^3=64$ ;  $5^3=125$ ;  $6^3=216$ ;  $7^3=343$ ;  $8^3=512$ ;  $9^3=729$ ;  $10^3=1000$ .

Görnüşi ýaly, 2 we 3-den we 7 we 8-den beýleki sanlar öz kublarynyň ahyrky sifri bilen gabat gelýär. 2 we 3, 7 we 8 sanlaryň kubunyň ahyrky sifri 10 bilen kuba göterilýän sanyň tapawudyna deňdir. Bu maglumatlar çalt kub kök almak üçin ulanylýar. Goý, tomaşaçy käbir sany kuba göterip size 250047 sany aýtsyn. Bu sanyň ahyrky sifri 7, şonuň üçin kub köküň ahyrky sifri 3 bolmalydyr. Gözlenýän sanyň birinji sifrini aşakdaky ýaly taparys. Kubuň ahyrky üç sifrini çyzýarys (onuň sifrleriniň sanyna bagly bolmazdan) we olaryň önündäki sifrlere üns berýäris. Biziň alan ýagdaýymyza bu san 250. 250 san kublar tablisasynda 6-nyň we 7-niň

kublarynyň arasynda ýerleşýär. Olaryň kiçisi biziň mysalymyza 6-dyr we ol kub köküň birinji sifridir. Şonuň üçin dogry jogap 63 bolar. Işin özenine oňat düşünmek üçin ýene-de bir mysala seredeliň. Goý 19683 san aýdylan bolsun. Onuň ahyrky sifri 3 bolandygy üçin, hut köküň ahyrky sifri 7 bolar. Ol sanyň ahyrky 3 sifrini çyzyp 19 sany alarys. 19 san 2-niň we 3-üň kublarynyň arasynda ýerleşýär. Şol sanlaryň kiçisi 2, diýmek gözlenýän kub kök 27 bolmalydyr.

Okyjylara, tomaşaçylara bu gözbagçylyk täsin görüňän bolsa-da, ýokary derejeli kökleri almagyň has ýeňil usullary-da bar. Olaryň in ýeňilleriniň birisi 5-nji derejeli kök almakdyr, sebäbi islendik san we onuň başinji derejesi hemişe şol bir sifr bilen tamamlanýar.

## 17. Fibonaççiniň sanlaryny goşmak

Üçünji sandan başlap her bir san önündäki iki sanyň jemine deň bolan san yzygiderligine fibonaççiniň sanlary diýilýär.

8  
5  
13  
18  
31  
49  
80  
129  
209  
338

Fibonaççinin sanlary bilen baglanyşykly gözbagçylyk şeýle görkezilýär: gözbagçy tomaşaçylaryň birine iki sany sany bir-biriniň aşagyndan ýazmaklygy haýyş edýär. Mysal üçin 8 we 5 ýazylýar. Soňra bu sanlar bilen baglanyşykly 10 agzadan ybarat fibonaççiniň sanlary ýazylýar. Sanlar ýazylan döwründe gözbagça ol sanlar görkezilmeýär. Soňra gözbagçy ýazylan sanlara seredip bada-bat ol sanlaryň jemini aýdýar. Şol jemi tapmak üçin oňa diňe aşakdan dördünji sany 11-e ýatdan köpeltmek ýeterlikdir. Biziň yzygiderligimizde aşakdan 4-nji orunda 80-iň bolandygy üçin

$$80 \cdot 11 = 880$$

gözlenýän jem bolar.

### **18. Ýat belenen san bilen geçirilýän amallaryň netijesini önünden bilmek**

Iň bir gadymy gözbagçylyklaryň biri-de ýat belenen san bilen geçirilýän amallaryň netijesini önünden bilmekdir. Bir adama bir sany ýat bellemek, onuň üstünde birnäçe amallary ýerine ýetirmek we netijesini gözbagça aýtmak teklipe edilýär. Bu aýdylan san bolsa gözbagçynyň ön mälüm eden sany bilen gabat gelýär. Gözbagçylyk şeýle ýerine ýetirilýär: tomaşaça bir sany ýat bellemek, ony ikeltmek, alnan netijä 8 goşmak, bu jemi ikä bölmek we iň ahyrynda paýdan ýat belenen sany aýyrmak teklipe edilýär. Jogapda hemişe siziň hödürlän sanyňyzyň (8) ýarysy (4) emele geler. Eger tomaşaça 10-y goşmak teklipe edilen bolsa jogapda 5 alnardy.

Şuňa meňzeş has gyzykly gözbagçylyklaryň biri-de tomaşaça doglan ýylyny ýazmakdan we onuň üstüne, onuň durmuşunda bolup geçen ýatdan çykmaýak wakanyň bolan ýylyny goşmagy teklipe etmekden başlanýar. Emele gelen jemiň üstüne ol öz ýaşyny-da, ahyrynda ýatdan çykmaýak wakadan soň geçen ýyl sanyny-da goşmaly bolýar. Tomaşaçylaryň

arasynda diňe käbirleri agzalan 4 sanyň jeminiň hemişe üstümizdäki ýylyň 2 essesine deňdigine düşünp biler. Şonuň üçin siz önünden alynmaly jemi bilersiňiz. Eger  $N_0$ -doglan ýyly,  $N_1$ -ýatdan çykmaýak wakanyň bolan ýyly,  $N_2$ -üstümizdäki ýyl bolsa, onda

$$N_0 + N_1 + (N_2 - N_0) + (N_2 - N_1) = 2N_2 \text{ bolar.}$$

Tomaşaçylar tarapyndan alnan jemler deňeşdirilip göründe, olaryň ählisiniň şol bir sandygy ýüze çykýar. Gözbagçylygy synlanlaryň köpüsünde tomaşaçynyň ýazan 4 sanyny siziň önünden bilýändiginiň barada nädogry pikir hem dörär. Hakykatda welin siz olaryň ýazan sanlarynyň birini-de bilmeýärsiňiz. Siz tomaşaçydan ýaş sanyny goşmagy teklipe edeniňizde 31-nji dekabra çenli doljak ýaşyny almalydygyny ýatlatmagy unutmaň. Yogsam bolmasa, onuň doly ýaşy hasaplanylanda onuň siziň ýalňyşmagyňyza alyp gelmegi mümkindir.

Gözbagçylygy çymşyramlaşdyrmak üçin alnan jemiň üstüne ön bilýän sanyňyzy, meselem, öýdäki adamlaryň sanyny-da goşdurmak bolar. Onuň üçin üstümizdäki ýylyň 2 essesine ol sany önünden goşup goýmak maksadalaýyk bolar. Şeýle edilse gözbagçylygyň syrynyň çalt üstüniň açylmazlygy üçin oňaly bolar. Ol gözbagçylygy gaýtalamaly bolan ýagdaý ýüze çykan mahalynda ýylyň iki essesiniň üstüne goşmak üçin başga sanlary-da ulanmak mümkin (mysal üçin, üstümizdäki aýyň gün sany we ş.m.).

### **19. Dokuzlyk we onuň syrlary**

Dokuzlyk bilen baglanyşykly gözbagçylyklaryň iň ajaýyp-larynyň birine seredeliň. Görkezilýän döwründe tomaşaçydan hiç bir zadyň soralmaýandygy bu gözbagçylygyň gymmatyny has-da artdyrýar. Käbir kynçylyklara seretmezden, oňat türgenleşik geçirilen mahalynda, tomaşaçynyň ýat bel-län sanyny aýan etmeklige mümkinçilik tapylýar. Bu göz-

bagçylygy görkezmekligi aşakdaky ädimler boýunça alyp gitmeli:

**1.** Siz bir tomaşaçydan 1-den 10-a (10 hem girýär) çenli islendik sany ýat bellemegi haýyş edýärsiňiz.

**2.** Ol sany 3-e köpeltmegi buýurýarsyňyz .

**3.** Köpeltmek hasylyny 2-ä bölmegi tabşyryarsyňyz.

**4.** Alnan paýda garyşyk sanyň ýa-da bitin sanyň alnandygyny anyklamaly bolýar. Ol aşakdaky ýaly amala aşyrylýar: Ahyrky netijäni ýene-de bir gezek 3-e köpeltmegi haýyş edersiniňiz. Eger tomaşaçy bu ädimi çalt ýerine ýetirse, onda netijäniň garyşyk san dældigi belli bolar. Eger tomaşaçy bu ädimi ýerine etirmekde ikerjilense, onda onuň garyşyk san bilen iş salyşýandygy barada netijä gelmek bolar. Kähalatda tomaşaçynyň “Sanyň drob bölegini näme etmeli?” diýip soramagy-da mümkindir. Tomaşaçynyň garyşyk san alandygyny aňan bolsaňyz şeýle diýip bilersiňiz: “Siz garyşyk san aldyňyz, şeýle dälmi? Şol sany uly tarapa tegelekläp, bitin san almagyňyzy haýyş edýärin. Mysal üçin, eger siz 10,5 alan bolsaňyz, onuň ornuna 11-i alyň. Soňra 3-e köpeltmegi amala aşyryň”. Eger paý garyşyk san bolsa, ýat bellemeli “çözgütli san” 1. Eger paý бүтін san bolsa, hiç zady ýat bellemeli däl.

**5.** Öňki görkezmäňize laýyk 3-e köpeldilenden soň, tomaşaça täzedan 2-ä bölmekligi tabşyrmaly.

**6.** Soňra ýene-de garyşyk sanyň ýa-da бүтін sanyň emele gelendigini ýokardaky ýaly, anyklamak zerur. Eger garyşyk san alnan bolsa, edil öňki ýaly ol sany tegeleklemegi tabşyryň hem-de “çöz-gütli san” hökmünde 2-ni ýat belläň. Paý бүтін san bolsa, hiç zady ýat bellemeli däl .

**7.** Netijä 2-ni goşmagy teklip ediň.

**8.** Jemden 11-i aýyrmaklygy soraň. Bilşiňiz ýaly, ahyrky iki amal 9-y aýyrmaklygy aňladýar; ýöne edilen artykmaç ädimler 9-lygyň syryny açmazlyk üçin ýerine ýetirilýär.

**9.** Eger tomaşaçy emele gelen sanyň kiçidigi üçin 11-i aýryp bolmajakdygyny aýdanynda, siz bada-bat onuň ilkibaşdaky ýat bellän sanyny aýdyp bilersiňiz. Siz çözügütli san diýip 1-i ýatlan bolsaňyz, onda onuň ýat bellän sany 1 bolmaly; 2-ni ýatlan bolsaňyz, onda onuň ýat bellän sany-da 2 bolmaly. Eger çözügütli sanlaryň ikisini-de ýatlan bolsaňyz, onda ýat bellenen san ( $1+2=3$ ) 3-e deňdir. Eger hiç zat ýatlama-dyk bolsaňyz, onda onuň ýat bellän sany 4 bolmaly (bu ýagdaýda 8-nji ädimde jemden 11 aýrylanda 0 alynýar).

Eger tomaşaçy ahyrky jemden 11-i aýyrmagy amala aşyrsa, onda onuň ýat bellän sanynyň 4-den uludygy gelip çykýar. Bu halda 4-i “çözgütli san” hökmünde ýat belläň we gözbagçylygy aşakdaky ýaly dowam etdiriň:

**10.** Ahyrky netijäniň üstüne 2-ni goşuň.

**11.** Jemden 11-i aýyryň.

Eger bu aýyrmak amalyňy ýerine ýetirmek mümkin bolmasa, onda “çözgütli sanlary (şol sanda soňky ýat bellenen çözgütli san 4-i hem) goşup ýat bellenen sany tapýarys. Eger tomaşaçy bu aýyrmak amalyňy hem ýerine ýetirse, onda ýene-de bir 4-i “çözgütli san” hökmünde ýat belläp we olaryň ählisini goşup, ýat bellenen sany tapyp bilersiňiz. Göräýmäge bu gözbagçylyk örän çylşyrymly ýaly. Emma türgenleşik işleri geçirilse, bu gözbagçylygy ussatlyk bilen ýerine ýetirip bolýar. Mysal hökmünde 1, 5, 9 sanlar; 2, 6, 10 sanlar; 3, 7 sanlar; 4, 8 sanlar ýat bellenende ýerine ýetirilýän işlere syn edeliň.

<b>1.</b> 1	<b>1.</b> 5	<b>1.</b> 9 (ýat bellenen sanlar)
<b>2.</b> $1 \cdot 3 = 3$	<b>2.</b> $5 \cdot 3 = 15$	<b>2.</b> $9 \cdot 3 = 27$
<b>3.</b> $3 : 2 = 1,5$	<b>3.</b> $15 : 2 = 7,5$	<b>3.</b> $27 : 2 = 13,5$
<b>4.</b> $1,5 \approx 2 \cdot 3 = 6$ (1)	<b>4.</b> $7,5 \approx 8 \cdot 3 = 16$ (1)	<b>4.</b> $13,5 \approx 14 \cdot 3 = 42$ (1)
<b>5.</b> $6 : 2 = 3$	<b>5.</b> $16 : 2 = 8$	<b>5.</b> $42 : 2 = 21$
$3 + 2 = 11$	$8 + 2 = 11 = 1; 1 + 2 = 11$	$21 + 2 = 11 = 12; 12 + 2 = 11 = 3$

Görnüşi ýaly, birinji halda 11-i aýyrmak mümkin däl. Diýmek, ýat bellenen çözgütli san (1) tomaşaçynyň ýat bellän sany. Ikinji hal-da birinji sapar 11-i aýyrmak mümkin, emma ikinji sapar mümkin däl. Diýmek, ýat bellenen çözgütli sanyň (1) we 4-iň jemi, ýagny 5 tomaşaçynyň ýat bellän sany. Üçünji halda ikinji gezek hem 11-i aýyryp bolýar. Diýmek, ýat bellenen çözgütli sanyň (1) we iki sany 4-iň jemi  $1+4+4=9$  tomaşaçynyň ýat bellän sanydyr.

- |                            |                               |                               |
|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. 2                       | 1. 6                          | 1. 10 (ýat bellenen sanlar)   |
| 2. $2 \cdot 3=6$           | 2. $6 \cdot 3=18$             | 2. $10 \cdot 3=30$            |
| 3. $6:2=3$                 | 3. $18:2=9$                   | 3. $30:2=15$                  |
| 4. $3 \cdot 3=9$           | 4. $9 \cdot 3=27$             | 4. $15 \cdot 3=45$            |
| 5. $9:2=4,5 \approx 5$ (2) | 5. $27:2=13,5 \approx 14$ (2) | 5. $45:2=22,5 \approx 23$ (2) |
- $5+2-11$      $14+2-11=7$ ;  $7+2-11$      $23+2-11=14$ ;  $14+2-11=4$

Görnüşi ýaly, birinji halda 11-i aýyrmak mümkin däl. Diýmek, ýat bellenen çözgütli san (2) tomaşaçynyň ýat bellän sany. Ikinji hal-da birinji sapar 11-i aýyrmak mümkin, emma ikinji sapar mümkin däl. Diýmek, ýat bellenen çözgütli sanyň (2) we 4-iň jemi, ýagny 6 tomaşaçynyň ýat bellän sany. Üçünji halda ikinji gezek hem 11-i aýyryp bolýar. Diýmek, ýat bellenen çözgütli sanyň (2) we iki sany 4-iň jemi  $2+4+4=10$  tomaşaçynyň ýat bellän sanydyr.

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. 3                        | 1. 7 (ýat bellenen sanlar)    |
| 2. $3 \cdot 3=9$            | 2. $7 \cdot 3=21$             |
| 3. $9:2=4,5 \approx 5$ (1)  | 3. $21:2=10,5 \approx 11$ (1) |
| 4. $5 \cdot 3=15$           | 4. $11 \cdot 3=33$            |
| 5. $15:2=7,5 \approx 8$ (2) | 5. $33:2=16,5 \approx 17$ (2) |
- $8+2-11$      $17+2-11=8$ ;  $8+2-11$

Görnüşi ýaly, birinji halda 11-i aýyrmak mümkin däl. Diýmek, ýat bellenen çözgütli sanlaryň jemi  $1+2=3$  tomaşaçynyň ýat bellän sany. Ikinji halda birinji sapar 11-i aýyrmak mümkin, emma ikinji sapar mümkin däl. Diýmek, ýat belle-

nen çözgütli sanlaryň we 4-iň jemi, ýagny  $1+2+4=7$  tomaşaçynyň ýat bellän sany.

- |                   |                            |
|-------------------|----------------------------|
| 1. 4              | 1. 8 (ýat bellenen sanlar) |
| 2. $4 \cdot 3=12$ | 2. $8 \cdot 3=24$          |
| 3. $12:2=6$       | 3. $24:2=12$               |
| 4. $6 \cdot 3=18$ | 4. $12 \cdot 3=36$         |
| 5. $18:2=9$       | 5. $36:2=18$               |
- $9+2-11=0$      $18+2-11=9$ ;  $9+2-11=11$

Görnüşi ýaly, birinji halda 11 aýyrylanda 0 alyndy. Ýat bellenen çözgütli san ýok. Diýmek, tomaşaçynyň ýat bellän sany 4-e deň. Ikinji halda birinji sapar 11-i aýyrmak mümkin, emma ikinji saparda 11 aýyrylanda 0 alyndy. Ýat bellenen çözgütli san ýok. Diýmek, tomaşaçynyň ýat bellän sany  $4+4=8$ .

Göräýmäge bu gözbagçylygy ýerine ýetirmek örän kyn ýaly. Emma käbir türgenleşikden soňra bu ädimler siziň üçin hiç bir kynçylyk döretmez. Elbetde 9-lygy aýyrmagy dürli usullar boýunça amala aşyryp bolar. Biz iň soňky netijä 2-ni goşduryp, soňra 11-i aýyrtýdyk. Emma 5-i goşduryp 14-i aýyrtmak ýa-da 3-i goşduryp 12-ni aýyrtmak we ş.m. hem bolar. Munuň ýaly özgertmeler gözbagçylygyň syrynyň açylmazlygy üçin möhümdir. Bu gözbagçylygy birnäçe sapar görkezenden soňra siz buýruklary tomaşaçyda hiç hili güman döremez ýaly berip bilersiňiz. Şonda ol, öz jogaplary bilen sizi gerekli maglumatlar bilen üpjün edýänligini asla pikirine hem getirmez.

Agzalan gözbagçylygyň syry 9 sanyň häsiýetlerine esaslanandyr. 9-yň täsin aýratynlygy ulanylýan ýene-de birnäçe gözbagçylyklar bar. Mysal üçin, 1-nji we 3-nji sifrleri dürli bolan islendik üçbelgili sany ters tertipde ýazyp, ulusyndan kiçisini aýyrsak, biz hemişe ortada 9 we gyraky sifrleriniň jemi 9 bolan tapawudy alarys. Bu bolsa, diňe 1-nji ýa-da

3-nji sifri boýunça tapawudyň netijesini aýan etmäge mümkinçilik döredýär. Eger indi tapawudy ters tertipde ýazyp, bu iki sany goşsak, jem 1089-a deň bolar.

Sanlar bilen görkezilýän ýörgünli gözbagçylyklaryň biri aşakdakydan ybaratdyr. 1089 san önünden bir list kagyza ýazylýar we tersine öwürlip stolyň üstünde goýulýar. Tomaşaçy ýokarda görkezilen amallary ýerine ýetirip, 1089-a deň netijäni alandan soň, listi galdyryp jogabyny öň ýazandygynyzy görkezýärsiňiz. Has gyzykly bolmagy üçin ilkinji gezek listi ters görkezmeli. Onda ýazylan san 6801 bolar, bu bolsa nädogry jogapdyr. Ýüzünize haýran galan ýaly görnüş berip, soňra listi nädogry alandygynyzy üçin ötüňç sorañ. Ony  $180^\circ$ -a öwürüp, dogry 1089 sany görkeziň.

## 20. Sanyň sifrler kökünüň sylary

Eger 98672 sanyň ähli sifrlerini goşsak, 32 alnar; 32-niň sifrlerini goşup, 5 alarys. 5-e 98672 **sanyň sifrler köki** diýilýär. Sanyň sifrler kökünü has çalt tapmak üçin sandaky dokuzluklary taşlamak usuly ulanylýar. Goý, 87345691 sanyň sifrler kökünü tapmak gerek bolsun.  $8+7+3=18$ ;  $1+8=9$  we  $4+5=9$  bolany üçin 8, 7, 3, 4, 5 sifrleri taşlaýarys. Soňra 6, 9, 1 sifrlerden 9-y taşlap we 6-a 1-i goşup 7-ni alýarys. Diýmek, 7 ilkişadaky alan sanymyzyň sifrler köküdür.

Görkezilýän gözbagçylyklaryň köpüsi sifrler köki 9-a deň bolan sanlar bilen baglanyşyklydyr. Emma muňa garamazdan bu gözbagçylyklar tomaşaçyda “Jogaplar tötänleýin alyndy” diýen pikiri döredýär. Islendik san 9-a köpeldilenden soňra alnan köpeltmek hasylynyň sifrler köki 9-a deň bolýar. Tomaşaça sifrler köki 9-a deň bolan san alnar ýaly birnäçe amallary ýerine ýetirmek tabşyrylýar. Sonra alnan jogapdaky islendik sifriň (noldan başga) daşyny galam bilen aýlap bellemek we galan sifrleri islendik tertipde aýtmak hödürle-

nilýär. Hiç bir zady görmeýändigine garamazdan, gözbagçy daşy aýlanan sifri kynçylyksyz aýan edip biler. Onuň üçin tomaşaçynyň aýdan sifrlerini goşmaly, dokuzlyklary taşlamaly. Ahyrky sifr gözbagça aýdylanda ol eýýäm bu san köplüginin sifrler kökünü biler. Eger alnan kök dokuzlyk bolsa, onda daşy galam bilen aýlanan san 9-dyr. Başga ýagdaýlarda daşy aýlanan sifri tapmak üçin 9-dan, alnan sifrler kökünü aýyrmak ýeterlikdir. Sifrler kökü 9-a deň sany almak maksady bilen geçirilip bilinjek hasaplamalaryň käbirlerine mysal hökmünde seredeliň.

1. Islendik sany (islendikçe uly san bolup biler) ýazyň we islendik tertipde sifrleriniň ýerlerini çalşyryp, täze san alyň. Ol sanlaryň ulysyndan kiçisini aýryň.

2. Islendik san ýazyň, onuň ähli sifrlerini goşuň we alnan jemi ilkişadaky sandan aýyryň.

3. Islendik san ýazyň, onuň sifrleriniň jemini tapyň ony 9-a köpeldiň we netijäni ilkişadaky sana goşuň. Şonda bu jemiň sifrler köki berlen sanyň sifrler köküne deň bolar.

4. Haýsyda bolsa bir san ýazyň, ony 9-a ýa-da 9-a bölünýän sana köpeldiň (ähli 9-a bölünýän sanlaryň sifrler köki dokuzdyr we tersine, sifrler köki 9 bolan islendik san 9-a bölünýändir).

5. Haýsyda bolsa bir sany ýazyň we onuň sifrleriniň ornuny (islendik tertipde) üýtgediň. Ol sanlary goşuň, alnan netijäni kwadrata göteriň.

Eger sifrler köki 9 bolan sanlaryň alnyş usulyny tomaşaçylardan has gizlejek bolsaňyz, **esasy amalyň** (9-a köpeltmegiň) öň ýanyndan dürli sanlary girizip bilersiňiz. Mysal üçin, tomaşaça jübüsindäki teňneleriň ýa-da pullaryň sanyny ýazmagy, ony otagdaky adam sanyna köpeltmegi, bu köpeltmek hasylynyň üstüne durmuşyndaky ýatdan çykmaýak waka bolan ýyly goşmagy we ş.m., ahyrynda-da netijäni 9-a köpeltmekligi hödürläp bilersiňiz. Diňe ahyrky ýerine ýetirilen

**esasy amalyň** sifrler köki 9 bolan sany almaga mümkinçilik berýändigini ýatdan çykarmaly däl. Bu san alnan badyna siz tomaşaça islendik sifriň daşyny galam bilen aýlamagy hödürlep, ýokardaky beýan edilen usulda gözbagçylyk görkezip bilersiňiz.

## 21. Ýaşy bilmek

Käbir adamyň ýaşyny bilmekligiň gyzykly usullarynyň biri dokuzlyk sifrler köki bolan san bilen baglanyşyklydyr. Tomaşaça islendik sany ýat belläp, ony 9-a köpeltmek we alnan köpeltmek hasylyna öz ýaşyny goşmak hödürlenýär. Ol ahyrky netijäni size aýdýar. Alnan jem boýunça tomaşaçynyň ýaşyny bilmek kyn däl. Ilkibaşda jemiň sifrler kökünü tapmaly. Soňra ol köke birnäçe gezek dokuzlyklary goşmaly. Haçanda alnan san tomaşaçynyň ýaşyna laýygrak gelse, ony aýan etmeli. Şol hem tomaşaçynyň ýaşy bolar.

Goý siz tomaşaça islendik sany ýazdyryp, ony 9-a köpeltendenden soň alnan jem 2826 bolsun diýeliň. Ol sana özüniň 40 ýaşyny goşup size 2866 sany aýdýar. Öz gezegiňizde siz şol sanyň sifrler kökünüň 4-e deňdigini çalt tapmaly, 4-e dokuzlyklary goşup 13, 22, 31, 40, 49 we ş.m. sanlary almaly. Adamyň keşbine seredip, 9 ýaş ýalňyşmagyň ähtimallygynyň örän kiçidigini göz önünde tutup, tomaşaça laýyk gelýän ýaşy emele gelen yzygiderlikden saýlap almaly. Mysalymyzda tomaşaçynyň ýaşy hökmünde 40-y alýarys.

Hasapçylar we derňewçiler goşmagyň we köpeltmegiň dogrulygyny sifrler kökünüň kömegi bilen barlaýarlar. Mysal üçin, eger ähli goşulyjylaryň sifrler kökleriniň jemiň sifrler köki bilen jemiň sifrler köki deň bolmasa, onda hasaplamada ýalňyş goýberilendir. Eger deňeşdirilende ol kökler deň bolsa, goşmak dogry ýerine ýetirilendir. Bu ýagdaýy aşakda beýan ediljek gözbagçylykda görkezeliň.

## 22. Goşmakly gözbagçylyk

Kimdir birine goşmaga degişli mesele düzmegi hödürlep, ähli goşulyjylary sütün görnüşinde biri-biriniň aşagyndan ýazdymaly. Türgenleşenden soň siz ol ýazýança ähli ýazylan sanlaryň sifrler kökünü tapyp we ýat belläp ýetişersiňiz. Soňra ters bakyp, goşmagy ýerine ýetirmegi haýyş etmeli. Eger tomaşaçy alnan jemdäki noldan tapawutly bir sifriň daşyny galam bilen aýlasa, galanlaryny bolsa islendik tertipde aýtsa, siz daşy aýlanan sifri aýan edip bilersiňiz. Onuň üçin siz ahyrky aýdylan sifrler toparynyň sifrler kökünü tapmaly we ilkibaşdaky tapylan we ýat bellenen sifrler kökünden aýyrmaly. Eger ikinji kök birinjiden uly bolsa, aýyrmazdan öň birinji sifrler köküne dokuzlyk goşuň. Eger kökler deň bolsa, onda bellenen san dokuzlykdyr.

## 23. Köpeltmekli gözbagçylyk

Öňkä meňzeş gözbagçylygy köpeltmäge degişli ýumuşlary düzmek arkaly hem ýerine ýetirip bolar. Bu ýerde biz iki köpeldijiniň sifrler kökleriniň köpeltmek hasylynyň sifrler kökünüň, köpeltmek hasylynyň sifrler köküne deň bolýandygyna esaslanýarys. Kimdir-birine 5 ýa-da 6 belgili uly sany ýazmagy we onuň aşagyndan başga bir uly sany ýazmagy tekli edýärsiňiz. Ol ýazýança siz ol köpeldijileriň sifrler köklerini hasaplap, soňra olaryň köpeltmek hasylynyň sifrler kökünü tapyp ýatda saklaýarsyňyz. Indi siz arkaňyza ters öwürülip, tomaşaça ýazan sanlaryny köpeltmegi haýyş edýärsiňiz. Soňra köpeltmek hasylynyň noldan başga islendik sifriň daşyny galam bilen aýlap bellik etmekligi, galan sifrleri bolsa islendik tertipde aýtmaklygy tekli ediniň. Edil öňki gözbagçylykdaky ýaly siz daşy aýlanan sifri, tomaşaçynyň aýdan sifrler toparynyň sifrler kökünden, öňki ýatlan sifrler

köküňizi aýryp aýan edip bilersiňiz. Eger ikinji kök birinji-den uly bolsa, ýene-de aýyrmazdan öňürti birinji köke dokuzlygy goşmaly.

## Jogaplar we çözülişler

### 5. Oýlanyp ýatdan bir san belläň!

1. Eger ýat bellenen san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar  $(3a+2) \cdot 3 + a = 10a+6$  ýaly bolar.

Görnüşi ýaly, ilkinji sifri ýat bellenen san, ikinjisi sifri bolsa 6-a deň bolan ikibelgili san alynýar. Eger bu ikibelgili sanyň birinji sifri çyzylsa, onda ýat bellenen san ýok edilýär. Şu ýerde gözbagçylygy görkezýäne tomaşaçynyň 6 sany alandygy aýan bolýar. Soňky ýerine ýetirdilýän amallar diňe gözbagçylygyň syryny açmazlyk üçin geçirilýär.

2. Eger ýat bellenen san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar  $5a \cdot 2 + 14 - 8 = 10a+6$  ýaly bolar. 1 gözbagçylykdaky ýaly, ilkinji sifri ýat bellenen san, ikinjisi sifri bolsa 6-a deň bolan ikibelgili san alynýar. Birinji sifr çyzyldyrylandan soňra tomaşaçyda 6-nyň alandygy belli bolýar. Gözbagçynyň galan hereketleri düşnükli.

3. 1, 2, 3, ..., 9 sanlaryň islendigi bilen 29-y goşsak, 30-dan 38-e çenli sanlaryň haýsy hem bolsa biri alnar. Alnan sanyň soňky sifrini taşlap, 3-i alarys. Soňky ýerine ýetirdilýän amallar diňe gözbagçylygyň syryny açmazlyk üçin geçirilýär.

4. Eger ýat bellenen san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar  $5a \cdot 2 - a = 9a$  ýaly bolar. Bu sanyň sifrleriniň jemi  $(9-a)$  köpeldilen sanyň sifrleri köki  $9-a$  deňdir.  $(9+2)^2=121$ ;  $121-10=111$ ;  $111:3=37$ .

5. Eger ýat bellenen san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar  $(25a+3) \cdot 4 = 100a+12 = \overline{a12}$  ýaly bolar. Bu üçbelgili sanyň birinji sifri çyzylandan soňra 12 alynýar.  $12^2=144$ ;  $1+4+4=9$ ;  $9+7=16$ .

6. Goý, ýat bellenen ikibelgili san  $a$  bolsun. Onda aşakdaky ýaly amallar geçirilýär:  $110-a - 7 + 15 + a = 118$ . Görnüşi ýaly, bu amallardan soňra tomaşaçynyň 118 alandygy gözbagça belli.  $118:2=59$ ;  $59-9=50$ ;  $50 \cdot 3=150$ .

7. Goý, ýat bellenen 100-den kiçi ikibelgili san  $a$  bolsun. Onda aşakdaky ýaly amallar geçirilýär:  $130-a - 12 + 5 + a = 123$ . Görnüşi ýaly, bu amallardan soňra tomaşaçynyň 123 alandygy gözbagça belli.  $123-120=3$ ;  $7 \cdot 3=21$ ;  $21-1=20$ ;  $20:2=10$ ;  $10+30=40$ .

8. Eger ýat bellenen san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar  $(2a+1) \cdot 5 = 10a+5$  ýaly bolar. Görnüşi ýaly, bu sanyň iň soňky sifri 5. Eger bu sanyň iň soňky sifrinden beýlekileri çyzylsa, onda diňe 5 galar. Soňky ýerine ýetirdilýän amallar diňe gözbagçylygyň syryny açmazlyk üçin geçirilýär:  $5 \cdot 5=25$ ;  $2+5=7$ .

9. Goý, ýat bellenen 100-den kiçi ikibelgili san  $a$  bolsun. Onda aşakdaky ýaly amallar geçirilýär:  $170-(a+20)-6+a=144$ . Görnüşi ýaly, bu amallardan soňra tomaşaçynyň 144 alandygy gözbagça belli.  $1+4+4=9$ ;  $9 \cdot 9=81$ ;  $81-1=80$ ;  $80:2=40$ ;  $40+8=48$ .

10. Üçbelgili san iki gezek ýazylyp alnan altybelgili sany  $\overline{abcabc}$  görnüşde ýazyp bolar. Bu altybelgili sanyň üstünde aşakdaky ýaly özgertmeleri gecirýäris:

$$\begin{aligned}\overline{abcabc} &= 100000a + 10000b + 1000c + 100a + 10b + c = \\ &= 100100a + 10010b + 1001c = 1001 \cdot (100a + 10b + c) = \\ &= 1001 \cdot \overline{abc};\end{aligned}$$

$1001 \cdot \overline{abc} : 7 = 143 \overline{abc}$ ;  $143 \overline{abc} : \overline{abc} = 143$ ;  $143:11=13$ ;  $13 \cdot 2=26$ ;  $2+6=8$ . Görnüşi ýaly, 10-njy gözbagçylykda sany aýan etmek ýörite tärsasynda amala aşyrylýar. Üçbelgili sanyň yzyndan ony gaýtalap ýazmak, şol oýlanan sany 1001-e köpeltmek diýmekdir (meselem,  $356 \cdot 1001 = 356356$ ).

**11.** Eger ýat bellenen 10-dan kiçi san  $a$  bolsa, onda ýerine ýetirilen hasaplamalar aşakdaky ýaly bolar:

$$(2a+1) \cdot 5 - 2 + 301 = 3 \cdot 100 + 10a + 4 = \overline{3a4}.$$

Görnüşi ýaly, bu sanyň ortaky sifrini çyzyp 34 alarys.  $34+3=37$ .

Bu gözbagçylyklaryň ählisinde dürli usullaryň kömegi arkaly ýat bellenen san hasaplamalaryň arasyndan çykardylýar we soňky hasaplamalar gözbagça aýan bolup başlaýar. Agzalanlary göz önünde tutup, özüňiz ýat bellenen sanlary tapmagyň täze mysallaryny oýlap tapyň.

### **6. Üçbelgili sany bilmek.**

Bu gözbagçylykda her bir sifr bilen nähili amallaryň ýerine ýetirilendigini ýene-de bir sapar yzarlalyň. Ilkibaşda birinji sifri 2-ä, soňra 5-e, soňra 10-a köpeldipdik, ýagny jemläp aýdanda  $2 \cdot 5 \cdot 10 = 100$ -e köpeldipdik. Ikinji sifri 10-a köpeldipdik. Üçünji sifr bolsa üýtgedilmän goşulypdy. Bulardan başga-da olaryň üstüne  $5 \cdot 5 \cdot 10$ , ýagny 250 goşulypdy.

Diýmek, alnan sandan 250-ni aýyrsak, 100-e köpeldilen birinji sifr, goşmak 10-a köpeldilen ikinji sifr we goşmak üçünji sifr galar. Has takygy ýat bellenen san galar. Bu ýerden ýat bellenen sany bilmegiň syry düşnükli bolar: ähli amallar ýerine ýetirilenden soň netijeden 250-ni aýyrmaly. Şonda ýat bellenen san galar.

### **7. Nähili edip çyzylan sifri bilmeli?**

Kim 9-a bölünijilik nyşanyň bilse, oňa islendik sanyň sifrleriniň jeminiň we edil şol sanyň özüni 9-a bölendäki galynda deňdigini bilýändir. Şonuň üçin şol bir sifrlerden, ýöne sifrleriniň orunlary üýtgedilip düzülen iki sanyň her biri 9-a bölünende alynýan galyndylar hemişe deň bolýar. Diýmek birinji sandan ikinjini aýranda alynýan tapawut hökman 9-a galyndysyz bölünmeli (sebäbi deň galyndylar aýrylanda nola deň bolar). Aýdylanlardan ugur alsak,

ýoldaşyňyz aýyrmagy ýerine ýetirip 9-a bölünýän san alýar. Sebäbi size aýdylan 8,4,8 sifrler goşulanda 20-ä deň bolýar, onda çyzylan sifriň 7 boljakdygy iki uçsuzdyr. Ol 20 bilen bilen goşulanda 9-a bölünýän 27 san alynýar.

### **8. Doglan gününü we aýyny bilmek**

Gözlenýän senäni (doglan günü) kesgitlemek üçin ahyrky netijeden 365-ii aýyrmaly; alnan tapawudyň ahyrky iki sifri doglan aýyny we öňdäki iki sifri bolsa ol aýyň gününü aňladýar. Biziň mysalymyzda  $2073-365=1708$ . 17-08 sanyň üsti bilen awgust aýynyň 17-sini kesgitleýäris. Bu gözbagçylygyň mazmunyny düşündireliň. Goý, aýyň gününü K, belgisini N harplar bilen belgiläliň. Olaryň üstünde degişli amallary ýerine ýetireliň:

$$(2K+10+73) \cdot 5 + N = 100K + N + 365.$$

Görnüşi ýaly, 365-i aýryp biz K ýüzlügi we N birligi alýarys.

### **9. Güründeşiň ýaşyny nähili bilmeli?**

Gözbagçylykda hödürlenilýän amallary birnäçe gezek ýerine ýetirip hemişe ýaşyň üstüne şol bir sanyň, ýagny 1089-yň goşulýandygyna göz ýetirmek kyn däl. Şonuň üçin size aýdylan netijeden 1089-y aýyp, söhbetdeşiňiziň ýaşyny bilip bilersiňiz. Gözbagçylygy birnäçe gezek görkezeniňizden soňra syr saklamak üçin ahyrky hasaplamalaryň görnüşini üýtgetmek maksadalaýyk bolar. Mysal üçin 1089-y 9-a böldürenenden soňra paýa ýaşy goşdurmak we ş.m.

### **10. Güründeşiň doglan gününü, aýyny we ýaşyny nähili bilmeli?**

Alnan netijeden 444 sany aýyrmaly. Şonda alnan tapawudyň soňky iki sifri tomaşaçynyň ýaşyny, ortaky iki sifri onuň doglan gününü, başdaky iki sifri bolsa onuň doglan aýynyň tertip belgisini görkez. Goý, tomaşaçy 1985-nji ýylyň

oktyabr aýynyň 13-inde doglan bolsun. Onda ol aşakdaky özgertmeleri ýerine ýetirer:  $10 \cdot 100 = 1000$ ;  $1000 + 13 = 1013$ ;  $1013 \cdot 2 = 2026$ ;  $2026 + 8 = 2034$ ;  $2034 \cdot 5 = 10170$ ;  $10170 + 4 = 10174$ ;  $10174 \cdot 10 = 101740$ ;  $101740 + 4 = 101744$ ;  $101744 + 16 = 101760$ ;  $101760 - 444 = 10.13.16$ . Görnüşi ýaly, soňky iki sifri tomaşçynyň ýaşyny, ortaky iki sifr onuň doglan gününü, başdaky iki sifr bolsa onuň doglan aýynyň tertip belgisini görkezýär.

### 11. Maşgalanyň düzümini nähili bilmeli?

Maşgalanyň düzümini bilmeklik üçin ahyrky netijeden 75-i aýyrmaly. Biziň mysalymyzda:  $122 - 75 = 47$ . Tapawudyň birinji sifri erkek doganlaryň, ikinjisi bolsa aýal doganlaryň sanyna deňdir.

Hakykatdan-da, eger erkek doganlaryň sanyny  $a$ , aýal doganlaryň sanyny bolsa  $b$  bilen belgilesek, onda biz aşakdaky amallary ýerine ýetirýäris:

$$[(a+3) \cdot 5 + 20] \cdot 2 + b + 5 = 10a + b + 75.$$

Görnüşi ýaly, 75 aýrylandan soňra ikibelgili san galýar. Ol ikibelgili sanyň onluklary  $a$  we birlikleri bolsa  $b$  deň.

Bu gözbagçylygy diňe aýal doganlaryň sanynyň 9-dan köp bolmadyk halatynda görkezmek mümkindir.

### 12. Telefon kitap ulanylýan gözbagçylyk.

Bu gözbagçylygyň syry ýoldaşyňyzyň geçiren hasaplamalarynyň netijesiniň size öňünden mälimligindedir. Sebäbi islendik üçbelgili sanyň üstünde agzalan hasaplamalar ýerine ýetirilende netije hemişe birmeňzeş bolýar, ýagny elmydama 1089 alynýar. Muňa göz ýetirmek kyn däl. Gözbagçylygy görkezmezden öň telefon kitabynyň 108-nji sahypasyny açyp, ýokardan ýa-da aşakdan 9-njy setirde ýerleşýän telefon belgisine we onuň eýesiniň adyna, familiýasyna seretmek we ýatlamak uly mekirligi talap etmeýär.

### 13. Haýran galdyryjy ýatkeşlik.

Bu gözbagçylygyň esasy syry, aýdyljak nyşandadyr. A1, E4 we ş.m. nyşan ýazylan kagyz ondaky ýazylan sany doly aýan edýär. Ilkibaşda siz A-nyň 20-ni, B-niň 30-y, Ç-niň 40-y, D-niň 50-ni, E-niň 60-y aňladýanlygyny ýatdan bilmeli. Harpyň ýanynda goýulan sifr hem şol harp bilen bilelikde käbir sany aňladýar.

Mysal üçin, A1 belgi 21-i, Ç3 belgi 43-i, E5 belgi bolsa 65-i aňladýar. Bu sanyň kömegi bilen siz käbir düzgüne esaslanyp, kartočkada ýazylan uly sanlary düzýärsiňiz. Ol sanlaryň düzülişini mysallarda görkezeliň. Goý, size tomaşaçylaryň biri E4 belgini aýdan bolsun. Siziň öňüňizde şu belgä degişli kartočkada ýazylan sany kesgitlemek durýan bolsun. Bu belgä 64 degişli. Bu san bilen siz aşakdakylary ýerine ýetirmeli: 1) onuň sifrlerini goşmaly:  $6 + 4 = 10$ ; 2) ony ikeldýärsiňiz:  $64 \cdot 2 = 128$ ; 3) onuň uly sifrinden kiçisini aýyrmaly:  $6 - 4 = 2$ ; 4) ol sanlary köpeltmeli:  $6 \cdot 4 = 24$ ; ähli alnan netijeleri biri-biriniň yzyndan ýazmaly: 10128224.

Alnan san kartoçkadaky ýazylan sandyr. Geçirilen hasaplamalary gysgaça şeýle belgilenýär: +, 2, -, •, ýagny goşmak, ikeltmek, aýyrmak we köpeltmek.

D3 kartočkada haýsy sanyň ýazylandygyny kesgitleliň: D3-53;  $5 + 3 = 8$ ;  $53 \cdot 2 = 106$ ;  $5 - 3 = 2$ ;  $5 \cdot 3 = 15$ . Gözlenilýän san 8106215.

B8 kartočkada haýsy sanyň ýazylandygyny kesgitleliň: B8-38;  $3 + 8 = 11$ ;  $38 \cdot 2 = 76$ ;  $8 - 3 = 5$ ;  $8 \cdot 3 = 24$ . Gözlenilýän san 1176524.

Bu mekir gözbagçylygyň syryny açmak örän kyn. Şoňa görä-de bu gözbagçylyk tomaşaçylary haýran galdyrýar.

#### 14. Ajaýyp ýatkeşlik.

Bu gözbagçylygyň syry ýönekeý we gülkünç. Siz öz tanyşlaryňyzyň birnäçesiniň telefon belgilerini yzygider ýazmaly.

#### 15. Nähili edip ýazylmadyk sanlaryň jemini bilmeli?

Eger başbelgili sanyň üstüne 99999 goşulsa, ýagny 100000-1, onda sanyň önünde birlik emele geler, ýöne ahyryndaky sifr 1 birlik kemeler. Gözbagçylyk hem oňa esaslanandyr. Ýatdan birinji goşulyja 99999-y goşup  $84706+99999$ , siz alynmaly 3 sanyň jemini, ýagny 184705 ýazýarsyňyz. Siz diňe ikinji we üçünji goşulyjylaryň jeminiň 99999 bolmagy barada aladalanmaly bolarsyňyz. Şonuň üçin siz üçünji goşulyjy ýazylanda ýatdan ikinji sanyň her bir sifrini dokuzlykdan aýyrmaly. Biziň mysalymyzda ikinji goşulyjy 30485; şonuň üçin siz 69514 ýazmaly.  $30485+69514=99999$

Şonuň üçin önünden ýazyлан netije hökman ýerine ýetmeli.

#### Edebiýat

1. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. Москва: Наука, 1967.
2. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. Москва: Наука, 1965.
3. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. Москва: Детская литература, 1972.
4. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. Москва: Наука, 1967.
5. Фирсова Л.М. Игры и развлечения. Москва: Молодая гвардия, 1989.
6. Хайдаров Б., Хемраев Ч. Математикадан класдан дашары ишлер. Чэржев, 1998.
7. Bekbulatow M., Haýdarow B., Öwezow A. Matematiki gözbagçylyklar we olaryň syrlary. Türkmenabat, 2002.
8. В. Haýdarow, we başgalar. Matematikadan sofizmler. Türkmenabat, 2004
9. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка. Москва: Просвещение, 1988.
10. Мазаник А.А. Реши сам. Минск: Народная асвета, 1972.
11. Петраков И.С. Математические кружки и КВН в школе.— Математика в школе, 1978, № 3.
12. Балк И.Б., Балк Г.Д. Математика после уроков. Москва, 1971.
13. Дышинский Е.А. Игротека математического кружка. Москва, 1972.
14. Брадис В.М., Харчева А.К., Минковский В.Л. Ошибки в математических рассуждениях. Москва, 1959.
15. Шустеф Ф.М. Материал для внеклассной работы по математике. Минск, 1968.
16. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. Москва, 1957.

17. Аменицкий Н.Н., Сахаров И.П. Забавная арифметика. Москва, 1991.
18. Игнатъев Е.И. В Царстве смекалки. Москва, 1981.
19. Поляк Г.Б. Занимательные задачи. Москва, 1943.
20. Широков В.Ф. Сборник арифметических задач на соображение. Москва, 1949.

## Mazmuny

Giriş.....	.....
Değişme we logiki hasiýetli meseleler.....	.....
Çözülüşler we jogaplar.....	.....
Hasaplamaga, deňleme düzmäge we görerimlere değişli meseleler.....	.....
Çözülüşler we jogaplar.....	.....
Matematiki sofizmler .....	.....
Sofizmler.....	.....
Jogaplar.....	.....
Geometrik sofizmler.....	.....
Jogaplar.....	.....
Matematiki gözbagçylyklar.....	.....
Jogaplar.....	.....
Edebiýat.....	.....