A. Öwezow, Ç. Hamraýew, B. Haýdarow, H. Geldiýew

MATEMATIKANY OKATMAGYŇ USULYÝETI

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy

Türkmenistanyň Bilim ministrligi tarapyndan hödürlenildi

Aşgabat
"Ylym" neşirýaty
2011

UOK 51:378
Ö 77

Öwezow A. we başg.
Ö 77 **Matematikany okatmagyň usulyýeti.** Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy.– A.:“Ylym” neşirýaty, 2011. – 292 sah.

TDKP №, 44 KBK 22.1 ýa 73

TÜRKMENISTANYŇ PREZIDENTI
GURBANGULY BERDIMUHAMEDOW

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET TUGRASY

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET BAÝDAGY

**TÜRKMENISTANYŇ
DÖWLET SENASY**

Janym gurban saňa, erkana ýurdum,
Mert pederleň ruhy bardyr köňülde.
Bitarap, garaşsyz topragyň nurdur,
Baýdagyň belentdir dünýäň öňünde.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

Gardaşdyr tireler, amandyr iller,
Owal-ahyr birdir biziň ganymyz.
Harasatlar almaz, syndyrmaz siller,
Nesiller döş gerip gorar şanymyz.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

I. MATEMATIKANY OKATMAGYŇ UMUMY USULYÝETI

SÖZBAŞY

Täze Galkynyş we beýik özgertmeler zamanysynda biziň halk hojalygymyzyň ähli pudaklary Türkmenistanyň Hormatly Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň parasatly ýolbaşçylygynda güýçli depginler bilen ösýär. Gurlan we şu günki günlerde gurulýan, häzirki zaman tehnikalary we tehnologiýalary bilen enjamlaşdyrylan halk hojalygymyz üçin wajyp ähmiýete eýe bolan zawod-dyr fabrikler we dürli desgalar muňa şaýatlyk edýär. Kompýuterler arkaly dolandyrylýan bu pudaklarda zähmet çekjek ýaşlarymyzyň dürli dersler, hususan-da matematika boýunça ýeterlik bilimleriniň, başarnyklarynyň we endikleriniň bolmagy zerur bolup durýar.

Orta mekdebiň okuw dersleriniň arasynda matematika möhüm orny eýeleýär. Bu onuň amaly ähmiýetiniň örän ýokarylygy, beýleki dersler öwrenilende zerurlygy we okuwçylaryň şahsy gylyk-häsiýetleriniň kemala gelmegine goşýan goşandy bilen düşündirilýär.

Mekdep matematikasynyň amaly ähmiýetliligi onuň obýekti bolup, hakyky dünýäniň giňişlik formalarynyň we mukdar gatnaşyklarynyň hyzmat edýänligindedir. Matematiki taýýarlyk häzirki zaman tehnikasynyň gurluş prinsipine düşünmek we ony ulanmak, ylmy hem tehniki düşünjelere we idealara düşünmek, şeýle hem adamyň her günki amaly işi üçin zerur. Ylmyň jemgyýetiň gös-göni öndüriji güýjüne öwrülýän häzirki zaman şertlerinde matematika tebigatda we jemgyýetde bolup geçýän hadysalary we prosesleri modelirlemegiň, öwrenmegiň we öňünden görmekligiň serişdesi, ýagny ylmyň we tehnikanyň dili bolup hyzmat edýär. Şu sebäpli orta mekdebi tamamlaýan uçurymlaryň doly manydaky matematiki taýýarlygy ylmy-tehniki ösüşiň zerur şertidir; ýurduň ylmy-tehniki, önümçilik, ykdysady we goranmak mümkinçilikleri hut şu taýýarlygyň hiline baglydyr. Bu talap bolsa bilim işgärleriniň öňünde okuwçylary mekdep partasynda matematiki bilimleriň ýeterlik derejesi bilen ýaraglandyrmak wezipesini goýýar.

“Matematikany okatmagyň usulyýeti” mugallymçylyk hünärini öwredýän dersleriň toplumyna degişli bolup, ol geljekki matematika mugallymlarynyň hünär taýýarlygynyň esasy bölegini düzýär. Bu ders umumy pedagogikanyň bir şahasy bolup, ol filosofiýa, matematika, logika, psihologiýa ýaly ylymlara daýanýar. Şoňa görä-de “Matematikany okatmagyň usulyýeti” ýokardaky atlary agzalan ylymlar boýunça käbir taýýarlygy bolan talyplara öwredilýär.

“Matematikany okatmagyň usulyýeti” iki bölümden durýar. Olar “Umumy usulyýet” we “Hususy usulyýet” bölümleridir.

“Umumy usulyýet” bölüminde matematikanyň okuw dersi hökmündäki özboluşly aýratynlyklary görkezilýär we okatmagyň umumy usullary takyklanylýar. Bu bölümde psihologik-pedagogik esasda umumy usullary matematikany okatmakda ulanmak wezipelerine seredilýär.

“Hususy usulyýet” bölüminde mekdep matematikasynyň düşünjelerini öwretmekde umumy usullaryň ulanylyşlary görkezilýär.

Gollanma ýokary okuw mekdeplerinde matematika mugallymy hünärini ele alýan talyplar hem-de orta mekdepleriň matematika mugallymlary üçin niýetlenildi.

§ 1. Matematikany okatmagyň umumy meseleleri

1.1. Matematika ylmynyň ösüş döwürleri

1.2. Matematikany okatmagyň usulýetiniň ýüze çykyş taryhy we oňa özbaşdak ylym hökmünde seredilişi.

1.3. Mekdep matematikasyny üýtgedip gurmak we kämilleşdirmek boýunça edilen synanyşyklaryň taryhy.

1.4. Türkmenistan Garaşsyzlygyny alandan soňky döwürde matematikanyň mekdep kursundaky özgertmeler.

1. 5. Matematikany okatmagyň usulyýeti dersiniň mazmuny.

1.6. Matematikany okatmagyň usulyýetiniň beýleki ylymlar bilen baglanyşygy.

1.7. Matematikany okatmagyň usulyýetiniň esasy meseleleri.

1.1. Belli bolşy ýaly, “matematika (mathema)” gadymy grek sözi bolup, ol türkmen diline terjime edilende “bilim ylym” diýmekligi aňladýar. Bu ylmyň ösüşi, esasan, şertli dört döwre bölünýär.

I döwür. Matematikanyň emele geliş döwri. Bu döwür biziň eýýamymyzdan öňki VII-VI asyrlara çenli aralygy öz içine alyp, ol amaly hasaplamalaryň we ölçemeleriň, natural sanlar we geometrik figuralar düşünjeleriniň kemala gelşi bilen berk baglanyşyklydyr. Şoňa görä-de matematikanyň arifmetika we geometriýa bölümleriniň ýüze çykyşy özüniň gözbaşyny şu döwürden alýar. Mysal üçin, adamlaryň arasynda alyş-çalyş etmeklik sanamaklyga (natural sanlara), meýdanlary hasaplamaklyk we olary bölekere bölmek ýönekeý geometrik figuralara (kesim, gönüburçluk, kwadrat we başgalar) getiripdir.

Bu döwrüň esasy aýratynlygy amaly ähmiýetli meselelere seredilip, olar esasanam tejribede barlanan düzgünler, formulalar we kanunalaýyklar esasynda delillendirilipdir. Olary çözmeklik, köplenç, "Nähili ýerine ýetirilýän bolsa, şeýlede ýerine ýetir! Ýagny şeýle ýerine ýetirilýär..." ýörelgesi boýunça amala aşyrylypdyr.

II döwür. Elementar matematikanyň, ýagny hemişelik ululyklar matematikasynyň döwri. Bu döwür biziň eýýamymyzdan öňki VI-V asyrdan tä biziň eýýamymyzyň XVII asyrynyň başlaryna çenli aralygy öz içine alýar. Bu döwrüň başlangyjyny gadymy grek matematikleri goýupdyrlar. Matematika sanlary we figuralary derňeýän aýratyn ylym hökmünde düşünilip başlanýar. Meselem, grek filosofy Aristotel (b.e. öňki 384-322 ý.ý.) matematika mukdar baradaky ylym diýip düşünipdir. Bu döwürde matematika özüne mahsus bolan bolan analiz usullaryndan peýdalanyp başlaýar.

Deduktiw usulyň ýüze çykmagy şu döwür bilen baglanyşykly bolup, onuň soňky ösüşi Ýewklidiň, Arhimediň, Apolloniniň işlerinde amala aşyrylypdyr.

Bu döwürde Horezmi, Faraby, Ibn Sina, Biruny, Omar Haýýam ýaly orta asyr alymlary özleriniň täze-täze açyşlary bilen dünýä ylmynyň we medeniýetiniň öňe ilerlemegine uly ýardam edipdirler. Bu barada ýekeje mysala ýüz tutmak hem ýeterlikdir. Ürgençde, ýagny häzirki Köneürgençde ýaşap öten Horezmi şol döwür üçin täze bolan matematika ylmynyň "algebra" pudagyny döredipdir. Ol kitap köp asyrlaryň dowamynda Gündogaryň we Günbataryň alymlarynyň öwran-öwran ýüz tutan ylmy çeşmesi bolup hyzmat edipdir." (14, 8 sah.). Bu döwürde matematikada ýörite simwollar ulanylyp başlanýar we onuň analiz çägi has giňelýär.

III döwür. Ol öz içine XVII asyrdan XIX asyryň ortalaryna çenli aralygy alýar. Oňa üýtgeýän ululyklar matematikasynyň döwri diýlip at berilýär.

Bu döwürde matematikanyň analiz ýaýlasy we usullary has giňelýär. R. Dekart tarapyndan "üýtgeýän ululyk" düşünjesiniň girizilmegi bilen matematika hasda ösüp başlaýar. Bu babatda F. Engels "Matematikada öwrülişik punkty bolan zat Dekartyň üýtgeýän ululygydyr. Şonuň saýasynda matematika hereket girdi, şonuň bilen dialektika hem girdi, ýene şonuň saýasynda edil şol sagadyň özünde emele gelýän differensial we integral hasaplama derrew zerur boldy, bu hasaplamanyň özi-de, umuman we tutuşlygyna alanyňda, Nýuton bilen Leýbnisiň oýlap tapan zady bolman, tamamlan zadydyr"(15, 245 sah.) diýip ýazypdyr.

Üýtgeýän ululyklar bilen baglanyşykly matematika funksiýa, üznüksizlik we hereket ýaly esasy düşünjeler doly girizilýär.

"Matematiki analiziň" ýüze çykmagy bolsa matematikany tebigata akyl ýetirilmegiň iň bir güýçli guralyna öwürýär. Algebraik usullaryň geometriýada peýdalanylmagy analitiki geometriýanyň ýüze çykmagyna getirýär. Bu bolsa geometriýanyň algebra we analiz bilen özara arabaglanyşygyny ýola goýýar.

Aksiomatik usulyň ösdürilmegi matematikany logiki taýdan esaslandyrmaga mümkinçilik berýär.

Bu döwürde ylmyň beýleki pudaklarynda bolşy ýaly, matematikanyň düzgünlerini ulanmak babatda-da iki hili, ýagny materialistik we idealistik garaýyşlar ýüze çykypdyr. Olaryň arasyndaky ýiti gapma-garşylyk material dünýä akyl ýetirmek prosesinde matematikanyň ornuny kesgitlemäge getirýär. Bu döwürde ähtimallyklar nazaryýetiniň düýbi tutulýar we matematiki logikanyň mazmuny kesgitlenilýär.

IV döwür. XIX asyryň ortalaryndan şu güne çenli aralygy öz içine alýar. Oňa häzirki zaman matematikasynyň döwri diýlip at berilýär.

Bu döwür abstrakt (hyýaly) matematiki strukturalaryň ähmiýetiniň artmagy we modelirleme usulynyň giňden ulanylyp başlanmagy bilen häsiýetlendirilýär. Aksiomatik usulyň çuňňur ösdürilmegi täze fundamental düşünjäniň, ýagny matematiki struktura dü-şünjesiniň döremegine getirdi. Matematiki struktura düşünjesi göräýmäge biri-birinden örän daş bolan matematiki maglumatlaryň we usullaryň birligini we köpdürlüligini ýüze çykarmaga mümkinçilik döretdi. Häzirki zaman matematikasy matematiki strukturalar we olaryň modelleri baradaky ylym diýlip kesgitlenilip başlandy.

Matematika hem beýleki ylymlar ýaly üznüksiz ösüşi başdan geçirýär. Bu ösüş amaly zerurlyklar we matematikanyň öz talaplary esasynda bolup geçýär. Matematikanyň ösmeginde häzirki zaman, kuwwatly kompýuterleriň ähmiýeti hem örän uludyr. Adamyň mümkinçilikleriden örän ýokary bolan hasaplamalary geçirmegi talap edýän, şonuň üçin hem çözüp bolmaýan käbir matematiki problemalary häzirki döwürde kompýuterleriň kömegi bilen çözmek başartdy.

Matematikanyň we kompýuter tehnologiýasynyň ösmegi tehnikanyň, ykdysadyýetiň, önümçiligiň, işiň gidişini dolandyrmagyň we beýleki ylymlaryň pajarlap ösmegine getirýär.

1.2. Ilkinji ýazuw, matematikanyň, astronomiýanyň we beýleki bilimleriň elementleriniň başlangyjy gadymy Gündogarda (Müsür, Wawilon, Hindistan, Hytaý we ş.m.) ýüze çykypdyr. Biziň eýýamymyzdan 2,5 müň ýyl öň mekdep baradaky ilkinji ýatlamalar gadymy Müsür ýazgylarynda gabat gelýär. Ol mekdepler köşk mekdepleri bolupdyr. Bu mekdeplerde barly adamlaryň çagalaryna arifmetikanyň we geometriýanyň başlangyç bilimleri olaryň gündelik durmuşda gabat gelýän dürli meseleleri çözüp bilmekleri üçin öwredilipdir. Şol mekdeplerde matematikany okatmagyň ilkinji ýönekeý usullary işlenilip düzülipdir.

Ady belli grek filosoflary Platon (b.e.öňki 427-343 ý.ý.), Aristotel (b.e.öňki 384-322 ý.ý.) grekleriň okatmak we terbiýelemek tejribesini umumylaşdyrmak bilen özleriniň pedagogik sistemasyny düzýärler. Gadymy Rimde görnükli pedagog

Mark Faliý Kwintilion (b.e. 41-118 ý.ý.) didaktikany esaslandyrýar. Ol “Oratory taýýarlamak” diýen işinde mugallymlary taýýarlamak meseleleriniň üstünde durup geçýär.

Nemes pedagogy Wolfgang Retke (Retihiýa) (1571-1635 ý.ý.), çeh pedagogy Ýan Amos Komenskiý (1592-1670 ý.ý.) dagy didaktika (bu adalga didaktikas-öwrediji, didasko-öwrenýän diýlen manylary berýän grek sözlerinden emele gelendir) bilen düýpli meşgullanypdyrlar. Olar orta asyr mekdepleriniň iş usullaryny öwrenipdirler we mekdepde okatmagyň mazmunyny kämilleşdirmek hem-de onuň okadylyşynyň netijeliligini ýokarlandyrmak boýunça umumy ýörelgeleri (prinsipleri) (görkezip okatmak, yzygiderlilik, berklik we başgalar) işläp düzýärler. Olar okuw prosesine hem köp täzelikleri (okuw ýyly, sapak, bilimleri gündelik we ýyllyk hasaba almak, okuw gününiň dowamlylygy, mekdep iş gün tertibi we başgalar) girizipdirler. Bulardan başga-da Ý. Komenskiý özüniň “Beýik didaktika” diýen işinde arifmetikanyň başlangyçlaryny öwretmäge hem köp üns beripdir.

Matematikany okatmagyň usulyýeti ilkinji gezek şweýsar pedagogy G. Pestalosiniň (1746-1827 ý.ý.) 1803-nji ýylda çap edilen “Sanlary görkezip okatmak” diýen işinde pedagogikadan aýrylyp görkezilýär. Matematikany okatmagyň usulyýetiniň emele gelşi şu iş bilen gös-göni baglanyşyklydyr. Şoňa görä-de onuň ylym hökmünde emele gelen wagtyny XIX asyryň başy diýlip hasaplaýarlar.

“Matematikanyň usulyýeti” diýen adalga ilkinji gezek nemes pedagogy A.Disterweg tarapyndan 1836-njy ýylda ulanylyşa girizilipdir.

1.3. XIX asyryň ahyryndan başlap, mekdep matematikasyny we onuň okadylyşyny kämilleşdirmek boýunça köp ýurtlaryň öňdebaryjy pedagogik jemgyýetleri tarapyndan uly çäreler geçirilip başlanyldy. 1899-njy ýylda “Matematika bilimi” atly halkara žurnal çykarylyp başlanyldy. Onuň sahypalarynda atly matematikler we usulyýetçiler matematikany okatmagyň dürli meselelerini ara alyp maslahatlaşýardylar. 1904-nji ýylda Breslawl şäherinde geçirilen halkara konferensiýada meşhur matematik we pedagog F. Kleýn “Matematikany we fizikany okatmak barada” atly tema boýunça çykyş edýär. Ol öz çykyşynda ähli mekdep matematikasyny funksiýa düşünjesiniň daşynda toparlamak ideýasyny öňe sürüpdi.

1908-nji ýylda Rim şäherinde geçirilen IV Halkara matematiki kongresde matematiki bilimi kämilleşdirmek boýunça halkara topar döredildi. Bu topara ýolbaşçy edilip F. Kleýn bellenildi. Bu topar matematikany okatmakda zerur bolan esasy ugurlary kesgitläpdi. Olar aşakdakylardan ybaratdy:

Başlangyç mekdep boýunça:

1. Arifmetikanyň başlangyç kursunda geometriýanyň möçberini we ähmiýetini artdyrmak.

2. Meseleleriň mazmunyny okuwçylaryň görüp ýören zatlary, hadysalary bilen mümkingadar has ýakyn baglanyşdyrmak.

3. Arifmetika okadylanda aýdyňlygyň (görkezip okatmagyň) roluny ýokarlandyrmak we ş.m.

Orta mekdep boýunça:

1. Orta mekdebiň matematika kursunyň 4 sany dersi bolan arifmetikanyň, algebranyň, geometriýanyň we trigonometriýanyň aralaryndaky baglanyşygy ösdürmek.

2. Matematika we fizika kurslarynyň arasyndaky dersara baglanyşygy ösdürmek.

3. Arifmetikada we algebrada funksiýa ideýasynynyň, geometriýada bolsa hereket ideýasynyň roluny ýokarlandyrmak. Mahlasy, funksiýa we hereket ýaly esasy düşünjeleriň mekdep matematikasyndaky ähmiýetini üzül-kesil artdyrmak.

4. Mekdep matematikasyna ýokary matematikanyň (matematiki analiziň we analitiki geometriýanyň) elementlerini girizmek.

5. Meseleleriň häsiýetlerini we olary çözmegiň usullaryny üýtgetmek. Meseleleri çözmekde analitiki-sintetik usulyň roluny ýokarlandyrmak.

6. Täze matematiki maglumatlary mümkin boldugyça okuwçylaryň özüne “açdyrmak”, ýagny matematika okadylanda ewristik usuly has giň ulanmak we ş.m.

Emma yzly-yzyna turan iki jahan urşy mekdepde matematiki bilimi kämilleşdirmek bilen baglanyşykly halkara hereketiniň öňüne böwet bolupdy we bu iş XX asyryň ortalaryna çenli togtapdy.

XX asyryň 40-njy ýyllaryndan başlap, orta mekdepde matematikany okatmagyň mazmunyny kämilleşdirmek üçin birnäçe çäreler geçirildi. Şol çäreleriň iň aýgytlylarynyň biri hem mekdep matematikasyny köplükler nazaryýetiniň esasynda düýpli üýtgedip gurmaga edilen synanyşykdy. Bu bolsa Nikola Burbaki lakamy bilen çykyş edýän fransuz matematikleriniň ähli matematikany köplükler nazaryýetine esaslanyp gurmaga eden synanyşyklaryna daýanýardy. Nikola Burbaki toparynyň alymlary köplükler nazaryýetiniň üstünde geçirilýän operasiýalara daýanyp, ähli wajyp matematiki düşünjeleri (gatnaşyk, funksiýa, algebraik operasiýa, topologiýa we ş.m.) we olaryň häsiýetlerini formulirläp, şonuň kömegi bilen ähli matematikany gurup bolýandygyny görkezdiler. Şeýle çemeleşme matematikanyň dürli şahalarynyň arasyndaky baglanyşygy açyp görkezmäge ýardam edýär.

Emma bu çemeleşmäniň matematika ylmy üçin inkär edip bolmajak gymmatynyň we artykmaçlyklarynyň bardygyna garamazdan, pedagogik nukdaýnazardan ol birnäçe düýpli kemçiliklerden halas däldi. Hususan-da şu çemeleşme pedagogik jähtden uly wajyplyga eýe bolan matematikanyň real dünýä bilen baglanyşygyny açyp görkezmekde kynçylyk döredýärdi.

Mekdep matematikasyny üýtgedip gurmak üçin Nikola Burbaki topary tarapyndan hödürlenen bu idealary belli fransuz matematikleri Ž.Adamar, A.Kartan we M.Freşe dagy 1955-nji ýylda berk tankytlapdylar. Olar klassyky matematika bilen häzirki zaman matematikasynyň bir-birine garşy goýulmagyna, tebigat ylymlary we amaly zerurlyklar bilen baglanyşykly ýüze çykýan täze matematiki problemalardan sowlup geçilmegine garşy çykdylar. Aksiomatik usulyň matematika bilen meşgullanýanlar üçin örän ajaýypdygyna garamazdan, pedagogik nukdaý-nazardan peýdasynyň örän azdygyny görkezdiler. Okuwçylara häzirki zaman matematikasyny öwretmek maksatnamasynyň örän howaýylygy, esassyzlygy bilen fransuz matematikleriniň köpüsi razylaşdy. Çylşyrymly bolmadyk maglumatlaryň, düşünjeleriň kömegi bilen okuwçylara pikirlenmegi, hasaplamagy öwretmegiň we diňe zehinli çagalara häzirki zaman esaslarda gurlan matematikany öwretmegiň maksadalaýyk boljakdygyny belläp geçdiler.

Mekdep matematikasyny ýokary matematika golaýlaşdyrmaga bolan synanyşyga berlen şeýle baha garamazdan, köp fransuz usulyýetçileri we käbir matematikler bu ideýadan el çekip bilmediler. Şeýle hereketler Günbatar Ýewropa ýurtlarynda we ABŞ-da hem başlanypdy. 1959-njy ýylda Fransiýanyň Raýmone şäherinde mekdep matematikasy boýunça halkara maslahat geçirilip, onda adaty kurslaryň ählisini, şol sanda Ýewklidiň geometriýasyny inkär etmek, mekdebe bolsa, häzirki zaman ylymlarynyň köpüsiniň esasy bolup hyzmat edýän abstrakt matematikany girizmek yglan edildi. Bu reformatorlar esasy ünsi matematiki logika, matematiki struktura we ähli mekdep matematikasyny köplükler nazaryýetiniň esasynda birleşdirmäge berdiler.

Mekdep matematikasyny köplükler nazaryýetiniň esasynda gurmak we mekdebe häzirki zaman matematikasyny girizmek hereketiniň ösüşiniň bu döwri dürli okuw maksatnamalarynyň döredilmegi, hiç hili esassyz wadalaryň berilmegi bilen häsiýetlendirilýärdi. Sanlar nazaryýetiniň elementlerine we abstrakt algebra, çyzykly algebra we köp ölçegli geometriýa, tenzorlara, topologiýa, matematiki analize we ş.m. bu maksatnamalarda orun tapylypdy. Nikola Burbaki toparyndan bolan matematikler geometriýany çyzykly giňişlik nazaryýetiniň esasynda gurmaga başladylar we Ýewklidiň geometriýasyny tutuşlygyna mekdepden aýyrdylar. Täze ideýa boýunça ýazylan okuw kitaplary döräp başlady. Ol kitaplarda mekdep matematikasynyň beýan edilişi köplükleri, gatnaşyklary, graflary, toparlary we ş.m. öwretmekden başlanýardy.

Şu maksatnamalar boýunça okadylýan okuwçylaryň bilim derejeleriniň öňki maksatnama boýunça okadylýan okuwçylaryň bilim derejelerinden pesligi hem ýüze çykarylýardy. 1962-nji ýylda belli amerikan matematikleri tarapyndan gol çekilen memorandum çap edilip, onda matematikany okatmak babatdaky Burbaki toparynyň idealary tankytlanyldy. Ol memorandumyň gysgaça mazmunyny getirýäris.

1. Uly möçberli matematikany mekdebe girizmek ony öwretmegiň gysga ýollaryny gözlemäge mejbur edýär. Ol bolsa peýda getirmän, eýsem diňe zyýan getirýär.

2. Orta mekdebiň matematikadan okuw maksatnamasy ähli okuwçylaryň talaplaryna laýyk gelmelidir we matematikany soňra ulanjak islendik okuwçynyň ösüşine oňaýly täsir etmelidir. Geljekki sanlyja professional matematikleri gyzyklandyryp biljek maglumatlaryň ähli okuwçylara öwredilmegi, jemgyýetiň talaplarynyň göz öňünde tutulmaýanlygyna şaýatlyk edýän wagt ýitirmekdir.

3. Wagtyndan öň girizilen abstraksiýa ol ýa-da beýleki düşünjäniň näme üçin öwrenilýändigini we ony amalyýetde nähili ulanyp bolýandygyny bilmek isleýän okuwçylarda uly kynçylyklary döredýär. Matematikada ol ýa-da beýleki maglumaty bilmek we ony esaslandyrmak däl-de, eýsem ony ulanmagy başarmak uly ähmiýete eýedir.

Bu memorandumdan has soňra 1976-njy ýylda finlýandiýaly alym R.Newalina, daniýaly matematik Ž.Lere, gollandiýaly matematik we pedagog H.Froýdental we başgalar matematikany okatmakda köplükler nazaryýetiniň elementleriniň agdyklyk edýänligini tankytladylar. Köp çekilen zähmete, çykarylan köp çykdajylara garamazdan, mekdep matematikasyny häzirki zaman matematikasyna golaýlaşdyrmagyň özüni ödemänligini, geometriýany aksiomatik esasda gurmagyň we maglumatlary beýan etmegiň ylmy taýdan berkligini ýokarlandyrmagyň matematika bilen real dünýäniň (matematiki düşünjeleri döredýän çeşmäniň) arasyny üzýändigini belläp geçdiler.

Şondan soňra XX asyryň 80-nji ýyllarynda Günbatar Ýewropada we ABŞ-da mekdepden häzirki zaman matematikasynyň çylşyrymly elementlerini aýyrmak we klassyky matematika golaýlamak kararyna gelindi. Şunlukda, maksatnamalar we okuw kitaplary taýýarlanylanda aşakdakylardan ugur almak maslahat berildi:

a) matematika taýýar ders hökmünde däl-de, eýsem adamzadyň köp nesliniň döredijilikli zähmeti hökmünde seredilmelidir;

b) matematika ony öwrenýäniň boýnuna zoraýakdan dakylman, eýsem onuň aňyna ornaşdyrylmalydyr;

ç) maglumatlar taýýar görnüşde düşündirilmän, eýsem olar gaýtadan okuwçylar tarapyndan açylar ýaly edilip öwredilmelidir;

d) real dünýä köp babatda maglumatlaryň ulanylýan ýaýlasy däl-de, eýsem olaryň döremegine ýardam edýän çeşme bolup hyzmat etmelidir;

e) matematikany öwrenmekde esasy zat endik däl-de, eýsem düşünmekdir;

ä) esasy matematiki başarnyklar we endikler diňe hasaplamak başarnyklaryna we endiklerine syrykdyrylmaly däldir. Geometrik ölçegler geçirmek, tablisalary, shemalary we grafikleri okap bilmek hem-de olaryň manysyna düşünmek, netijäni öňünden aýtmak üçin matematiki usullary ulanmak, kompýuterleriň ähmiýetini bilmek hem esasy matematiki başarnyklaryň hataryna goşulmalydyr;

f) matematikany okatmagyň ähli etaplarynda kompýuterlerden we mikrokalkulýatorlardan peýdalanmak informatikany okatmaga ýardam eder.

Günbatar Ýewropadaky we ABŞ-daky ýaly, öňki SSSR-de hem mekdep matematikasyny has öňe giden matematika ylmyna golaýlaşdyrmak maksady bilen 1968-nji ýylda akademik A.N.Kolmogorowyň ýolbaşçylygyndaky topar tarapyndan işlenilip düzülen maksatnama kabul edildi. Bu maksatnama aşakdaky ýaly üýtgeşmeler girizildi:

a) Molweýdiň teoremasy, logarifmik çyzgyç we ş.m. ýaly ylmy hem-de amaly ähmiýetini ýitiren soraglar bu maksatnama girizilmedi;

b) maksatnama çuňňur idealy we uly amaly ähmiýetli önüm, integral, differensial deňleme, wektor ýaly düşünjeler girizildi;

ç) täze mekdep kursunda funksional baglanyşyga üns güýçlendirildi;

d) teswirli meseleleri çözmegiň uniwersal apparaty bolan harp belgilemesi we deňlemeler mekdep kursuna öňküsine görä has ir girizildi;

e) mikrokalkulýatorlarda we kompýuterlerde hasaplamalar geçirmegiň esasy serişdesi bolan onluk droblaryň roly ady droblara garanda has ulaldyldy;

ä) san argumentli trigonometrik funksiýalaryň girizilmegi trigonometriýanyň amaly ugurlylygyny güýçlendirdi.

Mekdep kursuna önüm düşünjesiniň girizilmegi okuwçylary funksiýalary derňemegiň wajyp serişdesi bilen ýaraglandyrdy, olara tizlik we tizlenme ýaly fiziki düşünjeleriň matematiki mazmunyna düşünmäge ýardam etdi. Funksiýanyň iň kiçi we iň uly bahasyny önümiň kömegi bilen tapmagy öwretmek önümçilige gitjek okuwçylary örän zerur amaly başarnyk bilen hem ýaraglandyrdy. Integralyň mekdebe girizilmegi meýdan we göwrüm tapmak bilen baglanyşykly geometrýa dersiniň köp soraglaryny beýan etmegi ep-esli derejede ýeňilleşdirdi.

Emma bu maksatnama boýunça ýazylan okuw kitaplary düýpli kemçiliklerden halas däldi. Köp soraglaryň beýan edilişi örän çylşyrymlydy, didaktikanyň aýdyňlyk we güýçýeterlik ýörelgeleri bozulypdy. Maglumatlaryň beýan edilişiniň ylmy nukdaýnazardan berklik derejesini has ýokarlandyrmaga edilen synanyşyk köplükler nazaryýetiniň düşünjelerini has köp ulanmaga mejbur etdi. Bu bolsa matematiki düşünjelere tagaşyksyz, uly möçberli kesgitlemeleriň berilmegine getirdi. Meselem, funksiýa düşünjesine binar gatnaşygyň üsti bilen berlen kesgitlemäniň usulyýet nukdaýnazardan örän şowsuzlygyny tejribe görkezdi. Funksiýa diýlende okuwçylaryň göz öňüne iki sany tükenikli köplügiň elementleriniň arasyndaky peýkamlar (strelkalar) gelýärdi. Ol diýen çylşyrymly bolmadyk wektor düşünjesine berlen ylmy taýdan berk kesgitlemäniň çylşyrymlylygyndan ýaňa okuwçylar oňa düşünip hem bilmeýärdiler. Sistematik geometriýa kursunyň aksiomatik esasda gurulmagy okuwçylaryň oňa düşünmegini ep-esli çylşyrymlaşdyrdy.

Bu kemçilikler 1980-nji ýylda akademik L.S.Pontrýagin tarapyndan aýgytly tankyt edildi. Şondan soňra matematika boýunça okuw maksatnamalaryndan we okuw kitaplaryndan köplükler nazaryýetiniň elementleri aýrylyp, olar ep-esli derejede ýeňilleşdirildi.

1.4. Türkmenistan döwlet Garaşsyzlygyny alandan soň bilim garaşsyzlygymyzy berkitmek we ösüp gelýän ýaş nesli bilimleriň esaslary bilen berk ýaraglandyrmak wezipeleri bilim işgärleriniň öňünde ör boýuna galdy. 1993-nji ýylyň 3-nji maýynda kabul edilen Täze bilim syýasatyna laýyklykda orta mekdeplerde okuwyň möhleti 10 ýyldan 9 ýyla getirildi.

1994-nji ýylda matematika boýunça ilkinji okuw maksatnamasy düzüldi we tassyklanyldy. Emma gynansak-de, bu maksatnama düýpli kemçiliklerden halas däldi. Bu maksatnamada matematika bilen ugurdaş dersleriň arasyndaky baglanyşyk, şeýle hem matematikanyň öz içindäki baglanyşyk göz öňünde tutulmandy. Meselem, 4-6-njy synplarda göwrüm düşünjesine orun tapylmazlygy 6-njy synpyň fizika kursunda göwrümiň, massanyň we dykyzlygyň arasyndaky bagalanyşygy aňladýan formulany öwretmegi kynlaşdyrýardy. Şeýle hem bu maksatnamada 6-njy synpyň geometriýa kursunda Pifagotyň teoremasyny, 7-njy synpyň algebra kursunda bolsa arifmetiki kwadrat köki öwretmek göz öňünde tutulýardy. Emma ikinji düşünjäni özleşdirmedik okuwçylaryň Pifagoryň teoremasyny talabalaýyk özleşdirip bilmejekdikleri düşnüklidi. Bu maksatnamadaky kemçilikleriň köpüsi “Mugallymlar gazetiniň” 1995-nji ýylyň 27-nji ýanwaryndaky sanynda “Hiçden giç ýagşy” atly makalada görkezilipdi. Şondan soňra täze maksatnama düzmek zerurlygy ýüze çykypdy.

1995-nji ýylda kabul edilen ikinji maksatnamada ýokardaky kemçilikler düzedilipdi hem-de matematikany okatmagyň usulyýetindäki pedagogik idealaryň ösuş taryhy göz öňünde tutulypdy. Emma gynansak-da, okuwyň möhletiniň 9 ýyla getirilmegi we netijede bolsa matematika dersine berilýän okuw wagtynyň azalmagy bilen bagla-nyşykly orta mekdepde öň adat boýunça okadylyp gelinýän, ýeterlik derejede nazary hem-de amaly ähmiýeti bolan “Giňişlikde wektorlar we koordinatalar” diýen temany orta mekdebiň okuw maksatnamasyndan aýyrmaly bolupdy. Şu maksatnama boýunça planimetriýany 6–7-nji synplarda, stereometriýany bolsa 8–9-njy synplarda öwretmek göz öňünde tutulýardy. Emma şu maksatnama boýunça 6–7-nji synplaryň geometriýa okuw kitaplary ýazylanda, bu synplar üçin okuw maglumatlarynyň agdyklyk edýänligi ýüze çykaryldy. Şoňa görä-de bu maksatnammany hem kämilleşdirmek zerurlygy ýüze çykdy.

1996-njy ýylda kabul edilen maksatnamada planimetriýany iki ýarym ýyl, ýagny 8-nji synpyň ikinji ýarymyna çenli, stereometriýany bolsa bir ýarym ýyl, ýagny 8-nji synpyň ikinji ýarymyndan başlap öwretmek göz öňünde tutulýardy. Türkmenistanyň mekdeplerinde matematikany okatmak 2007-nji ýyla çenli şu maksatnama boýunça amala aşyrylypdy.

Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedowyň tagallasy bilen orta mekdeplerde okuwyň möhleti 2007-nji ýyldan başlap 10 ýyla çenli artdyryldy. Orta mekdepleriň on ýyllyga geçirilimegi bilim işgärleriniň öňünde örän wajyp we çalt amala aşyrylmaly meseleleri goýdy. Şolaryň iň esasylary orta mekdepde okadyljak dersler boýunça dünýä standartlaryna laýyk gelýän okuw maksatnamalaryny düzmek, soňra bolsa şol maksatnamalar boýunça okuw kitaplaryny ýazmak işi bolup durýardy. Sebäbi 2007-2008-nji okuw ýylyndan başlap, mekdeplerimiz şu maksatnamalardan we okuw kitaplaryndan peýdalanyp, okap başladylar. Okuwyň möhletiniň 10 ýyla çenli artdyrylmagy diňe bir öň maksatnamadan aýrylan giňişlikde wektorlar we koordinatalar düşünjelerini däl, eýsem amaly we nazary ähmiýeti örän ýokary bolan matematiki statistikanyň we ähtimallyklar nazaryýetiniň elementlerini, differensial deňlemeler barada düşünjäni we ş.m. mekdep maksatnamasyna girizmäge mümkinçilik döretdi.

1.5. “Metod” – grek sözi bolup, ol ugur, usul, tär, ýol diýmekligu aňladýar.

Matematikany okatmagyň usulyýeti (başgaça oňa matematikanyň didaktikasy ýa-da matematikanyň pedagogikasy hem diýilýär) pedagogikanyň bir bölümi bolup, ol jemgyýet tarapyndan öňde goýlan maksatlara laýyklykda matematika ylmyndan saýlanyp alnan maglumatlary öwretmegiň kada-kanunlaryny, usullaryny, ýollaryny derňeýär we öwredýär.

Matematikany okatmagyň usulyýetiniň maksady okuwçylara matematikany öwretmekdir. Matematikany okatmagyň usulyýetiniň wezipesini aýdyňlaşdyrmak maksady bilen biz okatmak prosesiniň aşakdaky ýaly böleklerine ýüzlenýäris:

a) okatmagyň maksady (näme üçin okadýarys?);
b) okatmagyň obýekti (kimi okadýarys?);
ç) okatmagyň mazmuny (nämäni okadýarys?);
d) okatmagyň usullary (nähili okadýarys?).

Umuman, matematikany okatmagyň usulyýeti okatmak prosesi bilen baglanyşykly bolan aşakdaky esasy üç soraga jogap berýär:

1. Matematikany näme üçin öwretmeli?

Bu soraga jemgyỳetiň mekdebiň öňünde goýan talaplary jogap berỳär. Her bir jemgyýet ösüp gelýän ýaş nesle ylmyň dürli ugurlary boýunça bilimleriň we tejribeleriň esaslaryny bermäge çalyşýar. Bu matematika babatda hem şeýledir. Sebäbi matematikanyň esaslaryny orta bilimiň möçberinde bilmeỳän, matematikany öwrenmekde kemala gelýän pikirlenmek başarnyklaryny ele almadyk adama häzirki zaman jemgyỳetinde ỳaşamagyň örän kyn boljakdygy düşnüklidir.

2. Matematikadan nämeleri öwretmeli?

Bu soraga okuwçynyň ỳaş aỳratynlyklaryny we jemgyỳetiň talabyny göz öňünde tutmak bilen okuw maksatnamasyny düzüjiler jogap berỳärler. Okuw maksatnamasy düzülende, esasan, aşakdaky ýörelgelerden ugur alynmalydyr: matematikadan alnan käbir soraglarda okuwçylara bu ylym, onuň aýratynlyklary barada düşünje bermeli, matematikany beýleki ylymlarda, önümçiligiň dürli ugurlarynda, durmuşda ulanmagyň usullaryny ele almaga mümkinçlik döretmeli, olarda matematiki pikirlenmäni ösdürmäge ýardam etmeli.

Okuw maksatnamasy düzülende durmuşyň talaplary hem göz öňünde tutulmaly. Meselem, XX asyryň 70-nji ỳyllarynyň ahyrlaryna çenli mekdepde çot we logarifmik çyzgyç hem-de olarda dürli hasaplamalary geçirmegiň düzgünleri öwredilýärdi. Mikrokalkulỳatorlaryň we kompýuterleriň adamzat durmuşyna giňden ornaşmagy bilen ỳokardaky soraglary mekdep matematikasyndan aỳyrmaga mümkinçilik döredi. Geçen asyryň 80-nji ỳyllarynda bu boşan okuw sagatlaryny ỳokary matematikanyň elementlerini öwretmek üçin ulanmaga mümkinçilik döredi.

Her 10-15 ỳyldan matematikadan okuw maksatnamalaryna üỳtgeşmeler girizmäge zerurlygyň döreýänligini belläp geçmek gerek.

Ol zerurlyklar aşakdakylar bilen baglanyşyklydyr:

1) Jemgyýetiň we onuň ykdysady hem-de tehniki zerurlyklarynyň ösmegi mekdebiň uçurymlarynyň matematiki bilimlerine, başarnyklaryna we endiklerine bolan talaplaryň hem ýokarlanmagyna getirýär.

2) Matematika ylmynyň üznüksiz ösmegi, onda has wajyp ugurlaryň döremegi mekdep matematikasynyň mazmunyny täzelemägi we kämilleşdirmegi talap edýär. Öz nazary we amaly ähmiýetini ýitiren temalar maksatnamadan aýrylyp, olaryň ornuna amaly we nazary gymmaty ýokary bolan maglumatlar alynýar.

3) Jemgyýetiň ösmegi okuwçylaryň umumy ösüşiniň ýokarlanmagyna, olaryň akyl ýetiriş ukyplarynyň artmagyna şert döredýär. Bu bolsa okuw dersiniň mazmunyny okuwçylara has ir öwretmäge mümkinçlik berýär.

4) Pedagogika ylmynyň, matematikanyň usulyýetiniň ösmegi, öňdebaryjy mugallymlaryň iş tejribeleriniň ýaýradylmagy okuw maglumatlarynyň güýçýeterliligini we okuwçylary okatmagyň netijeliligini ýokarlandyrýar. Bu bolsa mekdep matematikasynyň mazmunyny täze maglumatlar bilen baýlaşdyrmaga şert döredýär.

5) Häzirki döwürde Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedowyň tagallasy bilen mekdeplerimiz okatmagyň multimediýa serişdeleri, hususan-da interaktiw tagtalar, häzirki zaman ýokary tizlikli kompýuterler bilen üpjün edilip, olar bolsa bütin dünýä internet toruna birikdirilip başlandy. Bu bolsa okatmagyň interiaktiw usullaryny giňden ulanmaga, ol ýa-da beýleki sebäp bilen sapaga gelip bilmedik okuwçyny uzakdan okatmaga mümkinçilik berýär. Okatmagyň interaktiw usuly bolsa sapak döwründe ähli okuwçylaryň näme iş bilen meşgullanýandygyny, olaryň täze maglumatlary näderejede özleşdirendigini badabat bilmäge mümkinçilik döredýär. Şeýlelikde, okuwçylara täze bilimleri çalt we çuňňur öwretmek üçin şertler döreýär. Netijede, gymmatly okuw wagtyny has peýdaly ulanmak arkaly ony tygşytlap bolýar. Bu bolsa ýakyn ýyllarda matematikanyň mekdep kursunyň mazmunyna täze maglumatlary girizmek arkaly ony baýlaşdyrmaga mümkinçilik berer.

3. Matematikany nädip öwretmeli?

Matematikany okatmagyň usulyỳeti dersi, esasan, şu soraga jogap berỳändir. Matematikany okatmagyň usulỳeti dersinde matematika okadylanda ylmy usullaryň, didatikanyň esasy ýörelgeleriniň (prinsipleriniň) ulanylyşy, matematikany okatmagyň usullarynyň we tärleriniň üstünde durlup geçilýär.

Matematikany okatmagyň usulyýeti dersini üç bölege bölmek mümkin.

1) Matematikany okatmagyň umumy usulyýeti (meselem, matematikany okatmagyň usullaryny öwrenmek; matematikany okatmagyň umumy ýörelgelerini (prinsiplerini) öwrenmek we ş.m.).

2) Matematikany okatmagyň hususy usulyýeti (meselem, matematikanyň mekdep kursunda toždestwolaýyn özgertmeleri öwretmegiň usulyýeti; matematikanyň mekdep kursunda deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmegiň usulyýeti, matematikanyň mekdep kursunda funksiýalary öwretmegiň usulyýeti we ş.m.).

3) Matematikany okatmagyň takyk usulyýeti. Ol: a) umumy usulyýetiň käbir soraglaryndan (meselem, 6-njy synpyň algebrasy boýunça sapaklaryň meýilnamasyny düzmek we ş.m.); b) hususy usulyýetiň käbir soraglaryndan (meselem, 6-njy synpyň geometriýasynda “Üçburçluklaryň deňlik nyşanlary” atly temany okatmagyň usulyýeti we ş.m.) ybaratdyr.

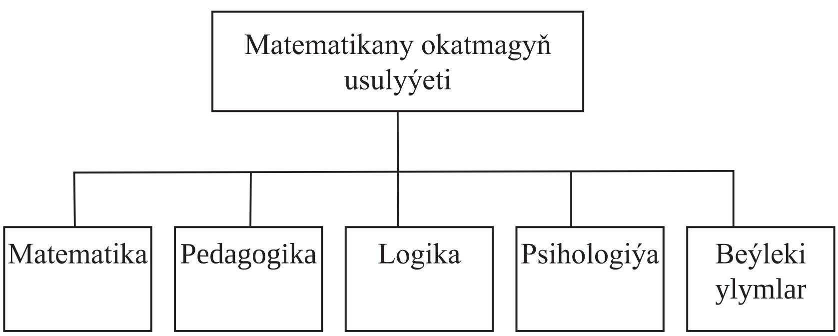
Ýönekeýleşdirip aýtsak, “Matematikany nähili okatmaly?” diýen soraga jogap bermeklik matematikanyň usulyýeti dersiniň mazmunyny düzýär.

1.6. Matematikanyň usulyýeti özüniň analizlerinde we çykarýan netijelerinde Hormatly Prezidentimiziň ylym-bilim baradaky taglymatlaryna, filosofiýa, pedagogika, psihologiýa, matematika ýaly ylymlara we matematika mugallymlarynyň öňdebaryjy iş tejribelerine esaslanýar.

Mekdepde okatmak üçin okuw maglumatlaryny saýlap almak, matematikanyň özüniň mazmunyna, usullaryna we idealaryna çuňňur seljerme bermekligi, onuň beýleki ylymlaryň arasyndaky ähmiýetini anyklamagy, ulanylýan ýaýlasyny kesgitlemegi talap edýär.

Matematika ylym hökmünde bize didaktiki nukdaýnazardan işlemeklige zerur maglumatlary berýär.

Matematikany okatmagyň usulyýeti logika, kibernetika we başga-da birnäçe ylymlar bilen berk baglanyşyklydyr. Bu baglanyşygy shema görnüşinde aşakdaky ýaly suratlandyrmak bolýar.



1.7. Matematikany okatmagyň usulyýetiniň umumy meseleleri şu aşakdakylardan durýar:

– her bir taryhy döwürde jemgyýetiň ösüşinde öňde goýlan ýakyndaky we geljekdäki maksatlara laýyklykda sowat, bilim bermegiň mazmunyna düşünmek;

– okatmagyň özüne mahsus usullaryny saýlap almakda pedagogiki bilimlerini döredijilikli ulanmak;

– matematikany okatmagyň usulyýetiniň nazary esaslaryny we onuň ylmy-analiz usullaryny bilmek;

– matematikany okatmakda okuwçylara terbiýe bermegiň ýollaryny bilmek we ony iş tejribäňde ulanmagy başarmak;

– orta mekdebiň matematikadan okuw maksatnamasyny, okuw kitaplaryny we gollanmalaryny hemmetaraplaýyn we çuňňur bilmek hem-de seljermek;

– häzirki zaman mekdep matematikasynyň esasy idealaryny we düşünjelerini bilmek;

– matematikadan gyzyklandyryjy sapaklary geçmeklige taýýarlanmak,

– matematikany öwretmegiň öňdebaryjy usullaryny bilmek;

– okuwçylara ylmy maglumatlary öwretmek maksady bilen olary usuly taýdan gaýtadan işläp bilmek;

– matematikany öwretmekligiň täze usullary we görnüşleri (problemalaýyn okuw, işjeň okatmak we başgalar) bilen tanyşdyrmak;

– tejribeli mugallymlaryň okuw prosesinde ornuny tapan iş usullaryny we tärlerini döredijilikli öwrenip, öz usuly bilimini, işini yzygiderli kämilleşdirmek;

– ylmy-usuly analiz işleri geçirmegi başarmak;

– mekdep matematikasynyň meselelerini (standart däl, logiki, amaly mazmunly we başgalar) düzmekligi we olary özbaşdak çözmekligi okuwçylara öwretmek;

– okatmagyň tehniki serişdeleri bilen işlemekligi başarmak;

– ýönekeý görkezme esbaplary ýasamaklygy guramak we olary okuw işinde ýerlikli peýdalanmagy başarmak;

– matematikadan synpdan daşary işleri ýola goýmak;

– okuwçylarda matematika bolan höwesi döretmekligi, olaryň alan bilimlerini tejribede ulanyp bilmeklerini kemala getirmekligi, şol esasda olary hünäre gözükdirmegi, olara ykdysady bilim we watançylyk terbiýe bermekligi başarmak;

– matematika sapaklarynda multimediýa tehnologiýalaryndan, hususan-da interaktiw tagtalardan peýdalanmagy we okatmagyň interaktiw usullaryny ulanmagy öwretmek.

§ 2. Umumybilim berýän orta mekdeplerde matematika dersiniň orny, okatmagyň maksatlary

2.1. Umumy bilim bermekde mekdep matematikasynyň ähmiýeti.
2.2. Matematikany okatmagyň umumy maksatlary.
2.3. Matematikany okatmagyň politehniki ýörelgesi.

2.1. Orta mekdebiň okuw dersleriniň arasynda matematika möhüm orny eýeleýär. Bu onuň örän uly amaly ähmiýetliligi, beýleki dersler öwrenilende zerurlygy, okuwçylarda şahsy häsiýetleri kemala getirmekdäki derwaýyslygy bilen düşündirilýär.

Häzirki döwürde matematika tebigatda we jemgyýetde bolup geçýän hadysalary we işleri modelirlemegiň, öwrenmegiň we öňünden görmegiň guraly, başga sözler bilen aýdanymyzda, ylmyň, tehnikanyň we tehnologiýanyň dili bolup hyzmat edýär. Şoňa görä-de matematika orta mekdebiň esasy okuw dersleriniň biridir. Matematika orta mekdebiň daýanç dersleriniň biri bolup hyzmat edýär: ol mekdep dersleriniň birtoparyny häzirki zamanyň talaplarynyň derejesinde öwrenmekligi üpjün edýär. Bu aýdylanlar, ilkinji nobatda, tebigy ugurly derslere we olaryň arasynda has hem fizika degişlidir. Matematikany öwrenmeklik informatikanyň manyly esasynyň döremegine düýpli goşant goşýar. Bu aýdylanlar himiýa, astronomiýa, çyzuw we geografiýa ýaly derslere hem degişlidir. Matematika öwredilende okuwçylaryň logiki pikiriniň ösmeginiň hasabyna olaryň dil we jemgyýetçilik derslerini özleşdirmeginde hem matematikanyň täsiri ýokary bolmagynda galýar. Matematiki häsiýetli amaly başarnyklar, endikler okuwçylaryň zähmet we hünär taýýarlygy üçin zerurdyr.

Şu sebäplere görä-de okuwçylara bilim we terbiýe bermekde beýleki okuw dersleri bilen bir hatarda matematikany öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr.

I-X synplaryň okuw meýilnamasy boýunça matematika sapagyna berilýän okuw wagty ähli derslere berilýän okuw wagtynyň takmynan $\frac{1}{5}$ bölegini düzýär. Özüne berilýän okuw wagty boýunça matematika beýleki dersleriň arasynda ilkinji orunlaryň birini tutýar. Diýmek, hemmetaraplaýyn ösen, bilimli we terbiýeli ýaşlary kemala getirmekde mekdep matematikasyna uly orun degişlidir.

2.2. Orta mekdepde matematikany okatmagyň esasy maksatlarynynyň, ýagny umumy bilim bermek, terbiýelemek, ösdürmek we amaly başarnyklary hemde endikleri kemala getirmek maksatlarynyň mazmunyny we ähmiýetini açyp görkezeliň. Elbetde, okatmak döwründe bu maksatlar biri-biri bilen eriş-argaç bolup gidýär we özara berk baglanyşykda amala aşyrylýar.

I. Matematikany okatmagyň umumy bilim bermek maksady okuwçylara okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulan bilimleriň, başarnyklaryň we endikleriň iň esasylaryny (minimumyny) bermekligi göz öňünde tutýar. Bu bilimler we başarnyklar okuwça geljekde okuwyny dowam edip bilmegi, hünär almagy, biliminiň üstüni özbaşdak dolduryp bilmegi we zähmet çekmegi üçin ýeterlik bolmalydyr.

Matematikany okatmagyň umumy bilim bermek maksady mugallymdan aşakdakylary talap edýär:

1) okuwçylara matematikadan okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulan kesgitli bilimleriň, başarnyklaryň we endikleriň toplumyny bermekligi;

2) hakyky (real) dünýä akyl ýetirmegiň usullaryny okuwçylaryň ele almaklaryna ýardam etmekligi;

3) okuwçylara matematikanyň aýdyň, ýönekeý dilinden peýdalanmagy öwretmekligi;

4) okuwçylara olaryň okuwlaryny geljekde dowam ederleri ýaly we öz iş tejribelerinde ulanarlary ýaly matematiki maglumatlaryň minimumyny bermekligi.

II. Garaşsyz we hemişelik Bitarap döwletimizde hemmetaraplaýyn ösen şahsyýeti terbiýelemek has çylşyrymly we jogapkärli işdir. Diýmek, sapagyň terbiýe berijilik maksady matematikany okatmakda terbiýäniň ähli amatly pursatlaryny ulanyp, okuwçylara döwrebap terbiýe bermekdir. Okuwçylara terbiýe bermekde matematikany öwrenmegiň ähmiýeti has hem uludyr. Orta mekdepde matematikany okatmagyň terbiýelemek maksatlary aşakdakylardan ybaratdyr:

1. Okuwçylarda ylmy dünýägaraýşy terbiýelemek. Bu maksady amal etmek üçin okuwçylara matematiki abstraksiýalaryň şahsyýetiň hyýalynyň (fantaziýasynyň) döreden zatlary däl-de, eýsem hakyky dünýäniň adamzat aňynda şöhlelenmesidigini düşündirmek zerurdyr. Okuwçylarda matematikanyň tebigaty, manysy we matematiki abstraksiýalaryň gelip çykyşy, hakyky (real) we ideal dünýäniň hadysalaryny we proseslerini matematiki ylmyň şöhlelendiriş häsiýeti, ylymlar ulgamynda matematikanyň orny we ylymda hem amalyýetde (praktikada) matematiki modelirlemegiň ähmiýeti baradaky dogry düşünjeleriň ösmegi okuwçylaryň ylmy dünýägaraýşynyň kemala gelmegine ýardam edýär. Adamzadyň hakyky dünýä akyl ýetiriş usulynyň mazmuny okuwçylara açylyp görkezilmelidir. Adamlaryň hakyky dünýä akyl ýetirişiniň janly syn etmekden abstrakt pikirlenmä we ondan ýene-de tejribä, amalyýete (hakyky dünýä) dolanmak arkaly amala aşyrylýandygyny okuwçylara düşündirmek bilen olarda ylmy dünýägaraýşy kemala getirip bolýar.

Hakyky dünýä akyl ýetirmegiň bu usulynyň ulanylyşyna degişli ylmyň taryhyndan köp mysallar getirip bolar. Meselem, Uran planetasyna gözegçilik etmek we onuň orbitasyny derňemek (janly syn etme) arkaly fransuz alymy Lewerýe Neptun planetasynyň barlygy baradaky çaklamany (gipotezany) aýdýar. Lewerýeniň bu çaklamasynyň dogrudygy nemes astronomy Galleniň astronomik gözegçiliklerinde tassyk bolýar. Galle asman sferasynda Lewerýeniň görkezen ýerinde Neptun planetasyny ýüze çykarýar (tejribe, amalyýet).

2. Okuwçylarda matematikany öwrenmäge bolan gyzyklanmany terbiýelemek.

3. Matematikany öwrenmek şahsyýetiň ahlak häsiýetleriniň, ýagny onuň durnukly we maksadaokgunly bolmagyna, döredijilik işjeňligine we özbaşdaklygyna, jogapkärçilikli we zähmetsöýer bolmagyna, tertipliligine we tankydy pikirlenmegine, öz garaýyşlaryny we ynamlaryny esasly goramaklyga ukybynyň döremegine ýardam edýär. Matematika dersi öwredilende dürli meseleleriň mazmuny arkaly okuwçylarda Watana bolan söýgini terbiýelemek mümkinçilikleri uludyr. Mekdep matematikasy matematikanyň içki sazlaşygyny (garmoniýasyny) açyp, matematiki tassyklamalaryň gözellik we nepislik düşünjesini kemala getirip, geometrik figuralary göz öňüne getirmeklige ýardam edip, simmetriýanyň umumy estetiki düşünjesini özleşdirmäge, ýagny okuwçylaryň estetiki terbiýesine öz goşandyny goşýar. Matematikany öwrenmeklik okuwçylaryň göz öňüne getirijiligini ösdürýär, olaryň giňişlik düşünjelerini düýpli baýlaşdyrýar we ösdürýär.

III. Matematika dersi okadylanda okuwçylaryň intellektual mümkinçiliklerini ösdürmek maksady beýleki maksatlar bilen utga-şyklykda amala aşyrylýar. Matematikadan maksatnamadaky maglumatlary özleşdirmekde okuwçylaryň pikirlenişini kemala getirmek mugallymyň wajyp meselesidir. Bu okuwçylaryň matematiki ukyplaryny ýüze çykarmaga, olarda her bir işe döredijilikli çemeleşmek endiklerini terbiýelemäge mümkinçilik berýär. Matematikany öwrenmeklik okuwçylaryň akyl terbiýesiniň, ýagny pikirlenmek (intellektual) mümkinçilikleriniň artmagyna düýpli goşant goşýar. Orta mekdepde matematikany okatmagyň aşakdaky ýaly okuwçylary intellektual taýdan ösdürmek maksatlary amala aşyrylýar:

1. Okuw döwründe okuwçylaryň pikirleniş ýollarynyň we usullarynyň hataryna induksiýa we deduksiýa, umumylaşdyrma we anyklaşdyrma (konkretleşdirme), analiz we sintez, toparlara bölmek (klassifikasiýalaşdyrma) we sistemalaşdyrma, abstraktlaşdyrma, analogiýa tärleri girizilýär.

2. Okuw prosesiniň bütin dowamynda meseleleriň işjeň ulanylmagy okuwçylaryň döredijilik ukybynyň artmagyna ýardam edýär. Matematika öwrenilende akyl zähmetiň başarnyklary we endikleri (öz işiňi meýilleşdirmek, ony ýerine ýetirmegiň oňaýly we gysga ýollarynyň gözlegi, alnan netijelere tankydy garamak) kemala getirilýär.

3. Matematika öwrenilýän döwürde okuwçylarda öz pikirlerini aýdyň we gutarnykly, gysga we manyly beýan etmek başarnygy, ýazgylary ykjam, tertipli we sowatly ýerine ýetirmek endikleri terbiýelenýär.

4. Mekdep matematikasynyň möhüm meseleleriniň biri-de okuwçylaryň logiki taýdan ösmegidir. Matematiki pikir ýöretme obýektleriniň özi we olary konstruktirlemegiň matematikada kabul edilen düzgünleri, tassyklamalary esaslandyrmagyň we subut etmegiň, aýdyň kesgitlemeleri getirmegiň başarnyklarynyň kemala getirilmegine ýardam edýär, logiki duýgyny, öňünden aňmany (intuisiýany)

ösdürýär, logiki gurluşlaryň mehanizmini gysga we aýdyň açyp görkezýär hem-de olardan peýdalanmagy öwredýär. Şeýlelikde, mekdep matematikasy okuwçylaryň ylmy-nazary pikirlenmesiniň kemala gelmeginde esasy orny tutýar.

5. Mekdebi tamamlandan soňra ylmyň we önümçiligiň dürli pudaklarynda zähmet çekjek ýaşlary matematiki bilimleriň esaslary bilen ýaraglandyrmak zerur bolup durýar. Önümçiligiň we obahojalygynyň dürli hünärleri geljekki zähmetkeşlerden matematika we onuň ulanylyşyna degişli bilimleri, başarnyklary we endikleri almaklaryny talap edýär. Matematikany okatmagyň amaly maksatlary aşakdakylardan ybaratdyr:

a) alan bilimlerini durmuşda ýüze çykýan ýönekeý meseleleri çözmekde we ugurdaş dersleri (fizika, himiýa, çyzuw we ş.m.) öwrenmekde ulanmak başarnyklaryny okuwçylarda kemala getirmek;

b) matematiki gurallary (çyzgyç, sirkul, transportir, astrolýabiýa we ş.m.) ulanmak başarnygyny kemala getirmek;

ç) okuwçylarda bilimleri özbaşdak özleşdirmek başarnygyny kemala getirmek.

Matematikany okatmagyň maksatlary edil beýleki dersleri okatmagyň maksatlary ýaly, jemgyýetiň mekdepleriň öňünde goýýan wezipelerine baglylykda belli bir derejede üýtgäp durýar.

Diýmek, umumy bilim berýän orta mekdepde matematikany okatmagyň maksady, bir tarapdan, okuwçylary matematika ylmynyň esaslary bilen pugta ýaraglandyrmakdan, alan nazary bilimlerini durmuşda, ugurdaş ylymlarda we önümçilikde ulanyp bilmegini gazanmakdan ybarat bolsa, ikinji tarapdan, matematiki pikirlenişini ösdürmek arkaly olary möhüm ylmy-nazary meseleleri çözüp biljek, halkyna, Watanyna, Hormatly Prezidentine wepaly, Beýik Galkynyş eýýamyna goşant goşup biljek sowatly, düşünjeli adamlary taýýarlamakdan durýar. Köplenç, mekdepde matematikany has kyn ders hasap edýärler. Hakykatdan-da matematika öwrenilende okuwçylar dürli derejedäki kynçylyklara gabat gelýärler. Mysal üçin, standart däl meseleleri çözmekde, alnan matematiki bilimleri beýleki ylymlarda, halk hojalyk işleri bilen baglanyşykly amaly ähmiýetli meseleleri çözmekde we dürli önümçilik işlerinde matematikanyň gurallaryny peýdalanmakda kynçylyk çekýärler. Agzalan kynçylyklary ýeňip geçmeklik okuwçylarda zähmete bolan söýgini, erki terbiýeleýär. Goýlan meseleleri çözmekde mekdep matematikasynyň uly mümkinçilikleri bardyr.

Soňky ýyllarda biziň ýurdumyzda, öňdebaryjy tejribelere esaslanylyp orta mekdepde matematikany Hormatly Prezidentimiziň bilim-terbiýe barada öňe süren pikirlerine esaslanyp okatmak durmuşa ornaşdyryldy.

Matematikany okatmagyň politehniki ýörelgesi okuwçylaryň alan bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini ugurdaş derslerde (meselem, fizika, astronomiýa, informatika, himiýa, çyzuw we ş.m.), durmuşda we geljekki zähmet tejribelerinde ulanyp bilmeklerini göz öňünde tutýar. Okatmagyň politehniki ýörelgesini amala aşyrmak üçin matematika dersiniň uly potensial mümkinçilikleri bardyr.

2.3. Halk hojalygynyň dürli pudaklaryna, ylma, tehnika, ykdysadyýete kompýuter tehnologiýasynyň güýçli depginler bilen ornaşdyrylýan döwri bolan şu günki günlerde dürli ýagdaýlaryň we hadysalaryň matematiki modellerini talap edilýän derejedäki takyklykda gurmagy başarýan işgärleri taýýarlamak zerurdyr. Şoňa görä-de mekdebiň uçurymlaryny geljekde zähmet çekmäge taýýarlamak üçin eýýäm mekdepde matematika dersi öwredilýän döwründe okuwçylara matematikany durmuşda we önümçilikde ulanmagyň aýratynlyklary barada düşünje bermek, olarda ýönekeýje hadysalaryň, ýagdaýlaryň matematiki modellerini gurmak başarnyklaryny kemala getirmek maksadalaýykdyr.

Mekdebiň uçurymlarynyň köpüsi üçin, meselem, funksiýanyň önümini tapmak ýaly zerurlygyň ýüze çykmazlygy-da mümkin. Emma ol ýa-da beýleki matematiki modeli gurmak zerurlygy, haýsy kärde işleseler hem, olaryň öňünde ýüze çykyp biler. Durmuşda we önümçilikde duş gelýän meseleleri çözmekde matematikany üstünlikli ulanmak amaly başarnyklaryň nähili derejede kemala getirilendigi bilen berk baglanyşyklydyr.

Matematikany önümçilikde we durmuşda duş gelýän meseleleri çözmek üçin ulanmak üç etapdan, ýagny durmuş meselesini matematikanyň diline geçirmekden (formalizasiýa), matematiki dilde beýan edilen meseläni matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözmekden (modeliň içinde çözmek) we alnan jogaby çözülýän durmuş meselesi bilen degşirmekden (interpretasiýa) etaplaryndan durýar. Bu etaplaryň her biri geçilende arassa (sap) matematiki bilimler we başarnyklar bilen bir hatarda amaly başarnyklar hem zerurdyr. Okuwçylarda şu başarnyklary kemala getirmek üçin amaly matematikanyň arassa matematikadan tapawutly aýratynlyklaryny bilmek zerurdyr.

Amaly matematikada önümçiligiň öňe sürýän talaplary has wajypdyr. Çözüwi tizden-tiz, dessine tapmak, gözlenilýän netijäni berlen takyklykda tapmak, ykdysady nukdaýnazardan oňaýly çözüwi tapmak ýaly talaplar önümçilikde ýüze çykýan meseläniň çözülişine güýçli täsir edýär.

Algebra dersiniň okuwçylara amaly başarnyklary bermekde ähmiýeti örän uludyr. Esasan teswirli meseleler çözülende ýokardaky agzalan üç etapyň üçüsi hem ýönekeý görnüşde geçilýär. Bu meseleler çözülende onuň şerti adaty dilden matematiki dile (deňleme düzmäge) geçirilýär (*1-nji etap*). Deňleme meseläniň matematiki modelidir. Ol deňleme matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözülýär (*2-nji etap*). Alnan çözüwiň berlen meseläni kanagatlandyrýandygy ýa-da kanagatlandyrmaýandygy barlanylýar (*3-nji etap*).

Tejribäniň görkezişi ýaly, okuwçylaryň köpüsi matematiki dilde anyk beýan edilen matematiki meseleleri çözmegiň hötdesinden gelýärler, emma ilki adaty dilden matematiki dile geçirmegi (matematiki modeli düzmegi) talap edýän teswirli meseleleri çözmekde welin düýpli kynçylyklara sezewar bolýarlar. Meselem, 7-nji synp okuwçylary

$$\frac{39}{x+3}+\frac{28}{x-3}=\frac{70}{x} \tag{1}$$

deňlemäni hiç bir kynçylyksyz çözmegi başarýarlar. Şol deňlemäni çözmäge getirýän şeýle teswirli meseläni çözmekde käbir kynçylyklar çekýärler. “Motorly gaýyk derýanyň akymynyň ugruna 39 *km* we akymyň garşysyna 28 *km* geçdi. Ol ähli geçen ýoluna özüniň ýata suwda 70 *km* geçmäge gerek boljak wagtyça wagt sarp etdi. Eger derýanyň akyş tizliginiň 3 *km/sag* deňdigi belli bolsa, onda gaýygyň ýata suwdaky tizligini tapyň”.

Matematiki meseläni çözmek üçin diňe matematiki bilimler we başarnyklar ýeterlik bolýar. Meselem, okuwçy (1) deňlemäni çözmek üçin dürli maýdalawjyly droblaryň jemini bir droba öwürmegi; drobuň nola deňlik şertini; drobuň kesgitleniş ýaýlasyny; kwadrat deňlemäniň kökleriniň formulasyny bilmelidir we ulanmagy başarmalydyr. Okuwçy aýdylanlardan başga-da, alnan kökleri deňlemäniň kesgitleniş ýaýlasy bilen degşirmegi (ýa-da olary gös-göni deňlemä goýup barlamagy); eger del kökler bar bolsa, onda olary jogaplaryň arasyndan aýyrmagy hem başarmalydyr. Teswirli meseleleri çözmek üçin bolsa, diňe arassa matematiki bilimlerden, başarnyklardan başga-da, adamzat işiniň dürli pudaklaryna degişli bolan bilimler we amaly başarnyklar hem gerek bolýar. Meselem, ýokarda getirilen teswirli meseläni çözmek üçin okuwçy beýan edilýän situasiýada geçilen ýol bilen tizligiň arasyndaky ters proporsional baglylygy, şeýle hem beýleki gatnaşyklary görmegi we olary meseläniň şertini matematiki dilde aňlatmak üçin peýdalanmagy başarmalydyr.

Şeýlelyk bilen teswirli meseläňýň şertini matematiki dilde aňlatmak, ýagny onuň matematiki modelini düzmek üçin abstrakt pikirlenmäni talap edýän, ýeterlik derejede çylşyrymly bolan operasiýalaryň birnäçesini geçirmeli bolýar. Teswirli meseläniň alnan modeli (deňlemesi, deňlemeler sistemasy we ş. m.) matematiki mesele hökmünde çözülýär we matematiki modeli kanagatlandyrýan çözüwler alynýar. Şunuň bilen matematiki meseläniň çözülişi tamamlanýar, emma teswirli meseläni çözmek dowam etdirilýär. Belli bolşy ýaly, teswirli meselede degişli kanunalaýyklyga boýun egýän real situasiýa adaty dilde beýan edilýär. Şoňa görä-de matematiki modeliň alnan çözüwlerini ikinji gezek barlamaga, ýagny teswirli meselänin şertinde beýan edilýän real situasiýanyň kanunalaýyklyklary bilen degşirmäge bolan zerurlyk ýüze çykýar. Matematiki modeliň çözüwleriniň içinden teswirli meseläniň şertinde beýan edilen real situasiýany kanagatlandyrmaýanlary taşlanylýar, galanlary bolsa eýýäm teswirli meseläniň jogaby hökmünde berilýär. Diňe şundan soň teswirli meseläniň çözülişi tamamlanýar.

Görnüşi ýaly, matematiki meseleleri çözmekde olary çözmek üçin zerur bolan matematiki serişdeleri saýlap almak we ulanmak bilen baglanyşykly kynçylyklaryň döremegi mümkindir. Teswirli meseleleri çözmekde bolsa, bu kynçylyklardan başga-da formalizasiýa we interpretasiýa etaplaryny geçirmek bilen baglanyşykly päsgelçilikler hem ýüze çykýar.

Geometriýa okadylanda hem politehniki ýörelgäni amala aşyrmaga uly mümkinçilikler bardyr. Edil algebra dersindäki ýaly, geometriýada hem önümçilikden, durmuşdan alnan meseleleri çözdürmek arkaly, ýer üstünde ölçeg işlerini geçirtmek arkaly alynýan bilimleriň amaly ähmiýetini okuwçylara görkezmek mümkin. Bu bolsa okuwçylarda diňe bir amaly başarnyklary kemala getirmek bilen çäklenmän, eýsem dersi öwrenmäge bolan höwesi hem döredýär.

§ 3. Matematikany okatmagyň didaktiki ýörelgeleri (prinsipleri)

3.1. Okatmagyň didaktiki ýörelgeleriniň ähmiýeti barada.
3.2. Watansöýüjilik ruhda terbiýelemek ýörelgesi.
3.3. Ylmylyk ýörelgesi.
3.4. Görkezme-esbaplylyk ýörelgesi.
3.5. Aňly-düşünjelilik we işjeňlik ýörelgesi.
3.6. Berk özleşdirmek ýörelgesi.
3.7. Sistemalylyk we yzygiderlilik ýörelgesi.
3.8. Okatmagyň elýeterlik ýörelgesi.
3.9. Aýry-aýrylykda çemeleşmek ýörelgesi.
3.10. Okatmagyň didaktiki ýörelgeleriniň arasyndaky baglanyşyklar.
3.11. Mekdepde matematika dersini okatmakda ýüze çykýan käbir dialektiki gapma-garşylyklar.

3.1. Okatmak prosesi bitewi pedagogiki prosesiň düzüji bölegi bolmak bilen Garaşsyz, Bitarap döwletimiziň gülläp ösýän Täze Galkynyş we beýik özgertmeler zamanasynda hemmetaraplaýyn ösen, Watana wepaly ýaşlary kemala getirmegi öz öňünde maksat edip goýýar.

Dersleri okatmagyň umumylaşdyrylan tejribesine görä, okatmagyň usullaryny we serişdelerini saýlap almakda mugallym ýol görkeziji häsiýete eýe bolan düzgünlerden ugur almalydyr.

Okatmagyň köpýyllyk tejribesi esasynda didaktiki ýörelgeler işlenilip düzüldi. Bu ýörelgelere okatmak prosesini gurnamaklyga, onuň mazmunyna, görnüşlerine we usullaryna esasy talaplar hökmünde seredilýär. Okatmak prosesini didaktiki ýörelgelere görä gurnamak ony ylmy esasda amala aşyrmaga mümkinçilik berýär.

Didaktiki ýörelgeleri üýtgewsiz düşünjeler hökmünde kabul etmek hem bolmaz. Sebäbi bu ýörelgeler jemgyýetiň mekdebiň öňünde goýýan wezipelerine laýyklykda yzygiderli çuňlaşdyrylýar we özgerdilýär.

Şeýlelikde, didaktiki ýörelgeler – munuň özi ylmy-pedagogiki kanunalaýyklyklaryň we işjeň pedagogiki tejribäniň seljerilmeginiň netijesinde emele gelen esasy ugrukdyryjy düzgünlerdir. Başgaça aýdylanda, didaktiki ýörelgeler – bu okatmagyň we terbiýe bermegiň gurnalyşy, amala aşyrylyşy we kämilleşdirilişi baradaky umumy düşünjeleri, bilimleri öz içine alýan okatmagyň ýörelgeleridir. Didaktiki ýörelgeleriň kanunalaýyklyklary mugallymyň okuw-terbiýeçilik işiniň kadalarynyň kemala gelmeginiň nazary esaslaryny düzýär, pedagogiki işindäki esasy ýol görkeziji bolup hyzmat edýär.

Didaktiki ýörelgeleriň berkemeginde okatmagyň kanunlaryndan we kanunalaýyklyklaryndan başga täsirler hem hasaba alynýar: 1) okatmagyň we terbiýe bermegiň öňünde jemgyýet tarapyndan goýulýan maksatlar hem-de wezipeler; 2) okuw prosesiniň amala aşyrylýan anyk şertleri; 3) okamak prosesiniň psihologik häsiýetleri; 4) okuw-terbiýeçilik işlerini guramak boýunça bar bolan usullar.

Şu ýerde bir zady belläp geçmek gerek. Eger gürrüň didaktiki ýörelgeler dälde, usuly ýörelgeler barada gidýän bolsa, onda bu ýerde anyk okuw dersiniň aýratynlyklary göz öňünde tutulmalydyr.

Matematika dersini okatmaklyga mahsus bolan didaktiki ýörelgeleriň ulgamyna ýene iki sany ýörelgäni goşmak bolar:

1) matematikanyň mekdep kursy häzirki zaman matematikasynyň fundamental idealaryny we logikasyny (okuwçylaryň pikirleniş başarnyklarynyň ösüşi bilen baglanyşyklylykda) şöhlelendirmelidir;

2) matematikany okatmak prosesi döredijilikli gözleg görnüşinde (okuwçylaryň pikirleniş başarnyklarynyň mümkinçilik berýän kesgitli çägine çenli) gurnalmalydyr.

Ýokarda görkezilen birinji ýörelge matematikany okatmagyň mazmunynyň gurnalyşyna degişli we belli bir derejede okatmagyň ylmylyk didaktiki ýörelgesini anyklaşdyrýar. Ikinji ýörelge okatmak prosesini gurnamaklyga degşli we okatmagyň problemalylyk ýörelgesini anyklaşdyrýar.

3.2. Ýurdumyzyň maddy we ykdysady taýdan ösmeginde ösüp gelýän ýaş neslimiziň watansöýüjilik ruhda terbiýelenmegi, dünýä derejesinde bilim almagy üstünligiň esasy şertleriniň biri bolup durýar. Ýurdumyzda orta mekdepleriň öňünde durýan esasy wezipeleriň biri hem şu maksatlary göz öňünde tutýar.

Ösüp gelýän ýaş nesli watansöýüjilik ruhunda terbiýelemek onuň akyl, ahlak taýdan ösüşini, ruhy taýdan baý bolmagyny, fiziki taýdan sagdyn, hoşniýetli bolmagyny, estetiki, gözellik duýgularynyň ýokary bolmagyny talap edýär.

Şahsyýetiň umumy ösüşinde watansöýüjilik, zähmet, ahlak, akyl, estetiki we beden terbiýeleri aýrylmaz baglanyşykda bolmalydyrlar we biri-biriniň üstüni ýetirmelidirler.

Ýurdumyzyň maddy we ykdysady taýdan ösmeginde mekdebiň ähmiýetiniň örän uludygyny bellemek bilen, beýleki dersler bilen bir hatarda matematika dersini okatmakda okuwçylaryň ýokary işjeňligini gazanmak, öňde durýan wezipelere çuňňur düşünmeklerini terbiýelemek möhümdir. Bu meselede matematika dersiniň okadylyşynyň täsirliliginiň ony durmuş we önümçilik bilen baglanyşdyrmakda hasda ýokary boljakdygyny bellemek gerek. Okatmak prosesinde, hususan-da matematika dersini okatmak prosesinde watansöýüjilik ýörelgesiniň amala aşyrylmagy üçin, mugallymyň didaktikanyň ylmylyk, aňly-düşünjelilik, işjeňlik we özbaşdaklyk, okuwçynyň okamaga bolan isleglerine goltgy bermek, goldamak ýörelgelerine ýüzlenmegi möhüm şert bolup durýar.

3.3. Okatmagyň mazmunynyň ylmylygy diýlip, onuň üç sany şerti kanagatlandyrýan häsiýetlerini görkezmek bolar. Ol şertler:

a) bilim bermegiň mazmunynyň häzirki döwrüň ylmynyň derejesine laýyk gelmegi;

b) okuwçylarda ylmy akyl ýetirmegiň umumy usullary barada dogry düşünjeleri kemala getirmek;

ç) akyl ýetirmek prosesiniň esasy kanunalaýyklyklaryny görkezmek.

Bu şertler özara berk baglanyşyklydyrlar, sebäbi nobatdaky şertiň ýerine ýetmegi üçin ondan ozalky şertiň ýerine ýeten bolmagy möhümdir.

Birinji şertden görnüşi ýaly, okatmagyň ylmylyk ýörelgesine laýyklykda, mekdepde öwrenilýän maglumat belli bir derejede häzirki döwrüň ylmyna gabat gelmelidir.

Ikinji şerte görä ylmylyk ýörelgesi ylmy akyl ýetirmegiň umumy usullaryny bilmekligi talap edýär. Emma bu alnan bilimleriň ylmylygynyň möhüm şerti bolsada, munuň özi okuwçylarda akyl ýetirmek prosesi baradaky düşünjeleri döretmek üçin ýeterlik däldir.

Matematikada dürli ýagdaýlara, proseslere ylmy taýdan akyl ýetirmegiň iň netijeli usullarynyň biri öwrenilýän hadysalaryň matematiki modellerini düzmekdir.

Modelirlemek usuly häzirki döwürde ylmyň dürli ugurlarynda giňden ulanylýar. Şonuň üçin ylmylyk ýörelgesiniň ikinji talaby okuwçylara olar üçin elýeterli bolan matematiki modelirlemek usullaryny öwretmekligi birinji orna goýýar.

Üçünji şert ylmylyk ýörelgesiniň okuwçylarda akyl ýetirmek prosesi we onuň kanunalaýyklyklary baradaky düşünjeleriň kemala gelmegini talap edýändigini görkezýär.

Matematikany okatmakda mugallymyň okuwçylara akyl ýetirmekligiň kanunalaýyklyklaryny görkezmäge köp mümkinçilikleri bolýar. Şonuň üçin mekdepde ylymlaryň esaslary öwrenilende problemalaýyn okatmak we dürli barlag usullaryndan peýdalanylmagy ýerliklidir. Ylmylyk ýörelgesi amala aşyrylanda mugallym elýeterlik ýörelgesiniň hem berjaý edilmelidigini unutmaly däldir, ýagny okatmagyň mazmuny, görnüşleri we usullary okuwçylaryň hakyky başarnyklaryna laýyk gelmelidir.

Okatmagyň ylmylyk ýörelgesi onuň ylmy-bilimleriň degişli pudagynyň häzirki wagtdaky ýagdaýyny hakyky şöhlelendirýän hem-de onuň ösüşiniň ugurlaryny we geljegini hasaba alýan anyk ylmy mazmunynyň bolmagyny talap edýär.

Matematikada okatmagyň ylmylyk ýörelgesi ony okatmagyň mazmunynyň we usulyýetiniň matematika ylmynyň häzirki döwürdäki derejesine we talaplaryna hökmany gabat gelmeginde jemlenendir.

Şeýlelikde, ”okatmagyň ylmylygy“ jümlesi okuwçylara häzirki döwürde ylmy diýlip ykrar edilen delilleri düşündirmekligiň, olaryň aňynda ylmy diýlip ykrar edilen düşünjeleri kemala getirmekligiň talap edilmelidigini aňladýar.

Matematikany okatmakda ylmylyk ýörelgesi her ädimde anyk gabat gelýär. Mysal üçin, eger mugallym ylmylyk ýörelgesine uýýan bolsa:

– matematiki düşünjeleri kesgitlemekde we pikir ýöretmeleri beýan etmekde jümleleriň beýan edilişine we düzülişine üns bermeli;

– her bir pikir ýöretmä tankydy seretmeklige, esaslandyrylmadyk maglumaty subut edilen diýip kabul etmezlige, kesgitlemeleri we teoremalary anyk aýyl-saýyl etmeklige okuwçylary endik etdirmeli we ş. m.

Okatmakda mugallymyň bu ýörelgäni amala aşyryşyna anyk mysallaryň kömegi bilen seredeliň.

Meselem:

a) $x^2 + 1 = 0$ görnüşli deňlemäniň haýsy san köplüginde seredilýändigi baradaky soragy anyklamak;

b) $a^0 = 1$ ýa-da $a^{\log_a b} = b$ aňlatmanyň subut edilmeýän kesgitlemäniň özenidigini we diňe onuň dogrudygy baradaky pikir ýöretmä ýol berýändigini görkezmek;

ç) subut etmegiň analitiki usulynyň (meselem, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{b}$ deňsizligiň aşakdaky subudyny $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{b} \Rightarrow a + b - 2\sqrt{b} \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ doly geçirilen esaslanma hökmünde kabul edilmeýändigini bilmek we ş. m.

3.4. Görkezme-esbaplylyk ýörelgesi okuwçylar tarapyndan öwrenilýän maglumatlaryň kabul ediliş, akyl ýetiriliş we umumylaşdyrylyş prosesiniň düýp mazmunyndan gelip çykýar. Görkezme-esbaplylyk ýörelgesi okuw maglumatyny öwrenmegiň aýry-aýry basgançaklarynda dürli wezipeleri (funksiýalary) ýerine ýetirýär. Haçan-da okuwçylar haýsam bolsa bir zadyň (predmetiň) daşky häsiýetlerini öwrenenlerinde, ony ýa-da onuň şekilini synlap, gönüden-göni özbaşdak düşünje alyp bilýärler. Eger-de didaktiki mesele jisimiň häsiýetleriniň ýa-da dürli jisimleriň häsiýetleriniň arasyndaky gatnaşyklara we baglanyşyklara akyl ýetirmek bilen ylmy düşünjeleri kemala getirmek bolsa, onda görkezme-esbaplar diňe şol gatnaşyklara akyl ýetirmek üçin daýanç bolup hyzmat edýärler, şol düşünjeleri anyklaşdyrýarlar (konkretleşdirýärler) we açyp görkezýärler (illýustrirleýärler).

Matematikany okatmagyň tejribesinde bu ýörelgäniň amala aşyrylmagyna ýardam berýän ýörite esbaplar işlenilip düzüldi (geometrik figuralaryň modelleri, tablisalar, anaglifler we ş.m.). Häzirki döwrüň ýokary derejeli tilsimatlary: okatmagyň multimediýa serişdeleri, interaktiw tagtalary, kompýuter tehnologiýasy we ş.m. matematikany okatmagyň görkezme-esbaplylyk ýörelgesini, onuň maddy binýadyny has-da baýlaşdyrdy. Emma görkezme-esbaplardan gereginden artyk peýdalanmagyň hem oňaýsyz netijelere getirip biljekdigini ýatlatmak ýerlikli bolar. Mugallym sapakda görkezme-esbaplardan peýdalanmaklygy öz öňünde esasy maksat hökmünde goýmaly däldir. Mysal üçin, stereometriýanyň ilkinji sapaklarynda figuralaryň dürli modellerini (okuwçylaryň giňişligi göz öňüne getiriş duýgularyna aşa agram salmazlyk maksady bilen) gereginden artyk ulanjak bolmaklyk okuwçylaryň logiki pikirlenişiniň wajyp bölegi bolan giňişligi göz öňüne getiriş duýgularynyň ösmegine däl-de, tersine bökdelmegine sebäp bolup biler. Gepiň gysgasy, stereometriýa öwrenilende geometrik figuralaryň modelleri kem-kemden öz orunlaryny tekizlikdäki çyzgylara, şekillere bermelidirler. Mysal-meseleleriň taýýar çözülişlerini tehniki serişdeleriň kömegi bilen ekranda şekillendirip, soňra olary düşündirmegiň hem gowy netije bermeýändigini tejribe görkezýär.

3.5. Okatmakda aňly-düşünjelilik we işjeňlik ýörelgesi okuwçylarda öwrenilýän maglumata aňly-düşünjeli, döredijilikli çemeleşmeklik, ylma we bilime bolan söýgi ýaly duýgulary terbiýelemekden ybaratdyr. Ösüp gelýän ýaş neslimizde bu duýgulary terbiýelemek ýurdumyzyň hemmetaraplaýyn ösmeginde, wajyp orny eýeleýär. Okatmagyň aňly-düşünjelilik we işjeňlik ýörelgesiniň düýp mazmuny öwrenilýän hadysalaryň maksadaokgunly, işjeň kabul edilmeginde, olara akyl ýetirilmeginde, gaýtadan döredijilikli işlenilmeginde we mümkin bolan ýagdaýynda peýdalanylyp bilinmegindedir. Ol okatmak prosesinde öwrenilýän maglumatyň aňly-düşünjeli we döredijilikli kabul edilmegi ýaly özboluşlyklardan gelip çykýar. Okatmakda aňly-düşünjelilik, işjeňlik we özbaşdaklyk ýörelgesiniň amala aşmagy üçin aşakdaky şertleriň ýerine ýetmegi göz öňünde tutulýar:

a) okuwçylaryň akylýetirijilik işiniň öwrenmek prosesiniň kanunalaýyklyklaryna gabat gelmegi;

b) öwrenmek prosesinde okuwçylaryň akylýetirijilik işjeňligi;

ç) okuwçylar tarapyndan öwrenmek prosesine akyl ýetirmek;

d) täze maglumatlara akyl ýetirmek prosesinde okuwçylar tarapyndan akyl işiniň usullaryna erk edilip bilinmegi.

Aşakdaky talaplar göz öňünde tutulanda matematikany okatmagyň işjeňlik ýörelgesini talabalaýyk amala aşyryp bolar:

1. Her bir täze bölümiň ýa-da temanyň beýan edilişi öwrenilmeli düşünjeleriň onuň öň ýanynda özleşdirilen düşünjeler bilen özara arabaglanyşygyny kesgitlemekligi, bu temany öwrenmekligiň nazary ýa-da amaly manysyny aýdyňlaşdyrmaklygy, umumy bilimler ulgamynda öwrenilýän temanyň ornuny we ähmiýetini görkezmekligi, berlen temanyň möçberinde takmynan öwrenilmeli soraglaryň toplumyny görkezmekligi, ony öwrenmegiň esasy ýollaryny göz öňünde tutmaklygy, tejribede peýdalanyp boljak ýagdaýlaryny beýan etmekligi öz içine alýan gysgajyk giriş bermekden başlanýar.

2. Täze temany öwrenmek işine başlamak bilen mugallym okuwçylaryň durmuş tejribelerine ýüzlenýär, synlamaklygy we gözegçilik etmekligi gurnaýar, abstrakt düşünjeleri kemala getriýän dürli meselelere we soraglara seredýär, okuwçylar tarapyndan täze düşünjeleriň görkezme-esbaplaryň kömegi bilen **“kabul etmek – göz öňüne getirmek – düşünmek”** basgançaklary boýunça kabul edilmegine ýardam edýär.

3. Matematikany okatmakda okuwçylaryň öwrenilýän düşünjelere bolan gyzyklanmasyny oýarmak we ony berkitmek, işjeňlige bolan isleglerini we ukyplaryny döretmek arkaly mugallym iň amatly ýol bilen anyk maksada alyp barýan dürli tärleri we usullary ulanýar. Özem şu ýagdaýda, öwrenilýän maglumat çuň matematiki pikir ýöretmeleri talap etmeýän bolsa, okuwçylaryň özlerine ol düşünjeleri özbaşdak beýan etmäge mümkinçilik berýän usullardan peýdalanmak has-da ýerlikli bolar.

4. Okuwçylaryň dürli meseleleri özbaşdak çözmeklerini, teoremalary özbaşdak subut etmeklerini, ozal öwrenilen ýa-da öwrenilýän maglumatlar boýunça adaty bolmadyk, ýagny standart däl meseleleri çözmeklerini, soraglara jogap bermeklerini, ol ýa-da beýleki meseleleriň has ýönekeý, gysga we adaty bolmadyk çözülişlerini tapmaklaryny mugallymyň goldamaklygy olarda her bir öwrenilýän soraga döredijilikli çemeleşmek başarnygyny terbiýeleýär.

5. Okuwçylarda öz işleriniň netijesine tankydy garamak zerurlygy terbiýelenýär; öz-özüne gözegçilik etmek, gürrüň bermek we ýazuw üsti bilen öz pikirini gysga we aýdyň jemlemek hem-de beýan etmek başarnyklary kemala gelýär.

6. Okuwçylara öý işlerini tabşyrmaklyk dogry gurnalmalydyr: berilýän ýumuşlar okuwçylar üçin güýçýeterli bolmalydyr, işi ýerine ýetirmekligiň wagt çägine üns berilmelidir, berlen ýumuşlar bir-iki sany ýerine ýetirilmegi hökmany bolmadyk, ýokary kynçylykly (haýsydyr bir goşmaça edebiýatdan alnyp bilner) ýumşy hem öz içine almalydyr.

Eger matematikany okatmaklyk şu talaplara jogap berýän bolsa, okuwçylaryň okuw işjeňligi ýokary bolar, şonuň bilen birlikde bolsa, olar tarapyndan alnan bilimdir başarnyklar çuň we aňly-düşünjeli bolar.

Aňly-düşünjeli we işjeň öwrenmeklik okuwçynyň öz okuw işiniň maksatlaryna we ähmiýetine oňat düşünen ýagdaýynda, şol maksatlara ýetmek üçin gerek bolan başarnyklara we endiklere eýe bolan ýagdaýynda, has dogrusy, özüniň okuw işini dolandyryp bilen ýagdaýynda mümkindir. Şol sebäpden okatmakda bu ýörelgeden peýdalanmagyň esasy şertleri hökmünde mugallymlar tarapyndan okuwçylarda özbaşdak okamak we öwrenmek endikleriniň we başarnyklarynyň kemala getirilmegini, olaryň öwrenilýän maglumata aňly-düşünjeli çemeleşmekleri üçin özbaşdak pikirlenmek başarnyklarynyň ösdürilmegini görkezmek bolar.

3.6. Okuwçylar tarapyndan bilimleri berk özleşdirmek, başarnyklary we endikleri berk ele almak ýörelgesi mekdebiň wezipelerinden hem-de okatmagyň kanunalaýyklyklaryndan gelip çykýar. Okamagyň, bilim almagyň nobatdaky basgançaklarynda we durmuş tejribesinde peýdalanylmagy üçin alnan bilimleriň, başarnyklaryň we endikleriň berk özleşdirilmegi hem-de uzak wagtlap ýatda galmagy möhümdir. Okamak, öwrenmek döwründe okuwçylar diňe bir bilim, başarnyk we endik almak bilen çäklenmän, eýsem olary berkidýärler hem-de kämilleşdirýärler.

Eger-de mugallym aşakda görkezilen talaplary berjaý etse, onda matematika dersini okatmakda alnan bilimleriň berklik ýörelgesi amala aşyrylar:

1. Öwrenilen maglumatlaryň gaýtalanmagyny (täze temanyň öwrenilmeginiň öňüsyrasynda, täze tema öwrenilýän döwründe, jemleýji gaýtalamakda we ş.m.) göwnejaý guramak zerurdyr.

2. Okuwçylaryň bilimleriniň we başarnyklarynyň öz wagtynda barlanylmagyny amala aşyrmak, olaryň bilim derejelerindäki kemter ýerlerini hasaba almak we olary düzetmek boýunça çäreler geçirmek möhümdir.

3. Okuwçylara hödürlenýän meseleleriň we gönükmeleriň mazmun taýdan yzygiderliligine, olaryň çylşyrymlylyk derejesiniň kem-kemden artmagyna üns bermek zerurdyr.

4. Okuwçylardan öwrenen maglumatlaryny mysallaryň üsti bilen gysga we aýdyň beýan etmeklerini talap etmek gerekdir.

5. Olaryň özbaşdak işleriň dürli görnüşlerini (barlag işleri, öý işleri, tejribe we beýleki işleri) üstünlikli ýerine ýetirmeklerini gazanmak möhümdir.

6. Okuwçylaryň esasy düşünjeleriň kesgitlemelerini we häsiýetlerini, teoremalary, formulalary we ş. m. ýatdan çalt gaýtalap bilmekleri zerurdyr.

7. Olaryň ýönekeý meseleleri çözmekde nazary düşünjeleri ulanyp bilmeklerini talap etmek gerekdir.

3. Sargyt №190

3.7. Okatmakdaky sistemalylyk we yzygiderlilik ýörelgesi hem mekdepde öwrenilýän ylymlaryň logikasyna hem-de okuwçylaryň akyl we fiziki taýdan ösüşiniň kanunalaýyklyklaryna görä, olaryň akyl ýetiriş we tejribe işleriniň aýratynlyklary bilen baglanyşýar. Okatmakdaky sistemalylyk we yzygiderlilik ýörelgesi okuw maksatnamalaryny düzmekligiň esasynda ýatýar hem-de mugallymyň we okuwçynyň işiniň mazmunyny kesgitleýär.

Yzygiderlilik ýörelgesi matematikany okatmakda has hem uly wajyplyga eýe bolýar. Sebäbi matematikanyň islendik bir düşünjesi özünden öňki käbir düşünjä berk esaslanýandyr. Şoňa görä-de matematikada käbir esasy düşünjäni kem-käsleýin özleşdiren ýa-da özleşdirmedik okuwçy soňky öwrenilýän maglumatlary talabalaýyk özleşdirip bilmez. Meselem, 6-njy synpyň algebrasynda $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ formulany özleşdirmedik okuwçy 7-nji synpyň algebrasynda öwrenilýän kwadrat deňlemäniň kökleriniň formulasynyň getirilip çykarylyşyna asla düşünip bilmez.

Matematikany okatmakdaky sistemalylyk dürli matematiki düşünjelere seretmekde we öwrenmekde kesgitli yzygiderliligiň göz öňünde tutulmagyny hem-de şonuň bilen birlikde mekdebiň matematika kursunyň esasy düşünjeleriniň we düzgünleriniň yzygiderli ele alynmagyny göz öňünde tutýar.

Belli bir sistemada kemala gelen matematiki bilimlerde we başarnyklarda esasy we ikinji derejeli düşünjeleri aýyl-saýyl etmek bilen okuwçy ýatdan çykan maglumaty täzeden dikeldip, alan bilimlerinden ýagdaýa görä erkin peýdalanyp biler.

Matematikany okatmakdaky yzygiderlilik okamaklygyň: a) ýönekeýden çylşyrymla; b) göz öňüne getirmekden düşünjelere; ç) belliden näbellä; d) bilimden başarnyga, ondan bolsa, endige tarap gidýändigini aňladýar.

Matematika dersinden okuwçylara belli bolan bilimdir başarnyklaryň üsti täze bilimdir başarnyklar bilen yzygiderli ýetirilýän bolsa, mugallym bu ýörelgäni amala aşyryp biler we okuwçylar täze bilimdir başarnyklary ele almak üçin mümkinçilik alarlar.

3.8. Okuwçylaryň ýaş aýratynlyklarynyň hasaba alynmagy okatmagyň elýeterlik ýörelgesinde özüniň mazmunyny tapýar. Bu ýörelge boýunça öwreniulýän maglumat öz mazmuny we göwrümi boýunça okuwçylara güýçýeterli bolmalydyr. Okatmagyň ulanylýan usullary okuwçylaryň ösüşine laýyk gelmelidir, olaryň bilimdir başarnyklaryny artdyrmalydyr.

Matematikany okatmakda eleýeterlik barada gürrüň edip, bu ýörelgäni okuwçylar tarapyndan bilimdir-başanyklara eýe bolmak işini mümkin boldugyça ýeňilleşdirmek diýip düşünmeli däldir. Emma öwredilýän maglumat has kyn bolup, okuwçylaryň ýaş aýratynlyklaryna gabat gelmän, olaryň öz güýçlerine we başarnyklaryna bolan ynamyny hem gaçyrmaly däldir. Şonuň bilen birlikde matematikany okatmaklyk okuwçylar tarapyndan güýçýeterli kynçylyklary ýeňip geçmekligi hem göz öňünde tutýar. Bu ýagdaýda okuwçylarda öz güýçlerine bolan ynam we has uly netijeleri gazanmak islegi döreýär

Didaktiki ýörelgeler okatmak işiniň kanunalaýyklyklaryny aňladýarlar we olara salgylanmak mugallymyň pedagogiki işiniň şowlulygynyň hökmany şerti bolup durýar. Olar bir sistemany emele getirýärler we özara ýakyn gatnaşykda durýarlar. Mysal üçin, görkezme-esbaplardan başarnykly peýdalanmak öwrenmekligi elýeterli edýär. Didaktiki ýörelgeleriň hiç biri beýlekilerinden üzňe ulanylanda gerekli netijeleri berip bilmez.

Hususan-da, matematikany okatmakda sistemalylyk we yzygiderlilik ýörelgesine berk salgylanmak okatmakda elýeterlik ýörelgesiniň üstünlikli amala aşyryljakdygyny aňladýar. Dogrudan hem, sistemalylyk we yzygiderlilik ýörelgesiniň, ilkinji nobatda, şöhlelenýän okuw maksatnamasyna we okuw kitabyna salgylanmak hem-de maglumatlary beýan etmekde bu ýörelgäni berjaý etmek bilen hatda tejribesiz mugallymyň hem okuwçylaryň ýaş aýratynlyklaryna gabat gelmeýän maglumaty ýa-da ýumşy olara hödürlemek tötänligi aradan aýrylýar.

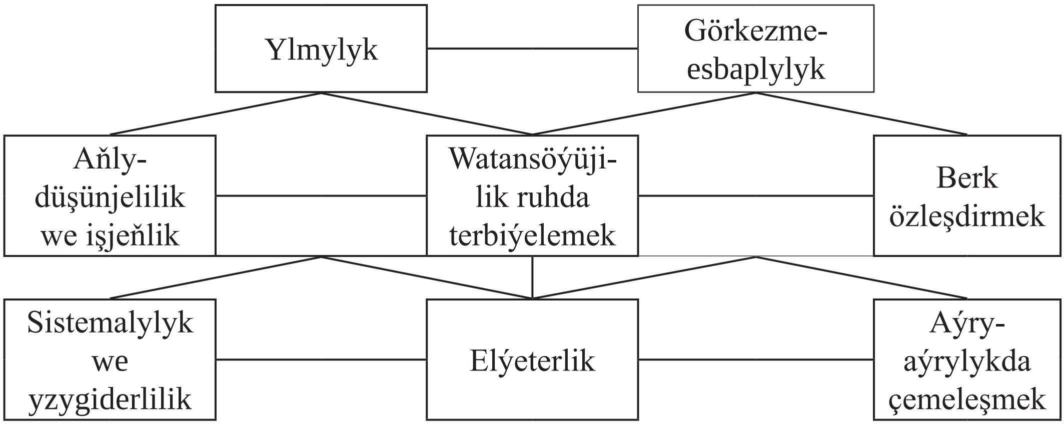
3.9. Esasy didaktiki ýörelgeler pedagogikanyň we psihologiýanyň ösmegi bilen kämilleşýär we özgerýär. Ýokarda agzalyp geçilen ýörelgelere okuwçylara aýry-aýrylykda çemeleşmek ýörelgesi hem goşuldy. Bu ýörelge her bir çaganyň şahsy aýratynlyklary bilen bagly bolup, olaryň her biriniň ösüşini aýratyn synlamaga, döredijilik başarnyklaryna baha bermäge, ösdürmäge mümkinçilik berýär.

Bu ýörelge okuw maglumatynyň we okatmagyň usullarynyň mümkin boldugyndan her bir okuwçynyň hususy başarnyklaryna we aýratynlyklaryna laýyk getirmekligini göz öňünde tutýar. Okuwçylara aýry-aýrylykda çemeleşmek ýörelgesi okuwçylary haýsydyr bir şertli toparlara (toparlaryň düzümi hemişelik galmaýar) bölmekligi göz öňünde tutýar (adatça, güýçlüler, aramlar we gowşaklar toparlary). Matematikany okatmak döwründe mugallym synpyň okuwçylarynyň arasynda bu toparlaryň üçüsiniň hem bardygyny elmydama ýatdan çykarmaly däldir we öz işini bu toparlaryň ählisini mümkin boldugyndan doly kanagatlandyrjak görnüşinde gurnamalydyr.

Mysal üçin, öwrenilen tema degişli mesele we gönükme işlemek sapagynda mugallymda dürli derejeli kynçylykly ýumuşlaryň toplumy bolmaly. Mugallym okuwçylar köpçüligi bilen şeýle ýumuşlaryň birnäçesini işleýän wagtynda güýçli okuwçylar üçin öň berlen ýumuşlaryň üstüni bir-iki sany çözmesi kyn bolan ýumuşlar bilen ýetirýär we gowşak okuwçylar üçin özal berlen ýumuşlaryň bir-iki sanysyny olar üçin çözmesi ýeňil bolan ýumuşlar bilen çalşyrýar.

Synp tagtasyna güýçli okuwçylaryň birini çagyrmak we onuň işleýşine wagtal-wagtal gözegçilik etmek bilen mugallym gowşak ýetişýän okuwçylara öz ýerlerinde aýry-aýrylykda anyk kömek bermäge mümkinçilik alýar.

Okuwçylara aýry-aýrylykda çemeleşmek didaktiki ýörelgesi ýazuw-barlag işleri geçirilende, öýe işler tabşyrylanda we sapakdan daşary işler geçirilende hem mugallym tarapyndan göz öňünde tutulmalydyr.



1-nji surat

3.10. Okatmagyň didaktiki ýörelgeleri, köplenç, biri-biri bilen baglanyşyklylykda ulanylýar. Bir didaktiki ýörelgä daýanylmagy ikinji ýörelgäniň amala aşyrylmagyna mümkinçilik berýär.

Meselem, görkezme-esbaplary ulanmak okuw maglumatlarynyň elýeterliligine, olaryň berk özleşdirilmegine ýardam edýär; sistemalylyk we yzygiderlik ýörelgelerine daýanylmagy okuw maglumatlarynyň ylmylyk derejesiniň ýokarlanmagyna şert döredip biler we ş.m. Şoňa görä-de seljerilen okuw ýörelgeleri özleriniň mazmuny boýunça belli bir sistema girizip bolar. Okatmagyň didaktiki ýörelgeleriniň arasyndaky baglanyşygy şertli ýagdaýda 1-nji suratdaky ýaly shema görnüşinde şekillendirip bolar.

3.11. Mekdepde matematika dersini okatmaklyk özboluşly çylşyrymlylyga eýe bolup, oňa käbir dialektiki gapma-garşylyklar degişlidir.

Matematika dersini okatmaklyk örän guramaçylykly ýola goýlan ýagdaýynda-da, okatmagyň dürli netijeli görnüşleri we usullary ulanylýan halatynda-da, mugallym bu gapma-garşylyklar bilen elmydama ýüzbe-ýüz bolýar.

Bu gapma-garşylyklary wagtynda dogry ýüze çykarmak, olaryň düýp mazmunyna dogry düşünmek, matematikany okatmagyň dürli basgançaklarynda olaryň täsirine dogry baha bermek bu gapma-garşylyklaryň wagtynda çözülmegine we hatda öňüniň alynmagyna mümkinçilik berýär.

Şol gapma-garşylyklyryň esasylary aşakdakylardyr:

a) okatmagyň maksatlarynyň arasyndaky gapma-garşylyklar (meselem, ähli okuwçylaryň hemmetaraplaýyn umumy ösüşiniň we olaryň käbirleriniň matematika bolan gyzyklanmalarynyň we başarnyklarynyň çuňlaşdyrylan ösüşiniň maksatlarynyň arasyndaky gapma-garşylyk);

b) okuw prosesiniň düýp mazmuny bilen baglanyşykly gapma-garşylyklar (meselem, matematikany okatmak bilen öwrenmekligiň arasyndaky gapma-garşylyklar);

ç) okatmagyň mazmuny bilen baglanyşykly gapma-garşylyklar (meselem, matematiki häsiýetli ylmy maglumatlaryň we olaryň ulanylyşynyň ýaýbaňlanan ösüşi olary okuw dersiniň mazmunyna girizmek ymtylyşyny döredýär, emma şol bir wagtyň özünde okuwçylaryň ýaş aýratynlygynyň, okuw wagtynyň, okuw maksatnamasynyň we meýilnamasynyň çäkliligi muňa ýol bermeýär);

d) düşünjeleriň emele gelmek prosesi bilen baglanyşykly gapma-garşylyklar (meselem, matematikany okatmakda abstrakt we anyk elementleriň gatnaşygy);

e) okatmagyň ol ýa-da beýleki usullaryndan peýdalanmak bilen baglanyşykly ýüze çykýan gapma-garşylyklar (meselem, matematikany okatmakda mugallymyň ýolbaşçylyk roly we okuwçynyň işjeň özbaşdaklygynyň arasyndaky gapma-garşylyk);

ä) okatmagyň ol ýa-da beýleki görnüşleriniň ulanylmagy bilen baglanyşykly gapma-garşylyklar (meselem, doly synpyň okuwçylaryny okatmaklyk görnüşi bilen her bir okuwça aýry-aýrylykda çemeleşmek görnüşleriniň arasyndaky gapma-garşylyk).

Şu gapma-garşylyklaryň her biri mugallymyň iş tejribesinde ol ýa-da başga hili görnüşde çözülýär. Bu gapma-garşylyklaryň üstünlikli çözülmegi netijeli okatmaklyga päsgel berip biljek ol ýa-da beýleki gapma-garşylygy gowşatmaga ukyply bolan okatmagyň netijeli görnüşleriniň we usullarynyň başarjaň hem-de maksadaokgunly ulanylmagyna köp derejede bagly bolup durýar.

Okatmagyň häzirki döwürdäki tejribesinde okuw prosesiniň düýp mazmuny bilen baglanyşykly gapma-garşylyklar has-da ýiti ýüze çykýar. Olar okatmagyň iki sany esasy görnüşlerinde – problemalaýyn we problemalaýyn däl görnüşlerinde has ýiti duýulýar.

Okatmagyň problemalaýyn däl görnüşinde okuwçylar ilki bilen öňde durýan işiň maksadyna we wezipelerine düşünmelidirler, soňra olar dürli çeşmelerden alnan taýýar görnüşdäki düşünjeleriň sistemasyny özleşdirmelidirler (mugallymyň gürrüňi, okuw kitaby, okuw kinofilmi, multimediýa tagtalary, kompýuterler boýunça alnan maglumatlar we ş.m.). Ahyrynda okuwçy öwrenenlerini berkidýär, türgenleşik gönükmelerini ýerine ýetirmek bilen endikleri we başarnyklary ele alýar. Ol bilmezlikden bimeklige gelýär we şonuň bilen birlikde gapma-garşylyk belli bir derejede çözülýär. Emma, şeýle-de bolsa, okuwçylaryň bu gapma-garşylygy çözmeklige doly işjeň gatnaşyp bilmeýändikleri üçin ol gapma-garşylyk aýan bolmadyk görnüşde hereket etmegini dowam etdirýär.

Okatmagyň problemalaýyn görnüşinde bellenil geçilen gapma-garşylyklar okuwçylaryň özleri tarapyndan ýa-da mugallymyň kömegi bilen çözülýän problemalaýyn meselelerde mazmunyny tapýarlar we okuw işine gönüden-göni itergi beriji bolup çykyş edýärler. Bu ýerde gapma-garşylyga düşünmeklik, öwrenmeklik we ony çözmeklik islendik gözleg meselesiniň düýp mazmunyny düzýär, okuwçylar bu gapma-garşylygy aňly-düşünjeli we işjeň çözüjiler bolup çykyş edýärler.

Okatmak prosesiniň öňe okgunlylygy, okuwçylaryň her biriniň şahsy aýratynlyklaryny hasaba almak bilen okuw ýumuşlarynyň agyrlyk derejesiniň yzygiderli üýtgedilip durulmagy hälişindi gabat gelýän ol ýa-da beýleki serişdelerine daşyndan baha bermeklik bilen hakyky baha bermekligiň arasyndaky gapma-garşylygy döredýär. Okatmagyň islendik usuly, islendik görnüşi we islendik serişdesi üýtgeýän şertlerde diňe bir özüniň täsirliligini ýitirmän, eýsem, öz-özüniň gapma-garşylygyna öwrülýän wagtlary hem bolýar. Meselem, islendik standart däl meseläniň çözülişiniň ýollary okuwçylara düşündirilen ýagdaýynda, berlen ýumuş olar üçin standart meselä ýa-da türgenleşik gönükmesine öwrülýär.

Matematika boýunça gowşak ýetişýän okuwçylar üçin niýetlenen ýeňilleşdirilen ýumuşlar başda olaryň okuw işjeňliginiň ýokarlanmagyna itergi berýär, berlen temanyň özleşdiriliş derejesini ýokarlandyrýar, emma okatmagyň belli bir basgançagynda olaryň geljekki öwrenijiligini we ösüşini bökdäp başlaýar.

Edil şonuň ýaly, programmirlenen okuw, ýagny adaty habar beriş häsiýetinde okatmaklyk okuwçylaryň özbaşdaklygynyň ösmegine belli bir çäge çenli (ýagny, döredijilikli okuw işini amala aşyrmaklyga bolan mejburlyk ýüze çykýança) ýardam edýär, soňra bolsa özbaşdak işlemekligiň ýokary basgançaklaryna tarap geçişi haýalladýar.

§ 4. Matematika dersiniň mazmuny

4.1. Mekdep matematikasynyň esasy soraglary we olar barada gysga maglumatlar.

4.2. Bu düşünjeleriň mekdep matematikasyna girizilmeginiň sebäpleri we taryhy.

4.1. Mekdebiň okuw meýilnamasyna görä, adaty orta mekdeplerde I synpdan tä X synpa çenli matematikany okatmaga 2000 golaý okuw sagady berilýär. Matematikany okatmaklyga degişli goşmaça okuw sagatlary fakultatiw kursunyň, gyzyklanma sapaklarynyň hasabyna artýar, matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan mekdeplerde we synplarda bu dersi okatmaklyga berilýän sagatlar has-da köpdür. Okuw maksatnamasy mekdep matematikasyny öwretmegiň mazmunyny kesgitleýän hökmany resminamadyr. Onda her synpda okuwçylaryň matematikadan almaly bilimleri, başarnyklary we endikleri kesgitlenýär.

Okuw maksatnamasy mekdebiň öňünde goýulýan wezipeleri amala aşyrmaklyga esaslanyp, I-III (başlangyç mekdep) synplarda okuwçylaryň alýan matematiki taýýarlygy bilen IV-X (orta bilim berýän mekdep) synplaryň taýýarlyklarynyň yzygiderliliginiň sazlaşygyny nazarda tutmak esasynda düzülýär.

Matematikanyň okuw maksatnamasynda dersiň esasy mazmuny we oňa degişli maglumatlar, geçilmeli takyk temalar hem-de olara degişli okuw sagatlar berilýär. Okuw maksatnamasy I-III we IV-X synplar üçin aýratynlykda çap edilýär. Okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulan matematikanyň mekdep kursunyň mazmuny ondaky bolup geçýän käbir özgertmelere garamazdan, köp ýyllaryň dowamynda özüniň esasy özenini (düýp mazmunyny) saklap gelýär. Häzirki döwürde ulanylýan orta mekdepleriň matematikadan okuw maksatnamasynyň düýp mazmunyny aşakdaky soraglar düzýär:

1. San sistemalary.
2. Ululyklar.
3. Deňlemeler we deňsizlikler.
4. Matematiki aňlatmalary toždestwolaýyn özgertrmek.
5. Koordinatalar.
6. Funksiýalar we olaryň häsiýetleri.
7. Geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri. Geometrik ululyklary ölçemek. Geometrik özgertmeler.
8. Wektorlar.
9. Matematiki analiziň başlangyçlary.
10. Kombinatorikanyň, ähtimallyklar nazaryýetiniň we matematiki statistikanyň başlangyçlary.

4.2. Mekdep matematikasynyň özenini düzýän bu soraglaryň ähmiýeti we olaryň haçandan bäri mekdepde öweredilýändigi barada gysgaça maglumatlary getirýäris.

“San sistemalary” bölümi okatmagyň ähli basgançaklarynda, ýagny I-X synplaryň her birinde öwrenilýär. San sistemalarynyň soraglary mekdeplerde gadym döwürlerden bäri okadylyp gelinýär. Ýöne wagtyň geçmegi bilen san sistemalaryna degişli soraglar has çuňňur we giň öwredilip başlanypdyr.

Okuw maksatnamasynda-da, okuw kitaplarynda-da ululyklary öwretmek üçin ýörite wagt we ýörite bölüm berilmeýär. Emma okuwçylar okatmagyň ähli basgançaklarynda meseleler çözenlerinde dürli ululyklar bilen dürli amallary ýerine ýetirmeli bolýarlar. Okatmagyň politehniki ugurlylygyny amala aşyrmakda hem okuwçylaryň dürli ululyklaryň üstünde amallar geçirip bilmekleri wajyp bolup durýar.

Mekdepde matematikany öwretmäge berilýän okuw wagtynyň köp bölegi deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmäge berilýär. Amaly matematikanyň dürli pudaklarynda giňden ulanylýandygy bu temanyň ähmiýetini has-da artdyrýar. Meseleleri deňlemeler düzüp çözmek eýýäm başlangyç synplardan başlap öwredilip başlanýar.

Toždestwolaýyn özgertmeleri geçirmek başarnygy diňe matematikany üstünlikli öwretmegiň esasy bolup durman, eýsem fizikany özleşdirmekde hem uly ähmiýete eýedir. Toždestwolaýyn özgertmeler başarnygyny köpsanly türgenleşdiriji gönükmeleriň kömegi bilen berk endige öwürmek zerurdyr. Algebraik, irrasional, trigonometrik, görkezijili, logarifmik we ş.m. aňlatmalary özgertmäge degişli şeýle gönükmeler degişli synplarda ýerine ýetirilýär.

Koordinatalar matematikanyň mekdep kursuna XX asyryň 20-nji ýyllarynda girizilýär. Bu temanyň mekdebe girizilmegi algebra bilen geometriýanyň arasyndaky baglanyşygy has güýçlendirmäge ýardam etdi. Koordinatalar diline geçirilen islendik meseläni, hususan-da geometrik meseläni kuwwatly algebraik usullary we serişdeleri ulanyp derňemäge, çözmäge mümkinçilik döreýär.

Funksiýa düşünjesi hem edil koordinatalar ýaly, mekdep matematikasyna XX asyryň başlarynda girizilýär. Edil deňlemeler we deňsizlikler ýaly funksiýalaryň hem amaly ähmiýeti örän ýokarydyr.

Geçen asyryň ikinji ýarymyndan başlap, mekdep geometriýasynyň mazmunyny kämilleşdirmek boýunça gyzgyn çekişmeler alnyp baryldy. Ol çekişmeler, esasan hem, geometriýany beýan etmegiň ylmylyk derejesini ýokarlandyrmak, hususan-da okuwçylara geometriýany aksiomatik esasda öwretmek bilen baglanyşyklydy.

Getirilen bölümleriň okuwçylaryň ýaş aýratynlyklaryna görä haýsy synplarda, nähili tertipde, nähili çuňlukda we näçe wagtda (okuw sagadynda) öwretmeklik orta mekdebiň matematikadan okuw maksatnamasynda kesgitlenýär. XX asyryň 70-nji ýyllarynda akademik A.N.Kolmogorowyň ýolbaşçylygynda mekdep geometriýasy berk aksiomatik esasda beýan edildi. 6-njy synpyň geometriýasynyň başynda planimetriýanyň doly aksiomalar sistemasy getirilip, teoremalar subut edilende olara daýanylýardy. Aşa abstrakt beýan edilenligi üçin bu geometriýany özleşdirmekde okuwçylar kynçylyk çekýärdiler. Geçen asyryň 80-nji ýyllaryndan başlap, berk aksiomatik esasda ýazylan A.W.Pogorelowyň geometriýa okuw kitaby ulanylyp başlandy. Berk aksiomatik esasda okuw kitabyny beýan etmäge edilen bu iki synanyşyk matematikany okatmagyň usulyýeti nukdaýnazardan A.P.Kiselewiň geometriýany beýan etmekde ulanan berk däl aksiomatik usulynyň has maksadalaýykdygyny görkezdi. Häzirki döwürde Türkmenistanyň mekdeplerinde ulanylýan geometriýa okuw kitaplary A.P.Kiselewiň däplerine eýerilip, berk däl aksiomatik usulda ýazylandyr. Berk däl aksiomatik usulda okuwçylara aksioma barada 6-njy synpda düşünje berilse-de, olaryň doly sistemasy kursuň başynda berilmeýär. Kursuň başyndaky teoremalary subut etmekde ulanylýan aksiomalar bolsa, okuwçylaryň durmuş tejribelerinden belli maglumatlar hökmünde alynýar. Aksiomalaryň doly sistemasy planimetriýa kursunyň ahyrynda “Planimetriýany aksiomatik esasda gurmak barada düşünje” atly temada getirilýär.

Wektorlar mekdep matematikasyna geçen asyryň 70-nji ýyllarynda girizildi. Örän uly amaly we nazary ähmiýetli bu düşünje diňe matematikada däl, eýsem fizika kursunda hem giňden peýdalanylýar. Eger islendik amaly ýa-da nazary meseläni wektor diline geçirmek, ýagny onuň matematiki modelini gurmak başartsa, onda ony çözmek üçin kuwwatly serişdä eýe bolýandyklaryny okuwçylara düşündirmek arkaly olarda amaly bilimleri we başarnyklary kemala getirip bolýar.

Matematiki analiziň başlangyçlary hem wektorlar ýaly XX asyryň 70-nji ýyllarynda orta mekdebiň okuw maksatnamasyna girizildi. Uly nazary we amaly ähmiýetli bu soraglar mekdep matematikasynda özüne orun tapdy. Hormatly Prezidentimiziň orta mekdepde okuwyň möhletini 10 ýyla çenli artdyrmagy orta mekdeplerde öwrenilýän matematiki analiziň başlangyçlaryny differensial, ýönekeý differensial deňlemeler ýaly uly amaly ähmiýetli soraglar bilen baýlaşdyrmaga mümkinçilik berdi.

Ähtimallyklar nazaryýetiniň we matematiki statistikanyň ägirt uly amaly ähmiýeti bardyr. Sebäbi bu düşünjeler dürli ylymlarda, halk hojalygynyň dürli pudaklarynda, mahlasy adamzat durmuşynyň ähli ugurlarynda diýen ýaly giňden ulanylýar. Şu nukdaýnazardan kombinatorikanyň, ähtimallyklar nazaryýetiniň we matematiki statistikanyň başlangyçlary 2007-nji ýylyň okuw maksatnamasyna girizildi. Häzirki döwürde bu täze girizilen düşünjeleri usuly nukdaýnazardan kämilleşdirmek işi alnyp barylýar.

§ 5. Matematikany okatmagyň usullary

5.1. Matematikany okatmagyň usullaryna umumy häsiýetnama.
5.2. Matematikany okatmagyň hususy usullary.
5.3. Gözegçilik, tejribe we ölçemek
5.4. Deňeşdirme we analogiýa.
5.5. Analiz we sintez.
5.6. Umumylaşdyrma, abstaklaşdyrma we takyklaşdyrmak.
5.7. Induksiýa we deduksiýa.

5.1. Matematikany okatmagyň usulyýeti dersinde esasy orunlaryň birini okatmagyň usullary tutýar. Okatmagyň usullaryny bilmek okuwçylara bilim bermegiň özenidir.

Matematika dersi özüniň abstrakt ylymlygy bilen beýleki derslerden tapawutlanýar. Şoňa görä-de onda dünýä akyl ýetirmegiň dürli ylmy usullaryny (okatmagyň usullaryny) ulanmak öňde goýlan maksada ýetmeklige uly kömek edýär.

Elbetde, okatmagyň usullaryny ulanmazdan öňürti, birinjiden, haýsy maglumatyň we näme üçin öwrenilýändigini, ol öwrenilende okuwçylara nähili bilim, başarnyk we endik bermelidigini anyklamaly; ikinjiden, öwrenilýän maglumatlaryň logiki we didaktiki analizini geçirmeli, ýagny ol düşünjeleriň düzümini we onuň okuw kitabynda beýan ediliş aýratynlyklaryny kesgitlemeli; üçünjiden, okuwçylaryň pikirleniş derejesini, ýagny öňden nähili biliminiň bardygyny we täze düşünjeleri öwretmekde ol bilimlere, başarnyklara we endiklere nähili daýanyp boljakdygyny bilmek zerurdyr.

"Näme üçin okatmaly?", "Nämäni okatmaly?", "Kimi okatmaly?" diýen soraglara ýeterlik jogaplary alandan soňra "Nähili okatmaly?" diýen soraga üstünlikli jogap tapyp bolar. Başgaça aýdanymyzda, ýokardaky soraglara alnan jogaplara görä okatmagyň maksatlaryna, mazmunyna, okuwçylaryň akyl işleriniň we bilimleriniň derejelerine iň gowy laýyk gelýän okatmagyň usulyny saýlap alyp bolýar.

Şeýleleik bilen okatmagyň usullaryny saýlap almak problemasy okatmagyň maksatlaryny, onuň mazmunynyň özboluşlylygyny we düzümini hem-de okuwçylaryň akyl ýetiriş işleriniň aýratynlyklaryny, olaryň öň alan bilimleriniň, başarnyklarynyň we endikleriniň ýagdaýyny göz öňünde tutmak bilen çözülýär.

Häzirki döwürde edebiýatlarda okatmak nazaryýetiniň esasy düşünjesi bolan "okatmagyň usuly" düşünjesine dürli garaýyşlary şöhlelendirýän dürli kesgitlemelere ýa-da düşündirişlere gabat gelip bolýar. Şolaryň arasynda iň düşnüklisi we has giň ýaýrany "okatmak usulyna" berlen aşakdaky kesgitlemedir.

Okatmagyň maksatlaryna ýetmek üçin gönükdirilen okuwçynyň we mugallymyň özara baglanyşykly işiniň tertipleşdirilen tärine, ýoluna, ýagny bilim bermegiň we terbiýelemegiň serişdesine okatmagyň usuly diýlip düşünilýär.

Okatmagyň her bir usulynyň mazmuny açylyp görkezilende: 1) mugallymyň öwretmek işiniň; 2) okuwçynyň öwrenmek işiniň; 3) olaryň arasyndaky baglanyşygyň, ýagny mugallymyň öwretmek işiniň okuwçynyň öwrenmek işini dolandyrmagynyň tärini, ýoluny şöhlelendirmek zerurdyr.

5.2. Didaktika okatmagyň umumy usullaryny, ýagny mugallymyň we okuwçynyň öwretmekdäki we öwrenmekdäki bilelikdäki yzygiderli hereketleriniň sistemasyny öwrenýär. Emma obýektiw sebäplere görä, didaktika aýratyn alnan okuw dersiniň häsiýetli tapawutlaryny okatmagyň usullarynda şöhlelendirip bilmeýär. Şoňa görä-de matematikany okatmagyň usulyýeti dersi didaktikada işlenilip taýýarlanylan okatmagyň umumy usullaryny matematika okadylanda ulanmak üçin gaýtadan işlände aşakdakylary, ýagny:

a) matematika ylmynyň häsiýetli aýratynlyklaryny;

b) okuwçylaryň ýaş aýratynlyklaryna görä olaryň akyl ýetiriş (intellektual) mümkinçiliklerini göz öňünde tutmalydyr.

Şu talaplary kanagatlandyrýan okatmak usullaryny işläp taýýarlamak matematikany okatmagyň usulyýeti dersiniň wezipesi-dir. Şeýle-de matematikany okatmagyň usulyýeti dersi matematika ylmynda giňden ulanylýan akyl ýetiriş ýollaryny, tärlerini göz öňünde tutýan hususy usullary hem işläp taýýarlamalydyr.

Okatmakda ylmy usullary ulanmak maksadalaýykdyr. Birinjiden, okatmagyň maksatlary diňe bir ylmy maglumatlaryň kesgitli möçberini özleşdirmegi göz öňünde tutman, eýsem ylmyň özünde ulanylýan bu maglumatlary ýüze çykarmagyň (açmagyň) usullaryny hem ele almalydyrlar. Ikinjiden, ylmy-analizleriň usullary ylymda täze maglumatlara eýe bolmagyň usullary bolsa, okatmagyň usullary täze maglumatlara eýe bolmagyň usullarydyr. Şoňa görä-de okatmagyň usullarynyň ylymda ulanylýan akyl ýetirmek usullaryny nusga edinip almaklary tebigydyr. Şunlukda ylymda ulanylýan akyl ýetirmek usullary okatmagyň aýratynlyklaryna laýyk getirilmelidir. Okatmak prosesi belli bir derejede ylmy-analiz proseslerini gaýtalamalydyr.

Matematikanyň usullary şöhlelendirilýän okatmagyň usullarynyň okuwçylaryň matematiki pikirlenmekleriniň kemala gelmegine we ösmegine uly täsir edýänligi bellidir. Şeýleleik bilen matematikany okatmagyň usullarynyň sistemasy didaktika tarapyndan işlenilip düzülen we matematikany okatmak üçin uýgunlaşdyrylan umumy usullardan we matematikada ulanylýan akyl ýetiriş işleriniň usullaryny şöhlelendirýän matematikany okatmagyň hususy usullaryndan ybaratdyr.

Pikirlenmegiň umumy logiki usullarynyň toplumy aşakdakylardan ybaratdyr: induksiýa we deduksiýa; analiz we sintez; analogiýa; umumylaşdyrma we abstraktlaşdyrma; takyklaşdyrma; toparlama (klassifikasiýa). Bu umumy logiki usullaryň matematikany okatmakda ulanylyşy bilimleriň beýleki ugurlarynda ulanylyşyndan düýpli tapawutlanýar. Olar, bir tarapdan, mekdep matematikasynyň logikasyny, beýleki tarapdan bolsa, onuň özleşdiriş tärlerini şöhlelendirmek arkaly okatmagyň mazmuny bilen usullarynyň arasyndaky baglanyşygy ýola goýýar.

Pikirlenmegiň matematika mahsus bolan ýörite usullary matematikada ulanylýan hakykata akyl ýetirmegiň usullarynyň özenini düzýär. Pikirlenmegiň ýörite usullarynyň toplumy aşakdakylardan ybaratdyr: öwrenilýän hadysalaryň, prosesleriň matematiki modellerini gurmak usuly (daşky dünýä akyl ýetirmegiň, dürli prosesleri dolandyrmagyň we prognozirlemegiň netijeli usuly); matematika mahsus bolan, hususan-da matematiki modelleri gurmakda ulanylýan abstragirlemegiň dürli usullary; hakyky dünýäniň matematiki modelini gurmagyň esasyny düzýän aksiomatik usul.

Görnüşi ýaly, akyl ýetirmegiň matematikada ulanylýan ähli usullary hakyky dünýäniň obýektleriniň matematiki modellerini gurmak usulynyň daşyna ýygnanýar. Matematikanyň düýp maksadynyň hakyky dünýäni özüne mahsus usullaryň we tärleriň kömegi bilen öwrenmek bolup durýanlygy üçin bu adalatlydyr. Matematiki modelirlemek usuly häzirki döwürde ylmyň we önümçiligiň dürli pudaklarynda giňden peýdalanylýar.

Belli bir synpda haýsydyr-bir maglumaty öwretmek maksady bilen okatmagyň usullaryny saýlamak we olary utgaşdyryp netijeli ulanmak örän çylşyrymly problemadyr. Onuň çözülişi bilimleri, başarnyklary, tejribäni, mahlasy ýokary pedagogik ussatlygy talap edýär. Okatmagyň mazmunynyň aýratynlyklaryna, okuwçylaryň akyl ýetiriş işleriniň derejesine, mugallymyň başarnygyna we pedagogik ussatlygyna bagly bolmadyk hem-de elmydama üstünlikli ulanyp bolýan uniwersal usulyň ýokdugy we bolup-da bilmejekdigi düşnüklidir.

Biz matematikany okatmagyň usullarynyň esasylaryna gysgaça häsiýetnama bereris.

Şunlukda her bir usuly öwrenmek maksady bilen beýleki usullardan üzňelikde serederis.

5.3. Gözegçilik, tejribe we ölçemek eksperimental ylymlarda, hususan-da fizikada, himiýada giňden ualanylýan empiriki usullardyr. Matematika eksperimental ylym däldir. Şoňa görä-de käbir tassyklamanyň dogrudygy tejribe üsti bilen anyklanylsa-da, bu onuň çynlygy barada ýeterlik esas bolup bilmez. Ýöne matematika okadylanda gözegçilik, tejribe we ölçemek okuw maglumatlaryny aňly-düşünjeli we berk özleşdirmek üçin esas bolup biler. Okatmak döwründe bu usullaryň kömegi bilen okuwçylar çaklamalary, gipotezalary öňe sürüp bilýärler. Soňra olaryň dogrudygy ýa-da nädogrudygy matematikanyň usullary arkaly subut edilýär. Käbir ýagdaýlarda bolsa gözegçilikleriň, tejribeleriň we ölçemeleriň kömegi bilen okuwçylar subut etmegiň ýoluny tapyp bilýärler.

Gözegçilik etmek obektlere we hadysalara syn etmek arkaly olaryň esasy gatnaşyklaryny we häsiýetlerini anyklamakdyr.

Bu usul okatmagyň ilkinji tapgyrynda giňden peýdalanyp biliner. Mysal üçin, okuwçylara ok we merkezi simmetriýa düşünjesini gös-göni bizi gurşap alan zatlara (agaçlaryň ýapraklaryna, miwelerine, gülýakalara, dürli haly göllerine, keşdelere, jaýlara, uçara we başgalara syn etmek) gözegçilik etdirmek arkaly bermek bolar. Şeýle ýol bilen tanyşdyrylandan soň onuň häsiýetlerini tejribe esasynda anyklamaga geçmek bolar.

Tejribe obektleriň we hadysalaryň tebigy ýagdaýyna, ösüşine gözegçilik etmek, ölçemek we ş.m. netijesinde alnan esasy gatnaşyklary we häsiýetleri delillendiriji, esaslandyryjy usuldyr.

Her bir tejribe gözegçilik etmek bilen baglanyşyklydyr. Bu usul eksperimental ylymlarda (fizikada, himiýada we başgalarda) esasy orny tutýar. Matematikada gözegçilik etmek we tejribe esasy ylmy usullar däldir. Emma matematikada alnan käbir netijeleriň dogrudygyny ýa-da nädogrudygyny gözegçilik etmek ýa-da tejribe arkaly barlamak bolýar. Bu empriki usullaryň matematikany okatmakda ähmiýetiniň uludygy şübhesizdir.

Bu usullaryň ulanylyşyna degişli käbir mysallara seredeliň.

1. 4-nji synpda okuwçylar natural sanlaryň ýönekeý köpeldijilere dagadylyşyna gözegçilik edip we käbir natural sanlar üçin bu dagatmany geçirip (tejribe), ýönekeý we düzme sanlar barasynda düşünje alýarlar:

1=1; 2=2·1; 3=3·1; 5=5·1; 7=7·1; 11=11·1; 13=13·1 we ş.m.

4=2·2·1; 6=3·2·1; 8=2·2·2·1; 9=3·3·1; 10=5·2·1; 12=4·3·1 we ş.m.

Bu ýerde birinji hatarda getirilen sanlaryň ýönekeý sanlardygyny, ikinji hatardakylaryň bolsa düzme sanlardygyny okuwçylar ýeňillik bilen kesgitleýärler.

Şeýle görnüşli mysallary her synp üçin getirmek bolar. Emma bu usullaryň matematiki düşünjeleri we tassyklamalary esaslandyrmak üçin esas bolup bilmejekdigini, bu usullaryň diňe olary okuwçylaryň ýüze çykarmagyna kömek edýändigini matematika mugallymynyň bilmegi zerurdyr.

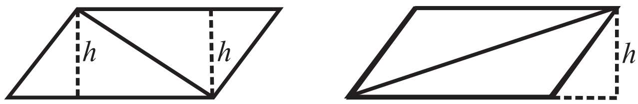
2. Köpburçluklaryň meýdanlaryny öwretmek 7-nji synpyň geometriýasynyň esasy soraglarynyň biri bolup durýar. Häzirki hereket edýän okuw maksatnamasy boýunça köpburçuklaryň meýdanlary aşakdaky yzygiderlilikde öwrenilýär: kwadratyň meýdany; gönüburçlugyň meýdany; parallelogramyň meýdany; üçburçlugyň meýdany; trapesiýanyň meýdany. Bu figuralaryň meýdanlarynyň formulalaryny öwretmekde olaryň kartondan taýýarlanylan modelleri bilen tejribeleri geçirtmek arkaly olaryň çuňňur özleşdirilmegine şert döredip bolar. Okuwçylar parallelogramyň meýdanyny tapmak üçin onuň modelini 2-nji a suratdaky ýaly ýa-da 2-nji b suratdaky ýaly gyrkyp, soňra ýanaşdyryp goýýarlar:

a) b)

2-nji surat

Bu tejribeleriň ikisinde hem okuwçylar parallelogramyň meýdanynyň uzynlygy parallelogramyň esasyna, ini bolsa parallelogramyň beýikligine deň bolan gönüburçlugyň meýdanyna deň bolýandygyny ýüze çykarýarlar.

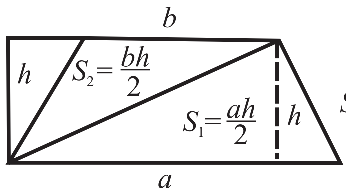
Üçburçlugyň meýdanynyň formulasyny getirip çykarmak üçin parallelogramyň modelini diagonaly boýunça gyrkanda (*3-nji a surat*) iki sany özara deň üçburçlugyň alynýandygyna okuwçylaryň göz ýetirmekleri zerurdyr. Alnan üçburçluklary biri-biriniň üstüne goýmak arkaly okuwçylar olaryň deňdigini ýüze çykarýarlar. Netijede, okuwçylar üçburçlugyň meýdanynyň esasynyň beýikligine köpeltmek hasylynyň ýarysyna, ýagny degişli parallelogramyň meýdanynyň ýarysyna deňligi baradaky tassyklama gelýärler.



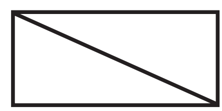
a) b)

3-nji surat

Tejribeden belli bolşy ýaly, okuwçylar kütekburçly üçburçlugyň ýiti burçunyň depesinden garşysyndaky tarapyň dowamyna däl-de, özüne beýiklik geçirip, ýalňyşlyga ýol berýärler. Şol ýalňyşlygy aradan aýyrmak üçin okuwçylara parallelogramy 3-nji b suratdaky ýaly kesdirip, onuň beýikligini geçirtmek peýdalydyr. Şu işlerden soňra okuwçylar tejribäniň kömegi bilen (*4-nji surat*) trapesiýanyň meýdanynyň formulasyny özbaşdak getirip çykarýarlar.



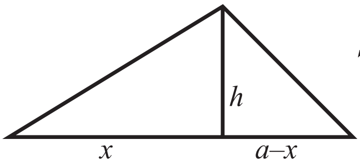
$$S=S_1+S_2=\frac{a+b}{2}\times h$$



4-nji surat **5-nji surat**

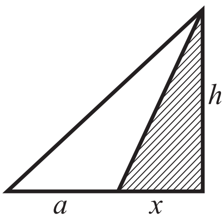
3. Tejribeleriň kömegi bilen köpburçluklaryň meýdanlarynyň getirilip çykarylyş tertibini hem üýtgedip bolar. Gönüburçlugyň meýdany öwredilenden soň onuň modelini diagonaly boýunça gyrkmak arkaly (*5-nji surat*) gönüburçly üçburçlugyň meýdanyny öwretmek mümkin.

Alnan gönüburçly üçburçluklaryň deňligine okuwçylar olary bir-biriniň üstüne goýmak arkaly göz ýetirýärler. Gönüburçlugyň uzynlygynyň we ininiň gönüburçly üçburçlugyň katetleri bolany üçin, onuň meýdanynyň katetleriniň köpeltmek hasylynyň ýarysyna deňdigi baradaky netijä gelmek okuwçylarda kynçylyk döretmeýär. Soňra islendik üçburçlugyň modelini iki sany gönüburçly üçburçluk alnar ýaly gyrkmak arkaly (*6-njy surat*) onuň meýdanynyň formulasyny getirip çykarýarlar. Gönüburçly üçburçlugyň modeliniň üstünde aşakdaky ýaly tejribe geçirdip, kütekburçly üçburçlugyň meýdanyny tapdyryp bolar (*7-nji surat*).



$$S=\frac{xh}{2}+\frac{(a-x)h}{2}=\frac{ah}{2}$$

6-njy surat



$$S=\frac{(a+x)h}{2}-\frac{xh}{2}=\frac{ah}{2}$$

7-nji surat

Mysallardan görnüşi ýaly, şeýle tejribeler, gözegçilikler we ölçemeler täze düşünjäni aňly-düşünjeli we berk özleşdirmäge, çaklamalary we gipotezalary öňe sürmäge, tassyklamalary subut etmegiň ýollaryny tapmaga mümkinçilik berýär. Şeýle tejribeleri geçirmek okuwçylaryň täze maglumatlary düşünmän ýat tutmaklarynyň öňüni almaga ýardam berýär.

5.4. Deňeşdirme we meňzetme ylmy analizlerde we okatmak işinde ulanylýan pikirlenmäniň logiki usullarydyr.

Deňeşdirme usulynyň kömegi bilen öwrenilýän hadysalaryň we obýektleriň meňzeşligi ýa-da tapawudy, ýagny olaryň umumy we umumy däl häsiýetleri anyklanylýar. Meselem, üçburçluklary we dörtburçluklary deneşdirmek olaryň umumy häsiýetlerini (meňzeşliklerini): taraplarynyň barlygyny, burçlarynyň we depeleriniň barlygyny, her birinde näçe tarapy bar bolsa, şonça hem depesiniň we burçunyň barlygyny hem-de umumy däl häsiýetlerini (aýratynlyklaryny): üçburçlukda üç tarapyň we şonça-da depäniň, dörtburçlukda dört tarapyň we şonça-da depäniň barlygyny, üçburçlugyň içki burçlarynyň jeminiň 180°-a, dörtburçlugyň içki burçlarynyň jeminiň bolsa 360°-a deňligini we ş.m. görmäge mümkinçilik berýär.

Deňeşdirme usulyny ulanmak üçin hökman aşakdaky ýörelgeleri göz öňünde tutmak gerek.

1. Deňeşdirme hökman mana eýe bolmalydyr, ýagny, deneşdirilýän obýektler biri-biri bilen belli bir derejede baglanyşykly bolmaly. Meselem, köpburçlugyň perimetrini we sferanyň üstüni deňeşdirmek manysyzdyr, emma iki funksiýanyň häsiýetlerini deňeşdirmek ýa-da ady droblary algebraik droblar bilen deňeşdirmek mana eýedir.

2. Deňeşdirme hökman belli bir maksatly, belli bir häsiýete görä amala aşyrylmalydyr. Meselem, dogry köpburçluklary meýdanlary ýa-da perimetrleri, ýa-da beýleki elementleri boýunça deňeşdirmek bolar.

3. Matematiki hadysalary şol bir häsiýeti boýunça deňeşdirmek doly bolmalydyr.

Deňeşdirme usuly meňzetme usulyny ulanmaga şert döredýär.

Meňzetme boýunça pikir ýöretme esasanam aşakdaky görnüşde amala aşyrylýar:

"Eger *A* obýekt *a, b, c, d* häsiýetlere, *B* obýekt bolsa *a, b, c* häsiýetlere eýe bolsa, onda *B* obýektiň hem *d* – häsiýete eýe bolmagy ähtimaldyr". Bu pikir ýöretmeden görnüşi ýaly, meňzetme esasynda alynýan netije hökman dogry däl-de, eýsem dogry bolmagy ähtimal netijedir. Şoňa görä-de meňzetme esasynda alnan netijäni subut edijilik güýji bar pikir ýöretme hökmünde almak bolmaz. Emma bu usul okatmak işinde giňden ulanylyp bilner. Mysal üçin, öň öwrenilen ady droblaryň häsiýetleri bilen soň öwrenilýän algebraik droblaryň häsiýetlerini deňeşdirmek arkaly soňky düşünjäniň okuwçylar tarapyndan has çuň özleşdirilmegini gazanyp bolar.

Matematiki modelleri boýunça meňzeş hadysalary deňeşdirmek hem örän peýdalydyr.

Meselem, 7-8-nji synplarda dürli wakalary şöhlelendirýän, emma çözülişi şol bir matematiki modele getirilýän aşakdaky ýaly teswirli meseleleri çözdürmek maksadalaýykdyr:

1. Aman öz obalaryndan Meretleriň obasyna *a* sagatda, Meret bolsa öz obalaryndan Amanlaryň obasyna *b* sagatda baryp bilýär. Eger olaryň ikisi hem bir wagtda öz obalaryndan çykyp ugrasalar, olar näçe sagatdan soň duşuşarlar?

2. Birinji işçi ýerine ýetirmeli işi *a* sagatda, ikinji işçi bolsa şol işi *b* sagatda ýerine yetirip bilýär. Işçileriň ikisi bilelikde bu işi näçe sagatda ýerine ýetirer?

3. Birinji turbadan akýan suw howzy *a* sagatda, ikinji turbadan akýan suw bolsa howzy *b* sagatda dolduryp bilýär. Bu turbalaryň ikisi bilelikde howzy näçe sagatda doldurar?

Bu meselelerde dürli wakalara seredilýändigine seretmezden, olaryň matematiki mazmuny meňzeşdir. Bu meseleleriň üçüsiniň hem matematiki modeli bolup

$$t = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

deňleme hyzmat edýär.

Edil şu getirilen mysala meňzeşlikde 10-njy synpda öwrenilýän $y' = -ky$ ýönekeý differensial deňleme we onuň çözülişi $y = y_0 e^{-kt}$ köpdürli hadysalary şöhlelendirýär. Bu matematiki model radiniň dargamagyny, atmosfera basyşynyň beýiklige baglylykda üýtgeýşini, ilatyň ösüşüniň üýtgeýşini, hemişelik daşky tempraturada jisimiň tempraturasynyň üýtgeýşini aňladýandyr. Görnüşi ýaly, bu hadysalar biri-birinden daşky görnüşi boýunça düýpli tapawutlanýan hem bolsa, olaryň matematiki modeli birmeňzeşdir. Bu bolsa şol hadysalaryň içki baglanyşykdadygyny görkezmäge mümkinçilik berýär. Şoňa görä-de meňzetme esasynda bu hadysalaryň biriniň häsiýetlerini beýleki bir hadysa geçirmäge (elbetde, şol häsiýet gurlan matematiki modelden getirilip çykarylýan bolsa) mümkinçilik döreýär.

Meňzetmäniň ýerlikli ulanylyp bilinjek mysallarynyň ýene-de käbirine seredeliň. Stereometriýa dersinde tekizligiň we sferanyň deňlemeleri okuwçylara öwredilende olaryň ünsi bu düşünjeleriň tekizlikde göni çyzygyň we töweregiň deňlemelerine meňzeşdigine çekilmelidir. Ýene-de bir mysal, giňişlikde iki nokadyň arasyndaky uzaklygy hasaplamak formulasynyň görnüşiniň tekizlikdäki we göni çyzykdaky iki nokadyň arasyndaky uzaklygy hasaplamak formulalarynyň alnyşyna meňzeş bolmagydyr.

Göni çyzygyň üstündäki iki nokadyň arasyndaky uzaklyk:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|;$$

tekizligiň üstündäki iki nokadyň arasyndaky uzaklyk:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2};$$

giňişlikdäki iki nokadyň arasyndaky uzaklyk:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2};$$

formulalar bilen hasaplanýandyr.

Meňzetme usuly okuwçylaryň mesele çözmek endigini we ukybyny kämilleşdirmekde hem esasy ähmiýete eýedir. Meselem, okuwçylara: “Käbir sanyň *m* %-i *k* sana deň bolsa, bu sany kesgitläň” diýilse, ony çözmekde okuwçylar kynçylyk çekerler, emma meseläni aşakdaky ýaly mazmunda hödürlesek: “Käbir sanyň 50 %-i 12-ä deň. Bu sany kesgitläň” ony ýatdan diýen ýaly çözerler. Şeýlelikde, meňzetme usuly esasynda netije çykarmak arkaly ilkinji meseläni hem üstünlik bilen çözerler.

Ýokarda biz diňe meňzetme usulynyň okuw işindäki oňaýly ähmiýetine, mümkinçiliklerine seretdik. Meňzetme usulyny ýerlikli ulanmak öwredilmedik ýagdaýynda, meňzetme esasynda netije çykarmak köp halatlarda okuwçylaryň gödek matematiki ýalňyşlyklar goýbermegine hem sebäp bolup biler. Şonuň üçin okuwçylara meňzetme esasynda alnan netijeleri hökman barlamaklygy, subut etmekligi, mahlasy olary berk derňemegi öwretmek gerek. Meňzetmäniň esasynda käbir çaklama, gipoteza gelnip, ol gipotezany subut etmek zerurdyr. Sebäbi meňzetmäniň nädogry netijelere getirýän halatlary-da seýrek bolmaýar.

Meselem, tükenikli jemler üçin adalatly bolan goşmagyň kanunlaryny tükeniksiz jemler üçin ulanmak nädogry netijelere getirip biler:

$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1...$ jemi aşakdaky ýaly hasaplap bolar:
a) $S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)... = 0 + 0 + 0 + ... = 0$;
b) $S = 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1)... = 1 - 0 - 0 - 0 - ... = 1$;
ç) $S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 + ...)$ ýa-da $S = 1 - S$. Bu ýerden $2S = 1$; $S = \frac{1}{2}$ alarys.

Bu mysalda ulanylan meňzetme nädogry netijä getirýär.

3-e we 9-a bölünijilik nyşanlaryna esaslanyp, meňzetme boýunça okuwçylar 27-ä bölmegiň: “Eger sanyň sifrleriniň jemi 27-ä bölünse, onda ol san hem 27-ä bölünýär” diýen çaklamany öňe sürýärler. Mugallym bu çaklamanyň nädogrudygyny okuwçylaryň özlerine tapdyrmaly. Meselem, bu netijä görä 272736 san 27-ä galyndysyz bölünmeli. Emma ol san 27-ä galyndysyz bölünmeýär.

Meňzetme esasynda alnan netijäniň ýalňyş bolmagynyň mümkindigini görkezýän ýene-de bir mysala seredeliň. Mugallym okuwçydan soraýar:

– Eger gönüburçlugyň uzynlygyny 3 esse kiçeldip, inini 3 esse ulaltsak, onuň meýdany nähili üýtgär?

– Onuň meýdany üýtgemez.

– Dogry. Eger gönüburçlugyň uzynlygyny 30% kiçeldip, inini 30% ulaltsak, onuň meýdany nähili üýtgär?

– Onuň meýdany üýtgemez.

Okuwçynyň soňky jogaby nädogry. Eger gönüburçlugyň uzynlygyny a, inini bolsa b bilen belgilesek, onuň meýdany $S = ab$ bolar. Täze alnan gönüburçlugyň uzynlygy $a - 0{,}3a$, ini $b + 0{,}3b$, meýdany $S = 0{,}7a \cdot 1{,}3b = 0{,}91ab$ bolar. Diýmek, gönüburçlugyň meýdany 9% kiçelipdir.

Köplenç, formulalary ýazanlarynda okuwçylaryň meňzetme esasynda ýalňyşlyklara ýol berýändiklerini tejribe görkezýär. Meselem, okuwçylaryň ýazgylarynda ýygy-ýygydan aşakdaky ýaly ýalňyşlyklaryň goýberilýändigine duş gelmek bolýar:

$$\frac{a+m}{c+m} = \frac{a}{c}.$$

Bu ýalňyşlygyň sebäbi

$$\frac{a \cdot m}{c \cdot m} = \frac{a}{c}$$

deňligiň ýerine ýetýändigi nazarda tutulyp, meňzetme esasynda nädogry netijä gelmeklikdir. Edil şuňa meňzeş aşakdaky ýalňyşlyklara:

1. $(a+b)^3 = a^3+b^3$ (bu ýerde netijä $(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$ deňlik esasynda gelinýär);

2. $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ (bu ýerde netijä $\sqrt{a^2 \cdot b^2} = |a \cdot b|$ deňlik esasynda gelinýär);

3. $\lg a + \lg b = \lg (a + b)$ (bu ýerde netijä $c \cdot a + c \cdot b = c(a+b)$ deňlik esasynda gelinýär);

4. $\sin x + \sin y = \sin(x+y)$ (bu ýerde hem netijä $c \cdot a + c \cdot b = c(a+b)$ deňlik esasynda gelinýär) ýol berilýändir.

Köp halatlarda okuwçylar: “Eger käbir san 3-e bölünse ýa-da 5-e bölünse, onda ol san 15-e bölünýär” diýip, umuman aýdanda, nädogry netije çykarýarlar (bu goýberilýän ýalňyşlygyň sebäbi “Eger san bir wagtda 3-e we 5-e bölnýän bolsa, onda ol 15-e bölünýär” diýen tassyklamadan meňzetme esasynda netijä gelmeklikdir).

Başga bir mysal, “40 sanyň 32 sandan 20% uludygyny nazarda tutup, 32-i 40-dan 20% kiçi” diýýärler. Bu ýalňyşlyga “40 san 32 sandan 8 san uly bolýan bolsa, 32 san 40 sandan 8 san kiçidir” diýen düşünjeden meňzetme esasynda nädogry netijä gelmek sebäpli ýol berilýär.

Şuňa meňzeş ýalňyşlyklaryň goýberilmezligi üçin mugallym düýpli iş geçirmelidir. Bu ýalňyşlyklary mugallymyň özi okuwçylara görkezip, özi hem olary düzetse, bu işiň gowy netije bermeýändigini tejribe görkezýär. Ilki bilen ol ýalňyşlyklary okuwçylaryň özleri ýüze çykarar ýaly ýagdaýlary döretmeli. Meselem, $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ diýip ýazsalar, “Ýazanyňyz nädogry” diýip, ony düzetmäge gyssanmaly däl-de, eýsem hakykatda şeýle ýazyp bolmajakdygyny görkezmeli. Gowusy şu deňligiň ýerine ýetmändigini açyp görkezýän başga bir mysal getirmeklik ýerliklidir:

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7 \text{ ýa-da } \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Bu deňlikleriň haýsysy dogry? Şeýle edilende $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ deňligiň ýerine ýetmeýändigine okuwçylar ýeňil düşünerler.

Umuman, bu görnüşli ýalňyşlyklaryň gelip çykyş sebäplerini anyklamaly we olary düzetmegiň ýollaryny kesgitlemeli. Goýberilýän ýalňyşlyklary düzetmek okuwçylara matematiki düşünjeleri we pikir ýöretmeleri düýpli hem-de çuňňur öwretmeklik esasynda amala aşyrylyp biliner. Okuwçylaryň formulalary diňe bir bilmegi däl-de, eýsem olaryň baglanyşykly düşünjeleri we pikir ýöretmeleri manyly öwrenmegi hem-de olara akyl ýetirmegi agzalýan ýalňyşlyklaryň düzedilmegine oňaýly täsir eder. Bu işler geçirilse-de okuwçylaryň ol ýa-da beýleki ýalňyşlyklary goýbermegi mümkin. Getirilen mysallara seretmezden, bu usullar öwretmek işinde seýrek peýdalanylýar.

Meňzetmäni matematikany okatmak prosesinde giňden peýdalanmak okuwçylarda derse bolan uly höwesi oýarýar we olarda derňew işini alyp barmak başarnyklaryny we endiklerini kemala getirýär. Şeýle hem bu usulyň ulanylmagy okuwçylaryň okuw maglumatlaryny çalt, ýeňil we berk özleşdirmekleri üçin şert döredýär.

5.5. Ylmy derňewleriň usullary bolan analiz we sintez matematiki derňewlerde hem esasy rola eýe bolýar. Matematikany öwretmekde hem bu usullaryň ähmiýeti uludyr. Olar matematika okadylanda meseleleri çözmegiň, teoremalary subut etmegiň, matematiki düşünjeleriň häsiýetlerini öwretmegiň we ş.m. usullary hökmünde çykyş edýärler.

Analiz we sintez biri-biri bilen berk baglanyşykly bolup, olar biri-biriniň üstüni doldurýarlar we köplenç, bilelikde analitiki-sintetik usuly emele getirýärler.

Meselem, has kyn meseläniň çözülişi analiziň kömegi bilen birnäçe ýönekeý meselelere bölünýär, soňra sinteziň kömegi bilen olaryň çözülişleri birleşdirilýär we başdaky meseläniň çözülişi alynýar.

Öwrenilýän obýekti pikirimizde (ýa-da hakykatdan hem) ony düzýän elementlere (nyşanlara, häsiýetlere, gatnaşyklara) dagytmakdan we olaryň her birini aýratynlykda derňemekden ybarat bolan logiki usula analiz diýilýär.

Öwrenilen elementlerden bir bitewi bölegi düzmekden ybarat bolan logiki usula sintez diýilýär.

Köplenç, pikirlenmek başarnygyny analizlemek başarnygy bilen baglanyşdyrýarlar. Dogrudan hem öwrenilýän obýektiň täze häsiýetini görkezýän netijäni getirip çykarmak üçin onuň öňden belli häsiýetlerini analizlemeli bolýar.

Matematikada analiz diýip “ters ugur” boýunça, ýagny tapmak talap edilýän näbelliden öňden belli maglumatlara ýa-da berlen maglumatlara tarap pikir ýöretmeklige hem düşünilýär.

Şeýle düşünilende analiz çözülişi ýa-da subudy gözlemegiň serişdesi bolup çykyş edýär, emma aýratynlykda alnanda bolsa meseläniň çözülişi ýa-da teoremanyň subudy bolup bilmeýär. Sintez bolsa analizde alnan maglumatlara daýanyp, meseläniň çözülişini ýa-da teoremanyň subudyny berýär.

Analiz we sintez usullarynyň ulanylyş mazmunyny açyp görkezýän aşakdaky ýaly durmuşdan alnan mysaly getirmek ýerlikli bolar. Meselem, çagajyk oýnawajy böleklemek, “dargatmak“ netijesinde özboluşly analiz geçirýär (oýnawajyň nähili ýasalandygy ony gyzyklandyrýar). Bölekleri boýunça oýnawajy ýygnamak arkaly çaga özboluşly sintez geçirýär.

Şu mazmunda analiz we sintez häzirki döwrüň eksperimental ylymlarynda (meselem, himýada himiki elementleriň dargama reaksiýasy muňa mysal bolup biler) ulanylýar.

Umuman, analiz we sintez usullarynyň ulanylyşyna teswirli meseleleri arifmetiki we algebraik ýollar arkaly çözmeklik mysal bolup biler. Arifmetiki usulda teswirli meseleleri çözmeklik sintezi, algebraik usulda çözmeklik bolsa analizi häsiýetlendirýär.

Meselem, “Dursunyň we Gözeliň bilelikdäki ýaşy 12. Gözel 5 ýaşynda bolsa, Dursun näçe ýaşynda?”

$12 - 5 = 7$ çözüliş sinteze esaslanyp alyndy.

$x + 5 = 12$, $x = 12 - 5$, $x = 7$ çözüliş bolsa analize esaslanyp alyndy.

Analiziň we sintezyň matematiki teoremalary subut etmekde we meseleleri çözmekde ulanylyşyna mysallar getireliň.

1. Eger $a \geq 0, b \geq 0$ bolsa $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ deňsizligiň dogrudygyny subut etmeli.

Analiz usuly: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$; $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \geq 0$; $\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} \geq 0$;

$\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$; $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$. Islendik aňlatmanyň kwadraty otrisatel däldir. Diýmek, biz pikir ýöretmeleriň kömegi bilen subut etmeli deňsizligimizden dogrudygy şübhe döretmeýän deňsizlige geldik.

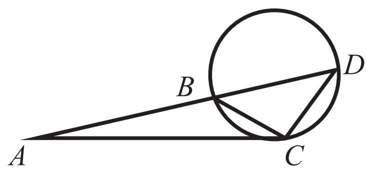
Sintez usuly: $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$; $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$; $a + b \geq 2\sqrt{ab}$; $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Bu usulda biz pikir ýöretmeleriň kömegi bilen dogrudygy şübhe döretmeýän deňlsizlikden subut etmeli deňsizligimize geldik.

2. Berlen *A* nokatdan berlen töweregi *B* we *D* nokatlarda kesýän we berlen töwerege *C* nokatda galtaşýan iki göni çyzyk geçirilipdir (*8-nji surat*). $AC^2=AD \cdot AB$ deňligi subut ediň.

Çözülişi. Analiz usuly.

Subut etmeli deňligimizi öwrenýäris. $AC^2=AD \cdot AB$ deňlikden $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ proporsiýany alyp bileris. Iki sany meňzeş üçburçluklaryň degişli taraplarynyň proporsionaldygyny göz öňünde tutsak, onda *ABC* we *ACD* meňzeş üçburçluklar bolanda bu proporsiýany ýazyp bolar. Şonuň üçin *B* we *C* hem-de *C* we *D* nokatlary kesimler arkaly birikdirip, *ABC* we *ACD* üçburçluklary alarys. *ABC* we *ACD* üçburçluklar meňzeşmi? *A* burç bu üçburçluklaryň ikisi üçin hem umumy. Diýmek, ýene-de özara deň burçlaryň bir jübütini tapsak, *ABC* we *ACD* üçburçluklaryň meňzeşligini subut edip bilerdik. *BCD* we *BDC* burçlaryň ikisi hem öz daýanýan *BC* dugasynyň ýarysy bilen ölçelýändigi üçin olar deňdirler. Diýmek, *ABC* we *ACD* üçburçluklar meňzeşdir.



8-nji surat

Görnüşi ýaly, analizde berlen mesele birnäçe elementar meselelere böleklenildi we olar çözüldi.

Sintez usulynda bu prosesiň tersine hereket edilýär. Ilkinji nobatda *BC* we *CD* hordalary geçirýäris (*8-nji surat*). Töweregiň içinden çyzylan *D* burç we *AC* galtaşýan bilen *BC* hordanyň emele getirýän *C* burçy *BC* duganyň ýarysy bilen ölçenilýär. Diýmek, $\angle ADC=\angle ACB$. Onda üçburçluklaryň meňzeşliginiň 1-nji nyşanyna görä ($\angle A$ – umumy we $\angle ADC = \angle ACB$) $\Delta ABC \sim \Delta ADC$. Meňzeş *ABC* we *ADC* üçburçluklaryň degişli taraplarynyň gatnaşyklary deňdir: $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$. Soňky deňlikden subut etmeli $AC^2=AD \cdot AB$ deňligimizi alarys.

Ýokarda getirilen mysallarda ulanylan analiz usulyny subut etmek usuly hökmünde kabul etmek nädogrudyr. Mysal üçin, 3 = – 3 tassyklamanyň “dogrudygyny“ subut edeliň.

Goý, 3 = – 3 bolsun, onda deňligiň iki tarapyny hem kwadrata göterip alarys: $3^2 = (-3)^2$ ýagny 9 = 9, emma $3 \neq -3$.

Bu usullary aýratynlykda ulanmak elmydama garaşylýan netijä getirmeýär. Şoňa görä-de analiz we sintez usullaryny matematikany öwretmekde bitewi bir usul hökmünde ulanmak maksadalaýykdyr.

5.6. Umumylaşdyrma daş-töweregi gurşap alan zatlaryň we hadysalaryň berlen toparyna degişli we olara mahsus bolan umumy häsiýetleriniň käbirlerini aňymyzda bellemegimizdir we bölüp aýyrmagymyzdyr.

Meselem, arifmetiki (geometrik) progressýanyň *n*-nji agzasynyň formulasyny öwretmeklik berlen birinji agzasy we tapawudy boýunça onuň dürli agzalaryny tapmaklyga degişli anyk mysallara seretmekden başlanýar. Bu hasaplamalary geçirende okuwçylar aşakdaky deňliklerden peýdalanýarlar:

$a_2=a_1+d;$

$a_3=a_2+d=(a_1+d)+d=a_1+2d;$

$a_4=a_3+d=(a_1+2d)+d=a_1+3d;$

$a_5=a_4+d=(a_1+3d)+d=a_1+4d.$

Bu deňlikleri bir formulada umumylaşdyrmak esasynda $a_n=a_1+(n-1)d$ (1) formula alynýar. Bu formulanyň kömegi bilen arifmetiki progressiýanyň islendik agzasyny gysga görnüşde hasaplap bolýar.

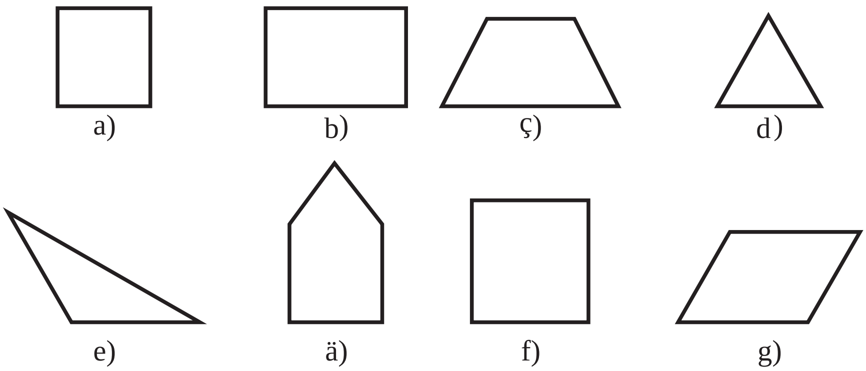
Islendik arifmetiki progressiýanyň natural argumentli $y=kx+b$ (bu ýerde $x \in N$) çyzykly funksiýadygy kesgitlenende (1) formula has-da umumylaşdyrylýar.

Umumylaşdyrmak berlen köplükden şol köplügi özünde saklaýan başga bir köplüge geçmek hökmünde çykyş edýär diýip aýdyp bolar. Meselem, natural sanlaryň köplüginden drob sanlaryň köplügine geçenimizde umumylaşdyrmagy amala aşyrýarys. Umumylaşdyrmanyň, köplenç, analiziň üsti bilen amala aşyrlýandygyny bellemek zerurdyr. Ýokarda seredilen arifmetiki progressýanyň *n*-nji agzasynyň formulasyny almak üçin geçirilen pikiri jemlemek analiz netijesinde amala aşyryldy. Analiz esasynda umumylaşdyrmak goýlan meseläni çözmek üçin esasy serişdedir.

Analiziň usti bilen umumylaşdyrmak esasynda “kwadrat“ düşünjesine gelnişine seredeliň. Mugallym okuwçylara aşakdaky ýumuşlary hödürleýär:

a) 9-njy suratda şekillendirilen figuralardan taraplary özara deň bolanlaryny saýlaň. Okuwçylar bu şerti şekillendirilen a, d, f, g figuralaryň kanagatlandyrýandygyny aýdýarlar.

b) Bu saýlan figuralaryňyzyň arasyndan burçlary özara deňlerini saýlaň. Okuwçylar bu şerti a, d, f figuralaryň kanagatlandyrýandygyny aýdýarlar.



9-njy surat

ç) Bu saýlan figuralaryňyzyň arasyndan gönüburçy bolanlaryny saýlaň. Okuwçylar bu şerti a, f figuralaryň kanagatlandyrýandygyny aýdýarlar.

Netijede, mugallym okuwçylaryň saýlan bu figuralaryna kwadrat diýilýändigini aýdýar.

Abstraktlaşdyrmakda öwrenilýän obýektiň ýa-da gatnaşygyň umumylaşdyrmak netijesinde ýüze çykarylan umumy we möhüm häsiýetleri onuň möhüm däl, ikinji derejeli häsiýetlerinden bölünip aýrylýar. Möhüm däl, ikinji derejeli häsiýetler öwrenilmän taşlanylýar. “Möhüm däl häsiýet” diýlende matematiki nukdaýnazardan möhüm däl, ikinji derejeli häsiýetler göz öňünde tutulýar. Şol bir obýekt dürli ylymlar, meselem, fizika we matematika tarapyndan dürli hili öwrenilýär. Fizik üçin obýektiň nämeden ýasalandygy, ýylylyk geçirijiligi, elektrik geçirijiligi, gatylygy we ş.m. fiziki häsiýetleri möhüm bolup durýar. Edil şol obýekti öwrenýän matematik üçin bu häsiýetler möhüm bolman, eýsem obýektiň ýerleşişi, onuň görnüşi, eýeleýän meýdany, göwrümi, ölçegleri we ş.m. möhüm bolup durýar.

Görnüşi ýaly, abstraktlaşdyrma umumylaşdyrmasyz, ýagny öwrenilýän obýektiň umumy, möhüm häsiýetlerini ýüze çykarmazdan amala aşyrylyp bilinmez.

Umumylaşdyrma we abstraktlaşdyrma matematiki düşünjeler kemala getirilýän döwründe, ýagny kabul etmeden düşünjä geçilende hökman ulanylýar. Hususydan umuma geçmeklik hem umumylaşdyrmak netijesinde amala aşyrylýar.

Hakyky dünýäniň hadysalarynyň matematiki abstraktlaşdyrmasy biri-birinden üzňe ulanylman, eýsem olar özara içki baglanyşykda peýdalanylýar. Meselem, aşakdaky ýaly durmuşda gabat gelýän hadysada matematiki abstraktlaşdyrmanyň ýüze çykyşyna seredeliň. Sakar- Türkmenabat gaz geçirjisini gurmak bilen baglanyşykly ýerine ýetirilmeli işlere ýüzleneliň.

Gaz geçirjiniň gurluşygyna jogap berýän inžener-gurnaýjyny obýektleriň arasyndaky uzaklyk we geçiriljek ýoly gyzyklandyrýar. Şunlukda ony bu obýektiň beýleki häsiýetleri, ýagny turbanyň diametri, massasy, onuň örtügi, haýsy metaldan ýasalandygy gyzyklandyrmaýar. Şeýlelikde, inžener-gurnaýjy üçin gaz geçirijiniň abstrakt matematiki modeli bolup geometrik çyzyk hyzmat edýär. Bu gaz geçiriji boýunça geçmeli gazyň mukdaryny kesgitleýän inženeri turbanyň diametri, galyňlygy, ondan näçe atmosfera basyşly gazy akdyryp boljakdygy gyzyklandyrýar. Onuň üçin gaz geçirijiniň abstrakt matematiki modeli bolup geometrik jisim hyzmat edýär. Şunluk-da bu inženeri ol gaz geçirijiniň haýsy ýol boýunça geçiriljekdigi asla gyzyklandyrmaýar. Gaz geçirijiniň poslamazlygyna, netijede bolsa uzak hyzmat etmekligine jogap berýän prorab üçin onuň modeli bolup geometrik üst hyzmat edýär. Sebäbi ol turbanyň daşyna saramak üçin näçe örtginiň gerekdigini hasaplamaly bolýar.

Adamlaryň hakykata akyl ýetiriş prosesinde hakyky obýektleriň abstrakt modelini gurmakda ulanýan ýokardaky getirilen tärleri, şol bir wagtda okuwçylary birnäçe idealaryň töweregine eltýän ýol bolup hem hyzmat edýär. Mugallym matematikany öwretmegiň has irki basgançaklaryndan başlap, okuwçylaryň ünsüni abstraktlaşdyrmanyň tebigatyna düşünmeklige çekip bilýär (bu diýildigi matematikanyň tebigatyna hem düşünmek diýildigidir). Bu işi amala aşyrmaklyk onçakly bir kynçylyk döretmez. Meselem, ýönekeý bir $4{\cdot}3=12$ denligiň mysalynda abstraktlaşdyrmanyň tebigaty aýdyň görkezilip bilner. Mugallym $4{\cdot}3 = 12$ ýazgynyň haýsy anyk hadysanyň mazmunyny şöhlelendirýändigini okuwçylardan sorasa, olar bu soraga ýeňil jogap tapýarlar. Meselem, $4{\cdot}3=12$ ýazgy dört sany galamyň bahasyny, üç sagatda okuwçynyň geçip biljek ýoluny, gönüburçluk görnüşindäky ýer böleginiň meýdanyny we ş.m. aňladýandygyny aýdarlar. Şunlukda mugallym bu faktlara okuwçylaryň ünsüni çekmelidir we ony duýmaga kömek etmelidir.

Diýmek, abstraktlaşdyrma hakyky dünýä matematiki akyl ýetirmekde wajyp usul bolmak bilen bir hatarda matematikany öwretmegiň hem usulydyr. Okuwçylaryň matematikany öwrenmegiň bu usulyna düşünmegi üçin abstraktlaşdyrmanyň ulanylyşyna olaryň ünsi yzygiderli çekilip durulmalydyr. Meselem, biz jisimiň hereket tizligini $\vartheta_t= \vartheta_0+at$ deňleme boýunça öwrenýän bolsak, önümiň düşýän gymmatyny $M=M_0+an$ deňleme boýunça, metal steržen gyzdyrlanda onuň uzynlygynyň üýtgeýşini $l=l_0+\alpha{\cdot}t$ deňleme boýunça öwrenýäris. Tizlik, önümiň gymmaty, uzynlyk düşünjelerini abstraktlaşdyryp, $f(x)=ax+b$ funksiýany alarys. $f(x)=ax+b$ funksiýanyň häsiýetlerini, grafigini öwrenmek netijesinde biz $\vartheta_t= \vartheta_0+at$; $M=M_0+an$; $l=l_0+\alpha{\cdot}t$ gatnaşyklar bilen baglanyşykly hadysalara mahsus bolan häsiýetler barada maglumatlary alarys. Diýmek, $f(x)=ax+b$ funksiýany derňemek netijesinde alnan umumy häsiýetler beýleki ylymlaryň dilinde aňladylyp, tejribede ulanylyp bilner. Beýleki ylymlarda matematikany ulanmak işinde, hakyky dünýäniň hadysalarynyň matematiki modelini gurmakda abstraktlaşdyrma esasy orun degişlidir.

Matematiki modelirlemekde giňden peýdalanylýan abstraktlaşdyrmagyň ýenede bir ýörite usuly hem **ideallaşdyrmakdyr. Käbir obýekti oňa mahsus bolmadyk hyýaly häsiýetler bilen baýlaşdyrmaga ideallaşdyrma diýilýär.** Ideallaşdyrylýan obýektleri has çuňňur öwrenmäge mümkinçilik döreýär. Ideallaşdyrylyp öwrenilen häsiýetleri şol obýektleriň hakyky özüni öwrenmekde netijeli ulanmaga mümkinçilik döreýär. Meselem, dünýäde ölçegi bolmadyk "geometrik nokat" diýlen zat ýokdur. Emma ideallaşdyrylan bu düşünjäni ulanmazdan, geometriýa ylmyny gurup bolmaýar. Dünýäde ideal şar hem ýokdur. Islendik şary üns bilen öwrensek, ondaky nätakyklyklary ýüze çykararys. Meselem, şeýle takyk ýasalan bilýard şaryna mikroskop bilen seretsek, onuň üstüniň ideal üst däldigine göz ýetireris. Emma muňa garamazdan, şaryň göwrüminiň, üstüniň meýdanynyň formulalaryny onuň hakyky Dünýäde gabat gelýän nusgalary üçin üstünlikli ulanyp bolar.

Abstraktlaşdyrmanyň tersi **takyklaşdyrmadyr**. **Takyklaşdyrmada öwrenilýän obýektiň haýsydyrbir tarapy beýleki taraplaryndan aýratynlykda birtaraplaýyn derňelýär.** Düşünjeler kemala getirilende umumylaşdyrma ulanylsa, öň kemala getirilen düşünjeleriň kömegi bilen mysala seredilende takyklaşdyrma ulanylýar. Haýsydyrbir abstrakt kanunalaýyklygy tassyklamak, onuň dogrudygyny görkezmek üçin hem takyklaşdyrma ulanylýar. Meselem, jemiň sinusynyň

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$$

abstrakt formulasyny $\alpha = 30^{o}$, $\beta = 60^{o}$ bolanda takyklaşdyryp bolar:

$$\sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1.$$

$ax^2+bx+c=0$ kwadrat deňlemäniň $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$ formulasyny $2x^2+5x–7=0$ deňlemäni çözmek üçin ulanmak hem takyklaşdyrma mysal bolup biler.

Takyklaşdyrmal belli bolan getirip çykarma düzgünine esaslanýar we takyklaşdyrma düzgüni diýlip atlandyrylýar. Bu düzgüniň manysy intuitiw ýagdaýda düşnüklidir: käbir köplügiň islendik elementiniň p häsiýete eýediginden onuň erkin saýlanyp alnan elementiniň hem şu häsiýete eýedigi gelip çykýar. Meselem, goşmagyň utgaşdyrma düzgüni islendik x, y, z sanlar üçin dogrudyr:

$$(x + (y + z)) = ((x + y)+z). \tag{1}$$

28 + (72 + 17) jemi ýatdan hasaplamaly bolanda (aýdyň däl ýagdaýda) takyklaşdyrma düzgüni ulanylýar. x, y, z üýtgeýän ululyklara derek "28", "72" we "15" hemişelik sanlar goýlup, takyklaşdyrma düzgüni esasynda (1) deňlikden gelip çykýan deňligi alýarys:

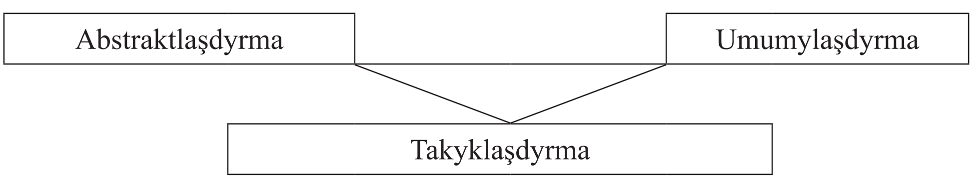
$$28 + (72 + 17) = (28 + 72) + 17.$$

Diýmek, takyklaşdyrmanyň kömegi bilen umumydan hususa (birlige) geçildi. Käbir awtorlar takyklaşdyrmany abstraktlaşdyrmanyň üsti bilen düşündirýärler.

Abstraktlaşdyrma takyklaşdyrmanyň tersi bolup, ol abstrakt düşünjeleriň takyk amala aşyrylmagy bilen baglanyşykly akyl ýetiriş işidir. Tersine, abstraktlaşdyrma hem takyklaşdyrmanyň tersi bolup durýar. Takyklaşdyrma has ýokary derejeli abstrakt düşünjeden abstrakt düşünjä, ondan takyk (anyk) düşünjä geçmek bilen baglanyşykly matematika mahsus bolan köpbasgançakly amala aşyrylýan işdir. Meselem, geometrik figura diýen ýokary derejeli abstrakt düşünjäniň takyklaşdyrmasy tegelekdir (her bir figura tekizlik üstündäki nokatlarýň belli bir kanuna laýyklykda ýerleşenleriniň köplügi hökmünde seretmek bolar).

Köp, sanly umumy düşünjeleri bolan “Algebra we analiziň başlangyçlary“ dersini öwretmekde takyklaşdyrmanyň ähmiýeti uludyr. Okuwçylar funksiýa, predel, üznüksizlik, önüm, integral, differensial deňlemeler ýaly düşünjeleri takyk meselelerde ulanmakda kynçylyk çekýärler. Şonuň üçin hem täze düşünjeleriň girizilmegi bilen bir hatarda olaryň dürli ylymlardaky takyk (anyk) manysy açylyp görkezilmelidir. Meselem, önüm düşünjesi girizilende, onuň mehanikada gönüçyzykly hereketiň tizligi bolýandygy, elektrik nazaryýetinde toguň güýjüdigi, ýylylyk geçirijilik nazaryýetinde ýylylyk bermek hökmünde giňden peýdalanylýandygy görkezilmelidir. Mugallymyň ähli düşünjeleri takyklaşdyryp öwretmek mümkinçiligi bolmaýar, has takygy bu işi elmydama amala aşyrmagyň geregi hem ýokdur. Ol bu işi diňe matematikada has zerur bolýan düşünjeleriň mysalynda amala aşyrmalydyr. Ol ýa-da beýleki geometrik we algebraik teoremalara seredilende, olaryň takyk ýagdaýlaryna degişli mysallara seredilse maksadalaýyk bolar.

Geometrik düşünjeler öwredilende hem takyklaşdyrmadan peýdalanmak oňaýlydyr. Meselem, gönüburçly parallelepiped düşünjesi öwrenilende synp otagynyň, onuň içinde ýerleşen şkaflaryň, stoluň we ş.m. gönüburçly parallelepipediň mysaly bolup biljekdigine ýa-da däldigine okuwçylaryň ünsi çekilmelidir. “Giňişlikde koordinatalar” düşünjesi öwredilende synp otagynyň bur-çunyň giňişlikde koordinatalar sistemasynyň takyklaşdyrmasydygy aýdylmalydyr. Umuman mugallym matematiki düşünjeleri okuwçylaryň durmuşy bilen has ýakyn ýagdaýda baglanyşdyryp öwretmek mümkinçiligini (ýeri gelende) ünsden düşürmeli däldir. Şu aýdylanlara esaslanyp takyklaşdyrmanyň abstraktlaşdyrma we umumylaşdyrma bilen aşakdaky ýaly (*10-njy surat*) baglanyşygyny bermek bolar.



10-njy surat

Hakyky dünýä ylmy akyl ýetirmegiň umumylaşdyrma, abstraktlaşdyrma we takyklaşdyrma usullarynyň okatmak işinde utgaşdyrylyp ulanylmagy gowy netije berýär.

5.7. Hususy hallardan umumy hala geçmek, gözegçilik we tejribe esasynda ýüze çykarylan azsanly maglumatlardan umumylaşdyrmalar etmek akyl ýetirmegiň kanunalaýyklyklarydyr. Akyl ýetirmegiň hususydan umuma gönükdirilen usulyna **induksiýa** diýilýär. Pikir ýöretmegiň bu usulynyň sapakda täze bilimleri almak üçin ulanylmagyna **okatmagyň induktiw usuly** diýilýär.

Okatmagyň induktiw usulyny beýan etmek üçin ilki bilen induksiýanyň nähili görnüşleriniň bardygyny anyklalyň. Goý, $A = \{a_1, a_2, a_3, ...\}$ ähli mümkin bolan hususy hallar bolup, olaryň her biriniň käbir C häsiýete eýe bolmagy-da ýa-da eýe bolmazlygy-da mümkin bolsun. Eger A köplügiň $a_1, a_2, a_3, ..., a_k$ elementleri C häsiýete eýe bolsa, onda A köplügiň ähli elementleriniň hem bu häsiýete eýe bolmagy mümkindir.

1. Eger A köplük k elementi özünde saklaýan tükenikli köplük bolup, onuň her bir elementi C häsiýete eýe bolsa, onda A köplügiň ähli elementleriniň C häsiýete eýe bolýandygy barada çykarylan netije ähtibarlydyr. Beýle netije çykarma **doly induksiýa** diýilýär. Başgaça, aýry-aýry we hususy pikir ýöretmeleriň ählisine doly seredip, umumy netije çykarmaklyga hem doly induksiýa diýilýär. Doly induksiýa boýunça çykarylan netije dogry esaslandyrylan netijedir. Doly induksiýa usuly çäklem bolsa, matematikany okatmakda üstünlikli ulanylýar. Käbir meseleleriň çözülişlerini we teoremalaryň subudyny doly induksiýa usulyny ulanmak bilen almak bolar.

Mysallara seredeliň.

a) Natural sanlaryň birinji onlugynyň arasynda näçe sany ýönekeý san bar? Netije bu sanlaryň ählisini ýazmak arkaly alynsa, ol dogry we esasly bolar:

$1=1$; $2=1 \cdot 2$; $3=1 \cdot 3$; $4=2 \cdot 2$; $5=1 \cdot 5$; $6=2 \cdot 3$; $7=1 \cdot 7$;$8=2 \cdot 2 \cdot 2$; $9=3 \cdot 3$; $10=2 \cdot 5$.

Diýmek, birinji onlukda dört ýönekeý san bardyr. Olar: 2; 3; 5 we 7 sanlardyr. Bu alnan netije dogrudyr we hiç hili goşmaça esaslandyrma mätäç däldir.

b) Eger-de tukeniksiz sanly hususy hallardan özara baglanyşyksyz tukenikli hallary bölüp bolýan bolsa, onda doly induksiýa usulyny ulanmak bolar. Aşakdaky meseläniň çözülişine seredeliň.

Islendik natural sanyň kwadratynyň soňky sifriniň 2 bilen gutaryp bilmeýändigini subut etmeklige seredeliň.

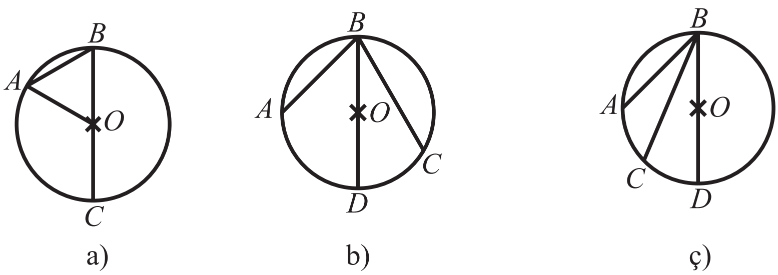
Bu meselede seredilmeli hususy ýagdaýlaryň sany tukeniksiz köp, emma olary özara baglanyşyksyz tükenikli hususy ýagdaýlara getirmek bolar. Islendik natural sanyň 1; 2 ; 3 … 9, 0 sifrleriň haýsy hem bolsa biri bilen gutarýandygy bize mälim. Diýmek, islendik natural sanyň kwadraty degişli sifriň kwadratynyň soňky sifri bilen tamamlanar. Meseläni çözmekde doly induksiýa usulynyň ulanylýandygyny görkezýän tablisany getireliň:

Islendik natural sanyň soňky sifri	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Şol sanyň kwadratynyň soňky sifri	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0

Tablisanyň ikinji setirinde alnan 1, 4, 9, 6, 5, 0 netijelere esaslanyp, islendik natural sanyň kwadratynyň soňky sifriniň 2 bilen gutarmaýandygyna göz ýetireris.

ç) 7-nji synpyň geometriýasynda aşakdaky teoremany subut etmekde doly induksiýa usuly ulanylýar.

Teorema. Içinden çyzylan burç öz daýanýan dugasynyň ýarysy bilen ölçenilýär.

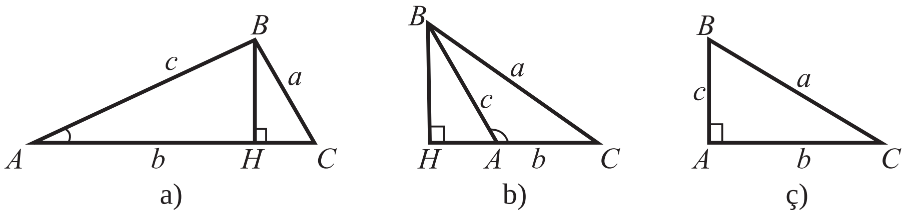


11-nji surat

Bu teorema subut edilende üç ýagdaýa seredilýär: 1) *BO* şöhle *ABC* burçuň bir tarapy bilen gabat gelýär (*11-nji a surat*); 2) *BO* şöhle *ABC* burçy iki burça bölýär (*11-nji b surat*); 3) *BO* şöhle *ABC* burçy iki burça bölmeýär we onuň hiç bir tarapy bilen gabat gelmeýär (*11-nji ç surat*).

Bu subudyň doly beýany orta mekdebiň “Geometriýa 7” synag okuw kitabynda (*Aşgabat, TDNG, 2010 ý.*) getirilýär. Içinden çyzylan burçlar töweregiň *O* merkezine görä, şu üç görnüşden başga hili ýerleşip bilmezler. Şoňa görä-de teoremanyň bu görnüşleriň her biri üçin subut edilmegi onuň doly subudyny berýär.

d) Kosinuslar teoremasy subut edilende hem doly induksiýadan peýdalanyp bolýar. 1) *A* ýiti burç (*12-nji a surat*); 2) *A* kütek burç (*12-nji b surat*); 3) *A* göni burç bolanda (*12-nji ç surat*) $a^2 = b^2 + c^2 - 2b\cos A$ formula aýratynlykda subut edilýär. Üçburçluklar burçlary boýunça diňe şu üç görnüşli bolup bilerler. Şoňa görä-de doly induksiýa ulanylyp geçirilen bu subut kosinuslar teoremasynyň subudy hökmünde alynýar. Bu subudyň doly beýany orta mekdebiň “Geometriýa 8” synag okuw kitabynda (*Aşgabat, TDNG, 2010 ý.*) getirilýär.



12-nji surat

e) Aşakdaky hususy netijelere seredeliň:

1) Göni çyzyk bilen töweregiň ikiden köp bolmadyk umumy nokady bolup (göni çyzyk töweregi kesmän; oňa galtaşyp; ony iki nokatda kesip) biler.

2) Göni çyzyk bilen ellipsiň ikiden köp bolmadyk umumy nokady bolup (göni çyzyk ellipsi kesmän; oňa galtaşyp; ony iki nokatda kesip) biler.

3) Göni çyzyk bilen parabolanyň ikiden köp bolmadyk umumy nokady bolup (göni çyzyk parabolany kesmän; oňa galtaşyp; ony iki nokatda kesip) biler.

4) Göni çyzyk bilen giperbolanyň ikiden köp bolmadyk umumy nokady bolup (göni çyzyk giperbolany kesmän; oňa galtaşyp; ony iki nokatda kesip) biler.

5) Töwerek, ellips, parabola, giperbola konik kesikleriň görnüşleridir.

Doly induksiýa usulynyň esasynda 1)-5) hususy tassyklamalaryň netijesinde täze umumy çyn pikir ýöretmä gelinýär: ähli konik kesikleriň kontury göni çyzyk bilen iň köp bolanda iki nokatda kesişip biler.

Doly induktiw usul esasynda alynýan netijeleriň anyk bolmagy, goşmaça esaslandyrmalary talap etmezligi amatly ýagdaý, emma bu usul esasynda hemişe netije çykarmak başardyp duranok. Eger seredilýän hususy hallaryň sany uly ýa-da tukeniksiz bolsa, doly induksiýa usulyny ulanyp bolmaýar ýa-da ony ulanmak amatsyz bolýar.

2. Eger A köplük k-dan köp ýa-da tükeniksiz köp elementleri özünde saklaýan bolsa, onda a_1, a_2, a_3, ..., a_k hallarda C häsiýetiň ýerine ýetýänligine esaslanyp çykarylan A köplügiň ähli elementleri üçin bu häsiýetiň mahsus bolmagy hakyndaky çykarylan netijäniň çyn hem, ýalan hem bolmagy mümkindir. Şeýle netije çykarma **doly däl induksiýa** diýilýär.

Okatmagyň induktiw usullary diýlende okatmakda, esasan, doly däl induksiýany ulanmak göz öňünde tutulýar.

Alnan netijäniň ähtibarly däldigi üçin doly däl induksiýa matematika ylmynda subut etmegiň usuly bolup bilmez. Emma ol **ewristik usul**, ýagny täze düşünjeleri açmagyň güýçli serişdesi bolup biler. Täze bilimleri ele almagy öwredýän usul hökmünde doly däl induksiýa okatmak prosesinde giňden peýdalanylmalydyr.

Induksiýanyňam edil meňzetme ýaly nädogry netijelere getirmegi mümkindir. Meselem, n^2+n+17 aňlatmanyň bahalaryny $n = 1, 2, 3, ...,15$ üçin hasaplap, ýönekeý sanlary alarys. Bu pikir n^2+n+17 aňlatmanyň n-iň islendik natural bahalarynda ýönekeý sanlary berýändigi baradaky gipotezany öňe sürmäge mümkinçilik berýär. Başgaça aýdylanda, 15 sany hususy ýagdaýa seretmek arkaly n-niň tükeniksiz natural bahalary üçin nädogry netijä geldik. Sebäbi, n=16 bolanda biz eýýam düzme sany alarys:

$$16^2+16+17 = 16(16+1)+17 = 17(16+1) = 17^2.$$

Matematikanyň taryhynda belli matematikleriň hem doly däl induksiýa esasynda nädogry netijä gelendiklerine degişli mysallar bar. Meselem, P.Ferma n=1, 2, 3, 4 bolanda $2^{2^n}+1$ sanyň ýönekeý san bolýandygyna esaslanyp, n islendik natural san bolanda bu aňlatmanyň ýönekeý sany berýändigi baradaky ýalňyş netijä gelýär. Bu tassyklamanyň nädogrudygyny L.Eýler görkezýär. Ol n = 5 bolanda $2^{32}+1$ sanyň ýönekeý däldigini, ýagny onuň 641-e bölünýändigini tapýar.

Doly däl induksiýanyň esasynda nädogry netijäniň alynmagynyň mümkindigini görkezýän ýene-de bir mysala seredeliň.

$10^k–10$ aňlatmanyň k-nyň ilkinji birnäçe natural täk sanlary alandaky bahalarynyň aýratynlygyna seredeliň.

Aýry-aýry ýagdaýlar:

1) k=3, $10^3–10$ 3-e bölünýär;
2) k=5, $10^5–10$ 5-e bölünýär;
3) k=7, $10^7–10$ 7-ä bölünýär;
4) k=11, $10^7–10$ 11-e bölünýär;
5) k=13, $10^{13}–10$ 13-e bölünýär;
6) k=15, $10^{15}–10$ 15-e bölünýär.

Hususy pikir ýöretme: k = 3; 5; 7; 11; 13; 15 bahalary alanda, $10^k–10$ aňlatmanyň bahasy degişlilikde 3; 5; 7; 11; 13;15 sanlara bölunýär.

Täze umumy pikir ýöretme: k – islendik täk natural san bolanda, $10^k–10$ san k sana bölünýär. Bu ýalňyş pikir ýöretmedir, ýagny k=21 bolanda $10^{21}–10$ san 21-e bölünmeýär.

Emma doly däl induksiýa ulanylanda ýalňyş netijäniň alynmagynyň mümkinligi mekdepde matematikany okatmakda bu usuldan ýüz öwürmeklige esas bolup bilmez. Sebäbi mugallymyň ugrukdyrmagy we zerur düzedişleri girizmegi bilen okuwçylar doly däl induksiýanyň kömegi bilen özleri üçin täze matematiki kanunalaýyklyklary açyp bilerler. Şeýle hem okatmak döwründe doly däl induksiýany ulanmak arkaly onuň kömegi bilen alnan netijäniň hakykata golaý bolup, ony subut etmegiň zerurlygyny okuwçylara düşündirip bolýar. Şonuň üçin hem doly däl induksiýa ulanylanda her sapar okuwçylaryň ünsüni netijäniň diňe gipotezadygyna, çaklamadygyna çekmek gerek. Eger bu gipoteza dogry bolsa, ony subut etmelidigini; eger ýalňyş bolsa, ony inkär etmelidigini okuwçylara düşündirmek zerurdyr. Meselem, okuwçylar üçburçlugyň burçlarynyň jeminiň häsiýetini ölçemeleriň kömegi bilen tapanlaryndan soňra, olara: “Üçburçlugyň burçlarynyň jemi 180^0-a deňdir” diýen tassyklamanyň diňe gipotezadygyny we onuň ýalňyş bolup biljekdigini, şonuň üçin ony subut etmegiň zerurdygyny düşündirmek gerekdir. 30 sany üçburçlugyň modelinde ölçenilip tapylan bu tassyklamany subut etmezden, ol ähli üçburçluklarda ýerine ýetýär diýip bolmajakdygyny okuwçylaryň dykgatyna ýetirmek zerurdyr.

Şeýle düşündirişler arkaly biz okuwçylaryň intuitiw netije çykarmanyň hakykata golaý tassyklamadygyny bilmeklerini gazanyp bileris.

Mugallym ol ýa-da beýleki tassyklamalaryň ýerine ýetýändigini doly däl induksiýa usuly esasynda görkezýän wagtynda bu tassysyklamanyň umumy ýagdaý üçin dogrudygyna göz ýetiren bolmalydyr. Çünki doly däl induksiýa usuly esasynda gelinýän umumy netijeleriň nädogry bolmagy mumkindir.

3. Matematikada induksiýanyň ýene-de bir görnüşi, ýagny **doly matematiki induksiýa** giňden ulanylýar. Bu usul adynda induksiýa sözi gelse-de, ol düzümi boýunça matematiki induksiýa aksiomasyna esaslanýan deduktiw pikir ýöretmedir. Matematiki induksiýa aksiomasy bolsa natural sanlar nazaryýetiniň aksiomalarynyň biridir. Bu aksiomany aşakdaky ýaly beýan edip bolar.

n natural san üçin niýetlenilen haýsydyr bir tassyklama n=1 üçin barlanylan bolsa we $n=k$ üçin onuň dogrudygy baradaky çaklamadan $n=k+1$ üçin dogrudygy gelip çykýan bolsa, onda ol tassyklama islendik *n* üçin dogrudyr.

Bu usulyň kömegi bilen

$$S_n=1^3+2^3+3^3+...+n^3$$

jemi tapalyň. Öňürti bir, iki, üç, dört we bäş goşulyjylaryň jemini tapalyň:

$$S_1 = 1^3 = 1^2 = \left(\frac{1\cdot(1+1)}{2}\right)^2;$$

$$S_2 = 1^3 + 2^3 = 3^2 = \left(\frac{2\cdot(2+1)}{2}\right)^2;$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2 = \left(\frac{3\cdot(3+1)}{2}\right)^2;$$

$$S_4 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2 = \left(\frac{4\cdot(4+1)}{2}\right)^2;$$

$$S_5 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 15^2 = \left(\frac{5\cdot(5+1)}{2}\right)^2.$$

Şu hallary derňemek islendik natural *n* bolanda

$$S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

bolýandygy baradaky gipotezany (çaklamany) öňe sürmäge mümkinçilik berýär.

Bu gipotezany barlamak üçin matematiki induksiýa usulyny ulanalyň.

1) n=1 bolanda, gipoteza dogrudyr, çünki

$$S_n = \left(\frac{1(1+1)}{2}\right)^2 = 1^2 = 1.$$

2) $n=k$ bolanda, ýagny

$$S_k = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$$

bolanda hem gipoteza dogrudyr diýip güman edeliň.

3) $n=k+1$ bolanda-da

$$S_k = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + k^3 + (k + 1)^3 = \left(\frac{(k + 1)(k + 2)}{2}\right)^2$$

deňligiň dogry boljakdygyny subut edeliň.

Dogrudan-da,

$$S_{k+1} = S_k + (k + 1)^3.$$

Emma güman edilişine görä,

$$S_k = \left(\frac{k(k + 1)}{2}\right)^2.$$

Şoňa görä

$$S_{k+1} = \left(\frac{k(k + 1)}{2}\right)^2 + (k + 1)^2 = (k + 1)^2\left(\frac{k^2}{4} + k + 1\right) =$$

$$= (k + 1)^2\left(\frac{k^2 + 4k + 4}{4}\right) = (k + 1)^2\left(\frac{k + 2}{2}\right)^2 = \left(\frac{(k + 1)(k + 2)}{2}\right)^2.$$

Diýmek, $n=k$ bolanda

$$S_n = \left(\frac{n(n + 1)}{2}\right)^2$$

gipoteza dogrudyr diýip edilen gümandan ugur alyp, biz onuň $n=k+1$ bolanda-da dogrudygyny subut etdik. Şoňa görä

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left(\frac{n(n + 1)}{2}\right)^2$$

formula islendik natural n bolanda dogrudyr.

Bu tassyklamanyň subudynyň 3-nji böleginiň okuwçylar üçin belli bir kynçylygy döretjekdigi düşnüklidir. Şonuň üçin okuwçylara $n=k$ -dan $n=k+1$-e geçmegiň aýratynlyklary barada düşünje bermek zerurdyr. Matematiki induksiýa usuly ulanylyp çözülýän ýene bir mysala seredeliň.

Eger $\alpha \in R$, $\alpha > -1$ we $n \in N$, $n > 1$ bolsa, onda

$$(1+\alpha)^n > 1+n\alpha$$

deňsizligi subut etmeli.

Subudy.

1) $n = 2$ bolanda

$$(1+\alpha)^2>1+2\alpha+\alpha^2>1+ 2\alpha$$

deňsizlik dogry (sebäbi $\alpha^2>0$).

2) $(1+\alpha)^k.1+k\alpha$ deňsizlik dogry diýip güman edeliň.

3) $(1+\alpha)^{k+1}>1+(k+1)\alpha$ deňsizligiň dogrudygyny subut edeliň.

$\alpha > -1$ bolany üçin $\alpha + 1 > 0$. Onda $(1 + \alpha)^k > 1+k\alpha$ deňsizligiň iki bölegini hem $\alpha + 1 > 0$ köpeldip, alarys: $(1+\alpha)^{k+1} > (1+k\alpha)(\alpha+1) = 1+ (k+1)\alpha+k\alpha^2$.

Deňsizligiň sag böleginden $k\alpha^2>0$ položitel goşulyjyny taşlap, biz deňsizligi diňe güýçlendirýäris. Şoňa görä-de

$$(1+\alpha)^{k+1}>1+(k+1)\alpha.$$

Tassyklama subut edildi.

Matematiki induksiýa usulynyň dürli görnüşli we dürli mazmunly tassyklamalary subut etmekde ulanylýandygy barada okuwçylara düşünje bermek zerurdyr.

Matematiki induksiýa usuly bilen tassyklama subut edilende diňe bir $n = 1$ üçin dogrudygy görkezilmän, eýsem käbir R sandan uly bolmadyk n-iň natural san bahalary üçin dogry bolýan tassyklamalary hem subut etmek bolýar.

Ilki bilen bu ýagdaý üçin $n = m + p$ üýtgeýän ululygy girizmeli we induksiýa usulynda m-e görä subut etmeli ýa-da aksiomanyň aşakdaky ýaly netjesine esaslanmak bolýar.

Eger tassyklama $A(n)$, $n = p$ üçin dogry bolsa we $n = k$, bu ýerde $k \geq p$ üçin ony dogry diýip güman etmegimizden, $A(n)$ tassyklamanyň $n = k+1$ üçin hem dogrulygy gelip çykýan bolsa, onda bu tassyklama n-iň islendik $n \geq p$ bütin san bahalary üçin dogrudyr (bu ýerde p, k bitin sanlardyr).

Meselem, aşakdaky tassyklamanyň subudyna seredeliň. n-iň 4-den uly bolan islendik bahasy üçin aşakdaky deňsizligiň dogrudygyny subut etmeli.

$$2^n > n^2.$$

Subudy: $n = 5$ üçin deňsizlik dogry, ýagny $32 > 25$. Goý,bu deňsizlik $k \geq 5$ üçin dogry diýip güman edeliň, şonuň üçin hem $2^k > k^2$ bolsa, onda $2^k+2^k > k^2+k^2$ ýa-da

$2^{k+1} > k^2+2k+1$ sebäbi $k>5$ bolsa $k^2 \geq 2k+1$. Diýmek, $2^{k+1} > (k+1)^2$.

Görnüşi ýaly, subut edilýän deňsizlik $n = 5$ üçin dogry we $n = k$ üçin dogry diýip güman etmekden $n = k + 1$ üçin dogrulygy gelip çykýar. Diýmek, bu deňsizlik $n \geq 5$ bolan islendik natural san üçin dogrudyr.

Käbir öň belli tassyklamalardan arassa logiki ýol bilen, ýagny logiki getirip çykarmanyň kesgitli düzgünleri boýunça täze tassyklamalara gelinýän pikirlenmäniň görnüşine **deduksiýa** diýilýär.

Ilkinji sapar deduksiýa nazaryýeti Aristotel tarapyndan işlenilip düzülipdir. Logika ylmynyň ösmegi bilen bu nazaryýet hem ösüpdir we kämilleşipdir. Matematikanyň zerurlyklarynyň esasynda deduksiýa usuly matematiki logikada subut etmegiň nazaryýeti hökmünde has-da uly ösüşe eýe bolupdyr.

Deduktiw pikir ýöretme alynýan netijeleriň ähtibarlydygy bilen doly däl induktiw pikir ýöretmeden ýa-da meňzetme esasynda geçirilýän pikir ýöretmeden tapawutlanýar. Deduktiw pikir ýöretmede eger şert dogry bolsa, onda alynýan netije-de dogry bolýar. Doly däl induksiýadan we meňzetmeden tapawutlylykda deduksiýada eger şert dogry bolsa, nädogry netijä gelip bolmaýar. Şoňa görä-de deduktiw pikir ýöretme matematiki tassyklamalary subut etmekde giňden ulanylýar.

5. Sargyt №190

Matematiki nazaryýetleriň aksiomatik esasda gurluşynda deduksiýa giňden peýdalanylýar. Aksiomatik usul matematiki nazaryýetleriň tassyklamalarynyň dogrulygyny ýüze çykarýan özboluşly usuldyr. Käbir matematiki nazaryýeti aksiomatik esasda gurmagyň gysgaça mazmunyna seredip geçeliň.

1. Esasy düşünjeler we esasy gatnaşyklar kesgitleme berilmezden kabul edilýär. Meselem, geometriýada "nokat", "göni çyzyk" we ş.m. düşünjeleri esasy düşünjeler hökmünde kesgitleme berilmezden kabul edilýär. Soňky girizilýän ähli düşünjeler esasy düşünjeleriň ýa-da öň kesgitlenilen düşünjeleriň kömegi bilen kesgitlenilýär.

2. Esasy düşünjeleriň we esasy gatnaşyklaryň häsiýetleri subut edilmeýän tassyklamalaryň kömegi bilen aňladylýar. Bu tassyklamalara aksiomalar diýilýär. Beýleki tassyklamalaryň ählisi aksiomalary ýa-da öň subut edilen tassyklamalary ulanyp, deduktiw usulyň kömegi bilen subut edilýär we olara teoremalar diýilýär. Täze teoremalaryň aksiomalardan ýa-da öň subut edilen teoremalardan getirilip çykarylýandygy üçin matematika deduktiw ylym ady berlendir.

Matematikany okatmagyň usuly hökmünde deduksiýa aşakdakylary göz öňünde tutýar:

1) deduktiw subut etmegi öwretmek;

2) täze tassyklamalary girizmek arkaly deduktiw sistemany giňeltmek.

Okatmagyň usuly hökmünde deduksiýanyň bu iki ugrunyň mazmunyna seredip geçeliň.

1) Deduktiw subut etmegi öwretmek diňe okuwçylaryň taýýar subutlary ýat tutmaklaryny we gaýtalap bilmeklerini göz önünde tutmaly däldir. Emma deduktiw subut etmek öwredilip başlanan mahalynda taýýar subudy gaýtalap bilmek endiklerini okuwçylara öwretmek hem okatmagyň esasy maksatlarynyň biri bolmalydyr. Okuwçylar deduktiw subut etmek tejribesine eýe bolup başlanlaryndan soňra mugallym öz öňünde olaryň taýýar subudy gaýtalap bilmeklerini däl-de, eýsem olara özbaşdak ol subudy tapmagy we ony geçirmegi öwretmegi maksat edip goýmalydyr. Subut etmegi öwretmek diýmek pikirlenmegi öwretmek diýmekligi aňladýar.

a) Teoremanyň subudyny gözlemegi öwretmek, esasan, aşakdaky soraglardan başlamalydyr. "Näme berlipdir?" "Nämäni subut etmeli?" "Teoremanyň beýan edilişi düşnüklimi?" Eger teorema "Eger..., onda..." baglanyşygy ulanylyp **implikasiýa** görnüşinde berlen bolsa, oňa okuwçylar ýeňillik bilen düşünýärler. Sebäbi teorema şeýle beýan edilende "Eger...," aralykda berlenler teoremanyň şertini, "onda..." aralykda berlenler bolsa teoremanyň netijesini, ýagny onuň subut etmeli bölegini aňladýar. Tejribäniň görkezişi ýaly, "Wertikal burçlar deňdir" diýen teoremanyň şertini we netijesini tapawutlandyrmak okuwçylarda uly kynçylyk döredýär. Eger bu teoremany implikasiýa görnüşinde, ýagny "Eger burçlar wertikal bolsalar, onda olar deňdir" diýip beýan etseň, ol okuwçylar üçin has düşnükli bolýar. Edil şuňa meňzeş "Rombuň diagonallary özara perpendikulýardyr" diýen teoremany "Eger parallelogram romb bolsa, onda onuň diagonallary özara perpendikulýardyr” diýip beýan etseň, ol okuwçylar üçin has düşnükli bolýar. Şeýle edilende teoremanyň şertini we netijesini ýeňillik bilen kesgitläp bolýar.

Teoremanyň şertine doly düşünilenden soňra onuň subudyna başlap bolýar. Meselem, özara deň bolmadyk iki položitel san diýen şerti göz öňünde tutmasak, onda iki sanyň orta arifmetiki bahasynyň olaryň orta geometrik bahasyndan uludygyny subut edip bilmeris. Bu tassyklamany implikasiýa görnüşinde “Eger $a>0$, $b>0$ we $a \neq b$ bolsa, onda $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ deňsizlik dogrudyr” diýip ýa-da “$a>0$, $b>0$, $a \neq b$ $\Rightarrow \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$” ýaly ýazyp bolar.

b) “Subut etmeli tassyklamamyz nireden gelip çykýar?” Bu tassyklamany bize belli aksiomalardan, kesgitlemelerden, öň subut edilen teoremalardan getirip çykaryp bolarmy? Bu soraglara jogap bermek üçin ähli ünsi teoremanyň şertine we netijesine jemlemeli bolýar. Teoremanyň şertini we netijesini nähilidir-bir hili baglanyşdyryp biljek öň belli bolan tassyklamalary gözlemeli bolýar. Bu öň belli bolan tassyklamalaryň toplumy subudy gözlemegiň esasyny düzýär. Bu tassyklamalaryň toplumy dürli bolup, olar subut edilmeli teoremanyň dürli subutlaryny berip bilerler.

ç) Nädip subut edilmeli sözlem öň belli bolan tassyklamalardan getirilip çykarylýar? Jemleýji bu soragyň jogaby gözlenilýän subudy berýär. Teoremanyň subudy bolsa tamamlanýar.

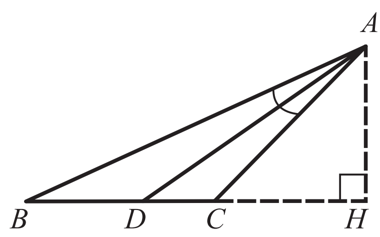
Mysal hökmünde 7-nji synpyň geometriýasyndan alnan bir teoremanyň dürli iki subudyna seredeliň.

Teorema. Üçburçlugyň bissektrisasy garşydaky tarapy gapdal taraplara proporsional bolan böleklere bölýär.

Subudy.

1. Ilki bilen teoremany implikasiýa görnüşinde 13-nji çyzga esaslanyp, okuwçylar üçin düşnükli görnüşde beýan edeliň: “Eger *AD* kesim *ABC* üçburçlugyň bissektrisasy bolsa, onda ol garşydaky *BC* tarapy gapdal taraplara proporsional bolan böleklere, ýagny $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$ deňlik ýerine ýeter ýaly gatnaşykda bölýär”.

Bu teoremanyň birinji subudynda aşakdaky öň subut edilen tassyklamalardan peýdalanýarys:



13-nji surat

1. Eger iki üçburçlugyň deň beýiklikleri bar bolsa, onda ol üçburçluklaryň meýdanlary edil şol beýiklikleriň geçirilen esaslary ýaly gatnaşýarlar.

2. Eger bir üçburçlugyň burçy beýleki bir üçburçlugyň burçuna deň bolsa, onda bu üçburçluklaryň meýdanlary şol deň burçlary emele getirýän taraplaryň köpeltmek hasyllary ýaly gatnaşýarlar.

Onda birinji tassyklama görä

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CAD}} = \frac{BD}{CD} \tag{1}$$

ikinji tassyklama görä

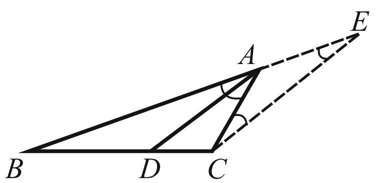
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CAD}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD} = \frac{AB}{AC} \tag{2}$$

(1) we (2) deňlikleriň sag böleklerini deňeşdirip, subut etmeli deňligimizi alarys:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}; \ \frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}.$$

Teorema subut edildi.

2. Üçburçugyň C depesinden AD bissektrisa parallel bolan göni çyzygy ol BA tarapyň dowamy bilen E nokatda kesişýänçä dowam etdirýäris (*14-nji surat*).



14-nji surat

Bu teoremanyň ikinji subudynda aşakdaky öň subut edilen tassyklamalardan peýdalanýarys:

1. Parallel iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende alynýan atanak ýatýan burçlar deňdirler.
2. Üçburçlugyň daşky burçy onuň bilen çatyk bolmadyk beýleki iki burçuň jemine deňdir.
3. Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, onda ol deňýanlydyr.
4. Parallel göni çyzyklar burçuň taraplaryndan proporsional kesimleri kesip alýarlar.

1) Onda birinji tassyklama görä $\angle DAC=\angle ACE$.

2) Ikinji tassyklama görä $\angle BAC=\angle BAD+\angle DAC=2\angle DAC=\angle ACE+\angle AEC$. Bu deňlikden $\angle ACE=\angle AEC$ gelip çykýar.

3) Üçünji tassyklama görä, ACE üçburçlugyň deňýanlydygy, ýagny $AC=AE$ gelip çykýar.

4) Dördünji tassyklama görä, $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AE}$. $AC=AE$ deňligi göz öňünde tutup,

subut etmeli deňligimizi alarys: $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$.

Bu teoremanyň subudyndan görnüşi ýaly, taýýar subudy ýatlamakdan, oňa düşünmekden we ony gaýtalamakdan tapawutlylykda teoremanyň subudyny gözlemek okuwçydan döredijilikli pikirlenmekligi talap edýär. Şeýlelikde, teoremanyň subudyny okuwçylar özbaşdak gözläp tapanlarynda, olaryň intellektual taýdan ösüşi amala aşyrylýar.

§ 6. Matematikany okatmakda dersara baglanyşyk we içki ders baglanyşygy

6.1. Matematikany okatmakda miraslylyk.
6.2. Dersara we dersiň içki baglanyşygy.
6.3. Matematikany okatmagyň terbiýe bermekdäki ähmiýeti.
6.4. Differensirlenen okuw.

6.1. Matematikany okatmakda miraslylyk diýlende, adatça, käbir baglanyşyga düşünilýär. Dürli dersleriň, meselem, fizika bilen matematikanyň, matematika bilen çyzuwyň we ş.m. arasyndaky baglanyşyga ýa-da dürli synplaryň matematika kurslarynyň, meselem, 3-nji synpyň matematikasy bilen 4-nji synpyň matematikasynyň arasyndaky baglanyşyga **matematikany okatmakdaky miraslylyk** hökmünde seredilýär. Alnan bilimleri geljekde şol dersi ýa-da ugurdaş dersleri öwrenmek üçin ulanmaklyga **okatmakda miraslylyk** diýilse has maksadalaýyk bolar.

Miraslylyk, esasan, gaýtalamak arkaly amala aşyrylýar. Matematikany öwrenmekde okuwçylaryň alan bilimleriniň we başarnyklarynyň berkligini gazanmak üçin gaýtalamagy dogry ýola goýmak zerur bolup durýar. Şunlukda gaýtalamak öň öwrenilenleri gös-göni gaýtalamakdan, öň çözülen mysal-meselelere meňzeş mysal-meseleleri çözmekden ybarat bolmaly däldir. Gaýtalamakda öň öwrenilenlere täzeçe seredilmelidir, olar bir ulgama salynmalydyr, öň öwrenilenler bilen täze özleşdirilenleriň arasyndaky baglanyşyk açylyp görkezilmelidir.

Matemarika sapaklarynda öwrenilýän her bir sorag öň geçilen maglumatlara esaslanýar. Şonuň üçin gaýtalamagyň esasy maksady täze geçiljek maglumaty düşündirmekde zerur boljak öň öwrenilen düşünjeleriň üstünde durup geçmek bolmalydyr. Meselem, 6-njy synpda üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teoremany geçmäge başlamazdan öň iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende alynýan burçlary, iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny okuwçylara gaýtalatmak gerekdir. Täze temanyň öň ýanynda öwrenilýändigi üçin okuwçylar, köplenç, bu düşünjeleri uly bir kynçylyksyz gaýtalap bilýärler. Emma temany düşündirmekde ulanyljak maglumatlar has öň öwrenilen bolsa, olary has dykgatly gaýtalamak zerur bolup durýar. Meselem, 8-nji synpda içinden we daşyndan çyzylan dogry köpburçluklaryň häsiýetleri öwrenilende, 6-njy synpda öwrenilen tôwerek, onuň radiusy, hordasy we diametri, 7-nji synpda öwrenilen köpburçluk, merkezi we içinden çyzylan burçlar hem-de olaryň öz daýanýan dugasynyň gradus ululygy bilen ölçenilişi ýaly soraglary gaýtalamaly bolýar. Şeýle bolanda (ýagny has öň öwrenilen düşünjeleri gaýtalamakda) bu maglumatlary gowy bilýän okuwçylar bilen bir hatarda olary ýatdan çykaran ýa-da ýüzleý özleşdiren okuwçylaryň gabat gelýändigini tejribe görkezýär. Şeýle bolanda temany düşündirmekde zerur boljak maglumatlary çalt gaýtalamak gowy netije bermeýär. Bu ýagdaýda zerur maglumatlary ýatdan çykaran okuwçylara öýde ýerine ýetirmek üçin ýumuş tabşyrmak peýdaly bolýar. Ýöne mugallym gowşak okuwçylaryň şu ýumuşlary ýerine ýetirişlerine berk gözegçilik etmelidir.

Umuman, miraslylyk matematikada, aýratyn hem matematikany okatmakda iň ýiti problemalaryň biri bolup durýar. Sebäbi öňki geçilen maglumatlary özleşdirmezden täze düşünjeleri öwretmek örän kyn bolup, käbir halatlarda bolsa asla mümkin hem däldir. Şu aýdylanlar ugurdaş derslere, hususan-da fizika degişlidir. Matematikadan ýeterlik taýýarlygy bolmadyk okuwça fizikanyň maglumatlaryny talabalaýyk öwredip bolmaýar.

6.2. Mekdep matematikasy tebigy-matematiki ugruň dersleriniň ählisi üçin daýanç dersi bolup durýar. Dersara baglanyşyk iki ugur boýunça amala aşyrylýar: 1) matematika dersi öwrenilende alnan bilimler we başarnyklar ugurdaş dersleri öwretmekde ulanylýar; 2) ugurdaş derslerde öwrenilen maglumatlar matematiki düşünjeleri özleşdirmekde ulanylýar. Okuwçylarda matematikanyň hakyky dünýäniň hadysalarynyň we obýektleriniň abstrakt şöhlelenmesine daýanýanlygy barada dogry düşünjeleriň döremegi üçin matematika öwrenilende beýleki derslerden maglumatlary getirmek maksadalaýykdyr.

Iň ýakyn baglanyşyk matematika we fizika dersleriniň arasynda bardyr. Matematika kursy fizikany talabalaýyk öwrenmegiň esasy bolup durýar. Okuwçylaryň algebra sapaklarynda ele alan aňlatmalary toždestwolaýyn özgertmek, deňlemeleri we olaryň sistemalaryny çözmek ýaly endikleri we başarnyklary fizikanyň formulalarynyň üstünde işlemekde we käbir fiziki meseleleri çözmekde örän zerur bolup durýar. Fizika sapaklarynda, köplenç, formuladaky bir üýtgeýän ululygy beýleki üýtgeýän ululyklaryň kömegi bilen aňlatmak gerek bolýar. Okuwçylara teswirli meseleler çözdürilende olarda kemala getirilýän käbir ýagdaýyň matematiki modelini gurmak we ony interpretirlemek başarnygy fiziki hadysalary öwrenmekde giňden peýdalanylýar. Önüm, integral we wektor düşünjeleri hem köp fiziki hadysalary öwrenmegiň esasy bolup durýar.

Matematiki apparatyň fiziki meseleleri çözmekdäki ähmiýetini görkezmek üçin aşakdaky usuly shemadan peýdalanmak maksadalaýykdyr: 1) fiziki meseläni matematiki dile geçirmek; 2) alnan matematiki meseläni matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözmek; 3) matematiki meseläniň jogabyny fizikanyň diline geçirmek; 4) meseläniň jogabynyň fiziki manysyny takyklaşdyrmak.

Iki sany mysala seredeliň.

1. Beýikligi 20 *m* bolan jaýyň üçeginden dik ýokarlygyna daş zyňylypdyr. Eger zyňylandan 1 sekuntdan soň daş bölegi ýerden 30 *m* ýokarda bolan bolsa, onda onuň başlangyç tizligi näçä deň?

Çözülişi. Wertikal ýokarlygyna zyňylan jisimiň tizligi $\vartheta(t)=\vartheta_0 - gt$ formula boýunça kesgitlenilýär. Eger $g\approx10$ diýip alsak, onda bu formula $\vartheta(t)\approx\vartheta_0-10t$ görnüşi alar. $H'(t)=\vartheta(t)$ bolýanlygyna görä asyl funksiýany tapyp, $H(t)=\vartheta_0 t-5t^2+C$ alarys. $H(0)=20$ şertden C-ni tapýarys: $20=C$. Diýmek, $H(t)=\vartheta_0 t-5t^2+20$. $H(1)=30$. deňlikden $30=\vartheta_0 \cdot1-5\cdot1^2+20$; $\vartheta_0=15(m/s)$, ýagny başlangyç tizligiň takmynan $15(m/s)$ bolýandygyny tapýarys.

2. Jaýyň üçeginden $\vartheta_0=15$ *m/s* başlangyç tizlik bilen dik ýokarlygyna daş zyňylypdyr. Eger zyňylandan 2 sekuntdan soň daş bölegi ýerden 30 *m* ýokarda bolan bolsa, onda jaýyň beýikligi näçe?

Çözülişi. Bu meselede wertikal ýokarlygyna zyňylan jisimiň tizligi $\vartheta(t)\approx15-10t$ bolar. $H'(t)=\vartheta(t)$ bolýanlygyna görä

$H(t)=15t-5t^2+C$ bolar. $H(2)=30$ şertden C-ni tapýarys.

$30=15\cdot2-5\cdot2^2+C$; $C=20$. $H(t)=15t-5t^2+20$. Bu formulada $t = 0$ ornuna goýup, jaýyň beýikligini tapýarys. $H = 15\cdot0-5\cdot0^2+20$; $H = 20$. Diýmek, jaýyň beýikligi takmynan 20 *m* deň eken.

Şeýle meseleleri matematika sapagynda çözdürmek, birinjiden, okuwçylaryň matematikanyň düşünjelerini çuňňur ele almaklaryna ýardam edýär; ikinjiden bolsa olaryň fizikany höwes bilen öwrenmeklerine şert döredýär.

Umuman, dersara baglanyşyk okuwçylarda matematikanyň adamlaryň jemgyýetçilik we önümçilik tejribesindäki (praktikasyndaky) ähmiýeti baradaky dünýägaraýşy kemala getirmekdäki ýene bir ugurdyr.

6.3. Matematikany okatmagyň terbiýe bermekdäki ähmiýeti.

Ösüp gelýän ýaş nesli Garaşsyz, baky Bitarap döwletimize, Hormatly Prezidentimize wepaly ruhda terbiýelemek her bir mugallymyň, şol sanda matematika mugallymlarynyň hem mukaddes borjudyr.

Tejribäniň görkezişi ýaly, matematika sapaklarynda okuwçylara terbiýe bermegiň aşakdaky ýaly ýollary giňişleýin ornaşandyr:

1) dersiň mazmuny boýunça terbiýelemek;

2) sapakda ulanylýan okatmak usullary boýunça terbiýelemek;

3) dersi okatmagyň serişdeleri boýunça terbiýelemek;

4) mugallymyň şahsy göreldesine görä terbiyelemek.

Bu ýollaryň ählisi mugallymlaryň iş tejribesinde deň derejede bolmalydyr.

Matematika sapaklarynda ýerine ýetirilýän terbiyeçilik işleri mazmun taýdan şu görnüslere bölmek bolar:

1) okuwçylaryň ylmy dünýägaraýşyny kemala getirmek;

2) zähmet terbiýesini bermek;
3) ekologiki terbiýe bermek;
4) harby-watançylyk terbiýesini bermek;
5) estetiki terbiýe bermek;
6) matematika dersine bolan höwesi terbiýelemek;
7) ykdysady terbiýe bermek.

Matematika sapaklarynda watançylyk terbiýesini bermek esasy wezipeleriň biri bolup durýar. Okuwçylaryň Garaşsyz, baky Bitarap Watanmyza, Hormatly Prezidentimize söýgini döretmekde we ösdürmekde matematika dersine hem aýratyn orun degişlidir. Matematika sapaklarynda okuwçylara watançylyk terbiýesini bermek maksatnama boýunça öwrenilmeli maglumatlaryň, gönükmeleriň, meseleleriň esasynda alnyp barylýar.

Täze Galkynyş we beýik özgertmeler zamanasynyň syýasatyna laýyklykda ýazylan matematikadan synag okuw kitaplarynda okuwçylara watançylyk terbiýesini bermek meselesine üns güýçlendirilýär.

Matematika sapaklarynda etrabyň, welaýatyň, döwletimiziň durmuşyna degişli maglumatlaryň peýdalanylmagy okuwçylarda öz ýaşaýan ýerine, Garaşsyz Watanymyza, türkmen halkynyň gazanýan üstünliklerine guwanç, söýgi duýgusyny döretmäge ýardam eder. Umuman, Watanymyzda gazyň, nebitiň çykarylyşyny, pagtanyň öndürilişini ýokarlandyrmakda Hormatly Prezidentimiziň alyp barýan syýasaty matematika sapaklarynda hem açylyp görkezilmelidir. Türkmenistanyň Garaşsyzlygy, baky Bitaraplygy almagynyň halkymyza näme berendigi okuwçylara mysallardyr meseleler arkaly düşündirilmelidir. Şeýle etmek bilen okuwçylaryň täze Galkynyş we beýik özgertmeler zamanynda Garaşsyz, baky Bitarap Türkmenistana guwanmak, onuň gözelligini goramak, baýlygyny artdyrmak baradaky watançylyk duýgularyny ösdürip bolar.

6.4. Her bir taryhy döwürde jemgyýetiň ösüş derejesine, onuň öňünde goýulýan ýakyndaky we geljekdäki maksatlaryna laýyklykda bilim, sowat bermegiň mazmunyna, guramaçylyk görnüşlerine, usullaryna we beýleki düzüm böleklerine täzeçe seredilýär, kämilleşdirilýär.

Differensirlenen ýol bilen okatmak diýlende, haýsy-da bolsa belli bir ölçeglere görä (okuwyň mazmuny, okuw talaplarynyň derejesi, gyzyklanmalar, islegler, okatmagyň görnüşi we beýlekiler) okuwçylaryň durnukly ýa-da wagtlaýyn toparlara bölünmegine düşünilýär. Okuwçylar toparlara bölünende belli bir esaslar boýunça olaryň isleglerinden, gyzyklanmalaryndan ugur alynmalydyr. Başgaça aýdylanda, differensirlenen ýol bilen okatmak her bir okuwçynyň mümkinçiligini, zehinini ösdürmäge oňaýly şertler döretmelidir. Şu nukdaýnazardan ýurdumyzda mekdepleriň 6-njy synpyndan başlap, ýöriteleşdirilen okuwa geçmek hakynda alnyp barylýan işler oňat başlangyçdyr.

Ilkinji nobatda, ugurlar boýunça synplara okuwçylary kesgitlemegiň düzgünlerini aýdyň kesgitlemek zerurlygy ýüze çykýar. Biziň pikirimizçe, şu meselede okuwçylaryň öz hakyky isleglerinden we ýetişiginden, ata-enäniň pikirinden hem-de psiholog-hünärmeniň maslahatyndan ugur alynsa oňat bolar. Hünärmen okuwçyny saýlap alýança onuň hakyky mümkinçiliklerini öwrenip, degişli maslahatlary taýýarlaýar. Onuň okuwçylary toparlara kesgitlemek baradaky pikiri maglumat beriji häsiýetde bolmalydyr. Ýetginjeklik döwürde gyzyklanmalaryň, islegleriň durnuksyzlygyny nazara almak bilen okuwçylary bir topardan başga bir topara (zerurlyk ýüze çykan halatynda) geçirmegiň düzgünleri işlenilip taýýarlanylsa ýerine düşer. Häzirki psihologiýa, pedagogika, matematikany okatmagyň usulyýeti ýaly ylymlarda toplanan tejribe okuwçylary toparlara bölmek işini ylmy nukdaýnazardan maksadalaýyk guramaga mümkinçilik berýär. Beýleki derslerde bolşy ýaly, matematikany okatmakda hem differensirlenen ýoluň esasy şertleriniň biri okuwyň mazmunynyň dürli wariantly we dürli görnüşli bolmagydyr. Mekdepleriň ýöriteleşdirilen okuwa geçmekligi bilen bu mesele has uly ähmiýete eýe bolýar. Okuwçylar öz islegleri we beýleki görkezijileri boýunça toparlara kesgitlenen ýagdaýda hem yza galýan okuwçylaryň boljakdygy düşnüklidir. Şonuň üçinem differensirlenen ýol bilen okatmak synpyň çäginde okuwçylaryň akyl ýetiriş mümkinçiliklerini hasaba alýan görnüşde amala aşyrylsa maksadalaýyk bolardy. Öňe saýlananlaryň özbaşdak döredijilikli işleri gowşak okuwçylara işjeň kömek bermek çäreleri bilen utgaşykly alnyp barylmalydyr.

Synpyň çäginde okuwçylary bilimleri özleşdiriş çaltlygy boýunça toparlara bölmek we olaryň her haýsy üçin degişli ýumuşlary taýýarlamak hem differensirlenen ýol bilen okatmagyň bir görnüşidir. Eger okuwçy “pes” toparda üstünlik gazanyp, bildirilýän talaplary ödeýän bolsa, onda ol “orta” topara geçirilýär. Şeýle ýol bilen okuwçy özüniň bilimi, başarnygy boýunça bir topardan beýleki topara öňe ýa-da yza süýşürilip bilner. “Iň pes” topardaky okuwçylardan iň zerur bolan matematiki bilimleriň minimumyny özleşdirmegi talap etmegiň maksadalaýykdygyny tejribe görkezýär. Bu matematiki bilimleriň minimumy okuwça täze öwreniljek matematiki maglumatlara düşünmek we ugurdaş dersleri özleşdirmek üçin ýeterlik bolmalydyr.

Häzirki wagtda onýyllyk mekdeplerde matematikany okatmagyň okuw meýilnamalary we iş maksatnamalary täzeden işlenilip, olar boýunça täze okuw kitaplary we gollanmalary çap edilip başlanyldy. Bular bazis okuw maksatnamalary hökmünde kabul edilýär. Ugurlar boýunça ýöriteleşdirilen okuwa geçmek bilen bazis iş maksatnamalarynyň üsti ugurlaryň häsiýetlerine baglylykda matematikanyň dürli bölümleri boýunça goşmaça iş maksatnamalary bilen doldurylsa (her ugur boýunça okuw meýilnamasynda kesgitlenen wagtyň çäginde), ýerine düşerdi. Şeýle edilende her toparyň öňünde goýulýan hökmany talaplara görä, ol ýa-da beýleki temany giňişleýin ýa-da ýuzleý özleşdirmegiň mümkinçilikleri hem aýdyňlaşardy.

§ 7. Matematiki düşünjeler, aksiomalar we teoremalar

7.1. Matematiki düşünje, onuň mazmuny we göwrümi.
7.2. Düşünjäniň kesgitlenilişi. Düşünjeleriň kesgitleniş usullary.
7.3. Düşünjäni kemala getirmek.
7.4. Düşünjäni toparlara bölmek.
7.5. Aksiomalar. Teoremalar we olaryň görnüşleri. Zerur we ýeterlik şertler.
7.6. Teoremalary subut etmegiň usullary.
7.7. Kesgitlemelerde, teoremalarda we olary ulanmakda ýygy-ýygydan duş gelýän ýalňyşlyklar we olary düzetmegiň ýollary.

7.1. Ylmyň dürli ugurlarynda, orta mekdebiň esasy okuw dersleriniň biri bolan matematikada hem dürli obýektlere, maglumatlara seredilýär. Olara sanlar, figuralar, formulalar, deňlemeler we ş.m. degişlidir.

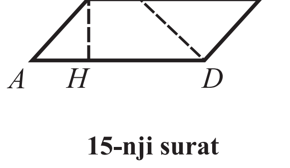
Bularyň ählisine biragyzdan matematiki düşünjeler diýilýär.

Her bir ylym öz düşünjeleriniň toplumyna esaslanýandyr.

Matematiki düşünjelerde, esasan, hakyky dünýäniň obýektleriniň giňişlik görnüşleri we olaryň arasyndaky mukdar gatnaşyklary şöhlelendirilýär. Ýöne welin, bu düşünjeler bizi gurşap alan hakyky dünýäniň obýektlerinden gönüden-göni alynman, eýsem olary ideallaşdyrmak arkaly alynýar. Tebigatda, matematikada seredilýän göni çyzyga, töwerege ýa-da piramida duş gelip bolmaz. Şeýle-de tebigatda ölçegsiz ululyk, insiz gönüçyzyk, ideal tekizlik ýokdur. Matematiki düşünjeler hakyky dünýäniň obýektleriniň abstrakt şöhlelendirilmesidir.

Dogry pikir ýöretmegiň bir görnüşi hökmünde "düşünje" logikada düýpli öwrenilýär. Biz düşünje baradaky wajyp soraglaryň üstünde durup geçeris.

Düşünje obýektiň umumy we wajyp häsiýetlerini şöhlelendirýär. Eger obýektiň häsiýetleri takyk şöhlelendirilýän bolsa, onda ol dogry düşünjedir. Her bir düşünjäniň mazmunyny we göwrümini tapawutlandyrýarlar. Düşünjäniň **mazmuny** diýip, käbir obýektleriň toplumyna mahsus bolan häsiýetleriň sanawyna aýdylýar. Düşünjäniň **göwrümi** diýip, bu obýektleriň toplumyna aýdylýar. Meselem, "parallelogram" düşünjesiniň mazmunyny aşakdaky häsiýetler düzýär: güberçek dörtburçluk; garşylykly taraplary jübüt-jübütden parallel; garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň; diagonallary kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýärler we ş.m. Aýratyn alnan parallelogramyň başga-da häsiýetleri bolup biler. Meselem, 15-nji suratda berlen parallelogramyň burçlary 30º, 150º, 30º, 150º, taraplary 4 *sm*, 6 *sm*, 4 *sm*, 6 *sm*, beýiklikleriniň biri 3 *sm*, beýlekisi 2 *sm* deň.



15-nji surat

Emma “parallelogram” düşünjesi girizilende aýratyn alnan parallelogramyň bu häsiýetleri wajyp däl häsiýetler hökmünde göz öňünde tutulmaýar.

“Parallelogram” düşünjesiniň göwrümine ýokardaky häsiýetlere eýe bolan ähli köpburçluklar, ýagny parallelogramlar, gönüburçluklar, romblar we kwadratlar degişlidirler.

Düşünjäniň mazmuny onuň göwrümini we tersine, düşünjäniň göwrümi onuň mazmunyny berk kesgitleýär. Eger düşünjäniň mazmunyny üýtgetsek, onda onuň göwrümi hem üýtgär. Tersine, eger düşünjäniň göwrümini üýtgetsek, onda onuň mazmuny hem üýtgär. Düşünjäniň mazmuny bilen onuň göwrüminiň arasynda ters baglylyk bardyr. Eger “parallelogram” düşünjesiniň mazmunyna “onuň bir burçy 90°-a deň” diýen häsiýeti goşup, ony ulaltsak, onda onuň göwrümi kiçelip, diňe gönüburçluk we kwadrat galar (göni burçy bolmadyk parallelogramlar we romblar bu täze düşünjäniň göwrümine degişli bolmaz).

Eger “romb” düşünjesinden “çatyk taraplary deň” diýen häsiýeti aýyrsak, onda täze düşünjäniň göwrümi ulalyp, oňa “romb” we “kwadrat” bilen bir hatarda “parallelogram” hem degişli bolar.

Umumylaşdyrma prosesinde düşünjäniň göwrümi ulalýar, mazmuny bolsa kiçelýär. Tersine, takyklaşdyrma (ýöriteleşdirme) prosesinde bolsa düşünjäniň mazmuny ulalyp, göwrümi bolsa kiçelýär. Düşünjäniň mazmuny bilen göwrüminiň arasyndaky bu baglylygyň eger bir düşünjäniň mazmuny beýleki düşünjäniň mazmunynyň içinde saklanýan bolsa ýerine ýetýändigini belläp geçmek gerek.

Düşünjäni kemala getirmekde onuň söz bilen aýdylýan adalgasynyň we matematiki belgilemeler arkaly aňladylyşynyň ähmiýeti uludyr. Sözler düşünjäni açyp görkezýän esasy serişdedir. Ylmyň we tehnikanyň haýsydyr bir ugruna degişli haýsydyr bir düşünjäni berk aňladýan söze ylmy adalga diýilýär. Meselem, “romb” sözi matematiki adalgadyr. Şunlukda adalganyň ýa-da matematiki belgilemäniň berlen düşünjäni bir manyly aňlatmagy zerurdyr. Şeýle bolanda ol düşünjäni öwretmek amatly bolýar. Eger adalga dürli düşünjeleri aňlatsa, ony öwretmekde kynçylyklar ýüze çykýar. Mysal hökmünde matematikada kän ulanylýan “kök” adalgasyna seredeliň. Bu adalga dürli manyda düşünip bolýar. Meselem, deňlemäniň köki, sandan kwadrat kök almak, agajyň köki we ş.m.

Şol bir düşünjäni bir manyda aňladýan dürli adalgalar hem bar. Meselem, “kwadrat” diýen adalgany “dogry dörtburçluk”, “çatyk taraplary deň gönüburçluk”, “gönüburçly romb” adalgalary bilen çalşyp bolýar. Şeýle bolanda bu adalgalar položitel ähmiýete eýe bolýar. Bu adalgalar düşünjäni takyk açyp görkezmäge ýardam edýär.

7.2. Matematikada, hususan-da geometriýada kesgitleme beýleki ylymlarda bolşy ýaly, täze düşünjäni eýýäm belli bolan beýleki düşünjelere salgylandyryp, onuň manysyny açyp görkezýär. Mysal hökmünde kwadratyň aşakdaky kesgitlemesine garap geçeliň: “Bir burçy göni bolan romba kwadrat diýilýär”. Kwadrat düşünjesi has giň düşünjä, ýagny romba syrykdyrylandyr, özünem kwadratlary ähli romblardan tapawutlandyrýan “bir burçy göni” diýen nyşan görkezilendir. Düşünjäniň kesgitlenilişi, ýagny onuň mazmunyny açyp görkezmek onuň häsiýetlerini beýan etmekden ybarat bolýar. Düşünjäniň zerur we ýeterlik häsiýetlerini getirmek arkaly **düşünjäniň kesgitlemesi** berilýär. Kesgitlemede getirilýän her bir häsiýet zerur, olaryň ählisi bilelikde bolsa, düşünjäni kesgitlemek üçin ýeterlik bolmalydyr. Kesgitlemede düşünjäniň esasy mazmuny açylyp görkezilmelidir. Kesgitlemede ýetmeýän ýa-da artykmaç häsiýet bolmaly däldir. Mysal hökmünde parallelogramyň dogry kesgitlemesini getireliň: “Garşylykly taraplary jübüt-jübütden parallel bolan dörtburçluga parallelogram diýilýär”. Düşünjäniň zerur bolan häsiýetleriniň ählisi getirilmeýän kesgitlemä mysal getireliň: “Ähli burçlary göni bolan parallelograma kwadrat diýilýär” (Bu kesgitlemedäki kwadraty kesgitlemek üçin getirilýän häsiýetler ýeterlik däl).

Düşünjäniň artykmaç häsiýetlerini hem kesgitlemede getirmek bolmaýar. Şeýle kesgitlemä mysal getireliň: “Garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň we diagonallary kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýän dörtburçluga parallelogram diýilýär”. Bu kesgitlemede getirilýän iki häsiýetiň diňe biri parallelogram düşünjesini kesgitlemek üçin ýeterlik. Şoňa görä-de olaryň ikisini kesgitlemede getirmek artykmaç bolýar.

Düşünjäniň kesgitlemedäki häsiýetleri ýeterlik bolmasa ýa-da olar artykmaç bolsa, kesgitleme nädogry hasap edilýär.

Hiç bir kesgitlemäniň subut edilmeýändigine okuwçylaryň düşünmekleri zerurdyr.

Käbir ilkibaşdaky düşünjeler (olara esasy düşünjeler hem diýilýär) kesgitlemesiz kabul edilýär. Meselem, nokat, göni çyzyk we tekizlik düşünjeleri kesgitleme berilmezden kabul edilýär. Olaryň mazmunlary aksiomalarda açylyp görkezilýär.

Kwadrat gönüburçlugyň aýratyn bir görnüşidir. Gönüburçluk düşünjesi kwadrat düşünjesine seredeniňde, umumy düşünje bolup çykyş edýär. Tersine, kwadrat bolsa, gönüburçlugyň aýratyn bir görnüşi bolup durýar. Kwadratdan başlap, her bir düşünjäni oňa iň golaý umumy düşünje bilen çalyşmak arkaly biz iň soňunda kesgitlenilmeýän düşünjelere baryp ýeteris: kwadrat gönüburçlugyň aýratyn bir görnüşi; gönüburçluk parallelogramyň aýratyn bir görnüşi; parallelogram dörtburçlugyň aýratyn bir görnüşi; dörtburçluk köpburçlugyň aýratyn bir görnüşi; köpburçluk kesimlerden düzülen geometrik figura; kesim göni çyzygyň iki nokat bilen çäklenen böleginden durýan geometrik figura. Görnüşi ýaly, bu ädimleriň yzygiderligi tükeniklidir. Bu prosesi dowam edip, biz kesgitlenmeýän, ýagny “nokat” we “göni çyzyk” ýaly esasy düşünjelere geldik.

Umuman, okuwçylara geometriýa dersi okadylýan döwründe, hususan-da 8-nji synpyň soňunda “Planimetriýany aksiomatik esasda gurmak barada düşünje” atly temada geometriýanyň logiki gurluşy barada düşünje berilýär. Geometriýanyň logiki gurluşy aşakdaky shema boýunça amala aşyrylýar:

1. Esasy düşünjeler kabul edilip, olara kesgitleme berilmeýär.

2. Esasy düşünjeleriň häsiýetlerini we olaryň arasyndaky gatnaşyklary aňladýan aksiomalar beýan edilýär. Aksiomalar subut edilmeýär.

3. Esasy düşünjeleriň we öň kesgitlenilen düşünjeleriň kömegi bilen beýleki geometrik düşünjeleriň kesgitlemeleri beýan edilýär.

4. Kesgitlemeleriň, aksiomalaryň we öň subut edilen teoremalaryň kömegi bilen täze girizilýän teoremalar subut edilýär.

Okatmak döwründe kesgitleme berilmeýän şeýle düşünjeler tapawutlandyrylmalydyr we olaryň esasy düşünjeler hökmünde alynmagy esaslandyrylmalydyr.

Düşünjeler dürli usullar bilen kesgitlenilip bilner.

1. Düşünje özüne iň golaý bolan umumy düşünjäniň kömegi bilen kesgitlenilip bilner. Meselem, kwadrat düşünjesine iň golaý umumy düşünje rombdur. Diýmek, kwadraty rombuň kömegi bilen kesgitläp bolar: “Bir burçy göni bolan romba kwadrat diýilýär”. Kwadrata iň golaý ýene-de bir umumy düşünje gönüburçlukdyr. Kwadrata güburçlugyň kömegi bilen hem kesgitleme berip bolýar: ”Çatyk taraplary deň bolan gönüburçluga kwadrat diýilýär”.

2. Düşünje özüniň gelip çykyşyny görkezýän häsiýet bilen hem kesgitlenilip bilner. Töweregiň kesgitlemesi muňa mysal bolup biler: “Tekizligiň berlen nokadyndan berlen uzaklykda ýerleşen nokatlarynyň emele getiren figurasyna töwerek diýilýär”.

3. Düşünjeler induktiw usul bilen kesgitlenilip bilner. Meselem, $b_n = b_{n-1} q$ rekkurent deňlik geometrik progressiýany kesgitleýär.

4. Düşünjeler abstraksiýanyň kömegi bilen girizilip bilner. Meselem, zatlary sanamak üçin ulanylýan sanlara natural sanlar diýilýär.

7.3. Düşünjäni kemala kemala getirmek akyl ýetirmegiň ýönekeý görnüşi bolan duýgynyň emele gelmegi bilen başlanýan çylşyrymly prosesdir. Düşünjäniň kemala gelmegi, köplenç, aşakdaky ýaly yzygiderlikde amala aşýar:

syn etme → kabul etme → göz önüne getirme → düşünje

Adatça, bu prosesi iki basgançaga, ýagny syn etmeden, kabul etmeden we göz öňüne getirmeden durýan duýgy basgançagyna we umumylaşdyrma hem-de abstraktlaşdyrma arkaly göz öňüne getirmeden düşünjä geçýän logiki basgançaga bölýärler. Düşünjäniň kemala geliş prosesiniň duýgy basgançagynyň syn etmeden başlanýanlygy üçin şu etapda görkezip öwretmegi giňden ulanmak zerur bolup durýar. Eger okuwça kubuň modeli ýa-da kub görnüşli zatlar görkezilmese, onda kub barada düşünje döremez.

Eger okatmak öwrenilýän düşünjäniň esasy häsiýetlerini umumylaşdyrmaga we abstraktlaşdyrmaga gönükdirilen bolsa, onda ol düşünjäni okuwçylaryň özleşdirmeklerinde gowy netije gazanyp bolar. Köpdürli we köp sapar gaýtalamak arkaly täze düşünje okuwçynyň aňynda kemala gelýär. Bu prosesde görkezme esbaplaryň, ýagny görkezip okatmagyň ähmiýeti örän uludyr. Meselem, üçburçlugyň dürli görnüşlerini synlamak we olary deňeşdirmek arkaly okuwçylaryň aňynda ýitiburçly, gönüburçly, kütek burçly ýa-da dürlitaraply, deňýanly, deňtaraply üçburçluklar barada düşünje kemala gelýär.

Tejribäniň görkezişi ýaly, dogry göz öňüne getirýändigine garamazdan, okuwçy, köplenç, düşünjä dogry kesgitleme berip bilmeýär. Meselem, okuwçynyň göni burç barada düşünjesi bar, ol ony beýleki burçlardan tapawutlandyrýar, daş-töwerekden göni burçuň modellerini görkezip bilýar. Ýöne ol göni burça kesgitleme berip bilmeýär.

Okuwçylar, köplenç, öwrenilýän kesgitlemäni ýat tutýarlar, emma jogap berenlerinde ýa zerur häsiýeti taşlaýarlar ýa-da artykmaç häsiýeti goşýarlar. Mysallara seredeliň.

1. Okuwçy: ”Üçburçlugyň tarapyny deň ýarpa bölýän göni çyzyga mediana diýilýär” diýip, jogap berýär. Emma üçburçlugyň medianasyny geçirtseň, ol ony dogry çyzýar.

2. Okuwçy: ”Ähli burçlary deň we ähli taraplary deň bolan üçburçluga deňtaraply üçburçluk diýilýär” diýip, kesgitleme berýär. Bu häsiýetleriň ikisiniň hem deňtaraply üçburçluga degişli bolany üçin okuwçy öz beren kesgitlemesiniň dogrudygyna şübhelenmeýär. Emma deňtaraply üçburçuga kesgitleme bermek üçin bu häsiýetleriň diňe biri ýeterlikdir.

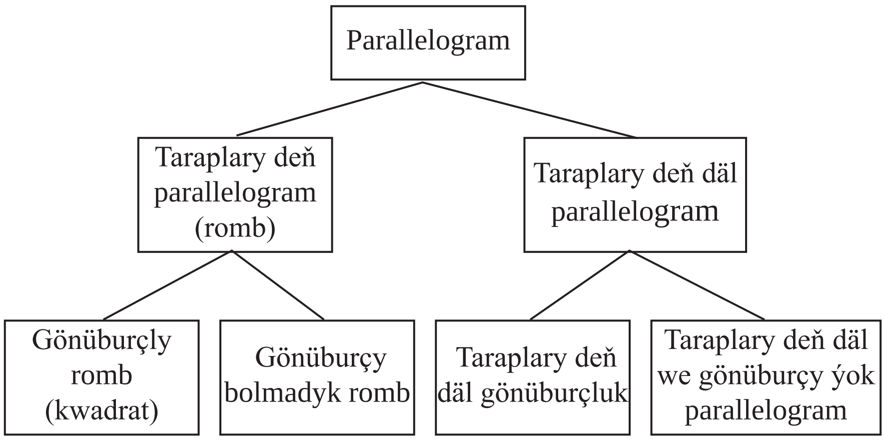
Eger kesgitlemede biri-birine bagly häsiýetler getirilýän bolsa, ol kesgitleme logiki taýdan kämil däl hasaplanylýar. Mysal getireliň. “Garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň we parallel bolan dörtburçluga parallelogram diýilýär”. Bu kesgitlemede diňe garşylykly taraplaryň jübüt-jübütden parallel bolmaklary hem ýeterlikdir. Onuň garşylykly taraplarynyň jübüt-jübütden deň bolmaklary hökman däldir.

Kesgitlemäniň mazmunyna gowy düşünmeklerini gazanmak üçin mugallym taýýar tassyklamany bermek bilen çäklenmän, eýsem okuwçylaryň özlerini kesgitlemäni beýan etmeklige (formulirlemäge) taýýarlamaly. Mysala seredeliň. Mediana kesgitleme bermezden öň aşakdaky gurluşlary ýerine ýetirmek peýdaly bolar: a) üçburçlugyň islendik bir tarapyny deň ýarpa bölýäris; b) üçburçlugyň garşylykly depesini bu nokat, ýagny tarapyň ortasy bilen birikdirýän kesimi geçirýäris. Alnan kesime mediana diýilýär. Şu işler geçirilenden soň okuwçylaryň öňünde aşakdaky soragy goýmak bolar: “Üçburçlugyň medianasy diýlip nämä aýdylýar?”

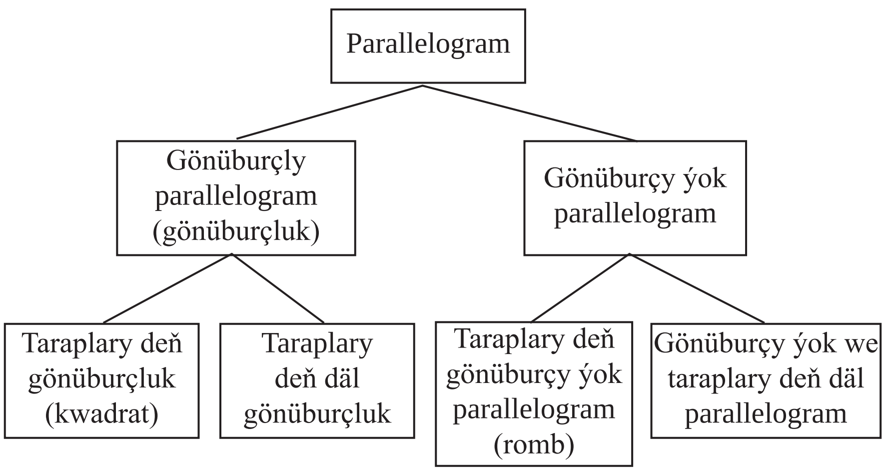
Ýokardaky gurluş mediana kesgitleme bermegi ýeňilleşdirýär: “Üçburçlugyň depesini garşysyndaky tarapyň ortasy bilen birikdirýän kesime üçburçlugyň medianasy diýilýär”.

7.4. Düşünjäni toparlara bölmek. Düşünjäniň mazmuny kesgitlemäniň, onuň göwrümi bolsa, toparlara bölmegiň kömegi bilen açylyp görkezilýär. Düşünjäniň göwrümini açyp görkezmeklige topara bölmek (klassifikasiýalaşdyrmak) diýilýär.

Kesgitlemäniň we toparlara bölmegiň kömegi bilen aýratyn alnan düşünjeler özara baglanyşykly düşünjeleriň sistemasyna salynýar. Düşünjäniň toparlara bölünişi onuň kesgitlemesi bilen berk baglanyşyklydyr, sebäbi bu iki operasiýa bir wagtda alnyp barylýar.



16-njy surat



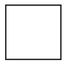
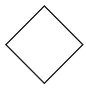
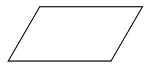
17-nji surat

Düşünjeleri toparlara bölmek belli bir nyşan boýunça amala aşyrylmalydyr. Dürli nyşanlar boýunça toparlara bölmek manysyz bolýar. Meselem, parallelogramy romblara we gönüburçluklara bölmek ýalňyş bolar. Sebäbi biz romby parallelogramyň çatyk taraplarynyň deň bolmak nyşany, gönüburçlugy bolsa parallelogramyň bir burçunyň göni bolmak nyşany boýunça topara böldük. Şeýle edilende kwadrat iki topara hem degişli bolar. Taraplary deň bolmadyk we göni burçy bolmadyk parallelogramlar bolsa bu toparlaryň hiç birine-de degişli bolmaz.

Käbir görnüşleriň ýörite atlarynyň bolmazlygy toparlara bölmegi öwretmegi kynlaşdyrýar. Meselem, gönüburçly parallelogramyň gönüburçluk diýip ýörite ady bar, emma gönüburçy bolmadyk parallelogramyň ýörite ady bolmansoň, oňa ýöne parallelogram diýilýär. Bu bolsa okuwçylaryň seredilýän dörtburçluklaryň birinjisi gönüburçluk, ikinjisi bolsa parallelogram diýen nädogry netije çykarmaklaryna getirýär.

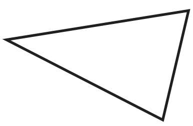
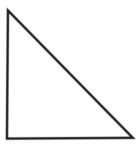
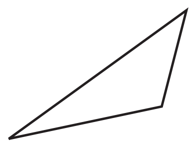
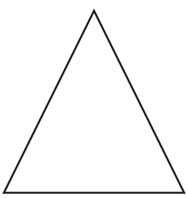
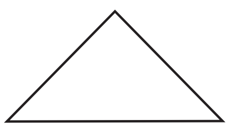
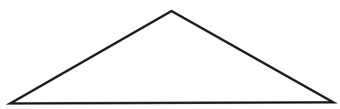
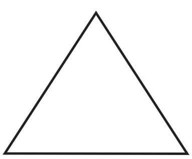
Indi düşünjäniň toparlara bölünişine degişli mysallara seredeliň. 16-njy suratda parallelogramyň taraplarynyň uzynlyklary, 17-nji suratda bolsa, burçlarynyň ululyklary boýunça toparlara bölünişi görkezilendir.

Eger parallelogramy toparlara bölmegiň iki usulyny göz öňünde tutsaň, aşakdaky ýaly tablisany hem düzüp bolar:

Tarapy boýunça / **Burçy boýunça**	**Çatyk taraplary deň (romb)**	**Çatyk taraplary deň däl**
Gönüburçly (gönüburçluk)	kwadrat 	gönüburçluk 
Gönüburçy ýok	romb 	parallelogram 

Toparlara bölmegiň iki usulyny özünde jemleýän şeýle tablisalar düşunjäniň mazmunyna çuňňur düşünmäge ýardam edýär.

Üçburçluklaryň ähli görnüşlerini olary taraplary we burçlary boýunça toparlara bölýän aşakdaky tablisany düzmek peýdalydyr:

		Ýitiburçly	**Gönüburçly**	**Kütekburçly**
Dürli taraply				
Deňýanly	**Deňtaraply däl**			
	Deňtaraply			

Bu tablisadan görnüşi ýaly, üçburçluklaryň diňe 7 hususy görnüşiniň bolmagy mümkindir.

7.5. Aksiomalar. Teoremalar we olaryň görnüşleri. Zerur we ýeterlik şertler.

Ilkinji nobatda, düşünjeleriň kesgitlemelerine, aksiomalara we teoremalara matematiki sözlemler diýilýändigini belläp geçeliň.

Matematikanyň, hususan-da geometriýanyň islendik teoremasy subut edilende biz dogrudygy öň subut edilen teorema daýanmaly bolýarys. Soňky teorema subut edilende dogrulygy öň subut edilen teoremany ulanýarys we ş.m. Bu prosesiň başlangyjynyň bolmalydygy düşnüklidir. Şonuň üçin geometriýanyň ilkinji tassyklamalary subutsyz kabul edilýär we olara aksiomalar diýilýär.

Köplenç, aksioma diýlende dogrulygy aýdyň, “görnüp duran” sözlemlere düşünilýär. Emma şeýle düşünilmegi ýalňyşdyr. Meselem, aşakdaky iki tassyklama seredeliň: “Dürli iki nokadyň üstünden bir we diňe bir göni çyzyk geçirip bolýar”. “Dürli iki göni çyzyk diňe bir nokatda kesişýär”. Bu tassyklamalaryň birinjisi aksioma hökmünde kabul edilýär. Ikinjisi bolsa bu aksiomanyň kömegi bilen subut edilýär. Aýdyňlygy boýunça bu sözlemleriň ikisi hem biri-birinden tapawutlanmaýar diýen ýaly. Aksiomalaryň subutsyz kabul edilýänliginiň sebäbi olaryň aýdyň we ýönekeý hakykatlygy bolman, eýsem olary subut etmek üçin hiç bir başlangyç maglumatyň ýoklugy bolup durýar.

Matematikada aksiomalara we teoremalara çyn sözlemler hökmünde seredilýär.

Aksiomalar sistemasy aşakdaky üç şerti kanagatlandyrmalydyr.

1. Aksiomalar sistemasynda gapma-garşylygyň bolmazlyk şerti.

Sistemanyň haýsydyr bir aksiomasy beýleki aksiomalardan getirilip çykarylýan netijä gapma-garşy bolmaly däldir.

2. Aksiomalaryň biri-birinden garaşsyzlyk şerti.

Bu şert sistemanyň islendik bir aksiomasynyň beýleki aksiomalardan getirilip çykarylyp bilinmejekdigini aňladýar. Eger aksioma beýleki aksiomalardan getirilip çykarylýan, ýagny subut edilýän bolsa, onda ol aksioma däl-de teorema bolar.

3. Aksiomalar sistemasynyň dolulyk şerti.

Sistemanyň aksiomalary şol nazaryýetiň çäklerindäki islendik tassyklamany subut etmek üçin ýeterlik bolmaly.

Her bir teorema şertden we netijeden ybarat bolýar. Eger teoremanyň şertini P bilen, netijesini bolsa Q bilen belgilesek, onda teoremany simwoliki $P \to Q$ (1) görnüşde belgiläp bolar. Bu ýazgy: “Eger P bar bolsa, onda Q bardyr” ýa-da ”P-den Q gelip çykýar” diýlip okalýar. Eger (1) teoremany göni teorema diýip hasaplasak, onda onuň şertiniň we netijesiniň orunlaryny çalşyryp, ters teoremany alyp bileris. Ters teoremany simwoliki $Q \to P$ (2) görnüşde belgileýärler. Eger (2) teoremany göni teorema diýip hasaplasak, onda (1) oňa ters teorema bolar. Şonuň üçin hem (1) we (2) teoremalara özara ters teoremalar diýilýär.

Bu teoremalaryň biriniň çynlygy beýlekisiniň çynlygyna güwä geçip bilmez. Goý, (1) göni teoremanyň dogrudygy subut edilen bolsun. Bu subut (2) ters teoremanyň çyndygy barada netije çykarmak üçin esas bolup bilmez. Bu ýagdaýda (2) teorema ýa çyn ýa-da ýalan bolup biler. Muňa mysallar getireliň.

1. “Eger dörtburçlugyň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň bolsalar, onda ol dörtburçluk parallelogramdyr” diýen göni teorema ters bolan “Eger dörtburçluk parallelogram bolsa, onda onuň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deňdir” diýen teorema çyndyr.

2. “Eger burçlar wertikal bolsalar, onda olar deňdirler” diýen teorema ters bolan “Eger burçlar deň bolsalar, onda olar wertikal burçlardyr” tassyklamany alsak, onda ol ýalandyr.

Matematikada, hususan-da geometriýada göni we ters teoremalara garşylykly teoremalar bilen hem iş salyşmaly bolýar. Meselem: “Eger dörtburçlugyň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň bolsalar, onda ol dörtburçluk parallelogramdyr” diýen göni teorema garşylykly bolan teoremany: “Eger dörtburçlugyň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň bolmasalar, onda ol dörtburçluk parallelogram däldir” diýip formulirläp bolar. (1) teorema ters teoremany simwoliki görnüşde $\overline{P} \to \overline{Q}$ (3) ýaly ýazyp bolar. Bu ýerde $\overline{P}$ ýazgy P şertiň inkär edilmesini, $\overline{Q}$ ýazgy bolsa Q şertiň inkär edilmesini aňladýar. (3) ýazgy: “Eger P ýok bolsa, onda Q hem ýokdur” ýa-da “P-niň ýoklugyndan Q-nyň ýoklugy gelip çykýar” diýlip okalýar.

“Eger dörtburçluk parallelogram bolsa, onda onuň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deňdir” diýen ters teorema garşylykly teoremany: “Eger dörtburçluk parallelogram bolmasa, onda onuň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň däldir” diýip formulirläp bolar. (2) teorema ters teoremany simwoliki görnüşde $\overline{Q} \to \overline{P}$ (4) ýaly ýazyp bolar.

Haçanda (1) göni teorema çyn bolanda we diňe şonda ters teorema garşylykly bolan (4) teorema çyn bolýar. Umuman, (1) we (4) teoremalar deňgüýçlüdirler. Bu fakt tersinden subut etmek usulynyň esasy bolup hyzmat edýär. Tersinden subut etmek usulynda teoremanyň subudyny ters teorema garşylykly bolan teoremanyň subudy bilen çalşyrýarlar. Ters (2) teorema we oňa garşylykly (3) teoremalar hem deňgüýçlüdirler.

Teoremalaryň formulirowkasynda, köplenç, “zerur”, “ýeterlik”, “zerur we ýeterlik” diýen adalgalar ýygy-ýygydan ulanylýar. Bu adalgalaryň manysyny düşündirip geçeliň.

1. Eger P-den Q gelip çykýan bolsa, onda P şert Q netije üçin **ýeterlikdir**, ýagny $P \to Q$ teorema çyndyr.

Meselem, iki burçuň deň bolmagy üçin olaryň wertikal bolmagy ýeterlikdir.

2. Eger Q-dan P gelip çykýan bolsa, onda P şert Q netije üçin **zerurdyr**, ýagny $Q \rightarrow P$ teorema çyndyr.

(2) we (3) teoremalaryň deňgüýçlüdiklerini göz öňünde tutsak, onda zerur şert düşünjesini aşakdaky ýaly hem beýan edip bolar: “Eger P-niň inkär edilmesinden Q -nyň inkär edilmesi gelip çykýan bolsa, onda P şert Q netije üçin zerurdyr”.

Ýeterlik şertiň zerur şert bolmagy hökman däldir, zerur şert käbir ýagdaýlarda ýeterlik şert hem bolup biler. Mysala seredeliň: iki burçuň deň bolmagy üçin olaryň wertikal bolmagy ýeterlik, emma zerur däldir. Sebäbi: “Eger burçlar wertikal bolsalar, onda olar deňdirler” diýen teorema ters bolan: “Eger burçlar deň bolsalar, onda olar wertikal burçlardyr” tassyklama çyn däldir. Tersine, burçlaryň wertikal bolmagy üçin olaryň deň bolmaklary zerurdyr, emma ýeterlik däldir. Eger A pikir aýtmadan B pikir aýtma gelip çykýan bolsa, onda B pikir aýtma A pikir aýtma üçin zerur, A pikir aýtma bolsa B pikir aýtma üçin ýeterlik diýilýär.

Emma şertiň hem ýeterlik we zerur bolýan hallary-da bardyr. Eger A pikir aýtmadan B pikir aýtma, tersine B pikir aýtmadan bolsa A pikir aýtma gelip çykýan bolsa, onda A pikir aýtma B pikir aýtma üçin zerur we ýeterlik diýilýär. Zerur we ýeterlik şertler özara ters teoremalaryň ikisiniň hem, ýagny göni we ters teoremalaryň ikisiniň hem çyndygyny görkezmek üçin ulanylýar. Meselem, ýokarda mysal hökmünde getiren parallelogramyň ikinji nyşanyny beýan edýän göni teoremany we oňa ters teoremany bir teoremada aňladyp bolar: “Dörtburçlugyň parallelogram bolmagy üçin onuň garşylykly taraplarynyň jübüt-jübütden deň bolmagy zerur we ýeterlikdir”.

“Zerur we ýeterlik” sözlerine derek, köplenç, “şonda we diňe şonda” sözlerini we ş.m. hem ulanýarlar.

Zerur we ýeterlik şertleriň dürli bolup biljekdigini belläp geçmek gerek. Mysala seredeliň.

1. Üçburçlugyň gönüburçly bolmagy üçin onuň bir tarapynyň kwadratynyň beýleki iki taraplarynyň kwadratlarynyň jemine deň bolmagy zerur we ýeterlikdir.

2. Üçburçlugyň gönüburçly bolmagy üçin onuň bir tarapynyň onuň daşyndan çyzylan töweregiň diametri bolmagy zerur we ýeterlikdir.

3. Üçburçlugyň gönüburçly bolmagy üçin onuň bir medianasynyň geçirilen tarapynyň ýarysyna deň bolmagy zerur we ýeterlikdir.

7.6. Okuwçylary teoremalar bilen tanyşdyrmagyň we teoremalary subut etmegiň usullary.

Teoremalar öwredilende iki usuldan, ýagny anyk (konkret)-induktiw we abstrakt-deduktiw usullardan peýdalanýarlar. Birinji usuldan peýdalanylanda teorema taýýar görnüşde okuwçylara aýdylmaýar. Okuwçylaryň özleri ol teoremany, kanunalaýyklygy tapar ýaly işler geçirilýär. Bu işleriň netijesinde öwrenilmeli teorema formulirlenilýär. Soňra ol teoremanyň subudyna geçilýär.

Abstrakt-deduktiw usulda mugallymyň özi teoremanyň formulirowkasyny berýär. Soňra teoremanyň manysyny açyp görkezmek işi geçirilýär. Teormanyň şerti we netijesi anyklanylýar, onuň çysgysy ýerine ýetirilýär, soňra onuň subudyna geçilýär.

Anyk-induktiw usul belli bir derejede matematika ylmynyň ösüş ýoluny gaýtalaýar diýsek hakykatdan daş düşmesek gerek. Ýöne bu usuly ulanmagyň abstrakt-deduktiw usula garanyňda känräk okuw wagtyny talap edýänligini hem belläp geçmek gerek. Emma muňa garamazdan, anyk-induktiw usulyň ulanylmagynyň okuwçylarda uly gyzyklanmany oýarýandygyny hem belläp geçmek gerek.

Teoremalar bilen tanyşdyrmagyň anyk-induktiw usulynyň üstünde giňräk durup geçeliň. Matematigiň käbir açyşy edende geçýän ýoly bilen onuň soňra bu açyşy beýan ediş ýoly meňzeş däldir. Mugallymyň bu tapawudy gowy bilmegi gerekdir: ylmy nukdaýnazardan hiç bir kemsiz beýan edilen okuw maglumatynyň pedagogik nukdaýnazardan kanagatlanarsyz bolmagy mümkindir.

Matematika boýunça ylmy işler (käbir halatlarda okuw maglumatlary hem) aşakdaky ýaly beýan edilýär. Teoremanyň formulirowkasy berilýär. Soňra onuň subudy getirilýär. Soňra indiki teoremanyň formulirowkasy berilýär we ş.m. Meselem, Ýewklidiň “Başlangyçlary” şeýle beýan edilendir.

Okuw maglumatlary şuňa meňzeş berlende ol ýa-da beýleki teoremanyň näme üçin mekdep matematikasyna girizilendigi, ony näme üçin öwrenmelidigi hakyndaky soraglar okuwçy üçin düşnüksiz bolup galýar. Aýratyn alnan teoremany öwrenmegiň zerurlygyny iki usul bilen okuwçylaryň aňyna ýetirip bolar: 1) olaryň öňünde ol ýa-da beýleki sorag goýlup, onuň jogaby öwreniljek teorema bolýar; 2) geljekde öwreniljek teoremalaryň subutlaryny esaslandyrmak, meseleleriň kesgitli toparyny çözmek üçin şu teoremany öwrenmegiň zerurlygy düşündirilýär.

Eger matematikany taýýar teoremalaryň formulirowkasyny we olaryň subutlaryny bermek arkaly beýan etseň, onda okuwçylaryň köpüsi passiw diňleýjilere öwrülýär: olardan teoremanyň formulirowkasyny we onuň subudyny ýat tutmak hem-de olary gaýtalap bilmek talap edilýär. Şeýle ýagdaýda okuwçylarda matematika barada çäkli garaýyş emele gelýär: olar matematikanyň her bir kerpijine seredip, ol kerpiçlerden nähili binanyň gurulýandygy barada ýeterlik düşünje almaýarlar.

Şeýle okadylanda okuwçynyň düşýän ýagdaýy küşt oýnuny ýaňy öwrenen adamyň düşýän ýagdaýy bilen kybapdaşdyr. Küşt oýnunyň göçümlerini ýaňy öwrenen we bu oýun boýunça tejribesi bolmadyk adamy göz öňüne getireliň. Bu adam iki sany belli grosmeýsteriň oýnan döwüni hiç bir düşündirişsiz ýazylan ýazgy esasynda öwrenýär diýeliň. Ol her bir göçümiň düzgün boýunça edilendigine göz ýetiräýmese, döwüň manysyna, her bir göçümiň näme üçin göçülendigine, oýnuň strategiýasyna, geçirilen kombinasiýalara we ş.m. düşünip bilmez.

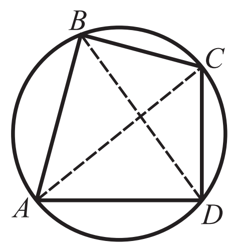
Bu ýagdaýdan sowlup geçmek üçin okuwçylara matematikany taýýar nazaryýet hökmünde bermän, eýsem onuň kemala gelşini hem görkezmek gerekdir.

Şeýle edilende her bir okuwçy matematikany işjeň döredijä öwrülýär: olaryň öňünde problema goýlup, ol çözülende käbir teoremalar we matematikanyň tutuş bölümi döreýär.

Şeýle usul bilen käbir teoremany öwretmek üçin onuň formulirowkasy okuwçylara bada-bat aýdylmaýar. Okuwçylaryň öňünde çözülişi şu teorema getirýän problema goýulýar. Mysala seredeliň. 7-nji synpyň geometriýasynda “Eger dörtburçlugyň garşylykly burçlarynyň jemi 180º-a deň bolsa, onda onuň daşyndan töwerek çyzyp bolar” diýen teorema öwrenilýär. Gös-göni beýan edilende okuwçylar bu teoremanyň ähmiýetine düşünmeýärler we onuň formulirowkasyny hem-de subudyny çalt ýatdan çykarýarlar.

Munuň öňüni almak üçin okuwçylara bu teoremany aşakdaky tertipde öwretmek peýdaly bolar. “Islendik üçburçlugyň daşyndan bir we diňe bir töwrerek çyzyp bolýar. Islendik *ABCD* dörtburçlugyň daşyndan töwerek çyzyp bolarmyka? *ABC* üçburçlugyň daşyndan diňe bir töwerek çyzyp bolýar. Emma *D* nokat bu töwerege degişli bolup hem biler, degişli bolman hem biler. Diýmek, islendik dörtburçlugyň daşyndan töwerek çyzyp bolmaz. Diňe käbir aýratyn häsiýete eýe bolan dörtburçluklaryň daşyndan töwerek çyzyp bolar. Nähili häsiýeti bolan dörtburçlugyň daşyndan töwerek çyzyp bolar?” Mugallymyň şeýle gürrüňinden soň degişli teorema gözlenilip başlanýar.

Ilki bilen töweregiň içinden *ABCD* dörtburçlugy çyzýarys we onuň häsiýetlerini gözläp başlaýarys (*18-nji surat*). Okuwçylar bu dörtburçlugyň garşylykly burçlarynyň içinden çyzylan burçlardygyna we olaryň daýanýan dugalarynyň doly töweregi emele getirýändigine göz ýetirýärler. Diýmek, içinden çyzylan burçlaryň öz daýanýan dugalarynyň ýarysy bilen ölçelýändigi üçin içinden çyzylan dörtburçlugyň garşylykly burçlarynyň jemi 180°-a deň bolmaly.



18-nji surat

Şundan soňra degişli teorema formulirlenýär we subut edilýär.

Pifagoryň teoremasyny hem onuň taýýar formulirowkasyny bermekden başlaman, eýsem aşakdaky ýaly problemadan başlamak bolar: “Gönüburçlugyň katetleri 6 *sm*-e we 8 *sm*-e deň. Onuň gipotenuzasy 9 *sm*-e; 10 *sm*-e; 11 *sm*-e deň bolup bilermi? Eger mümkin bolsa şeýle üçburçlugy guruň”. Okuwçylar katetleri berlenden soň gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasynyň uzynlygynyň islendik bolup bilmejekdigine, katetleriň we gipotenuzanyň arasynda haýsydyr bir baglylygyň bardygyna göz ýetirýärler. Şondan soňra Pifagoryň teoremasynyň formulirowkasyny getirmek we ony subut edip başlamak maksadalaýyk bolar.

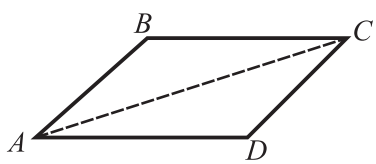
Teoremanyň subudy pikir ýöretmeleriň yzygiderligidir. Teoremalary subut etmegiň iki görnüşi, ýagny analitiki we sintetiki görnüşleri bardyr.

Sintetiki subutda başlangyç bolup teoremanyň şerti hyzmat edýär. Sintetiki subutda öňki subut edilen teoremalaryň, kesgitlemeleriň we logikanyň kanunlary esasynda teoremanyň şertinden onuň netijesine gelinýär. Subut etmegiň sintetiki görnüşiniň subudyň dolulygy we gysgalygy ýaly artykmaçlyklary bardyr. Sintetiki subut etmegiň usulyýet nukdaýnazardan käbir kemçilikleri hem bardyr. Şeýle subudy nähili tapyp bolýanlygy, näme üçin başgaça däl-de şeýle pikir ýöredilýändigi, näme üçin goşmaça gurluşlaryň geçirilýänligi düşündirilmeýär. Okuwçylar subudy diňlänlerinde ýa-da okanlarynda ony passiw kabul etmeli bolýarlar we her bir netije çykarmanyň dogrudygy bilen ylalaşmaly bolýarlar. Indiki pikir ýöretmeleriň haýsy ugur boýunça alnyp baryljakdygyny göz öňüne getirip bilmeýärler. Sintetiki usul subudy okuwçylaryň özbaşdak açmaklaryna ýardam etmeýär; pikir ýöretmeleriň ideýasy we maksady olar üçin gizlin syr bolup galýar.

Sintetiki usul bilen subut edilýän teorema mysal getireliň: “Eger dörtburçlugyň garşylykly taraplary jübüt-jübütden deň bolsalar, onda dörtburçluk parallelogramdyr”.

Subudy 1.

Goşmaça gurluşy ýerine ýetirýäris: AC diagonaly geçirýäris (*19-njy surat*). Onda:
1) $AB=DC$, $BC=AD$ we AC tarap umumy bolany üçin üçburçluklaryň deňliginiň üçünji nyşanyna görä $\Delta ABC=\Delta CDA$.



19-njy surat

2) $AB=DC$ we $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolany üçin deň üçburçluklardaky deň taraplaryň garşysynda ýatan burçlar bolany üçin $\angle ACB=\angle CAD$.
3) $BC=AD$ we $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolany üçin deň üçburçluklardaky deň taraplaryň garşysynda ýatan burçlar bolany üçin $\angle BAC=\angle ACD$.

4) Atanak ýatýan burçlaryň deňdigi, ýagny $\angle ACB=\angle CAD$ bolany üçin $BC||AD$.

5) Atanak ýatýan burçlaryň deňdigi, ýagny $\angle BAC=\angle ACD$ bolany üçin $AB||CD$.

6) Parallelogramyň kesgitlemesine görä, ýagny garşylykly taraplary jübüt-jübütden parallel bolan ($BC||AD$ we $AB||CD$) dörtburçlugyň parallelogramdygy üçin $ABCD$ dörtburçluk parallelogramdyr. Teorema subut edildi.

Teoremalary subut etmegiň analitiki usulynda başlangyç bolup teoremanyň netijesi hyzmat edýär. Bu usulda teoremanyň netijesinden öňki subut edilen teoremalaryň, kesgitlemeleriň we logikanyň kanunlary esasynda teoremanyň şertine gelinýär.

Mysal hökmünde sintetiki usul bilen subut eden teoremamyzy indi analitiki usul bilen subut edeliň.

Subudy 2.

1) $ABCD$ dörtburçlugyň parallelogramdygyny subut etmek üçin $BC||AD$ we $AB||CD$ subut etmek ýeterlikdir.

2) Dörtburçlugyň garşylykly taraplarynyň jübüt-jübütden parallel diklerini subut etmek üçin iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende alynýan atanak ýatýan burçlaryň deňdigini subut etmek ýeterlikdir.

3) Eger *AC* diagonaly geçirsek, onda biz atanak ýatýan *ACB* we *CAD, BAC* we *ACD* burçlary alyp bileris.

4) $\angle ACB=\angle CAD$ we $\angle BAC=\angle ACD$ deňlikleri subut etmek üçin *ABC* we *CAD* üçburçluklaryň deňligini subut etmek ýeterlikdir.

5) *ABC* we *CAD* üçburçluklaryň deňligini subut etmek üçin $AB=DC$, $BC=AD$ $AC=AC$ deňlikleri subut etmek ýeterlikdir. Soňky deňlikler bolsa subut edilýän teoremanyň şertini düzýär. Teorema subut edildi.

Analitiki usul bilen subut etmek "Nämäni subut etmeli?" we "Munuň üçin nämäni bilmek ýeterlik?" diýen soraglar bilen alnyp barylýar. Analitiki subut etmek okuwçy üçin has esaslandyrylan we has tebigy hasap edilýär.

Käbir düşünjeleriň kesgitlemelerini, käbir aksiomalaryň we teoremalaryň beýan edilişini örän gowy bilmek zerurdyr. Olaryň elmydama ulanylmagy okuwçylaryň pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek üçin baza, esas bolup hyzmat edýär. Emma ähli düşünjeleriň kesgitlemelerini, ähli teoremalaryň formulirowkalaryny ýatdan bilmegi talap etmek maksadalaýyk däldir. Kesgitlemeleri we teoremalary okuwçylaryň öz sözleri bilen beýan etmeklerini öwretmek maksadalaýykdyr.

Teoremalary öwrenmegiň etaplary: teoremanyň zerurlygyny görkezmek; teoremanyň formulirowkasyny özleşdirmek (her bir sözüne düşünmek, formulirowkany ýat tutmak); ýönekeý ýagdaýlarda teoremanyň ulanylyşyny açyp görkezmek (ýönekeý meseleleri çözmekde teoremany ulanmak); teoremanyň beýleki teoremalar bilen dürli baglanyşygyny ýüze çykarmak (has çylşyrymly we mazmuny boýunça dürli meseleleri çözmek).

Teoremalaryň subutlaryny öwretmekde esasy gabat gelýän usuly kynçylyk taýýar subudy bermek bilen okuwçylaryň özlerine subudy tapdyrmagyň (açdyrmagyň) arasyndaky optimal gatnaşygy kesgitlemek bolup durýar.

Düşünjelere kesgitleme berlende, şeýle hem teoremalar subut edilende kähalatlarda duş gelýän aşakdaky kemçiliklere seredip geçeliň. *B*-ni *A*-nyň üsti bilen, tersine *B*-ni bolsa *A*-nyň üsti bilen kesgitleýärler. Meselem, irrasional san diýip rasional bolmadyk hakyky sanlara aýdylýar, hakyky san diýip bolsa rasional ýa-da irrasional sanlara aýdylýar. Şeýle ýagdaýlar teoremalar subut edilende hem gabat gelýär. *A* teoremadan *B* teorema, tersine *B* teoremadan bolsa *A* teorema getirilip çykarylýar.

Okuwçylara ähli subutlary taýýar görnüşde bermegiň usuly nukdaýnazardan maksadalaýyk däldigi bellidir. Emma subutlary okuwçylaryň özlerine tapdyrmak hem örän köp wagty talap edýänligi üçin ähli teoremalaryň subudyny şeýle ýerine ýetirmek ulanarlykly däldir.

Taýýar subutlary öwretmegi kämilleşdirmek üçin aşakdaky düzgünlere salgylanmak peýdalydyr:

1) täze teoremany öwretmäge başlamazdan öň ony subut etmekde gerek boljak düşünjeleri we tassyklamalary gaýtalamak zerurdyr;

2) okuwçylaryň teoremanyň mazmunyna gowy düşünmeklerini, ýagny onuň şertini we netijesini tapawutlandyryp bilmeklerini gazanmak gerek;

3) subut döwründe netije çykarmalaryň dogrulygyna okuwçylaryň göz ýetirmekleri zerurdyr;

4) subudyň logiki strukturasyny görkezjek bolmaly we berk logikany induksiýadan tapawutlandyrmaly;

5) subuda başlamazdan öň onuň zerurlygyna okuwçylaryň ünsüni çekmeli.

Çyzgynyň we beýleki görkezme esbaplaryň roluna okuwçylaryň dogry düşünmekleri zerurdyr: olar subudyň gözleginde uly kömek edýändiklerine garamazdan, olaryň hiç bir subut edijilik güýji ýokdur.

Subutlary öwretmegiň netijeliligine aşakdakylar kömek edýär:

1) şol bir teoremanyň dürli subutlaryny gözlemek we geçirmek;

2) berlen teorema ters, garşylykly we terse garşylykly teoremalary hem formulirlemek we subut etmek;

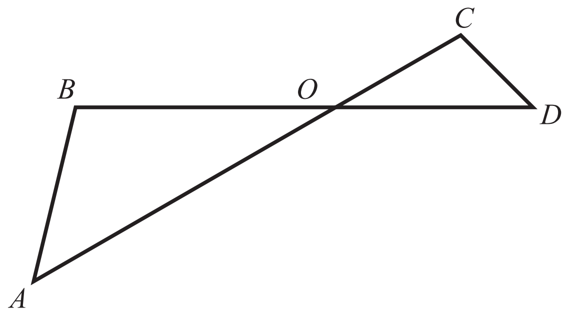
3) berlen teoremanyň umumylaşdyrmasyny ýa-da oňa meňzeş teoremany formulirlemek we eger ol dogry bolsa, ony subut etmek;

4) seredilýän teorema bilen öň subut edilen teoremalaryň arasyndaky baglanyşygy ýüze çykarmak we teoremany mesele çözmekde we beýleki teoremalary subut etmekde ulanmak mümkinçiliklerini anyklamak we ş.m.

Okuwçylara subut etmegi diňe teoremalarda däl, eýsem meseleler çözülende hem öwretmek zerurdyr. Sebäbi meseläniň doly çözülişi diňe onuň çözülişini tapmagy däl, eýsem onuň dogrulygyny, başga näçe çözüwiniň bardygyny kesgitlemegi hem talap edýär.

7.7. Kesgitlemelerde, teoremalarda we olary ulanmakda ýygy-ýygydan duş gelýän ýalňyşlyklar we olary düzetmegiň ýollary. Şeýle ýalňyşlyklaryň käbirlerini we olary düzetmek boýunça usuly maslahatlary getireliň.

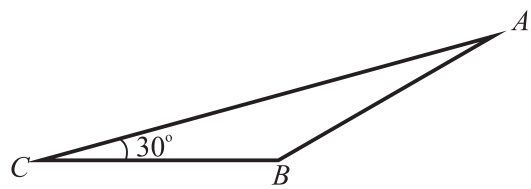
1. Okuwçylar meseleler çözenlerinde, köplenç: “Üçburçluklarda deň burçlaryň garşysynda deň taraplar ýatýarlar” diýen nädogry tassyklamany ulanýarlar. Mugallymlar bu tassyklamanyň deň üçburçluklar üçin adalatlydygyny aýdyp, badabat olaryň ýalňyşlaryny düzedýärler. Emma şeýle düzediş bu ýalňyşlygyň gaýdyp gaýtalanmazlygyna güwä geçip bilmeýär. Tejribeli mugallymlar şeýle ýalňyşlary inkär-mysallaryň kömegi bilen düzedýärler. Meselem, 20-nji suratda ABO we CDO üçburçluklarda $\angle AOB=\angle COD,$ emma $AB\neq CD$.



20-nji surat

2. 21-nji suratdaky *ABC* üçburçlukda 30º burçuň garşysynda ýatan tarap bolany üçin $AB=\frac{1}{2}AC$. Gönüburçly üçburçlukda 30º burçuň garşysynda ýatan katetiň gipotenuzanyň ýarysyna deňdigini aýtmazdan öň *AC* we *AB* taraplary ölçetmek we olaryň uzynlyklaryny deňeşdirmek bu ýalňyşlygyň gaýdyp gaýtalanmazlygynyň öňüni alyp biler.

Ýalňyş tassyklamalary inkär edýän mysallary okuwçylaryň özlerine tapdyrmak has-da peýdalydyr. Meselem, olara aşakdaky ýaly nädogry tassyklamalary berip, inkär-mysalyň kömegi bilen olaryň ýalňyşlygyny tapdyryp bolar:



21-nji surat

3. Üçburçlugyň bissektrisasy onuň medianasy we beýikligidir. (Bu tassyklama deňýany üçburçluk üçin dogrudyr.)

4. Üçburçlugyň iki tarapynyň ortasyny birleşdirýän göni çyzyga onuň orta çyzygy diýilýär. (Üçburçlugyň iki tarapynyň ortasyny birleşdirýän kesim bolmaly.)

5. Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, onda oňa deňtaraply üçburçluk diýilýär. (Bu deňýanly üçburçluk üçin dogrudyr).

6. Bu kesgitlemeleriň we tassyklamalaryň ýalňyşlygyny görkezýän inkär-mysallary tapyň?

§ 8. Matematikany okatmakda meseläniň ähmiýeti

8.1. Mesele barada umumy maglumat.
8.2. Matematikany okatmakda meseleleriň ähmiýeti.
8.3. Mesele cözülende problemaly ýagdaýlar döretmek.
8.4. Matematikany meseleleriň üsti bilen okatmak.
8.5. Matematiki meseleleri çözmegiň umumy usullary.
8.6. Matematika höwes döretmekde meseleleriň ähmiýeti.
8.7. Çyzgylar arkaly berilýän geometrik meseleler.
8.8. Matematikanyň amaly ugurlylygyny güýçlendirmekde teswirli meseleleriň ähmiýeti.

8.1. Matematikanyň mekdep kursuny üstünlikli öwretmek okatmagyň nähili serişdelerinden we metodlaryndan peýdalanylýandygy bilen gönüden-göni baglanyşyklydyr. Okuwçylaryň akyl ýetiriş işjeňligini, döredijilikli pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek wezipeleri sapakdan edilýän häzirki zaman talaplarynyň iň esasylaryndan biridir.

Gowy guralan okuw prosesiniň esasy maksady okuwçylara bilimleriň kesgitli möçberini bermekden we olarda standart meseleleri çözmek endiklerini kemala getirmekden ybarat bolman, eýsem, ilkinji nobatda, okuwçylaryň döredijilikli pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek bolmalydyr.

Matematika ylmyny meselesiz göz öňüne getirmek, şeýle hem dürli görnüşli meseleleri çözdürmezden öwretmek mümkin däldir. Belli matematik, pedagog J. Poýanyň “Matematikany bilmek diýmek näme?” diýen soraga “Matematikany bilmek meseleler çözmegi, özünem diňe nusga boýunça çözülýän meseleleri däl, eýsem belli bir derejede garaşsyz pikiri, dury pähimi, originallygy, oýlap tapyjylygy talap edýän meseleleri çözmegi başarmakdyr” (17, 16 sah.) diýip jogap bermegi hem muny tassyklaýar. Matematika ylmynyň şu özbo-luşly aýratynlygy matematikany öwretmek prosesinde okuwçylaryň akyl ýetiriş işlerini işjeňleşdirmäge goşmaça mümkinçilikler döredýär.

Okuwçylaryň dürli meseleleriň, gönükmeleriň çözülişini gözlemek işlerini guramak we ony maksadalaýyk dolandyrmak matematikany okatmagyň netijeliligini ýokarlandyrmagyň möhüm ýollarynyň biri bolup hyzmat edýär. Mesele çözdürilýän mahalynda okuwçylarda matematiki bilimleriň, başarnyklaryň we endikleriň maksatnamada göz önünde tutulan sistemasyny kemala getirmek bilen bir hatarda, olaryň döredijilik işjeňliklerini oýandyrmak mümkinçilikleri hem döreýär.

Eger “mesele” adalgasyna has giňişleýin düşünilse (bu düşünje, hususan-da islendik hasaplamalar we toždestwolaýyn özgertmeler geçirmäge degişli gönükmeler, subutyny tapmak we öwrenmek talap edilýän teoremalar, deňlemeler, deňsizlikler, öwrenilýän matematiki düşünjäni häsietlendirýän ol ýa-da beýleki nyşanlary ýüze çykarmak we ş. m. meseleleriň hataryna goşulsa), onda matematikany öwretmek gös-göni mesele çözdürilýän wagtda amala aşyrylýar diýip ynamly aýtmak bolar. Okuwçylaryň mesele çözmek başarnyklary olaryň matematika boýunça bilim derejelerini has aýdyň häsietlendirýär. Emma muňa garamazdan, häzirki wagtda okuwçylaryň mesele çözmek başarnyklaryny kemala getirmäge we ösdürmäge käbir halatlarda ýeterlik üns berilmeýär. Bu kemçiligiň esasy sebäpleriniň biri-de sapakda çözdürilýän matematiki meseleleriň we gönükmeleriň maksatnamanyň diňe bir soragyna degişli bolan bilimleri, başarnyklary we endikleri talap edýänligidir. Bu meseleleriň çözülişi matematika kursunyň dürli baplaryny özara geregiçe baglanyşdyrmaýar. Olaryň esasy funksiýasy öwrenilýän nazary maglumaty illýustrirlemekden, onuň manysyny düşündirmekden, nusga boýunça çözülýän sadaja gönükmeleriň kömegi bilen öwrenilýän täze maglumaty, düşünjäni özleşdirmäge ýardam etmekden ybaratdyr.

Öwrenilýän maglumaty illýustrirleýän, onuň mazmunyny açyp görkezýän türgenleşdiriji häsiýetli adaty meseleleriň bilimleri özleşdirmekdäki, matematiki endikleri kemala getirmekdäki örän möhüm roluny inkär edip bolmaz. Emma sapakda şu görnüşli meselelere aşa köp wagt we orun berilse, onda ol okuwçylaryň matematiki taýýarlygynyň hem-de döredijilikli pikirlenişiniň ösmegine belli bir derejede ýaramaz täsir eder. Bu hakda polýak pedagogy W. Okon şeýle ýazýar: “Durmuşda-da, mekdepde-de çözülişi diňe mehaniki hereketleri talap edýän meseleler örän kän duş gelýär. Ol meseleleri çözmek pikiriň özbaşdaklygynyň ösüşine ýardam etmän, eýsem bu ösüşi togtadýar” (40, 38 sah.).

Matematikany okatmakda meseleler köp wezipeleri ýerine ýetirýärler. Matematiki meseleler matematiki nazaryýeti özleşdirmekde esasy serişdeleriň biri bolup hyzmat edýärler. Meseleleriň okuwçylaryň pikirlenmesini ösdürmekdäki ähmiýeti hem uludyr.

Matematiki meseleleri, esasan, 4 topara, ýagny hasaplamaga, gurmaga, subut etmäge, derňemäge degişli meselelere bölýärler.

Hasaplamaga degişli meselelerde haýsy-da bolsa bir ululygyň, aňlatmanyň san bahasynyň tapylmagy talap edilýär.

Gurmaga degişli meselelerde sirkulyň we çyzgyjyň kömegi bilen meseläniň şertini kanagatlandyrýan figurany gurmak talap edilýär.

Subut etmäge degişli meselelerde haýsy-da bolsa bir pikir aýtmanyň çyndygyny ýa-da ýalandygyny subut etmek talap edilýär.

Derňemäge degişli meselelerde pikir aýtmany ýa-da funksiýany matematiki usullaryň kömegi bilen derňemek talap edilýär.

Meselem:

a) 215 – 7 ýönekeý sanmy ýa-da düzme san?

b) $y = \sin x + \cos x$ funksiýany dermeli.

Usuly gollanmalarda meseleleriň algoritmik, ýarym algoritmik, ýarym ewristik we ewristik görnüşlere bölünýän halatlaryna hem duş gelmek bolýar.

Algoritmik mesele: gönüburçly üçburçlugyň katetleri 3 we 4 *sm*, gipotenuzany tapmaly.

Ýarym algoritmik mesele: radiusy 41 *sm* bolan töweregiň merkezinden onuň uzunlygy 18 *sm* deň hordasyna çenli uzaklygy tapyň.

Ýarym ewristik mesele: üçburçlugyň iki tarapy degişlilikde 25 *sm* we 30 *sm*. Üçünji tarapyna inderilen perpendikulýar 24 *sm*. Üçburçlugyň perimetrini tapyň.

Ewristik mesele: üçburçlugyň taraplary 11 *sm*, 25 *sm* we 30 *sm*. Onuň kiçi tarapyna geçirilen beýikligiň ortasyndan uly tarapa çenli uzaklygy tapyň.

8.2. Matematikany okatmakda meseleler bilim bermek, amaly başarnyklary kemala getirmek, okuwçylaryň pikirlenmek başarnyklaryny ösdürmek, olaryň bilimlerini barlamak we okuwçylary terbiýelemek ýaly funksiýalary ýerine ýetirýärler. Şonuň üçin olaryň ähmiýeti uludyr.

1. Meseläniň bilim berijilik funksiýasy boýunça olary aşakdaky toparlara bölmek mümkin:

a) Matematiki düşünjeleri öwretmek üçin niýetlenen meseleler.

Matematiki düşünjäni öwretmek üçin kesgitlemäni ýat tutmak ýeterlik däldir.

Öwrenilýän düşünjäniň häsiýetlerine we manysyna düşünmek gönükmeleriň üsti bilen amala aşyrylýar.

Meselem, logarifm düşünjesini öwretmekde görkezijili ýazgydan logarifmik ýazga geçmäge degişli gönükmeleriň ähmiýeti uludyr.

b) Matematiki belgileri öwretmek üçin niýetlenen meseleler.

Ýönekeý belgiler (dört amalyň belgilenişi) başlangyç synplarda girizilýär. Bu ýerde amallaryň we ýaýlaryň ulanylyş tertibine degişli meseleler maksadalaýykdyr.

Meselem: $\left(1,5+2\frac{1}{2}\right)\frac{2}{5}-0,1.$

ç) Subut etmegi öwretmäge degişli meseleler.

Bu ýerde kiçijik mesele-soraglaryň ähmiýeti uludyr. Bu mesele-soraglar ýönekeý bolup, olaryň toplumy tutuş teoremanyň subudy bolar.

Meselem:

1) $x^2>y^2$ deňsizligiň ýerine ýetmegi üçin $x>y$ bolmagy hökmanmy?

2) Üçburçlugyň iki bissektrisasy özara perpendikulýar bolup bilermi?

d) Täze matematiki düşünjeleri öwretmäge taýýarlaýan meseleler.

Meselem, kwadrat deňlemäni çözmegiň usullaryny öwretmäge getirýän aşakdaky meseläni hödürlemek mümkin:

Teplohod derýanyň akymynyň ugruna 48 *km* geçdi we yzyna dolanyp geldi. Ol ähli ýol üçin 5 sagat sarp etdi. Derýanyň akyş tizligi 4 *km/sag*. Teplohodyň hususy tizligini tapmaly?

Matematiki meseläni çözýän adam köp täze maglumatlara akyl ýetirýär: meselede beýan edilen täze ýagdaýlar bilen tanyşýar, meseleleri çözmegiň täze usullaryny öwrenýär, meseläni çözmek üçin gerek bolan täze nazary maglumatlary öwrenýär. Başga sözler bilen aýdanymyzda, matematiki meseläni çözmek bilen okuwçy özüniň matematiki bilimini ýokarlandyrýar.

2. Matematiki meseläniň amaly funksiýasy.

Okuwçy matematiki meseläni çözýän wagtynda özüniň matematiki bilimlerini amaly hajatlar üçin ulanmagy öwrenýär we netijede geljekde durmuşyň onuň öňünde goýjak meselelerini çözmäge taýýarlanýar. Sebäbi häzirki döwürde matematiki meseleleriň ulanylmaýan ýeri ýok diýen ýaly.

3. Matematiki meseläniň okuwçynyň pikirlenmesini ösdürmek funksiýasy.

Matematiki meseleleri çözmek netijesinde okuwçylar meseläniň şertini we talabyny, berlen ululyklary we gözlenilýän ululyklary, olaryň arasyndaky baglanyşyklary anyklamagy öwrenýärler. Okuwçylar meseläni çözmek boýunça edilen işi logiki taýdan esaslandyrmagy öwrenýärler.

4. Matematiki meseläniň okuwçylaryň bilim derejelerini barlamak funksiýasy.

Okuwçylaryň bilim derejelerini barlamakda meseläniň ähmiýeti örän uludyr. Okuwçynyň mesele işläp bilmegi onuň bilim derejesiniň ýagdaýyny görkezýär.

5. Matematiki meseläniň terbiýeçilik funksiýasy.

Matematiki meseleler, ilkinji nobatda, özüniň berlişi (fabulasy) bilen terbiýeleýjilik ähmiýete eýedir. Meseläniň berlişinde Garaşsyz we Bitarap Watanymyzyň güýçli depginli ösüşine degişli maglumatlar berilse, çagalaryň watansöýüjilik ruhunda terbiýelenmegine oňyn täsir edýär. Matematiki meseläni çözmek netijesinde çagalarda dogruçyllyk, zähmetsöýerlik, tutanýerlilik, erjellik, ýoldaşlarynyň zähmetine hormat goýmak ýaly häsiýetler kemala getirilýär.

8.3. Mesele çözülýän wagtynda okuwçylaryň akyl ýetiriş işlerini işjeňleşdirmegiň netijeli ýoly problemaly ýagdaýlar döretmekdir. Beýle ýagdaýy problemaly häsiýetli meseleleri hödürlemek arkaly döredip bolýar. Problemaly meseleler okuwçylaryň özbaşdaklygyny we döredijilikli pikirlenişini ösdürmekden başga-da, meseleleri çözmegiň umumy usulyny öwredýär.

Ylymlaryň dürli pudagynda, şeýle hem matematikada ýa-da zähmet tejribesinde ýüze çykan, çözüliş usuly näbelli bolan meseleler orta atylanda, munuň özi okuwçylarda täze maglumaty, düşünjäni, algoritmi öwrenmäge höwes, kynçylygy ýeňip geçmäge hyjuw döredýär.

Emma islendik meseläni okuwçylara hödürlemek bilen problemaly ýagdaý döredip bolmaýanlygyny belläp geçmek gerek. Okatmak prosesinde okuwçylara hödürlenilýän meseleleri standart we standart däl meseleler diýen iki topara bölmek mümkin. Çözmek üçin öwrenilen maglumaty, algoritmi ulanmagy talap edýän ýa-da başgaça nusga boýunça çözülýän meselelere **standart meseleler** diýilýär (türgenleşdiriji häsietli meseleleriň hem ählisi diýen ýaly şu topara degişlidir). Çözüliş algoritmi we haýsy nazary maglumaty ulanmalydygy näbelli bolan meseleler **standart däl meselelerdir**. Okuwçylar şeýle meseleleri çözmek üçin çözülişiň meýilnamasyny özbaşdak düzmeli we bu meýilnamany ýerine ýetirmek üçin haýsy nazary maglumaty ulanmalydygyny bilmeli bolýarlar.

Ýekelikde alnan aýratyn mesele standart däl meseledir. Eger-de şol meseläniň ýanynda başga-da şoňa meňzeş birnäçe mesele ýerleşdirilse, onda ol meseleler standart (nusga boýunça çözülýän) meselä öwrülýär.

"Standart däl mesele" we "kyn mesele" düşünjeleri hem ekwiwalent düşünjeler däldir. Eger okuwçylar hödürlenilýän meseläni çözmäge ýeterlik taýýarlykly bolmasalar, ýagny olaryň bilimleri we başarnyklary bilen meseläni çözmek üçin zerur bolan bilimleriň we başarnyklaryň arasyndaky tapawut uly bolsa, onda ol mesele olar üçin kyn meseledir. Çözüliş algoritmi (ýoly, meýilnamasy) belli bolup, emma ýerine ýetirmek üçin çylşyrymly özgertmeleri, uzak hasaplamalary geçirmek gerek bolýan meseleleri hem kyn meseleleriň hataryna goşmak bolar. Meseläniň agyrlygy, çylşyrymlylygy, onuň diňe matematiki mazmuny bilen kesgitlenmän, eýsem ondaky täzelik we beýan edilýän wakanyň adaty bolmazlygy ýaly psihologik faktorlar bilen hem kesgitlenýär.

"Standart däl mesele" we "standart mesele" düşünjeleri özara otnositeldir. Meselem, $ax^2 + bx + c = 0$ kwadrat deňlemäniň kökleriniň formulasyny öwrenmezden öň, okuwçylar üçin $x^2 + 5x - 6=0$ deňlemäni çözmek standart däl meseledir.

Okuwçylara standart däl meseleleri hödürlemek bilen problemaly ýagdaý döredilýär. Çözmek üçin okuwçylaryň öňki bilimleri ýeterlik bolmadyk, çözülişi täze düşünjäni, algoritmi bilmegi talap edýän meseläniň öňde goýulmagy olarda täze öwrenmeli maglumata höwes döredýär.

Okuwçylaryň işjeňliklerini, döredijilikli pikirlenmek ukyplaryny ösdürmekde standart däl meseleleriň roly örän uludyr. Öň bellenil geçilişi ýaly, haýsydyr bir nazary maglumat ýa-da algoritm standart däl meseläniň çözülişiniň "açary" bolup hyzmat edýär. Elbetde, çözmek üçin täze düşünjäni bilmegi talap edýän standart däl meseläniň okuwçylara hödürlenmegi hemme halatlarda problemaly ýagdaý döredip durmaýar. Okuwçylarda hödürlenilýän standart däl meseledäki täze düşünjäni, algoritmi özbaşdak tapmaga, öwrenmäge, özleşdirmäge islegiň we zerurlygyň ýüze çykmagy problemaly ýagdaýyň döremeginiň esasy şertleridir. Bu şertleri döretmek üçin hem hödürlenilýän meseläniň gyzykly, düşnükli we güýçýeterli bolmagy zerurdyr.

Standart däl meseläni çözmekde ýüze çykan kynçylyklary ýeňip geçmek üçin okuwçylar öň öwrenen maglumatlarynyň içinden zerurlaryny işjeň ýatlamaga, gaýtalamaga mejbur bolýarlar. Şeýlelikde, standart däl meseleleriň kömegi bilen okatmagyň iň zerur taraplarynyň biri – okuwçylaryň işjeňligi we özbaşdaklygy ýokarlandyrylýar. Mälim bolşy ýaly, eger okuwçylaryň işjeň hereketleri bolmasa, olar diňe mugallymyň beýan edişini diňlemek, okuw kitabyny okamak, okuw-görkezme esbaplaryna syn etmek bilen täze maglumaty düýpli öwrenip bilmeýärler.

Mysallara seredeliň. 8-nji synpda “Arifmetiki progressiýanyň ilkinji *n* agzalarynyň jeminiň formulasy” atly tema öwrenilenden soňra mugallym okuwçylara aşakdaky meseläni hödürlep biler: “Arifmetiki progressiýanyň 8-nji agzasy 40-a deň. Onuň ilkinji 15 agzasynyň jemini tapyň”.

Mesele okuwçylary çuň oýlanmaga mejbur edýär. Kada bolşy ýaly, arifmetiki progressiýanyň birinji agzasyny we ahyrky agzasyny ýa-da birinji agzasyny we tapawudyny bilmezden,

$$S_n = \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot n, \qquad (1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n \qquad (2)$$

formulalardan peýdalanmak mümkin däl. Meseläniň şertinde bolsa progressiýanyň diňe 8-nji agzasy berilýär.

Emma bu ýagdaýda progressiýanyn ilkinji 15 agzasynyň jemi bilen onuň 8-nji agzasynyň arasyndaky baglaynyşyk (2) formulany ulanmaga mümkinçilik döredýär. Okuwçylar çuňňur oýlananlaryndan soňra meseläni aşakdaky ýaly çözmegi başarýarlar:

$$S_{15} = \frac{2a_1 + d(15-1)}{2} \cdot 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15.$$

Bu taýda $a_1+7d = a_8$, onda $S_{15} = a_8 \cdot 15 = 40 \cdot 15 = 600$.

Diýmek, progressiýanyň ilkinji 15 agzasynyň jemi 600-e deň.

Mugallym okuwçylaryň bilesigelijiligini oýarar ýaly meseleleri saýlamaga üns bermelidir. Çözülişi “ýönekeý we aýdyň” ýaly bolup görünýän, emma hakykatda welin çuň pikirlenmegi talap edýen meseleleri hödürlemek bilen olary matematika dersine gyzyklandyrmak bolar. Şeýle meseleler hödürlenende, okuwçylar ony ýatdan diýen ýaly çözýärler. Meseläniň çözüwini barlaýan ýa-da mugallymyň ýörite soraglaryna jogap berýän wagtlarynda bolsa, okuwçylar ýalňyşlyga ýol berendiklerini ýüze çykarýarlar. Meseläniň çözülişi bilen okuwçylaryň öňki bilimleriniň, tejribeleriniň arasynda dörän dialektiki gapma-garşylyk olaryň bilesigelijiligini has ýitileşdirýär. Şeýle meseleleriň ikisine seredeliň.

1. “Uçar ýeliň ugruna baka 900 *km/sag* tizlik bilen Aşgabatdan Mara uçdy. Ol Marydan Aşgabada baka bolsa eliň garşysyna 600 *km/sag* tizlik bilen uçdy. Uçaryň orta tizligini tapyň” (Meseläni 7-10-njy synp okuwçylaryna hödürlemek bolar).

Okuwçylaryň köpüsi bu “ýönekeýje” meseläni ýatdan diýen ýaly çözüp, uçaryň orta tizliginiň 750 *km/sag* deňligini tapýarlar. Emma mugallymyň “Okuwçylar, siz bu tizlikleriň orta arifmetiki bahasyny tapdyňyz. “Orta arifmetik baha” we “orta tizlik” düşünjeleri bir-birine ekwiwalentmi? Orta tizlik diýlip nämä aýdylýar?” diýen soraglary olary çuň oýlanmaga mejbur edýär. Şeýlelikde, problemaly ýagdaý döreýär. Okuwçylar ähli geçilen ýoluň ony geçmäge sarp edilen wagta bolan gatnaşygyna orta tizlik diýilýänligini ýatlaýarlar. Olar aşakdaky ýaly pikir ýöredýärler.

“Meseläniň şertinde orta tizligi tapmak üçin zerur bolan geçilen ýol we ony geçmek üçin sarp edilen wagt berilmändir. Uçaryň tizliginden peýdalanyp, sarp edilen wagty tapyp bolmazmy? Onuň üçin Aşgabatdan Mara çenli aralygyň näçä deňligini bilmeli. Ýöne ol aralyk hem meseläniň şertinde berilmändir. Bu aralyk hemişelik, ýagny üýtgemeýär. Bu aralygy a bilen belläp, meseläni çözmäge synanyşalyň. Onda Aşgabatdan Mara çenli ýoly geçmek üçin sarp edilen wagt:

$$t_1 = \frac{a}{900}(sag).$$

Marydan Aşgabada çenli ýoly geçmek üçin sarp edilen wagt:

$$t_2 = \frac{a}{600}(sag).$$

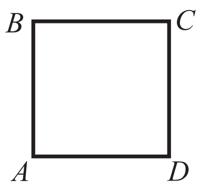
Uçaryň ähli geçen ýoly $2a$ deň. Onda uçaryň orta tizligi bu ýoluň ony geçmäge sarp edilen wagta gatnaşygyna deň bolmaly,

$$\vartheta_{or} = \frac{2a}{\frac{a}{900} + \frac{a}{600}} = \frac{2a}{\frac{5a}{1800}} = \frac{2a}{\frac{a}{360}} = 720\left(\frac{km}{sag}\right).$$

Diýmek, uçaryň orta tizligi 720 *km/sag* deň”.

2. “Dikuçar asuda, ýelsiz howada Aşgabatdan göni demirgazyga tarap uçdy, 500 *km* uçandan soňra, ol gündogara sowuldy. Dikuçar şol tarapa hem 500 *km* uçup, täzeden günorta sowuldy we ýene 500 *km* ýol geçdi. Soňra ol günbatar tarapa sowlup, ýene 500 *km* uçandan soň gondy.

Dikuçaryň gonan ýeri Aşgabada garanyňda nirede ýerleşýär – günbatardamy, gündogardamy, demirgazykdamy ýa-da günortadamy?” (Meseläni 8-10-njy synp okuwçylaryna hödürlemek bolar).

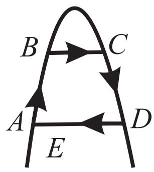


22-nji surat

Okuwçylaryň ählisi dikuçaryň Aşgabat aeroportyna, öz uçan ýerine gonandygyny aşakdaky çyzga esaslanyp, ynam bilen aýdýarlar (*22-nji surat*).

$AB=BC=CD=DA = 500\ km.$

Mugallym diňe Ýer tekiz formaly bolan ýagdaýynda bu çözülişiň dogry boljaklygyny aýdýar. Emma Ýer tekiz däl-de, şar formaly. Diýmek, dikuçar kwadratyň kontury boýunça uçandyr diýip pikir etmeli däl. Ýene problemaly ýagdaý döreýär. Okuwçylar problemany geografik faktlara esaslanyp çözýärler. Aşgabat şäheri ekwatordan demirgazykda ýerleşýär. Demirgazyk polýusyna golaýlaşdygyça meridianlar bir-birine ýakynlaşýar. Diýmek, dikuçar 23-nji suratyň kontury boýunça uçandyr. Dikuçar Aşgabadyň geografik giňişliginden 500 *km* demirgazykda ýerleşen *B* punkta baryp, soňra parallel töwerek boýunça gündogara tarap 500 *km* geçse, ol *C* punkta barar. Soňra gündogara tarap 500 *km* geçip, ol täzeden Aşgabadyň geografik giňişligine *D* gelip, günbatar tarapa 500 *km* uçanda emele getiren burçy gündogara uçandakysyndan kiçi bolar. Netijede, uçuşy gutarandan soň dikuçar Aşgabatdan gündogarrakdaky *E* punkta gonar.



23-nji surat

Okuwçylara dikuçaryň Aşgabatdan näçe kilometr gündogara gonjakdygyny hasaplatmak hem bolar. Bu hasaplamalar geografik maglumatlary (6-7-nji synplarda öwrenilen) peýdalanmagy talap edýär.

Aşgabat şäheri 37-nji paralleliň üstünde ýerleşýär. Dikuçaryň demirgazyga 500 *km* uçandan soňra haýsy paralleliň üstüne barjaklygyny hasaplamak üçin 500-i 111-e bölmeli, sebäbi 6-njy synpyň geografiýa kursundan belli bolşy ýaly, 1^o meridianyň uzynlygy takmynan 111 *km* deňdir.

$500: 111 \approx 4,5^o$;

$37^o+4,5^o = 41,5^o$.

Diýmek, *B* nokat $41,5^o$ parallelde ýerleşýär. Bu parallel boýunça dikuçar 500 *km* gündogara uçdy. Bu parallelde 1^o uzynlyk takmynan 84 *km* deň. Ony degişli tablisalardan ýa-da karta boýunça ölçegler geçirip bilmek mümkin. Dikuçaryň *B* nokatdan näçe gradus gündogara geçjekdigini hasaplamak üçin 500-i 84-e bölmeli:

$500:84 \approx 5,9^o$.

Soňra dikuçar *CD* meridian boýunça 500 *km* geçip, Aşgabadyň ýerleşýän geografik guşaklygyna, ýagny 37-nji parallele geçýär. *AD* aralygyň gradusy bileň *BC* aralygyň gradusy deňdir. Ýöne 37-nji parallelde her bir gradusyň uzynlygy takmynan 92 *km* deňdir. Onda $AD = 92 \cdot 5,9 \approx 543$ *km*.

AD aralyk takmynan 543 *km* deň eken. Diýmek, *B* nokatdan Aşgabada gaýdyp gelmek üçin dikuçar günbatara 500 *km* däl-de, 543 *km* uçmaly ekeni. Şeýlelikde, dikuçar Aşgabatdan 43 *km* gündogarda ýerleşýän *E* punkta gonar.

Okuwçylara şu görnüşli meseleler hödürlenende:

a) okuwçylaryň matematika boýunça bilimleriniň çuňlaşmagy bilen bir hatarda olaryň beýleki dersler (ýokardaky mysallarda fizika we geografiýa) boýunça alan bilimleri berkidilýär;

b) matematikanyň usullarynyň amaly ähmiýetli meseleleri çözmekde ulanylyşy görkezilýär;

ç) matematikanyň beýleki dersler bilen baglanyşygy açylyp görkezilýär;

d) okuwçylarda matematika we beýleki derslere höwes döredilýär.

Okatmak prosesinde standart däl meseleleri aşakdaky maksatlar üçin peýdalanmak bolar:

1) okuwçylarda täze öwreniljek maglumatlara gyzyklanma döretmek;

2) öwrenmäge degişli haýsydyr bir matematiki fakty okuwçylara özbaşdak tapdyrmagy guramak;

3) öwrenilýän maglumaty, fakty illýustrirlemek;

4) okuwçylarda matematika dersine höwes döretmek we ony ösdürmek;

5) okuwçylary döredijilikli okuw işine çekmek we olaryň matematiki pikirlenişini ösdürmek;

6) okuwçylarda dialektiki dünýägaraýyşy terbielemek.

Sapak prosesinde okuwçylara hödürlenilýän her bir mesele öwrenilýän maksatnama maglumatyny ýa-da umuman, matematika bilen baglanyşykly haýsydyr bir güýçýeterli täzeligi öz içine almalydyr. Her bir meseläniň çözülişi okuwçylaryň bilimlerini baýlaşdyrmaga we olara meseleleri çözmegiň dürli ýollaryny öwretmäge ýardam etmelidir.

8.4. Mekdep matematikasynyň sapaklarynyň deň ýarysy diýen ýaly meseleler çözmeklige sarp edilýär. Şeýlelik bilen matematikany okatmak meseleleriň üsti bilen hem amala aşyrylýar diýip aýtmak bolar.

Matematiki meseleleriň bilim berijilik funksiýasyndan belli bolşy ýaly, meseleleri çözmek arkaly okuwçylar birnäçe täze matematiki düşünjeleri özleşdirýärler, subut etmegiň usullaryny öwrenýärler. Matematikany meseleleriň üsti bilen okatmak munuň bilen tamamlanmaýar. Matematikany okatmakda her bir meseläniň öňünde kesgitli maksat goýulmalydyr. Matematiki meseleleriň oňünde nähili maksatlaryň goýulmagy mümkin? Ol maksatlaryň biri matematikanyň nazary soraglaryny, ýagny täze düşünjeleri, usullary, teoremalary öwrenmäge taýýarlamak üçin matematiki meseleleriň ulanylmagyny göz öňünde tutýar.

Meselem, görkezijili funksiýany öwrenmäge taýýarlyk döwründe aşakdaky meseläni hödürlemek mümkin.

Mesele. Eger-de enjamyň başlangyç bahasy 1000 manat we ýyllyk amortizasiýasy 5% bolsa, bu enjamyň 4 ýyldan soňky bahasyny tapmaly.

Çözülişi. Meseläniň çözülişi $A = 1000 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right)^t$ formula getirilýär.

$t = 4$ bolanda $A = 1000 \cdot \left(\frac{19}{200}\right)^4 \approx 815$ (*man.*). Diýmek, 4 ýyldan soň enjamyň bahasy takmynan 815 manat bolar.

Bu meseläniň çözülmegi görkezijili funksiýany we onuň häsiýetlerini öwrenmegi ýeňilleşdirýär.

Täze öwrenilen nazary maglumatlary berkitmäge degişli meseleler.

Meselem, wertikal we çatyk burçlara degişli temany berkitmek üçin aşakdaky meseläni ulanyp bolar:

“Iki burçuň umumy depesi bar. Olaryň çatyk däl ýa-da wertikal bolmaklary mümkinmi?”

Wiýetiň teoremasyny berkitmekde aşakdaky meseläni peýdalanmak bolar.

“$x^2+px+35=0$ deňlemäniň kökleriniň biri 7-ä deň. Deňlemäniň beýleki köküni we p-ni tapmaly?”

Matematiki meseleleriň üsti bilen täze okuw maglumatlaryny öwrenmäge taýýarlyk işleri amala aşyrylýar. Täze okuw maglumatyny öwrenmek üçin gerek bolan bilimler barlanylýar. Meselem, rasional görkezijili dereje düşünjesi öwrenilmezden ozal bitin görkezijili derejäni gaýtalamaga degişli gönükmeler çözdürilýär.

Öwrediji meseleleriň sistemasynyň kömegi bilen nazary maglumatlary öwretmek, şeýle hem käbir meseleleri çözmegiň ýoluny öwretmek amala aşyrylýar. Öwrediji meseleleriň sistemasynyň birinji meselesiniň çözülişi ikinji meseläni çözmek üçin, birinji we ikinji meseleleriň çözülişleri üçünji meseläni çözmek üçin we ş.m. esas bolup hyzmat edýär.

Öwrediji meseleleriň sistemasyna mysal getireliň. 8-nji synpyň geometriýasynda “Üçburçluklaryň çözülişi” diýen tema geçilenden soňra aşakdaky özara baglanyşykly meseleleri okuwçylara hödürläp bolar:

1. Eger $S = \frac{1}{4}, AC = \frac{1}{2}$ bolsa, ABC üçburçlugyň AC tarapyna geçirilen beýikligini tapyň.

2. Eger $\angle ABC=90^o$, $AB=3$, $BC=4$ bolsa, ABC üçburçlugyň AC tarapyna geçirilen beýikligini tapyň.

3. Eger $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0$, $AB=6$, $BC=8$ bolsa, ABC üçburçlugyň AC tarapyna geçirilen beýikligini tapyň.

4. Eger $AB^2+BC^2=AC^2$, $AB=5$, $BC=12$ bolsa, ABC üçburçlugyň AC tarapyna geçirilen beýikligini tapyň.

1-nji meseläniň çözülişi 2-nji meseläniň çözülişiniň bölegidir. Okuwçylar $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0$, şertiň $\angle ABC=90^o$ bolýandygyny aňladýanlygyny anyklanlaryndan soň, 3-nji meseläniň çözülişi 2-nji meseläniň çözülişine kybapdaşdyr. $AB^2+BC^2 = AC^2$ şertiň $\angle ABC=90^o$ bolýandygyny aňladýanlygy üçin 4-nji meseläniň çözülişi hem 2-nji meseläniň çözülişine meňzeşdir.

8.5. Analiz we sintez matematiki meseleleri çözmegiň iň esasy umumy usullarydyr. Öň belläp geçişimiz ýaly, analizde logiki pikirlenme ugry näbelliden bellä tarapdyr. Sintezde bolsa pikirlenmek prosesi belli ululykdan näbelli ululyga tarap amala aşyrylýar. Şu sebäpli hem okuwçylara analiz we sintez boýunça pikirlenmegi öwretmek esasy problemalaryň biri bolup durýar. Mesele çözülende analiz we sintez bilelikde ulanylýar.

Mysallara seredeliň.

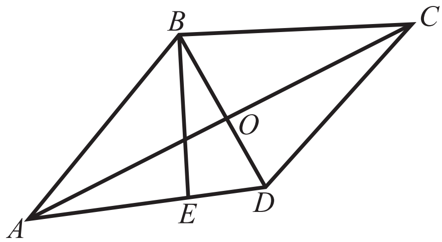
1. Eger rombuň beýikligi 12 *sm*, kiçi diagonaly 13 *sm* bolsa, onuň meýdanyny tapyň.

Çözülişi.

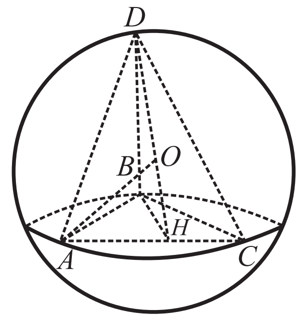
Meseläni analiz usuly bilen çözeliň (*24-nji surat*).

1. Eger rombuň *AB* tarapy we *BE* beýikligi berlen bolsa, onda biz onuň meýdanyny *S*=*AD*·*BE* formula boýunça tapyp bilerdik. Bize rombuň beýikligi *BE*=12 *sm* berlen. Emma rombuň tarapy, ýagny *AD* belli däl. Bu tarapy nädip tapmaly?

2. Rombuň diagonallarynyň özara perpendikulýarlygyny göz öňünde tutsak, onda *BDE* burçy umumy bolany üçin *BED* we *ADO* gönüburçly üçburçluklar meňzeşdirler. Olaryň meňzeşliginden $\frac{AD}{OD} = \frac{BD}{DE}$ gatnaşygy ýa-da $AD = \frac{BD \cdot OD}{DE}$ alyp bileris.



24-nji surat



25-nji surat

3. Rombuň diagonallarynyň kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýändigini göz öňünde tutup alarys: $OD = \frac{1}{2} \cdot BD$.

4. Pifagoryň teoremasyndam peýdalanyp, *DE* kesimiň uzynlygyny tapyp bileris: $DE = \sqrt{BD^2 - BE^2}$.

Analiziň kömegi bilen biz gözlenilýän ululykdan belli ululyklara geldik. Tersine, eger-de çözüwiň gözlegindäki 4-nji punktdan 1-nji punkta çenli hasaplamalary geçirsek, meseläniň çözüwini alarys. Ol bolsa sintez bolar.

2**.** Gapdal gapyrgalary esasy bilen α burçy emele getirýän piramida şaryň içinden çyzylypdyr. Piramidanyň esasy gipotenuzasy 2 *sm* deň bolan gönüburçly üçburçlukdyr. Şaryň göwrümini tapmaly.

Çözülişi. Meseläni analiz usulynyň kömegi bilen ýönekeý meselelere dagydýarys.

1. Goý, ABC gönüburçly üçburçlugyň B burçy göni bolsun (*25-nji surat*). Onda ABC üçburçlugyň tekizligindäki töweregiň merkezi AC gipotenuzanyň ortasynda ýatar (ýagny AC gipotenuza ol töweregiň diametri bolar).

2. Indi piramidanyň DH beýikliginiň hem AC gipotenuzanyň ortasyndan geçýändigini görkezeliň. Goý, DH piramidanyň beýikligi AH, CH, BH bolsa, degişlilikde AD, CD, BD gapyrgalaryň proýeksiýalary bolsunlar. Onda $\sin\alpha = \frac{DH}{AD}; \sin\alpha = \frac{DH}{BD}; \sin\alpha = \frac{DH}{CD}$ bolany üçin $AD=BD=CD$ gapyrgalaryň özara deňdigi gelip çykýar.

$\cos\alpha = \frac{AH}{AD}; \cos\alpha = \frac{BH}{BD}; \sin\alpha = \frac{CH}{CD}$ bolany üçin

$BH=AH=CH=\frac{AC}{2} = \frac{2}{2} = 1$ proýeksiýalaryň özara deňligi gelip çykýar. Diýmek, H nokat A, B, C nokatlaryň üstünden geçýän töweregiň merkezi we ol AC gipotenuzanyň ortasydyr.

3. Piramidanyň beýikligi AH bolsa, şaryň O merkezinden geçýär (AD we CD gapyrgalaryň AH we CH proýeksiýalary özara deň hem-de olar AC diametri emele getirýärler).

4. Indi şaryň radiusyny tapalyň:

$$OA^2=R^2=AH^2+OH^2=1+OH^2; R^2= 1+OH^2 \qquad (1)$$

$$\cos\alpha = \frac{AH}{AD} = \frac{1}{AD}; AD = \frac{1}{\cos\alpha}; DH^2 = (R + OH)^2 = AD^2 - AH^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2 - 1 = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha; \ DH = \mathrm{tg}\alpha.$$

$R+OH = \mathrm{tg}\alpha$; $OH = \mathrm{tg}\alpha - R$ (1) deňlikde OH-yň bu bahasyny ornuna goýup alarys:

$R^2=1+(\mathrm{tg}\alpha - R)^2$; $R^2 - 1 + \mathrm{tg}^2\alpha - 2R\,\mathrm{tg}\alpha + R^2$; $2R\,\mathrm{tg}\alpha = 1 + \mathrm{tg}^2\alpha$;

$$R = \frac{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}{2\,\mathrm{tg}\alpha} = \frac{\frac{1}{\cos^2\alpha}}{\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha}.$$

5. Indi şaryň göwrümini tapýarys:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{\sin 2\alpha}\right)^3 = \frac{4\pi}{3\sin^3 2\alpha}.$$

Jogaby: $\frac{4\pi}{3\sin^3 2\alpha}$.

Görnüşi ýaly, çylşyrymly meseläniň çözülişi birnäçe ýönekeý meseleleriň çözülişine getirildi.

Matematiki meseleleri çözmegiň ýene bir umumy usullarynyň biri ähli mümkin bolan ýagdaýlary barlamakdyr. Bu usul arkaly meseleler çözülende ähli mümkin bolan ýagdaýlar barlanylýar we olaryň içinden meseläniň şertini kanagatlandyrýan şertler saýlanylyp alynýar.

Meseleleri köpçülikleýin çözmek diýlende şol bir meseläni synpyň ähli okuwçylary bilen çözmeklige düşünilýär.

Meseläni ýatdan köpçülikleýin çözmek, köplenç, IV-V synplarda ulanylýar. Ýönekeý arifmetiki hasaplamalara degişli meseleler, sorag-jogap meseleler köplenç, ýatdan çözülýär. Häzirki döwürde IV-V synplarda matematikany okadýan mugallymlar sapagyň takmynan 5 minudyny ýatdan hasaplamaga berýärler.

Meseläni ýazuw üsti bilen synp tagtasynda çözmek. Bu usul, köplenç, meseläni çözmegiň täze usulyny öwretmek, meseläniň dürli çözüliş usullaryny öwretmek we ş.m maksatlar üçin ulanylýar. Şeýlelikde, meseläni synp tagtasynda mugallym ýa-da okuwçy çözüp biler.

Meseläni okuwçylaryň özbaşdak çözmegi. Mugallym meseläni çözmek boýunça umumy maslahatlar berýär. Şol bir meseläni okuwçylar özbaşdak çözüp başlaýarlar. Şeýlelikde, mugallym okuwçylara degişli kömekleri berýär we kime nähili kömek berlendigini bellik edýär. Mesele çözülip bolandan soňra mugallym okuwçylary bahalandyrýar.

Meseläni ýekebara (indiwidual), ýagny her bir okuwça çözdürmek.

Meseläni okuwçylar bilen köpçülikleýin çözmek, köplenç, gowy netije bermeýär. Sebäbi bu ýagdaýda synpyň ähli okuwçylary şol bir meseläni çözýärler. Ol meseläniň käbir okuwçylar üçin kyn, käbiri üçin örän ýeňil bolmagy mümkin. Meseläni ýekebara çözdürende mugallym okuwçylaryň şahsy aýratynlyklaryny göz öňünde tutýar we şoňa degişli meseleler saýlap alýar. Wagtyň geçmegi bilen gowşak okuwçylar meseleleri çözmegiň usullaryny öwrendigisaýy olara hem öňkä seredeniňde kynrak meseleler çözdürilýär.

8.6. Tejribäniň görkezişi ýaly, matematika okuwçylaryň köpüsi üçin iň kyn, gyzyksyz ders hasaplanylýar. Matematika dersine bolan gyzyklanmany döretmek matematika mugallymlarynyň öňünde duran iň wajyp we gaýragoýulmasyz wezipeleriň biridir. Tejribeli mugallymlar matematikanyň özboluşly aýratynlygyny, özüneçekijiligini örän ýerlikli peýdalanmak bilen öz okuwçylarynyň köpüsini bu dersiň ýesiri, bendisi edip goýmagy başarýarlar we öz işlerinde uly üstünliklere eýe bolýarlar. Okuwçylarda matematika dersine bolan söýgini döretmekde meseleleriň mümkinçiligi örän uludyr. Göräýmäge çözülişi ýönekeýje ýaly bolup görünýän, emma ýeterlik derejede çylşyrymly meseleler okuwçylarda uly gyzyklanma döredýär. Şeýle meseleleri okuwçylara sapakda (sapagyň soňunda okuwçylar ýadan mahallary), synpdan daşary işlerde hödürlemek bolar. Bu meseleleriň hasaplama işleri ýönekeý. Emma bu meseleleriň çözülişini tapmak welin dogry, esasly we yzygiderli pikir ýöretmegi talap edýär. Şeýle meseleler okuwçylarda matematika dersine höwes döretmäge ýardam etmek bilen çäklenmän, eýsem okuwçylaryň logiki pikirlenmek başarnyklaryny hem ösdürýär. Logiki pikirlenmek başarnyklary bolsa, matematikany üstünlikli öwrenmegiň girewidir. Logiki pikirlenmek ukyby we başarnyklary çaga doglanda oňa taýýar görnüşinde berilmeýär. Logiki pikirlenmek ukyby we başarnyklary matematika dersi döredijilikli öwredilende ösdürilýär we berkidilýär.

Okuwçylarda matematika dersine gyzyklanma döredip biljek birnäçe meseläni çözülişi bilen getirýäris.

1. Gönüburçlugyň uzynlygyny 20% ulaldyp, inini bolsa 20% kiçeltdiler. Gönüburçlugyň meýdany üýtgedimi?

Çözülişi. Goý, berlen gönüburçlugyň uzynlygy a, ini bolsa b bolsun. Onda soňky gönüburçlugyň uzynlygy $a + \frac{20}{100} = 1\frac{1}{5}a$, ini bolsa $b - \frac{20}{100}b = \frac{4}{5}b$. bolar.

Berlen gönüburçlugyň meýdany $S=ab$, soňky gönüburçlugyň meýdany bolsa $S = 1\frac{1}{5}a \cdot \frac{4}{5}b = \frac{24}{25}ab$ bolar. Diýmek, soňky gönüburçlugyň meýdany $ab - \frac{24}{25}ab = \frac{1}{25}ab$ ýa-da 4% kiçelipdir.

Jogaby: 4% kiçelipdir.

2. Droblaryň haýsysy uly: $\frac{2009}{2010}$ ýa-da $\frac{2010}{2011}$?

Çözülişi.

$\frac{2009}{2010} = 1 - \frac{1}{2010}$ we $\frac{2010}{2011} = 1 - \frac{1}{2011}$, şeýle hem $\frac{1}{2010} > \frac{1}{2011}$ bolýandygyny göz öňünde tutsak, $\frac{2009}{2010} < \frac{2010}{2011}$ deňsizligiň dogrudygyna göz ýetireris.

Jogaby: $\frac{2009}{2010} < \frac{2010}{2011}$.

3. Gönüburçluk 26-njy suratdaky ýaly edilip, 4 sany gönüburçluga bölünipdir. Ol 4 gönüburçlugyň 3-siniň meýdanlary 2 sm^2, 4 sm^2 we 6 sm^2 deň. Berlen gönüburçlugyň meýdanyny tapyň.

	a	b
x	2	4
y	6	

26-njy surat

Çözülişi. Bölünmekden alnan gönüburçluklaryň uzynlyklaryny a we b bilen, inlerini bolsa x we y bilen belgileýäris. Onda biz berlen gönüburçlugyň meýdanynyň $S=(a+b)(x+y)$ boljakdygyna göz ýetirýäris. Şeýle hem biz $ax=2$ (1), $ay=6$ (2), $bx=4$ (3), $(a+b)x=6$ (4), $(x+y)a=8$ (5) deňlikleri ýazyp bileris. (4) we (5) deňlikleriň çep we sag böleklerini agzama-agza köpeldip alarys:

$ax(a+b)(x+y)=6\cdot 8$.

$ax=2$ bolýanlygyny göz öňünde tutup alarys:

$2(a+b)(x+y)=48$; $S=(a+b)(x+y)=24$.

Jogaby: 24 sm^2.

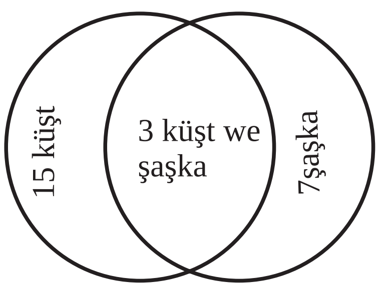
4. Synpda 31 okuwçy bar. Olaryň 18-si küşt, 10-sy şaşka, 3-si bolsa hem küşt hem şaşka oýnap bilýärler. Synpyň okuwçylarynyň näçesi bu oýunlaryň ikisini-de oýnap bilmeýärler.

Çözülişi. Ilki bilen diňe küşt oýnap bilýan okuwçylaryň sanyny kesgitläliň. Onuň üçin 18 sany küşt oýnap bilýänleriň sanyndan 3 sany küşt we şaşka oýnap bilýänleriň sanyny aýyrýarys: 18–3=15. Edil şuňa meňzeş diňe şaşka oýnap bilýänleriň sanyny kesgitleýäris: 10–3=7. Diýmek, 15+7=22 okuwçy diňe bir oýny we 3 okuwçy bolsa iki oýny hem oýnap bilýär. Bu ýerden okuwçylaryň 22+3=25 sanysynyň bu oýunlaryň ikisini ýa-da diňe birini oýnap bilýändiklerini anyklaýarys. Diýmek, 31–25=6 okuwçy bu oýunlaryň ikisini-de oýnap bilmeýär.

Jogaby: 6 okuwçy.

Meseläniň çözülişini 27-nji suratdaky ýaly şekillendirmek oňa düşün-megi ýeňilleşdirýär. Bu suratdan görnüşi ýaly, 15+3+7=25 okuwçy oýunlaryň birini ýa-da ikisini oýnaýar. Şeýle meseleleriň sapakda we synpdan daşary işlerde çözdürilmegi okuwçylarda matematika bolan gyzyklanmany ösdürmek bilen bir hatarda, olaryň logiki pikirlenmek başarnyklaryny ösdürýär. Bu başarnyklar bolsa okuwçylaryň matematikany üstünlikli özleşdirmekleriniň esasy bolup durýar.

8.7. Soňky döwürlerde şerti çyzgynyň kömegi bilen berlen meselelerden giňden peýdalanylýar. Şeýle şerti çyzgyda berlen meseleleriň didaktiki ähmiýeti örän uludyr. Beýle meseleler okuwçynyň çyzga düşünmek başarnygyny ösdürýär.



27-nji surat

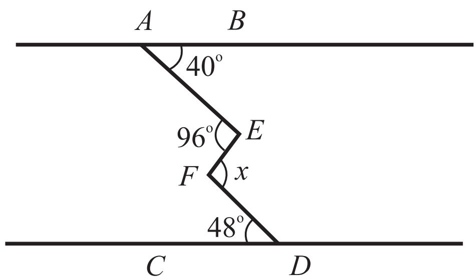
6-njy synpyň geometriýa kursunda “Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary” atly tema öwredilýär. Bu esasy temalaryň biri bolmak bilen onuň kömegi arkaly soňra üçburçluklaryň burçlarynyň jemi baradaky teorema subut edilýär. Bu tema degişli ol diýen kyn bolmadyk türgenleşdiriji häsiýetli meseleler okuw kitabynda ýeterlik. Tejribäniň görkezişi ýaly, bu tema degişli meseleler çözdürilende okuwçylaryň logiki pikir ýöretmek ukyplaryny we başarnyklaryny ösdürmek mümkinçilikleri uludyr.

Munuň üçin çylşyrymlylyk derjesi birneme ýokary bolan ýörite meseleler zerurdyr. Şu nukdaýnazardan şerti çyzgylaryň üsti bilen berlen meseleleriň ähmiýeti örän uludyr. Şeýle meseleleriň biriniň çözülişini mysal hökmünde getirýäris.

Mesele (*28-nji surat*)**.**

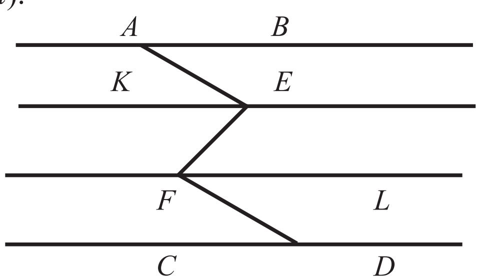
Berlen

$AB||CD$,
$\angle BAE$=40º,
$\angle AEF$=96º,
$\underline{\angle FDC=48º}$
Tapmaly
$\angle EFD$-?



28-nji surat

Çözülişi. Şeýle meseler çözülende goşmaça gurluşlar zerur bolup durýar. *E* nokadyň üsti bilen *AB* we *CD* göni çyzyklara parallel bolan *KE* göni çyzygy, *F* nokadyň üsti bilen *AB* we *CD* göni çyzyklara parallel bolan *FL* göni çyzygy geçirýäris (*29-njy surat*).



29-njy surat

Özara parallel *AB* we *KE* göni çyzyklary üçünji *AE* göni çyzyk kesip geçende alynýan içki atanak burçlar hökmünde $\angle BAE = \angle AEK$ = 40º. Indi biz *KEF* burçuň ululygyny tapyp bileris:

$\angle KEF = \angle AEF – \angle AEK$ = 96º – 40º = 56º.

Özara parallel *KE* we *FL* göni çyzyklary FE göni çyzyk kesip geçende alynýan içki atanak ýatýan burçlar hökmünde $\angle KEF = \angle EFL$ = 56º.

Özara parallel *CD* we *FL* göni çyzyklary üçünji *FD* göni çyzyk kesip geçende alynýan içki atanak burçlar hökmünde $\angle FDC = \angle LFD$ = 48º. Onda biziň gözleýän burçumyzyň ululygy:

$\angle EFD = \angle EFL + \angle LFD$ = 56º+48º=104º.

Jogaby: 104º.

8.8. Häzirki zaman enjamlar we tilsimatlar bilen enjamlaşdyrylan zawoddyr fabrikleriň köpsanlysynyň ýurdumyzda gurlyp işe girizilmegi täze tehnikalardan, kompýuterlerden baş çykaryp bilýän hünärmenlere bolan zerurlygy ýüze çykardy. Halk hojalygynyň matematiki bilimleri we başarnyklary talap edýän pudaklarynyň barha köpelmegi matematika mugallymynyň öňünde mekdebi tamamlaýan ýaşlaryň matematiki taýýarlygynyň hilini ýokarlandyrmak, hususan-da olara alan bilimlerini durmuşda ulanyp bilmek başarnygyny bermek ýaly gaýragoýulmasyz we wajyp wezipäni goýdy.

Islendik problemany matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözmek üçin ilkinji nobatda, ony matematiki dile geçirmeli bolýar. Soňra bolsa matematiki dilde aňladylan problema matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözülýär. Iň soňunda bolsa alnan jogabyň berlen prob-lemany kanagatlandyrýandygy ýa-da kanagatlandyrmaýandygy barlanylýar. Islendik problemany matematiki serişdeleriň kömegi bilen çözmek üçin matematikany ulanmagyň şu üç etapy geçilýär. Bu bolsa matematika dersi okadylanda matematikany ulanmagyň üç etapy barada okuwçylara düşünje bermegiň örän zerurdygyny görkezýär. Şu nukdaýnazardan teswirli (tekstli) meseleleriň ähmiýeti örän uludyr. Emma muňa garamazdan, häzirki wagtda teswirli meseleler diňe öwretmek maksatlary, ýagny geçilenleri berkitmek, gaýtalamak, okuwçylarda degişli başarnyklary we endikleri kemala getirmek üçin peýdalanylýar.

Gözlenilýän we berlen ululyklaryň arasyndaky baglanyşyklar söz bilen aňladylýan meselelere teswirli meseleler diýilýär. Teswirli meseleler çözülende matematikany ulanmagyň üç etapy barada okuwçylara düşünje bermek mümkinçiligi uludyr.

Birinji etapda teswirli meseläniň mazmuny analizlenilýär, ululyklaryň arasyndaky matematiki baglanyşyklar ýüze çykarylýar. Soňra ol adaty dilde berlen matematiki baglanyşyklar matematiki simwollaryň, belgileriň kömegi bilen matematiki dilde aňladylýar. Şunlukda, teswirli meseläniň matematiki modeli, ýagny san aňlatmasy, deňlemesi, deňsizligi ýa-da olaryň sistemasy alynýar we birinji etap tamamlanýar.

Ikinji etapda teswirli mesele boýunça düzülen san aňlatmasy, deňleme, deňsizlik ýa-da olaryň sistemasy öň özleşdirilen matematiki serişdeleriň, ýagny formulalaryň, teoremalaryň, metodlaryň kömegi bilen çözülýär. Bu etapda deňlemedäki, densizlikdäki ýa-da olaryň sistemasyndaky üýtgeýän we belli ululyklaryň nämäni aňladýandygy göz öňünde tutulman, eýsem olary diňe çözmek bilen çäklenilýär.

Üçünji etapda alnan çözüwleriň içinden meselede beýan edilen hadysa laýyk gelýänleri jogap hökmünde alnyp, galanlary taşlanylýar. Jogap meseläniň berlen dilinde, adalgalarynda ýazylýar.

Belli bolşy ýaly, çözülmeli problemanyň dürli matematiki modellerini gurup bolýar. Saýlanylyp alnan matematiki modellere laýyklykda olary çözmek üçin dürli matematiki serişdelerden peýdalanylýar. Emma netijede welin şol bir jogap alynýar. Şoňa görä-de önümçilikde, halk hojalygynyň dürli pudaklarynda, praktikada çözmek talap edilýän problemanyň çalt çözüwini tapar ýaly, onuň ýönekeý matematiki modelini gurmaga çalyşýarlar.

Algebrany okatmak döwründe teswirli meseleleri çözmegiň dürli usullaryny öwretmek arkaly okuwçylarda çözmek talap edilýän problemanyň ýönekeý matematiki modelini saýlap almak başarnygyny kemala getirip bolar. Şeýle hem okuwçylaryň döredijilik we akyl ýetiriş işjeňligini ösdürmekde şol bir usul boýunça birnäçe meseläni çözenden şol bir meseläni birnäçe usul boýunça çözmegiň ähmiýetiniň has uludygy bellidir.

Şu nukdaýnazardan ol diýen çylşyrymly bolmadyk teswirli meseläniň biriniň çözülişiniň dürli usullaryna garap geçeliň.

1-nji mesele. Aşyk oýnap bolanlaryndan soňra Çary jigisi Bäşime: “Eger seniň aşyklaryň biri meniňki bolsa, onda meniň aşyklarymyň sany seniň aşyklaryň sanyndan iki esse köp bolardy” diýdi. Bäşim bolsa: “Eger seniň aşyklaryň biri meniňki bolsa, onda meniň aşyklarymyň sany seniň aşyklaryňyň sany bilen deňleşerdi” diýdi. Oglanlaryň her biriniň näçe aşygy bar?

Çözülişi.

1-nji usul. Üýtgeýän iki ululykly çyzykly iki deňlemäniň sistemasyny düzmek bilen çözýäris. Goý, Çarynyň x aşygy, Bäşimiň bolsa y aşygy bar bolsun. Meseläniň şertine görä, Çary bir aşygyny Bäşime berse, $x-1 = y+1$ deňlik, tersine Bäşim Çara bir aşygyny berse, $x+1 = 2\cdot(y-1)$ deňlik ýerine ýetýär. Onda bu teswirli meseläniň matematiki modeli bolup

$$\begin{cases} x - 1 = y + 1, \\ x + 1 = 2 \cdot (y - 1). \end{cases}$$

üýtgeýän iki ululykly çyzykly iki deňlemäniň sistemasy hyzmat edýär.

Bu deňlemeler sistemasyny çözüp, $x = 7$; $y = 5$ çözüwi alýarys. Sistemanyň bu çözüwi meseläniň şertini kanagatlandyrýar. Diýmek, Çarynyň 7 aşygy we Bäşimiň bolsa 5 aşygy bar eken.

2-nji usul. Indi bu meseläni bir üýtgeýän ululykly çyzykly deňleme düzmek arkaly çözeliň. Meseledäki Çary bir aşygyny Bäşime berse, olaryň aşyklarynyň sany deňleşýär diýlen şertden Çarynyň aşyklarynyň sanynyň Bäşmiň aşyklarynyň sanyndan 2 sany artykdygy gelip çykýar. Onda Çarynyň x, Bäşimiň bolsa $x-2$ aşygy bar diýip belleýäris. Bäşim 1 aşygyny Çara, berse onuň aşyklarynyň sanynyň iki esse köp boljakdygyny göz öňünde tutup,

$$x+1=2\cdot(x-3)$$

deňlemäni alýarys. Diýmek, bu usulda teswirli meseläniň matematiki modeli bolup, bir üýtgeýän ululykly çyzykly deňleme hyzmat edýär. Bu deňlemäni çözüp hem öňki jogaby alýarys.

3-nji usul. Meseläni deňleme düzmän hem çözmek bolar.

2-nji usuldaky ýaly pikir ýöredip, Çarynyň aşyklarynyň sanynyň Bäşimiň aşyklarynyň sanyndan 2 sany köpdügini kesgitleýäris. Eger Bäşim 1 aşygyny Çara berse, onuň aşyklarynyň sany 2 esse köp bolýar diýlen şertden nähili netije alynýandygyna üns bereliň. 2 aşygy az bolan Bäşimiň aşyklarynyň sany ýene 1 aşyk kemelýär we 2 aşygy artyk Çarynyň aşyklarynyň üstüne bolsa ýene 1 aşyk goşulýar. Şeýlelikde, Çarynyň aşyklarynyň üstüne ýene-de 1 aşyk goşulandan soň, onuň aşyklarynyň sany Bäşimiň aşyklarynyň sanyndan 4 aşyk artyk bolar. Şerte görä, bu ýagdaýda Çarynyň aşyklarynyň sany Bäşimiňkiden 2 esse artyk bolmaly. Diýmek, bu ýerde 4 aşyk 1 esse hasabynda bolup, Bäşim 1 aşygyny berenden soň, Çarynyň aşyklary 4 + 4 = 8 sany, Bäşimiň aşyklary bolsa 4 sany bolar. Ilkibaşda Çarynyň 8 – 1 = 7 aşygy we Bäşimiň bolsa 4 + 1 = 5 aşygy bar eken.

Bu usulda ol diýen ýönekeý bolmadyk logiki pikir ýöretmelerden soňra meseläniň matematiki modeli bolup, hasaplamak talap edilýän ýönekeý san aňlatmasy hyzmat edýär. Elbetde, bu usul öňkülere garanyňda kynrak, emma ol okuwçylaryň pikirlenmek ukybyny artdyrmaga ýardam edýär.

Teswirli meseleleri diňe bir öwrediji maksatlar üçin däl-de, eýsem okuwçylarda alan matematiki bilimlerini durmuşda, önümçilikde we amalyýytde ulanyp bilmek başarnygyny, logiki pikirlenmek ukybyny ösdürmek maksatlary üçin hem ulanmak peýdalydyr.

§ 9. Matematikany öwretmegiň görnüşleri, sapagyň gurluşlary, görnüşleri

9.1. Sapagyň okuw-terbiýeçilik işinde tutýan orny.
9.2. Sapaklaryň gurluşy, görnüşleri.
9.3. Sapakdan edilýän talaplar.
9.4. Mugallymyň sapaga taýýarlygy.

9.1. Sapak okuw-terbiýeçilik işini guramagyň esasy görnüşidir. Şoňa görä-de okatmagyň netijeliligi sapagyň hili bilen ýakyndan baglanyşyklydyr. Ilkinji nobatda, sapagyň öwredijilik, terbiýeleýjilik we ösdürijilik mümkinçilikleri peýdalanylýar.

Her bir sapagyň, şol sanda matematika sapagynyň hem netijeliligi okuwçylary okatmak, terbiýelemek we ösdürmek meseleleriniň nähili çözülýändigine baglydyr. Sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmak üçin bolsa oňa berk taýýarlyk görmek zerurdyr. Mugallymyň sapaga döredijilikli çemeleşmegi, geçilýän maglumatlary dürli usullary ulanmak arkaly düşündirmegi, dürli görkezme esbaplardan peýdalanmagy okuwçynyň sapaga gyzykmagyna getirýär. Munuň üçin mugallymyň döredijilikli işlemegi zerurdyr. Mugallym mydama gözlegde bolmalydyr.

Sapagyň okuw-terbiýeçilik prosesinde tutýan ornuny we roluny kesgitlemek, öwrediljek maglumatyň içinden esasy mazmuny bölüp çykarmak, sapagyň strukturasy we onuň her bir etapy hakynda oýlanmak, öňde goýlan wezipeleri optimal çözmäge ýardam berýän usullary saýlap almak sapaga taýarlanmagyň zerur elementleri bolup durýar. Mugallym sapagyň mazmunynyň üstünde oýlanýan wagty, ilkinji nobatda, matematikadan okuw maksatnamasyna ser salmalydyr. Bu oňa şu sapagyň, mysal üçin, matematikanyň umumy kursynda tutýan ornuny we özleşdirmek hökman bolan maglumaty kesgitlemäge mümkinçilik berer. Şeýle-de nazary we amaly maglumatlaryň baglanyşygyny ýola goýmak sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmagyň wajyp şertleriniň biri bolup durýar. Bu şertiň göz öňünde tutulmagy okuwçylaryň akyl ýetirjiliginiň ösdürilmegine, olaryň maglumatlary düýpli we düşünjeli özleşdirmegine ýardam edýär.

Sapagyň strukturasyny, ony geçirmegiň göwnejaý usullaryny, şol synpyň özboluşly aýratynlyklaryny göz öňünde tutmak arkaly saýlap almak zerurdyr. Sapagyň strukturturasyny, ony geçirmegiň usullaryny saýlap almak hukugy şol synpyň aýratynlyklaryny, mümkinçiliklerini oňat bilýän hünärmen hökmünde mugallyma degişli bolmalydyr. Bu okuwçylaryň döredijilik ukyplarynyň ösmegine položitel täsir edýär. Peýdalanylýan usullar okuwçylaryň geçilýän maglumatlara bolan gyzyklanmalaryny işjeňleşdirmäge, şeýle hem olarda pikir ýöretmäge, degşirmäge, analiz etmäge, umumylaşdyrmaga, netijeler çykarmaga ýardam etmelidir.

Sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmagyň şertleriniň ýene-de biri okatmagyň görkezme esbaply guralmagydyr. Şoňa görä-de mugallym haýsy okuw-görkezme esbaplarynyň, serişdeleriniň nähili utgaşyklylykda peýdalanylanda öwrenilýän maglumata giňişleýin we çuňňur akyl ýetirmäge mümkinçilik berjekdigini öňünden kesgitlemelidir. Şunlukda okuw-görkezme esbaplaryny juda köp ulanjak bolup çalyşman, eýsem olar zerur bolan wagtynda, tema oňat düşünmäge mümkinçilik döredýän halatynda peýdalanylmalydyr. Okatmagyň tehniki serişdelerini ulanmaga hem oýlanyşykly çemeleşmek gerek. Sapakda zerur bolan pedagogik netijäni berip biljek, okuw wagtyny tygşytlamaga ýardam etjek tehniki serişdeler peýdalanylmalydyr.

Temany düşündirmegiň dogry usulyny saýlap almak üçin mugallym okuw maglumatynyň çylşyrymlylyk derejesini, okuwçylaryň ýaş aýratynlygyny göz öňünde tutmalydyr. Şunlukda, ol sapakda okuwçylaryň haýsy maglumaty öwrenip biljekdiklerini, haýsy maglumaty bolsa hökman öwrenmelidiklerini kesgitlemelidir.

Okuwçylaryň psihologik-fiziologik aýratynlyklarynyň göz öňünde tutulmagy olaryň okuw işleriniň hetdenaşa agyr bolmazlygyna, olaryň her biriniň özi üçin mümkin bolan çaltlykda okuw maglumatyny işjeň özleşdirmegine şert döredýär.

Okuwçylaryň her biriniň şahsy aýratynlygyny bilmegi mugallyma tutuş sapagyň çaltlyk derejesini, öwrediljek maglumatyň möçberini, ol ýa-da beýleki özbaşdak iş geçirilende her bir okuwçynyň mümkin bolan iş ýüküni dogry kesgitlemäge mümkinçilik berýär.

9.2. Didaktikada sapaklary görnüşlere bölmek, esasan, olaryň öňünde goýlan maksatlar boýunça amala aşyrylýar.

1. Kombinirlenen ýa-da gatyşyk sapak.

Sapagyň bu görnüşi okuw-terbiýeçilik işinde has giňden ulanylýar. Bu görnüşli sapak guramaçylyk döwründen soňra okuwçylaryň öý işlerini barlamakdan başlanýar. Okuwçylaryň öý işini ýerine ýetirmekde duş gelýän kynçylyklary derňelýär. Soňra geçilen maglumatlary soramak başlanýar. Bu çäre bir wagtda birnäçe okuwçylar bilen soragnamalar (kartoçkalar) arkaly, synp tagtasynda mysal işletmek ýa-da dilden soramak arkaly amala aşyrylsa netijeli bolýar. Soňra mugallym täze maglumatlary düşündirýär we degişli gönükmeleriň, soraglaryň kömegi bilen bu täze düşünjeleriň ilkibaşky ýönekeý derejede berkidilmegine ýardam edýär. Gatyşyk sapagyň ahyrynda okuwçylara öý işi tabşyrylýar we ony ýerine ýetirmek boýunça zerur düşündirişler berilýär.

2. Täze maglumatlary öwretmek sapagy.

Bu sapagyň esasy maksady täze maglumaty öwretmeklige syrykdyrylýar. Köplenç, täze maglumatlary öwretmek sapagynyň esasy maksady aşakdakylaryň islendik biri bolup biler:

1. Okuwçylara käbir täze düşünjäni (meselem, parallelogram düşünjesini) öwretmek.

2. Käbir düşünjede şöhlelendirilen obýektiň häsiýetini ýa-da nyşanyny (meselem, kwadrat deňlemäniň kökleri bilen koeffisiýentleriniň arasyndaky baglanyşygy açyp görkezýän Wiýetiň teoremasyny) beýan etmek.

3. Meseleleriň kesgitli görnüşiniň umumy çözülişini (algoritmini) (meselem, üýtgeýän iki ululykly çyzykly iki deňlemeler sistemasyny çözmegiň goşmak usuly) öwretmek.

Täze maglumaty öwretmek sapagy dürli görnüşli bolup biler: mugallymyň umumy okuwy; temany okuwçylaryň işeňňir kömegine daýanyp düşüňdirmek; täze häsiýeti, nyşany okuwçylaryň özbaşdak tapmagyna ýardam edýän ewristik gürrüň; okuw kitaplary ýa-da beýleki çeşmeler arkaly okuwçylaryň özbaşdak işlerini guramak we ş.m.

Sapakda islendik usulyň ulanylmagyna garamazdan, täze maglumaty öwretmek döwründe öňki geçilen temalar berkidilýär. Täze temany düşündirmekde mugallym kömekçi soraglaryň kömegi bilen öň geçilen maglumatlary okuwçylaryň özleşdirişini, ýagny olaryň bilimlerini we başarnyklaryny barlaýar.

Täze maglumatlary öwretmek sapagy diňe öňki geçilenleri däl, eýsem öwrenilýän düşünjäni berkitmekligi hem göz öňünde tutmalydyr. Şeýle sapagyň zerur etaplarynyň biri sapakda öwrenilenleri berkitmekdir. Sapagyň bu etabynda aşakdaky ýaly okuw wezipeleri amala aşyrylýar:

1. Kesgitlemesi boýunça düşünjäni tanamak.

2. Teoremanyň mazmunyny ýa-da onuň subudyny gaýtalap aýtmagy başarmak.

3. Öwrenilýän teoremany ýönekeý mysal-meseleleri çözmekde ulanmak.

4. Sapakda öwrenilen algoritmi gaýtalamagy ýa-da mesele çözmekde ulanmagy başarmak.

Berkitmek döwründe kem-käsleýin özleşdirilen maglumatlar ýüze çykarylýar we ol ýalňyşlar düzedilýär; ilkinji başarnyklar we endikler kemala getirilip başlanýar.

Sapagyň esasy maksadynyň amala aşyrylmagy okuwçylaryň täze maglumaty kabul etmäge nähili taýýarlanandyklary bilen baglanyşyklydyr. Bu okuw wezipesi öýe berlen işleri barlamak we gaýtalamak etabynda amala aşyrylýar. Öýe iş berlende bolsa täze maglumaty özleşdirmekde zerur düşünjeleri gaýtalamak göz öňünde tutulmalydyr. Sapakda öýe berlen iş barlananda bolsa, täze maglumaty özleşdirmekde zerur bolan düşünjeler, ilkinji nobatda, gaýtalanmalydyr we barlanylmalydyr.

Täze maglumaty özleşdirmek sapagynyň iň zerur we iň soňky etaby öýe iş tabşyrmakdyr. Synpyň okuwçylarynyň köpüsi üçin öýe berlen ýumuşlaryň güýçýeterli bolmagy iň zerur talaplaryň biri bolup durýar. Mugallym tarapyndan okuwçylara öýe berlen ýumşy ýerine ýetirmek boýunça zerur bolan görkezmeler we maslahatlar berilmelidir.

Sapagyň esasy maksadyna görä, onuň esasy etaplary dürli utgaşyklykda gelip, şu görnüşli sapagyň düzümini emele getirýäler.

3. Bilimleri berkitmek, endikleri we başarnyklary kemala getirmek sapagy.

Berkitmegiň başlangyjy täze maglumatlar öwredilýän sapakda başlaýar. Soňra täze öwrenilen maglumatlar berkitmek we gaýtalamak arkaly has çuňňur özleşdirilýär. Berkitmek sapagyny şertli ýagdaýda ikä bölüp bolar: 1) gönükmeleri çözmek sapagy; 2) gaýtalamak sapagy. Gönükmeleri çözmek sapagynda okuwçylara öwrenilen täze maglumatlary ulanmak arkaly agyrlyk derejesi kem-kemden ýokarlanýan mysal-meseleleriň toplumy çözdürilýär. Bu mysal-meseleler çözdürilende bolsa, täze maglumatlardan peýdalanylýandygy üçin olaryň okuwçylaryň aňynda berkemegi we çuňlaşmagy hem bolup geçýär. Köplenç, täze maglumatlar öwredilýän sapakda täze düşünjäniň ähli häsiýetlerini, nyşanlaryny doly we çuňňur açyp görkezmek mümkinçiligi az bolýar. Täze düşünjäniň bu häsiýetlerini we nyşanlaryny doly hem-de çuňňur açyp görkezmek berkitmek sapagynda amala aşyrylýar. Berkitmek sapagynda okuwçylaryň döredijilikli pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek mümkinçiligi hem ýokarydyr.

Mysala seredeliň. Täze öwrenilen bilimleri berkitmekde gaýtalamagyň hem ähmiýeti ýokarydyr. Täze temany gaýtalamak, täze öwrenilen maglumat ulanylýan mysala meňzeş mysaly çözmek arkaly alnan bilimleri berkitmek amala aşyrylýar. Mysal üçin, 9-njy synpda “Iki burçuň jeminiň we tapawudynyň kosinusy we sinusy” diýen tema öwrenilenden soň bu formulalary berkitmek sapagyna seredeliň.

1. Öý işleri barlanylýar.

a) Öý işiniň okuwçylaryň köpüsiniň işlemekde kynçylyk çeken mysaly tagtada çözülip görkezilýär we düşündirilýär. Bu mysaly ýerine ýetirmek üçin ony işlän okuwçylaryň birini tagta çagyrmak bolar.

b) Soňra iki burçuň jeminiň we tapawudynyň kosinusynyň we sinusynyň formulalarynyň getirilip çykarylyşy birnäçe okuwçydan soralýar. Gowşak ýetişýän okuwçylaryň bu formulalary ýatdan bilişleri barlanylýar.

2. Mesele çözmek.

Mesele 1. a) $\sin 75^{\circ}$; b) $\cos 105^{\circ}$; ç) $\sin 15^{\circ}$; d) $\cos 105^{\circ}$ tapmaly.

Bu bahalary tapanda $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$ we $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$ formulalardan peýdalanmaly.

Mesele 2. a) $\sin 22^{\circ} \cdot \cos 38^{\circ} + \sin 38^{\circ} \cdot \cos 22^{\circ}$; b) $\cos 53^{\circ} \cdot \cos 7^{\circ} - \sin 53^{\circ} \cdot \sin 7^{\circ}$; ç) $\sin 72^{\circ} \cdot \cos 27^{\circ} - \cos 72^{\circ} \cdot \sin 27^{\circ}$; d) $\cos 50^{\circ} \cdot \cos 20^{\circ} + \sin 50^{\circ} \cdot \sin 20^{\circ}$ tapmaly.

Bu bahalary tapanyňda $\sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta = \sin(\alpha \pm \beta)$ we $\cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta = \cos(\alpha \pm \beta)$ formulalardan peýdalanmaly.

Mesele 3. Toždestwony subut etmeli:

$$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right).$$

Jemiň sinusynyň formulasyny ulanmak arkaly okuwçylar toždestwonyň sag böleginden çep bölegini ol diýen kynçylyk çekmezden getirip çykarýarlar. Tersine, toždestwonyň çep böleginden sag bölegini almak okuwçylaryň döredijilikli pikirlenmegini talap edýär. Munuň üçin okuwçylar döredijilikli pikirlenmekligi talap edýän aşakdaky özgertmeleri geçirmeli bolýarlar:

$$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha =$$
$$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} \cdot \sin\alpha + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\alpha\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right).$$

Görnüşi ýaly, bu toždestwony subut etmegiň ikinji usuly didaktiki nukdaýnazardan has uly ähmiýete eýedir. Bu usul okuwçylara diňe jemiň sinusynyň formulasyny ulanmagy öwretmek bilen çäklenmän, eýsem olaryň pikirlenmek ukyplaryny hem ösdürýär.

Tejribeli mugallymlaryň işlerinden görnüşi ýaly, okuwçylar geçilenleri gaýtalamak netijesinde alnan bilimleri dürli ýagdaýlarda, şol sanda önümçilikde, ugurdaş ylymlarda we durmuşda ulanyp bilmek başarnygyna eýe bolýarlar. Geçilenler gaýtalananda bilimleri sistemalaşdyrmaga we alnan bilimleriň özleşdiriliş derejesiniň barlagyny amala aşyrmaga üns bermek zerurdyr.

Ýazuw-barlag işiniň geçirilmeginiň öň ýanynda tema ýa-da bölüm boýunça gaýtalamaklygy guramak peýdalydyr. Mugallym tutuş bir sapagy geçilenleri gaýtalamaga sarp edip biler. Emma bir sapakda 40 minut gaýtalamagy guranyňdan, 4 sapagyň her birinde 10 minut gaýtalamagy guramagyň has netijelidigini öňdebaryjy mugallymlaryň iş tejribeleri görkezýär.

4. Okuwçylaryň bilimlerini barlamak we bahalandyrmak sapagy.

Belli bolşy ýaly, soramak (dilden ýa-da ýazuw üsti bilen) "Mugallym-okuwçy" sistemasyndaky ters baglanyşgy amala aşyrmagyň esasy serişdesi bolup durýar. Eger-de soramak, okuwçylaryň bilimlerini barlamak bolmasa, onda okuw-terbiýeçilik işlerini dolandyrmak prosesinde üstünlik, öňe gidişlik gazanmak kyn bolýar. Talabalaýyk ýola goýlan barlag diňe okuwçylaryň öwrenilýän maglumaty özleşdiriş derejesini dogry bahalandyrmaga mümkinçilik döretmek bilen çäklenmän, eýsem olara öz üstünliklerini we kemçiliklerini ýüze çykarmaga hem şert döredýär. Bilimleri barlamagyň netijesi boýunça mugallym öz işine we okuwçylaryň okuw işlerine zerur bolan düzedişleri girizýär. Öz wagtynda ýola goýlan barlag okuwçylaryň özbaşdak işleriniň guralyşynyň we geçirilişiniň netijeliligini kesgitlemäge hem-de zerur bolan halatda ol işleriň möçberini azaltmaga ýa-da köpeltmäge mümkinçilik döredýär. Bilimleri barlamak diňe mugallymlara gerek bolman, eýsem okuwçy üçin hem zerurdyr. Öz wagtynda geçirilen barlag okuwça öwrenmeli maglumaty özleşdiriş derejesi barada maglumat berýär.

Belli bolşy ýaly, matematika boýunça geçirilýän barlag-ýazuw işleri okuwçylaryň bilimleriniň, başarnyklarynyň we endikleriniň näderejededigi barada anyk maglumatlary berýär. Okuwçynyň ýazuw işine syn etmek we ony barlamak bilen mugallym onuň maksatnama maglumatyny özleşdirmekdäki üstünligini we kemçiligini ýüze çykarýar. Şoňa görä-de okuwçylaryň käbiriniň dilden berýän jogaplary däl-de, eýsem olaryň ählisiniň ýazmaça ýerine yetirýän işleri olaryň matematika boýunça ýetişikleriniň esasy görkezijisi bolup durýar. Sebäbi okuw wagtynyň çäkliligi zerarly okuwçylar dilden jogap bermek üçin seýrek çagyrylýar. Şol sebäbe görä-de okuwçylaryň matematika boýunça bilim derejelerini diňe olaryň dilden berýän jogaplary bilen kesgitlemek ýüzleý bolýar.

Okuwçylaryň okuw işleriniň, bilimleriniň hilini olaryň dilden berýän jogaplary we barlag-ýazuw işleriniň netijeleri has doly açyp görkezýär. Emma, belli bolşy ýaly, okuw wagtynyň çäkliligi zerarly barlag-ýazuw işlerini hem ýygy-ýygydan geçirip bolmaýar. Şoňa görä-de häzirki şertlerde barlag-ýazuw işleriniň netijeleri we dilden berilýän jogaplar hem okuwçylaryň bilim derejeleriniň ýagdaýyny has doly açyp görkezip bilmeýär. Matematika dersi boýunça okuwçylaryň bilim derejeleri, başarnyklary we endikleri uzak wagtyň dowamynda barlanylmasa, onda olaryň bilimlerinde kemkäsleýin özleşdirilen faktlaryň, düşünjeleriniň ýüze çykjakdygy ikuçsyzdyr. Bu bolsa geljekde okuwçynyň diňe matematikany däl, eýsem birnäçe ugurdaş dersleri öwrenmegini kynlaşdyrýar, kähalatda oňa mümkinçilik-de bermeýär.

Şu nukdaýnazardan matematika sapaklarynda okuwçylaryň ýazmaça ýerine ýetirýän her bir özbaşdak işi barlag-ýazyw işiniň rolunda hem çykyş edýär. Geçirilýän her bir özbaşdak iş diňe bir öwredijilik wezipesini ýerine yetirmek bilen çäklenmän, eýsem barlag maksatlary üçin hem hyzmat etmelidir. Özbaşdak işleriň netijesi boýunça barlag-ýazuw işleri geçirilmezden öň, geçilýän temany özleşdirmekde kynçylyk çekýän okuwçylara degerli kömekler berilmelidir. Her bir okuwçynyň barlag-ýazuw işinde barlanjak maglumatlary düýpli öwrenmegi zerurdyr.

Ähli dersler, şol sanda matematika boýunça hem her bir sapakda öwrenilýän maglumaty okuwçylaryň näderejede özleşdirendigini barlamak üçin möçberi uly bolmadyk (10-15 minutlyk) özbaşdak işleri geçirmegiň peýdalydygyny tejribe görkezdi. Bu işler mugallyma-da, okuwçylara-da esasy maglumatlaryň, wajyp başarnyklaryň we endikleriň nähili öwrenilýändigini bilmäge elmydama mümkinçilik döredýär.

Matematika boýunça şeýle özbaşdak işler üçin gönükmeler, mysallar we meseleler saýlap almaga uly üns bermek zerurdyr. Mugallym bu ýumuşlaryň çyryşymlylyk derejesini çendenaşa ýokarlandyrmaga synanyşlyk etmeli däldir. Sebäbi bu ýumuşlaryň matematika sapagyndan oňat ýetişýän okuwçylar üçin güýçýeterli bolmagyna garamazdan, gowşak okuwçylarda öz güýjüne bolan ynamyň ýitmegine getirýär. Bu bolsa synpyň bilim derejesine, ýetişigine otrisatel täsir edýär.

9.3. Matematika sapagy aşakdaky talaplary kanagatlandyranda onuň netijeliliginiň ýokary boljakdygyny tejribe görkezýär.

1. Sapak belli bir maksada gönükdirilen bolmaly. Sapakda diňe matematikany öwretmek däl-de, eýsem okuwçylary terbiýelemek we ösdürmek hem amala aşyrylmalydyr.

2. Sapagyň mazmuny rasional böleklere bölünen bolmaly. Elbetde, sapagyň esasyny onuň matematiki mazmuny düzmelidir. Sapagyň matematiki mazmunynyň esasynda okuwçylarda üç görnüşli başarnyklar we endikler kemala getirilýär. Olar: 1) matematiki başarnyklar we endikler; 2) umumy intellektual başarnyklar we endikler (akyl işiniň usullaryny ele almak); 3) okamak we öwrenmek başarnyklary we endikleri. Okuwçylaryň pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek hem matematika mugallymynyň öňünde durýan esasy wezipeleriň biri bolmalydyr. Meselem, eger mugallym üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teoremany we onuň subudyny geçýän bolsa, onda ol sapagyň ähli mazmunyna deduktiw pikir ýöretmegi, subut etmegiň umumy usullaryny we ş.m. öwretmek nukdaýnazaryndan seretmelidir.

3. Sapakdan edilýän üçünji talap okatmagyň we terbiýelemegiň göwnejaý (optimal) serişdelerini, usullaryny we ýollaryny saýlap almak bolup durýar. Okatmagyň uniwersal usulynyň, serişdesiniň, we ýolunyň ýokdugyny mugallym ýatdan çykarmaly däldir. Aýratyn alnan usul, serişde, ýa-da ýol okatmagyň maksatlaryna ýetmäge mümkinçilik bermeýär. Olary utgaşyklylykda ulanýan mugallymlaryň uly üstünlikler gazanýandyklaryny tejribe görkezýär.

Häzirki zaman sapaklary oňaýly, täsirli guramaklygyň esasynda okuwçylaryň okuw zähmetiniň peýdaly täsir koeffisiýentini ýokarlandyrmak, olaryň sapaga taýýarlyk derejesiniň hilini gowulandyrmak zerur bolup durýar. Bu talabyň düzüminde mugallymyň sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmagy, logiki gurluşyny täzeçe guramagy göz öňünde tutulýar.

Şu talap bir wagtyň özünde sapagy ýokary hilli geçirmegiň kriteriýasy hasaplanylsa, başga bir tarapdan, sapagy analiz etmekligiň sistemasy ýa-da ölçegi hasaplanylýar. Şeýle talaplaryň ulgamy mugallymyň zähmet çekmegine zyýan ýetirmän, tersine mugallymyň döredijilikli işlemekligine kömek eder.

Islendik sapagyň başlanmagy onuň maksadynyň aňly-düşünjeli göz öňüne getirilmegi bilen baglanyşyklydyr. Eger şeýle bolmasa, okuwçylary okatmak, terbiýelemek we ösdürmek ýaly maksatlaryň gowşamagyna, sapagyň bolsa tötänleýin guralmagyna getirýär.

Mugallym sapagyň maksadyny takyklandan soň, ilkinji nobatda, maksada ýetmek üçin sapagyň oňaýly görnüşini, ony geçirmegiň usullaryny kesgitleýär, serişdelerini agtarýar we meýilleşdirýär.

Her bir sapak oňa bolan taýýarlykdan başlanýar. Sapaga taýýarlyk bolsa, okuw otagyny, tejribeleri geçirmek üçin abzallary taýýarlamakdan, zerur okuw maglumatlary saýlamakdan we ş.m. ybarat bolýar.

Sapak – bu mugallymyň işiniň görünýän bölegidir, oňa uly taýýarlyk işleri degişlidir. Bu bolsa sapagyň mazmuny we sapagy geçirmegiň hili bilen berk baglanyşyklydyr. Bir sapakda dürli görnüşli işleriň köpüsi çözülip bilner, emma bir sapakda sanalan talaplaryň hemmesi amala aşyrylyp bilinmez. Olar sapaklaryň sistemasynda amala aşyrylyp bilner.

Sanalan talaplaryň toparyndan käbirini anyklalyň:

– sapagyň okuw we terbiýeçilik maksatlaryny dogry kesgitlemeli (sapagyň tutuş maglumatyny, manysyny gutarnykly ýagdaýda böleklere bölmeli, her bölegiň maksadyny takyk kesgitlemeli, şol maksada ýetmegiň oňaýly serişdelerini agtarmaly);

– sapagyň görnüşini kesgitlemeli, onuň düzümini oýlanmak arkaly esaslandyrmaly (sapagyň bölekleriniň hemmesi biri-biri bilen özara arabaglanyşykly bolmaly);

– guraljak sapaklary we geçiljek sapaklary utgaşykly baglanyşdyrmaly;

– täze maglumaty öwretmekligiň oňaýly usullaryny saýlap almaly we ulanmaly;

– okuwçylaryň bilimlerini we başarnyklaryny barlamagyň dürli görnüşli we sistemalaýyn ýollaryny üpjün etmeli;

– öwrenilen maglumatlary berkitmekligiň we gaýtalamagyň sistemasy barada oýlanmaly;

– okuwçylaryň şahsy aýratynlyklaryny hasaba almaly, hemmelere elýeterli, düşnükli, möçberi kiçi, geçilen temanyň dowamy we geçiljek tema taýýarlyk bolar ýaly öý işleriniň oňaýlylaryny saýlamaly.

9.4. Aýratyn alnan bir sapak okatmagyň we terbiýelemegiň ähli wezipelerini çözüp bilmez. Ol sapak bir dersiň, hususan-da bir temanyň bölegi bolup durýar. Şonuň üçin hem ol sapagyň okuw dersindäki tutýan ornuny, ähmiýetini, ol sapagyň didaktiki maksatlaryny bilmek zerurdyr. Mugallymyň sapaga taýýarlygy hem şu aýdylanlary göz öňünde tutmak bilen amala aşyrylmalydyr. Şu nukdaýnazardan mugallymyň sapaga taýýarlygyny üç etapa bölmek mümkin:

1) mugallymyň okuw ýylyna taýýarlygy;

2) mugallymyň her bir baby, bölümi öwretmäge taýýarlygy (tema boýuça sapaklaryň sistemasyny düzmek);

3) mugallymyň nobatdaky sapaga taýýarlygy.

1. Okuw ýýly başlanmazyndan öňki mgallymyň taýýarlygynyň esasy mazmunyna seredip geçeliň. Täze okuw ýylynda haýsy synpy okatmalydygy belli bolandan soň, mugallym, ilkinji nobatda, şol synpyň okuw maksatnamasynyň mazmuny bilen tanyşmalydyr. Soňra bolsa şol synpyň okuw kitaplarynyň mazmunyna ser salmalydyr. Mugallym bu maglumatlary özleşdirmek üçin synpyň okuwçylarynyň öňki ýyllaryň matematika kurslary boýunça nämeleri, haýsy düşünjeleri bilmelidiklerini we haýsy başarnyklar we endikler bilen ýaraglanan bolmalydyklaryny kesgitlemelidir. Netijede, mugallym geçilen maglumatlaryň haýsylaryny gaýtalamalydygyny we nähili gaýtalamalydygyny kesgitläp biler.

Synpda täze okuw ýylynda öwredilmeli maglumatlaryň mazmuny belli edilenden soňra mugallym zerur bolan edebiýatlary, ýagny me-seleler ýygyndylaryny, didaktiki maglumatlary, usuly görkezmeleri ýygnap başlaýar we olaryň mazmunlary bilen tanyş bolýar.

Eger mugallym synpy ilkinji sapar matematikadan okadýan bolsa, onda ol okuwçylaryň ýetişikleri bilen hem tanyşmaly bolýar. Ilkinji sapaklardan başlap, mugallym özüniň okuw işini synpyň okuwçylarynyň taýýarlyklaryny göz öňünde tutmak bilen amala aşyrmaly bolýar. Käbir okuwçylaryň bilimlerindäki kem-käsleýin özleşdirilen maglumatlar, intellektual ösüşlerindäki yza galmalar berlen synpy okatmakda düýpli päsgelçilikleri döredip bilýär. Şonuň üçin hem şeýle okuwçylar näçe çalt ýüze çykarylsa, onda bu kemçilikleri düzetmek boýunça toparlaýyn we indiwidual çäreleri okuw ýyly başlanan badyna ýola goýup bolar.

Şu çärelerden soň mugallymyň okuw ýylynyň I ýarymýyllygy üçin kalendar-tematik meýyilnamalaşdyryşy düzmegi bilen okuw ýyly başlanmazdan öňki taýýarlyk işleri tamamlanýar. Kalendar-tematik meýyilnamalaşdyryş düzülende usuly gollanmalardan ýa-da “Mugallymlar gazetinde” çap edilen mysaly meýilnamalaşdyryşdan peýdalanyp bolar. Mugallym öz şahsy tejribesine daýanyp we okatmaly synpynyň okuwçylarynyň matematika boýunça taýýarlyk derejelerini göz öňünde tutup, bu mysaly meýilnamalaşdyryşdaky berlen sagat sanlaryny üýtgedip biler.

Edil şeýle işleri mugallym okuw ýylynyň II ýarymy başlanmanka geçirmeli bolýar. Käbir mugallymlar kalendar-tematik meýilnamalaşdyryşy tutuş bir okuw ýyly üçin hem düzýärler.

2. Gowy öwrenilmegi we özleşdirilmegi üçin okuw maglumatlary okuw kitabynda baplara, bölümlere we bölümçelere bölünýär. Her bir bap logiki taýdan biri-biri bilen baglanyşykly birnäçe soraglaryň jeminden durýar. Her bir bölüm birnäçe sapak üçin niýetlenilen maglumaty özünde saklaýar. Aýratyn alnan baby nähili okatmaly diýen sorag mugallymyň öňünde örboýuna galýar.

Taýýarlygyň bu etabynda mugallym okuw kitabyndan, usuly görkezmelerden peýdalanyp, aşakdaky usuly meseleleri çözmeli bolýar:

a) babyň mazmunyny öwrenýär we onuň synpyň matematika kursundaky tutýan ornuny kesgitleýär, öwredilmeli iň zerur maglumatlary saýlaýar;

b) bu babyň mazmunyny we meselelerini sapaklar boýunça paýlaýar;

ç) geçilenlerden haýsylaryny we haçan gaýtalamalydygyny, özbaşdak we ýazuw-barlag işlerini haçan we nähili geçirmelidigini kesgitleýär.

3. Mugallymyň nobatdaky sapaga taýýarlygy ýokardaky sanalan taýýarlyklaryň dowamy bolup durýar. Mugallymyň öňünde taýýarlygyň bu etabynda nobatdaky geçilmeli sapagyň mazmunyny kesgitlemek we ony düşündirmek üçin okatmagyň usulyny, okatmagyň görkezme esbaplaryny we tehniki serişdelerini saýlap almak meseleleri durýar.

§10. Matematikadan okuwçylaryň özbaşdak işini guramak

10.1. Matematikany okatmagyň netijeliligini ýokarlandyrmakda okuwçylaryň özbaşdak işleriniň ähmiýeti.

10.2. Matematikadan özbaşdak işleriň görnüşleri.

10.3. Matematikadan özbaşdak işleriň netijeliligini ýokarlandyrmagyň ýollary.

10.1. Ösüp gelýän ýaş nesli ylmy bilimleriň esaslary bilen berk ýaraglandyrmak, olaryň özbaşdaklygyny, erjelligini ösdürmek, öz bilimleriniň üstüni özbaşdak doldurmak başarnygyny bermek okuw mekdebiniň öňünde durýan wajyp wezipeleriň biridir. Bu öňde goýlan wezipäni amala aşyrmakda okuwçylaryň özbaşdak işlerine hem uly orun degişlidir.

Belli bolşy ýaly, mugallymyň öňünde durýan wajyp mesele ähli okuwçylara bilimleri özbaşdak özleşdirmegi öwretmekden ybaratdyr. Ol wezipe bolsa, okatmak döwründe okuwçylary erjel işe çekmek bilen amala aşyrylýar. Özbaşdak işleriň möçberi, olaryň häsiýetleri, okuwçylaryň öňki sapaklarda öwrenilen düşünjeleri nähili derejede berk özleşdirişleri, olaryň özbaşdak işläp bilmek ukyplary tutuş synpyň matematiki ösüş derejesi bilen ýakyndan baglanyşyklydyr.

Matematika sapaklarynda özbaşdak işleri guramaga we geçirmäge uly üns bermek zerurdyr. Şeýle işleriň ýerine ýetirilmegi okuwçylara işjeň pikirlenmegi, öz biliminiň üstüni özbaşdak doldurmagy we ony çuňlaşdyrmagy öwredýär, olaryň endiklerini berkidýär. Okuwçylary bilimleri özbaşdak özleşdirmek başarnygy bilen ýaraglandyrmak mekdebiň öňünde durýan esasy wezipeleriň biridir. Özbaşdak işleriň dürli görnüşlerini guramak we geçirmek sapagyň netijeliligini ýokarlandyrýar. Şoňa görä-de maglumaty öwretmegiň dürli etaplarynda, ýagny täze düşünje girizilende, berkidilende, gaýtalananda, öwrenilenler umumylaşdyrylynda özbaşdak işleri guramagyň we geçirmegiň üstünde çuňnur oýlanmak gerek.

Sapak döwründe okuwçylaryň özbaşdak işleriniň möçberi näçe uly bolsa, okatmagyň netijeliliginiň we hiliniň şonça-da ýokary bolýandygyny tejribe görkezýär. Emma beýle diýildigi, her edip hesip edip, sapak döwründe okuwçylaryň özbaşdak işleriniň möçberini üzül-kesil ýokarlandyrmaly diýildigi däldir. Geçiriljek özbaşdak işleriň netijeli bolmagy üçin mugallym öz okadýan synpyndaky her bir okuwçynyň matematiki taýýarlygyny oňat bilmelidir. Özbaşdak işler üçin synpyň okuwçylarynyň her biriniň şahsy aýratynlyklaryny we okuw mümkinçiliklerini göz öňünde tutup, köp görnüşli ýumuşlary düzýän mugallymlar öz işlerinde ýokary netijeler gazanýar.

Okuwçylaryň özbaşdak işlerine dürli awtorlar tarapyndan dürli kesgitlemeler berilýär. Biziň pikirimizçe, şolaryň içinde okuwçylaryň özbaşdak işlerini has doly we çuňňur açyp görkezýän didaktika boýunça saldamly işleriň awtory B.P.Ýesipowyň kesgitlemesidir. B.P. Ýesipowyň kesgitlemesine görä, "…mugallymyň gösgöni kömek etmeýän, emma onuň görkezmesi boýunça ýörite wagtda ýerine ýetirilýän işlere özbaşdak işler diýilýär. Şunlukda okuwçylar güýçlerini gaýgyrman, öz fiziki we akyl zähmetleriniň netijelerini ol ýa-da beýleki görnüşde aňladyp, hödürlenen ýumuşdaky öňde goýlan maksada ýetmek üçin aňly-düşünjeli hereket edýärler" (41, 34 sah.).

Getirilen kesgitlemä laýyklykda, okuwçylaryň özbaşdak işleri olaryň dürli häsiýetli hereketlerinde, ýagny nusga boýunça mesele-mysallar çözenlerinde, türgenleşdiriji häsiýetli gönükmeleri ýerine ýetirenleride, diňleýän ýa-da okaýan maglumatyna düşünjek bolanlarynda, dürli çeşmelerden täze bilimleri özleşdirenlerinde, ele alan bilimlerini akyl ýa-da amaly zähmetlerinde ulananlarynda, geçilenleri gaýtalanlarynda ýüze çykýar.

10.2. Özbaşdak işleriň dürli görnüşleri, ilkinji nobatda, täze bilimleri bermek, başarnyklary kemala getirmek we endikleri ösdürmek hem-de berkitmek, ýagny okatmak maksatlary üçin niýetlenilendir. Geçirilýän özbaşdak işleriň uly terbiýel-ýejilik ähmiýeti hem bardyr.

Okatmagyň netijeliligini ýokarlandyrmak okuwçylaryň intellektual işjeňlikleri bilen aýrylmaz baglanyşyklydyr. Talabalaýyk guralan sapagyň her bir etabynda okuwçylaryň işjeňligi talap edilýär. Belli bolşy ýaly, özbaşdak işler ýerine ýetirilýän mahaly okuwçylaryň ýokary derejeli işjeňligi gazanylýar.

Okuwçylaryň özbaşdak pikirlenmek ukyplary, ilkinji nobatda, sapak döwründe kemala getirilýär. Okuwçylaryň okuw işlerini talabalaýyk guramak häzirki zaman sapagynyň esasy mazmunyny düzmelidir. Şoňa görä-de ilkinji amala aşyrylmaly wezipeleriň biri okuwçylaryň sapakda ýerine ýetirýän özbaşdak işleriniň möçberini artdyrmak bolmalydyr.

Käbir mugallymlaryň iş tejribeleriniň görkezişi ýaly, sapakda okuwçylara diňe işjeň däl (passiw) diňleýjileriň roly berilýär. Mugallymlar okuw wagtynyň köp bölegini täze temany düşündirmäge sarp edýärler, uzaga çekýän dilden soramalary geçirýärler. Netijede, okuwçylaryň aglaba köpüsine sapakda okuw maglumatynyň üstünde özbaşdak we işjeň işlemek üçin wagt galmaýar diýen ýaly. Bu okuwçylar diňe öýe berlen ýumuşlaryň üstünde özbaşdak işlemeli bolýarlar. Ol bolsa köp wagt talap edýär we okuwçylaryň okuw işlerini çendenaşa kynlaşdyrýar. Kähalatlarda okuwçynyň öý işini ýerine ýetirmekde şowsuzlyga uçramagyna hem alyp gelýär.

Öňdebaryjy mugallymlar täze temany düşundirenlerinden soňra özbaşdak işleriň dürli görnüşlerini guraýarlar.

Özbaşdak işler okuwçylaryň özbaşdaklyk derejesi kem-kemden ýokarlanar ýaly edilip guralanda we geçirilende olaryň netijeliligi has ýokary bolýar. Onuň üçin hödürlenilýän ýumuşlaryň agyrlyk we çylşyrymlylyk derejesini okuwçylaryň okuw mümkinçiliklerine laýyklykda artdyrmak zerurdyr.

Özbaşdak işler üçin ýumuşlar okuwçylaryň indiwidual aýratynlyklaryny göz öňünde tutmak arkaly taýýarlanylmalydyr. Bu çäre okuwçylaryň okuw işleriniň güýçýeterlilik derejesini saklamaga mümkinçilik berýär.

Differensirlenen ýumuşly özbaşdak işler guralanda matematikany öwretmegiň netijeliliginiň ep-esli ýokarlanýandygyny tejribe görkezýär. Şunlukda, okuwçylaryň ählisi öz okuw mümkinçiliklerine laýyk gelýän ýumuşlar bilen üpjün edilmelidir.

Matematika sapaklarynda özbaşdak iş hökmünde hödürlenilýän ýumuşlar okuwçylaryň olary ýerine ýetirmekdäki özbaşdaklyk derejesi göz öňünde tutulyp, aşakdaky ýaly görnüşlere bölünýär.

1. Nusga boýunça ýerine ýetirilýän özbaşdak işler. Bu görnüşli ýumuşlarda meseläniň ýa-da mysalyň çözülişi berilýär. Okuwça şu nusga boýunça şoňa meňzeş meseläni ýa-da mysaly çözmek hödürlenilýär. Bu ýagdaýda okuwçynyň özbaşdak-lyk derejesi gaýtalamak işiniň çäginden çykmaýar.

Nusga boýunça çözülýän ýumuşlar okuwçylaryň pikirlenmek ukyplarynyň ösüşine az täsir edýär. Emma bu ýumuşlar matematikany öwrenmekde zerur bolan esasy başarnyklary we endikleri kemala getirmäge mümkinçilik döredýär. Şu nukdaýnazardan bu ýumuşlaryň matematikany okatmakdaky ähmiýeti uludyr. Nusga boýunça ýerine ýetirilýän özbaşdak işler öwrenilen maglumaty berkitmekde örän peýdalydyr. Ondan başga-da şu görnüşli özbaşdak işler okuwçylaryň has uly özbaşdaklygy talap edýän ýumuşlary ýerine ýetirmeklerine şert döredýär.

2. Ýerine ýetirmek üçin görkezme berilýän özbaşdak işler. Bu ýagdaýda okuwçy hödürlenen meseläni çözmegiň ýoluny tapmagy ýeňilleşdirýän käbir görkezmeleri alýar. Bu görnüşli ýumuşlar ýerine ýetirilende okuwçylara meseläniň çözüliş ýoluny saýlap almak özbaşdaklygy berilýär. Bu hili ýumuşlarda “Deňsizligi grafiki ýol bilen çözüň”, “Meseläni deňlemeler sistemasyny düzüp çözüň” diýen ýaly çözülişiň umumy ýörelgesi görkezilýär. Bu ýumuşlary ýerine ýetirmek üçin okuwçy olaryň üstünde birnäçe özgertmeleri geçirip, olary nusga boýunça çözülýän ýumuşlara getirýär.

Şeýle ýumuşlaryň hataryna aýratyn alnan funksiýanyň grafigini gurmagy hem goşmak bolýar. Bu ýagdaýda okuwçy grafikleri gurmagyň umumy usulyny bilýär. Emma ol aýratyn alnan funksiýanyň häsiýetlerini analizläp, onuň grafigini gurmagyň oňaýly ýoluny saýlap almaly bolýar.

Ýerine ýetirmek üçin okuwçynyň birnäçe algoritmi, formulany, teoremany ulanmagyny talap edýän ýumuşlary hem şularyň hataryna goşmak bolar. Ýöne şu algoritimleri, formulalary, toždestwolary ulanmak ýumşuň şertinde gös-göni “görnüp” duran bolmaly. Meselem, şu ýumuşda: “Köpagza görnüşinde aňladyň: $(a–b)(a+2)–(2–a)^2$” haýsy operasiýalary, haýsy tertipde ýerine ýetirmelidigini anyklamak okuwçyda uly kynçylyk döretmeýär.

Şu görnüşli ýumuşlar ýerine ýetirilende hem okuwçylaryň akyl ýetiriş işleri käbir özgertmeler bilen baglanyşykly gaýtalamak işiniň çäginden çykmaýar. Emma bu ýagdaýda käbir umumylaşdyrmalar hem geçirilýär.

3. Wariatiw özbaşdak işler. Özbaşdak işleriň şu görnüşinde okuwçylara biri-biri bilen baglanyşykly bolan meseleleriň birnäçesi berilýär. Şunlukda olaryň biriniň çözülişi ondan soňky meseläni çözmek üçin esas döredýär. Bu görnüşli özbaşdak işleriň netijeliligi hödürlenýän ýumuşlaryň çylşyrymlylygynyň barha artýanlygy bilen düşündirilýär.

Wariatiw ýumuşlar gaýtalamak işiniň ýokary derejesi we onuň döredijilik işine geçmesi bilen häsiýetlendirilýär. Olary ýerine ýetirmekde okuwçydan öz matematiki bilimleriniň içinden berlen meseläni, ýumşy çözmekde zerurlaryny saýlap almak, intuisiýadan peýdalanmak, standart däl ýagdaýdan baş alyp çykmak talap edilýär.

Mesele düzmek hem wariatiw ýumuşlaryň hataryna girýär.

Matematika sapaklarynda geçirilýän özbaşdak işleriň netijeliligini ýokarlandyrmak üçin okatmakda şahsylaşdyrmak (indiwiduallaşdyrmak) ýörelgesini amala aşyrmak zerurdyr.

Synpyň okuwçylarynyň ählisiniň netijeli okamak mümkinçilikleriniň birdeň däldigi mugallymlara aýandyr. Şeýle bolansoň özbaşdak iş prosesinde her bir okuwçyny onuň okuw mümkinçiliklerine laýyk gelýän we şol bir wagtyň özünde sapagyň maksadyny amala aşyrmaga ýardam edýän ýumuşlar bilen üpjün etmek tutuşlygyna mugallymyň başarnygyna we pedagogik ussatlygyna baglydyr.

Matematikany okatmakda okuw kitaby bilen işlemäge hem uly üns bermek zerurdyr. Tejribäniň görkezişi ýaly, matematika sapaklarynda okuw kitaby, köplenç, meseleler ýygyndysynyň rolunda çykyş edýär. Okuwçylara mugallymyň gürrüňinden soň okuw kitabyndan şol teksti okamagy, meseleleri we teoremalary adaty dilden matematiki dile, ýagny çyzga we berlen ululyklaryň arasyndaky baglanyşygy aňladýan formulalara we deňlemelere öwürmegi, tekstdäki dogry baglanyşyklary ýüze çykarmagy öwretmek zerurdyr.

Sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmagyň wajyp şertleriniň biri okuwçylary öý işlerini ýerine ýetirmäge oýlanyşykly taýýarlamakdan ybaratdyr. Okuwçylaryň özbaşdak işleriniň netijeliligini ýokarlandyrmak öýe iş tabşyrmak bilen hem ýakyndan baglanyşyklydyr. Şoňa görä-de öýe iş tabşyrmak meselesine mugallym oýlanyşykly we uly jogapkärçilik bilen çemeleşmelidir. Öýe berilýän ýumuşlar sapakda geçilen maksatnama maglumatyna döredijilikli düşünmek, ony berkitmek maksatlaryna hyzmat etmelidir. Synpda özleşdirilmedik täze, okuwçylar üçin güýçýeterli bolmadyk maglumat öý işi hökmünde hödürlenmeli däldir. Mugallym öý işi tabşyranda diňe okuw kitabyndan sahypalaryň, mysallaryň belgilerini, soraglary görkezmek bilen çäklenmän, eýsem ony ýerine ýetirmek boýunça anyk we usuly taýdan oýlanyşykly görkezmeleri bermelidir. Emma gynansak-da matematika mugallymlarynyň käbiriniň tejribelerinde öý işi tabşyrylanda kemçilikler ýygy-ýygydan duş gelýär.

Öýe iş tabşyrylanda mugallym matematikadan sapagyna oňat ýetişýän okuwçylara goşmaça mysaldyr meseleleri bermegi ýatdan çykarmaly däldir. Şunlukda ol ýumuşlar öňki çözülen mesele-mysallara meňzeş bolman, eýsem özünde okuwçylar üçin güýçýeterli bolan kynçylygy saklamalydyr. Eger hödürlenilýän mesele-mysallaryň güýçýeterliligi okuwçylaryň okuw mümkinçiliklerinden agyr bolsa, onda olar bu ýumuşlary çözmäge synanyşyk edenlerinde şowsuzlyga uçraýarlar we öz güýçlerine bolan ynamy ýitirýärler. Bu bolsa ahyrky netijede okuwçylaryň matematika bolan gyzyklanmalarynyň gaçmagyna alyp barýar. Belli bolşy ýaly, kynçylyk bilen çözülýän, emma okuwçynyň okuw mümkinçiliginden ýokary bolmadyk mysaldyr meseläni çözmek onda uly gyzyklanma döredýär.

Okuwçylara differensirlenen ýumuşlary öý işi tabşyrmagyň oňat netijeler berýändigini tejribe görkezdi. Şuňa laýyklykda güýçli okuwçylara öý işi hökmünde olar üçin güýçýeterli bolan çylşyrymly ýumuşlar hödürlenilýär. Bilimleri kemkäsleýin gowşak okuwçylara bolsa, ýüzleý özleşdirilen maglumatlary gaýtalamaga degişli gönükmeler berilýär.

Sapaga diňe şeýle taýýarlanmak bilen okatmagyň hilini ýokarlandyryp bolar.

Bu bolsa okuwçylaryň öwredilýän maglumatlary çuňňur, berk we düşünjeli özleşdirmeklerine şert döreder.

10.3. Sapak döwründe dürli kynçylykdaky özbaşdak işleri ulanmak mugallyma her bir okuwçynyň bilim almakdaky ösüşini görmäge mümkinçilik berýär. Bu ýerde esasy zat her bir ýumşuň okuwçynyň okuw mümkinçiliklerine laýyk gelmegidir. Şeýle özbaşdak işleriň düzülmegi her bir okuwçy üçin çuňňur bilim almaga amatly şert döredýär. Eger-de ýokarky talap saklanmasa, geçirilýän özbaşdak iş oňat netije bermeýär. Şeýle bolansoň käbir mugallymlar özbaşdak işleri guramakda we geçirmekde şowsuzlyklara uçraýarlar. Şeýlelik bilen, geçirilýän özbaşdak işleri şahsylaşdyrmak (indiwiduallaşdyrmak) arkaly mugallym oňat ýetişýänleri has hem gowy okamaga ugrukdyrýar, ortaça ýetişýänlere öňe gitmäge mümkinçilik döredýär we yzagalaklar bilen yzygiderli iş geçirýär.

Her bir synpda hödürlenen ýumşy beýlekilere garanyňda has çalt ýerine ýetirýän okuwçylar bar. Eger şeýle okuwçy şol ýumşy ýerine ýetirmek we düşündirmek üçin bada-bat synp tagtasyna çagyrylsa, onda synpyň beýleki okuwçylary şol ýumşy özbaşdak çözmek mümkinçiliginden mahrum edilýär. Şoňa görä-de bu özbaşdak işi başgaça guramak we geçirmek bolar. Okuwçylaryň ählisi synpa hödürlenen ýumşy ýerine ýetirmäge girişýär. Kim ol ýumşy çalt ýerine ýetirse, ol öz işini mugalyma getirip görkezýär. Mugallym okuwçylaryň işini barlaýar, ýumşuň ýerine ýetirilişi barada degişli bellikler aýdýar, kemçilikleri, ýalňyşlyklary görkezýär.

Soňra mugallym dogry işlän okuwçylaryň familiýalarynyň deňinde «+» (onuň üçin mugallymyň aýratyn depderi bolmaly) alamatyny goýup, soňra olara goşmaça ýumuş tabşyrýar (1-3 sapagyň dowamynda şunuň ýaly birnäçe «+» alan okuwça synp dergisine baha goýulýar). Şundan soňra mugallym beýleki okuwçylar bilen bilelikde tutuş synpa hödürlenen ýumşuň çözülişini ara alyp maslahatlaşýar. Şunlukda ýumşuň şerti derňelýär, onuň çözüliş usullarynyň üstünde durlup geçilýär. Bu taýýarlyk işine işeňňir gatnaşýan okuwçylar, köplenç, meseläni çözmegiň dogry meýilnamasyny tapýarlar. Soňra okuwçylaryň her biri meseläniň çözülişiniň meýilnamasyny özbaşdak amala aşyrýar, ýagny ony çözýär. Bu wagtda täze ýumuş alan we ony ýerine ýetiren okuwçylar öz depderlerini mugallyma görkezýärler we barlagdan soňra täze ýumşy ýerine ýetirmäge girişýärler. Şeýlelikde, bu okuwçylara sapagyň ahyryna çenli öz synpdaşlaryndan 2-3 gönükmäni ýa-da meseläni köp çözmäge mümkinçilik döreýär. Özbaşdak işleri geçirmekde ýekebara (indiwidual) çemeleşmegiň gerekliginiň sebäbi-de hödürlenilýän ýumuşyň bir okuwçy üçin çylşyrymly bolup, beýlekisi üçin ýeňil bolmagyndadyr.

Dogry guralýan okuw prosesi hemişe her bir okuwçynyň güýçýeterli iş bilen meşgullanmagyny talap edýär. Diňe şeýle şertde hemme okuwçylaryň okuwa bolan höweslerini goldamak bolar. Şoňa görä-de özbaşdak işleri guramagy we geçirmegi meýilleşdirýän mugallymlaryň öňünde hemişe çylşyrymly didaktiki problemalar durýar. Mugallymlar diňe sapagyň maksadyny amala aşyrmaga kömek etjek özbaşdak işleri geçirmek barada aladalanman, eýsem synpyň her bir okuwçysynyň hödürlenjek ýumşy nähili ýerine ýetirjekdikleri barada hem pikirlenmelidir.

Diňe her bir okuwçynyň psihologik aýratynlygyny, onuň ýaşaýan we terbiýelenýän şertlerini, onuň höwesini we pikirlenmek ukybyny hasaba almak bilen, ikinji bir tarapdan, matematikanyň temalary boýunça olaryň bilimlerindäki kemkäsleýin özleşdirmeleri ýokary takyklykda kesgitlemek bilen okuwçylaryň ýekebara, şahsy (indibidual) özbaşdak işlerini göwnejaý gurap bolar.

Tejribäniň görkezişi ýaly, özbaşdak işler, köplenç, sapagyndan gowşak ýetişýän okuwçylar ücin niýetlenilýär. Gowşak okuwçylaryň özbaşdak iş hökmünde hödürlenilen ýumuşlary ýerine ýetirişleri elmydama mugallymyň üns merkezinde bolýar. Başgaça aýdanymyzda, mugallymyň esasy ünsi gowşak okaýan okuwçylaryň bilimleriň, başarnyklaryň we endikleriň maksatnamada göz öňünde tutulan möçberini ele almaklaryna gönükdirilen bolýar. Şunlukda, köplenç, matematikadan gowy ýetişýän, ukyply okuwçylaryň işleri mugallymyň üns merkezinden sypyp galýar.

Özbaşdak işler geçirilende ukyply okuwçylaryň ünsden düşürilmeginiň, ýagny olaryň intellektual mümkinçiliklerine laýyk gelýän ýumuşlar bilen üpjün edilmezliginiň bu okuwçylarda matematika bolan gyzyklanmasynyň peselmegine we ýitmegine alyp barýar. Matematikadan ýazuw-barlag işi geçirilýän sapaklaryň esasy maksady okuwçylaryň degişli bölüm boýunça alan matematiki bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamakdan ybaratdyr.

Ýazuw-barlag işleri geçirilende hem okuwçylar özbaşdak işlär ýaly mümkinçilikler döretmek mümkin. Adatça, ýazuw-barlag işleri geçirilýän sapaklarda matematikadan oňat ýetişýän okuwçylar hödürlenilýän ýumuşlary öz synpdaşlaryndan has çalt ýerine ýetirýärler we mugallym üçin belli bir kynçylyklary döredýärler. Synpyň tertibi bilen baglanyşykly bolan bu kynçylyklardan halas bolmak üçin mugallymlaryň käbiri ol okuwçylary synpdan çykaryp goýberýärler. Emma öňdebaryjy, tejribeli matematika mugallymlary bu päsgelçiligi çözmäge başgaça çemeleşýärler. Olar ýazuw-barlag işlerini çalt ýerine ýetiren okuwçylara goşmaça ýumuşlary tabşyrýarlar. Bu goşmaça mysal-meseleleriň çözülişlerini hem okuwçylar ýazuw-barlag iş depderlerine ýazýarlar. Emma okuwçylaryň işleri bahalandyrylanda bu goşmaça ýumuşlaryň çözülişleri göz öňünde tutulmaýar. Goşmaça ýumuşlary işlän okuwça mugallym öz depderinde «+» belgisini goýýar.

Öňdebaryjy matematika mugallymlary ýalňyşlar üstünde işlemek sapaklarynyda okuwçylaryň özbaşdak işlerini guramak we geçirmek hem-de olaryň netijeliligini ýokarlandyrmak maksatlary üçin ýerlikli peýdalanýarlar. Bu mugallymlar her bir ýazuw-barlag işi barlanandan soňra ýörite tablisa düzýärler. Ol tablisada her bir okuwçynyň haýsy ýumşy dogry ýerine ýetirenligi, haýsy ýumşy ýerine ýetirmekde nähili ýalňyş goýberenligi, ony düzetmek üçin maksatnamanyň haýsy bölümlerini gaýtalamagyň, nähili mysallary işlemegiň zerurlygy bellenilýär. Tablisa düzülenden soňra haýsy ýumşy synpda täzeden işlemelidigi, haýsysynyň çözülişini täzeden seljermelidigi, okuwçylaryň bilimlerindäki kem-käsleýin ösleşdirilen düşünjeleri täzeden öwretmek üçin haýsy ýumuşlary synpda işlemelidigi, haýsylaryny bolsa öýe iş bermelidigi düşnükli bolýar. Şu tablisa boýunça synpyň okuwçylaryny üç topara bölmek mümkin: a) ähli ýumuşlary doly we ýalňyşsyz ýerine ýetiren topar; b) ähli okuwçylara hödürlenen ýumuşlaryň iň çylşyrymlysyny (adatça, şu ýumşy synpda täzeden işlemeli bolýar) ýerine ýetiren topar; ç) ýazuw-barlag işini kanagatlanarsyz ýerine ýetiren topar. Ýalňyşlar üstünde işlenilýän döwürde birinji toparyň okuwçylary kagyzlara ýazylan ýörite ýumuşlary alýarlar we olary özbaşdak ýerine ýetirmek bilen meşgul bolýarlar. Ikinji toparyň okuwçylary hem kagyzlara ýazylan ýumuşlary alýarlar we olary ýerine ýetirmäge girişýärler. Ýöne bu toparyň okuwçylary ýalňyşlar üstünde işlenilýän mahalynda, olaryň ýalňyş goýberen mysalynyň (ony tablisa boýunça anyklamaly) seljermesine gatnaşdyrylýar. Üçünji toparyň okuwçylary mugallymyň gös-göni ýolbaşçylygy astynda ýalňyşlar üstünde işleýärler.

Okuwçylaryň şahsy aýratynlyklary we okuw mümkinçilikleri göz öňünde tutulman düzülen bir görnüşli ýumuşlar diňe olaryň birnäçesiniň özbaşdaklygyny, erjelligini, pikirlenmek ukybyny ýokarlandyrýar, olary bilimleriň esaslary bilen ýaraglandyrýar. Synpyň galan okuwçylary üçin bu ýumuş ýa-ha güýçýetersiz ýa-da çendenaşa ýönekeý bolup galýar. Bu ýagdaýda geçirilýän özbaşdak işler zerur bolan netijäni bermeýär.

Aýdylanlardan gelip çykyşy ýaly, mugallym özbaşdak işler barada ýazylan usuly maslahatlardan we görkezmelerden öz okadýan synpynyň ýagdaýyny oňat bilýän hünärmen hökmünde okuwçylaryň şahsy we ýaş aýratynlyklaryny göz öňünde tutup peýdalanmalydyr. Bu wezipeler bolsa, diňe öz işine döredijilikli çemeleşýän, her bir sapagyň netijeliligini ýokarlandyrmagyň aladasyny edýän mugallym üçin güýçýeterlidir.

§11. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamak hem-de bahalandyrmak

11.1. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamagyň funksiýalary.

11.2. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamagyň usullary.

11.3. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamagyň görnüşleri.

11.4. Okuwçylaryň bilim derejelerini kesgitlemekde barlagnamalaryň ähmiýeti.

11.5. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini bahalandyrmagyň kadalary.

11.6. Matematikadan ýalňyşlyklaryň öňüni almagyň käbir usullary.

11.1. Barlagyň ähmiýeti barada biz 9-10-njy paragraflarda hem durup geçipdik. Matematika okadylanda barlag aşakdaky funksiýalary ýerine ýetirýär.

1. Barlagyň öwretmek funksiýasy. Barlagyň öwretmek funksiýasy bilimleri we başarnyklary kämilleşdirmekden hem-de olary sistema salmakdan ybaratdyr. Barlag wagtynda okuwçylar geçilen maglumatlary gaýtalaýarlar we berkidýärler. Olar öwrenilen maglumatlary diňe bir gaýtalap aýtmak bilen çäklenmän, eýsem alnan bilimleri we başarnyklary täze ýagdaýlarda ulanmaly bolýarlar.

Barlag öwrenilýän magumatyň iň esasy bölegini ýüze çykarmaga, barlanýan düşünjeleriň aýdyň we takyk bolmagyna kömek edýär. Şeýle hem barlag bilimleri umumylaşdyrmaga we sistemalaşdyrmaga ýardam edýär.

Barlagyň okuwçylaryň berlen bilimleri özleşdiriş derejesini kesgitlemek funksiýasynyň esasy mazmuny okuwçylaryň ýalňyşlary barada, olaryň bilimleri çala, ýüzleý, kem-käsleýin özleşdiren ýerleri barada, şeýle hem ol ýalňyşlyklaryň döremeginiň sebäpleri barada maglumat almakdan ybaratdyr. Bu maglumatlar okatmagyň has netijeli usullaryny we tärlerini, serişdelerini saýlap almaga mümkinçilik döredýär.

Gowy ýola goýlan barlag mugallymyň geljekki işini netijeli ýola goýmagyna şert döredýär. Okuwçylaryň alan bilimleriniň we başar-nyklarynyň indiki öwreniljek maglumatlary özleşdirmekleri üçin ýeterlikdigi ýa-da ýeterlik däldigi barada netije çykarmaga mümkinçilik berýär. Barlag mugallymyň geljekki işini meýilleşdirmegi üçin anyk maglumatlary berýär.

2. Barlagyň ösdürijilik funksiýasy. Barlagyň ösdürijilik funksiýasy okuwçylaryň akyl ýetiriş işjeňligini ýokarlandyrmaga, döredijilik ukyplaryny ösdürmäge şert döredýär. Barlagyň okuwçylary ösdürmekde aýratyn mümkinçilikleri bardyr. Barlag döwründe okuwçynyň sözleýşi, ýady, ünsi, göz öňüne getirmek başarnygy, erki we pikirlenmek ukyby ösüşe eýe bolýar.

Barlag okuwçylaryň okuw işlerini dogry ugra gönükdirmäge hem ýardam edýär. Barlag okuwçylaryň bilimlerindäki we başarnyklaryndaky kemçilikleri, olaryň kynçylyk çekýän ýerlerini ýüze çykarmaga mümkinçilik berýär. Öz ýalňyşlyklaryny hem-de bilimlerindäki we başarnyklaryndaky kemçilikleri, ýetmezçilikleri ýüze çykaran okuwçy olary düzetmegiň üstünde güýçli depginde işläp başlaýar. Barlag okuwça öz mümkinçiliklerine baha bermäge kömek edýär.

3. Barlagyň terbiýeleýjilik funksiýasy. Barlagyň terbiýeleýjilik funksiýasy okuwçylarda okamaga jogapkärli çemeleşmäni, tertip-düzgüni, dogruçyllygy terbiýelemekden ybaratdyr. Barlag ýumuşlary ýerine ýetirýän döwründe okuwçylaryň özlerini yzygiderli we çynlakaý barlap durmagyny öwredýär. Bu bolsa berk erki, tutanýerliligi, yzygiderli zähmet çekmek endiklerini terbiýeleýär.

Barlagyň funksiýalary okatmak döwründe dürli gatnaşykda we dürli utgaşyklykda ýüze çykýar. Barlagyň bu funksiýalaryny amala aşyrmak barlagy, şol sanda okatmagy hem has netijeli edýär.

11.2. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamagyň esasy ýörelgeleri: barlagyň maksadalaýyklygyndan, adalatlylygyndan, hertaraplaýynlylygyndan, wagtly-wagtynda (birsyhly) geçirilmeginden we ýekebara, şahsy (indiwidaul) häsiýetliliginden ybaratdyr.

Matematikadan okuwçylaryň bilimlerini barlamak iki usul bilen, ýagny: 1) dil üsti bilen; 2) ýazuw üsti bilen alnyp barylýar.

Matematikany okatmakda okuwçylaryň bilimlerini dil üsti bilen barlamagyň üç görnüşi tapawutlandyrylýar. Olaryň üstünde giňräk durup geçeliň.

1. Ýekebara (indiwidual) barlag. Bu barlagda her bir okuwçy öz ýumşuny alýar we ony kömek berilmezden özbaşdak ýerine ýetirýär. Barlagyň bu görnüşi okuwçynyň şahsy aýratynlyklaryny, bilimlerini, başarnyklaryny we mümkinçiliklerini ýüze çykarmak zerurlygy bolanda maksadalaýykdyr. Barlagyň bu görnüşi meýilleşdirilimelidir: mugallym haçan, kimi, name maksat bilen, haýsy serişdeleri ulanyp barlamalydygyny öňünden kesgitlemelidir.

2. Toparlaýyn barlag. Bu barlag geçirilende synpyň okuwçylary wagtlaýynça birnäçe topara (hersinde 2-den 10-a çenli okuwçy bolan) bölünýär we her topara barlag üçin ýumuşlar tabşyrylýar. Bu barlagyň öňünde goýýan maksadyna laýyklykda toparlaryň ählisine birmeňzeş ýa-da differensirlenen (tapawutlandyrylan) ýumuşlar hödürlenilýär.

Barlagyň şeýle görnüşi okuw maglumatlaryny umumylaşdyrmak, olary sistema getirmek, okuwçylaryň meseleleri çözmegiň usullaryny we tärlerini özleşdirişini barlamak we ş.m. maksady bilen geçirilip bilner. Toparlaýyn işleriň ýerine ýetirilişi elmydama bäş balda bahalandyrylyp hem durulmaýar. Kähalatlarda bu işler jemleýji sözler, seslenmeler we synlar esasynda jemlenilýär.

Toparlaýyn barlag çäreleri kähalatlarda birnäçe okuwçyny tagtanyň ýanyna çagyryp, dil üsti bilen ýa-da olaryň partalarda oturan ýerlerinde ýazuw üsti bilen geçirilip bilner. Kada bolşy ýaly, ýazuw üsti bilen jogap alynmaly ýumuşlar gowy okaýan okuwçylara hödürlenilýär.

3. Ähli umumy (frontal) barlag. Ähli umumy barlagda synpyň ähli okuwçylaryna ýumuş berilýär. Mugallym bu işiň netijesinde okuwçylaryň maksatnamada göz öňünde tutulan maglumatlary kabul edişini, olara düşünişini, olaryň sözleýiş diliniň hilini, grafiki endigini, matematiki düşünjeleriň ýadynda galyş, berkidiliş derejelerini kesgitleýär.

Şunlukda, mugallym okuwçylaryň berýän jogaplarynyň düşnükli bolşy, esaslylygy hem-de teoremalaryň subut ediliş ýagdaýy bilen gyzyklanýar. Netijede, mugallym okuwçylaryň bilimlerindäki gowşak taraplaryny, berýän jogaplaryndaky kemçiliklerini, ýerine ýetiren ýumuşlaryndaky nätakyklyklaryny, säwliklerini we ş.m. anyklaýar. Bu bolsa agzalan kemçilikleriň we näsazlyklaryň öz wagtynda düzeldilmegine mümkinçilik döredýär.

Soňky döwürlerde öňdebaryjy matematika mugallymlarynyň iş tejribelerinde barlagyň aşakdaky iki görnüşi hem ýygy-ýygydan duş gelýär.

I. Okuwçylaryň biri-birini barlamagy. Okuwçylaryň özara barlagynyň ähmiýeti örän ýokarydyr. Bu barlagyň şahsyýetde dogruçyllyk, adalatlylyk ýaly häsiýetleriň kemala gelmeginde ähmiýeti uludyr. Okuwçylaryň biri-birini özara barlagy mugallyma olaryň bilimleriniň hilini we derejesini kesgitlemäge mümkinçilik berýär. Tejribäniň görkezişi ýaly, okuwçylar kähalatlarda biri-biriniň öý işlerini barlaýmasalar, barlagyň bu görnüşi seýrek ulanylýar. Şonuň üçin hem bu barlagy geçirmegiň bir usulynyň üstünde giňräk durup geçeliň. Her bir okuwçy mugallymdan soraglar ýazylan soragnamany (kartoçkany) alýar. Soragnamany alan okuwçy ol soraglara jogaplary örän gowy bilmelidir. Soragnamanyň arka ýüzünde birnäçe okuwçylaryň familiýalary we olaryň bu kartoçkadaky soraglara jogap bermeli seneleri görkezilýär. Soragnama alan okuwçy görkezilen senede matematika sapagynyň soňky üç minutynda familiýasy soragnama ýazylan okuwçydan soraýar. Eger ol dogry jogap berse, onuň familiýasynyň deňinde “+”, ýalňyşsa ýa-da jogap bermekden saklansa “–“ goýulýar.

II. Okuwçynyň öz-özüni barlamagy. Okuwçylarda öz-özüni barlamak başarnyklaryny we endiklerini kemala getirmek örän möhümdir. Okuwçylarda öz işleriniň netijesine tankydy çemeleşmegi terbiýelemek wajypdyr. Okuwçy mysal-meseleleri çözýän wagtynda her bir ädimini barlamak endigini ele almalydyr. Okuwçylara öz ýerine ýetiren işleriniň netijesini barlamagy öwretmek has-da uly ähmiýete eýedir. Matematika sapaklarynda okuwçylaryň öz ýerine ýetiren işlerini barlamagy öwretmek üçin uly mumkinçilikler bardyr. Meselem, kwadrat deňlemäniň kökleriniň dogry tapylandygyny barlamak uçin olary berlen deňlemede üýtgeýäniň ornuna goýup görmek usuly öwredilýär. Şunlukda, eger deňleme dogry çözülen bolsa, onda dogry deňlik alynýar. Iki üýtgeýänli iki çyzykly deňlemeler sistemalary çözülende hem alnan çözüwler deňlemeler sistemasynda üýtgeýänleriň ornuna goýulýar. Bu görnüşli deňlemeler sistemalarynyň çözülişleriniň dogrulygy grafiki usul bilen hem barlanylýar. Munuň üçin sistema girýän deňlemeleriň grafikleri kordinatalar tekizliginde gurulýar. Deňlemeleriň grafikleriniň kesişme nokadynyň absissasy we ordinatasy sistemanyň çözüwi bolmaly. Okuwçylara kwadrat deňlemäni we iki üýtgeýän ululykly iki çyzykly deňlemeler sistemasyny çözmegiň formulalary we usullary geçilende barlamagyň şu ýokardaky ýollaryndan peýdalanmak öwredilýär. Şeýlelik bilen, olar bu ýagdaýlarda öz alan bilimlerini barlaýarlar, ýaňlyşlar goýberilmeginiň öňüni alýarlar ýa-da ýol berlen ýalňyşlary düzedýärler.

Okuwçylaryň öz çözüwlerini barlamagyny geçirilýän özbaşdak işleriň ähli görnüşlerine girizmek örän zerurdyr. Şoňa görä-de ýazuw işlerini mugallyma tabşyrmazdan öň olary okuwçylaryň özlerine barlatmak örän peýdalydyr. Bu okuwçylaryň jogapkärçilik duýgusyny artdyrýar.

Okuwça matematika boýunça ýumuşlar ýerine ýetirenlerinden soň däl-de, eýsem işleýän döwürlerinde bölekleýin barlamagy öwretmek has-da peýdalydyr. Meselem, goý okuwçy 2,8·(0,25+1,5):1,25–4,38 hasaplamany ýerine ýetirýän wagtynda, birinji işde ýagny 0,25+1,5 jemi tapmakda ýalňyşlyga ýol berip, ony hem berlen ýumşy doly ýerine ýetirýänçä ýüze çykarmadyk bolsun. Soňra okuwçy öz ýerine ýetiren işini barlanda birinji amaly ýerine ýetirmekde ýalňyşlyga ýol berendigini biler. Şundan soňra oňa bu ýumşy tutuşlygyna gaýtadan ýerine ýetirmek galýar. Eger okuwça öz ýerine ýetiren işini bölekleýin barlamak öwredilen bolsa, onda ol birinji ýerine ýetiren amalyny barlan badyna öz ýalňyşyny ýüze çykarardy we düzederdi. Bu ýagdaýda ol ýalňyş hasaplamalary geçirmek üçin öz zähmetini sarp etmezdi.

Ýazuw üsti bilen okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamagyň mekdep tejribesinde üç görnüşi mahsus: ýazuw-barlag işini geçirmek, matematikadan diktant ýazdyrmak, matematikadan düzme ýazdyrmak.

Ýazuw-barlag işleriniň birnäçe görnüşleri mekdepleriň iş tejribesinde giňden duş gelýär. Olar: bir sagatlyk barlag ýazuw işleri; gysga möhletli, ýagny 15-20 minutlyk ýazuw-barlag işleri, dowamlylygy 3-4 sagatlyk ýazuw-barlag işleri (synpdan synpa geçiriliş ýa-da döwlet synaglary).

Mugallymlar üçin matematiki diktant geçirmek hem täzelik däldir. Bu ugurda ençeme işler irki döwürlerden başlap amala aşyrylyp gelinýär.

Matematiki diktantyň dowamlylygy 12-15 minut bolup, ol sapagyň soňunda geçirlip bilner. Diktanty sapagyň soňunda geçirmek arkaly okuwçylaryň işjeňligini artdyryp bolýar. Bu bolsa öz gezeginde sapagyň netijeliligini ýokary göterýär.

Matematiki diktanty yzygiderli, her 6-8 sapak geçilenden soň guramaklyk maslahat berilýär.

Diktant üçin geçilen temalara ýa-da bölümlere degişli tekstlerden 5-8-den köp soraglar alynmaly däldir.

Meselem, proporsiýa we onuň häsiýetleri öwrenilenden soňra geçip boljak matematiki diktantyň soraglaryny hödürleýäris:

1. Proporsiýa diýip näme aýdylýar?
2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ proporsiýanyň ortaky we gyraky agzalaryny ýazyň.
3. $a{:}b = c{:}d$ proporsiýa nähili okalýar?
4. Proporsiýanyň esasy häsiýetini ýazyň.
5. Proporsiýanyň ortaky näbelli agzasy nähili tapylýar?

6. Proporsiýanyň gyraky näbelli agzasy nähili tapylýar?

Okuwçylarda özbaşdaklyk endiklerini ösdürmek maksady bilen okuw ýylynyň dowamynda 1-2 gezek olara matematikadan öý düzmesini ýazdyrmaklyk maslahat berilýär.

Tejribäniň görkezişi ýaly, bu iş matematiki düzmäni geçirmäge taýýarlyk maksady bilen okuwçylara iki hepdeden köp bolmadyk wagt möhlet bilen olara öňünden tabşyrylýar.

Okuwçylaryň ýazýan düzmeleri mugallym tarapyndan bahalandyrylýar we onuň üçin synp dergisine baha goýulýar.

Okuwçylara öz ýazan düzmesi boýunça käbir soraglar berilýär, olaryň düzmede getiren mysallaryny çözmek başarnyklary barlanylýar ýa-da islendik grafikleri gurup bilmek başarnyklary hasaba alynýar.

"Sinus barada näme bilýäris?" diýen tema boýunça düzmäni aşakdaky ýaly meýilnama boýunça ýazdyrmak bolar.

1. Berlen trigonometrik funksiýanyň kesgitlemesi.
2. Onuň kesgitleniş ýaýlasy we bahalar ýaýlasy.
3.Berlen trigonometrik funksiýanyň 30º,45º,60º, 90º,270º we 360º burçlardaky bahalary.
4. Jübütligi we täkligi.
5. Periodikligi.
6. Şu trigonometrik funksiýa üçin getirme formulalary.
7. Alamatynyň hemişelik aralygy.
8. Çäkliligi.
9. Monotonlyk interwaly.
10. Argumentiň üýtgemegi bilen funksiýanyň üýtgemegi.
11. Funksiýanyň berlen bahasyndaky burçuny gurmak.
12. Ters trigonometrik funksiýa barada düşünje.
13. $\sin x = a$ trigonometrik deňlemäni çözmeli.
14. Berlen funksiýalaryň grafiklerini gurmaly:

$y=\sin x$; $y=2\sin x$; $y=\sin 2x$;

$y=\sin x+2$; $y=|\sin x|$; $y=\sin|x|$.

15. Çözmek üçin mysallaryň sanawy.

Matematikadan düzme ýazmak üçin hödürlenilýän temalar dürli-dürli bolup bilerler.

11.3. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamak üç görnüşden, ýagny gündelik barlagdan, tematik barlagdan we jemleýji barlagdan ybaratdyr.

Okuw ýylynyň dowamynda her bir sapakda we onuň her bir tapgyrynda gündelik barlag geçirilýär. Bu işde barlagyň ähli funksiýalaryny doly amala aşyrmaga mümkinçilik bolýar. Şonuň üçin hem gündelik barlagy amala aşyrmakda mugallymdan örän ünsli, hüşgär bolmaklyk talap edilýär. Gündelik barlag çäreleri okuwçylaryň bilimleriniň, başarnyklarynyň we endikleriniň kämilleşmegine hemde timarlanmagyna kömek edýär.

Gündelik barlag netijesinde okuwçylaryň bahalandyrylmagy ägirt uly terbiýeçilik ähmiýete eýedir. Adalatly goýulýan bahalar okuwçylaryň höwesini göterýär, tersine gyssagly, harsal goýulýan bahalar bolsa olaryň höwesini gaçyrýar.

Umuman, eger baha goýmaklyk şahsyýetiň mundan beýläk-de ösmegine goltgy berýän bolsa, onda ol pedagogik nukdaýnazardan dogry bolýar. Şonuň üçin hem gowşak okaýan okuwçylary bahalandyrmagyň möhleti käbir wagtda yza süýşürilse, olaryň bilimlerindäki kemçiliklerini düzetmäge mümkinçilikleri döredýär.

Tematik barlag belli bir bölüm öwrenilenden soňra okuwçylaryň ony nädereje özleşdirendiklerini kesgitlemek üçin geçirilýär. Tematik barlagyň esasynda okuwçylar tarapyndan öwrenilýän temalaryň kabul ediliş ýagdaýy kesgitlenilýär. Tematik barlagyň netijesi esasynda kesgitli tema boýunça alnan barlag-ýazuw işiniň netijesi hem nazarda tutulyp, çärýeklik, ýarym ýyllyk we ýyllyk bahalar goýulýar.

Jemleýji barlag ýörite häsiýete eýe bolup, ol çärýegiň ýa-da ýarymýyllygyň ahyrynda geçirilýär. Bu barlagyň hataryna geçiriş we gutardyş synaglaryny hem goşup bolar. Tematik barlag synag görnüşinde ýa-da ýyllyk ýazuw-barlag işi görnüşinde geçirilýär. Bu barlag netijesinde bölümler, temalar ýa-da tutuş kursuň maglumatlary boýunça okuwçylaryň bilimleri, başarnyklary we endikleri anyklanylýar we bahalandyrylýar. Şeýle-de olaryň zähmete taýýarlygy kesgitlenilýär. Ýokary synplarda okuwçylaryň hünär almak ukyplary ýörite barlanylýar.

Häzirki döwürde ähli jemleýji barlaglara degişli maglumatlar we soragnamalar milli Bilim instituty tarapyndan taýýarlanylýar we Bilim ministrligi tarapyndan tassyklanylýar. Ol maglumatlar welaýatlaryň Baş bilim müdirligine berilýär. Olar öz gezeginde şäher we etrap bilim edaralaryna ýollaýarlar, şondan soň mekdeplere ýetirilýär.

2005/2006-njy okuw ýylyndan başlap, orta mekdepleriň algebra we analiziň başlangyçlary dersi boýunça geçirilýän gutardyş synaglary J.Töräýewiň we başgalaryň "Algebra we seljermäniň başlangyçlaryndan gutardyş synagy üçin ýumuşlar". – A: TDNG, 2006 ýygyndysynyň ýumuşlary boýunça geçirilýär. Şu ýygyndyda ýazuw işe "3", "4" we "5" bahalary goýmak barada görkezme hem berilýär.

11.4. Okuwçylaryň bilim derejelerini kesgitlemekde barlagnamalaryň ähmiýeti örän uludyr.

Barlagnama (test) adalgasyny ilkinji gezek amerikan psihology J.Kotdell (1890 ý.) girizdi. Test iňlis sözi bolup, ol barlap görmek, synag, analiz gecirmek diýmegi aňladyar. Ol psihologiýada standartlaşan ýumuşdyr. Ýumuşlary çözmek arkaly alnan netijeler bolsa, synag edilýän şahsyň psiho-fiziologik osüsiniň derejesini we sahsyýetnamasyny (sözüň giň manysynda) kesgitlemage mümkinçilik berýär. Mundan başga-da barlagnamanyň kömegi bilen alnan netijeler synag edilýän şahsyň bilimini, başarnygyny we endigini ölçemäge giň ýol açýar. Barlagnamalary okuwcylaryň bilimini, başarnygyny, şeýle hem endigini barlamak üçin 1862-nji yylda Beyik Britaniyada J.Fişer ulanyp başlapdy.

Barlagnama geçirmegiň nazary esasyny ilkinji bolup Beyik Britaniyada F.Galton (1889 ý.) işlap düzdi. Ol birmeňzeş synaglaryň tapgyrlaryny şahsyýetleriň (synag edilýänleriň) uly sanyna ulanmakdan, alnan netijeleri statistiki işlap düzmekden, bahalaryň etalonyny bölüp çykarmakdan ybaratdyr.

Okuwçynyn ösüş derejesini kesgitlemegin ýönekeýligi, netijäniň örän çalt we ýeňillik bilen alynmagy barlagnamanyň giňden ulanylyp başlanmagyna getirdi.

Barlagnamalary okuw prosesinde ulanmaklyk mekdepde öwrenilýän dersleriň aglabasy boýunça amala aşyrylmalydyr. Barlagnamalar bilen işlemäge okuwçylarda ýeterlik endigiň we başarnygyň kemala getirilmegini we ösdürilmegini irgözinden başlamak gerek. Munuň özi barlagnamalary ýokary synplarda hem-de ýokary okuw mekdeplerinde ulanmak meselesini çözmäge ýardam eder.

Barlagnamalar diňe okuwçylaryň bilimleri, başarnyklary we endikleri barlananda ulanylman, eýsem täze maglumat öwrenilýän döwründe, geçilenler gaýtalanylanda, öwrenilýän düşünjeler berkidilende hem peýdalanylyp bilner. Bu ýagdaýda täze maglumaty öwrenmek, geçilenleri gaýtalamak we berkitmek okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini barlamak bilen parallel alnyp barylýar. Bu bolsa mugallyma täze maglumatyň okuwçylaryň ýatlarynda galyş derejesini barlamaga, netijede bolsa, okatmagy korrektirlemäge mümkinçilik berýär.

Adaty barlag işleriniň tekstleri düzülende hem olaryň geçilen maglumaty doly öz içine almaklygyny üpjün etmäge çalşylýar, ýöne üç ýa-da bäş ýumşuň möçberinde ony berjaý etmek, köplenç, başartmaýar. Bu babatda barlagnamalar aýgytlaýjy roly oýnaýarlar. Şeýle-de bolsa, barlagnama usulyna ol agdyklyk edýän häsiýete eýedir diýmek bolmaz. Barlagnamalara diňe usuly tärleriň üstüni ýetiriji element hökmünde garamak gerek.

Barlagnamalar düzülende aşakdaky talaplar ödelen mahalynda olaryň netijeliliginiň has ýokary bolýandygyny tejribe görkezýär:

1. Barlagnamalar funksional ugrukdyrylan, ýagny täze maglumaty öwrenmäge ýa düşünjeleri berkitmäge, ýa-da başarnyklary kemala getirmäge gönükdirilen bolmalydyr.

2. Şol bir barlagnamanyň içindäki elementar ýumuşlar ýa usuly taýdan, ýa-da nazary taýdan biri-biri bilen baglanyşykly bolmalydyr.

3. Barlagnamanyň içindäki elementar meseleler berlen tema boýunça ähli mümkin bolan ýagdaýlary öz içine almalydyr.

4. Barlagnama esaslandyrylan bolmalydyr we belli bir güýje eýe bolmalydyr. Dogry düzülen barlagnama ýalňyş pikir edýän, emma barybir dogry jogaby tapmagy başarýan okuwçyny ýüze çykarmaga mümkinçilik bermelidir.

Barlagnamalary okuw prosesinde ulanmagyň ýene-de bir aýratynlygy onuň didaktiki prosesiň iki ugruny birleşdirýändigindedir, ýagny öwretme bilen barlagyň parallel alnyp barylýandygyndadyr. Bu babatda barlagnama-türgenleşigiň (test-treningiň) ähmiýeti has uludyr.

Barlagnamalar özleriniň funksional köpdürlüligi bilen okuw prosesiniň ähli düzümine aralaşyp bilerler. Barlagnama usulyny täze maglumaty öwretmekde, öwretme bilen barlagy parallel alyp gitmekde, geçilen sapaklary gaýtalamakda, türgenleşik işlerini geçirmekde, okuwçylaryň bilim derejesini kesgitlemekde ulanmak bolar. Bu köpdürlüligiň her biriniň işlenilip düzülmegi, barlagnamalary düzmegiň we barlagnamany geçirmegiň usulyýetiniň işlenilip düzülmegi ýörite analiz geçirilip, işlenilip düzülmäge mynasypdyr. Şeýle okuw gollanmasy bilen ýaraglanan her bir mugallymyň okuw prosesini gurnaýşynyň netijeli boljakdygy ikuçsuzdyr.

Barlagnama geçirilip, okuwçynyň bilim derejesini doly we dogry kesgitläp bilmek iňňän wajyp meseledir. Barlagnamalarda edilen belliklerden ugur alyp, dogry, nädogry jogaplara, şeýle hem jogap berilmedik soraglara berilýän ballaryň mukdaryny jemläp, okuwçynyň toplan balyny kesgitläp bolar.

Barlagnama türgenleşik arkaly okuw prosesine gözegçilik etmek, şeýle hem ony dolandyrmak bolar. Barlagnamalar düzülende okuwçylaryň taýýarlyk derejesi göz öňünde tutulýar we barlagnamadaky elementar meseleler okuwçynyň taýýarlyk derejesine laýyk getirilmelidir.

Owrediji barlagnamalar (barlagnama-türgenleşik) – bu elementar meseleleriň blogudyr (bankydyr). Olaryň aýratynlyklary aşakdakylardan ybaratdyr:

1. Berk funksional ugurlylyk – elementar meseleleri çözmegiň tehnikasyny, usullaryny öwretmek, şunuň esasynda meseleleri çözmegi öwretmek, düşünjäni berkitmek, endikleri kemala getirmek we ösdürmekdir.

2. Öwrediji barlagnamalaryň içindäki elementar meseleler tematiki ýa-da usuly babatda özara baglanyşykly bolup, olar kynlyk derejesi boýunça deň bolmalydyr. Elbetde, bu halda hem meseleler çylşyrymlylygyna görä (ýönekeýden çylşyrymla) subýektiw tertipleşdirilen bolmalydyr.

3. Owrediji barlagnamanyň derejesi onuň tehniki-ideologik doýgunlylygy bilen kesgitlenilýär. Elementar meseleleriň derejesi bolsa, olaryň möçberi, olary çözmek üçin ulanylýan usullaryň tertibi boýunça kesgitlenilýär.

4. Türgenleşigiň dolgunlygy. Barlagnamalar tema boýunça elementar meseleleriň doly ýygyndysyny öz icine almalydyr. Ol türgenleşigiň hem-de barlagyň laýyk gelmegini (adekwatlygyny) üpjün eder. Öwrediji barlagnamalaryň doly möçberde bolmagy bilimiň täze hile geçmegine kömek eder.

Indi öwrediji barlagnamalary düzmek bilen baglanyşykly käbir möhüm düşünjelere garalyň.

Barlagnamalardaky meseleleriň elementarlygy diýip nämä düşünmeli?

Bu düşünje otnositeldir. Mysal üçin, “Çyzykly deňleme” diýen temada elementar meseleleriň üç etabyny anyklamaly. Ol anyklama deňlemäniň kökleriniň sany (0, 1, R) bilen kesgitlenilýär.

Goý, çyzykly deňlemäniň bir köki bar bolsun. Onda bu halda ol iki görnüşdedir. ýagny $x + a = 0$ we $ax + b = 0$ görnüşlere bölünýär. Bu iki görnüşdäki deňlemeleri çözmek üçin ýerine ýetirilmeli elementar meseleler dürli-dürlüdir.

Mundan başga-da koeffisiýentlere görä hem (natural, bitin, drob ýa-da irrasional san) görnüşlere bölmegi amala aşyrmaly. Mysal üçin, $0,(3)x+0,l(24)=0$ deňlemäni çözmek üçin mahsus bolan elementar meseleler we $03x+0,l=0$ deňlemäni çözmekde ýerine ýetirilýän elementar meseleler deň däldirler. Diýmek, bu iki deňlemäniň elementarlyk derejeleri hem deň däldir.

Şeýlelik bilen, matematika boýunça barlagnamalar düzülende, olaryň maksadyna laýyklykda elementarlyk derejesiniň dürlüdigi göz öňünde tutulmalydyr.

Garalan mysallardan ugur alyp, her bir tema boýunça barlagnamalar düzülende olaryň mazmunyndaky meseleleriň elementarlyk derejesini anyklamaklyk zerurdyr.

Barlagnamalar düzülende okuwçylaryň taýýarlyk derejesini göz öňünde tutmak maksadalaýykdyr. Şeýle etmeklik okuw prosesiniň maksady arkaly kesgitlenilýär.

Temalar boýunça barlagnamalar düzülende, olaryň mazmuny temany dogry we doly özleşdirmäge ýeterlik maglumat bilen üpjün edilmelidir. Bu halda hem barlagnamalaryň yzygiderliligini saklamalydyr. Geçilen temalardan käbir soraglaryň barlagnamalara girizilmegi mugallymyň özüçe çemeleşmegi arkaly çözülip bilner.

Barlagnamalary düzmegiň aýrylmaz bölegi ýumuşlara berilmeli jogaplaryň sanynyň köplügidir. Jogaplar 3, 4, 6, hatda ondan hem köp bolup biler. Bu meselede dykgat bilen üns berilmeli zat jogaplaryň diňe biriniň dogry bolmalydygydyr. Beýleki jogaplar nädogry jogaplardyr. Eýsem, nädogry jogaplary nämä esaslanyp düzmeli diýen soragyň döremegi tebigydyr.

Yumuş ýerine ýetirilende goýberilýän ýalňyşlyklar jogabyň nädogry bolmaklygyna getirýär. Şeýlelik bilen, nädogry jogaplar howaýy bolman, eýsem haýsy hem bolsa goýberilen bir ýaiňyşlygyň netijesinde ýüze çykýan bolmalydyr. Elbetde, şeýle jogaplar, esasan, fizika, himiýa we matematika dersleri boýunça düzülýän barlagnamalara mahsusdyr. Şeýle barlagnamalar okuw prosesini kämilleşdirmäge ýardam eder. Okuwçy özüniň goýberen ýalňyşyny özi tapmaga synanyşar. Bu usul bilen tapylan ýalňyşlyk we ony düzetmek ýaly prosesler okuwçyny galkyndyrýar we onuň özüne bolan ynamyny artdyrýar.

Matematika boýunça düzülýän barlagnamalaryň aýratynlyklary aşakdakylardan ybaratdyr:

1. Jogaplary gysga we düşnükli ýazyp bolar.

2. Jogaplarda köp gabat gelýän ýalňyşlyklaryň goýberilmegi esasynda ýüze çykýan nädogry jogaplaryň sanyny isledigiňçe artdyrmak bolar.

3. Barlagnamalar düzülende grafikleri, simwollary ulanmak bolar.

Barlagnamadaky ýumuşlaryň sany temasyna baglylykda 10, 20, 30, 40 we ş.m. bolup biler. Barlagnamalary geçirmek adaty barlag işlerini geçirmekden belli bir derejede tapawutlanýar. Şoňa görä onuň usulyýetini işläp düzmek babatda käbir synanyşyklar etmek derwaýysdyr.

Barlagnamalar geçirmek üçin okuwçylary taýýarlamak gerekdir. Mysal üçin, barlagnamada berlen ýumuşlaryň dogry jogabyny saýlap tapmaga girişmezden ozal, şol tema barada bilýän zatlaryny ýatlamalydygyny, ähli ünsi şol meselä ugrukdyryp, soňra jogaplaryň dogrularyny bellik etmäge girişmelidigini okuwçylara mäkäm düşündirmeli.

Meseleler çözülende "çalt işlemeli, ýöne artykmaç alňasaklyga ýol bermän, özüňize oňaýly bolan şertinde olary çözmeli" we beýlekiler ýaly görkezmeler bermeli.

Barlagnamalary geçirmegiň usulyýeti okuw prosesinde öňde goýulýan maksada baglydyr.

Eger barlagnamanyň maksady adaty barlag bolsa, onda okuwçylaryň özbaşdak işlemeklerini gazanmak mugallymyň paýyna düşýär. Okuwçylaryň özbaşdak işlemeklerini gazanmak babatda mugallym dürli usullardan peýdalanyp biler. Olaryň iň ygtybarlysy barlagnamalaryň indiwiduallygydyr. Elbetde, her bir okuwçy üçin aýry barlagnama düzmek örän köp zähmeti talap edýär. Ýöne ol zähmet özüni ödeýär. Şeýle edip, okuwçylaryň barlagnamada görkezilen jogaplaryň dogrusyny doly özbaşdak saýlap bilmegini gazanmak bolar.

Barlagnamalar diňe barlag etmek üçin däl-de, eýsem türgenleşik üçin hem geçirilýär. Mugallym bu işi okuwçylaryň özüne tabşyryp, öz-özüni barlagnamalaryň kömegi bilen barlamak arkaly hem geçirip biler. Okuwçynyň öz-özüni barlagnama bilen barlamagynyň uly ähmiýetiniň bardygyna düşünmek kyn däldir. Okuwçy öz-özüni barlag-nama bilen barlap, özüniň ýalňyşyny özi tapýar we ony düzetmäge mümkinçilik alýar. Eýsem, okuwçy öz ýalňyşyny düzetmek üçin nämelere daýanmaly? Biziň pikirimizçe, ol aşakdakylara daýanýar:

a) özünden ökde ýoldaşlarynyň bilimine;

b) okuw kitaplaryna we okuw gollanmalaryna;

ç) ders mugallymyna.

Özünden ökde ýoldaşlarynyň kömegi bilen okuwçynyň öz goýberen ýalňyşlygyny düzedýän halatlary az bolmaýar, ýöne bu meseläniň dogry çözgüdi däldir. Barlagnamada berlen ýumuşlary okuwçylaryň hiç biriniň hem çözüp bilmezligi mümkindir. Şeýle bolanda, elbetde, okuw kitabyna ýüzlenmeli bolar. Eger okuwçy okuw kitabyndan özüni gyzyklandyrýan soragyň jogabyny tapyp bilse, onda mesele doly çözüler. Bu halda okuwçynyň kitap bilen işläp bilmegi zerurdyr. Kitap bilen işläp bilmek bolsa, deslapky taýýarlygy talap edensoň, mugallym bu meseläniň çözgüdi barada irgözinden aladalanmalydyr. Şeýielik bilen, okuwçy öz-özüni barlagnamanyň kömegi bilen barlamak arkaly bilimini ýokarlandyrmaga uly mümkinçilik alýar.

Kompýuterleriň we interaktiw tagtalaryň okuw prosesinde giňden peýdalanylyp başlanmagy bilen barlagnamalaryň ähmiýeti has hem ýokarlanýar. Barlagnamalary geçirmekde kompýuterleriň we interaktiw tagtalaryň ulanylmagy bu işi has çaltlandyrýar we onuň netijeliligini ýokarlandyrmaga ýardam edýär.

11.5. Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny, endiklerini bahalandyrmagyň kadalary.

Okuwçylaryň bilimlerini, başarnyklaryny we endiklerini bahalandyrmak iki ugur boýunça alnyp barylýar. Olar okuwçylaryň ýazuw işlerini we dil üsti bilen berýän jogaplaryny bahalandyrmakdyr.

Okuwçylaryň ýazuw işleri aşakadaky ýaly bahalandyrylýar:

1. Eger ýazuw işinde hiç hili gödek yalňyşlyk we kemçilik bolmasa; çyzgylar arassa we takyk ýerine ýetirilen bolsa “5-lik baha” goýulýar.

2. Eger ýazuw işiniň ähli ýumuşlary ýerine ýetirilip, emma çözüliş usullary esaslandyrylmadyk bolsa; ýumuşlaryň çözülişlerinde ýa-da çyzgylarda bir ýalňyşlyk ýa-da 2-3 sany kemçilik goýberilen bolsa “4-lük baha” goýulýar.

3. Eger ýazuw işinde ýa-da jogaplarda üçden köp kemçilik ýa-da bir gödek ýalňyşlyk goýberilen bolsa, “3-lük” baha goýulýar.

4. Eger ýazuw işde gödek ýalňyşlyk goýberilen bolsa ýa-da jogaplar gutarnykly ýagdaýda alnan bolmasa, “2-lik” baha goýulýar.

5. Eger ýazuw işinde ikiden köp gödek ýalňyşlyk goýberilen bolsa ýa-da iş başlanylyp goýlan bolsa ýa-da düýbünden ýazuw iş işlenilmedik bolsa, “1-lik baha” goýulýar.

Mugallymlar okuwçylaryň meseleleri çözmegiň talaplaryny doly ýerine ýetirendigine seredip ýa-da olara goşmaça çözmek üçin hödürlän has ýokary kynlykly meseleleri dogry çözenligini nazarda tutup, olaryň işlerine goýulýan bahalary ýokarlandyryp hem bilerler.

Matematiki depderleri barlamaga degişli maslahatlary we okuwçylara baha goýmagyň kadalaryny, düzgünlerini “Orta mekdepleriň matematika, ýaşaýyş, öwreniş hem-de geografiýa dersleri boýunça ýeke-täk talaplar we baha ölçegleri”. – A.:TDNG, 2004 we “Orta mekdepleriň IV-X synplary üçin matematika dersi boýunça okuw maksatnamasy.” – A.:TDNG, 2007 kitaplarynda okap bolar.

11.6. Okuwçylar bilen öň öwrenilen düşünjeleri gaýtalap durmak örän zerurdyr. Wagtyň geçmegi bilen öň öwrenilen düşünjeleriň okuwçylaryň ýatlaryndan çykýanlygy mälimdir. Şeýle ýalňyşlyklaryň öňüni almakda ýörite ýalňyşlyga ýol berlen mysallary okuwçylara hödürlemek peýdaly bolýar. Mysallara seredeliň.

1. 4-nji synpyň matematikasynda sany nola bölüp bolmaýandygy öwrenilýär. Muňa garamazdan, okuwçylaryň köpüsi wagt geçenden soň sany nola bölmek bilen baglanyşykly ýalňyşlyklara ýol berýärler. Bu ýalňyşlygyň öňüni almak üçin “7=8 deňligi subut edip görkezmek” we „bu subudyň“ ýalňyşlygyny okuwçylaryň özlerine tapdyrmak örän peýdaly bolýar. Bu “subudy” getireliň:

“56+35–91=64+40–104 dogry deňligiň çep böleginden 7-ini, sag böleginden bolsa 8-i ýaýyň daşyna çykarýarys: 7·(8+5–13)=8·(8+5–13). Deňligiň iki bölegini hem (8+5–13)-e gysgaldýarys. Netijede, 7=8 deňligi alarys. Ýalňyş nirede goýberildi?”. Okuwçylar bu soragyň jogabyny özbaşdak tapýarlar.

“8+5–13=0. Deňligiň iki bölegi hem 0-a bölünip, 7=8 ýalňyş netije alyndy. Sebäbi sany nola bölmek bolmaýar“.

Sany nola bölmek bilen baglanyşykly ýene-de bir mysaly algebra sapaklarynda okuwçylara hödürlemek bolar.

“Iňňäniň galamdan iki esse uzyndygyny subut edeliň:

Goý, iňňäniň uzynlygy a (dm), galamyň uzynlygy bolsa b (dm) bolsun. b-niň we a-nyň tapawudyny c bilen belgiläp alarys:

$b–a=c$, $b=a+c$.

Bu deňlikleri agzama-agza köpeldip alarys:

$b^2–ba=c^2+ca$.

Soňky deňligiň iki böleginden hem bc aýryp alarys:

$b^2–ba–bc=c^2+ca–bc$ ýa-da $b(b–a–c)= –c(b–a–c)$.

Bu ýerden $b= –c$ deňligi alarys. $c=b–a$ bolýanlygyny göz öňünde tutsak,

$b=a–b$ ýa-da $a=2b$ deňligi alarys. Diýmek, iňňäniň uzynlygy (a), galamyň uzynlygyndan (b) iki esse uly”. Okuwçylar bu mysaly hem derňäp, $b–a–c=0$ bolany üçin deňligiň iki bölegini hem b-a-c aňlatma bölüp bolmaýandygyna göz ýetirýärler.

2. 7-nji synpyň algebrasynda $\sqrt{a^2}=|a|$ toždestwo öwrenilýär. Okuwçylar bu formulany ýatdan bilýärler. Emma bu formulany aňly-düşünjeli ulanmakda kynçylyk çekýärler. Bu kemçiligi aradan aýyrmak üçin okuwçylara “4=5 deňligi subut edip görkezmek“ we “bu subudyň“ ýalňyşlygyny olaryň özlerine tapdyrmak bolar. Bu “subudy” getireliň:

“16-36=25-45 dogry deňligi ýazyp, onuň üstünde aşakdaky ýaly özgertmeleri geçirýäris:

$$16-36+\frac{81}{4}=25-45+\frac{81}{4};$$

$$4^2-2\cdot4\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\cdot5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2;$$

$$\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2;$$

$$\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(5-\frac{9}{2}\right)^2};$$

$$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}.$$

Diýmek, 4=5. Ýalňyş nirede goýberildi?” Okuwçylar oýlanyp, ýalňyşlygyň $\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2}=4-\frac{9}{2}.$ deňlikdedigine göz ýetirýärler. $4-\frac{9}{2}<0$ bolany üçin $\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2}=\left|4-\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}-4=0{,}5$ bolýandygyna göz ýetirýärler.

Bu toždestwo bilen baglanyşykly ýene-de bir mysaly okuwçylara hödürlemek peýdaly bolar. “5=4 deňligi subut edeliň:

Goý, x=5, y=4 bolsun, onda $x+y$=9 bolar. Bu deňligiň iki bölegini hem $x–y$ köpeldip

$$x^2-y^2=9x-9y \text{ ýa-da } x^2-9x=y^2-9y$$

alarys. Bu deňligiň iki bölegine hem $\frac{81}{4}$ goşup

$$\left(x-\frac{9}{2}\right)^2=\left(y-\frac{9}{2}\right)^2$$

deňligi alarys. Soňky deňlikden $x-\frac{9}{2}=y-\frac{9}{2}$, diýmek, $x=y$ ýagny 5=4 gelip çykýar”. Bu mysaly derňänlerinde hem okuwçylar: “$\left(x-\frac{9}{2}\right)^2=\left(y-\frac{9}{2}\right)^2$ kwadrat deňlik $x-\frac{9}{2}=y-\frac{9}{2}$ deňlige deňgüýçli däldir. Bu kwadrat deňlik $\left|x-\frac{9}{2}\right|=\left|y-\frac{9}{2}\right|$ deňlige deňgüýçlüdir” diýen dogry netijä gelýärler.

§ 12. Matematikany okatmadyň serişdeleri

12.1. Didaktiki maglumatlar we olaryň gurluşy.
12.2. Didaktiki maglumatlardan peýdalamak.
12.3. Maglumat kitapçalary (sprawoçnikler) we olardan peýdalanmak.
12.4. Modeller, enjamlar.
12.5. Okatmagyň çap edilen serişdeleri.
12.6. Okatmagyň ekranly serişdeleri.
12.7. Okatmakda kompýuterlerden we interaktiw tagtalardan peýdalanmak.

12.1. Matematikadan okuw kitaby bu dersi okatmakda esasy gollanma, emma ýeke-täk serişde däldir. Okatmakda özara baglanyşykly bolan kitaplaryň, görkezme esbaplaryň, tehniki serişdeleriň tutuş toplumy peýdalanylýar. Bu okuw toplumynyň esasy görnüşleriniň biri hem didaktiki maglumatlardyr. Didaktiki maglumatlar aýratyn kitap görnüşinde her bir synp üçin çap edilýär. Okuw maksatnamasy we okuw kitaby didaktiki maglumatlaryň we beýleki okuw usuly gollanmalaryň esasy ugruny we mazmunyny kesgitleýär. Didaktiki maglumatlar okuw kitabyndaky meseleleriň üstüni doldurmak bilen mugallymyň matematikadan okuw işini guramagyna ýakyndan kömek berýär. Ilki bilen didaktiki maglumatlar mugallyma matematikanyň mekdep kursy boýunça okuwçylaryň özbaşdak işlerini guramakda ýakyn kömekçi bolup durýar. Didaktiki maglumatlar sapagyň bir böleginde ýa-da onuň tutuş dowamynda matematiki meseleleri özbaşdak we köpçülikleýin çözdürmek üçin ulanylýar.

Didaktiki maglumatlar, köplenç, özbaşdak işleriň sistemasy görnüşinde düzülýär. Bu işler sapak döwründe esasy nazary maglumat düşündirlenden soň ulanylýar. Didaktiki maglumatlarda berilýän özbaşdak işler gowşak okaýan hem-de gowy okaýan okuwçylar bilen aýratynlykda işlemek üçin peýdalanylyp bilner. Didaktiki maglumatlar belli temalar boýunça barlag işlerini geçirmek üçin hem ulanylyp bilner. Şeýlelikde, barlag iş üçin niýetlenilen işleriň ählisi ýa-da bir bölegi alnyp bilner. Didaktiki maglumatlaryň köpüsinde her bir tema degişli 4 (ýa-da 5) özbaşdak iş berilýär.

Bulardan başga-da temalara degişli barlag işleriniň tekstleri, şeýle hem 4 görnüşli umumy barlag işleriniň tekstleri, 2 görnüşden ybarat goşmaça özbaşdak işler (her bir tema üçin), gönükmeleriň ýerine ýetirilişine umumy görkezmeler, jogaplar berilýär.

12.2. Didaktiki maglumatlary peýdalanmakda esasy orun mugallyma degişlidir. Mugallym okuw maksatnamasyna, synpyň okuwçylarynyň sanyna, olaryň şahsy (indiwidual) aýratynlyklaryna, matematika dersini okatmak boýunça okuw meýilnamasyna laýyklykda ozbaşdak işleri ulanmagyň wagtyny, möçberini, maksadyny kesgitleýär. Didaktiki maglumatlarda berlen ähli özbaşdak we barlag işleriniň okuwçylar tarapyndan ýerine ýetirilmegi hökman däldir. Mugallym şol özbaşdak işleriň arasyndan zerur diýip hasaplanlaryny saýlap alýar we okuwçylara hödürleýär. Döredijilikli işleýän mugallymlar didaktiki maglumatlarda berlen özbaşdak işlerden başga-da, meseleler ýygyndylary berlen dürli kitaplardan, ýokary synplarda ýokary mekdeplere okuwa girýänler üçin niýetlenen kitaplardaky maglumatlardan, gönükmelerden hem peýdalanýarlar.

Mugallym okuw meýilnamasynda her bir tema degişli ulanmaly özbaşdak işleriň edebiýatlaryny we olaryň sanyny görkezýär. Sapagyň beýanynda bolsa özbaşdak işiň tekstini, meseleleriň çözülişini, onuň dowamlylygyny görkezýär. Şu ýerde özbaşdak işleri çözdürmäge berilýän wagtyň dowamlylygyny kesgitlemegiň ähmiýeti bardyr. Sebäbi özbaşdak işleri çözmäge gereginden köp wagtyň berilmegi okuwçylary arkaýynlaşdyrýar, olaryň ünsüni bir ýere jemlemäge mümkinçilik bermeýär. Özbaşdak işleri ýerine ýetirmäge az wagtyň berilmegi bolsa, köp okuwçylaryň bu işleri ýerine ýetirmäge ýetişmezligine alyp barýar. Her bir özbaşdak işi ýa-da barlag işini hödürlemezden ozal, mugallym ýerine ýetirilmeli işleriň mazmuny, olary ýerine ýetirmäge berilýän wagt, özbaşdak işleriň esasy aýrtynlyklary barada düşündiriş işlerini geçýär. Şeýlelikde, okuwçylaryň berlen işleri ýerine ýetirmäge ähli ünsüni jemlemegine, ahyrynda bolsa gowy netijeleriň alynmagyna mümkinçilik döreýär.

Her bir özbaşdak iş guramaçylykly jemlenmelidir. Bu döwürde okuwçylar tarapyndan ýerine ýetirilen rasional çözülişler, köp goýberilen ýalňyşlyklar barada giňden durlup geçilýär. Özbaşdak işleri jemlemek döwründe okuwçylaryň şu temalar boýunça alan bilimleri, başarnyklary we endikleri hem kesgitlenilmelidir.

12.3. Ýokary derejeli hünärmenler her gün diýen ýaly maglumat kitapçalaryndan (sprawoçniklerden) peýdalanýarlar. Şu sebäpli hem okuwçylara mekdep ýyllarynda maglumat kitapçalaryndan peýdalanmagyň usullaryny öwretmek maksadalaýykdyr.

Mundan başga-da, matematikanyň mekdep kursunda öwrenilýän okuw maglumatlaryň, formulalaryň ählisini ýat tutmak zerur däldir. Geljekde matematikanyň kursunda, durmuşda ulanyljak birinji derejeli okuw maglumatlaryny ýat tutmak zerurdyr. Ikinji derejeli okuw maglumatlary bolsa, maglumat kitapçalaryndan tapmak mümkin. Maglumat kitapçalary gerekli maglumatlary çalt tapmaga mümkinçilik berýär. Matematikadan maglumat kitapçalary okuwçylar, mugallymlar we beýleki hünärmenler üçin niýetlenilendir. Maglumat kitapçalarynda hasaplamakda ulanylýan dürli tablisalar (derejeleri, köki, ters sanlary, logarifmleri, görkezijileri we trigonometrik funksiýalaryň bahalaryny; formulalar, düşünjeleriň kesgitlemeleri, algoritmler (meselem, galtaşýan göni çyzygy gurmagyň algoritmi) matematikanyň mekdep kursunyň käbir meselelerini çözmegiň esasy usullary we ş.m. berilýär.

Maglumat kitapçalary geçen ýyllarda öwrenilen okuw maglumatlaryny ulanmagy talap edýän meseleleri çözmekde hem ulanylýar. Bu ýagdaýda maglumat kitapçalaryndan peýdalanmak ýatdan çykan okuw maglumatlaryny çalt özleşdirmäge mümkinçilik berýär. Käbir meseleler çözülende köp hasaplamalar geçirilmegi talap edilýär. Şol hasaplamalarda bolsa derejeleriň, kökleriň bahalaryny, logarifmleriň, trigonometrik funksiýalaryň bahalaryny we ş.m. ulanmaly bolýar. Bu ýagdaýda maglumat kitapçalarynyň ulanylmagy wagty tygşytlamaga kömek berýär. Maglumat kitapçalaryny geçilenleri gaýtalamakda hem peýdalanmak bolar. Meselem, maglumat kitapçalaryndaky ikeldilen burçuň, ýarym burçuň trigonometrik formulalarynyň getirilip çykarylyşyny beýan etmegi hödürlemek mümkin. Şeýlelikde, iki didaktiki maksat göz öňünde tutulýar: formulalary ýat tutmak we trigonometrik toźdestwolaryň arasyndaky baglanyşygy ýüze çykarmak.

Maglumat kitapçalaryny matematikanyň mekdep kursunda öwrenilmeýän okuw maglumatlaryny meseleler çözülende ulanmak üçin peýdalanmak mümkin (meselem, kompleks sanlar we olaryň üstünde amallar, ähtimallyk nazaryýetiniň käbir elementleri, sin 3α, sin 4α üçin formulalar we ş.m.).

12.4. Mekdeplerde täze döredilýän okuw abzallary bilen bir hatarda geometriýa sapaklarynda hereketli modelleriň toplumy, burçuň we üçburçlugyň şarnir hilli modeli, stereometriýa dersinde demonstrasiýa üçin niýetlenilen abzallaryň toplumy hem ulanylýar. Şarnir hilli modeller şekilleriň dürli görnüşlerini öwrenmäge mümkinçilik berýär. Stereometriýa dersinde modeller boýunça köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň ýazgynyny öwrenmäge mümkiçilik döreýär. Bu modelleriň toplumy kubdan, gönüburçly parallelepipedden, piramidadan, konusdan (10 sany) durýar. Bu modelleriň köpüsiniň burçlaryny, çyzykly elementleriniň ululyklaryny üýtgetmek mümkin.

Magnit esasly enjamlar onuň böleklerini hereket etdirmäge we islendik ýagdaýda ýerleşdirmäge mümkinçilik berýär.

Synp tagtasynyň bir bölegi demir listiň kömegi bilen ýapylýar ýa-da aýratyn magnit tagtasy ýasalýar. Magnit tagtasynda hereket etdirmeli detallar kartondan ýasalýar we arkasyna tekiz magnit ýelmenilýär. Şeýle usulda ýasalan detallar magnit tagtasynda gowy saklanylýar we islendik tarapa hereket etdirilýär. Magnit tagtasyndan droblar, tekiz figuralaryň meýdanlary, funksiýalaryň grafikleri, simmetriýa, parallel göçürme we ş.m. temalar öwredilende üstünlikli peýdalanmak mümkin. Ýokarda seredilen okuw abzallaryndan başga-da ýer üstünde ölçegleri we matematikadan laboratoriýa işlerini geçirmek üçin ulanylýan gurallar bar.

Mekdep astrolýabiýasy burç ölçeýji gural bolup, ýer üstünde ölçegleri geçirmek üçin ulanylýar. Astrolýabiýanyň esasy bölegi bolup, graduslara bölünen tögerek (limb), limbiň merkezindäki wertikal okuň daşynda aýlanýan alidada we diopterler hyzmar edýär.

Wizir çyzgyçly mekdep menzulasy ýer uçastoklarynyň planyny çyzmak üçin ulanylýar. Menzula göçürilýän çyzgy stolundan, wizir çyzgyjyndan we kompasdan durýar.

Çyzgy gurallary bolan: 1) tutawaçly çyzgyç; 2) metrli çyzgyç; 3) sirkul; 4) transportir; 5) 30º, 60º, 90º, 45º burçly burçluklar synp tagtasynda çyzgylary ýerine ýetirmek üçin ulanylýar.

Uzynlyklary, meýdanlary, göwrümleri ölçemek üçin modelleriň toplumy 20 sany paletkadan, 10×10×10 *mm* ölçegli 40 kubdan, 20×20×20 *mm* ölçegli 40 kubdan, dürli tekiz figuralardan durýar.

12.5. Okatmagyň çap edilen serişdelerine tablisalar, kartoçklar, çap edilen depderler degişlidir. Tablisalar iki görnüşli bolup, olaryň birinjisi özünde ýatlama maglumatlaryny (funksiýalaryň önümleriniň we integrallarynyň formulalary, trigonometrik funksiýalaryň bahalary we ş.m.) saklaýar; tablisalaryň ikinjisi täze okuw maglumatlaryny düşündirmek we berkitmek üçin ulanylýar.
Meselem, VI synpda burç düşünjesi öwredilende, 30-njy suratdaky tablisadan peýdalanyp, aşakdaky gönükmeleri hödürlemek mümkin.

1. Tablisadan 2 sifr bilen bellenilen burçy tapyň. Ol burçy üç harpyň üsti bilen nähili belgilemek bolar?

2. Tablisadan *TDC* burçy tapyň. Ol burçy $\angle TDC$ görnüşde belgilemek bolarmy?

3. 3 burç *KD* we *TD* göni çyzyklar bilen kesişýärmi?

4. Tablisadan ýiti, kütek, göni burçlary tapyň.

Ýatlama maglumatly tablisalar köp wagtyň dowamynda okuwçylaryň görüş apparatyna täsir etmek üçin ulanylýar. Bu tablisalar, köplenç, matematika otaglarynda köp wagtyň dowamynda asylyp goýulýar.

Dürli gönükmeler ýazylan kartoçkalar sapak wagtynda okuwçylaryň işjeňligini we pikirlenişini ösdürmekde uly ähmiýete eýedir. Kartoçkalar gysga wagtyň dowamynda birnäçe okuwçydan soramaga mümkinçilik berýär. Kartoçkalarda tekstleri, tekizlikdäki figuralary ýerleşdirmek mümkin. Didaktiki maglumatlarda berilýän gönükmeler kartoçkalary taýýarlamakda möhüm serişde bolup hyzmat edýär. Kartoçkalaryň kömegi bilen diňe bir özbaşdak ýa-da barlag işlerini däl, eýsem okuwçylaryň ön geçilen temalar boýunça bilimlerini barlamak hem mümkin.

Çap esasly depderler hem sapakda okuwçylaryň berlen ýumşy gysga wagtyň dowamynda ýerine ýetirmeklerine mümkinçilik berýär. Sebäbi bu depderlerde köp mehaniki ýazgylar öňünden çap edilýär. Meselem, käbir matematiki sözlemlerde goýberilen (ýazylman galan) sözleri, formulalary ýazmaga degişli gönükmeler çap esasly depderlerde ýazylýar.

Meselem: 1) Gönüburçly parallelepipediň …. grany,… depesi bar.

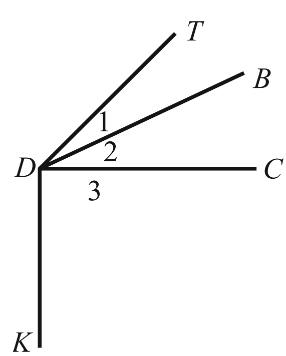
2) Gönüburçly parallelepipediň ähli granlary,….

12.6. Okatmagyň ekranly serişdeleri, ýagny kinofilmler, diafilmler, diapozitiwler, kodopozitiwler barada gysga maglumatlary bereliň. Okatmagyň häzirki zaman serişdeleriniň mekdeplere ornaşdyrylmagy bilen diafilmleri, kinofilmleri, diapozitiwleri, kodopozitiwleri okatmak prosesinde ulanmak kemelip barýar.

Emma muňa garamazdan, ekran serişdeleriniň okuw maglumatlaryny gysga wagtda beýan etmäge we okuwçylaryň şol düşünjeleri aňly we berk özleşdirmeklerine mümkinçilik berýänligini belläp geçmek gerekdir. Umuman, okuw döwründe bu serişdeleri ulanmagyň uly mümkinçilikleri bar. Olardan käbirlerine seredeliň:

1. Diafilm gysga wagtyň dowamynda taýýar okuw maglumatyny (tekst, surat, çyzgy) ekrana bermäge mümkinçilik berýär. Bu bolsa öz gezeginde wagtyň tygşytlanylmagyna eltýär.

2. Diafilm synpyň ähli okuwçylarynyň bir wagtda şol kadr bilen işlemegine mümkinçilik döredýär.



30-njy surat

3. Diafilmiň kadrlary bir lenta yzygider ýelmenen. Bu bolsa mugallyma nazary maglumaty yzygider beýan etmäge mümkinçilik berýär.

Diapozitiwler diafilmden tapawutlylykda bölek kadrlardan durýar. Diapozitiwler meseleleri çözmegi öwretmekde köp ulanylýar. Meseläniň şertine degişli çyzgyny ekranda görkezmek bilen mugallym onuň şertini düşündirýär we analiz edýär.

Matematikany okatmakda kinofilmler ulanylýar. Olar, köplenç, matematikany özbaşdak öwrenmek üçin niýetlenen maglumata degişli filmlerden, matematikanyň taryhy baradaky filmlerden durýar. Kinofilmler, köplenç, gaýtalamak, temany berkitmek döwründe görkezilýär. Kinofilmleri görkezmezden öňürti okuwçylary taýýarlamaly. Onuň üçin mugallymyň özi şol filmleri öňünden görmeli we nämä esasy ünsüň berilmelidigini, sapagyň haýsy böleginde kinofilmi görkezmelidigini, oňa degişli soraglary anyklamalydyr.

12.7. Sapakda kompýuterleri peýdalanmak arkaly okatmagyň hilini we netijeliligini ýokarlandyrmakda uly üstünlikler gazanyp bolar. Häzirki döwürde dünýäniň köp ýurtlarynda giňden peýdalanylýan **NetOp School** programmasy dersleri öwretmegiň esasy serişdesine öwrüldi diýsek ýalňyşmasak gerek.

NetOp School programmasy Amerikanyň we Ýewropanyň bilim edaralary tarapyndan giňden peýdalanylýar. Beýleki ýurtlarda hem bu programmadan peýdalanyp, okatmak işi ýola goýlup başlandy. Kompýuterleriň ulanylmagy bilen amala aşyrylýan islendik okuwa kömek bermek üçin işlenilip taýýarlanylan **NetOp School** programmasy orta we ýokary mekdeplerde giňden we üstünlikli ulanylýar. Bu programmany ulanmak üçin mugallymyň we okuwçylaryň kompýuterleri kabeller arkaly bir sete birikdirilen bolmagy (biziň mekdeplerimiziň köp synp otaglaryndaky kompýuterler bir sete birikdirilen) zerur.

NetOp School programmasy okatmakda kompýuterleri netijeli ulanmaga mümkinçilik berýär. Bu programma adaty mekdep tagtasynyň wezipesini ýerine ýetirmek bilen bir hatarda mugallym üçin başga-da uly mümkinçilikleri döredýär.
NetOp School programmasynyň ulanylmagy köp zady üýtgedýär. Mugallym syçanjygyň düwmesini ýekeje gezek basmak bilen synpdaky islendik okuwçynyň kompýuterini gözegçilige alyp bilýär. Şeýlelikde, okuwçynyň bar ünsi diňe sapaga çekilip, onuň wagty diňe okuw işlerine sarp edilýär.

Synpdaky ähli kompýuterleriň işine mugallymyň kompýuterinden bir wagtda gözegçilik edip hem bolýar. Bu mümkinçilik synpdaky ähli okuwçylaryň işini ara alyp maslahatlaşmaklygy ýönekeýleşdirýär we çaltlandyrýar.

Bu programmanyň kömegi bilen mugallym öz kompýuteriniň ýekeje düwmesini basyp, islendik okuwçynyň kompýuterindäki şekilleri, çözülişleri synpdaky beýleki okuwçylaryň ählisine görkezip bilýär.

Mugallym oturan ýerinden turman, sapagy özleşdirmekde kynçylyk çekýän okuwça görkezmeleri, maslahatlary we konsultasiýalary berip bilýär. Tersine, okuwçy hem ýekeje düwmäni basmak bilen mugallymdan kömek sorap bilýär.

NetOp School programmasyny ulanmak bilen mugallym öz kompýuterinden aýrylman, okuwçylara öwretmek, görkezmek, kömek bermek mümkinçiligini alýar. Okuwçylar edil synp otagynyň birinji partasynda oturan ýaly, mugallymyň hereketlerini synlap we yzarlap bilýärler. Mugallym bir okuwçy, birnäçe okuwçy ýa-da ähli okuwçylar bilen bir wagtda sapagy geçirmäge mümkinçilik alýar.

Mugallym öz kompýuterinden okuwçylaryň kompýuterlerine goşmaça işleri girizip bilýär. **NetOp School** mugallymyň kompýuterindäki gerekli faýly okuwçynyň kompýuterindäki berlen papka göçürmek mümkinçiligini berýär. Ýumuş ýerine ýetirilenden soňra mugallym okuwçylaryň kompýuterindäki belli papkadan zerur faýllary ýygnap, alyp bilýär.

Mugallym **NetOp School** programmasynyň kömegi bilen kompýuteriň ses sistemasyny ulanmak arkaly bir, birnäçe ýa-da ähli okuwçylar bilen söhbetdeşlik geçirip bilýär. Mugallym temany ara alyp maslahatlaşmany dolandyrýar we her bir okuwça nobat boýunça söz berip bilýär. Okuwçylar özlerine söz (mikrofon) berilmegini haýyş edip bilýärler. Ähli tekst ýazgylary adaty faýllarda saklanyp bilinýär.

NetOp Schooly ulanmak bilen mugallym her okuwçy bilen aýratynlykda (indiwidual) işläp biler, özem bir wagtda birnäçe okuwçylar bilen işläp biler. Şunlukda, okuwçy sapak wagty kompýuterde oýun oýnap ýa-da başga iş bilen meşgullanyp bilmeýär. Sebäbi okuwçynyň öz kompýuterinde ýerine ýetirýän islendik işini mugallym öz kompýuteri boýunça synlap bilýär. Eger zerurlyk ýüze çyksa, **NetOp School** programmasy okuwçylaryň kompýuterleriniň klawiaturasyny we syçanjygyny bekläp goýmaga mümkinçilik berýär.

Görkezme esbaplar elmydama mugallym üçin oňat kömekçi maglumat bolup durýar. Meselem, matematika dersi öwredilende bu programma dürli reňkli çyzgylary ulanmaga mümkinçilik berýär. Bu bolsa okuwçynyň ol maglumatlara has çuňňur düşünmekligine mümkinçilik berýär. **NetOp Schoolyň** kömegi bilen wideo maglumatlary ulanyp bolýar.

Tekstleri we ýumuşlary bir düwmejigi basmak bilen ähli okuwçylaryň kompýuterlerine ýaýradyp ýa-da olaryň kompýuterlerinden ýygnap bolýar. Mugallymyň işini aňsatlaşdyrmak üçin okuwçylara öz ýerine ýetiren barlag işlerini we öý işlerini berlen papkada ýerleşdirmegi tabşyryp bolýar. Mugallym sapakdan soň okuwçylaryň ýerine ýetiren işlerini bu papkadan alýar we bahalandyrýar. Netijede, okuwçynyň täze temany näderejede özleşdirendigini çalt kesgitlemäge mümkinçilik döreýär. Bu bolsa mugallymyň öz geljekki işini has netijeli ýola goýmagyna mümkinçilik berýär.

Belli bolşy ýaly, synpdaky okuwçylaryň ählisi okuw maglumatlaryny deň çaltlykda we deň çuňlukda özleşdirip bilmeýärler. Netijede, synpda okuw maglumatlaryny ýeňil we çalt özleşdirýän güýçli topar, uly bir kynçylyksyz özleşdirip bilýän orta topar we temany kynlyk bilen ele alýan gowşak topar ýüze çykyp başlaýar. Mugallym bu toparlaryň hersi bilen aýratyn (differensirlenen) iş alyp barmaly bolýar. Bu bolsa mugallymdan uly ussatlygy we köp zähmeti talap edýär. **NetOp School** programmasy mugallymyň toparlar bilen alyp barýan işini düýpli ýeňilleşdirmek bilen bir hatarda onuň netijeliligini hem ýokarlandyrýar.

Sözümizi jemläp aýtsak, bu programmany ulanmak arkaly: a) mugallymyň wagtyny tygşytlap bolýar; b) okuwçylaryň okuw işlerini berk gözegçilikde saklap bolýar; ç) okuwçylaryň täze temany nähili özleşdirendiklerini çalt barlap bolýar; d) okuwçylar bilen aýratynlykda (indiwidual) we toparlaýyn (differensirlenen) iş alyp baryp bolýar; e) dürli görkezme esbaplary (audio we wideo maglumatlary) ulanmak arkaly täze maglumaty has çuňňur düşündirip bolýar; f) okuwçylar we mugallym kompýuterlerden peýdalanmagyň tärlerini ele alýarlar.

Şu günüň ders otaglarynyň interaktiw tagta, kompýuterler, okatmagyň multimediýa serişdeleri, tehniki serişdeler bilen bilen üpjünçiligi her bir okuwçynyň bilim derejesini artdyrmagyna esas bolup hyzmat etmelidir. III müňýyllykda ylym-bilim ulgamynda ornaşdyrylýan öwretmegiň interaktiw usuly okuwçy bilen mugallymyň arasyndaky gatnaşyklaryň dürli görnüşlerini ýola goýmagy üpjün edýär.

Interaktiw tagtada dürli görnüşli kompýuter programmalaryny ulanmak, WEB sahypalaryny, ykjam diskleri we şekilli görnüşleri peýdalanmak bolýar. Bulardan başga-da interaktiw tagtada kompýuter programmalarynyň üsti bilen okuwçylary okuw maksatly maglumatlar bilen üpjün edip bolýar.Matematika dersiniň temalaryny hek, tagta, çyzgyç, sirkul we ş.m. zatlary ulanmazdan, okuwçylara düşündirip bolýar. Geometriýa okadylanda çyzgylarda reňk ulanyp bolýar. Çyzgylary ýeňillik bilen üýtgedip, dürli ýagdaýlary almak mümkinçiligi döreýär.

Interaktiw tagtanyň kömegi bilen okuwçylaryň bilime bolan höweslerini hemde olaryň işjeňligini artdyryp bolýar. Bu usullar okuwçylaryň geçilýän temalary tiz özleşdirmeklerine, şeýle hem geçilenleri gaýtalamak we okuwçylaryň bilim derejelerini barlagnamalaryň kömegi bilen barlamak işleriniň ýeňilleşmegine, sapakda ýazmaga sarp edilýän wagtyň tygşytlanmagyna ýardam edýär.

§ 13. Matematika çuňlaşdyrylyp öwredilýän mekdeplerde we synplarda, ugurlar boýunça ýöriteleşdirilen mekdeplerde matematikany okatmagyň aýratynlyklary

13.1. Matematika çuňlaşdyrylyp öwredilýän mekdeplerde we synplarda, şeýle hem takyk ugurly synplarda matematikany okatmagyň aýratynlyklary.

13.2. Mekdepleriň beýleki görnüşlerinde matematikanyň öwredilişi.

13.1. Matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan mekdepleriň (synplaryň), şeýle hem takyk ugurly synplaryň matematikadan okuw maksatnamasy orta mekdepleriň matematika dersi boýunça okuw maksatnamasynyň ähli maglumatlaryny özünde saklaýar. Şunlukda, bu mekdepleriň (synplaryň) okuwçylarynyň degişli nazary maglumatlary has ýokary derejede özleşdirmekleri we has çylşyrymly meseleleri çözmek başarnyklaryny ele almaklary maksat edilip goýulýar.

Okuw maksatnamasyna orta mekdepleriň maksatnamasynda bolmadyk goşmaça bölümleriň girizilmegi bolsa, bu okuwçylaryň ýokary matematiki taýýarlyklaryny gazanmak maksadyny göz öňünde tutýar.

Matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan mekdepleriň we synplaryň, şeýle hem takyk ugurly synplaryň matematikasy ýokary mekdepleriň matematikasyny gaýtalamaly däldir. Esasy wezipe ýokary mekdepleriň 1-nji we 2-nji ýyllarynda öwrenilýän maglumatlary bermek däl-de, eýsem gös-göni mekdep matematikasy bilen baglanyşykly maglumatlarda okuwçylaryň matematiki başarnyklaryny ösdürmek we olarda matematika bolan gyzyklanmany ýokarlandyrmak bolmalydyr. Bu synplarda, esasan, matematika ukyply okuwçylaryň okaýanlygy üçin okatmagyň leksiýa, seminar, mesele çözmek boýunça praktikum ýaly görnüşleriniň gowy netije berýändigini tejribe görkezýär. Şoňa görä-de matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan mekdepleriň we synplaryň, şeýle hem takyk ugurly synplaryň mugallymlary okatmagyň ýokardaky görnüşlerini ulansalar, has gowy netijeleri gazanyp bilerler.

Aşakda matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan mekdepleriň we synplaryň, şeýle hem takyk ugurly synplaryň matematikadan okuw maksatnamasynyň gysgaça mazmunyny we temalara berilýän mysaly okuw sagadyny getirýäris.

VII synpda algebra dersine hepdede 4 sagat, jemi 136 sagat berilýär. Ol sagatlary aşakdaky soraglara şeýle bölüp bolar:

1. Köplükler we olaryň üstünde amallar (8 sagat).
2. Sanlaryň bölünijiligi (8 sagat).
3. Rasional aňlatmalary özgertmek (24 sagat).
4. Funksiýalar we grafikler (11 sagat).
5. Hakyky sanlar (12 sagat).
6. Kwadrat kökler (12 sagat).
7. Rasional deňlemeler (21 sagat).
8. Bir näbellili deňsizlikler (20 sagat).
9. Bitin görkezijili dereje. Ýakynlaşan hasaplamalar (12 sagat).
10. Gaýtalamak. Mesele işletmek (8 sagat).

VIII synpda algebra dersine hepdede 5 sagat, jemi 170 sagat berilýär. Ol sagatlary aşakdaky soraglara şeýle bölüp bolar:

1. Kwadrat üçagza (20 sagat).

10. Sargyt №190

2. Deňlemeler we deňlemeleriň sistemasy (22 sagat).
3. Funksiýalar, olaryň häsiýetleri we grafikleri (18 sagat).
4. Iki näbellili deňsizlikler we olaryň sistemalary (10 sagat).
5. Progressiýalar (22 sagat).
6. Rasional görkezijili dereje (25 sagat).
7. Trigonometriýanyň elementleri (26 sagat).
8. Gaýtalamak. Mesele işletmek (27 sagat).

IX synpda algebra dersine hepdede 5 sagat, jemi 170 sagat berilýär. Ol sagatlary aşakdaky soraglara şeýle bölüp bolar:

1. Köpagzalar (31 sagat).
2. Funksiýalaryň grafikleri (22 sagat).
3. Trigonometrik funksiýalar (40 sagat).
4. Görkezjili, logarifmik we derejeli funksiýalar (32 sagat).
5. Hakyky we kompleks sanlar (30 sagat).
6. Gaýtalamak. Mesele işletmek (15 sagat).

X synpda algebra dersine hepdede 5 sagat, jemi 170 sagat berilýär. Ol sagatlary aşakdaky soraglara şeýle bölüp bolar:

1. Predel we üznüksizlik (22 sagat).
2. Önüm we onuň ulanylyşy (42 sagat).
3. Integral. Differensial deňlemeler (30 sagat).
4. Köp üýtgeýän ululykly köpagzalar. Deňlemeleriň we deňsizlikleriň sistemalary (27 sagat).
5. Kombinatorikanyň elementleri (12 sagat).
6. Ähtimallyklar nazaryýetiniň we matematiki statistikanyň elementleri (22 sagat).
7. Gaýtalamak. Mesele işletmek (15 sagat).

Geometriýa dersine VII-X synplaryň her birine hepdede 3 sagat, jemi 102 sagat berilýär. Geometriýa dersiniň mazmuny, esasan, adaty mekdepleriň maksatnamasyna kybapdaş bolup, ol käbir teoremalar (Çewynyň, Menelaýyň, Simsonyň, Wan-Obeliň we ş.m. teoremalary) bilen baýlaşdyrylandyr.

Matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan we takyk ugurly synplarda okuw maksatnamasy düzülende we okadylanda aşakdaky esasy ýörelgelerden ugur alynsa, maksadalaýyk boljakdygyny tejribe görkezýär.

1. Bu synplarda matematikadan çuňňur we giň bilim berilmelidir. Şol bir wagtyň özünde hem adaty mekdepleriň matematikasy bilen çuňlaşdyrylyp okadylýan synplaryň matematikasynyň arasynda berk baglanyşyk bolmalydyr. Zerurlyk dörän halatynda bu synpyň okuwçysy okuwyny adaty mekdepde dowam etdirip bilmelidir.

2. Matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan we takyk ugurly mekdepleriň okuwçylarynyň alýan bilimleri, başarnyklary we endikleri adaty mekdepleriň okuwçylarynyň alýan bilimlerine, başarnyklaryna we endiklerine laýyk, şol bir wagtyň özünde hem olardan has çuňňur we berk bolmalydyr. Başga sözler bilen aýdanymyzda, adaty mekdeplerde öwrenilýän ähli soraglar matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan we takyk ugurly mekdepleriň maksatnamasynda öz beýanyny tapmalydyr. Matematika çuňkaşdyrylyp okadylýan we takyk ugurly mekdepleriň uçurymlary matematiki edebiýatlary özbaşdak öwrenmek başarnyklaryny ele almalydyrlar.

3. Matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan we takyk ugurly synplaryň maksatnamasynyň mümkin bolan giňeldilmesi adaty mekdepleriň okuw maksatnamasy bilen baglanyşykly bolmalydyr, okuwçylaryň gyzyklanmalaryna we olaryň intellektual mümkinçiliklerine gabat gelmelidir.

4. Bu synplarda matematikany okadýan mugallymlaryň öňünde okatmagy ýekebaralaşdyrmak (indiwiduallaşdyrmak), problemalaýyn okatmagyň usullaryny ulanmak, okuwçylaryň işjeňligini ýokarlandyrmak üçin uly mümkinçilikler döreýär.

13.2. Türkmenistanyň käbir mekdeplerinde 7-nji synpdan başlap, okatmagy ugurlar, ýagny ynsançylyk ugry, takyk ugur we tebigy ugur boýunça alyp barmak ýola goýlandyr. Ynsançylyk ugurda we tebigy ugurda matematikany okatmaga berilýän okuw wagty adaty mekdepleriňkiden 1 sagat azdyr. Takyk ugurda bolsa, matematika dersine berilýän okuw wagty matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan synplardaky berilýän okuw wagtyna, ýagny VII synpda 7 sagada, VIII-X synplarda bolsa 8 sagada deňdir. Takyk ugurda matematika berilýän okuw wagtynyň matematika çuňlaşdyrylyp okadylýan synplar üçin berilýän okuw wagtyna deň bolany üçin olaryň maksatnamalarynyň hem meňzeş bolmagy, olarda ulanylýan okatmagyň usullarynyň hem kybapdaş bolmagy maksadalaýykdyr.

Ynsançylyk we tebigy ugurlarda matematika okadylanda esasy ünsi teoremalaryň we tassyklamalaryň subutlaryna, pikir ýöretmeleri logiki taýdan esaslandyrmaga bermän, eýsem okuwçylaryň alan bilimlerini mysallar we meseleler çözmekde ulanyp bilmeklerine gönükdirmek zerurdyr. Nusga boýunça çözülýän gönükmeler we standart meseleler bu ugurlarda çözülýän meseleleriň esasyny düzmelidir.

Bu ugurlarda matematikany ulanmak barada düşünjeleri we ilkinji başarnyklary bermek peýdalydyr. Bu ugruň okuwçylary matematikany ulanmagyň formalizasiýa we interpretasiýa etaplaryny geçirmek başarnyklaryny ele alsalar maksadalaýyk bolar. Belli bolşy ýaly, formalizasiýa etabynda amaly mesele matematiki dile geçirilýär. Bu operasiýany amala aşyrmak üçin bolsa, amaly meseläniň matematiki mazmunyny bölüp çykarmaly bolýar. Ikinji (modeliň içinde çözmek) etapda bolsa alnan matematiki mesele çözülip, onuň jogaby alynýar. Üçünji interpretasiýa etabynda bolsa, alnan çözüw başdaky amaly meseläniň dilinde aňladylýar. Alnan çözüwiň meseläniň şertini kanagatlandyrýandygy ýa-da kanagatlandyrmaýanlygy barlanylýar.

§14. Matematikadan synpdan daşary işleriň görnüşleri hem-de olary guramak

14.1. Matematikadan synpdan daşary işler, olaryň ähmiýeti we görnüşleri.
14.2. Matematika gurnagy.
14.3. Matematikadan bäsleşikler.
14.4. Matematiki mazmunly syýahat (ekskursiýalar).
14.5. Matematika agşamy.
14.6. Matematika hepdeligi.

14.1. Matematika boýunça sapakdan soň geçirilýän ähli çärelere matematikadan synpdan daşary işler diýilýär. Matematikadan synpdan daşary işleri iki topara bölýärler: a) matematikadan sapaklaryna gowşak ýetişýän okuwçylar bilen geçirilýän goşmaça sapaklar; b) matematika bilen has içgin gyzyklanýan okuwçylar bilen geçirilýän çäreler.

Matematika bilen has gyzyklanýan okuwçylar bilen geçirilýän synpdan daşary işleriň görnüşleri, esasan, aşakdakylar ýaly bolup bilerler: matematiki gurnaklar, wiktorinalar, agşamlar, matematiki hepdelikler, ekskursiýalar, matematiki referatlar we düzmeler, mekdep matematiki metbugaty, matematika ertirligi, ylmy-nazary maslahatlar, matematiki bäsleşikler we ş.m.

Matematikadan synpdan daşary işler okuwçylaryň: a) matematika bolan höwesini oýarmaga we berkitmäge; b) okuw maksatnamasy boýunça alan bilimlerini giňeltmäge we çuňlaşdyrmaga; ç) matematiki ukyplaryny ösdürmäge we ylmybarlag häsiýetli endikleri bermäge; d) matematikadan ylmy-populýar we beýleki edebiýatlar bilen özbaşdak hem-de döredijilikli işlemek başarnyklaryny ösdürmäge ýardam edýär. Synpdan daşary işleriň esasy maksady okuwçylarda derse bolan gyzyklanmany ösdurmekden we esasy kurs öwrenilende ele alnan matematiki düşünjeleriň we maglumatlaryň, başarnyklaryň we endikleriň üstüni doldurmakdan hem-de çuňlaşdyrmakdan ybaratdyr. Geçirilýän synpdan daşary işler okuwçylaryň amaly endiklerini, özbaşdak işlemek başarnyklaryny ösdürmäge goşmaça mümkinçilikler döredýär. Bu işler talabalaýyk guralanda okuwçylarda duş gelýän kynçylyklary erjellik bilen ýeňip geçmek, döredijilikli zähmetiň netijesine guwanmak ýaly häsiýetler terbiýelenýär. Ondan başga-da, beýleki derslerde bolşy ýaly, matematikadan geçirilýän synpdan dasary işler hem mugallym bilen okuwçynyň arasynda ýakyn aragatnaşygy ýola goýmaga mümkinçilik döredýär. Bu bolsa matematika bilen gyzyklanýan okuwçylaryň toparyny döretmäge mümkinçilik berýär. Okuw-görkezme esbaplaryny ýasamakda, yza galýan okuwçylar bilen işlemekde, okuwçylaryň arasynda matematiki bilimleriň meşhurlygyny artdyrmakda mugallym ol toparyň kömeginden netijeli peýdalanyp biler.

Okuwçylaryň derse bolan höwesini döretmek, bilimlerini çuňlaşdyrmak we giňeltmek, matematiki ukyplaryny ösdürmek ýaly maksatlar belli bir derejede sapakda hem amala aşyrylýar. Emma okuw wagtynyň çäklidigi we öwrenilmeli maglumatlaryň maksatnamada berk kesgitlenilendigi üçin sapakda bu maksatlary doly manysynda amala aşyrmak mümkin däldir.

14.2. Synpdan daşary işleriň iň bir netijeli we täsirli gornüşleriniň biri hem matematika gurnagydyr. Ol geçirilişi boýunça belli bir derejede sapaga meňzeşdir. Bu meňzeşlik toparlaýyn okuw işini guramak bilen kesgitlenilýär, ýagny sapakda-da, gurnakda-da mugallym zerur bolan düşündirişleri okuwçylar topary bilen guraýar. Matematika gurnagy synpdan daşary işleriň has köp ýaýran görnüşleriniň biridir. Bu işiň esasy iki ugruny görkezmek bolar. Birinji ugur çagalarda matematika bolan ilkinji gyzyklanmalary döretmek we olaryň pikirlenmeklerini ösdürmek üçin niýetlenilen bolsa, ikinji ugur okuwçylaryň matematikadan bilimlerini çuňlaşdyrmaga ugrukdyrylandyr. 4-7-njy synp okuwçylarynyň gurnak işlerinde birinji ugur, 8-10-njy synp okuwçylarynyň gurnak işlerinde bolsa, ikinji ugur agdyklyk edýär.

Gurnagyň ýygnanyşyklarynda elmydama mysal meseleler çözmeklik ýa-da käbir tema degişli nazary maglumatlary öwrenmeklik okuwçylary wagtyň geçmegi bilen irizip başlaýar. Şonuň üçin hem arasynda taryha degişli temalary, dürli gözbagçylyklary, sofizmleri hem-de oýunlary okuwçylaryň dykgatyna hödürlemeli.

Matematikadan diwar gazetiniň sanlary gurnak agzalary tarapyndan taýýarlanylýar. Bu barada durup geçeliň. Şeýle gazetiň esasy maksady gurnaga gatnaşýan okuwçylara täzelikleri ýetirmek, okuwçylarda matematika dersine bolan höwesi döretmek we olary gurnagyň işine ýakyndan çekmekdir.

Diwar gazeti çykarmak, adatça, redkollegiýa agzalary tarapyndan amala aşyrylýar. Emma gurnak agzalary toparlara bölünip, her topar gazetiň bir sanyny çykarsa, bu iş has maksadalaýyk bolar.

Gazetde aşakdaky bölümler bolup biler:

1. Mekdebimiziň matematika durmuşy. Bu bölümde mekdepde matematika boýunça alnyp barylýan işler, mekdep bäsleşikleri, ýakynda geçiriljek matematika agşamy ýa-da hepdeligi baradaky maglumatlar ýazylýar.
2. Kyn hasaplamalar. Bu bölümde standart däl mysal-meseleler berilýär.
3. Matematikanyň taryhyndan. Bu bölümde görnükli matematikler, gadymy mysal meseleler, käbir gadymy gözbagçylyklaryň ýüze çykyş taryhy hakynda maglumatlar ýerleşdirilmeli.
4. Size mälimmi? Bu bölümde matematika boýunça täzelikler, açyşlar ýerleşdirilýär.
5. Gyzykly meseleler. Bu bölümde sofizmler, paradokslar, rebuslar we birnäçe gyzykly meseleler hödürlenilýär.

6. Matematiki degişmeler. Bu bölümde gülkünç faktlar, käbir gülküli suratlar hödürlenilýär.

Mugallym gurnak sapaklaryny guramazdan öň (ylaýta-da eger ol şol synpy birinji ýyl okadýan bolsa), okuwçylaryň isleglerini, höweslerini has içgin öwrenmelidir. Şonda okuwçylaryň arasyndan gurnak sapaklaryna çekmegi göz öňünde tutýanlaryny saýlamalydyr hem-de olaryň gurnagyň ýygnanyşyklaryna gatnaşmaklaryny gazanmak ugrunda çalyşmalydyr. Matematika sapaklarynyň birinde synpyň ähli okuwçylaryna matematika gurnagyň açylýandygyny, oňa isleg bildirýän okuwçylaryň ählisiniň gatnaşyp biljekdigini habar bermek maksadalaýyk bilinýär. Gurrüň geçirilende gurnak ýygnanyşyklarynyň sapagy gaýtalamaýandygyny okuwçylara aýtmak bilen bir hatarda, onuň maksadyny aýdyňlaşdyrmak hem-de geçiriljek çäreleriň mazmunyny we häsiýetini açyp görkezmek zerurdyr.

Mälim bolşy ýaly, gurnagyň birinji ýygnanyşygy geçirilmeli işleriň esasy mazmunyny belli etmek, gurnagyň ýolbaşçysyny saýlamak, gurnak agzalarynyň hukuklaryny we borçlaryny aýdyňlaşdyrmak, gurnagyň iş meýilnamasyny düzmek, gurnagyň organy bolup çykýan diwar gazetiniň redkollegiýa agzalaryny saýlamak ýaly guramaçylyk işlere sarp edilýär.

Gurnak sapaklaryna synpyň okuwçylarynyň esasy köpçüligini çekmek zerurdyr. Emma ilkibada synpdaky okuwçylaryň az sanlysynyň gurnak sapaklaryna gatnaşmagy mugallymy ol diýen gynandyrmaly däldir. Geçirilýän gurnak sapaklarynyň mazmunyna we hiline baglylykda ol okuwçylaryň sany kem-kemden köpeler. Okuwçy üstunlikli nutuk bilen çykyş edende, mesele çözmek bäsleşigine şowly gatnaşanda we ş.m. onda matematika bolan höwesiň ýokarlanjakdygyny mugallymyň ýatda saklamagy gerekdir. Ilkibaşdaky şowsuzlyk okuwçyny ruhdan düşürýär, onuň özüne bolan ynamyny we ahyrky netijede derse bolan höwesini gaçyrýar. Şoňa görä-de ilkinji sapaklarda öwredilýän maglumatlar we hödürlenýän ýumuşlar okuwcylarda uly kynçylyk döretmez ýaly, olar ýörite saýlanylyp alynýar. Mugallym okuwçylara nutuk taýýarlatmak üçin ýeňil temalary we çözdurmek üçin hem mümkingadar ýönekeýräk (şol bir wagtyň özünde gyzykly hem-de olaryň bilim derejelerine we ukyplaryna laýyk gelýän) meseleleri saýlamagy başarmalydyr. Soňky sapaklarda bolsa, okuwçylaryň indiwidual we ýaş aýratynlyklaryny göz öňünde tutmak bilen mugallym olara tabşyrylýan ýumuşlaryň çylşyrymlylyk derejesini kem-kemden ýokarlandyryp biler.

Gurnak duşuşyklarynyň her birine mugallymyň berk taýýarlyk görmegi zerurdyr. Ol her bir gurnak duşuşyklarynyň meýilnamasynyň üstünde çuňňur oýlanmalydyr. Bu meýilnama mugallym öz çykyşynyň aýratyn böleklerini, okuwçylaryň gürrüňlerini, olaryň matematikanyň taryhy boýunça gysgajyk çykyşlaryny, görnükli türkmen we daşary ýurt matematikleriniň terjimehallaryny, gyzykly meseleleriň çözülişini, okuwçylaryň “özbaşdak barlaglary“ hakyndaky habarlaryny goşmalydyr. Gurnak agzalarynyň her birine ýylyň dowamynda iň bolmanda bir gezek çykyş taýýarlatmak maksadalaýykdyr.

Gurnakda gyzykly meseleleri çözdürmek arkaly hem okuwçylarda gurnaga gatnaşmaga bolan höwesi döredip bolar. Okuwçylarda matematika dersine bolan söýgini döretmekde meseleleriň mümkinçiligi örän uludyr. Göräýmäge çözülişi ýönekeýje ýaly bolup görünýän, emma ýeterlik derejede çylşyrymly meseleler okuwçylarda uly gyzyklanma döredýär. Şeýle meseleleriň ikisini çözülişi bilen getireliň.

1. Mekdebiň dokmaçylyk gurnagynda gyzlar haly ýa-da tara dokaýarlar. Olaryň 90% haly, 80% bolsa tara dokaýarlar. Gyzlaryň näçe göterimi ikisini hem dokaýarlar?

Çözülişi. Gyzlaryň 100%-90%=10% haly, 100%-80%=20% bolsa, tara dokap bilmeýärler. Diýmek, gyzlaryň 10% diňe tara, 20% bolsa diňe haly dokap bilýärler. Onda gyzlaryň 10%+20%=30% diňe bir önümi, 100%-30%=70% bolsa iki önümi hem dokap bilýärler.

Jogaby: 70% iki önümi hem dokap bilýärler.

2. Bir maşgalanyň 7 agzasy almany, 6 agzasy üzümi, 5 agzasy nary, 4 agzasy almany we üzümi, 3 agzasy almany we nary, 2 agzasy üzümi we nary, 1 agzasy almany, üzümi we nary halaýar. Bu maşgalanyň näçe agzasy bar?

Çözülişi. Bu maşgalada diňe almany we üzümi 4–1=3 adam, diňe almany we nary 3–1=2 adam, diňe üzümi we nary 2–1=1 adam halaýar. Diňe almany 7–3–2–1=1 adam, diňe üzümi 6–3–1–1=1 adam we diňe nary 5–2–1–1=1 adam halaýar. Diýmek, bu maşgalada 1+1+1=3 adam diňe bir miwäni, 3+2+1=6 adam iki miwäni we 1 adam üç miwäni halaýar. Onda bu maşgalanyň 3+6+1=10 agzasy bar.

Jogaby: Bu maşgalanyň 10 agzasy bar.

Şeýle meseleleriň matematika gurnaklarynda çözdürilmegi okuwçylarda matematika bolan gyzyklanmany ösdürmek bilen bir hatarda olaryň logiki pikirlenmek başarnyklaryny ösdürýär. Bu başarnyklar bolsa okuwçylaryň matematikany üstünlikli özleşdirmekleriniň esasy bolup durýar.

14.3. Matematikadan synpdan daşary işleriň beýleki görnüşleri ýaly, mekdebiň özünde geçirilýän matematiki bäsleşiklere hem taýýarlanmak okuw ýylynyň başyndan başlanýar. Matematiki gurnaklarda, diwar gazetlerinde bäsleşik meselelerine yzygiderli seredilýär.

Mugallymlar we iki-üç sany okuwçylar tarapyndan bäsleşige hödürleniljek mysal-meseleler taýýarlanylýar. Mekdep bäslesikleri iki tapgyrda geçirilse maksadalaýyk bolýar. Bäsleşikleriň her bir tapgyry geçirilenden soň, onda hödürlenilen mysal-meseleleri ähli okuwçylaryň dykgatyna diwar gazetiniň üsti bilen hödürlemeli.

Her bir tapgyr geçirilenden soň, bellenilen emin agzalary bäsleşige gatnaşýan okuwçylaryň işlerini barlap bahalandyrýarlar we olaryň alan orunlaryny kesgitleýärler. Ýeňiji okuwçylara höweslendiriji sylaglary gowşurmak maslahat berilýär.

14.4. Matematika boýunça synpdan daşary geçirilýän işleriň bir görnüşi hem ekskursiýalardyr. Matematikany okatmak prosesi bilen organiki baglanyşgy bolan, kesgitli yzygiderlikde geçirilýän ekskursiýalaryň bilim we terbiýe berijilik taýdan ähmiýeti uludyr.

Ekskursiýalar belli bir derejede matematikany okatmak prosesini goşmaça maglumatlar bilen üpjün edýär, öwrenilýän kanunalaýyklyklary, düşünjeleri we faktlary giňeltmäge hem-de çuňlaşdyrmaga, özleşdirilýän maglumatlaryň ulanylyşyny görkezmäge mümkinçilik döredýär. Şeýle hem ekskursiýalar matematiki ähmiýetli we gymmatly syn etmeleriň çeşmesi hökmünde hyzmat edýär. Ekskursiýar politehniki okuw sistemasynyň möhüm bir bölegi bolup durýar. Ekskursiýa döwründe okuwçylar matematikanyň önümçilik prosesinde ulanylyşy bilen ýakyndan tanyşýarlar. Olar häzirki zaman tehnikasynda we önümçiliginde matematikanyň ähmiýetine hem-de ulanylyşyna syn etmek bilen onuň ähmiýetine, zerurlygyna akyl ýetirýärler.

Ekskursiýa döwründe okuwçylar önümçiligiň işgärleri, olaryň döredijilikli zähmeti bilen tanyş bolýarlar. Oýlap tapyjylar bilen duşuşyklar bolsa, okuwçylarda zähmete döredijilikli çemeleşmegi terbiýeleýär. Ekskursiýa mahalynda okuwçylar dürli hünärler barada düşünje alýarlar. Bu bolsa olara geljek üçin hünär saýlap almaga itergi bolýar.

Aýdylanlardan görnişi ýaly, ekskursiýalar matematikany okatmagy durmuş bilen baglanyşdyrmaga, okuwçylaryň derse bolan gyzyklanmasyny ösdürmäge, häzirki zaman tehnikasy bilen tanyşdyrmaga, şeýle-de olary hünäre ugrukdyrmaga ýardam edýär.

Matematiki ekskursiýalary mazmuny boýunça şu aşakdaky ýaly görnüşlere bölmek bolýar:

1. Önümçilige (zawodlara, fabriklere we ş.m) ekskursiýalar.
2. Ylmy, ylmy-tehniki edaralara (ylmy-barlag institutlaryna, elektron-hasaplaýyş merkezlerine, ýokary okuw mekdeplerine we ş.m.) ekskursiýalar.
3. Muzeýlere we sergilere ekskursiýalar.

Köplenç, her bir ekskursiýa okuwçylar onuň mazmunyna düşünmäge mümkinçilik berýän degişli maglumatlary özleşdirenlerinden soňra geçirilýär. Okuwçylar şeýle ekskursiýalara, adatça, zerur bolan bilimler bilen ýaraglanyp gelýärler. Şoňa görä-de şu görnüşdäki ekskursiýalar okuwçylaryň bilimlerini we dünýägaraýyşlaryny giňeldýär hem-de çuňlasdyrýar, olary täze düşünjeler bilen baýlaşdyrýar.

Her bir matematiki ekskursiýanyn mazmuny sapakda, şeýle hem synpdan daşary işlerde öwrenilen maglumatlar bilen ýakyndan baglanyşykly bolanda, ol has hem oňat netije berip biler. Ekskursiýanyň meýilnamasy okuw ýylynyň başynda düzülip, ol okuw meýilnamasy bilen birlikde usuly toparda gözden geçirilýär we ilki şonda makullanylýar. Meýilnamada nirä we haçan ekskursiýa guramalydygy görkezilýär, bu bolsa ekskursiýalaryň yzygiderliligini saklamaga, olara öňünden taýýarlyk görmäge mümkinçilik döredýär.

Ekskursiýa geçiriljek bolnanda, onuň üçin esasy tema bellenilip, haçanda ol geçirilende tema girýän geometrik şekilleriň, matematiki kanunalaýyklyklaryň we ş.m. durmuşda duş gelýän ýerlerine oňat gözegçilik etmeklik ýola goýulýar.

Ekskursiýalaryn öňünden kesgitlenilen belli bir maksadynyň bolmagy, olaryň üstünlikli we netijeli geçmeginiň esasy şerti bolup durýar. Okuwçylaryn ünslerini köp obýektlere gönükdirmek ekskursiýanyň netijeliligini pese düşürýär. Bu ýagdaýda okuwçylarda aýdyň we düşnükli informasiýanyň deregine bölekleýin düşünjeler galýar.

Ekskursiýa geçirmek üçin obýekt saýlanylanda, onuň okuwçylar üçin sada we düşnükli bolmagyna aýratyn üns berilýär. Çünki matematikanyň ulanylyşy gös-goni görnüp durmaýan, çylşyrymly obýektlere ekskursiýa guralanda, ol hiç wagt hem oňat netije bermeýär. Ekskursiýa üçin obýektler saýlanylanda, olaryň mekdebe golaýlygy hem göz öňünde tutulmalydyr.

Adatça, matematiki ekskursiýalary geçirmek mugallymyň taýýarlygy, okuwçylary ekskursiýa taýýarlamak, ony geçirmek, onuň netijesini jemlemek we ekskursiýanyň maglumatlary boýunça mesele çözmek ýaly dört bölekden ybarat bolýar.

Ekskursiýalar asakdaky talaplary kanagatlandyrýan wagtynda oňat netije berýärler:

1. Ekskursiýanyň mazmuny synpda ýa-da gurnak duşuşyklarynda öwrenilýän maglumatlara laýyk getirilmelidir. Ekskursiýanyň meýilnamasy, mazmuny we tabşyryljak özbaşdak ýumuşlar mugallym tarapyndan taýýarlanylyp, olaryň öňünden okuwçylar tarapyndan öwrenilmegi ýola goýulmalydyr.

2. Mugallym ekskursiýa geçiriljek obýekti (zawody, fabrigi, hasaplaýys merkezini we ş.m.) öňünden özi öwrenip, okuwçylaryň ünsleri çekiljek zatlary we olar barada beriljek düşündirişleri doly aýdyňlaşdyrmalydyr.

3. Mugallym ekskursiýa wagtynda okuwçylaryň ünsüni onuň mazmunyny açyp görkezýän iň wajyp faktlara gönükdirmelidir. Ekskursiýanyň mazmunyndan we meýilnamasyndan çykylyp berilýän düşündirişleriň okuwçylary ýadadýanlygyny hem-de olaryň ünsüniň dargamagyna getirýändigini ýatda saklamak gerek. Okuwçylaryň guramaçylygyna esewan bolmak bilen bir hatarda olaryň her birinden ekskursiýanyň meýilnamasynyň doly ýerine ýetirilmegini gyşarnyksyz talap etmek zerurdyr.

4. Okuwçylar ekskursiýa wagtynda ýöne bir diňleýjiler we synlaýjylar bolman, eýsem olaryň özleri hem käbir ýumuşlary (ölçegler geçirmek, çyzgylar çyzmak we

ş.m.) özbasdak ýetirmek ugrunda çalyşmalydyr. Ekskursiýanyň meýilnamasynda okuwçylaryň ýerine ýetirmeli ýumuşlarynyň anyk görkezilmegi olaryn işjeňligini artdyrmaga belli bir derejede ýardam edip biler.

5. Ekskursiýa wagtynda mugallym okuwçylaryň işleriniň hetdenaşa köp bolmazlygyna esewan bolmalydyr. Okuwcylaryň ýadawlygy ekskursiýanyň netijeliliginiň pese düşmegine alyp barýar.

6. Ekskursiýada alnan maglumatlar soňky okuw işlerinde mugallym we okuwçylar tarapyndan giňden ulanylmalydyr.

Ýokarda agzalyp geçilen talaplaryň ýerine ýetirlişine iş tejribeden alnyp, haly fabrigine guralan ekskursiýanyň mysaly meýilnamasynda hem göz ýetirip bolar.

I. Ekskursiýa 6-10-njy synp okuwçylary bilen geçirilýär.

II. Ekskursiýanyň dowamlylygy: 1-1,5 sag.

III. Ekskursiýanyň maksady. Haly dokamak sungatynda we halyçylyk tehnikasynda matematiki düşündirişleriň ulanylyşyny hem-de haly gölleriniň simmetrikligini görkezmek.

IV. Mugallymyň giris gürrüňi (onuň mysaly mazmuny).

Biz ýakyn günlerde haly fabrigine ekskursiýa gideris. Ol ýerde meşhur türkmen halylarynyn dokalyşy, haly dokalanda matematiki düşünjeleriň, faktlaryň ulanylyşy bilen tanşarys. Ekskursiýa wagtynda meseleler düzmek üçin maglumatlar ýygnarys.

Nepis dokalan ajaýyp türkmen halylary gölleriniň owadanlygy we berkligi bilen irki döwürlerden bäri bütin dünýä meşhurdyr. Türkmen halyçylyk sungatynyň köp asyrlardan bäri dowam edip gelýän özüne mynasyp taryhy bar. Baryp XIII asyrda ýaşan belli italýan syýahatçysy Marko Polo türkmen halylary barada: “Bilýäňizmi, bu ýerde dünýäde iň nepis we owadan halylar dokalýar…” diýip ýazýar. Bu bolsa türkmen halyçylyk sungatynyň ýüzlerçe ýyl mundan öň dörändigine şaýatlyk edýär.

Türkmen halylary gölleriniň simmetrikligi, reňkleriniň utgaşyklylygy, owadanlyga has hem goşant berýän gyzyl reňkiň ýetik mukdarda bolmagy bilen has tapawutlanýarlar. Türkmen haly gölleriniň köpüsinde simmetriýa oky bolsa, beýlekilerinde simmetriýa merkezi bardyr.

Türkmen gölleri, türkmen halylarynyň dokalyş usuly, inçe senet tehnikasy türkmen aýal-gyzlarynyň köp nesliniň döredijilikli zahmetiniň netijesidir. Türkmen halylaryny dokamak sungaty, nepis, owadan göller türkmen aýal-gyzlary tarapyndan elden-ele, nesilden-nesle geçirilip, biziň döwrümize çenli gelip ýetipdir.

Ýurdumyz Garaşsyzlyk alandan soň halyçylyk sungatyny öň görlüp-eşidilmedik derejede ösdürmäge mümkinçilik döredi. Türkmen halylary täze mazmun bilen baýlaşdyryldy. Türkmen halyçylary tarapyndan ägirt uly we nepis halylar döredildi. Bu halylaryň ululygy we gözelligi görenleri haýran galdyrýar.

Hazirki döwürde biziň aýal-gyzlarymyz tehniki taýdan gowy enjamlaşdyrylan fabriklerde bütin dünýäde meşhur bolan haly önümlerini ussatlyk bilen öndürýärler. Türkmenleriň gadymdan gelýän haly dokamak sungaty öz ösüşini mundan beýläk-de dowam etdirýär.

Okuwçylar! Siz ekskursiýa wagtynda käbir täze düşünjeler we maglumatlar bilen tanyşmaly bolarsyňyz.

1. Tutuş halyny ýa-da ol ýa-da beýleki göli dokamak üçin sarp edilen ýüpüň mukdaryny bilmek.

2. Halynyň syklygyny hasaplamak (halynyň syklygy diýlende, onun bir kwadrat metrindäki çitimleriniň sanyna düşünilýär. Ýokary hilli türkmen halylarynyň syklygy örän ýokarydyr, ýagny olaryň bir kwadrat metrinde 400 000 ýakyn çitim bolýar).

3. Simmetriýa oky, simmetriýa merkezi bolan gölleriň atlaryny aýratynlykda ýazyň.

4. Simmetriýa oky ýa-da merkezi bolan sadaja gölleriň suratyny çekiň we fotosuratyny alyň.

V. Ekskursiýa wagtynda öwrenilmäge degişli maglumatlar aşakdakylardan ybaratdyr:

a) haly dokalýan stanogyň gurluşynda parallellik we perpendikulýarlyk;

b) haly ýüwürdilende erişleriň parellelligi;

ç) gölüň nusgasy boýunça çitilýän her bir çitimiň reňkini kesgitlemek;

d) taýýar halynyň syklygyny kesgitlemek üçin ölçegler geçirmek;

e) taýýar halyda simmetriýa oky we simmetriýa merkezi bolan gölleriň aýratynlykda atlaryny ýazmak we olaryň sadajalarynyň suratyny çekmek.

VI. “Haly dokamakda matematikany bilmegiň zerurlygy” atly nutuk bilen çykyş edýän ussat halyçynyň ýa-da mugallymyň gürrüňini diňlemek. Onuň mysaly mazmuny takmynan şeýleräk bolup biler: “Haly dokalanda matematiki düşünjeleri bilmegiň ähmiýeti örän uludyr. Meselem, haly ýüwürdilende erişleriň özara parallelligine aýratyn-da esewan bolmaly. Sebäbi eger erişleriň parallelligi bozulsa, onda halynyň gölleriniň simmetrikligi saklanylmaýar. Haly dokalanda bolsa, erişleriň we argaçlaryň özara berk perpendikulýar bolmagyny gazanmak gerek. Eger şol perpendikulýarlyk gazanylmasa, onda ýene-de gölleriň simmetrikligi bozulýar. Bu bolsa, halynyň nepisliginiň, gözelliginiň hilini peseldýär.

Öz bilişiňiz ýaly, haly gölleriň nusgasy boýunça dokalýar. Şunlukda, halyçy nusga boýunça çitilýän her bir çitimiň reňkini kesgitlemeli bolýar. Çitilýän her bir çitimiň reňkini kesgitlemek operasiýasy koordinatalar tekizliginde koordinatalary boýunça nokady gurmak operasiýasy bilen ekwiwalentdir. Çitilýän her bir çitimiň erişlerinin sany (erişler çepden saga sanalýar) onuň absissasyny, argaçlarynyň sany (argaçlar aşakdan ýokarlygyna sanalýar) ordinatasyny aňladýar. Koordinatalar tekizliginde koordinatalary boýunça nokady gurmak operasiýasy bilen nusga boýunça çitilýän her bir çitimiň reňkini tapmak operasiýasynyň arasyndaky arabaglanyşygy bilmezlik halyçylaryň işinde uly kynçylyk döredýär. Netijede, olar çylşyrymly gölleri çitmekde ýalňyşýarlar, kynçylyklara sezewar bolýarlar.

Matematikany bilmek simmetrik gölleriň dogry ýa-da ýalňyş çitilenligini bilmäge hem kömek berýär. Simmetrik figuralaryň kesgitlemelerine laýyklykda ölçegleriň kömegi bilen gölleriň simmetrikligini ýa-da däldigini kesgitläp bolar.

Şeýle hem matematiki düşünjeleriň kömegi bilen tutuş halyny ýa-da haýsydyr bir göli dokamaga takmynan näçe ýüplügiň sarp ediljekdigini-de öňünden bilip bolýar. Onun üçin tutuş halyda ýa-da gölde näçe çitimiň bolmalydygy bilinýär we ol san 20 *mm*-e, ýagny her bir çitim üçin zerur bolan ýüplügiň uzynlygyna köpeldilýär. Şeýle usul bilen hem näçe mukdarda ýüplük gerekligi anyklanylýar”.

VII. Geçirilen ekskursiýa barada jemleýji gürrüň geçirmek. Ekskursiýanyň maglumatlary boýunça meseleler düzmek we olary çözmek.

Aşakda matematiki mazmunly ekskursiýalaryň mysaly tematikasyny berýäris.

1. Matematika oba hojalygynda. Silos diňiniň göwrümini, däne üýşmeginiň massasyny ölçemek, bir gara malyň ortaça bir ýylda iýjek otunyň we iýminiň hasabyny çykarmak.
2. Matematika gurluşyk kärhanasynda. Asmanyň gurluşykda ulanylyşy, perpendikulýarlyk düşünjesi.
3. Matematika demir ýolunda. Iki relsiň arasyndaky giňligiň dogrulygyny hasaplamak (giňligi 1524 *mm* bolmaly, säwlilik 2 *mm*). Trapesiýa formaly gum düşeginiň ölçegini çykarmak, göwrümini hasaplamak. Demir ýoluň egriligini hasaplamak.
4. Matematika we geografiýa. Ekliometriň kömegi bilen günüň gorizonta ýapgytlygyny öwretmek. Ýerli kartany ulanmagy öwretmek we ölçeg işlerini geçirmek.
5. Matematika we tebigat (tokaýda, çölde, derýada we ş.m.). Dürli ölçeg işleriniň kömegi bilen agajyň beýikligini kesgitlemek. Derýalaryň inini kesgitlemek we ş.m.
6. Hasaplaýyş merkezine syýahat (institut, zawod-fabrik, bank, statistik dolandyryş edarasy). Hasaplamanyň dürli görnüşleri bilen tanyşmak. Kompýuterleriň durmuşda ulanylýan ýerlerine göz ýetirmek.

14.5. Matematika boýunça gecirilýän synpdan daşary işleriň dürli görnüşleriniň arasynda matematiki agşam uly orun tutýar. Ol tematikasy, mazmuny we guralyşy boýunça dürli-dürli bolup, synpdan daşary işleriň iň gyzykly, özüneçekiji we giň ýaýran görnüşleriniň biridir.

Matematiki agşamyň esasy maksady özüneçekiji, gyzykly we aýdyň görnüşde okuwçylaryň sapakda alan bilimlerini çuňlaşdyrmakdan, giňeltmekden, aýratyn hem olarda mümkin boldugyça köp bilmäge we düşünmäge höwes döretmekden ybaratdyr.

Matematiki agşamlar guralanda we geçirilende bilim we terbiýe bermek maksatlarynyň tutuş toplumy çözülýär. Agşamyň bilim bermek ähmiýeti diňe okuwçylaryň sapakda öwrenenlerini giňeltmekleri we çuňlaşdyrmaklary, täze düşünjeleri, faktlary, kanunlary özleşdirmekleri bilen çäklenmeýär. Agşama nutuklar, çykyşlar taýýarlamak işinde okuwçylarda özbaşdak işlemek, döredijilikli pikirlenmek, degişli edebiýatdan zerur maglumatlary saýlap bilmek ýaly okuw maglumatlaryny öwrenmekde örän wajyp başarnyklar hem terbiýelenilýär. Agşam geçirilende bilimler mugallym tarapyndan taýýar görnüşde berilmeýär, eýsem olar okuwçylaryň tutanýerli we janypkeş zähmetleriniň önümine öwrülýär. Okuwçylarda özbaşdak işlemäge, pikirlenmäge höwes döredýänligi sebäpli matematika agşamlarynyň ähmiýeti diýseň uly bolýar.

Matematika agşamynyň bilim berijilik ähmiýetiniň uly bolşy ýaly, onuň terbiýeçilik ähmiýeti hem uly bolýar. Çünki geçirilýän her bir agşamda bir ýa-da birnäçe terbiýeçilik ähmiýeti bolan soragyň üstünde durup geçmäge mümkinçilik döreýär. Mysal üçin, agşamda terbiýeçilik taýdan ähmiýetli aşakdaky soraglaryň üstünde durup geçmek bolýar:

1. Okuwçylary ýurdumyzyň ylmynyň, tehnikasynyň, halk hojalygynyň käbir pudaklarynyň ösüşi bilen tanyşdyrmak.
2. Merkezi Aziýa matematikasynyň ösüş taryhyndan gürrüň bermek.
3. Okuwçylary dünýä ylmynyň we tehnikasynyň ösüşine uly goşant goşan alymlaryň terjimehallary bilen tanyşdyrmak.
4. Ylmy ideallaryň göreşi, ylmyň emele geliş taryhy hakynda gürrüň bermek.
5. Her bir ylmy açyşyň ägirt uly, maksada gönükdürilen zähmetiň netijesidigini görkezmek.

Agşama taýýarlygyň özi oňa gatnaşyjylara uly terbiýeleýjilik täsirini ýetirýär. Agşamyň üstünlikli geçmegi ony taýýarlamaga we guramaga gatnaşýan okuwçylaryň sazlaşykly, ylalaşykly hereketlerine, tertip-düzgünine, öz gyzyklanmalaryny toparyň gyzyklanmalaryna tabyn edip bilmek başarnygyna we ş.m. epesli derejede baglydyr.

Matematika agşamyny üstünlikli guramak we geçirmek – munuň özi gurnak agzalarynyň mugallymyň ýolbaşçylygy astyndaky köptaraply we döredijilikli işiniň netijesidir.

Agşam geçirilmezden birnäçe gün öň estetiki taýdan gowy ýazylan bildiriş asylyp goýulýar. Bildirişde agşamyň geçiriljek wagty, ýeri we maksatnamasy görkezilýär. Köp mekdeplerde şol bildiriş rebus görnüşinde hem taýýarlanylýar.

Adat boýunça matematiki agşama başga synpdan we mekdeplerden myhmanlar çagyrylýar. Şol sebäpli hem olar üçin çakylyk hatlary taýýarlanan bolmalydyr. Mundan başga-da zalyň bezeg işleri, agşamyň temasyna we maksadyna laýyklykda alnyp barylmalydyr. Tema degişli suratlar, diwar gazetleri we ş.m. asylyp goýulsa, has maksadalaýyk bolýar.

Aşakda bir matematiki agşamyň mysaly meýilnmasyny berýäris.

Agşamyň temasy:

Täsin matematika (8-10-njy synp okuwçylary bilen geçirilýär).

Agşamyň meýilnamasy:

Giriş: a) matematiki salam (aýdym ýa-da goşgy); b) mekdep ýolbaşçysynyň ýa-da baýry mugallymlaryň biriniň giriş sözi.

1. Matematiki, gözbagçylyklar, oýunlar, sofizmler, wiktorinalar we ş.m.

1.1. Sofizm "bir nola deň" – birinji okuwçy.

1.2. Çalt kök almak – ikinji okuwçy.

1.3. Matematiki gözbagçylyklar – üçünji-ýedinji okuwçylar geçirýärler.

1.4. "Kim çalt" estafeta oýny – sekizinji okuwçy alyp barýar.

1.5. Matematiki wiktorinany dokuzynjy okuwçy alyp barýar.

1.6. Dykgatlylyga degişli oýny onunjy okuwçy alyp barýar.

2. Matematiki ýaryşlar.

2.1."Kim çalt " ýaryşyny on birinji okuwçy geçirýär.

2.2. Wiktorinany on ikinji okuwçy alyp barýar.

2.3**.** Ünslülige degişli oýny on üçünji we on dördünji okuwçylar alyp barýarlar.

Oýnuň we wiktorinanyň netijesini on bäşinji okuwçy habar berýär. Ol okuwçy agşamyň ýapylyşyny hem yglan edýär. Işjeň çykyş eden okuwçylary sylaglamak.

14.6. Synpdan daşary geçirilýän işleriň iň täsirlileriniň biri-de mekdepde geçirilýän matematika hepdeligidir. Matematika hepdeligi geçirilýän döwürde mekdepde matematika sapaklary has-da täsirli bolup, okuwçylardan talap güýçlenip, şol bir wagtyň özünde mugallym hem ýokary jogapkärçilikli we dartgynly duýgularyň jümmüşinde bolýar. Matematika mugallymlarynyň jemlenip, usuly birleşmäniň agzalary bilen maslahatlaşyp düzülen, mekdep müdirligi tarapyndan tassyklanan meýilnama esasynda geçirilen hepdeligiň okuwçylaryň işjeňligini has artdyryp, olaryň bu ajaýyp we wajyp derse bolan höwesini, gyzyklanmasyny güýçlendirjegi ikuçsuzdyr. Bu meýilnama düzülende diňe matematika mugallymlarynyň däl-de, eýsem okuwçylaryň hem teklipleri göz öňünde tutulsa maksadalaýyk bolar. Teklipleri göz öňünde tutulyp, hepdeligiň meýilnamasyna girizilen okuwçylaryň hepdeligi taýýarlamaga we geçirmäge işjeň gatnaşýandyklaryny tejribe görkezýär.

Mekdepde matematika hepdeligini geçirmek üçin mekdebiň bildirişler tagtasynda bir hepde öňünden hepdeligiň meýilnamasy ýazylan çakylyknamany ýerleşdirmeli. Dürli reňkler bilen owadan edilip ýazylan çakylyknamanyň mazmuny aşakdaky ýaly bolup biler.

ÇAKYLYKNAMA

Gadyrly Altyn asyryň Altyn zehinli ýaş matematikleri!

Sizi 2010-njy ýylyň fewral aýynyň 11-16-sy aralygynda mekdepde matematika otagynda Türkmenistanyň Baýdak baýramyna bagyşlanylyp geçiriljek

MUKADDES ÝEDILIKLERDEN
„ÝEDI AMAL – ÝEDI GUDRAT“

atly matematika hepdeligine çagyrýarys. Biz şu matematika hepdeligine matematika sapagyny söýüp, sarpa goýýanlary we isleg bildirýänleriň hemmesini uly hormat bilen çagyrýarys. Hepdeligiň gyzykly we täsirli geçmegi üçin işjeňlik görkezmegiňizi haýyş edýäris. Hepdeligiň meýilnamasy bilen tanyş boluň!

Duşenbe: Hepdeligiň açylyşy. “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Dür däneleri. Taryhdan jümleler.

Sişenbe: Sapakda we sapakdan daşarda oýunlar. “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Gözbagçylyklar, tapmaçalar, ýomaklar.

Çarşenbe: Mysal, mesele çözmek bäsleşigi. “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Sözleýiş diliňi ösdürmek. Geometrik figuralary çyzmak boýunça ýaryş.

Penşenbe: El işleriniň sergisi. “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Diwar gazetleri. Albomlar.

Anna: Matematika barada goşgular. “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Gysgajyk sahnalar.

Şenbe: “Garaşsyz we baky Bitarap Türkmenistanyň baýdagyna tarap ýolda” bäsleşigi. Hepdeligiň jemini jemlemek. Matematikany wasp etmek.

Hormatly ýaş matematikler we mugallymlar, siz öz isleg-arzuwlaryňyzy, teklipleriňizi bize gowşurmagyňyzy haýyş edýäris.

Matematika hepdeliginiň geçiriljek otagy matematika dersini şöhlelendirýän gözel we kämil diwarlyklar, görnükli matematikleriň suratlary, danalaryň we alymlaryň matematika barada aýdan dür däneleri we hepdelige bagyşlanan diwar gazetleri bilen bezelmelidir.

§15. Matematika boýunça fakultatiw okuwlar we olary geçirmegiň usulyýeti barada

15.1. Matematikadan fakultatiw okuwlara umumy häsiýetnema bermek.
15.2. Fakultatiw okuwlary geçirmegiň esasy görnüşleri we usullary.

15.1. Matematika boýunça fakultatiw okuwlaryň esasy maksady okuwçylaryň alan bilimlerini çuňlaşdyrmakdan we giňeltmekden, olaryň derse bolan höweslerini güýçlendirmekden, matematiki ukyplaryny ösdürmekden, okuwçylarda matematikany özbaşdak özleşdirmeklige bolan gyzyklanmany we höwesi döretmekden, olaryň inisiatiwalaryny we döredijiliklerini ösdürmekden ybaratdyr.

Matematikadan fakultatiw okuwlaryň netijeli bolmagy üçin:

1) fakultatiw okuwy ýokary ylmy-usuly derejede okadyp biljek ýokary taýýarlykly (kwalifikasiýaly) mugallymlaryň bolmagy; 2) şu fakultatiw kursy okamaga isleg bildirýän azyndan 15 okuwçynyň bolmagy hökmandyr. Eger okuwçy sany 15-den az bolsa, onda mekdebiň beýleki parallel synplaryndan ýa-da goňşy synplaryndan isleg bildirýänleri alyp (meselem, 7-8-nji synplardan ýa-da 9-10-njy synplardan) topar döredip bolar.

Okuwçylar fakultatiw okuwlara öz islegleri boýunça meýletin gatnaşmalydyrlar. Okuwçydan fakultatiw okuwlara hökman gatnaşmagy talap etmek gadagandyr.

Fakultatiw okuwlar synpdan daşary işleriň beýleki görnüşlerini (matematiki gurnaklary, agşamlary, bäsleşikleri we ş.m.) çalyşmaly däldir. Fakultatiw okuwlar matematika bilen gyzyklanýan okuwçylar bilen geçirilýän synpdan daşary işleriň üstüni doldurmalydyr.

Fakultatiw okuwlaryň matematika bilen gyzyklanýan okuwçylar bilen hepdede 1 sagat goşmaça işlemek üçin berýän mümkinçilikleri matematikany okatmagy differensirlemegiň bir formasy bolup durýar. Umuman, fakultatiw okuwlar okatmagy differensirlemegiň özboluşly bir görnüşidir.

15.2. Fakultatiw okuwlaryň nähili görnüşde we nähili usulda geçirilýändigine garamazdan, olaryň özüneçekiji we gyzykly bolmagy hökmandyr. Okuwçylaryň tebigy höweslerini matematika dersine bolan çuňňur gyzyklanma öwürmek üçin ulanmak zerurdyr.

Tejribäniň görkezişi ýaly, matematika boýunça fakultatiw okuwlary geçirmegiň esasy formalary bu kursuň soraglaryny leksiýa usuly bilen öwretmek, seminarlar, söhbetdeşlikler (çekişmeler guramak) geçirmek, meseleler çözmek, okuwçylara nazary soraglar boýunça referatlary, matematiki düzmeleri, dokladlary ýazdyrmak we ş.m. bolup durýar.

Mugallym okatmagyň diňe bir formasyny we usulyny ulanmaga ýykgyn etmeli däldir. Emma şeýle-de bolsa fakultatiw okuwlarda okuwçylaryň özbaşdak işleriniň agdyklyk etmelidigini göz öňünde tutup, mesele çözmekligi, referat we doklad ýazdyrmaklygy, çekişmeler geçirmekligi, okuw kitaplaryny we ylmy edebiýatlary özbaşdak okamagy ýola goýmalydyr.

Öňdebaryjy matematika mugallymlarynyň tejribeleriniň görkezişi ýaly, matematikadan fakultatiw okuwyň her bir sapagyny ikä bölmek peýdalydyr. Ol bölekleriň birinjisi täze maglumatlary öwretmeklige we okuwçylaryň nazary hem-de amaly maglumatlary boýunça özbaşdak işlerine berilýär. Birinji bölegiň ahyrynda geçilen nazary maglumatlar we onuň ulanylyşy boýunça öý işi berilýär. Bölekleriň ikinjisi bolsa has kyn meseleleri çözmeklige we has çylşyrymly meseleleriň hem-de gyzykly meseleleriň çözülişini ara alyp maslahatlaşmaklyga berilýär.

Matematika boýunça fakultatiwlerde problemalaýyn okatmak usulynyň hem has netijeli bolýandygyny tejribe görkezýär.

II. MATEMATİKANY OKATMAGYŇ HUSUSY USULYÝETİ

G I R I Ş

Täze Galkynyş we beýik özgertmeler zamanasyny esaslandyryjy Hormatly Prezidentimiziň ýurdumyzyň okuw-terbiýeçilik edaralarynyň işini kämilleşdirmäge we ýurdumyzyň bilim ulgamyny dünýäniň ösen ýurtlarynyň derejesine çykarmaga gönükdirilen 2007-nji ýylyň fewral aýynyň 15-indäki ýörite Permany we döwlet Baştutanymyzyň mart aýynyň 4-indäki kabul eden Karary bilim ulgamynyň işgärleriniň öňünde uly wezipeler goýdy. Hormatly Prezidentimiziň bilim hakyndaky Permanyna we Kararyna laýyklykda hem-de ony döwrebap durmuşa ornaşdyrmak maksady bilen, matematikadan okuw maksatnamalary-da täzeden işlenildi.

Täze okuw maksatnamasyna laýyklykda, beýleki okuw kitaplary bilen bir hatarda “Matematikany okatmagyň usulyýeti” dersi boýunça hem täze okuw kitabyny işläp düzmek zerurlygy ýüze çykdy.

“Matematikany okatmagyň usulyýeti” dersi pedagogik dersleriň sikline degişlidir. Bu ders talyplar filosofiýadan, psihologiýadan, didaktikadan (okatmagyň umumy nazaryýetinden) we matematikadan kesgitli bilimleri alanlaryndan soň geçilýär.

Şu bölümde matematikany okatmagyň hususy usulyýeti beýan edilýär.

Matematikany okatmagyň hususy usulyýeti bölüminde mekdep matematikasynyň takyk bölümlerini, temalaryny okatmagyň usulyýeti beýan edilýär.

§1. Mekdep matematikasynda san sistemalaryny öwretmegiň usullary

San düşünjesi matematikanyň esasy düşünjeleriniň biridir. Durmuşda hem her gün diýen ýaly sanlar bilen baglanyşykly meseleleri çözmeli bolýarys.

Mekdep matematikasynda san sistemalaryna degişli öwredilýän okuw maglumatlaryny aşakdaky *toparlara bölmek* mümkin:

1. Natural sanlar.
2. Nol we bitin otrisatel sanlar.
3. Bitin sanlar.
4. Drob sanlar.
5. Rasional sanlar.
6. Irrasional sanlar.
7. Hakyky sanlar.
8. Kompleks sanlar.

San sistemalaryny öwrenmek netijesinde okuwçylarda san barada üstünde *arifmetiki* amallary geçirip bolýan obýekt hökmünde *göz öňüne getirmeler* emele gelmelidir.

Matematikada san köplüklerini düzmek üçin dürli nazaryýetler (teoriýalar) bar. Adatda natural sanlaryň arifmetikasyny düzmek üçin aksiomatik usuldan peýdalanýarlar. Oňa Peanonyň aksiomalar sistemasyny, Kantoryň köplükler nazaryýetine (teoriýasyna) esaslanan natural sanlaryň arifmetikasynyň gurluşyny mysal getirmek bolar.

San sistemalaryny öwretmekde aşakdaky umumy ýörelgelere (didaktiki prinsiplere) daýanmak mümkin:

1. ***Terbiýe bermek ýörelgesi.*** Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedowyň kitaplaryndaky san maglumatlaryny degişli okuw maglumatlary bilen baglanyşdyrmak arkaly ösüp gelýän ýaş nesli ruhubelentlik, maksadaokgunlylyk, tutanýerlilik, watansöýüjilik ruhunda terbiýelemek zerurdyr.

2. ***Ylmylyk ýörelgesi.*** San sistemalarynyň häsiýetleri (düzgünler, teoremalar we ş.m.) ylmy taýdan subut edilýär. Muňa hakyky sanlar köplüginiň üznüksizlik häsiýetini mysal getirmek bolar. Ýagny her bir hakyky sana san okunyň üstünde bir nokat degişlidir we tersine, san okunyň üstündäki her bir nokada degişli hakyky san bardyr. San okunyň islendik iki nokadynyň arasynda ýatýan nokat bardyr.

3. ***Bilimleri berk özleşdirmek ýörelgesi.*** San düşünjesi baradaky maglumatlar mekdep matematikasynyň içinden eriş-argaç bolup geçýär. Uzak wagtlap öwrenilýän okuw maglumatlaryny bolsa okuwçylaryň aglabasy berk özleşdirýärler.

4. ***Yzygiderlilik ýörelgesi.*** San sistemalaryna degişli okuw maglumatlary aňsatdan-kyna, ýönekeýden-çylşyrymla tarap ugur bilen öwredilýär.

San sistemalaryny öwretmekde okatmagyň aşakdaky usullaryndan peýdalanmak mümkin:

1. ***Problemalaýyn okatmak usuly.*** Her bir san köplügi öwredilende ony giňeltmegiň zerurlygy barada okuwçylaryň öňünde problema goýulmalydyr. Meselem, natural sanlar köplügi öwredilende bu köplükde $x+a=b$ deňlemäniň $b\leq a$

bolanda çözüwiniň ýokdugy we onuň çözüwini tapmak üçin bu san köplügini giňeltmegiň zerurlygy okuwçylara düşündirilmelidir.

2. ***Deduktiw usul.*** San sistemalary biri-biri bilen berk baglanyşyklylykda öwredilýär. Bir sanlar köplüginde ýerine ýetýän häsiýetler, amallar onuň giňeldilmesinde hem ýerine ýetýär. Giňeldilen san köplüginde olaryň üstüne täze häsiýetler, amallar goşulýar.

3. ***Analiz we sintez.*** Umumy san düşünjesiniň göwrümi ilki böleklere bölünip (meselem, natural sanlar, bitin sanlar we ş.m.), soňra bütewi düşünje hökmünde öwredilýär.

San sistemalaryny öwrenmek netijesinde okuwçylar aşakdaky *bilimlere we başarnyklara* eýe bolmalydyr:

1. Okuwçylar orta mekdep üçin matematikadan okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulýan san sistemalarynyň mazmunyny we olardaky häsiýetleri bilmelidirler.

2. Okuwçylar sanlaryň üstünde geçirilýän amallary ýerine ýetirmegi we olar bilen baglanyşykly meseleleri çözmegi başarmalydyrlar.

San sistemalaryny aşakdaky dersler bilen *baglanyşyklylykda* öwretmek mümkin:

1. ***Fizika dersi bilen baglanyşyk.*** Belli bolşy ýaly, fizikada san ululyklary giňden ulanylýar. Şu sebäpli hem her bir san sistemasy öwredilende fiziki san ululyklaryny mysal getirmek bolar. Meselem, “Sanyň standart görnüşli ýazgysy” atly tema geçilende fiziki hemişelikleri mysal getirmek bolar.

2. Geografiýada, himiýada, biologiýada hem san ululyklary giňden ulanylýar. Rasional we hakyky sanlar sistemalary öwredilende geografiýa dersinde öwredilýän dürli daglaryň beýiklikleri, derýalaryň uzynlyklary, döwletleriň tutýan meýdanlary baradaky maglumatlary mysal getirmek bolar.

3. San sistemalary öwredilende *içki dersara baglanyşyk*. Mekdep matematikasynda san köplükleri özara baglanyşyklylykda öwredilýär. Şeýlelikde, A köplügiň B köplüge çenli giňeldilmesi aşakdaky şertleri kanagatlandyrmalydyr:

A köplük B köplügiň bölek köplügi bolmalydyr.

A köplügiň elementleriniň üstünde geçirilýän amallar B köplügiň elementleri üçin hem ýerine ýetmelidir.

B köplükde A köplükde ýerine ýetirilmeýän ýa-da hemişe ýerine ýetirilmeýän amallar hem ýerine ýetmelidir.

A köplügiň B köplüge giňeldilmesi onuň ähli giňeltmeleriniň iň kiçisi bolmalydyr.

Natural sanlar başlangyç synplarda öwredilip başlanýar. 4-nji synpda “San şöhlesi”, “Natural sanlaryň bölünijiligi” ýaly temalaryň üsti bilen okuwçylaryň natural sanlar baradaky düşünjeleri çuňlaşdyrylýar we umumylaşdyrylýar. Şeýlelik bilen, okuwçylar islendik natural sany san şöhlesinde nokat arkaly şekillendirip bolýandygyna göz ýetirmelidirler. San şöhlesini gurmak arkaly ondaky käbir nokatlara degişli natural sanyň ýokdugy ýüze çykarylýar. Bu bolsa geljekde natural sanlar köplügini giňeltmek mümkinçiligini döredýär.

Natural san düşünjesi onuň mazmunyna degişli mysallar getirmek arkaly girizilýär we aşakdaky netijä gelinýär:

"Zatlar sanalanda ulanylýan sanlara natural sanlar diýilýär".

Natural sanlaryň üstünde geçirilýän arifmetikii amallar we olaryň häsiýetlerini mysallar arkaly düşündirmek maksadalaýykdyr.

Meselem, natural sanlary goşmak we onuň häsiýetlerini aşakdaky ýaly beýan etmek bolar.

Islendik natural sana 1-i goşanyňda onuň yzyndan gelýän natural san alynýar. Soňra natural sana 2-ni, 3-i we ş.m. sanlary goşmagyň usullaryna seretmek bolar.

Goşulýan sanlara goşulyjylar, sanlar goşulanda alynýan netijä olaryň jemi diýilýär.

Goşmak amalynyň häsiýetlerini hem mysallar arkaly düşündirmek bolar. Meselem, 5+4=9 we 4+5=9. Diýmek, 5+4=4+5. Bu goşmagyň orun çalşyrma häsiýetidir.

Birinji we ikinji sanlaryň jemine üçünji sanyň goşulmagy, birinji sana ikinji we üçünji sanlaryň jeminiň goşulmagyna deňdir. Meselem, (3+8)+6=11+6=17; 3+(8+6) = 3+14 = 17.

Diýmek, (3+8)+6 = 3+(8+6). Bu goşmagyň utgaşdyrma häsiýetidir.

Harply aňlatma düşünjesi girizilenden soňra bu häsiýetleri $a+b=b+a$, $(a+b)+c=a+(b+c)$ ($a, b, c \in N$) görnüşde ýazmak bolar.

Natural sanlar üstünde amallar we olaryň häsiýetleri öwredilenden soňra bu köplükde goşmak we köpeltmek amallarynyň hemişe ýerine ýetýändigini, emma aýyrmak we bölmek amallarynyň hemişe ýerine ýetmeýändigini mysallaryň üsti bilen düşündirmek zerurdyr.

Meselem, $x+a=b$ ($x, a, b \in N$) deňlemäniň $a=b$ bolanda natural sanlar köplüginde çözüwi ýokdur. Şu sebäpli hem natural sanlar köplügine nol sany birikdirmek arkaly bu sanlar köplüginiň ilkinji giňeldilmesini alarys. Bu giňeldilen köplük otrisatel däl bitin sanlaryň köplügi diýlip hem atlandyrylýar.

Nol san düşünjesini aşakdaky ýaly girizmek bolar.

Islendik sana noluň goşulmagy bilen, islendik sandan noluň aýrylmagy bilen ol san üýtgemeýär. Islendik sany nola köpeltmekden, noly noldan tapawutly islendik sana bölmekden alnan netije nola deňdir.

Ady drob düşünjesini hem 4-nji synpda mysallaryň üsti bilen girizmek maksadalaýykdyr: "Muhammet garpyzy 6 deň bölege böldi. Garpyz 6 deň bölege bölünendigi üçin her bir bölek bitin garpyzyň altydan bir bölegidir. Başgaça aýdylanda, her bir bölek $\frac{1}{6}$ garpyza deňdir".

Şundan soňra drobuň sanawjysy we maýdalawjysy düşünjelerine, droblary deňeşdirmegiň usullaryna seretmek bolar. Şeýlelikde, okuwçylar drobuň maýdalawjysynyň seredilýän obýektiň näçe bölege bölünendigini, sanawjysynyň bolsa şol bölekden näçesiniň alnandygyny aňladýandygyna göz ýetirmelidirler.

Onluk drob düşünjesi 5-nji synpda ady drobuň hususy ýagdaýy hökmünde girizilýär.

Okuwçylar 5-nji synpda otrisatel sanlar bilen tanyşmak netijesinde öňki öwrenen san köplüklerini ýene-de giňeldýärler.

Otrisatel sanlar matematikanyň talaplary netijesinde ýüze çykypdyr.

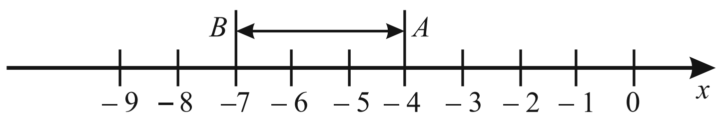
Gadymy grek matematikleri otrisatel sanlary inkär etmändirler, emma ol sanlaryň manysyny hem düşündirip bilmändirler. Diofantyň (b.e.III asyr) işlerinde otrisatel sanlar üstünde amallar duş gelýär. Hindi alymlary otrisatel sanlary bergi, položitel sanlary bolsa bar bolan pul hökmünde düşündiripdirler.

Rene Dekartyň (1596-1650 ý.ý.) işlerinde otrisatel sanlar matematika ylmyna ymykly girdi. Ol otrisatel sanlary *Ox* okunda koordinatalar başlangyjyndan çepde ýerleşen sanlar diýip yglan edipdir.

Mekdep matematikasynda otrisatel san düşünjesini hem durmuşdan alnan mysallar arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Telewideniýede berilýän howa maglumatlarynda öňünde *“+”* we *“–”* alamat goýlan sanlar mawy ekranda görünýär. Öňi “+” belgili sanlara položitel sanlar, öňi “–” alamatly sanlara otrisatel sanlar diýilýär.

Položitel we otrisatel sanlaryň üstundäki amallary san okundan we sanyň modulyndan peýdalanmak arkaly düşündirmek bolar. Mysal hökmünde otrisatel sanlary goşmagyň we köpeltmegiň düzgünleriniň getirilip çykarylyşyna seredeliň.



31-nji surat

– 4 we –3 sanlary goşmaklyga seredeliň. Onuň üçin koordinata göni çyzygyndan peýdalanalyň. *A*(– 4) nokady 3 birlik çepe süýşüreliň. Netijede hasap başlangyjyndan 7 birlik kesim çepde ýerleşýän *B*(–7) nokat alynýar (*31-nji surat*).

Diýmek, (– 4)+(–3) = –7 ýa-da – 4+(–3) = –7.

Emma –4 we –3 sanlaryň modullarynyň jemi –7-niň modulyna deň:

|– 4|+|– 3| = 4+3=7, |– 4|+|–3| = 7 = |–7|.

Netijede iki otrisatel sanlary goşmagyň aşakdaky düzgüni getirilip çykarylýar.

Iki otrisatel sany goşmak üçin olaryň modullaryny goşmaly we alnan sanyň öňünde “–” belgini goýmaly.

Otrisatel iki sany köpeltmegiň düzgünini durmuşdan alnan meseleleriň üsti bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Mesele: fabrik bir günde penjekleriň 200-sini goýberýär. Täze biçüwli penjekleri goýberip başlanyndan soň, bir penjek üçin matanyň sarp edilişi –0,4 m^2 üýtgedi. Bir günde penjekler üçin matanyň sarp edilişi näçe üýtgäpdir?

Çözülişi: 0,4·200 = 80. Ýagny matanyň sarp edilişi –80 m^2 üýtgäpdir. Diýmek, –0,4·200 = –80.

Bu ýerden dürli alamatly iki sany köpeltmegiň aşakdaky düzgüni gelip çykýar.

Dürli alamatly iki sany köpeltmek üçin şol sanlaryň modullaryny köpeldip, alnan köpeltmek hasylynyň öňünde “–” alamatyny goýmaly.

0,4·200 = 80; –0,4·200 = –80.

Mysallardan görnüşi ýaly, köpeldijileriň biriniň alamaty üýtgände köpeltmek hasylynyň hem alamaty üýtgeýär. Diýmek, köpeldijileriň ikisiniň hem alamatlary üýtgände köpeltmek hasylynyň alamaty iki gezek üýtgär we netijede köpeltmek hasylynyň alamaty üýtgemez.

Bu ýerden otrisatel iki sany köpeltmegiň düzgüni gelip çykýar. Otrisatel iki sany köpeltmek üçin olaryň modullaryny köpeltmeli. (–3,2)·(–9) = |–3,2|·|–9| = 3,2·9 = 28,8.

Bitin we drob sanlaryň köplükleri rasional sanlaryň köplügini emele getirýär.

Rasional san düşünjesi hem matematikadan okuw maksatnamasy boýunça 5-nji synpda öwredilýär.

Islendik rasional sany $\frac{m}{n}, (m \in Z, n \in N)$ görnüşde ýazyp bolýandygy mysallar arkaly görkezilýär. Şeýlelikde, islendik rasional sany tükeniksiz periodik onluk drob görnüşinde ýazyp bolýandygy hem okuwçylara mysallaryň üsti bilen düşündirilmelidir.

Okuwçylar islendik rasional sana san gönüsinde degişli nokadyň bardygyna göz ýetirmelidirler.

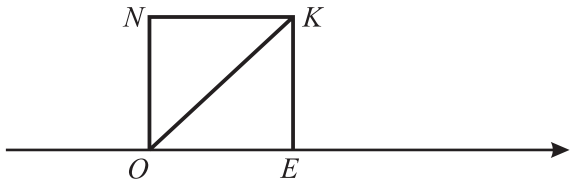
Täze okuw maksatnamasy boýunça irrasional we hakyky san düşünjeleri 7-nji synpda girizilýär.

Rasional sanlar köplügini giňeltmegiň zerurlygy aşakdaky meseläniň kömegi bilen düşündirilse, has maksadalaýyk bolar.

San okunyň başlangyç *O* nokadynda *OE* birlik kesim alyp goýalyň we tarapy bu birlik kesime deň bolan *OEKN* kwadraty guralyň (*32-nji surat*).

Onda Pifagoryň teoremasyna görä $OK = \sqrt{2}$ alarys. San okunda *OK* kesimiň uzynlygyny ölçär ýaly rasional san ýokdur. Sebäbi kwadraty 2-ä deň bolan rasional san ýokdur.

Hakykatdan-da, goý, kwadraty 2-*ä* deň bolan gysgalmaýan $\frac{m}{n}$ ($m \in N,\ n \in Z$) drob rasional san bar diýip güman edeliň. Ýagny $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$ bolsun. Bu ýerden $m^2=2n^2$ deňligi alarys.



32-nji surat

Bu deňlikden *m-iň* jübüt sandygy gelip çykýar. Goý, $m=2k$ ($k \in N$) bolsun. Onda $4k^2=2n^2$ deňlikden $2k^2=n^2$ deňligi alarys. Bu deňlikden *n*-sanyň hem jübütdigi gelip çykýar. Bu bolsa biziň $\frac{m}{n}$ gysgalmaýan drob diýen güman etmämize garşy gelýär. Diýmek, kwadraty 2-*ä* deň bolan rasional san ýokdur. $\sqrt{2}$ sandan kemi we artygy bilen alnan dürli ýakynlaşmalary derňemek netijesinde onuň tükeniksiz periodik däl onluk drobdugy görkezilýär. Irrasional sanlara birnäçe mysallar ($\sqrt{5}, \sqrt{7}, \pi$ we ş.m. getirlenden soňra oňa kesgitleme bermek mümkin.

Tükeniksiz periodik däl onluk droblara irrasional sanlar diýilýär.

Şundan soňra hakyky san düşünjesini girizmek mümkin.

Rasional we irrasional sanlara bilelikde hakyky sanlar diýilýär.

Hakyky san düşünjesi girizilenden soňra bu san köplüginiň üznüksizlik häsiýetini okuwçylara düşündirmek bolar.

Her bir hakyky sana san göni çyzygynyň bir nokady degişlidir we tersine, san göni çyzygynyň her bir nokadyna käbir hakyky san degişlidir.

Kompleks san düşünjesini matematikany çuňlaşydyryp öwrenýän synplarda öwretmek maksadalaýykdyr.

Kompleks san düşünjesini girizmek üçin kwadrat deňlemäniň diskriminanty otrisatel bolanda onuň köklerini tapmak meselesi goýulýar. $D = b^2 - 4ac < 0$ bolanda kwadrat deňlemäniň köklerini tapmak üçin hakyky sanlar köplügini giňeltmeli bolýar.

$\sqrt{-1}$ sany, ýagny otrisatel birligiň kwadrat köküni *i* harpy bilen belgiläp, ony “hyýaly birlik” diýip atlandyrmak kabul edilendir. Diýmek, $i^2 = -1$. Hyýaly birligiň kömegi bilen otrisatel sandan hem kwadrat kök almak amalyny ýerine ýetirip bolar. Meselem, $\sqrt{-16} = \sqrt{16 \cdot (-1)} = \sqrt{16 \cdot i^2} = 4 \cdot i.$

Umuman, $\sqrt{-a^2} = \sqrt{a^2 \cdot (-1)} = a \cdot \sqrt{-1} = a \cdot i$ (a>0)bolar.

Hakyky sanyň hyýaly birlige köpeltmek hasylyna, ýagny $a \cdot i$ görnüşli sana hyýaly san diýilýär.

Şundan soňra kompleks san düşünjesini girizmek bolar:

$a+bi$ görnüşdäki sana kompleks san diýilýär, bu ýerde a we b hakyky sanlardyr.

Mekdep matematikasynda kompleks sanlaryň üstünde goşmak, aýyrmak, köpeltmek, bölmek, kwadrata götermek, kök almak amallaryny mysallaryň üsti bilen girizmek bolar. Mundan başga-da, kompleks sanlaryň $x^2+a^2=0$ we $x^3+a^3=0$ görnüşli deňlemeleri çözmekde ulanylyşyna seretmek mümkin.

§2. Deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmegiň usullary

Deňlemeler we deňsizlikler tebigat hadysalarynyň matematiki modeli bolýandygy sebäpli mekdep matematikasynyň köp bölümlerinde (meselem, teswirli meseleleri çözmekde, geometrik meseleleri algebraik usul bilen çözmekde we ş.m.) ulanylýar. Şu sebäpli hem matematikany okatmagyň usulyýetinde deňlemeler we deňsizlikler ugry işlenip düzüldi.

Bu ugurda deňlemeleri we deňsizlikleri çözmegi öwretmegiň dürli usullaryny işläp düzmek, bu ugruň beýleki ugurlar bilen arabaglanyşygyny öwrenmek ýaly soraglara seredilýär.

Mekdep matematikasynda deňlemelere we deňsizliklere degişli öwredilýän okuw maglumatlaryny aşakdaky ýaly toparlara bölmek mümkin:

1. Üýtgeýän bir ululykly çyzykly deňlemeler.
2. Çyzykly deňlemeler sistemasy.
3. Kwadrat deňlemeler.
4. Çyzykly deňsizlikler.
5. Bir näbellili ikinji derejeli deňsizlikler.
6. Rasional deňsizlik, çäkler usuly.
7. Ikinji derejeli deňlemeler sistemasy.
8. Trigonometrik deňlemeler we deňsizlikler.
9. Görkezijili deňlemeler we deňsizlikler.
10. Logarifmik deňlemeler we deňsizlikler.

Mekdep matematikasynda deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmekde aşakdaky umumy ýörelgelere (didaktiki prinsiplere) daýanmak mümkin:

1. ***Terbiýe bermek ýörelgesi.*** Ýurdumyzda bellenil geçilýän dürli şanly senelere degişli, senagatyň, oba hojalygynyň ösüşine degişli san maglumatlary deňlemelerde getirmek arkaly okuwçylary watansöýüjilik ruhunda terbiýelemek zerurdyr.

2. ***Yzygiderlilik we sistemalylyk ýörelgeleri.*** Deňlemeler we deňsizliklere degişli okuw maglumatlary ýönekeýden-çylşyrymla, aňsatdan-kyna tarap ugur bilen özara baglanyşyklylykda öwredilýär.

Deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmekde okatmagyň aşakdaky usullaryndan peýdalanmak mümkin:

1. ***Matematiki modelirlemek usuly.*** Ýokarda belleýşimiz ýaly, deňlemeler we deňsizlikler tebigat hadysalarynyň özboluşly modelleridir. Matematiki modelirlemek bolsa dünýä akyl ýetirmegiň esasy usullarynyň biridir. Şu sebäpli hem teswirli meseleleri çözmegi öwretmekde olara degişli deňlemeleri we deňsizlikleri düzmegi öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

2. ***Analiz we sintez usullary.*** Matematiki meseläniň çözülişii esasan 4 basgançakdan durýar:

– meseläniň şertiniň derňewi;
– meseläniň çözüliş usulynyň gözlegi;
– tapylan çözüliş usulyny amala aşyrmak;
– meseläniň çözülişiniň derňewi.

Görnüşi ýaly, analiz we sintez matematiki meseläniň çözülişiniň içinden eriş-argaç bolup geçýär. Şu sebäpli hem okuwçylara deňlemeleri we deňsizlikleri çözmegiň analitik we sintetik usullaryny öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Islendik deňlemäni ýa-da deňsizligi çözmek üçin ilki bilen onuň görnüşini (deňlemeleriň ýa-da deňsizlikleriň haýsy görnüşine degişlidigini) anyklamak zerur bolup durýar. Onuň haýsy görnüşe degişlidigi anyklanylandan soňra çözüliş usuly gözlenilýär. Görnüş usuly tapylan deňlemäni ýa-da deňsizligi çözmek onçakly kynçylyk döretmeýär.

3. ***Induktiw usul.*** Mekdep matematikasynda ähli mümkin bolan ýagdaýlary barlamaga (doly induksiýa) degişli deňlemeleri çözmegi öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr. Mysal hökmünde aşakdaky deňlemäniň çözülişiine seredeliň.

$2ab+3a+b=0$ deňlemäni bitin sanlarda çözmeli.

Çözülişi: deňlemäniň iki bölegini-de 2-ä köpeldeliň we ony aşakdaky görnüşde ýazalyň: $(2a+1)\cdot(2b+3)=3$.

3 sany bitin sanlaryň köpeltmek hasyly görnüşinde dört usul bilen ýazyp bolýar: $3=1\cdot3=3\cdot1=(-1)\cdot(-3)=(-3)\cdot(-1)$.

Birinji ýagdaýda, $2a+1=1$, $2b+3=3$, ýagny $a=0$, $b=0$. Ikinji ýagdaýda, $2a+1=3$, $2b+3=1$, ýagny $a=1$, $b=-1$. Üçünji ýagdaýda, $2a+1=-1$, $2b+3=-3$, ýagny $a=-1$, $b=-3$. Dördünji ýagdaýda, $2a+1=-3$, $2b+3=-1$, ýagny $a=-2$, $b=-2$.

Jogaby: (0; 0), (1; –1), (–1; –3), (–2; –2).

Deňlemeleri we deňsizlikleri öwrenmek netijesinde okuwçylar aşakdaky *bilimlere we başarnyklara* eýe bolmalydyrlar:

1. Okuwçylar mekdep matematikasynda öwredilýän deňlemeleriň we deňsizlikleriň esasy görnüşlerini we olaryň çözüliş usullaryny bilmelidirler.

2. Okuwçylar orta mekdep üçin matematikadan okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulýan deňlemeleri we deňsizlikleri düzmegi we çözmegi başarmalydyrlar.

Orta mekdepde deňlemeleri we deňsizlikleri fizika we himiýa dersleri bilen *baglanyşyklylykda* öwretmek mümkin.

Matematika sapaklarynda degişli deňlemeler öwredilende, himiýa we fizika ylmyna degişli tebigat kanunlarynyň deňlemelerini mysal getirmek bolar.

Deňlemeleri we deňsizlikleri çözmegi öwretmekde *içki dersara baglanyşyk*. Ýokarda belleýşimiz ýaly, mekdep matematikasynda deňlemeler we deňsizlikler mazmuny we çözülişi usullary boýunça özara baglanyşyklylykda öwredilýär.

Islendik deňlemäni ýa-da deňsizligi çözmek üçin toždestwolaýyn ýa-da deňgüýçli özgertmelerden peýdalanylýar. Bu özgertmelerden peýdalanmak arkaly islendik deňleme öňden çözülişii belli bolan ýönekeý deňlemä getirilýär.

Mekdep matematikasynda deňlemeleri we deňsizlikleri öwretmek üç ugur boýunça amala aşyrylýar:

1. ***Amaly ugur:*** bu ugurda, esasan, teswirli meseleleri algebraik usul bilen çözmegiň usullary öwredilýär. Şeýlelikde, tebigat hadysalaryny matematiki modelirlemegi öwretmek göz öňünde tutulýar.

2. ***Nazary-matematiki ugurda*** deňlemeleriň we deňsizlikleriň esasy görnüşleri we olary çözmegiň esasy usullary öwredilýär.

3. ***Deňlemeler we deňsizlikler ugrunyň mekdep matematikasynyň mazmunynyň galan bölegi bilen arabaglanyşygyny öwretmek.*** Bu baglanyşygyň mazmuny san sistemalaryny yzygiderli giňeltmegi öwretmek arkaly amala aşyrylýar.

Deňleme matematikanyň umumy düşünjeleriniň biridir. Şu sebäpli hem deňleme düşünjesini öwrenmäge başlaýan okuwçylara onuň berk matematiki kesgitlemesini hödürlemek dürli kynçylyklara getirýär.

Deňleme düşünjesiniň logiki-matematiki kesgitlemesi aşakdaky ýaly beýan edilýär.

Goý, M köplükde algebraik amallaryň köplügi kesgitlenen bolsun, x bolsa M köplükdäki üýtgeýän bolsun. Onda M köplükde x-a görä deňleme diýip $a(x)=b(x)$ – görnüşli predikata aýdylýar ($a(x)$ we $b(x)$ – üýtgeýän ululykly aňlatmalar).

Iki we köp näbellili deňlemelere hem şuňa meňzeş kesgitleme berilýär.

Mekdep matematikasynda predikat düşünjesi öwredilmeýär. Şu sebäpli hem ýokarda beýan edilen kesgitlemäni mekdepde ulanmak maksadalaýyk däldir.

Mekdep matematikasynda deňleme düşünjesi köplenç, teswirli meseleleriň üsti bilen girizilýär, soňra oňa aşakdaky ýaly kesgitleme berilýär:

Özünde näbelli ululygy saklaýan deňlige deňleme diýilýär. Näbelliniň deňlemäni dogry deňlige öwürýän bahasyna deňlemäniň köki diýilýär.

Deňlemäni çözmek diýmek-toždestwolaýyn we deňgüýçli özgertmeler arkaly ony ýönekeý görnüşe getirmek bilen köküni (köklerini) tapmak diýmekdir.

Eger deňlemeleriň kesgitlenýän ýaýlalary we kökleriniň köplükleri gabat gelýän bolsa, onda olara deňgüýçli deňlemeler diýilýär.

Deňlemeleriň deňgüýçlidigini subut etmek üçin iki usuldan peýdalanýarlar:

1. Deňlemeleriň kökleriniň köplükleriniň gabat gelýändigini olary çözmek arkaly barlamak.

2. Deňgüýçli we toždestwolaýyn özgertmeleriň netijesinde bir deňlemeden beýlekä geçmek.

Deňlemeleri we deňsizlikleri özgertmegiň üç umumy usuly bardyr:

1. Deňlemäniň ýa-da deňsizligiň bir böleginde özgertmeler geçirmek. Meselem,

$$x^2-2x-3x+6=0$$

deňlemäniň çep böleginde meňzeş agzalary toparlamak arkaly

$$x^2-5x+6=0$$

deňleme alynýar. Şeýle özgertmelere toždestwolaýyn özgertmeler diýilýär.

2. Deňlemäniň ýa-da deňsizligiň iki böleginde hem özgertmeler geçirmek. Meselem,

$$x^2-2x=3x-6$$

deňlemäniň sag bölegindäki agzalaryny garşylykly alamat bilen çep bölegine geçirmek arkaly

$$x^2-2x-3x+6=0$$

deňlemäni alarys. Netijede berlen deňlemäniň iki bölegi hem özgerdi. Bu özgertmelere deňgüýçli özgertmeler diýilýär.

3. Deňlemäniň ýa-da deňsizligiň logiki gurluşyny özgertmek. Meselem,

1) $a \cdot b=0$ deňlemeden $\left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right.$ toplum alynýar.

2) $a \cdot b>0$ deňsizlikden $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a>0, \\ b>0; \end{cases} \\ \begin{cases} a<0, \\ b<0; \end{cases} \end{array}\right.$ görnüşli sistemalaryň toplumy alynýar.

Bir näbellili çyzykly deňlemeleri çözmegi öwretmek başlangyç synplarda hem amala aşyrylýar. Emma deňleme, deňlemäniň köki ýaly düşünjelere 4-nji synpda kesgitleme berilýär.

Deňleme düşünjesini teswirli meseläniň kömegi bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Mesele: tereziniň çep okarasynda garpyz hem 2 kilogram çeküw daşy, *sag* okarasynda 5 kilogram çeküw daşy bar. Terezi deňagramlylyk ýagdaýynda dur. Garpyzyň agramy näçä deň?

Çözülişi:

Garpyzyň agramyny x harpy bilen belgiläliň. Tereziniň deňagramlylykda duranlygy üçin $x+2=5$ deňlik ýerine ýetmeli. x-iň şol deňligi dorgy edýän bahasyny tapmaly, ol baha 3-e deňdir, ýagny $x = 5 - 2$, $x=3$. Diýmek, garpyzyň agramy 3 kilograma deň.

4-nji synpda bir näbellili çyzykly deňlemeleri öwretmek jemiň, tapawudyň, köpeltmek hasylynyň we paýyň agzalarynyň arasynda baglanyşyk esasynda amala aşyrylýar.

Meselem, $x+12=78$ deňlemäni çözmeli.

Çözülişi: näbelli goşulyjy jemden beýleki goşulyjynyň aýrylmagyna deňdir: $x=78 - 12$, ýagny $x = 66$. 66 san $x+12=78$ deňlemäniň köküdir, çünki 66+12=78.

$x+a=b$, $(a, x, b\in N, a<b)$; $a-x=b$, $(a, x, b\in N, a>b)$; $x-a=b$, $(a, x, b\in N)$;

$ax=b$, $(a, x, b\in N)$; $a:x=b$, $(a, x, b\in N)$;

$x:a=b$, $(a, x, b\in N)$ ýagdaýlaryň her biri üçin mysallar getirilýär we bu deňlemeleri çözmegiň aşakdaky degişli düzgünleri beýan edilýär.

1. Näbelli goşulyjyny tapmak üçin jemden belli goşulyjyny aýyrmaly.
2. Näbelli kemeldijini tapmak üçin kemelijiden tapawudy aýyrmaly.
3. Näbelli kemelijini tapmak üçin kemeldiji bilen tapawudy goşmaly.
4. Näbelli köpeldijini tapmak üçin köpeltmek hasyly belli köpeldijä bölünýär.
5. Näbelli bölüjini tapmak üçin bölünijini paýa bölmeli.
6. Näbelli bölünijini tapmak üçin paýy bölüjä köpeltmeli.
7. Natural sanlar köplügini oňa nol sany birikdirmek arkaly giňeldilenden soňra nola bölmek amalynyň kesgitsizligini mysallaryň üsti bilen düşündirmek bolar.

Hiç bir natural sany nola bölüp bolmaýar. Meselem, 4-i nola bölmek diýmek, $0\cdot x=4$ bolar ýaly x san bar diýildigidir. Emma x-iň islendik bahasynda $0\cdot x$ köpeltmek hasyly 4-e däl-de, 0-a deňdir. Diýmek, 4-i nola bölüp bolmaýar.

Noly hem nola bölüp bolmaýar. Noly nola bölmek diýmek, $0\cdot x=0$ bolar ýaly x san bar diýildigidir. Bu deňlik islendik x san üçin dogrudyr. Diýmek, x-iň $0\cdot x=0$ deňligi kanatlandyrýan kesgitli bahasy ýok.

5-nji synpda “Položitel we otrisatel sanlar”, “Ýaýlary açmak” ýaly temalaryň geçilýändigi sebäpli bir näbellili çyzykly deňlemeleri çözmegiň ýokarda beýan edilen düzgünleri umumylaşdyrylýar.

M y s a l. $3(x+5)=7-x$ deňlemäni çözmeli.

Çözülişi: ýaýlary açalyň: $3(x+5)=7-x$, $3x+15=7-x$.

Näbelli aňlatmalary deňligiň bir bölegine, san aňlatmalaryny deňligiň beýeki bölegine geçireliň.

Ýagny $-x$ goşulyjyny deňligiň çep bölegine, 15 goşulyjyny bolsa sag bölegine geçireliň:

$$3x + x = 7 - 15.$$

Bu amala aşyrylan deňgüýçli özgertmäni deňligiň iki tarapyna hem şol bir sany goşmakdan onuň bahasynyň üýtgemeýändigi arkaly esaslandyrmak bolar.

Meňzeş goşulyjylary toplalyň: $4x = -8$.

Deňlemäniň çep we sag bölegini 4-e bölüp, alarys: $x=(-8):4 = -2$; $x = -2$. Diýmek, berlen deňlemäniň köki –2-dir.

6-njy synpyň algebrasynda $a{\cdot}x=b$ ($a, x, b \in Z$) görnüşli deňlemäniň çözülişiniň derňewini öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr.

1^0. $a=0$, $b=0$ bolanda $a{\cdot}x=b$ görnüşli deňlemäniň tükeniksiz köp çözüwi bardyr.

2^0. $a=0$, $b\neq 0$ bolanda $a{\cdot}x=b$ görnüşli deňlemäniň çözüwi ýokdur.

3^0. $a\neq 0$ bolanda $a{\cdot}x=b$ görnüşli deňlemäniň $x = \frac{b}{a}$ görnüşli ýeke-täk çözüwi bardyr.

Bu derňew netijesinde okuwçylaryň bir näbellili çyzykly deňlemeler baradaky düşünjeleri umumylaşdyrylýar.

6-njy synpda okuwçylaryň bir näbellili çyzykly deňlemeler baradaky düşünjeleriniň umumylaşdyrylmagy dowam etdirilýär we olar iki näbellili çyzykly deňlemeler bilen tanyşdyrylýar.

Iki näbellili çyzykly deňleme düşünjesi mysallar arkaly girizilýär we oňa aşakdaky ýaly kesgitleme berilýär:

$ax+by=c$ görnüşli deňlemä iki näbellili çyzykly deňleme diýilýär. Bu ýerde x *we* y näbelli ululyklar, a, b we c – käbir sanlar.

Okuwçylara iki näbellili çyzykly deňlemede bir ululygy beýleki ululygyň üsti bilen aňlatmak we bir ululyga baha bermek arkaly beýleki ululygyň san bahasyny tapmagyň usullary öwredilýär.

Meselem, $3x+2y=6$ deňlemede y näbelli ululygy x näbelli ululygyň üsti bilen aňladalyň. Netijede

$$y = -1{,}5x+3$$

deňligi alarys. Bu deňlikden peýdalanyp berlen deňlemäniň tükeniksiz köp çözüwlerini almak bolar.

Iki näbellili çyzykly deňleme düşünjesini hem meseläniň üsti bilen girizmek bolar.

Mesele: iki şahada 12 guş otyr. Şahalaryň birinde beýleki şahadakydan 2 guş köp. Her şahada näçe guş bar?

Çözülişi: birinji şahadaky guşlaryň sanyny x, ikinji şahadaky guşlaryň sanyny y arkaly bellemek bilen

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ x - y = 2 \end{cases}$$

görnüşli deňlemeler sistemasy düzülýär.

Şu ýerde okuwçylara ýokarda beýan edilen meseläniň bir näbellili deňleme düzmek arkaly hem çözüp bolýandygyny düşündirmek maksadalaýykdyr.

Ýagny birinji şahadaky guşlaryň sanyny x arkaly belgilesek, onda ikinji şahadaky guşlaryň sany (x+2) bolar. Netijede

$x+x+2=12$ deňlemäni alarys.

Iki näbellili çyzykly deňlemeler sistemalaryny çözmegiň ornuna goýma, goşmak we grafiki usullary olara degişli gönükmeleri ýerine ýetirmek arkaly ýüze çykarylýar.

Iki näbellili çyzykly deňlemeler sistemasyny ornuna goýmak usulynda çözmek üçin:

1) deňlemeleriň haýsy bolsa-da birinde bir näbelli beýleki näbelli arkaly aňladylýar;

2) alnan aňlatma sistemanyň beýleki deňlemesinde ol näbelliniň ornuna goýulýar;

3) alnan bir näbellili deňleme çözülýär;

4) soňra ornuna goýmak arkaly ikinji näbelliniň bahasy tapylýar.

Iki näbellili çyzykly deňlemeler sistemasyny goşmak usuly bilen çözmek üçin:

1) sistemanyň deňlemelerini, olarda näbellileriň biriniň koeffisiýentleri garşylykly sanlar bolar ýaly edip, haýsy hem bolsa bir sana köpeltmeli;

2) sistemanyň deňlemeleriniň çep we sag böleklerini agzama-agza goşmaly;

3) alnan bir näbellili deňlemäni çözmeli;

4) soňra näbelli ululygyň tapylan bahasyny deňlemeleriň birinde ornuna goýup, ikinji näbelliniň bahasyny tapmaly.

Iki näbellili çyzykly deňlemeler sistemasyny grafiki usulda çözmek üçin sistemanyň deňlemeleriniň her biriniň grafigini aýry-aýrylykda gurup, olaryň kesişme nokadynyň koordinatalaryny tapmaly.

7-nji synpda kwadrat kök, irrasional san, hakyky san düşünjeleri öwredilenden soňra kwadrat deňleme düşünjesi girizilýär.

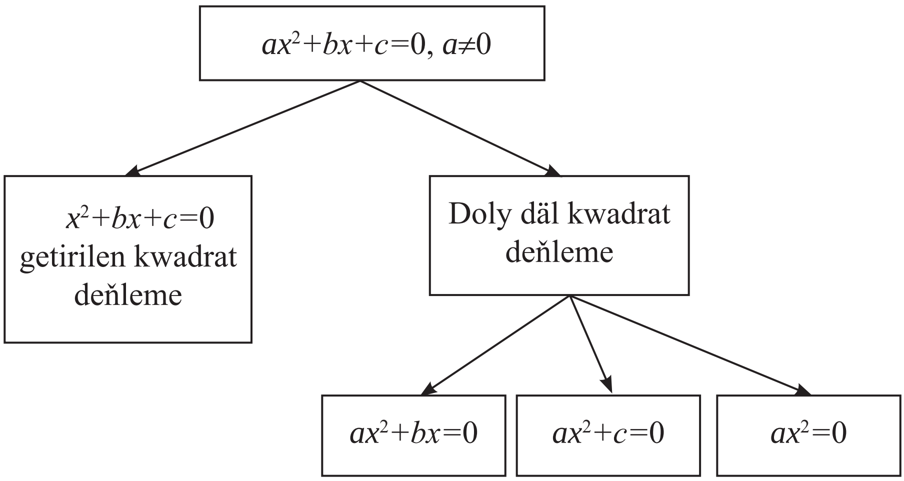
$ax^2+bx+c=0$ görnüşde ýazyp bolýan deňlemelere kwadrat deňlemeler diýilýär, bu ýerde x – näbelli ululyk, a,b,c – käbir sanlar, özi-de $a\neq0$.

Okuwçylara kwadrat deňlemäniň dürli görnüşlerini toparlara bölmegi öwretmegiň ähmiýeti uludyr. Bu toparlara bölmegi 33-nji suratdaky ýaly şekillendirmek bolar.

Ilkibaşda okuwçylara kwadrat deňlemäni ikiagzanyň kwadratyny bölüp çykarmak arkaly çözmegi öwretmegiň ähmiýeti uludyr. Netijede, okuwçylar kwadrat deňlemäniň kökleriniň formulasyny getirip çykarmagyň taýýarlyk basgançagyny geçýärler. Şeýlelikde, $x^2+6x+9=0$, $x^2-10x-11=0$, $x^2-5x+6=0$, $5x^2+3x-8=0$ görnüşli deňlemeleriň çözülişilerini görkezmek arkaly ähli mümkin bolan ýagdaýlara seredilýär.

Kwadrat deňlemäniň kökleriniň formulalary hem ikiagzanyň kwadratyny bölüp çykarmak arkaly getirilip çykarylýar.

Diskriminantyň alamatyna baglylykda ýuze çykarylýan üç ýagdaýda kwadrat deňlemäniň çözülişi seljerilýär.



33-nji surat

7-nji synpda drobly rasional deňleme düşünjesi hem mysallaryň üsti bilen girizilýär.

Rasional deňlemeleriň dürli görnüşlerine

$$3x+7=4(6-x);\ \frac{8}{x}=2+3x;\ \frac{8x-5}{x}=\frac{9x}{x+2};$$

deňlemeleri mysal getirmek bolar.

Rasional deňlemeleri çözmegi öwretmek netijesinde bu deňlemeleri çözmegiň aşakdaky usuly ýüze çykarylýar.

Drobly rasional deňlemeleri çözmek üçin:

– deňlemä girýän droblaryň umumy maýdalawjysyny tapmaly;
– deňlemäniň iki bölegini-de umumy maýdalawja köpeltmeli;
– alnan bitin rasional deňlemäni çözmeli;
– onuň köklerinden umumy maýdalawjyny nola öwürmeýänlerini almaly.

Bir näbellili çyzykly deňsizlikleri çözmegi öwretmegiň taýýarlyk basgançagynda san deňsizlikleri we olaryň häsiýetleri, san aralyklary ýaly düşünjeler öwredilýär.

Soňra bir näbellili çyzykly deňsizlik düşünjesi girizilýär.

$ax+b>0$ ýa-da $ax+b<0$ görnüşdäki deňsizliklere çyzykly deňsizlikler diýilýär, bu ýerde a we b – käbir sanlar.

Bir näbellili çyzykly deňsizlikleri çözmekde san deňsizlikleriniň aşakdaky umumylaşdyrylan häsiýetleri (düzgünleri) peýdalanylýar:

a) eger goşulyjy garşylykly alamaty bilen deňsizligiň bir böleginden beýleki bölegine geçirilse, onda oňa deňgüýçli bolan deňsizlik alnar;

b) eger deňsizligiň iki bölegi-de şol bir položitel sana köpeldilse ýa-da bölünse, onda oňa deňgüýçli deňsizlik alnar;

ç) eger deňsizligiň iki bölegi-de şol bir otrisatel sana köpeldilse ýa-da bölünse we deňsizlik belgisi oňa ters belgi bilen çalşyrylsa, onda berlen deňsizlige deňgüýçli deňsizlik alnar.

Bu düzgünleri bir näbellili çyzykly deňsizlikleri çözmegi öwretmegiň başynda taýýar görnüşde hem okuwçylara hödürlemek mümkin. Emma san deňsizlikleriniň häsiýetlerinden peýdalanmak arkaly birnäçe bir näbellili çyzykly deňsizlikleri çözdürenden soňra ýokardaky düzgünleri okuwçylar mugallymyň ugrukdyrmagy netijesinde ýüze çykarsalar, onda has hem maksadalaýyk bolar.

Okuwçylaryň san aralyklary baradaky öwrenen okuw maglumatlary 7-nji synpda bir näbellili çyzykly deňsizlikler sistemasynyň çözülişini öwretmekde esasy serişde bolup hyzmat edýär.

Bu ýerde bir näbellili çyzykly deňsizlikler sistemalaryna mysallar getirilýär we bu görnüşli deňsizlikler sistemasynyň çözüwi düşünjesi girizilýär.

8-nji synpda bir näbellili ikinji derejeli deňsizlikleri çözmegiň iki usuly (kwadrat funksiýanyň häsiýetlerinden peýdalanmak arkaly we interwallar) öwredilýär.

Bu ýerde kwadrat funksiýanyň häsiýetlerinden (has takygy onuň dürli ýagdaýlardaky grafiklerinden) peýdalanmagyň kwadrat deňsizlikleri çözmekde umumy usul bolup hyzmat edýändigini nygtamak zerurdyr.

9-njy synpda ters trigonometrik funksiýalaryň öwredilmegi geljekde ýönekeý trigonometrik deňlemeleri öwretmeklige esas bolup hyzmat edýär.

Ýönekeý trigonometrik deňlemeleriň we deňsizlikleriň çözülişilerini öwretmekde funksiýalaryň grafiklerinden peýdalanmagyň ähmiýeti uludyr.

Meselem, $\sin x = a$ deňlemäniň çözülişini tapmak üçin $y_1=\sin x$ we $y_2=a$ $(a\in R)$ funksiýalaryň grafikleriniň özara ýerleşiş ýagdaýlary seljerilýär:

$y_1= \sin x,\ y_2= a\ (a>1)$;

$y_1= \sin x,\ y_2= a\ (-1 \le a \le 1)$;

$y_1= \sin x,\ y_2= a\ (a < -1)$.

Netijede bu ýagdaýlaryň her biri üçin sin$x$=a görnüşli deňlemäniň çözüwi tapylýar:

sin x= a deňlemäniň a<–1 we a >1 bolan ýagdaýlarda çözüwi ýokdur.

sin x= a deňlemäniň $-1\leq a\leq 1$ bolanda

$x=(-1)^k\cdot\arcsin a+k\pi,\ k=0, \pm1, \pm2, \ldots;$

görnüşli kökleri bardyr.

Mekdep matematikasynda, esasan, ikinji derejeli köki özünde saklaýan irrasional deňlemeleri çözmegiň usullary seredilýär. Bu ýerde deňlemäniň iki tarapyny hem kwadrata götermek, täze näbellilini girizmek usullary öwredilýär. Irrasional deňlemeleri çözmekde barlagyň zerurdygyny nygtamak maksadalaýykdyr.

9-njy synpda görkezijili deňlemeleri çözmegi öwretmek işi $a^x=a^c$ ($a>0,\ a\neq1,\ c\in R$) görnüşli ýönekeý deňlemä seretmekden başlanýar. Soňra täze näbellini girizmek arkaly çözülýän $A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$ (bu ýerde A, B, C – käbir hakyky sanlar, $a>0$, $a\neq1$) görnüşli deňlemeler seredilýär.

Logarifmik deňlemeleri öwretmekde hem görkezijili deňlemeleri çözmegi öwretmekde ulanylan usullar peýdalanylýar. Ýagny ilki $\log_a x=\log_a c(a>0, a\neq1, c\in R)$ görnüşli ýönekeý logarifmik deňlemelere, soňra täze näbellini girizmek arkaly çözülýän logarifmik deňlemeleri çözmegiň usullary öwredilýär.

Trigonometrik, irrasional, görkezijili we logarifmik deňsizlikler matematikanyň mekdep kursunyň çylşyrymly soraglarydyr.

Düzümine sin$x$ we cos$x$ funksiýalar girýän ýönekeýje trigonometrik deňsizlikleriň çözülişleri birlik töwerekleriň kömegi bilen amala aşyrylýar. Düzümine tg$x$ we ctg$x$ funksiýalar girýän ýönekeýje trigonometrik deňsizlikleriň çözülişleri bolsa ol funksiýalaryň grafikleriniň üsti bilen ýerine ýetirilýär.

Irrasional deňsizlikler okuwçylaryň analizlemek ukyplaryny ösdürmekde uly ähmiýete eýedir. Bu deňsizlikleri çözmäge başlamazdan öň, olary derňemek wajypdyr. Gös-göni irrasional deňsizligi çözmäge başlamak käbir halatlarda zerur bolmadyk işleriň ýerine ýetirilmegine alyp barýar. Meselem, $\sqrt{x^2+2x-3}>-3$ deňsizligi çözmäge okuwçy onuň iki bölegini hem kwadrata götermekden başlaýar. Emma deňsizligiň kesgitleniş ýaýlasynda bu deňsizligiň dogry boljakdygyna üns bermeýär. Mugallymyň wezipesi okuwçylara irrasional deňsizligi analizlemän, ony çözmäge başlamagyň maksadalaýyk däldigini düşündirmekden ybaratdyr.

Görkezijili we logarifmik deňsizlikleriň çözülişleri köplenç, $a^{f(x)}>a^{g(x)}$ (1) we $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ (2) deňsizliklere getirilýär. Haçanda, $0<a<1$ bolanda (1) we (2) deňsizlikleriň ikisinden hem $f(x)<g(x)$ deňsizligiň alynýandygyna okuwçylaryň ünsüni çekmek zerurdyr.

10-njy synpyň ahyrynda deňlemeleri we deňsizlikleri çözmek boýunça okuwçylaryň alan bilimlerini umumylaşdyrmak we sistemalaşdyrmak göz öňünde tutulýar.

§ 3. Algebraik aňlatmalar. Okuwyň dürli basgançaklarynda toždestwolaýyn özgertmeleri öwretmek

San we üýtgeýän ululykly aňlatmalar, olaryň üstünde geçirilýän toždestwolaýyn özgertmeler baradaky okuw maglumatlary mekdep matematikasynyň içinden eriş-argaç bolup geçýär.

Okuwçylar başlangyç synplardan başlap san aňlatmalaryny öwrenýärler. San aňlatmalary we harply aňlatmalar düşünjelerini IV synpda mysallar arkaly girizmek bolar.

Mesele: otly iki gije-gündiz ýöredi. Birinji gije-gündiz ol 980 *km*, ikinji gije-gündizde bolsa şondan 50 *km* köp ýol geçdi. Otly iki gije-gündizde näçe kilometr ýol geçipdir?

Meseläniň şertini seljermek netijesinde alynýan 980+(980+50) ýazgy san aňlatmasynyň mysalydyr.

San aňlatmasyndaky amallary ýerine ýetirip alynýan sana şol aňlatmanyň bahasy diýilýär.

Mesele: otly iki gije-gündiz ýol ýöredi. Birinji gije-gündizde ol 980 *km*, ikinji gije-gündizde bolsa, şondan x *km* köp ýol geçdi. Otly iki gije-gündizde näçe *km* ýol geçipdir?

Bu meseläniň hem şertini seljermek netijesinde $980+(980+x)$ aňlatma alynýar. Bu aňlatma harply aňlatmanyň mysalydyr.

Okuwçylar rasional sanlar köplügi baradaky düşünjeleri alanyndan soň VI synpda san we üýtgeýän ululykly aňlatma düşünjeleri has giňişleýin öwredilýär.

Dürli amallar we ýaýlar arkaly birleşdirilen sanlardan durýan ýazga *san aňlatmasy* diýilýär. Meselem,

$2\cdot3+7$; $10:2-3$; $\frac{4\cdot0,5+3}{5}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ ýazgylar san aňlatmalaryna mysallar bolup bilerler.

Eger-de san aňlatmasynda görkezilen amallary ýerine ýetirsek, onda berlen san aňlatmasynyň bahasy diýip atlandyrylýan sany alarys.

Käbir ýagdaýlarda san aňlatmalarynda sanlardan we amallardan başga-da, amallaryň tertibini görkezýän ýaýlar peýdalanylýar.

Meselem, $(2,5+3,5)\cdot2,1$ san aňlatmasynyň bahasy hasaplanylanda ilki ýaýyň içinde berlen goşmak amaly ýerine ýetirilýär, soňra köpeltmek amaly ýerine ýetirilýär. $(2,5+3,5)\cdot2,1$ aňlatmanyň bahasyny hasaplap 12,6 sany alarys. Şu sebäpli hem

$$(2,5+3,5)\cdot2,1=12,6$$

deňligi ýazyp bileris.

“=” belgisi arkaly birleşdirilen iki san aňlatmasyna özara deň diýilýär.

Eger-de deňligiň çep we sag taraplary şol bir sana deň bolsa, onda bu deňlige dogry diýilýär.

Meselem, $\frac{15-1}{2} = 8 - 1$ deňlik dogrudyr, sebäbi bu deňligiň çep we sag bölekleriniň san bahalary şol bir 7 sana deňdir.

Okuwçylara san aňlatmalarynyň ulanylyşyna degişli maglumatlary bermegiň hem ähmiýeti uludyr.

San aňlatmalary we san deňliklerii dürli hasaplamalarda duş gelýär, olar sanlaryň häsiýetlerini ýazmak üçin hem ulanylýar.

Meselem, $\frac{6+4}{2}$ san aňlatmasy 6 we 4 sanlaryň orta arifmetiki bahasydyr; 35+21=21+35 deňlik goşmagyň orun çalşyrma kanunyny aňladýar.

Harply aňlatma düşünjesi girizilmezden öňürti okuwçylara san aňlatmalary bilen deňeşdirilende harply aňlatmalaryň artykmaçlyklaryny mysallar arkaly düşündirmegiň ähmiýeti uludyr.

Köp amaly meseleleri çözmekde dürli sanlary harplar bilen aňlatmak amatly bolýar. Meselem, eger-de *a we b* gönüburçlugyň çatyk taraplarynyň uzynlyklary bolsa, onda $a \cdot b$ ýazgy onuň meýdanyny hasaplamagyň usulyny görkezýär, $2 \cdot (a+b)$ ýazgy onuň perimetrini hasaplamagyň usulyny görkezýär. Bu ýerde a we b arkaly položitel sanlar-gönüburçlugyň taraplary belgilenýär. Eger-de gönüburçlugyň meýdanyny S, perimetrini P harpy arkaly belgilesek onda

$$S=a \cdot b, \qquad P=2 \cdot (a+b)$$

formulalary alarys.

Deňlemedäki näbelli ululyklary hem harplar bilen belgilemek kabul edilendir.

Meselem, $x+12{,}3 = 95{,}1$ deňlemede näbelli ululyk x bilen, $2y+3=7$ deňlemede bolsa näbelli ululyk y bilen belgilenipdir.

Arifmetikii amallaryň kanunlaryny we häsiýetlerini hem harplaryň kömegi bilen ýazmak maksadalaýykdyr.

Köpeltmegiň we goşmagyň esasy kanunlaryny sanap geçeliň.

1) Orun çalşyrma kanuny:

$$a+b=b+a. \; a \cdot b=b \cdot a.$$

2) Utgaşdyrma kanuny:

$(a+b)+c=a+(b+c)$; $\qquad (a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$.

3) Paýlaşdyrma kanuny:

$$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c.$$

Arifmetiki iki amalyň häsiýetlerini harplaryň kömegi bilen ýazmaga degişli aşakdaky mysallary getirmek mümkin:

1) $a-(b+c)=(a-b)-c=a-b-c$;

2) $(a-b)\cdot c=ac-bc$;

3) $(a+b):c=a:c+b:c$, a we b islendik sanlar, $c\neq 0$.

XVI asyrda ýaşap geçen görnükli fransuz matematigi Wiýet Fransua algebra harply aňlatmalary girizmegiň esasyny goýan alym hasaplanýar.

Algebrada sanlara derek ulanylan harplara üýtgeýän ululyk diýilýär. Bu aňlatmanyň özüne bolsa üýtgeýän ululykly aňlatma diýilýär.

Aňlatma girýän üýtgeýän ululygyň alyp bilýän bahalaryna bu aňlatmanyň kesgitleniş oblasty diýilýär. Meselem, $x^2+3x-5+\sqrt{x}-\sqrt{x}$ aňlatmanyň kesgitleniş oblasty $x\geq 0$ şerti ýerine ýetirýän sanlardyr.

Algebraik aňlatma düşünjesi VII synpda girizilýär.

Goşmak, aýyrmak, köpeltmek, bölmek, rasional derejä götermek, kök almak amallary we ýaýlar arkaly birleşdirilen sifrler ýa-da harplar arkaly belgilenen sanlardan durýan ýazga *algebraik aňlatma* diýilýär.

Algebraik aňlatmalara degişli aşakdaky mysallary getirmek bolar:

1) $2a^2b-3b^2(a+b)$; 2) $a+b+\frac{c}{5}$; 3) $\frac{3a^2+a+1}{a-1}$;

4) $\sqrt{a+b}$; 5) $a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}$; 6) $(\sqrt[3]{2}-x)$ we ş.m.

Eger-de algebraik aňlatma üýtgeýäne bölmek we üýtgeýänden kök almak amalyny özünde saklamaýan bolsa, onda oňa bitin aňlatma diýilýär. Birinji, ikinji, altynjy aňlatmalary bitin aňlatmalardyr.

Eger-de algebraik aňlatma üýtgeýän ululykly aňlatma bölmegi özünde saklaýan bolsa, onda oňa drob aňlatma diýilýär.

Bitin we drob aňlatmalara rasional aňlatmalar diýilýär.

Eger-de algebraik aňlatmada üýtgeýänden kök almak (ýa-da üýtgeýäni drob derejä götermek) amaly ulanylýan bolsa, onda oňa irrasional aňlatma diýilýär. Algebraik aňlatmalary 34-nji suratdaky ýaly toparlara bölüp bolar.

Üýtgeýäniň algebraik aňlatmany manyly edýän bahalaryna *üýtgeýäniň ýol-bererlik bahalary* diýilýär. Üýtgeýänleriň ähli ýol bererlik bahalaryna *algebraik aňlatmanyň kesgitleniş ýaýlasy* diýilýär.

Okuwçylara algebraik aňlatmalaryň kesgitleniş ýaýlalaryny tapmagy öwretmek zerurdyr.

Bitin aňlatmalar oňa girýän üýtgeýänleriň ähli bahalarynda mana eýedirler.

Drob aňlatmalaryň üýtgeýäniň maýdalawjyny nola öwürýän bahalarynda manysy ýokdur.

Irrasional aňlatmalaryň üýtgeýäniň jübüt derejeli köküň aşagyndaky aňlatmany otrisatel sana öwürýän bahalarynda manysy ýokdur.

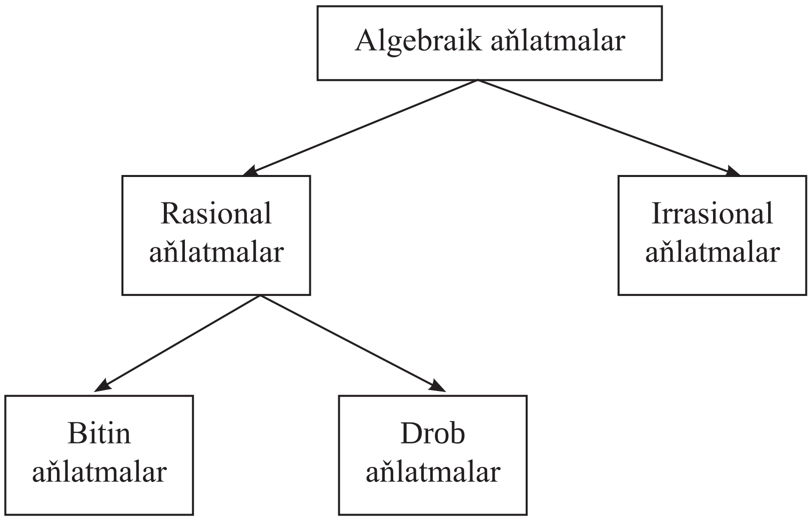
Meselem, $\sqrt{x^2-5x+6}; x^2-5x+6\geq 0; x\in(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$.

Toždestwo düşünjesi 6-njy synpda girizilýär. Ony aşakdaky mysallaryň üsti bilen girizmek bolar.

x^2-2x we $4x-5$ aňlatmalara seredeliň. $x=2$ bolanda x^2-2x aňlatmanyň bahasy 0-a, $4x-5$ aňlatmanyň bahasy 3-e deň. Emma $x=1$ bolanda bu aňlatmalaryň ikisiniň hem bahasy –1-e deňdir.

Şundan soňra toždestwonyň kesgitlemesini girizmek bolar.

Eger-de şol bir üýtgeýäni özünde saklaýan iki aňlatmanyň üýtgeýäniň ähli ýolbererlik bahalaryndaky degişli bahalary özara deň bolsa, onda bu aňlatmalara toždestwolaýyn deň aňlatmalar diýilýär.



34-nji surat

Üýtgeýänleriň ähli ýolbererlik bahalarynda dogry bolýan deňlige toždestwo diýilýär.

Toždestwolaýyn deň aňlatmalara mysallar getirmek bolar. x^5 we $x^2\cdot x^3$, $c+b+a$ we $a+b+c$.

Toždestwolara mysallar:

$a+b=b+a;$ $\quad a+0=a,$ $\quad (a+b)\cdot c=ac+bc,$ $\quad a\cdot 1=a$ we ş.m.

Geljekde gysga köpeltmek formulalary öwrenilenden soňra olaryň hem toždestwolardygyny ýatlatmak bolar.

Analitiki aňlatmany käbir köplükde oňa toždestwolaýyn deň bolan aňlatma bilen çalşyrmaklyga berlen aňlatmany bu köplükde toždestwolaýyn özgertmek diýilýär.

Toždestwolaýyn özgertmeler geçirilende aňlatmanyň kesgitleniş ýaýlasynyň üýtgemegi mümkin.

Meselem, $x^2 + 3x - 5 + \sqrt{x} - \sqrt{x}$ (1) aňlatmada meňzeş agzalary toparlamak

bilen x^2+3x-5 (2) aňlatmany alarys. Birinji aňlatmanyň kesgitleniş ýaýlasy $x \geq 0$, ikinji aňlatmanyň kesgitleniş ýaýlasy bolsa $x \in R$. Diýmek, (1) we (2) aňlatmalar $[0;+\infty)$ köplükde toždestwolaýyn deňdirler.

Droblary gysgaltmak netijesinde hem aňlatmanyň kesgitleniş ýaýlasynyň üýtgemegi mümkin.

Meselem, $\frac{x^3 - 1}{(x - 1)(x + 2)}$ algebraik drob $x \neq 1$, $x \neq -2$ bolanda kesgitlenendir.

$(x-1)$-e gysgaldandan soňra $x \neq -2$ bolanda kesgitlenen $\frac{x^2 + x + 1}{x + 2}$ aňlatmany alarys.

San aňlatmalarynyň üstünde geçirilýän toždestwolaýyn özgertmeleri öwretmek başlangyç synplardan başlanýar. Bu ýerde ýokarda bellenip geçilen goşmagyň we köpeltmegiň kanunlary, amallary ýerine ýetirmegiň tertibi esasy rol oýnaýar.

Üýtgeýän ululykly aňlatmalary toždestwolaýyn özgertmegi yzygiderli öwretmek VI synpdan başlanýar.

Täze okuw maksatnamasy boýunça VI synpyň başynda algebradan “*Aňlatmalar we olary özgertmek*” atly bölüm geçilýär. Bu bölümde san aňlatmalary, üýtgeýän ululykly aňlatmalar, aňlatmalaryň ýönekeýje özgertmeleri (ýaýlary açmak, meňzeş goşulyjylary toparlamak) öwredilýär. Bu ýerde hem $a \cdot (b+c)=ab+ac$ toždestwonyň çepinden sagyna geçmäge we sagyndan çepine geçmäge degişli ýönekeý gönükmeleriň ähmiýeti uludyr.

Şundan soňra “*Biragza we köpagza*” diýlip atlandyrylýan bölüm geçilýär. Bu ýerde natural görkeziji dereje düşünjesi, onuň häsiýetleri, biragza we onuň standart görnüşi, olary köpeltmek, derejä götermek, köpagza we onuň standart görnüşi, köpagzalary goşmak, aýyrmak we köpeltmek, köpagzalary köpeldijilere dagytmagyň dürli usullary seredilýär. Bu temalaryň ählisinde hem aňlatmalary toždestwolaýyn özgertmek goşmagyň we köpeltmegiň kanunlary, natural dereja götermegiň häsiýetleri, biragzany we köpagzany standart görnüşe getirmegiň usullary esasynda öwredilýär.

Köpagzalary köpeldijilere dagytmagyň iki usuly öwredilýär:

1. Umumy köpeldijini ýaýyň daşyna çykarmak usuly.

Bu usul mysallar arkaly düşündirilýär.

Mysal: $a=29$, $x=57$ we $y=43$ bolanda $ax+ay$ aňlatmanyň san bahasyny tapmaly bolsun.

Köpeltmegiň paýlaşdyrma häsiýetinden peýdalanyp $ax+ay=a(x+y)$ ýaly ýazmak bolar. Onda

$$29\cdot(57+43)=29\cdot100=2900.$$

Köpagzany köpeldijilere dagytmak üçin ulanylan usula umumy köpeldijini ýaýyň daşyna çykarmak diýilýär.

Şuňa meňzeş birnäçe mysallar seredilenden soňra bu usuly amala aşyrmagyň tärleri beýan edilýär:

1) Umumy köpeldijini kesgitlemeli: onuň koeffisiýenti köpagzanyň agzalarynyň koeffisiýentleriniň IUUB-ne deň bolar, harp köpeldijileri hökmünde ähli agzalarda bar bolan harplary iň kiçi dereje görkezijisi bilen almaly.

2) Umumy köpeldijini ýaýyň daşyna çykarmaly, ýaýyň içinde umumy köpeldiji bilen köpeldilende köpeldijilere dagydylan köpagzany berýän köpagzany ýazmaly.

Bu usuly berkitmäge degişli aşakdaky gönükmeleri hödürlemek bolar:

1) $5x^3(m+n)-4x^2y(m+n)+7xy(m+n)$;

2) $a(x-y)+b(y-x)$;

3) $2x^2+3x=0$ deňlemäni çözmeli;

4) $3^9+3^7+3^6$ jemiň 31-e galyndysyz bölünýändigini subut etmeli.

2. Köpeldijilere dagytmagyň toparlamak usuly hem mysallaryň üsti bilen düşündirilýär.

Mysal: $ab-3a+4b-12$ köpagzany köpeldijilere dagytmaly.

Bu köpagzanyň ähli agzalarynyň umumy köpeldijisi ýokdur. Emma onuň agzalaryny her bir topardaky goşulyjylaryň umumy köpeldijisi bolar ýaly edip toparlamak mümkin:

$ab-3a+4b-12=(ab-3a)+(4b-12)$.

Birinji toparda a köpeldijini, ikinji toparda 4 köpeldijini ýaýyň daşyna çykarsak, onda $(ab-3a)+(4b-12)=a(b-3)+4(b-3)$ alynar.

Emele gelen aňlatmanyň goşulyjylarynyň her birinde $b-3$ köpeldiji bar. Şol umumy köpeldiji hem ýaýyň daşyna çykarylsa, onda $a(b-3)+4(b-3) = (b-3)(a+4)$ bolar.

Diýmek, $ab-3a+4b-12=(b-3)(a+4)$.

Bu usulda toparlamak usuly diýilýär.

Berlen köpagzany başgaça toparlap hem ony köpeldijilere dagydyp bolar.

$$ab-3a+4b-12=(ab+4b)+(3a-12)=b(a+4)-3(a+4)=(a+4)(b-3).$$

Köpagzany toparlamak usuly bilen köpeldijilere dagytmagyň tärleri beýan edilýär.

Toparlamak usuly bilen köpagzany köpeldijilere dagytmak üçin köpagzanyň agzalaryny umumy köpeldijisi bar bolan toparlara bölmeli.

Şol toparlaryň umumy köpeldijilerini ýaýyň daşyna çykarmaly.

Bu usuly berkitmäge degişli tipiki gönükmeler:

1) $mn+1+m+n$ köpagzany köpeldijilere dagytmaly.

2) x^2+6x+5 üçagzany köpeldijilere dagytmaly.

3) $3x^2+12x-(x+4)=0$ deňlemäni çözmeli.

Bu bölümden soňra “*Gysga köpeltmek formulalary*” atly bölüm öwredilýär.

Bu ýerde ýedi sany gysga köpeltmek formulalary öwredilýär. Bu formulalardan peýdalanmak arkaly toždestwolaýyn özgertmeleri öwretmekde deňlikleriň çep bölegi berlende sag bölegini ýazmak we tersine, degişli gönükmeleriň ähmiýeti uludyr.

§4. Funksiýalary öwretmegiň usullary. Çyzykly we kwadrat funksiýalar

Matematikanyň ösüş taryhynda XVII-XVIII asyrlar üýtgeýän ululyklaryň matematikasynyň döwri diýlip atlandyrylýar. Matematikada üýtgeýän ululyklaryň girizilmegi we onuň netijesinde funksiýa düşünjesine gelinmegi bu ylmyň ösmegine uly itergi boldy. Funksiýa adalgasy (termini) ilkinji gezek beýik nemes matematigi G.Leýbnisiň (1646-1716) işlerinde, ýagny deslap golýazmada (1673 ý.), soňra bolsa metbugatda (1692 ý.) duş gelýär.

Latynça “funktion” sözi “amala aşma”, “ýerine ýetirme” ýaly terjime edilýär. Leýbnis funksiýa düşünjesine aşakdaky ýaly kesgitleme beripdir: “Üýtgeýän ululykdan we hemişelik ululykdan islendik usul bilen düzülen mukdara (beýleki ululyga) şol üýtgeýän ululygyň funksiýasy diýilýär”.

Häzirki döwürde funksiýa düşünjesi matematikanyň ähli ýaýlalarynda diýen ýaly ulanylýar. Mekdep matematikasynda funksiýalaryň häsiýetlerinden peýdalanmak arkaly deňlemeleri çözmeklige, deňsizlikleri subut etmeklige, geometrik mazmunly meseleleri çözmeklige seredilýär.

Funksiýa düşünjesiniň esasy düşünjedigini hasaba almak bilen matematikany okatmagyň usulyýetinde funksional ugur döredildi. Bu ugurda funksiýa düşünjesini girizmegiň, dürli funksiýalary öwretmegiň usullary işlenip taýýarlanylýar.

Mekdep matematikasynda funksiýalara degişli okuw maglumatlaryny aşakdaky ýaly toparlara bölmek mümkin:

1. Funksiýa düşünjesi.

2. Çyzykly funksiýa.

$y=\dfrac{k}{x}, y=|x|, y=\sqrt{x}$ funksiýalar.

3. Kwadrat funksiýa.

4. Trigonometrik funksiýalar.

5. Derejeli funksiýa.

6. Görkezijili funksiýa.

7. Logarifmik funksiýa.

Mekdep matematikasynda funksiýalary öwretmekde aşakdaky umumy ýörelgelere (didaktiki prinsiplere) daýanmak mümkin:

1. Yzygiderlilik we sistemalylyk ýörelgesi.

Funksiýalara degişli okuw maglumatlary ýönekeýden-çylşyrymla, aňsatdan-kyna tarap ugur bilen özara baglanyşyklylykda öwredilýär.

2. Ylmylyk ýörelgesi. Funksiýalaryň häsiýetlerine degişli teoremalar ylmy esasda subut edilýär. Mysala seredeliň. $a>0$ bolanda $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ kwadrat funksiýanyň artýan we kemelýän aralyklaryny (önümi ulanmazdan) tapmak üçin $y=ax^2+bx+c$ deňligi aşakdaky görnüşe getirýäris:

$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a}$, bu ýerde $D=b^2-4ac$. Deňligiň sag tarapyndaky aňlatma $x_0 = -\frac{b}{2a}$ bolanda $y_0 = -\frac{D}{4a}$ bolan iň kiçi bahany alýar. Bu ýerden aşakdaky ýaly netije çykarmak bolar: $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ funksiýa $a>0$ bolanda $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right]$ aralykda kemelýär, $\left[-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ aralykda bolsa artýar.

3. Bilimleri berk özleşdirmek ýörelgesi.

Mekdep okuwçylary VI synpdan başlap mekdebi tamamlaýança dürli funksiýalaryň häsiýetlerini öwrenýärler, olar bilen baglanyşykly meseleleri çözýärler. Uzak wagtyň dowamynda gaýtalanyp öwrenilen okuw maglumatlary bolsa okuwçylaryň aglabasynyň bu baradaky bilimleri berk özleşdirmeklerine oňaýly täsir edýär.

Funksiýalary öwretmekde okatmagyň aşakdaky usullaryndan peýdalanmak mümkin:

1. Matematiki modelirlemek usuly.

Tebigat hadysalary biri-biri bilen berk baglanyşyklydyr. Funksiýalaryň dürli usullarda (analitik, tablisa, grafiki) berilmegi bolsa bu hadysalaryň özboluşly matematiki modelirlenmegidir.

2. Umumylaşdyrmak, abstraktlaşdyrmak we takyklaşdyrmak.

Mekdep matematikasynda ýöňekeý funksiýalardan başlap olaryň dürli häsiýetleri öwredilýär. Şeýlelikde, funksiýalaryň köpüsine mahsus bolan umumy häsiýetler (jübüt-täkligi, monotonlygy, periodikligi we ş.m.) ýüze çykarylýar. Her bir funksiýa öwredilende bolsa bu umumy häsiýetleriň olaryň haýsylaryna mahsusdygy takyklaşdyrylýar.

Orta mekdepde funksiýalary fizika dersiniň okuw maglumatlary bilen berk baglanyşyklylykda öwretmek mümkin. Fizikada öwredilýän dürli formulalarda bir ululyga beýleki ululygyň funksiýasy hökmünde seretmek bolar.

Meselem, deňölçegli gönüçyzykly hereketde geçilen ýol belli bolsa, onda tizligi wagta görä funksiýa $\left(y = \dfrac{k}{x}\right)$ hökmünde seretmek bolar.

Funksiýalary öwretmekde içki dersara baglanyşygyň hem ähmiýeti uludyr. Mysal hökmünde $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ funksiýany öwretmegiň aşakdaky meýilnamasyny getirmek bolar:

1) $y=ax^2$, $(a\neq 0)$;

2) $y=a\cdot(x+m)^2$, $(a\neq 0,\ a,\ m\in R)$;

3) $y=a\cdot(x+m)^2+n$, $(a\neq 0,\ a,\ m,\ n\in R)$.

Matematikada funksiýa düşünjesi şol bir köplügiň elementleriniň arasyndaky gatnaşyk ýa-da dürli koplükleriň elementleriniň arasyndaky degişlilik ýaly düşünjeleriň üsti bilen kesgitlenilýär. X *we* Y köplükleriň arasyndaky degişliligi bermek üçin bu köplükleriň dekart köpeltmek hasylyny görkezmek ýeterlikdir, ýagny

$$X\cdot Y=\{(x,y)|x\in X,\ y\in Y\}$$

köplük berilmelidir.

Bu degişliligiň aşakdaky şertleri kanagatlandyrýanlaryny funksiýa diýip atlandyrýarlar.

Kesgitleme: goý, M we N islendik köplükler bolsun. Eger-de, M köplükden alnan her bir x elemente N köplükden bir we diňe bir y element degişli edilip goýlan bolsa, onda M köplükde N köplükden bahalar alýan f funksiýa kesgitlenen diýilýär.

Islendik tebigatly köplük üçin köplenç, “funksiýa” adalgasyna (terminine) derek “şekillenme” sözi ulanylýar.

Mekdep matematikasynda funksiýa düşünjesine kesgitleme bermäge biri-birinden tapawutlanýan iki usuly çemeleşme bar.

Funksiýa düşünjesini genetiki esasda kesgitlemek onuň ýüze çykyşy bilen baglanyşykly bolan kesgitlemesine esaslanýar. Bu ýerde üýtgeýän ululyk, üýtgeýän ululyklaryň funksional baglylygy ýaly düşünjeler esasy orny eýeleýär. Şeýlelikde, funksiýanyň formula arkaly berlişine esasy üns berilýär. Tebigat hadysalarynyň matematiki modelleri hem köplenç, formulalar arkaly berilýär. Bu bolsa funksiýa düşünjesini genetiki esasda kesgitlemegiň artykmaçlyklarynyň biridir.

Funksiýa düşünjesini genetik esasda kesgitlemek netijesinde üýtgeýän ululyk diňe san bahalary alýar diýlip güman edilýär. Funksiýa düşünjesini giňeltmek üçin bolsa, onuň ilkibaşdaky kesgitlemesinden daşary çykmaly bolýar.

Funksiýa düşünjesiniň logiki esasda kesgitlenişi funksionallyk şertini ýerine ýetriýän iki köplügiň arasyndaky aýratyn gatnaşyk hökmünde kesgitlenilýär.

Funksiýa düşünjesi şeýle giň manyda kesgitlense-de, mekdep matematikasynda köplenç, san köplükleri bilen baglanyşykly funksiýalar öwrenilýär.

Şeýlelik bilen, mekdep matematikasynda funksiýa düşünjesini kesgitlemäge genetiki esasda çemeleşmek umumylaşdyrylan funksiýa düşünjesini kemala getirmäge ýeterlik däldir, logiki esasda çemeleşmek bolsa has artykmaçlyk edýär. Geljekde bu tapawut ýitýär, sebäbi dine bir funksiýa düşünjesiniň özi öwrenilmän, eýsem anyk funksiýalar we olaryň häsiýetleri öwrenilýär.

Köp ýyllaryň dowamynda alnyp barlan usuly gözlegleriň netijesinde mekdep matematikasynda funksiýa düşünjesini kesgitlemegiň genetiki usuly esas edilip alyndy. Şeýlelikde, logiki usulyň gymmatly maglumatlary hem hasaba alyndy.

Mekdep matematikasynda funksiýa düşünjesi girizilmezden öňürti biri-beýlekisine bagly ululyk düşünjesine esaslanýan göni we ters proporsionallyk düşünjesini girizmek maksadalaýykdyr.

Göni we ters proporsionallyk düşünjelerini aşakdaky mysallaryň üsti bilen girizmek bolar.

Goý, kwadratyň tarapy *a sm*, perimetri *P sm*, meýdany *S* sm^2 bolsun. Kwadratyň perimetri onuň tarapynyň uzynlygyna baglydyr. Meselem, eger $a=1$ bolsa, onda $P=4\cdot1=4$; eger $a=5$ bolsa, onda $P=4\cdot5=20$. Kwadratyň tarapy 5 esse ulalanda, onuň perimetri hem 5 esse ulalar. Şeýlelikde, kwadratyň tarapy näçe esse ulaldylsa, onuň perimetri hem şonça esse ulalýar. Şu halda kwadratyň perimetriniň üýtgeýşi onuň tarapynyň üýtgeýşine göni proporsional diýilýär. Emma kwadratyň meýdanynyň üýtgeýşi onuň tarapynyň üýtgeýşine göni proporsional däldir.

Göni proporsionallyga degişli birnäçe mysallara (meselem, töweregiň uzynlygynyň onuň radiusyna, deňölçegli hereketde geçilen ýoluň wagta göni proporsionallygy) seredeniňden soňra aşakdaky umumy netijä gelmek mümkin:

Goý, x we y biri-biri bilen baglanyşykly üýtgeýän ululyklar bolsun. Eger x-iň bahasy birnäçe esse ulalanda y-iň bahasy hem şonça esse ulalýan bolsa, onda üýtgeýän y ululyk x ululyga göni proporsionaldyr. Eger x we y üýtgeýän ululyklar göni proporsional bolsalar, onda x-iň we y-iň degişli bahalary üçin $y=k\cdot x$ deňlik ýerine ýetmelidir. Şeýlelikde, k sana proporsionallyk koeffisiýenti diýilýär.

Ters proporsionallyk düşünjesini hem mysallar arkaly girizmek oňaýlydyr.

Aman obadan 30 kilometr uzaklykda ýerleşen çopan goşuna, atasynyň yanyna gitmeli boldy. Aman pyýada 5 *km/sag*, welosipedli 15 *km/sag*, welomotorly 30 *km/sag* tizlik bilen hereket edip bilýän bolsa, onuň bu uzaklygy näçe sagatda geçip biljekdigini tapalyň. Aman bu ýoly geçmek üçin: birinji halda $t=30:5=6$; ikinji halda $t=30:15=2$; üçünji halda $t=30:30=1$ sagat sarp eder. Bu mysaldan görnüşi ýaly, tizlik üç esse ulalanda wagt üç esse, tizlik 6 esse ulalanda wagt 6 esse kemelýär.

Şu halda belli bir uzaklygy geçmek üçin gerek bolan wagt hereketiň tizligine ters proporsional diýilýär.

Ters proporsionallyga degişli birnäçe mysallara (meselem, gönüburçlugyň meýdany hemişelik bolanda onuň uzynlygy inine ters proporsionaldyr, belli bir massasy bolan jisimiň göwrümi onuň dykyzlygyna ters proporsionaldyr) seredeniňden soňra aşakdaky umumy netijä gelmek mümkin:

Goý, x we y üýtgeýän ululyklar bolsun. Eger x-iň bahasy hirnäçe esse artanda y-iň degişli bahasy şonça esse kemelýän bolsa, onda üýtgeýän y ululyk üýtgeýän x ululyga ters proporsionaldyr.

Eger x we y üýtgeýän ululyklar ters proporsional bolsalar, onda x-iň we y-iň degişli bahalary üçin $y = \dfrac{k}{x}$ deňlik ýerine ýetmelidir. Şeýlelikde, k sana proporsionallyk koeffisiýenti diýilýär.

Göni we ters proporsionallyk düşünjelerini öwrenmek bilen, okuwçylar funksiýa düşünjesini öwrenmäge taýýarlyk döwrüni geçýärler.

Okuwçylara durmuşda we tebigatda öz aralarynda göni ýa-da ters proporsional bolmadyk biri-birine baglanyşykly bolýan ululyklaryň hem duş gelýändigini mysallar arkaly düşündirmek maksadalaýykdyr.

Mesele: Aşgabat bilen Tejeniň arasyndaky uzaklyk 210 kilometr. Awtomobil 70 *kilometr/sagat* tizlik bilen Aşgabatdan Tejene ugrapdyr. Ol t sagatdan soň Tejenden näçe uzaklykda bolar?

Atomobil t sagatda $70 \cdot t$ *kilometr* ýol geçer. Diýmek, ol t sagatdan soň Tejenden $210 - 70 \cdot t$ *kilometr* uzaklykda bolar. Şol aralygy (kilometr hasabynda) S harpy bilen belgiläliň. Onda $S = 210 - 70 \cdot t$ formulany alarys. Bu formula S uzaklygyň hereketiň t wagtyna baglylygyny görkezýär. Meseläniň manysy boýunça üýtgeýän t ululyk 3-den uly bolmadyk otrisatel däl bahalary alyp biler, özünem t-niň her bir bahasyna S-iň ýeke-täk bahasy degişlidir.

Şuňa meňzeş birnäçe mysallara seredilenden soňra funksiýa düşünjesine aşakdaky ýaly kesgitleme bermek bolar.

Eger erkin üýtgeýän x ululygyň her bir bahasyna oňa bagly üýtgeýän y ululygyň diňe bir bahasy degişli bolsa, onda şeýle baglylyga funksional baglylyk ýa-da funksiýa diýilýär.

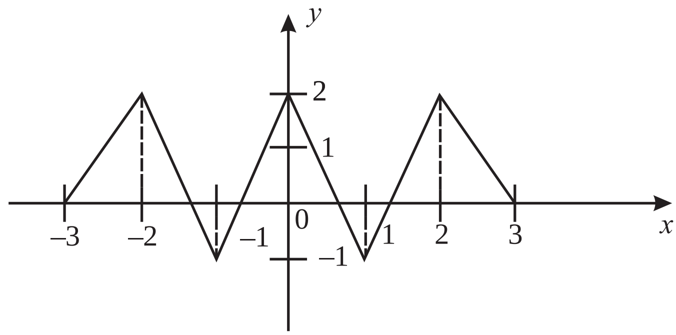
Funksiýanyň berliş usullaryny öwretmekde formulada bir ululygyň bahasy berlende beýleki ululygyň bahasyny tapmaga, funksiýanyň grafiginden üýtgeýän ululyklaryň bahalaryny tapmaga degişli gönükmeleriň ähmiýeti uludyr:

1. Funksiýa $y = \dfrac{2 + x}{x}$ formula bilen berlipdir.

Aşakdaky tablisany doldurmaly

x	–6		–3		6		5
y		–6		2		12	

2. Funksiýanyň grafiginden peýdalanyp tablisany dolduryň.



35-nji surat

x	–3	–2	0	1	2	3
y						

Çyzykly funksiýa düşünjesini meseläniň kömegi bilen girizmek maksadalaýyk bolar.

Mesele: syýahatçy A nokatdan çykyp, 10 *km* daşlykda ýerleşen B nokada bardy. Syýahatçy dynjyny alandan soň B nokatdan C nokada tarap 5 *km/sag* tizlik bilen ugrapdyr. Syýahatçy t sagatdan soň A nokatdan näçe uzaklykda bolar?

Çözülişi: syýahatçy t sagatda $5 \cdot t$ kilometr ýol geçer we A nokatdan $5 \cdot t+10$ kilometr uzaklykda bolar.

Eger syýahatçynyň A nokatdan uzaklygyny S harpy bilen belgilesek, onda şol uzaklygy $S=5 \cdot t+10$ (bu ýerde $t>0$) formula bilen aňlatmak bolar. Görnüşi ýaly, S-iň bahalary t-niň bahasyna baglydyr, özünem t-niň her bir bahasyna S-iň ýeke-täk bahasy degişlidir.

Eger A we B nokatlaryň arasyndaky uzaklygy we syýahatçynyň B nokatdan C nokada tarap ýörändäki tizligini degişlilikde b we k harplar bilen belgilesek, onda $y=kx+b$ (bu ýerde x bagly däl üýtgeýän ululyk, k we b käbir sanlar) görnüşindäki formula bilen berlen funksiýany alarys. $y=kx+b$ görnüşli formula bilen berlen funksiýa çyzykly funksiýa diýilýär.

Çyzykly funksiýalaryň grafikleriniň özara ýerleşişini tekizlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişiniň mümkin bolan ýagdaýlaryny seljermek arkaly düşündirmek bolar. Ýagny tekizlikde iki göni çyzyk ýa kesişýärler, ýa parallelдirler, ýa-da gabat gelýärler. Şuňa meňzeşlikde $y_1=k_1x+b_1$ we $y_2=k_2x+b_2$ formulalar bilen berlen çyzykly funksiýalaryň grafikleriniň özara ýerleşişiniň üç ýagdaýynyň bolmagy mümkin.

Iki çyzykly funksiýanyň ýokarda seredilen her bir ýagdaýa degişli grafikleriniň mysallaryna seretmek arkaly aşakdaky netijä gelmek bolar.

$y_1=k_1x+b_1$ we $y_2=k_2x+b_2$ formulalar bilen funksiýalaryň grafikleri

a) $k_1 \neq k_2$ bolanda kesişýärler;

b) $k_1=k_2$ we $b_1 \neq b_2$ bolanda paralleldirler;

ç) $k_1=k_2$ we $b_1=b_2$ bolanda gabat gelýärler.

Mekdep matematikasynda $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$, a,b,c käbir sanlar) kwadrat funksiýany öwretmäge dürli çemeleşmeler bardyr.

Ol çemeleşmeleriň biri grafikleriň ýönekeý özgertmelerine esaslanýar. Bu ýerde kwadrat funksiýany aşakdaky meýilnama esasynda öwretmek bolar:

1^0. $y=x^2$ funksiýa.

2^0. $y=a \cdot x^2$ ($a \neq 0$) funksiýa.

3^0. $y=a \cdot (x+m)^2$ ($a \neq 0$, m – käbir hakyky san) funksiýa.

4^0. $y=a \cdot (x+m)^2+n$ ($a \neq 0$, m we n käbir hakyky sanlar) funksiýa.

$y=x^2$ we $y=ax^2$ funksiýalaryň grafikleri argumentiň käbir bahalaryna degişli funksiýanyň alýan bahalaryny hasaplamak arkaly gurulýar we bu grafikden peýdalanmak arkaly funksiýanyň häsiýetleri ýüze çykarylýar.

$y=a(x+m)^2$ funksiýanyň grafigini gurmak üçin m-iň alamatyna baglylykda $y=ax^2$ funksiýanyň grafigi Ox oky boýunça parallel göçürilýär.

$y=a(x+m)^2+n$ funksiýanyň grafigini gurmak üçin $y=a(x+m)^2$ funksiýanyň grafigi $n>0$ bolanda Oy oky boýunça ýokary, $n<0$ bolanda aşak parallel göçürilýär.

Bu usulda kwadrat funksiýanyň grafiginiň gurluşy aýdyň beýan edilse-de, amaly nukdaýnazardan ol oňaýly däldir. Sebäbi her gezek parallel göçürmede degişli nokatlary täzeden gurmaly bolýar.

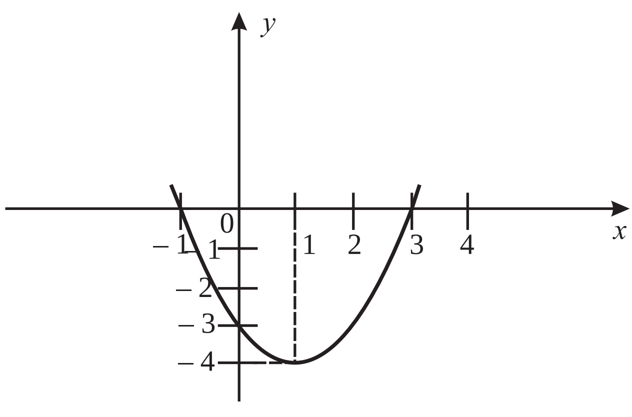
Kwadrat funksiýany öwretmäge ýene bir çemeleşme onuň grafigini gurmagyň aşakdaky meýilnamasyna esaslanýar:

1. a koeffisiýentiň alamatyny anyklamaly.

2. Parabolanyň depesiniň koordinatalaryny tapmaly.

Parabolanyň koordinata oklary bilen kesişme nokatlarynyň koordinatalaryny tapmaly.

Alnan netijeler boýunça funksiýanyň grafigini gurmaly.



36-njy surat

Mysal hökmünde $y=x^2–2x–3$ funksiýanyn grafiginiň ýokarda beýan edilen usuly boýunça gurluşyna seredeliň.

1. $a=1>0$. Diýmek, parabolanyň şahalary ýokary ugrukdyrylandyr.

2. $x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2\cdot 1}=1;\ y_0=-\frac{b^2-4a\cdot c}{4a}=\frac{4-4\cdot 1(-3)}{4\cdot 1}=-4.$

Parabolanyň depesi (1; –4) nokatda ýerleşýär.

3. a) $y=0$ bolanda $x^2–2x – 3 = 0$ deňlemäni çözüp $x_1 = –1$, $x_2=3$ alarys.

Funksiýanyň grafigi Ox oky bilen (–1;0) we (4;0) nokatlarda kesişýär.

b) $x = 0$ bolanda $y= –3$ alarys.

Diýmek, funksiýanyň grafigi Oy oky bilen (0; –3) nokatda kesişýär.

4. Alnan netijeler boýunça berlen funksiýanyň grafigini gurýarys:

Kwadrat funksiýanyň häsiýetleri öwredilende onuň iň uly we iň kiçi bahasyny tapmak meselesi ax^2+bx+c ($a\neq 0$) kwadrat üçagzadan doly kwadraty bölüp aýyrmak netijesinde alynýan

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4a\cdot c}{4a}$$

formula esasynda çözülýär.

1. $a>0$ bolanda kwadrat funksiýa özüniň iň kiçi bahasyny $x=-\frac{b}{2a}$ bolanda alýar we ol baha $y=-\frac{b^2-4a\cdot c}{4a}$ formula arkaly hasaplanylýar.

2. $a<0$ bolanda kwadrat funksiýa özüniň iň uly bahasyny $x=-\frac{b}{2a}$ bolanda alýar we bu baha $y=-\frac{b^2-4a\cdot c}{4a}$ formula arkaly hasaplanylýar.

Okuwçylara kwadrat funksiýanyň bu häsiýetiniň dürli meseleleri çözmekde ulanylyşyny mysallar arkaly düşündirmegiň ähmiýeti uludyr.

Kwadrat funksiýanyň ýokarda beýan edilen häsiýetiniň fiziki meseläni çözmekde ulanylyşyna seredeliň.

Mesele: ϑ_0 başlangyç tizlik bilen dik ýokarlygyna zyňylan jisim

$$h=\vartheta_0\cdot t-\frac{1}{2}\cdot gt^2$$

kanun boýunça hereket edýär (g=10 *m/sek*^{2}). Eger ϑ_0=6 *m/sek* bolsa, onda jisimiň ýetip biljek iň ýokary belentligini kesgitlemeli.

Çözülişi:

$$h=-\frac{1}{2}gt^2+\vartheta_0\cdot t=-\frac{g}{2}\left(t^2-2\cdot\frac{\vartheta}{g}\cdot t\right)=-\frac{g}{2}\left(t^2-2\cdot\frac{\vartheta_0}{g}\cdot t+\frac{\vartheta_0^2}{g^2}-\frac{\vartheta_0^2}{g^2}\right)=$$

$$=-\frac{g}{2}\left(\left(t-\frac{\vartheta_0}{g}\right)^2-\frac{\vartheta_0^2}{g^2}\right)=-\frac{g}{2}\left(t-\frac{\vartheta_0}{g}\right)^2+\frac{g}{2}\cdot\frac{\vartheta_0^2}{g^2}=-\frac{g}{2}\left(t-\frac{\vartheta_0}{g}\right)^2+\frac{\vartheta_0^2}{2g}.$$

$$h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2 \cdot g} = \frac{36}{2 \cdot 10} = 1{,}8 \ (m).$$

Jogaby: meseläniň şertinde berlen jisimiň ýetip biljek iň ýokary belentligi 1,8 *m* deňdir.

§ 5. Derejeli, görkezijili, logarifmik we trigonometrik funksiýalary öwretmegiň usullary

Belli bolşy ýaly, funksiýa düşünjesi biri beýlekisi bilen baglanyşykly bolan tebigat hadysalarynyň formula arkaly matematiki modelirlenmegidir. Orta mekdepde matematikany okatmagyň umumy maksatlarynyň biri hem okuwçylara dünýä akyl ýetirmegiň matematiki usullaryny öwretmekdir. Şu sebäpli hem okuwçylara dürli elementar funksiýalary öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Orta mekdepde matematikany okatmagyň maksatnamasy esasynda okuwçylar elementar funksiýalary öwrenmek netijesinde aşakdaky bilimlere, başarnyklara we endiklere eýe bolmalydyrlar:

Okuwçylar bu funksiýalaryň kesgitlemelerini, berliş usullaryny, esasy häsiýetlerini bilmelidirler.

Okuwçylar bu funksiýalaryň esasy häsiýetlerini subut etmegi (görkezijili funksiýanyň häsiýetleriniň subudy maksatnamada göz öňünde tutulmaýar), olaryň grafiklerini gurmagy, funksiýalaryň bahalaryny hasaplamagy başarmalydyrlar.

Derejeli funksiýalar $y=x^2$, $y=x^3$, $y=x^n$ (n=1, 2, 3,…) $y=x^\alpha$ ($\alpha \in R$) yzygiderlikde öwrenilýär. $y=x^2$ we $y=x^3$ funksiýalar VI synpda funksiýalaryň umumy häsiýetleri (monotonlygy, jübüt-täkligi, periodikligi) öwrenilmezden geçilýär. Şu sebäpli hem funksiýanyň grafigi onuň kesgitli aralykdaky tablisa bahalaryndan peýdalanylyp gurulýar we onuň ýönekeý häsiýetleri sanalyp geçilýär.

Ilki a=1 bolanda $y=x^2$, a=0,5 bolanda $y=0{,}5x^2$, a= –0,5 bolanda $y= -0{,}5x^2$ funksiýalaryň grafikleri onuň tablisa bahalaryndan peýdalanylyp gurulýar, soňra aşakdaky netijelere gelinýär.

$y=ax^2$ funksiýanyň grafigi koordinatalar başlangyjyndan geçýär.

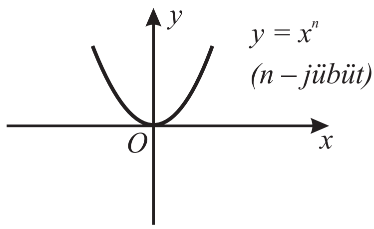
$y=ax^2$ formula bilen berlen funksiýanyň grafigine parabola diýilýär.

$a>0$ bolanda $y=ax^2$ funksiýanyň grafigi ýokarky ýarym tekizlikde, $a<0$ bolanda $y=ax^2$ funksiýanyň grafigi aşaky ýarym tekizlikde (Ox oka görä) ýerleşýär.

$y=ax^2$ funksiýanyň grafigi Oy oka görä simmetrikdir.

$y=x^n$ funksiýanyň häsiýetleri öwredilende $y=x^2$ we $y=x^3$ funksiýalaryň häsiýetlerine we grafigine esaslanylýar. Ýagny n – täk bolanda $y=x^n$ (n=1,2,3,…) funksiýanyň grafigi $y=x^3$, n – jübüt bolanda $y=x^n$ funksiýanyň grafiginiň $y=x^2$ funksiýanyň grafigine meňzeşdigi tassyklanylýar.

$y=x^n$ (n=1,2,3,4,…) funksiýanyň häsiýetleri:



37-nji surat

a) n – jübüt san bolanda $y=x^n$ funksiýanyň häsiýetleri:

1. Argumentiň islendik noldan tapawutly bahasynda $x^n>0$. Funksiýanyň grafigi I we II çärýeklerde ýerleşýär (*37-nji surat*).

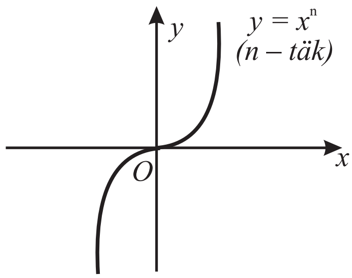
2. $(-x)^n=x^n$. Funksiýanyň grafigi ordinatalar okuna görä simmetrikdir.

3. $[0;+\infty)$ aralykda artýar, $(-\infty;0]$ aralykda kemelýär.

S u b u d y.

Goý, $x_2>x_1>0$ bolsun, onda $x_2^n>x_1^n$.

Goý, $x_1<x_2<0$ bolsun, onda $-x_1>-x_2$. Bu ýerden $(-x_1)^n>(-x_2)^n$, $x_1^n>x_2^n$.



38-nji surat

b) n – täk san bolanda $y = x^n$ funksiýanyň häsiýetleri:

1. $x>0$ bolanda $x^n>0$, $x<0$ bolanda $x^n<0$. Funksiýanyň grafigi I we III çärýeklerde ýerleşýär (*38-nji surat*).

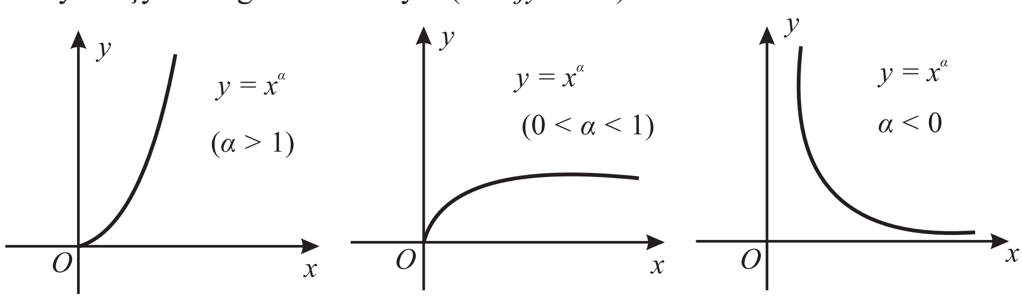
2. $(-x)^n = -x^n$. Funksiýanyň grafigi koordinatalar başlangyjyna görä simmetrikdir.

3. $(-\infty;+\infty]$ aralykda artýar.

S u b u d y.

Goý, $x_2>x_1>0$ bolsun, onda $x_2^n>x_1^n$. Funksiýanyň grafiginiň koordinatalar başlangyjyna görä simmetrikdigine görä bu funksiýa $(-\infty;0]$ aralykda hem artýar.

$y=x^\alpha$ $(\alpha\in R)$ funksiýanyň häsiýetleri 9-njy synpda öwrenilýär. α-nyň alýan bahalaryna laýyklykda bu funksiýanyň shematik grafigini görkezmek onuň häsiýetlerini ýüze çykarmaga kömek edýär (*39-njy surat*).



a) b) ç)

39-njy surat

Bu tema bilen derejeli funksiýanyň häsiýetleri umumylaşdyrylýar.

Eger $\alpha>0$ bolsa, onda $x=0$ bolanda hem derejeli funksiýa kesgitlenendir.

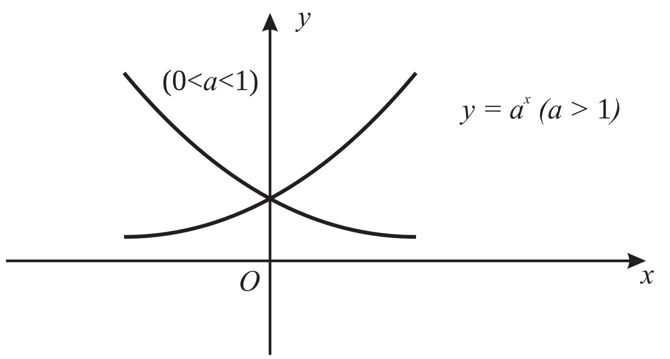
XVII asyryň başlaryna çenli matematikler drob we otrisatel görkezijili derejäni ulanmakdan gaça durupdyrlar. Diňe XVII asyryň ahyrynda matematiki meseleleriň çylşyrymlaşmagy bilen, derejäniň görkezijisini ähli hakyky sanlar üçin giňeltmek zerurlygy ýüze çykdy. a^p dereje (bu ýerde p – islendik hakyky san) düşünjesiniň umumylaşdyrylmagy hakyky sanlar köplüginde a^x funksiýanyň seredilmegine mümkinçilik berdi.

Görkezijili funksiýa bilen baglanyşykly maglumatlary ilkinji gezek Leonard Eýler öz işlerinde beýan edipdir. Işiniň ady "Analize giriş". Funksiýanyň adyny "Görkezijili mukdar" diýip atlandyrypdyr.

$y=e^x$ (e=2,718281…) görnüşli görkezijili funksiýany XVII asyryň 40-njy ýyllarynda öwrenip başladylar. Orta Aziýada ýaşan matematik Al-Karadži $a \cdot x^{2n}+bx^n=c$, $ax^{2n}+c=bc^n$ we ş.m. görnüşli deňlemeleriň çözülişini öwrenipdir.

Mekdep matematikasynda görkezijili funksiýa tanyşdyrmak maksady bilen öwredilýär. Ýagny görkezijili funksiýanyň häsiýetlerini subut etmek maksatnamada we okuw kitabynda göz öňünde tutulmandyr.

$y=a^x$ (bu ýerde $a>0$, $a\neq1$) formula arkaly berlen funksiýa görkezijili funksiýa diýilýär (*40-njy surat*).



40-njy surat

Görkezijili funksiýanyň aşakdaky ýaly häsiýetleri bardyr:

1^0. Bu funksiýanyň kesgitleniş ýaýlasy hakyky sanlaryň köplügi.

2^0. Onuň bahalar köplügi-R_+-ähli položitel hakyky sanlaryň köplügidir.

3^0. $a>1$ bolanda funksiýa san okunda artýar; $0<a<1$ bolanda bolsa kemelýär.

4^0. x-iň we y-iň islendik hakyky bahalarynda aşakdaky deňlikler ýerliklidir:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \ \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \ (a^x)^y = a^{xy};$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x; \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}.$$

Logarifmik funksiýa düşünjesi girizilmezden öňürti logarifm düşünjesi girizilýär.

$a^x=b$ ($a>0,\ a\neq 1$) deňlemäniň $b>0$ bolanda ýeke-täk köki bar. Şol köke a esasa görä b sanyň logarifmi diýilýär we $\log_a b$ ýaly bellenilýär. Bu ýerde $a^x=b$ we $x=\log_a b$ deňlikleriň şol bir baglanyşygy aňladýandygyny düşündirmegiň ähmiýeti uludyr. Bu baglanyşyklara degişli dürli gönükmeleriň berilmegi okuwçylaryň logarifm düşünjesiniň manysyna düşünmeklerine kömek berýär. Meselem, $\log_2 4 = 2$, sebäbi $2^2 = 4$; $\log_9 3 = \frac{1}{2}$, sebäbi $\sqrt{9} = 3$.

Şundan soňra logarifm düşünjesine aşakdaky ýaly kesgitleme bermek mümkin.

a esas boýunça b sanyň logarifmi diýip b sany almak üçin a esasyň göterilmeli derejesiniň görkezijisine aýdylýar.

$a^x = b$ we $x = \log_a b$ deňliklerden $a^{\log_a b} = b$ toždestwo gelip çykýar. Soňra logarifmleriň esasy häsiýetleri subut edilýär.

1^0. $\log_a 1 = 0$;

2^0. $\log_a a = 1$;

3^0. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$;

4^0. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$;

5^0. $\log_a x^p = p \log_a x$.

(bu ýerde $a>0,\ a\neq 1,\ x>0,\ y>0,\ p\in R$).

1-2-nji häsiýetler logarifmiň kesgitlemesi esasynda subut edilýär.

3-nji häsiýetiň subudyna seredeliň.

$$x = a^{\log_a x};\ y = a^{\log_a y};\ \text{onda}\ x\cdot y = a^{\log_a x}\cdot a^{\log_a y} = a^{\log_a x + \log_a y}.$$

Diýmek, $xy = a^{\log_a x + \log_a y}$; onda logarifmiň kesgitlemesine görä $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ deňlik ýerine ýetýär.

4-nji häsiýet 3-nji häsiýete meňzeşlikde subut edilýär.

5-nji häsiýetiň subudyna seredeliň

$x^p = (a^{\log_a x})^p = a^{p\cdot\log_a y}$. Logarifmiň kesgitlemesine görä $\log_a x^p = p\cdot\log_a x$ deňligi alarys. Soňra bir esasdan beýleki esasa geçmegiň formulasy getirilip çykarylýar.

$\log_b x = \log_b\left(a^{\log_a x}\right) = \log_a x\cdot\log_b a$, diýmek,

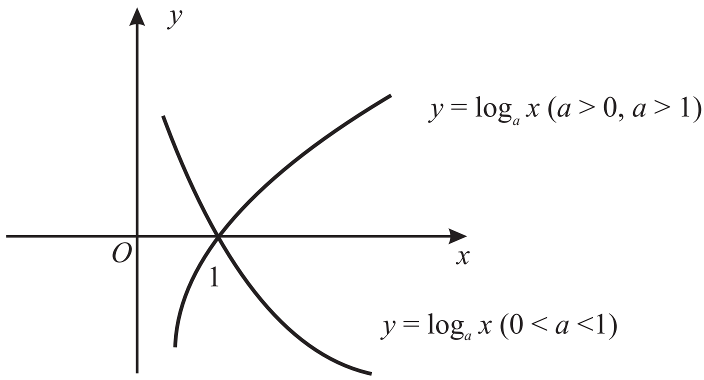
$\log_b x = \log_a x\cdot\log_b a$, bu ýerden

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$ deňligi alarys.

Şundan soňra onluk logarifm we natural logarifm düşünjeleri girizilýär.

Logarifmik funksiýa düşünjesi kesgitleme arkaly girizilýär.

$y=\log_a x$ formula ($a>0$, $a\neq 1$) bilen berlen funksiýa a esasly logarifmik funksiýa diýilýär (*41-nji surat*).



41-nji surat

Logarifmik funksiýanyň häsiýetleri sanalyp geçilýär we subut edilýär. $y=\log_a x$ ($a>0$, $a\neq 1$).

1^0. $D(y)=R_+$ (her bir položitel sanyň logarifmi bardyr).

2^0. $E(y)=R$ (sanyň logarifmi islendik san bolup biler).

3^0. Logarifmik funksiýa ähli kesgitleniş ýaýlasynda $a>1$ bolanda artýar, $0<a<1$ bolanda kemelýär.

Subudy.

Goý, $a>1$ bolsun. $x_2>x_1>0$ üçin $\log_a x_2 > \log_a x_1$ deňligi subut etmeli. Tersinden güman edeliň, ýagny $\log_a x_2 \leq \log_a x_1$ bolsun.

$a>1$ bolanda $y=a^x$ funksiýanyň artýandygy sebäpli soňky deňsizlikden aşakdaky şert gelip çykýar.

$a^{\log_a x_2} \leq a^{\log_a x_1}$, bu ýerden $x_2 \leq x_1$.

Bu bolsa $x_2>x_1$ şerte garşy gelýär. Diýmek, biziň güman etmämiz ýalňyş, ýagny $x_2>x_1>0$ bolanda $\log_a x_2 > \log_a x_1$, ($a>1$).

Şundan soňra birmeňzeş esaslary bolan görkezijili we logarifmik funksiýalaryň grafikleriniň $y=x$ göni çyzygyna görä simmetrikdigi subut edilýär.

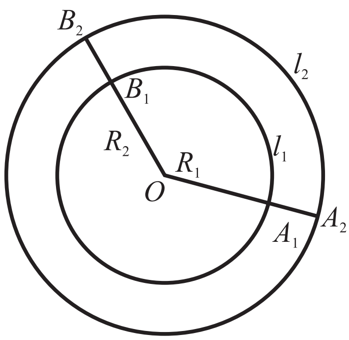
Logarifmik funksiýa düşünjesini berkitmekde onuň kesgitleniş ýaýlasyny tapmaga, sanlary deňeşdirmäge degişli gönükmeleriň orny uludyr.

Täze okuw maksatnamasy boýunça trigonometrik funksiýalary IX synpda öwretmek göz öňünde tutulýar.

Bu bölüm “Burçuň radian ölçegi” atly tema bilen başlanýar. Burçuň radian ölçegi geçilmezden öňürti onuň gradus, minut, sekunt atly ölçegleriniň bardygy aýdylýar. Bu bölümiň başynda taryhy maglumatlary bermegiň ähmiýeti uludyr.

Burçuň gradus ölçegi gadymy Wawilonda b.e.öň belli bolupdyr. Gün özüniň gündizki hereketinde 180 “ädim” ýol geçýär. Diýmek, “bir ädim” ýazgyn burçuň $\frac{1}{180}$ bölegine deň. Gradus sözi latynçadan (ädim, basgançak) gelip çykandyr. “Minut” latynçadan alnanda “kiçeldilen” diýmekdir. Ýagny bir “ädim” 60 bölege bölmekdir. “Sekunt” sözi latynçadan “ikinji” diýmekdir. Ýagny ikinji gezek 60 bölege bölmekdir.

“Radian” adalgasy 1873-nji ýylda Angliýada ýüze çykypdyr. Ol latynçadan terjime edilende radius, şöhle diýmekligi aňladýar.



42-nji surat

Burçuň radian ölçegi iki konsentrik töwerekde merkezi burçuň daýanýan dugalarynyň uzynlyklarynyň degişli radiuslara bolan gatnaşyklarynyň töweregiň radiusyna bagly däldigi esasynda girizilýär. Ol gatnaşyk (*42-nji surat*).

A_1OB_1 we A_2OB_2 figuralaryň meňzeşliginden gelip çykýar. Ýagny $\frac{l_1}{R_1} = \frac{l_2}{R_2}$.

Başgaça aýdylda, bu gatnaşyk diňe merkezi burçuň ululygyna baglydyr. Şol sebäpli hem ony şol burçuň ölçeg birligi hökmünde ulanmak bolar.

Merkezi burçuň daýanýan dugasynyň ululygynyň radiusyň ululygyna bolan gatnaşygyna ($l:R$) burçuň radian ölçegi diýilýär. $\varphi = \frac{l}{R}$ deňlikden $l=R$ bolanda $\varphi=1$ alynýar.

Daýanýan dugasynyň uzynlygy töweregiň radiusyna deň bolan merkezi burça 1 radianlyk burç diýilýär. Duganyň uzynlygy $l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot \alpha^0$ formula arkaly tapylýar.

Onda $\varphi = \frac{\frac{\pi R}{180^\circ} \cdot \alpha^0}{R} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^0$. Şeýlelik bilen, radian we gradusyň arasyndaky baglanyşygy alarys: $\varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^0$; $\alpha^0 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \varphi$.

7-nji synpyň geometriýasynda ilki ýiti burçuň sinusy, kosinusy, tangensi we kotangensi düşünjesine kesgitleme berilýär. Burçuň sinusy, kosinusy, tangensi we kotangensi diňe burçuň ululygyna baglydyr. Başgaça aýdylanda, olar burçuň funksiýalarydyr.

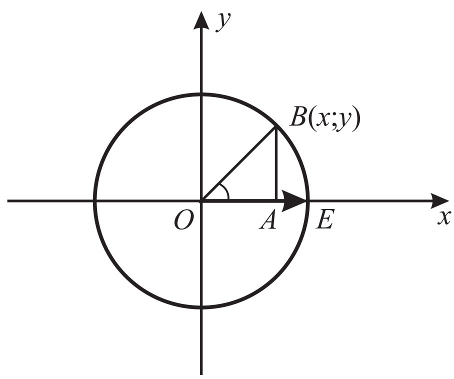
Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçunyň 90º-dan kiçi bolýandygy sebäpli ol kesgitlemeleri diňe 0º< α <90º deňsizlikleri kanagatlandyrýan burçlar üçin ulanyp bolar.

8-nji synpyň geometriýasynda 0º< α <180º birç üçin trigonometrik funksiýalaryň kesgitlemeleri berilýär.

Erkin burçuň trigonometrik funksiýalaryny aşakdaky ýaly girizmek maksadalaýykdyr.

R radiusly töweregiň merkezi bilen gönüburçly *Oxy* dekart koordinata sistemasynyň başlangyjyny gabat getireliň (*43-nji surat*).

Koordinatalar sistemasynyň *Ox* okyň položitel ugry bilen kesişme nokadyny *E* bilen belgiläliň. *OE* radiusy *O* nokadyň daşynda käbir α burça aýlalyň we alnan nokady *B* bilen belgiläliň.



43-nji surat

Goý, *B*(*x*,*y*) bolsun. *OE* radiusyň sagat diliniň (strelkasynyň) garşysyna aýlanmasy netijesinde alnan burça položitel burç diýmek kabul edilendir.

Şeýlelikde, α öwrüm burçy üçin –360º ≤ α ≤360º deňsizlikler ýerliklidir.

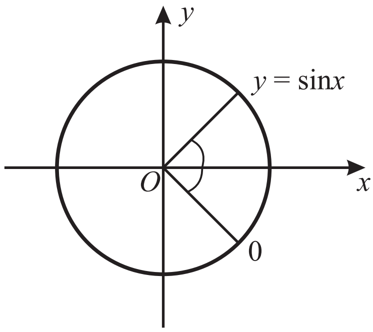
Onda trigonometrik funksiýalaryň kesgitlemelerini

$$\sin\alpha = \frac{y}{R}(1);\ \cos\alpha = \frac{x}{R}(2);\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x}(3);\ \mathrm{ctg}\alpha = \frac{x}{y}(4)$$

ýaly ýazyp bolar. Bu deňlikleriň sag bölegindäki aňlatmalar diňe α burça bagly bolup, *R* radiusa bagly däldir. Şol sebäpli hem sadalyk üçin *R*=1 diýip, birlik töwerege, ýagny radiusy 1-e deň bolan töwerege hem garamak bolar.

x=0 bolanda (3) formulanyň, *y*=0 bolanda bolsa (4) formulanyň sag bölegindäki aňlatmanyň manysy ýitýändigi sebäpli tgα funksiýany α burçuň –360º≤ α ≤360º, $\alpha \neq \pm 90º$ we $\alpha = \pm 270º$ deňsizlikleri kanagatlandyrýan bahalary üçin, ctgα funksiýany bolsa α burçuň –360º≤ α ≤360º, $\alpha \neq 0º$, $\alpha \neq \pm 180º$ we $\alpha \neq \pm 360º$ deňsizlikleri kanagatlandyrýan bahalary üçin ulanyp bolar.

Eger *OE* başlangyç radius *O* nokadyň daşynda bir ýa-da birnäçe gezek 360º bolan doly öwrüm geçenden soňra, säginmän, ýene-de β burça öwrülen halynda $n\cdot 360º+\beta$ burç alynýar diýip hasap etsek, onda trigonometrik funksiýalaryň



44-nji surat

kesgitleniş ýaýlasyndan $-360^o \le \alpha \le 360^o$ çäklendirmeleri aýyrmak hem bolar. Bu maglumaty mysallar arkaly berkitmek bolar.

1) $\sin 390^o = \sin(360^o+30^o) = \sin 30^o = \frac{1}{2}$;

2) $\cos 810^o = \cos(2 \cdot 360^o+90^o) = \cos 90^o = 0$;

3) $\mathrm{tg}\, 630^o = \mathrm{tg}\,(360^o+270^o) = \mathrm{tg} 270^o$ kesgitli bahasy ýok.

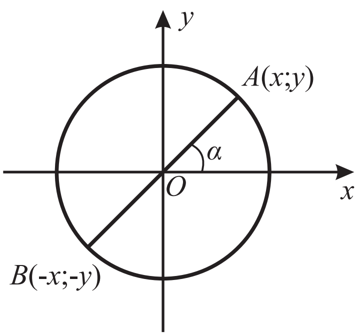
Soňra trigonometrik funksiýalaryň birnäçe häsiýetleri öwrenilýär. Olara trigonometrik funksiýalaryň jübüt-täkligi, periodikligi, getirme formulalar, käbir bahalary degişlidir.

Trigonometrik funksiýalaryň jübüt-täkligi aşakdaky ýaly subut edilýär (*44-nji surat*).

$$\sin\alpha = \frac{y}{R};\ \sin(-\alpha) = \frac{-y}{R} = -\frac{y}{R} = -\sin\alpha;$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{R};\ \cos(-\alpha) = \frac{x}{R} = \cos\alpha;$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x};\ \mathrm{tg}(-\alpha) = \frac{-y}{x} = -\frac{y}{x} = -\mathrm{tg}\alpha.$$



45-nji surat

Periodikligi aşakdaky ýaly subut edilýär (*45-nji surat*).

$\sin(\alpha+2\pi) = \sin(\alpha-2\pi) = \sin\alpha$

$\cos(\alpha+2\pi) = \cos(\alpha-2\pi) = \cos\alpha$

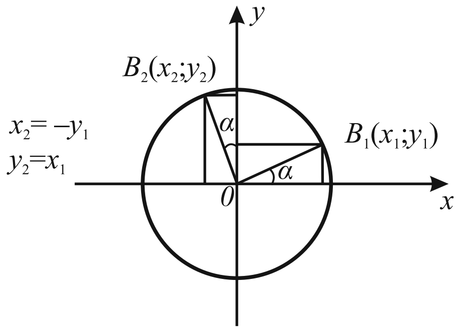
$$\mathrm{tg}(\alpha+\pi) = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = \mathrm{tg}\alpha;$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha+2\pi) = \frac{-x}{-y} = \frac{x}{y} = \mathrm{ctg}\alpha.$$

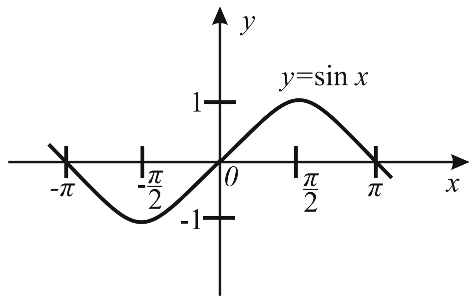
$\frac{\pi}{2} \pm \alpha;\ \pi \pm \alpha;\ 2\pi \pm \alpha$ burçuň trigonometrik funksiýalaryny α burçuň trigonometrik funksiýalary arkaly aňlatmaga mümkinçilik berýän formulalara getirme formulalar diýilýär. Olaryň käbirlerine seredip geçeliň (*46-njy surat*).

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{y_2}{R} = \frac{x_1}{R} = \cos\alpha;$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{x_2}{R} = \frac{-y_1}{R} = -\sin\alpha.$$



46-njy surat



47-nji surat

Bu teoremalar öwrenilenden soňra her bir trigonometrik funksiýanyň häsiýetleri sanalyp geçilýär we grafiginiň gurluşy düşündirilýär.

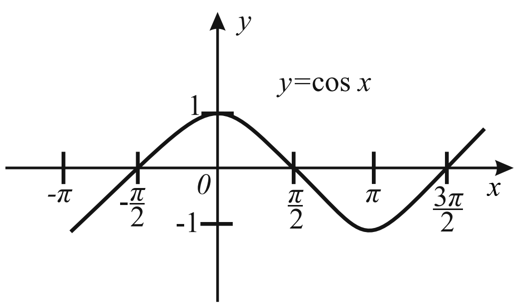
***y* = sin*x* funksiýa we onuň häsiýetleri** (*47-nji surat*):

1) $D(y)=R$;
2) $E(y)=[-1;1]$;
3) $\sin(-x)=-\sin x$;
4) $\sin(x+2n\pi)=\sin x,\ n\in Z$;
5) $\left[-\frac{\pi}{2}+2n\pi,\ \frac{\pi}{2}+2n\pi\right]$ aralykda artýar,
$\left[\frac{\pi}{2}+2n\pi,\ \frac{3\pi}{2}+2n\pi\right]$ aralykda kemelýär.

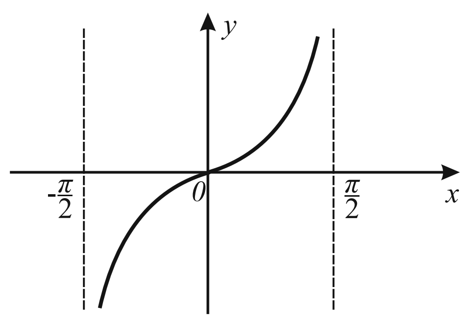
***y* = cos*x* funksiýa we onuň häsiýetleri** (*48-nji surat*):

1) $D(y)=R$;
2) $E(y)=[-1;\ 1]$;
3) $\cos(-x)=\cos x$;
4) $\cos\ (x+2n\pi)=\cos x,\ n\in Z$;
5) $[-\pi+2n\pi;2n\pi],\ n\in Z$ aralykda artýar,
$[2n\pi;\ \pi+2n\pi],\ n\in Z$ aralykda kemelýär.

***y* = tg*x* funksiýa we onuň häsiýetleri** (*49-njy surat*):



48-nji surat



49-njy surat

1) $D(x) = \left(-\frac{\pi}{2} + n\pi; \frac{\pi}{2} + n\pi\right), n \in Z;$

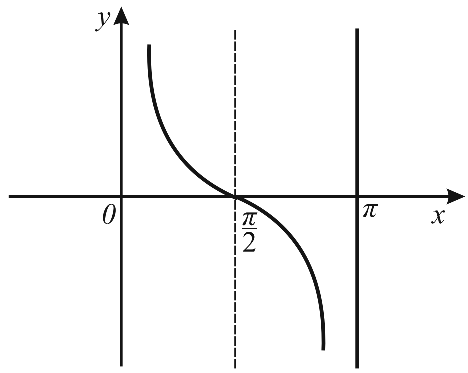
2) $E(y)=R$;

3) $\text{tg}(-x) = -\text{tg}\, x$;

4) $\text{tg}\,(x+n\pi) = \text{tg}\, x,\ n\in Z$;

5) $\left(-\frac{\pi}{2} + n\pi; \frac{\pi}{2} + n\pi\right)$ aralyklaryň her birinde artýar.

***y* = ctg *x* funksiýa we onuň häsiýetleri** (*50-nji surat*):



50-nji surat

1) $D(x)= (n\pi; \pi+n\pi)\ n\in Z$;

2) $E(y)=R$;

3) $\text{ctg}(-x)= -\text{ctg}x$;

4) $\text{ctg}(x+n\pi) = \text{ctg}x,\ n\in Z$;

5) $(n\pi; \pi+n\pi)$ aralyklaryň her birinde kemelýär.

§ 6. San yzygiderlikleri we progressiýalary öwretmegiň usullary

Yzygiderlik düşünjesi matematikanyň esasy düşünjeleriniň biridir. San yzygiderlikleriniň häsiýetlerinden peýdalanmak arkaly matematikanyň dürli ýaýlalaryna degişli meseleler oňaýly usul bilen çözülýär.

Mekdep matematikasynda san yzygiderliklerine degişli okuw maglumatlaryny aşakdaky ýaly toparlara bölmek mümkin:

1. Yzygiderlik düşünjesi we onuň berliş usullary.
2. Arifmetiki progressiýa.
3. Geometrik progressiýa.

Mekdep matematikasynda san yzygiderliklerini öwretmekde aşakdaky umumy ýörelgelere daýanmak mümkin.

Ylmylyk ýörelgesi. Arifmetiki we geometrik progressiýalara degişli formulalar ylmy taýdan subut edilýär.

Yzygiderlilik ýörelgesi. San yzygiderliklerine degişli okuw maglumatlary aňsatdan-kyna, ýönekeýden-çylşyrymla tarap ugur bilen öwredilýär.

San yzygiderliklerini öwretmekde okatmagyň aşakdaky usullaryndan peýdalanmak mümkin.

Deňeşdirme we meňzetme. Geometrik progressiýanyň häsiýetleri öwredilende arifmetiki progressiýanyň degişli häsiýetlerinden peýdalanmak mümkin.

Deduktiw usullar. San yzygiderliklerine degişli formulalar logiki esasda öňden belli bolan formulalardan getirilip çykarylýar.

Mysal hökmünde geometrik progressiýanyň n-nji agzasynyň formulasynyň getirilip çykarylyşyna seredeliň.

Goý, $\{b_n\}$ yzygiderlik geometrik progressiýa bolsun. Onda kesgitlemä görä

$$b_n = b_{n-1}\cdot q;\ b_{n-1} = b_{n-2}\cdot q;\ldots;\ b_3 = b_2\cdot q;\ b_2 = b_1\cdot q$$

ýa-da

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = q,\ \frac{b_{n-1}}{b_{n-2}} = q,\ \ldots,\ \frac{b_3}{b_2} = q,\ \frac{b_2}{b_1} = q$$

bolar (bu ýerde $b_1 \neq 0$ hem-de $q \neq 0$).

Soňky deňlikleri agzama-agza köpeldip (olaryň sany n–1) $\frac{b_n}{b_1} = q^{n-1}$ deňligi alarys. Bu ýerden

$$b_n = b_1\cdot q^{n-1}$$

bolar. Bu formula geometrik progressiýanyň n-nji agzasynyň formulasy diýilýär.

San yzygiderliklerini öwrenmek netijesinde okuwçylar aşakdaky bilimlere we başarnyklara eýe bolmalydyrlar:

1. Okuwçylar san yzygiderligi düşünjesiniň mazmunyny, arifmetiki we geometrik progressiýalaryň kesgitlemelerini, häsiýetlerini we degişli formulalaryny bilmelidirler.

2. Okuwçylar arifmetiki we geometrik progressiýalar bilen baglanyşykly meseleleri çözmegi başarmalydyrlar.

Mekdep matematikasynda san yzygiderliklerine degişli okuw maglumatlaryny aşakdaky dersler bilen baglanyşyklylykda öwretmek mümkin.

1. Fizika dersi bilen baglanyşygy. Oňa arifmetiki we geometrik progressiýalar bilen baglanyşykly fiziki mazmunly meseleleri mysal getirmek bolar.

Mesele. Erkin aşak gaçýan jisim birinji sekundyň dowamynda 4,9 m, her indiki sekundyň dowamynda bolsa öňküden 9,8 m artyk uzaklygy geçýär. Onda jisimiň 12 sekuntda näçe uzaklygy geçjekdigini kesgitlemeli.

Çözülişi: meseläniň şertinde berlen jisimiň birinji sekundyň dowamynda geçen ýoluny a_1 ikinji sekundyň dowamynda geçen ýoluny a_2 we ş.m. 12-nji sekundyň dowamynda geçen ýoluny a_{12} bilen belgiläliň.

Diýmek, $a_1, a_2, ..., a_{12}$ sanlar birinji agzasy b_1=4,9 we tapawudy a=9,8 bolan arifmetiki progressiýany düzýärler. Onda

$a_{12} = a_1 + (12–1) \cdot d$ = 4,9+19,8 = 112,7 alarys.

Diýmek,

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{(4,9 + 112,7)}{2} \cdot 12 = 705,6 \text{ bolar.}$$

Meseläniň şertinde berlen jisim 12 sekundyň dowamynda 705,6 *m* ýoly geçer.

Meseläniň bu çözülişini onuň fiziki formulasyny ulanmak arkaly alnan çözülişi bilen deňeşdirmegiň hem ähmiýeti uludyr.

$$S = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{9,8 \cdot 12^2}{2} = 72 \cdot 9,8 = 705,6(m).$$

Mesele: aralaryndaky uzaklyk 153 *m* bolan iki sany jisim biri-birine tarap hereket edýär. Birinji jisim her sekundyň dowamynda 10 *m* ýol geçýär. Ikinji jisim bolsa birinji sekundyň dowamynda 3 *m*, her indiki sekuntda bolsa öňküden 5 *m* artyk ýol geçýär. Jisimler näçe sekuntdan soň duşuşarlar?

Çözülişi: Goý, jisimler x sekuntda duşuşýarlar diýeliň. Onda birinji jisim duşuşýança $10 \cdot x(m)$ ýoly, ikinji jisim bolsa $\frac{3 + 3 + (x - 1) \cdot 5}{2} \cdot x$ (m) ýoly geçer.

Soňky aňlatma arifmetikii progressiýanyň ilkinji n agzalarynyň jemini tapmagyň formulasy esasynda alynýar.

Meseläniň şertine görä $10 \cdot x + \frac{3 + 3 + (x - 1) \cdot 5}{2} \cdot x = 153$ deňlik ýerine ýetmeli.

Bu kwadrat deňlemäni çözüp, meseläniň şertini kanagatlandyrýan x=6 bahany alarys.

Jogaby: jisimler 6 sekuntdan soň duşuşarlar.

2. Biologiýa dersi bilen baglanyşygy aşakdaky mazmunly meseleleriň üsti bilen amala aşyrmak bolar.

Mesele: bedene düşen mörjew 20 minudyň dowamynda ikä bölünýär, öz gezeginde olar hem indiki 20 minudyň dowamynda ikä bölünýärler. Mörjew düşeninden 10 sagat geçenden soň olaryň sany näçä ýeter?

Çözülişi: Bölünme işi başlanyndan 20 minut geçenden soň mörjewleriň sany b_1, ýene-de 20 minut geçenden soň olaryň sany b_2 we ş.m. bolýar diýeliň. Onda köpelip başlanyndan 10 sagat geçensoň, mörjewleriň sany b_{30} bolar, sebäbi 10 sagadyň 600 minuda, ýagny 30 sany 20 minutlyk aralyga barabardygy äşgärdir. Diýmek,

$b_1, b_2, b_3, \ldots$ sanlar birinji agzasy $b_1=2$ we maýdalawjysy $q=2$ bolan geometrik progressiýany düzýärler. Onda

$$b_{30}=b_1 \cdot q^{29}=2 \cdot 2^{29}=2^{30}=(2^{10})^3=1024^3 \text{ bolar.}$$

Diýmek, 10 sagatdan soň bedene düşen mörjewleriň sany 1 milliarddan hem köp bolar.

3. Içki dersara baglanyşygy amala aşyrmaga degişli aşakdaky meseläni hödürlemek bolar.

Mesele. 0,(23) periodik onluk droby ady droba öwürmeli

Çözülişi: berlen droby

$$0,(23)=0,23+0,0023+0,000023+\ldots$$

görnüşde ýazmak bolar. Deňligiň sag tarapyndaky jem birinji agzasy $b_1=0,23$ we maýdalawjysy $q=0,01<1$ bolan tükeniksiz geometrik progressiýanyň jemidir. Belli bolşy ýaly, bu jem

$$S=\frac{b_1}{1-q}$$

formula arkaly hasaplanylýar. Onda

$$S=\frac{0,23}{1-0,01}=\frac{0,23}{0,99}=\frac{23}{99} \text{ bolar.}$$

Diýmek, $\frac{0,23}{0,99}=\frac{23}{99}$.

Mekdep matematikasynda yzygiderlik düşünjesine berk matematiki kesgitleme berilmeýär. Yzygiderlik düşünjesi mysallaryň üsti bilen düşündirilýär.

Položitel jübüt sanlary artýan tertipde ýazalyň. Şonuň ýaly sanlaryň birinjisi 2-ä, ikinjisi 4-e, üçünjisi 6-a we ş.m. Netijede 2;4;6;8;...; *yzygiderlik* alarys.

Şu yzygiderlikde 5-nji ýerde 10 sanyň, onunjy ýerde 20 sanyň durjakdygy äşgärdir. Umuman, islendik natural n san üçin oňa degişli bolan položitel jübüt sany görkezmek bolar: ol $2n$-e deňdir.

Yzygiderligi emele getirýän sanlara degişlilikde 1,2,..., n-nji agzalary diýilýär. Yzygiderligiň özüni bolsa (a_n) görnüşde belgileýärler. Yzygiderligiň berliş usullary mysallaryň kömegi bilen girizilýär.

1-nji usul. Yzygiderligi köplenç, onuň n-nji agzasyny aňladýan formulanyň kömegi bilen berýärler. Meselem, položitel jübüt sanlaryň yzygiderligi $a_n=2n$ $(n \in N)$ formula bilen berilýär.

2-nji usul. Yzygiderligiň käbir agzasyndan başlap, öň ýanyndaky agzasy arkaly (bir ýa-da birnäçe) islendik agzasyny aňladýan formula (latynça rekurrent-yza dolanmak) rekurrent formula diýilýär.

Meselem, $a_1=3$, $a_{n+1}=a_n^2$.

Arifmetiki progressiýa yzygiderligiň bir görnüşi hökmünde kesgitlemäniň kömegi bilen girizilýär.

Eger san yzygiderliginiň islendik iki goňşy agzalarynyň tapawudy hemişelik d sana deň bolsa, onda bu yzygiderlige arifmetiki progressiýa diýilýär. d – sana arifmetiki progressiýanyň tapawudy diýilýär.

Bu kesgitlemä görä, eger islendik natural n san üçin $a_{n+1}-a_n=d$ ýa-da $a_{n+1}=a_n+d$ deňlik ýerine ýetýän bolsa, onda $\{a_n\}$ yzygiderlik arifmetiki progressiýadyr.

Birinji agzasy hem-de d tapawut berlen halda $\{a_n\}$ arifmetiki progressiýanyň doly kesgitlenilýändigi äşgärdir.

Mysal üçin, $a_1=1$ we $d=1$ bolanda

1,2,3,4,..., n,...

arifmetiki progressiýany, $a_1=44$ we $d=-13$ bolanda 44, 31, 18,5, –8, –21,..., arifmetiki progressiýany alarys.

Arifmetiki progressiýanyň n-nji agzasyny tapmagyň formulasy aşakdaky ýaly subut edilýär.

Goý, $\{a_n\}$ yzygiderlik arifmetiki progressiýa bolsun. Onda kesgitlemä görä

$$\left.\begin{array}{l} a_n - a_{n-1} = d \\ a_{n-1} - a_{n-2} = d \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_3 - a_2 = d \\ a_2 - a_1 = d \end{array}\right\} n-1 \text{ sany deňlik alarys.}$$

Bu deňlikleri goşup alarys.

$a_n-a_1=(n-1)\cdot d$ ýa-da $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$.

Arifmetiki progressiýanyň ilkinji n agzalarynyň jeminiň formulasy aşakdaky ýaly getirilip çykarylýar.

$$+\begin{cases} S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \\ S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_3 + a_2 + a_1 \end{cases}$$

$$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+(a_3+a_{n-2})+\ldots+(a_{n-1}+a_3)+(a_{n-1}+a_2)+(a_n+a_1)$$

Ýaýyň içindäki her bir jemiň (a_1+a_n)-e deňdigi subut edilýär. Diýmek, $2S_n=(a_1+a_n)\cdot n$, bu ýerden $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ deňligi alarys.

Arifmetiki progressiýanyň n-nji agzasyny tapmaga degişli gönükmeleri aşakdaky toparlara bölmek mümkin.

1. Arifmetiki progressiýa berlende onuň tapawudyny tapmaga degişli gönükmeler.

2. Berlen yzygiderligiň arifmetiki progressiýa bolmak şertini barlamaga degişli gönükmeler.

3. Arifmetiki progressiýanyň n-nji agzasyny tapmaga degişli gönükmeleri aşakdaky toparlara bölmek mümkin.

Arifmetiki progressiýanyň ilkinji n – agzalarynyň jemini tapmaga degişli gönükmeleri aşakdaky toparlara bölmek mümkin.

a_1, a_n, n berlende S_n-i tapmaga degişli gönükmeler.

a_1, d, n, a_n, S_n – ululyklaryň islendik üçüsi berlende beýleki ikisini tapmaga degişli gönükmeler.

Geometrik meseleler: köpburçlugyň içki burçlary a_1=120º, d=5º bolan arifmetiki progressiýany emele getirýär. Köpburçlugyň taraplarynyň sanyny anyklaň.

Geometrik progressiýa hem edil arifmetiki progressiýa ýaly mysallar getirmek arkaly kesgitlemäniň kömegi bilen girizilýär.

Goý, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6,... san yzygiderligi berlen bolsun. Bu yzygiderligiň birinjiden beýleki islendik agzasyny özünden öňdäki agzany hemişelik sana (2-ä) köpeltmek arkaly alyp bolýar. Bu häsiýet geometrik progressiýa diýip at berilýän yzygiderlige mahsusdyr.

Eger san yzygiderliginiň birinjiden beýleki her bir agzasy özünden öňdäki agzanyň hemişelik q sana köpeldilmegi arkaly alynýan bolsa, onda bu yzygiderlige geometrik progressiýa diýilýär. q-sana geometrik progressiýanyň maýdalawjysy diýilýär.

Islendik n natural san üçin $b_{n+1}=q\cdot b_n$ deňlik ýerine ýetýän bolsa, onda $\{b_n\}$ yzygiderlik geometrik progressiýadyr.

Birinji agza hem-de q maýdalawjy berlen bolsa geometrik progressiýanyň doly kesgitlenilýändigi äşgärdir.

Geometrik progressiýanyň n-nji agzasyny tapmagyň formulasyny öň subut edip görkezipdik.

Geometrik progressiýanyň ilkinji n agzalarynyň jemini tapmagyň formulasy aşakdaky ýaly subut edilýär.

Goý, $\{b_n\}$ yzygiderlik maýdalawjysy q sana deň bolan geometrik progressiýa bolsun. Onuň ilkinji n agzalarynyň jemini S_n ýaly belgiläliň. Onda

$S_n=b_1+b_2+b_3+...+b_{n-1}+b_n$ (1) $q\neq 0$. Onda

$q\cdot S_n=qb_1+qb_2+...+qb_{n-1}+qb_n$ ýa-da

$q\cdot S_n=b_2+b_3+...+b_n+qb_n$ (2) deňligi alarys.

(2) deňlikden (1) deňligi aýryp alarys:

$$(q-1)\cdot S_n=b_nq-b_1.$$

Bu deňlikde $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$ deňligi göz öňünde tutup $(q-1)\cdot S_n=b_1\cdot(q^n-1)$ deňligi alarys. Netijede $S_n=\dfrac{b_1\cdot(q^n-1)}{q-1}$ formulany alarys.

$|q|<1$ bolanda tükeniksiz kemelýän geometrik progressiýanyň jemi öwredilende mysallaryň üsti bilen düşündirmegiň ähmiýeti uludyr. Ýagny $|q|<1$ bolanda alynýan geometrik progressiýanyň kemelýän yzygiderlikdigini we $n \to \infty$ bolanda $q^n \to 0$ bolýandygy mysallaryň üsti bilen düşündirilmelidir. Şundan soňra $|q|<1$ bolanda tükeniksiz geometrik progressiýanyň jemini tapmagyň formulasynyň gelip çykyşyny öwretmek mümkin.

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{b_1}{1-q} - \frac{b_1}{1-q} \cdot q^n$$

$|q|<1$ bolup $n \to \infty$ bolanda $q^n \to 0$ bolar. Onda $S = \dfrac{b_1}{1-q}$ formulany alarys.

Geometrik progressiýa degişli gönükmeleriň toparlara bölünişi hem mazmun taýdan arifmetiki progressiýanyň gönükmeleriniň bölünişi ýalydyr.

§ 7. Funksiýanyň üznüksizligini we predelini öwretmegiň usullary

Funksiýanyň üznüksizligi we predeli mekdep matematikasynda okuwçylar tarapyndan kyn özleşdirilýän düşünjelerdir. Şu sebäpli hem bu düşünjeleri öwretmekde dürli usuly çemeleşmeler ulanylýar.

Käbir usuly edebiýatlarda ilki üznüksizligiň kesgitlemesi funksiyanyň ýakynlaşan bahalaryny hasaplamak usullaryndan peýdalanyp girizilýär. Predel düşünjesini kesgitlemekde bolsa üznüksizlik düşünjesine daýanylýar.

Ýöne köplenç, ilki predel düşünjesine kesgitleme berilýär, üznüksizlik bolsa predel düşünjesiniň esasynda girizilýär.

Orta mekdepler üçin matematikadan täze okuw maksatnamasy boýunça funksiýanyň predeli düşünjesinden öňürti san yzygiderliginiň predeli düşünjesini öwretmek göz öňünde tutulýar.

San yzygiderliginiň predeli düşünjesini mysallar arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Umumy agzasy $a_n = \dfrac{n}{n+1}$ (1) formula arkaly berlen yzygiderlige seredeliň.

Islendik natural n san üçin deňligiň sag bölegindäki drobuň maýdalawjysynyň sanawjysyndan uludygy sebäpli, seredilýän yzygiderligiň çäkli yzygiderlikdigi äşgärdir. (Eger-de yzygiderligiň islendik agzasynyň moduly natural n sandan uly bolup bilmeýän bolsa, onda oňa çäkli yzygiderlik diýilýär).

Bu yzygiderligiň artýan yzygiderlik bolýandygyna hem göz ýetirmek kyn däldir.

Hakykatdan-da, (1) formulany

$$a_n = \frac{n}{n+1} = \frac{(n+1)-1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

ýaly ýazmak bolar. n-iň artmagy bilen $\frac{1}{n+1}$ aňlatmanyň bahasynyň gitdigiçe kemelýändigi we şol sebäpli $a_n = 1 - \frac{1}{n+1}$ aňlatmanyň bahasynyň barha artýandygy äşgärdir.

Eger tükeniksiz yzygiderlik hem-ä artýan (kemelýän) hem-de çäkli yzygiderlik bolýan bolsa, onda n-iň artmagy bilen onuň agzalarynyň bahalarynyň haýsy-da bolsa bir sana ýakynlaşjakdygy düşnüklidir. Mysal üçin, seredilýän $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ yzygiderligiň agzalary n-iň artmagy bilen gitdigiçe 1-e ýakynlaşýar. Şol sebäpli hem birlik sana bu yzygiderligiň predeli diýilýär we

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1} = 1. \text{ ýaly ýazylýar.}$$

Bu ýerde *lim-limes* predel diýen latyn sözüniň gysgaldylan görnüşidir.

Yzygiderligiň predelini hasaplamagyň ýokarda beýan edilen usulyna degişli birnäçe berkidiji görnükmelere seretmek maksadalaýykdyr.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1-2n^3}{n^3+4} = \lim_{n\to\infty}\left(-2+\frac{9}{n^3+4}\right) = -2.$$

Okuwçylara san yzygiderliginiň çäkli bolup, artýan ýa-da kemelýän yzygiderlik bolmadyk ýagdaýlarynda onuň predeliniň bolýan we bolmaýan ýagdaýlaryny mysallaryň üsti bilen görkezmek maksadalaýykdyr.

$\{(-1)^n\}$ yzygiderlik çäklidir. Onuň islendik agzasynyň moduly 1-den uly däldir. Emma n-iň artmagy bilen onuň agzalarynyň ýakynlaşýan sany ýokdur. Ýagny bu san yzygiderliginiň predeli ýokdur.

$a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ formula arkaly berlen yzygiderlik hem çäklidir. Bu yzygiderlik hem artýan ýa-da kemelýän yzygiderlik däldir. Emma n-iň artmagy bilen onuň agzalarynyň alýan bahalary barha nola ýakynlaşýar. Diýmek, $\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$.

Funksiýanyň predeli düşünjesini x argumentini käbir a sana gaty golaý ýerleşen bahalary alanda $y=f(x)$ funksiýanyň alýan bahalarynyň üýtgeýşini öwretmek arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Goý, $f(x)=2\cdot x+1$ funksiýa berlen bolsun. Bu funksiýanyň $x=3$ nokada golaý ýerleşen nokatlardaky bahalaryny tapalyň.

$f(2)=5$; $f(2{,}5)=6$; $f(2{,}8)=6{,}6$; $f(2{,}9)=6{,}8$; $f(2{,}95)=6{,}9$; $f(2{,}99)=6{,}98$; $f(3)=7$; $f(3{,}01)=7{,}02$; $f(3{,}05)=7{,}1$.

Görnüşi ýaly, x-argumentiň bahalary 3-e golaýlaşanda funksiýanyň bahalary 7-ä golaýlaşýar. Şunlukda, $|f(x)–7|$ tapawut $x=3$ nokada ýeterlik golaý nokatlarda islendik kiçi ε poloitel sandan kiçi bolar. Meselem, $\varepsilon =0,01$ bolanda

$|2x+1–7|<0,01$; $|2x–6|<0,01$; $|x–3|<0,005$;

$–0,005<x–3<0,005$; $2,995<x<3,005$

Diýmek, x argument $2,995<x<3,005$ aralykda bolanda $|f(x)–7|$ tapawut 0,01-den kiçi bolar. Umuman, her näçe kiçi položitel ε sany alsak hem $\left|x-3\right| < \frac{\varepsilon}{2}$ bolanda $|f(x)–7|< \varepsilon$ bolar.

Şunuň ýaly bolanda x ululyk 3-e ymtylanda $2x+1$ funksiýanyň predeli 7-ä deň diýilýär we ol

$\lim\limits_{n\to\infty}(2x+1)=7$ görnüşde ýazylýar.

Şundan soňra funksiýanyň nokatdaky predeliniň kesgitlemesini beýan etmek bolar.

Eger islendik položtel ε san üçin şeýle bir položitel δ san tapylyp, $|x–a|<\delta$ deňsizligi kanagatlandyrýan a-dan tapawutly ähli x-ler üçin $|f(x)–A|< \varepsilon$ deňsizlik ýerine ýetse, onda A sana $f(x)$ funksiýanyň a nokatdaky predeli diýilýär.

Ol $\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$ ýaly belgilenýär.

Okuwçylara berlen $f(x)$ funksiýanyň a nokatda predeliniň bolmagy üçin onuň a nokadyň käbir etrabynda kesgitlenen (a nokadyň özünde kesgitsiz hem bolup biler) bolmagynyň zerurdygyny mysallar arkaly düşündirmek maksadalaýykdyr.

$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ funksiýanyň $x=2$ nokatdaky predelini hasaplamagy mysal hökmünde almak bolar. Bu funksiýa seredilýän $x=2$ nokatda kesgitlenmedik, emma nokadyň etrabynda kesgitlenen.

x-argumente $x=2$ nokadyň etrabyndan dürli bahalar bermek bilen, oňa degişli funksiýanyn degişli bahalarynyň 4-e örän ýakyn bolýandygyny görmek bolar.

$|f(x)-4|$ tapawudyň $x=2$ nokada ýeterlik golaý nokatlarda islendik kiçi ε položitel sandan kiçi boljakdygyny subut edeliň.

$x\neq2$ bolanda $\left|\dfrac{x^2-4}{x-2}-4\right|<\varepsilon, |x+2-4|<\varepsilon, |x-2|<\varepsilon$ bolar.

δ sanyň deregine ε alyp, biz $|f(x)–4|$ tapawudyň islendik kiçi položtel sandan kiçi bolmagyny gazanyp bileris. Ýagny x-iň 2-ä ýeterlik ýakyn bahalarynda $f(x)$ funksiýanyň bahalary 4-den örän az tapawutlanýar.

Görnüşi ýaly, berlen funksiýa $x=2$ bolanda kesgitsiz hem bolsa, $x\to2$ bolanda onuň 4-e deň predeli bardyr.

Okuwçylara funksiýanyň nokatdaky predeliniň kesgitlemesinden peýdalanyp onuň berlen nokatdaky predelini hasaplamaga degişli berkidiji gönükmeleri ýerine ýetirmegi öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Şeýlelikde, bu kesgitlemeden peýdalanyp funksiýanyň nokatdaky predelini tapmagyň çylşyrymlydygyna okuwçylar göz ýetirmelidirler.

Okuw maksatnamasyna görä funksiyalaryň predelleri baradaky teoremalary okuwçylara subutsyz, olaryň mazmunyny düşündirmek arkaly öwretmek göz öňünde tutulýar.

Bu teoremalara hemişelik sanyň predeli, funksiýalaryň jeminiň predeli, funksiýalaryň köpeltmek hasylynyň predeli, hemişelik köpeldijini predel belgisiniň öňüne çykarmak baradaky teorema, bölüjiniň predeli nola deň bolmadyk ýagdaýynda funksiýalaryň gatnaşygynyň predeli baradaky teoremalar degişlidir.

Bu teoremalardan peýdalanyp predelleri hasaplamaga degişli gönükmeleri iki topara bölmek mümkin.

1. $\lim\limits_{x\to 6}(5x-3)$ predeli hasaplamaly.

Çözülişi:

$$\lim_{x\to 6}(5x-3)=\lim_{x\to 6}5x-\lim_{x\to 6}3=5\lim_{x\to 6}x-3=5\cdot 6-3=27.$$

Bu predeli hasaplamak üçin, x=6 bolanda berlen köpagzanyň bahasyny tapmak ýeterlik boldy. Şuňa meňzeş gönükmeleri ýerine ýetirmek netijesinde okuwçylar funksiýanyň üznüksizligi düşünjesini öwrenmäge taýýarlanýarlar.

Bu görnüşli gönükmeleri ýerine ýetirmek netijesinde aşakdaky ýaly netijä gelinýär:

Netije. Argument funksiýanyň kesgitleniş ýaýlasyna degişli a sana ymtylanda funksiýanyň predeli funksiýanyň a nokatdaky bahasyna deňdir. Ýagny

$$\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$$

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ predeli hasaplamaly.

Çözülişi:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-1}{x+2}=\frac{2-1}{2+2}=\frac{1}{4}.$$

x=2 nokat berlen funksiýanyň kesgitleniş ýaýlasyna degişli däldir. Şu sebäpli hem x=2 bolanda sanawjy we maýdalawjy nola öwrülýär. Şoňa görä-de, x-iň ýerine gös-göni 2-ni goýmak mümkin däl. $x\neq 2$ bolanda bu droby x–2 gysgaltmak bolar.

Täze okuw maksatnamasy esasynda funksiýanyň üznüksizligi düşünjesi funksiýanyň artdyrmasy düşünjesi öwrenilenden soň girizilýär.

$f(x)-f(x_0)$ tapawuda funksiýanyň x_0 nokatdaky Δx artdyrma degişli bolan artdyrmasy diýilýär we ol Δf bilen belgilenýär.

$\Delta f=f(x)-f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$, bu ýerden

$f(x)=f(x_0+\Delta x)=f(x_0)+\Delta f$.

Ilkibaşda funksiýanyň üznüksizligi düşünjesi amaly işiň kömegi bilen girizilýär.

Eger funksiýanyň grafigi käbir aralykda üznüksiz çyzyk, ýagny galamy kagyzdan aýyrman çyzyp bolýan çyzyk bolsa, onda bu funksiýa berlen aralykda üznüksiz funksiýadyr.

Bu ýerde dürli üznüksiz we üznük funksiýalaryň grafiklerini (funksiýanyň analitiki berlişi hökman däl) okuwçylara görkezmegiň ähmiýeti uludyr.

Şundan soňra funksiýanyň üznüksizliginiň "predel dildäki" kesgitlemesini girizmek bolar.

Eger $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ bolsa, onda $f(x)$ funksiýa x_0 nokatda üznüksiz diýilýär. Bu deňlikde $x \to x_0$ ýazgyny $\Delta x \to 0$ bilen, $f(x) \to f(x_0)$ ýazgyny $\Delta f \to 0$ ýazgy bilen çalyşmak bolar. Onda $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta f = 0$ deňligi alarys.

Şu deňlik esasynda okuwçylara üznüksizligiň manysyny düşündirmek bolar: Ýagny x_0 nokatda argument ujypsyzja üýtgände funksiýanyň bahasy hem ujypsyzja üýtgeýän bolsa, onda funksiýa bu nokatda üznüksizdir.

Şundan soňra berlen aralykda funksiýanyň üznüksizligi düşünjesini girizmek maksadalaýykdyr.

Eger $y=f(x)$ funksiýa $(a;b)$ aralygyň her bir nokadynda üznüksiz bolsa, onda bu funksiýa şol aralykda üznüksiz funksiýa diýilýär.

Okuwçylara berlen nokatda we berlen aralykda funksiýanyň üznüksizligini subut etmäge degişli berkidiji gönükmeleri öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

1. $f(x)=x^2$ funksiýanyň $x_0=3$ nokatda üznüksizdigini subut etmeli.

Çözülişi:

$$\lim_{x \to 3} x^2 = 3^2 = 9$$

diýmek, $f(x)=x^2$ funksiýa $x_0=3$ nokatda $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ deňligiň ýerine ýetýänligine görä üznüksizdir.

2. $x_0>0$ bolanda, $y = \dfrac{1}{x}$ funksiýanyň islendik x_0 nokatda üznüksizdigini subut etmeli.

Çözülişi:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{1}{x_0 + \Delta x} - \frac{1}{x_0}\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x_0 - (x_0 + \Delta x)}{x_0 \cdot (x_0 + 9x)} =$$

$$= -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{x_0 (x_0 + \Delta x)} = -\frac{0}{x_0 (x_0 + 0)} = 0.$$

Diýmek, $y = \frac{1}{x}$ funksiýa $x>0$ bolanda üznüksizdir.

Funksiýalaryň üznüksizligini ulanmaga degişli meseleleri öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr.

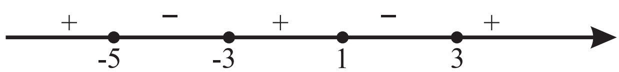
Üznüksiz funksiýalaryň bahasy onuň kesgitleniş ýaýlasynyň bir nokadyndan oňa golaý ýerleşen beýleki bir nokadyna geçende az üýtgeýär. Bu ýerden aşakdaky netije gelip çykýar.

Eger $f(x)$ funksiýa $(a;b)$ aralykda üznüksiz bolsa we nola öwrülmese, onda ol funksiýa bu aralykda öz alamatyny üýtgetmeýär.

Bir näbellili deňsizlikleri çözmekde bu häsiýeti peýdalanmak bolar.

Mysal: $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 9} \leq 0$ deňsizligi çözmeli.

Çözülişi: funksiýanyň nollary we üzülme (–5; –3, 1, 3) nokatlary san aralygyny 5 aralyga bölýär. Bu aralyklaryň her birinde berlen funksiýa üznüksizdir we öz alamatyny üýtgetmeýär. Olarda funksiýanyň alamatyny kesgitläp, ony suratda belläliň (*51-nji surat*).



51-nji surat

Görnüşi ýaly, berlen deňsizligi $[-5; -3) \cup [1; 3)$ aralyk kanagatlandyrýar.

Jogaby: $x \in [-5; -3) \cup [1; 3)$.

Mysal: $x^3 - x - 1 = 0$ deňlemäniň kökleriniň birini (0,1-e çenli takyklykda) tapmaly.

Çözülişi: $f(x) = x^3 - x - 1$ funksiýa san göni çyzygynyň ähli nokatlarynda üznüksizdir. Şeýle-de, $f(1) = -1 < 0$; $f(2) = 5 > 0$.

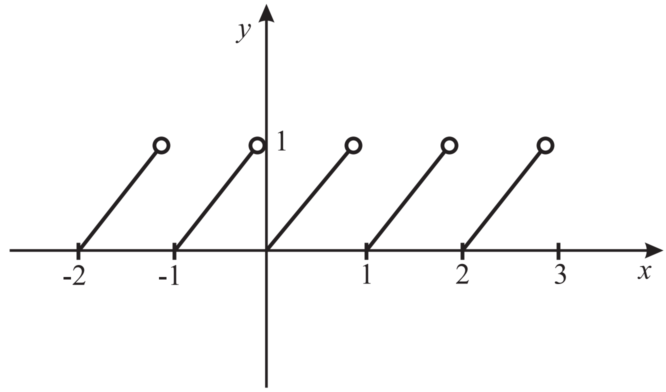
Diýmek, bu funksiýa [1;2] aralygyň iň bolmanda bir nokadynda nola öwrüler. [1;2] kesimi deň iki bölege böleliň we x–1,5 nokatda funksiýanyň bahasyny tapalyň, $f(1{,}5) = 0{,}85 > 0$, $f(1) < 0$, $f(1{,}5) > 0$ bolýandygyna görä [1; 1,5] kesimi iki bölege böleliň.

$f(1{,}3) = -0{,}103 < 0$ we $f(1{,}5) > 0$. Şoňa görä-de, deňlemäniň köki [1,3; 1,5] aralykda bolar. Indi biz deňlemäniň çözüwini 0,1 takyklykda tapyp bileris: $x \approx 1{,}4$.

Deňlemäniň 0,1-e çenli takyklykda köküni tapmak üçin kesimleri bölmeklige ahyrlarynda funksiýanyň dürli alamatly bahalary bolan, uzynlygy 0,2-ä deň kesimi alýança dowam etdirmelidir.

Okuwçylarda “özüniň kesgitleniş ýaýlasynda ähli funksiýalar üznüksizdir” diýen pikiriň döremegi mümkin. Şu sebäpli hem özüniň kesgitleniş ýaýlasynda üzülýän funksiýalaryň hem bardygyny görkezmek maksadalaýykdyr.

Mysal: $f(x)=\{x\}$ funksiýa (sanyň drob bölegi) $x=n,\ n\in Z$ nokatlardan başga nokatlarda üznüksizdir (*52-nji surat*).



52-nji surat

§ 8. Önümi we onuň ulanylyşyny öwretmegiň usullary

Önüm düşünjesi mekdep matematikasynyň esasy düşünjeleriniň biridir. Önümiň kömegi bilen matematikanyň köp meselelerini (funksiýalary derňemek, deňlemeleri we deňsizlikleri çözmek, geometrik meseleleri çözmek we ş.m.) oňaýly usul bilen çözmek mümkin.

Mekdep matematikasynda önüm düşünjesini girizmäge dürli çemeleşmeler bar.

Ol çemeleşmeleriň biri nokadyň ýeterlik kiçi etrabynda differensirlenýän funksiýanyň çyzykly funksiýa görnüşinde aňladylmagyna esaslanýar.

Eger-de $f(x)$ funksiýanyň x_0 nokatdan x_0+h nokada geçendäki artdyrmasyny

$$f(x_0+h)-f(x_0)=(k+\alpha)\cdot h \qquad (1)$$

(bu ýerde k – san, x bagly ululyk, α bolsa $h\to 0$ bolanda tükeniksiz kiçi funksiýa) görnüşde aňlatmak mümkin bolsa, onda bu funksiýa x_0 nokatda differensirlenýän diýilýär.

Her bir x nokat üçin k-nyň bahasy hasaplanylýar. Şeýlelikde, her bir x üçin k-koeffisiýentiň bir bahasy degişli edilip goýulýan täze funksiýa kegitlenilýär we f funksiýanyň önümi diýip at berilýär.

Diýmek, $k=f'(x)$. Onda (1) formulany aşakdaky ýaly ýazmak bolar:

$f(x_0+h)-f(x_0)=(f`(x)+\alpha)\cdot h$, bu ýerden

$$f`(x)+\alpha=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

deňligi alarys.

Predeliň kesgitlemesine görä

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

deňligi alarys.

Indi funksiýanyň önümine kesgitleme bermek mümkin.

x nokatdaky bahasy

$$f`(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

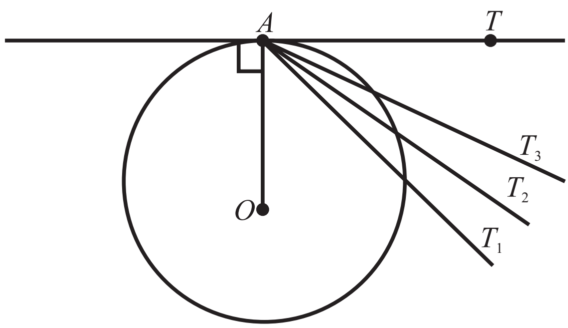
formula arkaly kesgitlenilýän $f`(x)$ funksiýa $f(x)$ funksiýanyň önümi diýilýär.

Önüm düşünjesi bu usul bilen girizilmezden öňürti okuwçylar bilen çyzykly funksiýanyň häsiýetlerini gaýtalamak zerurdyr.

Funksiýanyň önümi düşünjesini girizmäge ýene bir çemeleşme funksiýanyň grafigine geçirilen galtaşýan çyzygyň häsiýetine esaslanýar.

Ýagny funksiýanyň grafigine M_0 nokatda geçirilen galtaşýan çyzyk bu grafige şol nokatda geçirilen kesiji çyzyklaryň predel ýagdaýydyr.

Bu ýagdaýy ilki töweregiň mysalynda okuwçylara düşündirmek amatlydyr (*53-nji surat*).



53-nji surat

Ýagny töwerege geçirilen AT galtaşýan çyzyk, şol nokatda bu töwerege geçirilen AT_1, AT_2, AT_3 we ş.m. kesiji çyzyklaryň (hordalaryň) predel ýagdaýydyr. (T_1, T_2, T_3 we ş.m. nokatlar töwerek boýunça süýşüp A nokada barýarlar).

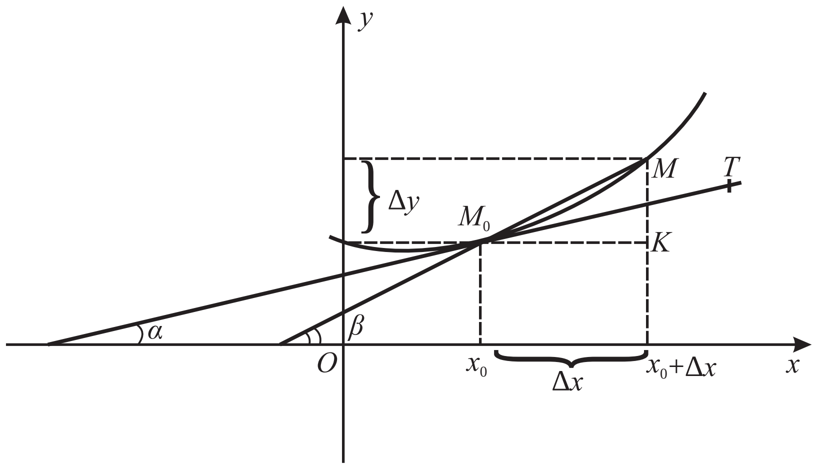
Funksiýanyň grafigine berlen nokatda geçirilen galtaşýan çyzyk şol nokatda bu funksiýanyň grafigine geçirilen kesiji çyzyklara seredende funksiýanyň grafigine has ýakyn ýerleşýär (*54-nji surat*).

$\frac{MK}{M_0K}$ gatnaşyk M_0M kesiji göni çyzygyň burç koeffsiýentidir, ýagny

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{MK}{M_0K} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$\frac{MK}{M_0K}$ gatnaşyk $\Delta x \to 0$ bolanda funksiýanyň grafigine geçirilen M_0T galtaşýan

çyzygyň burç koeffisiýentine deňdir.



54-nji surat

Ýagny $k = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \mathrm{tg}\alpha$.

Her bir x nokat üçin k-nyň bahasy hasaplanylýar. Şeýle-de, her bir x üçin k-nyň bir bahasy degişli edilip goýlýan täze funksiýa kesgitlenilýär we $f(x)$ funksiýanyň önümi diýip at berilýär.

Önüm düşünjesini girizmäge ýene bir çemeleşme funksiýanyň we onuň argumentiniň artdyrmasyna esaslanýar. Bu çemeleşmä has giňräk seredip geçeliň.

Amalyýetde köplenç, x argument kesgitli bir x_0 nokadyň töweregindäki bahalara eýe bolanda $f(x)$ funksiýanyň alýan bahalarynyň üýtgeýşine garamak zerur bolýar. Netijede biz $x–x_0$, $f(x)–f(x_0)$ görnüşli tapawutlary düzmeli bolýarys. $x–x_0$ tapawuda argumentiň x_0 nokatdaky artdyrmasy diýilýär we ol Δx bilen belgilenýär.

$f(x)–f(x_0)$ tapawuda funksiýanyň x_0 nokatdaky Δx artdyrma degişli bolan artdyrmasy diýilýär we ol Δf bilen belgilenýär.

Funksiýalaryň häsiýetleri öwrenilende $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ gatnaşyk möhüm rol oýnaýar. Bu gatnaşyk $(x_0; y_0)$ we $(x; y)$ nokatlar arkaly geçýän göni çyzygyň burç koeffisiyentine deňdir.

Ony $\mathrm{tg}\beta = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

görnüşde ýazyp bolar.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \qquad (1)$$

gatnaşyga funksiýanyň üýtgemeginiň orta tizligi hem diýilýär.

Bu gatnaşyga fiziki mazmunly meseläniň kömegi bilen hem gelip bolýandygyny okuwçylara düşündirmegiň ähmiýeti uludyr.

Nokat göni çyzyk boýunça hereket edýän bolsun we onuň $S(t)$ geçen ýoly t wagtyň funksiýasy bolsun, onda $[t_0; t_0+\Delta t]$ wagt aralygyndaky orta tizlik

$$V_o(t) = \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

bolar.

Bu gatnaşygyň $\Delta t \to 0$ bolandaky predeline nokadyň t_0 pursatdaky tizligi diýilýär.

Önüm düşünjesini girizmek üçin $\Delta x \to 0$ bolanda (1) gatnaşygyň predelinden peýdalanylýar.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Bu predel funksiýanyň x_0 nokatdaky üýtgeýiş tizligini aňladýar. Ol predele $f(x)$ funksiýanyň x_0 nokatdaky önümi diýilýär we $f'(x_0)$ bilen belgilenilýär.

$f(x)$ funksiýanyň erkin x nokatdaky önümi

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

ýaly kesgitlenýär. Okuwçylara bu baglanyşygyň x argumentiň täze bir funksiýasydygyny düşündirmek maksadalaýykdyr.

Okuwçylara funksiýanyň önüminiň kesgitlemesinden peýdalanmak arkaly dürli funksiýalaryň (meselem, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $y=\sqrt{x}$, $y=kx+b$) önümlerini tapmagy öwretmeklik olaryň bu kesgitlemäniň mazmunyna has çuňňur düşünmeklerine kömek edýär.

Funksiýanyň önümini hasaplamagyň düzgünleri hem önümiň kesgitlemesinden peýdalanmak arkaly subut edilýär. Olar iki funksiýanyň jeminiň, köpeltmek hasylynyň we paýynyň önümlerini hasaplamagyň düzgünleridir.

Funksiýanyň differensirlenmeginiň zerurlyk şerti öwredilende, üznüksiz funksiýalaryň arasynda differensirlenmeýänleriniň bardygyny mysallar arkaly görkezmek möhümdir. Meselem, $y=|x|$ funksiýa ähli san okunda üznüksizdir, emma şeýlede bolsa bu funksiya $x=0$ nokatda differensirlenmeýär. Hakykatdan-da,

$$f'(0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{|0 + \Delta x| - |0|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{|\Delta x|}{\Delta x}.$$

$\Delta x>0$ bolanda bu predel 1-e, $\Delta x<0$ bolanda bolsa bu predel –1-e deňdir. Bu bolsa $x=0$ nokatda $y=|x|$ funksiýanyň differensirlenmeýändigini aňladýar.

Önümiň ulanylyşyny öwretmegi aşakdaky yzygiderlikde amala aşyrmak maksadalaýykdyr.

1. Önümiň geometrik manysy.
2. Galtaşýan çyzygyň deňlemesi.
3. Lagranž formulasy.
4. Ýakynlaşan hasaplamalar.
5. Önümiň mehaniki manysy.
6. Funksiýany derňemek we onuň grafigini gurmak.
7. Önümiň deňlemäniň hakyky kökleriniň sanyny tapmakda ulanylyşy.
8. Önümiň deňsizlikleri çözmekde we subut etmekde ulanylyşy.
9. Önümiň funksiýanyň berlen aralykda iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmakda ulanylyşy.

Funksiýanyň grafigine $A(x_0; f(x_0))$ nokatda galtaşýan çyzygyň deňlemesini burç koeffisiýenti $f'(x_0)$-a deň bolan göni çyzygyň

$$y=f'(x_0)\cdot x+b$$

görnüşli deňlemesi esasynda öwretmek maksadalaýykdyr.

Galtaşýan çyzygyň A nokadyň üstünden geçýändigine görä, A nokadyň koordinatalary ol deňlemäni kanagatlandyrmalydyr. Ýagny

$$f(x_0)=f'(x_0)\cdot x_0+b$$

Bu ýerden $b=f(x_0)-f'(x_0)\cdot x_0$

Diýmek, galtaşýan çyzygyň deňlemesi

$$y=f'(x_0)\cdot x+f(x_0)-f'(x_0)\cdot x_0$$

ýa-da

$$y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0) \text{ bolar.}$$

Önümiň ýakynlaşan hasaplamalarda ulanylyşy

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$$

görnüşli takmyny deňlige esaslanýar.

Önümiň kömegi bilen berlen funksiýany derňemek işi aşakdaky basgançaklardan durýar:

1. Berlen funksiýanyň kesgitleniş ýaýlasyny tapmak;
2. Berlen funksiýanyň jübütdigini ýa-da täkdigini, periodikdigini anyklamak;
3. Funksiýanyň grafiginiň koordinatalar oklary bilen kesişme nokatlaryny tapmak.
4. Funksiýanyň alamatynyň hemişelik aralyklaryny kesgitlemek.
5. Funksiýanyň artýan we kemelýän aralyklaryny tapmak.
6. Ekstremum nokatlary we ol nokatlarda berlen funksiýanyň bahalaryny tapmak.
7. “*Aýratyn*” nokatlaryň etrabynda we moduly boýunça x-iň uly bahalarynda funksiýanyň özüni alyp barşyny derňemek.

Önümiň kömegi bilen berlen deňlemäniň hakyky kökleriniň sanyny tapmagy öwretmekde $f(x)=a$ görnüşli deňlemäniň çep bölegindäki $f(x)$ funksiýanyň önümiň kömegi bilen geçirilýän derňewine seredilýär. Bu funksiýanyň artýan we kemelýän aralyklary hem-de maksimum we minimum nokatlary tapylandan soňra onuň shematik grafigi (grafigiň sudury) gurulýar. Bir koordinatalar sistemasynda gurlan $y=f(x)$ funksiýanyň we $y=a$ göni çyzygyň grafiginden peýdalanyp berlen deňlemäniň hakyky kökleriniň sanyny tapmak bolar.

Mysal üçin, $2x^3-3x^2-12x-11=0$ deňlemäniň hakyky kökleriniň sanyny tapmak gerek bolsun.

$f(x)=2x^3-3x^2-12x-11$ funksiýanyň önümini hasaplalyň $f'(x)=6x^2-6x-12$.

Önümiň alamatyny derňäp, f funksiýanyn $(-\infty; -1]$ we $[2; +\infty)$ aralyklarda artýandygyny we $[-1; 2]$ kesimde kemelýändigini tapýarys.

$f(x)=2x^3-3x^2-12x-11$ funksiýa ähli san okunda üznüksiz, özi hem $f(-1)=-4$; $f(2)=-31$ bahalary alýar. Berlen funksiýanyň $[2; +\infty)$ aralykda artýandygy sebäpli onuň grafigi $y=0$ göni çyzygy bilen bir nokatda kesişýär.

Diýmek, berlen deňlemäniň bir sany hakyky köki bardyr.

Okuwçylara berlen $2x^3-3x^2-12x-11=0$ görnüşli deňlemäni $2x^3-3x^2-12x=11$ görnüşe getirmek bilen hem onuň hakyky kökleriniň sanyny tapmagyň mümkindigini düşündirmek zerurdyr. Bu ýagdaýda berlen deňlemäniň hakyky kökleriniň sany $y_1=2x^3-3x^2-12x$ we $y_2=11$ funksiýalaryň grafikleriniň kesişme nokatlarynyň absissalaryna deň bolar.

Önümiň kömegi bilen berlen deňsizlikleri subut etmegi öwretmekde hususy ýagdaýlardan umumy netijä gelmek usulyny peýdalanmak maksadalaýyk bolar. Ýagny deňsizlikleri subut etmäge degişli birnäçe gönükmeler ýerine ýetirilenden soňra aşakdaky umumy usullary beýan etmek bolar:

1. Berlen deňsizligi toždestwolaýyn ozgertmeler netijesinde $f(x)\geq A$, $f(x)>A$, $f(x)\leq A$, $f(x)<A$ görnüşli deňsizlikleriň birine getirmeli (bu ýerde $A\in R$, $f(x)$ bolsa berlen aralykda üznüksiz funksiýa).

2. Eger-de subut etmäge degişli deňsizlik

$$f(x)\geq A \text{ ýa-da } f(x)>A$$

görnüşli bolsa, onda önümiň kömegi arkaly berlen aralykda $f(x)$ funksiýanyň iň kiçi bahasynyň A sana deňdigini subut etmeli.

3. Eger-de subut etmäge degişli deňsizlik

$$f(x)\leq A \text{ ýa-da } f(x)<A$$

görnüşli bolsa, onda önümiň kömegi arkaly berlen aralykda $f(x)$ funksiýanyň iň uly bahasynyň A sana deňdigini subut etmeli.

Okuwçylar önümiň kömegi arkaly deňsizlikleri subut etmegi öwrenmek bilen, berlen aralykda üznüksiz funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmaklyga hem taýýarlanylýar.

Funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmagy öwretmek işini iki tapgyra bölmek maksadalaýykdyr.

1. Ilki [*a;b*] kesimde üznüksiz funksiýanyň bu aralykda kritiki nokatlarynyň ýok ýagdaýy seredilýär. Onda *f* funksiýa bu kesimde artýar ýa-da kemelýär. Şoňa görä-de, [*a;b*] kesimde *f* funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahalary kesimiň *a* we *b* uçlaryndaky bahalardyr.

Soňra *f* funksiyanyň [*a;b*] kesimde tükenikli sany kritiki nokatlary bar bolan ýagdaýda onuň bu aralykdaky iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmagy öwretmek maksadalaýykdyr.

Berlen aralykda funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmagyň usullaryny dürli amaly meseleleri çözmekde ulanylyşyny öwretmegiň ähmiýeti uludyr. Birnäçe gönükmeler ýerine ýetirilenden soňra funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmagyň usullaryny amaly meseleleri çözmekde ulanmagyň aşakdaky umumy usullaryny ýüze çykarmak bolar:

1. Meseläni funksiýa diline “geçirmek” maksady bilen amatly *x* parametri saýlap almaly. Şonun üsti bilen bizi gyzyklandyrýan ululygy funksiýa hökmünde aňlatmaly.

2. Meseläniň talabyna laýyklykda käbir kesimde bu funksiýanyň iň uly we iň kiçi bahasyny tapmaly. Eger-de, funksiýa (*a;b*) interwalda kesgitlenen bolsa, onda onuň [*a;b*] kesimdäki iň uly we iň kiçi bahalaryny tapmaly. Eger-de funksiýa ähli san okunda kesgitlenen bolsa, onda onuň iň uly we iň kiçi bahalaryna derek maksimumlarynyň iň ulusyny we minimumlarynyň iň kiçisini almaly.

3. Alnan netijäniň nähili amaly manysynyň bardygyny aýdyňlaşdyrmaly.

§ 9. Asyl funksiýany we integraly öwretmegiň usullary

Asyl funksiýa we integral düşünjesi matematiki analiziň esasy düşünjeleriniň biridir. Integral hasaplamalar ylmyň we tehnikanyň wajyp meselelerini çözmekde esasy serişdeleriň biri bolup hyzmat edýär.

Okuw maksatnamasy boýunça orta mekdepde asyl funksiýa we integral düşünjesine degişli okuw maglumatlaryny aşakdaky yzygiderlikde öwretmek göz öňünde tutulýar.

1. Asyl funksiýa we onuň häsiýetleri.
2. Asyl funksiýany tapmagyň düzgünleri.
3. Egriçyzykly trapesiýanyň meýdany.
4. Integral.

5. Nýuton-Leýbnisiň formulasy.
6. Integralyň ulanylyşy.
7. Ýönekeýje differensial deňleme we onuň çözülişi.

Mekdep matematikasynda asyl funksiýa we integral düşünjelerini öwretmegiň esasy maksady okuwçylara asyl funksiýa we integral düşünjelerini hem-de okuw maksatnamasynda görkezilen funksiýalaryň asyl funksiýalaryny tapmagy öwretmekden, şeňle hem integral hasaplamalaryň kömegi bilen çözülýän dürli meseleleri çözmegi öwretmek arkaly olaryň ylmy dünýägaraýşyny giňeltmekden ybaratdyr.

Bu bölümi öwretmekde okatmagyň ylmylyk, yzygiderlilik ýaly umumy ýörelgeleri has giň ulanylýar.

Integral hasaplama önüm almagyň ters amalydyr. Şu sebäpli hem integrirlemek üçin düzülen funksiýalar käbir tebigat hadysalarynyň, obýektleriň özboluşly matematiki modelidir. Bu bolsa bölümi öwretmekde matematiki modelirlemek usulyny okatmagyň usuly hökmünde ulanylmalydygyny aňladýar.

Asyl funksiýa we integral bölüm degişli okuw maglumatlaryny fizika dersiniň degişli okuw maglumatlary bilen baglanyşyklylykda öwretmek maksadalaýykdyr.

Başlangyç tizligi nola deň, ýagny $\vartheta(0)=0$ bolan jisiimiň ýokardan erkin gaçmagynyň t pursadyndaky geçen ýolunyň

$$S(t) = \frac{gt^2}{2}$$

formula bilen kesgitlenýändigi fizikadan mälimdir. Eger bu deňligiň iki tarapyny hem differensirlesek, onda

$$S'(t)=g\cdot t$$

boljakdygy äşgärdir.

Bu formula hereketiň t pursadyndaky tizligi aňladýar.

Şeýlelikde, $\vartheta(t)=S'(t)=g\cdot t$, ýagny

$$\vartheta(t)=g\cdot t$$

Eger bu deňligiň iki tarapyny hem differensirlesek

$$\vartheta'(t)=g=a(t)$$

deňligi alarys. Bu bolsa hereketiň t pursadyndaky tizlenmäni aňladýar.

Ylymda, tehnikada jisimiň tizlenmesi boýunça onuň tizliginiň üýtgeýşini, onuň geçen ýolunyň kanunlaryny tapmak talap edilýän halatlary seýrek bolmaýar. Ýagny $a(t)$ boýunça $\vartheta(t)$-ni, $S(t)$-ni tapmaly bolýar. Şeýle mazmunly meseleler differensirleme amalyna ters bolan integrirleme amaly arkaly çözülýär.

Asyl funksiýa we integral düşünjelerini öwretmekde içki dersara baglanyşygy amala aşyrmagyň ähmiýeti uludyr.

Asyl funksiýa we integral düşünjeleri egriçyzykly trapesiýanyň meýdany düşünjesi bilen berk baglanyşyklydyr. Meýdan bolsa geometrik düşünjedir.

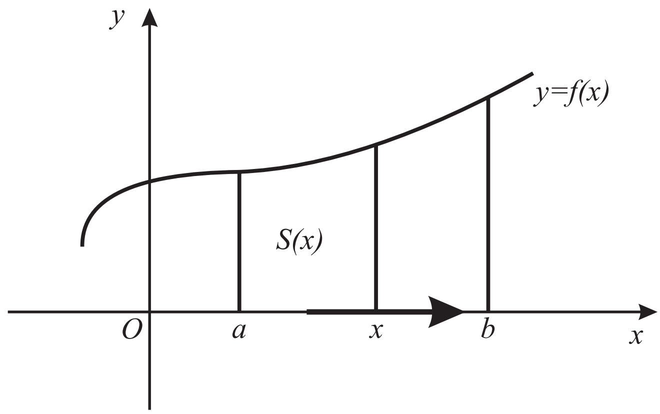
$[a;b]$ kesim, $x=a$ we $x=b$ göni çyzyklar hem-de f funksiýanyň grafigi bilen çäklenen figura egriçyzykly trapesiýa diýilýär.

Teorema: eger F funksiýa $[a; b]$ kesimde f-iň asyl funksiýasy bolsa, onda

$$S=F(b)-F(a)$$

deňlik ýerine ýetýär (bu ýerde S – degişli egriçyzykly trapesiýanyň meýdany).

Subudy: Egriçyzykly trapesiýanyň $M(x;0)$ nokatdan geçýän wertikal göni çyzygyň çepindäki bölegini S_1 bilen belgiläliň. Ýöne x-ululygyň üýtgeýän ululykdygy sebäpli, S_1 meýdana $S(x)$ funksiýa hökmünde garamak bolar (*55-nji surat*).

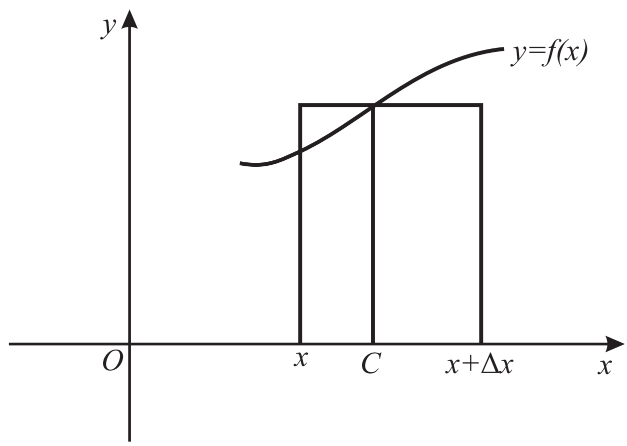


55-nji surat

Şol $S(x)$ funksiýa seredeliň, Eger-de, $x=a$ bolsa $S(a)=0$, $x=b$ bolanda $S(b)=S$ bolar.

$S'(x)=f(x)$ bolýandygyny görkezeliň.

$S(x)$ funksiýanyň artdyrmasy $\Delta S(x)=S(x+\Delta x)-S(x)$ bolar.



56-njy surat

Meýdany $\Delta S(x)$, ini $[x;\ x+\Delta x]$ bolan gönüburçluga seredeliň (*56-njy surat*). Onuň beýikligi $f(c)$ bolar Onda onuň meýdany $\Delta S(x)=f(c)\cdot\Delta x$ bolar.

Bu ýerden $\frac{\Delta S}{\Delta x}=f(c)$ alarys. $f(x)$ funksiýanyň üznüksizdigi sebäpli $\Delta x\to 0$ bolanda $f(c)\to f(x)$ bolar.

Onda $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta S(x)}{\Delta x}\to f(x)$ bolar. Diýmek, $S'(x)=f(x)$ deňlik ýerine ýetýär.

Asyl funksiýanyň esasy häsiýetine görä

$$S(x)=F(x)+C$$

deňlik ýerine ýetýär.

$S(a)=0$ bolýandygy sebäpli $C=-F(a)$ alarys.

Bu bahany ornuna goýsak $S(x)=F(x)-F(a)$ deňligi alarys.

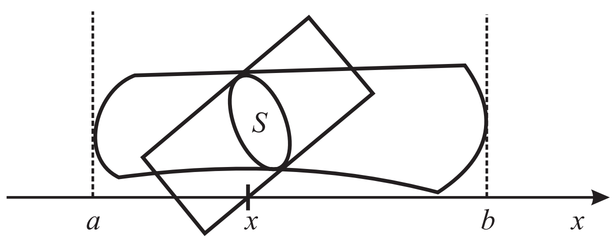
$S(b)=S$ bolýandygy sebäpli

$$S=F(b)-F(a)$$

deňligi alarys.

Asyl funksiya we integral düşünjeleri jisimiň göwrümi düşünjesi bilen hem berk baglanyşyklydyr.

$x=a$ we $x=b$ nokatlaryň üstünden geçýän, Ox oka perpendikulýar tekizlikleriň aralygynda ýerleşen jisime garalyň (*57-nji surat*). Goý, bu jisimiň Ox oka perpendikulýar islendik tekizlik bilen kesiginiň S meýdany belli bolsun. Ox oka perpendikulýar tekizlik ony käbir x nokatda kesýändigi üçin her bir x nokada $S(x)$ meýdan degişli bolar.



57-nji surat

Şeýlelik bilen, $[a;\ b]$ kesimde $S(x)$ funksiýa kesgitlenen diýip bileris.

Eger-de $S(x)$ funksiýa $[a;\ b]$ kesimde üznüksiz bolsa, onda berlen jisimiň göwrümi

$$V=\int_a^b S(x)\,dx$$

formula arkaly hasaplanylýar.

Bu tema öwredilende okuwçylar bilen geometriýada öwrenilen göwrüm düşünjesine degişli okuw maglumatlaryny gaýtalamagyň ähmiýeti uludyr.

Mekdep matematikasynda asyl funksiýa düşünjesini ylymda duş gelýän meseleleriň kömegi bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Biz differensirlemegiň kömegi bilen material nokadyň göni çyzyk boýunça hereketiniň kanuny berlende wagtyň t pursadyndaky mgnowen tizligi hasaplap bilýäris. Ýöne köplenç, ters meseläni çözmeli, ýagny material nokadyň wagtyň her bir pursadyndaky mgnowen tizligi boýunça onuň hereketiniň kanunyny kesgitlemeli bolýar. Bu mesele funksiýanyň berlen önümi boýunça onuň özüni tapmaklyga getirýär. Başgaça aýdanyňda, berlen funksiýa boýunça $F'(x)=f(x)$ deňligi kanagatlandyrýan F funksiýany tapmak meselesi ýüze çykýar.

Şundan soňra asyl funksiýa düşünjesine berilýän aşakdaky kesgitlemäni beýan etmek bolar.

Eger berlen aralygyň ähli x-leri üçin

$$F'(x)=f(x)$$

bolsa, onda berlen aralykda F funksiýa f funksiýanyň asyl funksiýasy diýilýär.

Ilkibaşda okuwçylara $f(x)$ we onuň asyl funksiyasy bolan $F(x)$ funksiýalar berlende $F'(x)=f(x)$ deňligiň ýerine ýetýändigini barlamaga degişli gönükmeleri hödürlemek maksadalaýykdyr.

Mysal. $f(x)=\dfrac{1}{x}$ funksiýa $(0; +\infty)$ aralykda $F(x)=lnx$ funksiýa asyl funksiýadyr, çünki bu aralygyň ähli x-i üçin

$$F'(x)=(\ln x)'=\frac{1}{x}=f(x)$$

deňlik ýerine ýetýär.

$f(x)=\dfrac{1}{x}$ funksiýa üçin $(0; +\infty)$ aralykda $F(x)=\ln x+C$ funksiýa hem asyl funksiýadyr, bu ýerde C hemişelik san. Hakykatdan-da,

$$F'(x)=(\ln x+C)'=(\ln x)'+(C)'=\frac{1}{x}+0=\frac{1}{x}=f(x)$$

deňlik ýerine ýetýär.

Soňky mysalyň okuwçylary asyl funksiýanyň esasy häsiýetini öwrenmäge taýýarlamakda ähmiýeti uludyr.

Şuňa meňzeş birnäçe gönükmeler ýerine ýetirilenden soňra okuwçylara asyl funksiýanyň esasy häsiýetini beýan etmek bolar.

Teorema: eger F funksiýa $(a;b)$ aralykda f funksiýanyň asyl funksiýalarynyň biri bolsa, onda f funksiýanyň $(a;b)$ aralykdaky islendik asyl funksiýasyny $F(x)+C$ görnüşde ýazmak bolar, bu ýerde C erkin hemişelik san.

Asyl funksiýanyň esasy häsiýetiniň geometrik manysyny öwretmekde okuwçylar bilen funksiýalaryň grafiklerini ýönekeý özgertmegiň usullaryny gaýtalamak zerurdyr. Ýagny $y=f(x)$ funksiýanyň grafigi berlende $y=f(x)+C$ (C – hemişelik san) funksiýanyň grafigini gurmak üçin $y=f(x)$ funksiýanyň grafigini Oy okunyň ugruna $C>0$ bolanda ýokary, $C<0$ bolanda aşak $|C|$ birlige parallel göçürmek ýeterlikdir.

Okuwçylaryň asyl funksiýanyň geometrik manysy baradaky düşünjelerini çuňlaşdyrmakda funksiýanyň berlen nokat arkaly geçýän asyl funksiýasyny tapmaga degişli gönükmeleriň ähmiýeti uludyr.

Mysal. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ funksiýa üçin grafigi $M(9; -2)$ nokadyň üstünden geçýän asyl funksiýany tapmaly.

Çözülişi.

Berlen funksiýa üçin asyl funksiýa

$F(x) = 2\sqrt{x} + C$ (C – hemişelik san) görnüşdedir.

Asyl funksiýanyň grafigi $M(9;-2)$ nokatdan geçýär. Onda $-2 = 2\sqrt{9} + C$ deňlik dogrudyr.

Bu deňlikden $C=-8$ alarys.

Diýmek, gözlenilýän asyl funksiýa $F(x)=2\sqrt{x} - 8$ ýaly bolar.

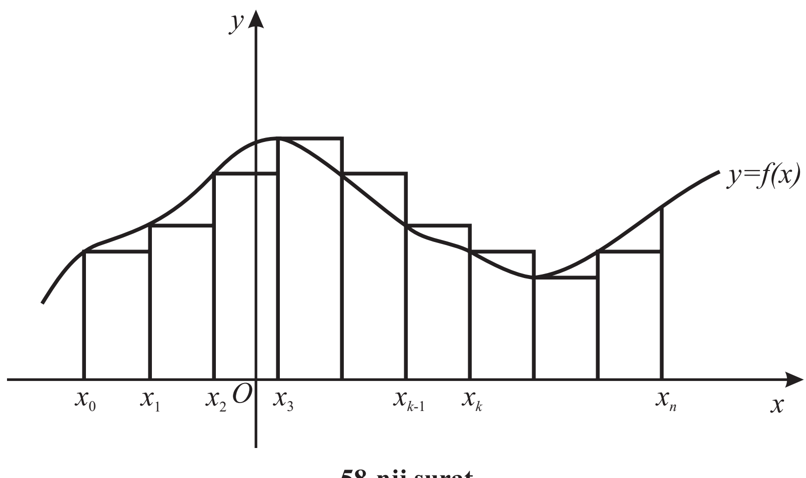
Kesgitli integral düşünjesini meýdan hasaplamaga degişli meseläniň kömegi bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Ilki $y=f(x)$ üznüksiz funksiýanyň grafigi, $[a;b]$ kesim we $x=a$ *hem* $x=b$ göni çyzyklar bilen çäklenen egriçyzykly trapesiýanyň S meýdanynyň

$$S=F(b)-F(a)$$

(bu ýerde $F(x)$ funksiýa berlen $f(x)$ funksiýanyň asyl funksiýasy) formula arkaly hasaplanylýandygy subut edilýär.

Soňra bu meseläniň başgaça çözüwine seredilýär.



58-nji surat

$[a;b]$ kesimi $x_0=a_0<x_1<x_2<\ldots<x_{n-1}<x_n=b$ nokatlar bilen birmeňzeş uzynlyklary bolan n kesime böleliň (*58-nji surat*). Goý, $\Delta x = \dfrac{b-a}{n} = x_k - x_{k-1}$ bolsun, bu ýerde $k=1,2,\ldots,n$.

$[x_{k-1}, x_k]$ kesimleriň her birini esasy hökmünde kabul edip $f(x_{k-1})$ beýikligi bolan gönüburçluk guralyň. Bu gönüburçlugyň meýdany

$$f(x_{k-1})\cdot\Delta x = \frac{b-a}{n}\cdot f(x_{k-1})$$

bolar. Şeýle gönüburçluklaryň hemmesiniň meýdanlarynyň jemi bolsa

$$S_n = \frac{b-a}{n}(f(x_0)+f(x_1)+\ldots+f(x_{k-1}))$$

deň bolar.

f funksiýa üznüksizdir. Şoňa görä n näçe uly bolsa, ýagny Δx näçe kiçi bolsa, onda gurlan gönüburçluklaryň meýdanlarynyň jemi egriçyzykly trapesiýanyň meýdany bilen "gabat geler" diýen ýalydyr. Şonuň üçin n uly bolanda $S_n\approx S$ diýip güman etmek bolar. Şu sana f funksiýanyň a-dan b çenli aralykdaky integraly diýilýär we $\int_a^b f(x)\,dx$ bilen belgilenýär, ýagny

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \int_a^b f(x)\,dx.$$

Egriçyzykly trapesiýanyň meýdanyny hasaplamagyň iki usulynda alnan formulalar esasynda Nýuton-Leýbnisiň

$$S = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

formulasy alynýar.

Differensial deňleme düşünjesini kesgitleme arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

x argumenti, y näbelli funksiýany we onuň önümlerini baglanyşdyrýan deňlemä differensial deňleme diýilýär. Differensial deňleme umumy görnüşde

$$g(x, y, y', y'', \ldots) = 0$$

ýaly ýazylýar.

Şu ýerde differensial deňleme düzmeklige getirilýän meselelere seretmek maksadalaýykdyr.

m massaly nokat $F(t)$ (t – wagt) güýjüň täsir etmeginde $x=x(t)$ kanun bilen Ox oky boýunça hereket etsin, material nokadyň tizlenmesi $a(t)$ bolsun. Nýutonyň ikinji kanuny boýunça $F=m\cdot a$. Tizlenmäniň hereketiň kanunynyň ikinji tertipli önümine deňdigini göz öňünde tutup alarys:

$$mx''(t)=F(t).$$

Bu differensial deňlemä mehaniki hereketiň deňlemesi diýilýär.

Radioişjeň maddanyň t pursatdaky massasy $m(t)$ diýeliň. Köp gözegçilikler massanyň kemeliş tizliginiň maddanyň şol pursatdaky massasyna proporsionaldygyny görkezýär, ýagny

$$m'(t)=-k\cdot m(t),\ k>0$$

deňlemä getirýär, “–” alamat massanyň kemelýändigini görkezýär.

Mekdep matematikasynda birinji we ikinji tertipli birjynsly çyzykly differensial deňlemeleri çözmegi öwretmek göz öňünde tutulýar.

Olara aşakdaky deňlemeleriň çözülişilerini mysal getirmek bolar.

1-nji mysal: $y'=0$ deňlemäni çözmeli.

Çözülişi:

$y` = \frac{dy}{dx}$ bolýandygy sebäpli berlen deňlemäni $\frac{dy}{dx} = 0$ görnüşde ýazmak bolar. Bu ýerden $dy=0\cdot dx$ ýa-da $dy=0$ alarys. Deňligiň iki tarapyny hem integrirläp alarys $dy=\int 0\cdot dx+c$ (c – hemişelik san).

Bu ýerden $y=c$ umumy çözüwi alarys.

2-nji mysal: $y'=x^4$ deňlemäni çözmeli.

Çözülişi:

$$\frac{dy}{dx} = x^4;\ \text{ýa-da}\ dy = x^4 \cdot dx.$$

Deňligiň iki tarapyny hem integrirläp alarys:

$$\int dy = \int x^4 dx + c.$$

Onda $y = \frac{x^5}{5} + c$ görnüşli umumy çözüwi alarys.

3-nji mysal: $y''=x^2$ deňlemäni çözmeli.

Çözülişi:

$\left(\frac{dy}{dx}\right)' = x^2$. Bu ýerden $y' = \frac{x^3}{3} + C_1$ alarys. Bu ýerden $\frac{dy}{dx} = \frac{x^3}{3} + C_1$; $dy = \frac{x^3}{3}dx + C_1 dx$. Deňligiň iki tarapyny hem integrirläp alarys:

$y = \frac{1}{3}\cdot\frac{x^4}{4} + C_1 x + C_2$ ýa-da $y = \frac{1}{12}x^4 + C_1 x + C_2$ görnüşli umumy çözüwi alarys.

§ 10. Mekdep geometriýasynyň logiki gurluşy

Matematikada ähli subut etmeler esasan logikanyň kanunlary esasynda amala aşyrylýar. Eger-de A teorema B teoremadan, B teorema hem C teoremadan we ş.m. getirilip çykarylýan bolsa, onda "tükeniksiz yza dolanmak" bolup geçýär. Düşünjelere kesgitleme bermekde hem şeýle ýagdaý ýüze çykýar. Şu sebäpli hem käbir düşünjeleri we olaryň arasyndaky käbir gatnaşyklary açyp görkezýän aksiomalary kesgitlenilmeýän (kesgitleme berilmeýän) hasap edýärler. Ylmy nazaryýetleri (teoriýalary) gurmagyň şeýle usuly aksiomatik usul diýip atlandyrylýar.

Ýewklidiň "Başlangyçlar" kitaby şeýle usulda ýazylan ilkinji matematiki edebiýatlaryň biridir.

Matematiki logikadan belli bolşy ýaly, $A \vee \overline{A}$ ýalan pikiraýtmadyr. $A \rightarrow B$ pikiraýtma bolsa A ýalan bolanda çyndyr. Onda $(A \vee \overline{A}) \rightarrow B$ pikiraýtma hemişe çyndyr. Diýmek, eger-de berlen aksiomalar sistemasyndan biri-birine garşy bolan A we $\overline{A}$ pikiraýtmalar gelip çykýan bolsa, onda ol pikiraýtmadan islendik pikiraýtmany getirip çykarmak mümkin. Beýle aksiomatikanyň mazmuny nädogrudyr we oňa garşylykly aksiomalar sistemasy diýilýär. Eger-de aksiomalar sistemasyndan özara garşylykly bolan A we $\overline{A}$ pikiraýtmalar gelip çykmaýan bolsa onda bu aksiomatika garşylyksyz diýilýär.

Aksiomatik nazaryýetleriň garşylyksyzdygyny subut etmek üçin bu nazaryýetiň modelini gurýarlar we onuň aksiomalarynyň garşylyksyzdygyny subut edýärler.

Eger-de A aksiomany T nazaryýetiň beýleki aksiomalaryndan peýdalanyp subut edip ýa-da onuň nädogrudygyny getirip çykaryp bolmaýan bolsa, onda bu aksioma beýlekilere baglanyşyksyz diýilýär.

A aksiomanyň baglanyşyksyzdygyny subut etmek üçin onuň inkär etmesini we galan aksiomalary özünde saklaýan täze aksiomatika gurmaly. Berlen we soňky gurlan aksiomatika garşylyksyz bolsa, onda A aksioma beýleki aksiomalara baglanyşyksyzdyr. Şeýle usul bilen parallellik aksiomasynyň beýleki aksiomalara baglanyşyksyzdygy subut edildi.

Eger-de berlen aksiomatikanyň islendik iki modeli özara izomorf bolsa onda oňa dolulyk häsiýetine eýe bolan aksiomatika diýilýär.

Aksiomatik usul biri-birinden düýpli tapawutlanýan iki derejede peýdalanylyp bilner:

– global, ýagny tutuş nazaryýetiň çäklerinde;

– lokal, ýagny bir bölümiň, temanyň çäklerinde kiçijik nazaryýeti gurmak.

Aksiomatik usulyň global derejede ulanylyşyny mekdep matematikasynda peýdalanyp bolmaýar. Sebäbi bu ýagdaýda okatmak nazaryýetiniň (didaktikanyň) güýçýeterlik ýörelgesi bozulýar.

Aksiomatik usuly lokal derejede peýdalanmak soňky ýyllarda birnäçe pedagogik tejribelerde amala aşyryldy we onuň mümkinçilikleri tassyklanyldy.

Şuňa baglylykda soňky ýyllarda usuly edebiýatlarda aksiomatik usuly mekdep matematikasynda ulanmagyň iki ugry beýan edilýär:

1. Aksiomatik usuly mekdep matematikasyny gurmakda ulanmak.

2. Aksiomatik usuly mekdep matematikasynda okatmagyň usuly hökmünde ulanmak.

Mekdep geometriýasynda kesgitleme berilmeýän esasy düşünjelere nokat, göni çyzyk we tekizlik degişlidir. Bu düşünjeleriň manysyny dürli mysallaryň üsti bilen beýan etmek bolar. Meselem, göni çyzyga iki ujy hem tükeniksiz dowam edýän (iki ujy görünmeýän) dartylan sapagy mysal getirmek bolar. Adatça, göni çyzyklary latyn elipbiýiniň setir harplary, nokatlary bolsa şol elipbiýiň baş harplary bilen belgileýärler.

Geometriýa ders hökmünde VI synpdan yzygiderli öwredilip başlanýar. VI synp okuwçylarynyň abstrakt pikirleniş derejeleriniň entek ýeterlik ösmändigi sebäpli okuw maksatnamasynda okuwçylary VIII synpda aksiomatik usul we aksiomalar bilen tanyşdyrmak göz öňünde tutulýar.

Mekdep geometriýasynyň aksiomalar sistemasyny aşakdaky toparlara bölmek mümkin.

I. Nokatlaryň we göni çyzyklaryň özara ýerleşişine degişli aksiomalar:

1. Her bir göni çyzyga, iň bolmanda, iki nokat degişlidir.

2. Bir göni çyzygyň üstünde ýatmaýan iň bolmanda, üç nokat bardyr.

3. Islendik iki nokadyň üstünden bir we diňe bir göni çyzyk geçýär.

II. “Arasynda ýatýar”, “Böleklere bölmek” düşünjelerine degişli aksiomalar:

4. Göni çyzygyň üç nokadynyň biri we diňe biri beýleki ikisiniň arasynda ýatýar.

5. Göni çyzygyň her bir O nokady ony iki bölege (iki şöhlä) bölýär.

6. Her bir a göni çyzyk tekizligi iki bölege (iki sany ýarym tekizlige) bölýär.

III. Üstüne goýma we figuralaryň deňligi düşünjeleri bilen baglanyşykly aksiomalar:

7. Eger üstüne goýmada iki kesimiň uçlary gabat gelse, onda kesimleriň özleri hem gabat gelýändirler.

8. Islendik şöhlede onuň başlangyjyndan berlen kesime deň bolan bir we diňe bir kesimi alyp goýmak bolar.

9. Islendik şöhleden berlen ýarym tekizlikde, ýazgyn däl burça deň bolan bir we diňe bir burç alyp goýmak bolar.

10. Islendik hk burçy oňa deň bolan h_1k_1 burç bilen üstüne goýma arkaly iki usul bilen, ýagny:

1) h şöhle h_1 şöhle bilen, k şöhle k_1 şöhle bilen gabat geler ýaly edip; 2) h şöhle k_1 şöhle bilen, k şöhle h_1 şöhle bilen gabat geler ýaly edip gabat getirip bolar.

11. Islendik figura özüne deňdir.

12. Eger Φ figura Φ_1 figura deň bolsa, onda Φ_1 figura Φ figura deňdir.

13. Eger Φ_1 figura Φ_2 figura, Φ_2 figura Φ_3 figura deň bolsa, onda Φ_1 figura Φ_3 figura deňdir.

Indiki iki aksioma bolsa kesimleri ölçemek bilen baglanyşyklydyr.

14. Kesimleri ölçemegiň saýlanyp alnan birligine laýyklykda her bir kesimiň uzynlygy položitel san bilen aňladylýar.

15. Kesimleri ölçemegiň saýlanyp alnan birligine laýyklykda her bir položitel san üçin uzynlygy şu san bilen aňladylýan kesim bardyr.

Planimetriýanyň aksiomalar toplumyny parallel göni çyzyklaryň aksiomasy tamamlaýar.

16. Berlen göni çyzygyň üstünde ýatmaýan nokat arkaly bu göni çyzyga parallel bolan bir we diňe bir göni çyzyk geçirmek bolar.

Stereometriýada esasy düşünje hökmünde nokat we göni çyzyk bilen bir halatda tekizlik düşünjesi alynýar.

Tekizligi geometrik figura hökmünde ähli tarapa çäksiz ýaýylyp gidýän görnüşde göz öňüne getirmek mümkin. Biz depderde ýa-da synp tagtasynda tekizligiň bir bölegini şekillendirýäris.

Aşakdaky aksiomalar giňişlikde nokatlaryň, göni çyzyklaryň we tekizlikleriň özara ýerleşişi baradadyr.

17. Bir göni çyzykda ýatmaýan islendik üç nokadyň üstünden bir we diňe bir tekizlik geçirip bolar.

Bu aksiomany bir göni çyzykda ýatmaýan üç nokat arkaly geçýän tekizlik baradaky aksioma diýmek bolar. Sebäbi dört sany erkin nokadyň üstünden bir tekizligiň geçmezligi hem mümkindir. Başgaça aýdanda, dört nokat bir tekizlikde ýatman hem biler. Muňa aýaklarynyň uzynlygy deň bolmadyk oturgyjy mysal getirmek bolar. Eger oturgyjyň üç aýagy deň bolup, dördünji aýagy gysga bolsa, onda onuň üç aýagy ýere daýanar, beýleki aýagy bolsa ýere degmez.

Indiki aksioma göni çyzygyň tekizlige degişlilik aksiomasy diýmek bolar.

18. Eger göni çyzygyň iki nokady tekizlikde ýatýan bolsa, onda ol göni çyzygyň ähli nokatlary bu tekizlikde ýatýandyr.

Bu aksiomanyň manysyny düşündirmekde 3-nji aksiomadan peýdalanmak bolar. 3-nji aksioma göni çyzygyň onuň dürli iki nokadynyň berilmegi bilen doly kesgitlenýändigini aňladýar. Bu ýerden eger göni çyzygyň dürli iki nokady tekizlige degişli bolsa, onda bu göni çyzygyň tutuşlygyna şol tekizlige degişlidigi gelip çykýar.

Indiki aksioma iki tekizligiň kesişmesi baradadyr.

19. Eger iki tekizligiň umumy bir nokady bar bolsa, onda olaryň umumy göni çyzygy bardyr, tekizlikleriň ähli umumy nokatlary şol göni çyzygyň üstünde ýatýandyrlar.

Bu aksiomanyň manysyny düşündirmekde durmuşdan alnan mysallaryň ähmiýeti uludyr. Olara synp otagynyň çatyk diwarlarynyň, diwar bilen potologyň kesişmelerini mysal getirmek bolar.

§ 11. IV-V synplarda geometrik maglumatlary öwretmegiň usullary

Okuwçylar geometrik maglumatlary öwretmäge taýýarlyk döwründe (ýagny başlangyç synplarda) ýönekeý ölçegleri geçirmek, uzynlyk, meýdan, wagt, agram birlikleri bilen tanyşmak, olaryň üstünde degişli özgertmeleri geçirmek ýaly başarnyklara eýe bolýarlar. Geometrik figuralardan gönübürçluk, kwadrat, üçburçluk, burç, töwerek, tegelek we ş.m. figuralar bilen tanyşýarlar, kwadratyň we gönüburçlugyň perimetrini we meýdanyny tapmagy öwrenýärler.

Bu figuralary kesgitleme bermezden, syn etmek netijesinde tanaýarlar. Çagalaryň akyl ýetiriş başarnyklaryny, pikirleniş işjeňligini ösdürmek başlangyç synplaryň matematika dersiniň möhüm meselesi bolup durýar. Şu sebäpli hem çagalaryň islendik bir zada syn etmek, olary deňeşdirmek, olardaky meňzeşligi we tapawudy aýdyňlaşdyrmak, anyklaşdyrmak, umumylaşdyrmak ýaly başarnyklaryny ösdürmek zerur.

Netijede okuwçylar kwadraty, üçburçlugy, dörtburçlugy we tegelegi tanamagy we tapawutlandyrmagy, nokady, kesimi, kesimleri çyzmagy we ölçemegi, berlen taraplary boýunça gönüburçlugy we kwadraty çyzmagy, onuň perimetrini hasaplamagy başarmalydyrlar. Olar meýdan ölçeg birliklerini bilmelidirler we olaryň birinden beýlekisine geçmegi başarmalydyrlar. Kwadratyň we gönüburçlugyň meýdanlaryny hasaplamagy başarmalydyrlar.

Ýokarda bellenilişi ýaly, ähli öwrenilýän geometrik figuralar tanyşdyrmak esasynda öwredilýär.

Meselem: gönüburç ölçenilende, kagyz listini eplemek bilen gönüburç alynýar. Bu gönüburç hem geljekde burçlaryň arasyndan gönüburçy saýlamak üçin ulanylýar. Burçlary deňeşdirmek bilen gönüburçdan uly we kiçi burçlaryň bardygyny görkezmek bolar.

I-V synplarda geometrik maglumatlary öwretmegiň esasy maksady okuwçylary VI-X synplarda geometriýanyň maglumatlaryny aňly özleşdirmäge taýýarlamakdyr.

Şeýlelikde, aşakdaky wezipeleri çözmek göz öňünde tutulýar:

1. Okuwçylaryň logiki pikirlenmelerini ösdürmek, syn etmek netijesinde ýönekeý geometrik figuralary tanamagy öwretmek.

2. Okuwçylaryň giňişlik göz öňüne getirmelerini ösdürmek.

3. Esasy geometrik gurallaryň kömegi bilen ýönekeý geometrik gurluşlary geçirmegi öwretmek.

Okuwçylaryň döredijilik işjeňligini we özbaşdaklygyny ösdürmek.

IV synpda öwredilýän geometrik maglumatlara kesim, göni çyzyk, tekizlik, şöhle, üçburçluk, gönüburçluk, kwadrat, çyzgyç, sirkul, uzynlyk, meýdan, göwrüm, agram we olaryň birlikleri, kesimleri ölçemek we gurmak, perimetr, burç, burçuň ululygy, transportir, burçluk, burçlary ölçemek, berlen ululykly burçy gurmak, gönürbuçlugyň we kwadratyň meýdany, meýdanyň ölçeg birlikleri, kub, gönüburçly parallelepiped, kubuň we gönüburçly parallelepipediň göwrümleri, göwrüm ölçeg birlikleri, agram ölçeg birlikleri, gadymy ölçeg birlikleri degişlidir.

Okuwçylara, bu düşünjelere kesgitleme bermezden olaryň häsiýetlerini ýüze çykarmak arkaly öwretmek göz öňünde tutulýar.

Esasy talaplar:

1) Geometrik figuralardan kesimi, göni çyzygy, şöhläni, burçy, üçburçlugy, gönüburçlugy, kuby, parallelepipedi tanamagy başarmalydyrlar.

2) Uzynlyk, meýdan, agram göwrüm ölçegleriniň birliklerini bilmelidirler.

3) Gönüburçlugyň, kwadratyň meýdanyny, kubuň we gönüburçly parallelepipediň göwrümini hasaplamagy başarmalydyrlar.

Kesim düşünjesini amaly işiň kömegi bilen girizmek maksadalaýykdyr.

A we *B* nokatlary belläliň. Çyzgyjy ulanyp, *A* we *B* nokatlar birikdirilse *kesim* alnar. *A* we *B* nokatlara kesimiň uçlary diýilýär.

Kesimiň uzynlygy düşünjesi birlik kesim arkaly girizilýär. Ýagny uzynlygy 1 *sm* bolan *OE* kesim gurulýar. Soňra her biri *OE* kesime deň bolan alty bölekden ybarat *MN* kesim gurulýar. *MN* kesimiň uzynlygy 6 *sm* deňdir.

Kesimleri sirkulyň kömegi bilen ölçemek arkaly deňeşdirmek mümkin.

Şöhle düşünjesini hem amaly işiň kömegi bilen girizmek bolar.

AB kesimi çyzalyň we ony *B* ujundan sag tarapa dowam etdireliň. Çyzgyda *AB* kesimiň dowamy çäklidir, pikirimizde bolsa ony çäksiz dowam etdirip bileris. *AB* kesimi *B* ujundan saga çäksiz dowam etdirip, *AB* şöhläni alarys. *AB* kesimi *A* ujundan çep tarapa çäksiz dowam etdirip, *BA* şöhläni alarys.

AB kesimi *A* ujundan çep tarapa, *B* ujundan bolsa sag tarapa çäksiz dowam etdirip, *AB* göni çyzygy alarys (ýa-da *BA* göni çyzygy alarys).

Göni çyzygyň aşakdaky häsiýetini düşündirmek arkaly beýan etmek bolar: “Islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçýär”.

Tekizlik düşünjesini durmuşdan alnan mysallar arkaly girizmek bolar.

Nokatlar, kesimler, şöhleler, göni çyzyklar we başga-da köp geometrik şekiller tekizlikde ýerleşýärler. Synp tagtasy, penjire aýnasy, stoluň üstleri tekizlik baradaky düşünjäni ýada salýarlar. Şekiller çyzylanda depderiň sahypasy ýa-da synp tagtasy tekizligiň bölegi bolup hyzmat edýär. Tekizlik “gyralary” bolmadyk çäksiz geometrik şekildir.

Burç düşünjesi şöhle düşünjesini ulanmak arkaly girizilýär. Tekizlikde O başlangyjy bolan OA we OB iki şöhle geçireliň. Emele gelen geometrik şekil burç diýlip atlandyrylýar.

Suratda *göni çyzyk* emele getirýän AOB burç şekillendirmek arkaly *ýazgyn burç* düşünjesini girizmek bolar.

Gönüburç diýip ýazgyn burçuň ýarysyna aýdylýar. ***Ýiti we kütek burç*** düşünjelerini degişli şekillerden peýdalanmak arkaly düşündirmek bolar.

Gönüburçy 90 deň bölege böleliň. Şol bölekleriň biriniň ululygy *gradus* diýlip atlandyrylýar. Diýmek, gönü burçuň ululygy 90º-*a*, ýazgyn burçuň ululygy 180º-*a* deňdir. Burçlary ölçemek we gurmak transportiriň kömegi bilen ýerine ýetirilýär.

Üçburçluk düşünjesini hem onuň şekilinden peýdalanmak arkaly girizmek bolar.

Bir gönü çyzykda ýatmaýan A,B we C nokatlary alalyň. Şol nokatlary kesimler arkaly birikdireliň. Netijede *üçburçluk* alarys. Soňra üçburçlugyň taraplary, depeleri, burçlary, perimetri düşünjeleri girizilýär.

Ýiti burçly, gönüburçly, kütek burçly üçburçluk düşünjelerini hem şekillerden peýdalanmak arkaly düşündirmek bolar.

Gönüburçluk düşünjesini hem suratlardan peýdalanmak arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Dört burçy hem gönüburç bolan dörtburçluga *gönüburçluk* diýilýär. Gönüburçlugyň garşylykly taraplary deňdir. Gönüburçlugyň garşylykly däl taraplaryna onuň ini we uzynlygy diýilýär.

Gönüburçlugyň perimetri $P=2(a+b)$ formula bilen hasaplanylýar (bu ýerde a we b onuň çatyk taraplarynyň uzynlyklary).

4-nji synpda meýdan düşünjesini hem durmuşdan alnan mysallaryň üsti bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Jaýyň diwarlaryny reňklemäge näçe mukdarda reňk gerekdigini kesgitlemek üçin şol diwaryň meýdanyny, ekin ekmäge näçe mukdarda tohumyň gerekdigini kesgitlemek üçin bolsa ekiljek ýeriň meýdanyny bilmeli.

Ilki tarapy 1 *sm* deň bolan kwadratyň meýdany meýdan birligi deregine kabul edilýär (1 sm^2 ýaly ýazylýar). Soňra beýleki meýdan birlikleri girizilýär.

Gönüburçlugyň meýdany düşünjesini uzynlygy we ini položitel bitin sanlarda aňladylan gönüburçlugyň meýdanyny hasaplamak baradaky meseläniň kömegi bilen girizmek bolar.

Mesele: Iini 3 hatar, uzynlygy 6 hatar kwadratdan ybarat bolan gönüburçlugyň meýdanyny hasaplamaly.

Çözülişi: berlen gönüburçlugyň bölünen kwadratlarynyň sany 18-e deň. Emma 18=6·3.

Diýmek, berlen gönüburçlugyň meýdany

$$S=6\cdot 3=18\ (sm^2)$$

deňdir.

Şuňa meňzeş birnäçe meselelere seretmek arkaly gönüburçlugyň meýdanyny hasaplamak üçin düzgüni beýan etmek bolar. Bu düzgün formula görnüşinde

$$S=a\cdot b$$

ýaly ýazylýar, bu ýerde S – gönüburçlugyň meýdany, a we b – onuň çatyk taraplarynyň uzynlyklary.

Kwadratyň ähli taraplary deň bolan gönüburçlukdygy sebäpli onuň meýdany $S=a\cdot a=a^2$ formula arkaly hasaplanylýar.

Gönüburçly parallelepiped düşünjesini hem durmuşdan alnan mysallaryň (otluçöp gaby, kerpiç we ş.m.) üsti bilen girizmek bolar. Gönüburçly parallelepipediň ýazgyny şekillendirilen suratdan peýdalanmak arkaly onuň grany, gapyrgasy, depesi, ölçegleri barada düşünje bermek bolar.

Ähli ölçegleri deň bolan gönüburçly parallelepipede kub diýilýär.

Göwrüm düşünjesini iki gabyň göwrümini deňeşdirmäge degişli meseläniň üsti bilen beýan etmek bolar. Ýagny iki sany boş gabyň birini suwdan dolduryp, soň ol suwy beýleki gaba guýmak bilen, iki gabyň göwrümini deňeşdirmek bolar.

Gönüburçly parallelepipediň göwrümini hasaplamagy üç ölçegi hem položitel bitin sanlarda aňladylan gönüburçly parallelepipediň göwrümini hasaplamak baradaky meseläniň üsti bilen öwretmek bolar.

Mesele: üç ölçegleri degişlilikde 5 *sm,* 4 *sm,* we 3 *sm* bolan gönüburçly parallelepipediň göwrümini hasaplamaly.

Çözülişi: Berlen parallelepipedi gapyrgasynyň uzynlygy 1*sm* deň bolan kublara böleliň. Netijede berlen gönüburçly parallelepiped 60 sany kubdan ybarat bolar. Ýagny onuň göwrümi 60 sm^3-*a* deňdir. Emma, 60=5·4·3.

Diýmek, berlen gönüburçly parallelepipediň göwrümi $V=5\cdot 4\cdot 3=60(sm^3)$ deňdir.

Şuňa meňzeş birnäçe meselelere seredilenden soňra gönüburçly parallelepipediň göwrümini hasaplamak üçin düzgüni beýan etmek bolar. Bu düzgün formula görnüşinde

$$V=a\cdot b\cdot c$$

ýaly ýazylýar, bu ýerde V – gönüburçly parallelepipediň göwrümi, a,b,c – bolsa onuň üç ölçegidir.

Kubuň üç ölçegi hem deňdir. Onda onuň göwrümi

$$V=a\cdot a\cdot a=a^3$$

formula arkaly hasaplanylýar.

Okuwçylara milli ölçeg birliklerimiz bolan gadymy ölçeg birliklerini hem öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Arşyn – 71*sm* möçberdäki uzynlyk ölçeg birligi.

Menzil – kerwenler bilen ýarym günde geçilýän ýol.

Uly menzil – 23-25 *km* aralyga deň.

Garyş – başam barmak bilen külbikäniň doly gerendäki aralygy, takmynan 22-23 *sm*.

Sere – süýem barmak bilen külbikäniň aňrybaş gerendäki aralygy, takmynan 15-18 *sm*.

Agsak sere – ortaky barmak bilen külbikäniň aňrybaş gerendäki aralygy, takmynan 10-12 *sm*.

Ädim – ortaça 70 *sm*.

Tanap – takmynan 40 *m* deň.

Batman – 20-22 *kg*.

Mysgal – 4,26 *g* bolan altyn şaýlyk.

Harwar – 170-175 *kg* (eşek ýüki).

V synpda öwrenilýän geometrik maglumatlara töwerek we tegelek, töweregiň uzynlygy, tegelegiň meýdany, perpendikulýar we parallel göni çyzyklar, tekizlikde gönüburçly koordinatalar sistemasy, koordinata göni çyzygynda iki nokadyň arasyndaky uzaklyk degişlidir.

V synpda okuwçylar göni çyzygyň häsiýetlerini öwrenmegi dowam etdirýärler. Olaryň biri-de, iki göni çyzygyň tekizlikde özara ýerleşişi baradaky meseledir.

Okuwçylaryň öňünde: “Tekizlikde iki göni çyzyk näçe sany umumy nokatlara eýe bolup biler?” diýen umumy sorag goýulýar.

Iki göni çyzygyň özara ýerleşişi şekillendirilen dürli çyzgylardan, durmuşdan alnan mysallardan peýdalanmak arkaly iki göni çyzygyň tekizlikde özara ýerleşişiniň ähli mümkin bolan ýagdaýlary ýüze çykarylýar we aşakdaky umumy netijä gelinýär: “Tekizlikde iki göni çyzyk ýa kesişýär, ýa gabat gelýär ýa-da kesişmeýär”.

Şundan soňra tekizlikde iki göni çyzygyň perpendikulýarlygy we parallelligi baradaky düşünjeleri girizmek bolar.

Gönü burç emele getirip kesişýän göni çyzyklara perpendikulýar göni çyzyklar diýilýär.

Tekizlikde kesişmeýän göni çyzyklara parallel göni çyzyklar diýilýär.

Töwerek düşünjesini aşakdaky amaly işiň kömegi bilen girizmek bolar.

Sirkulyň ujuny *O* nokada dürtüp, galamly ujuny onuň daşynda aýlalyň. Alnan ýapyk çyzyk töwerekdir. *O* nokat onuň merkezidir.

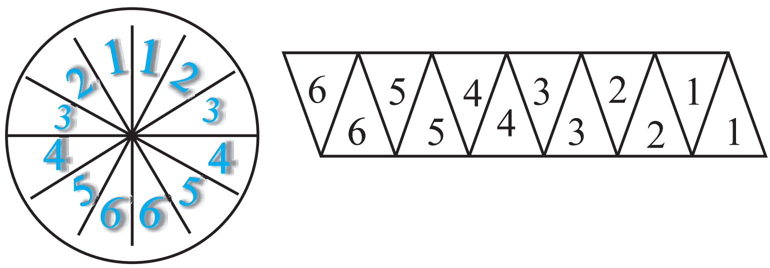
Tekizligiň töwerek bilen çäklenen bölegi çäkleýän töwerek bilen bilelikde tegelek diýlip atlandyrylýar.

Töweregiň uzynlygy düşünjesini hem amaly işiň kömegi bilen girizmek bolar.

Dürli diametrli iki töweregiň daşyna sapak aýlamak arkaly, ol sapaklaryň uzynlyklarynyň degişli töwerekleriň diametrlerine bolan gatnaşygynyň takmynan 3,14 bolan hemişelik sana deňdigi ýüze çykarylýar. Ol san π (grek harpy) bilen bellenilýär. Netijede töweregiň uzynlygyny hasaplamak üçin $C=2\pi R$ formula alynýar. Okuwçylara geljekde bu formulanyň matematiki subudyny öwrenjekdiklerini ýatlatmak zerurdyr.

Tegelegiň meýdanyny hasaplamak düzgünini hem amaly işiň kömegi bilen ýüze çykarmak bolar.

Berlen tegelegi mümkin boldugyça köp deň böleklere böleliň. Adatda ony 12 deň bölege bölmek amatlydyr. Bölekleri gyrkyp alalyň we ol bölekleri aşakdaky suratda görkezilişi ýaly ýerleşdireliň (*59-njy surat*).



59-njy surat

Alnan figura takmynan gönüburçlukdyr. Bu gönüburçlugyň ini berlen tegelegiň r radiusyna, uzynlygy bolsa, ol tegelegi çäkleýän töweregiň uzynlygynyň ýarysy bolan $\pi \cdot r$-*e* deňdir.

Berlen tegelegiň meýdany ondan gyrkyp taýýarlanylan gönüburçlugyň meýdanyna deňdir. Şonuň üçin hem

$$S=\pi \cdot r \cdot r=\pi \cdot r^2.$$

Şeýlelikde, tegelegiň meýdany

$$S=\pi \cdot r^2.$$

Şar düşünjesini hem durmuşdan alnan mysallaryň üsti bilen (futbol pökgüsi, garpyz şar diýip atlandyrylýan geometrik figura çalymdaşdyr) girizmek bolar. Şaryň üstüne sfera diýilýär.

Koordinata göni çyzygy, adatda bolşy ýaly, göni çyzykda O nokady, ondan sagda 1,2,3,… sanlar, çepde bolsa –1,–2,–3 sanlary belgilemek bilen girizilýär.

Hasap başlangyjy, birlik kesimi we ugry görkezilen göni çyzyga koordinata göni çyzygy diýilýär. Berlen nokada degişli koordinata göni çyzygyndaky sana şol nokadyň koordinatasy diýilýär.

Şundan soňra okuwçylar eýýäm gönüburçly koordinatalar sistemasynyň girizilmegine taýýar diýmek bolar. Onuň üçin: “Tekizlikde ýerleşýän nokadyň ýagdaýyny nähili kesgitlemeli?” diýen umumy soragy goýmak bolar. Bu ýerde küşt tagtasynda mallaryň ýerleşişi baradaky mysaly getirmek maksadalaýykdyr.

§ 12. VI synpda geometriýadan ilkinji sapaklar

IV-V synplaryň matematika sapaklarynda okuwçylar käbir ýönekeý geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri bilen tanyşýarlar. Olara nokat, göni çyzyk, kesim, şöhle, burç, üçburçluk, kwadrat, tegelek, töwerek, kub, parallelepiped we ş.m. degişlidir. Şeýlelikde, bu düşünjeler okuwçylara tanyşdyrmak maksady bilen öwredilýär. Netijede okuwçylar geometriýanyň yzygiderli kursuny öwrenmäge taýýarlyk döwrüni geçýärler. Geometriýa aýratyn ders hökmünde 6-njy synpdan geçilip başlanýar.

Ilkinji sapakda okuwçylara geometriýanyň ylym hökmünde zerurlygy we onuň ýüze çykyş taryhy barada maglumatlar bermegiň ähmiýeti uludyr.

Geometriýa örän gadym wagtlarda ýüze çykyp, ol iň gadymy ylymlaryň biridir. Şol döwürlerde adamlar uzaklygy ölçemeli, dürli görnüşli we dürli ölçegli ýer bölekleriniň meýdanlaryny hasaplamaly, ýer bölekleriniň meýilnamalaryny düzmeli, olaryň hakyky ölçeglerini meýilnama boýunça kesgitlemeli, dürli desgalaryň we gaplaryň sygymlaryny, ýagny göwrümlerini hasaplamaly bolupdyrlar. Şunlukda, geometrik ölçegleri we gurluşlary geçirmek bilen baglanyşykly köp düzgünler adamlar tarapyndan işlenip düzülipdir we toplanypdyr. Adamzadyň soňky nesilleri dürli uzaklyklary, meýdanlary we göwrümleri ölçänlerinde şol düzgünlerden peýdalanypdyrlar hem-de olaryň üstüni ýetirip baýlaşdyrypdyrlar. Şeýlelikde, geometriýanyň döremegi adamlaryň amaly işleri bilen baglanyşykly bolupdyr. Soňra geometriýa dürli figuralaryň häsiýetlerini öwrenýän özbaşdak ylym hökmünde kemala gelipdir.

Mugallym okuwçylara geometriýa ylmynyň adamzadyň dürli zerurlyklary netijesinde ýüze çykandygyny düşündirmek bilen, onuň adamyň logiki pikirlenmesini ösdürmekde hem uly ähmiýetiniň bardygyny nygtamalydyr.

Şeýlelikde, ilkinji sapaklardan okuwçylarda geometriýa dersine gyzyklanma döretmäge çalyşmalydyrys.

Geometriýadan ilkinji sapaklar “Geometriýanyň başlangyç maglumatlary” atly bölüm bilen başlanýar. Bu bölümde göni çyzyk, kesim, şöhle, burç, kesimleri we burçlary deňeşdirmek, kesimleri ölçemek, burçlary ölçemek, perpendikulýar göni çyzyklar ýaly düşünjeler beýan edilýär.

Nokat düşünjesi öňden okuwçylara belli düşünje hökmünde kabul edilýär. Şu sebäpli hem nokada hiç hili düşündiriş berilmeýär.

Göni çyzyk düşünjesini mugallym dürli usullardan, görkezme esbaplardan peýdalanmak arkaly düşündirmelidir. Iki tarapa hem tükeniksiz dowam edýän dartylan sapagy göni çyzyga mysal getirmek mümkin. Çyzgyda bolsa göni çyzygyň belli bir bölegini şekillendirýäris.

Göni çyzygyň we onuň üstündäki nokatlaryň belgilenişi, göni çyzygyň üstünde ýatýan we ýatmaýan nokatlar barada dürli suratlardan peýdalanyp düşünje bermek bolar. Şeýlelikde, dürli *A* we *B* nokatlaryň üsti bilen *a* göni çyzyk bilen gabat gelmeýän başga bir göni çyzygy geçirip bolmaýandygy, umuman, bir-biri bilen gabat gelmeýän islendik iki nokadyň üstünden bir we diňe bir göni çyzyk geçirip bolýandygy baradaky netijä gelinýär.

Bu netijäni dürli iki göni çyzygyň tekizlikde ýerleşişi baradaky meseläni çözmäge ulanmak bolar. Tekizlikde iki göni çyzygyň bir umumy nokady bar bolsa, onda olar kesişýärler, umumy nokady bolmasa olar kesişmeýärler (entek parallellik düşünjesi girizilmeýär).

Şeýlelikde, aşakdaky netijäni almak bolar.

Tekizlikde dürli iki göni çyzygyň birden köp umumy nokady bolup bilmez.

Eger tekizlikde dürli iki göni çyzygyň birden köp umumy nokady (meselem, iki umumy nokady) bar diýsek, onda bu göni çyzyklaryň her biri bu nokatlaryň üstünden geçer. Emma, biziň bilşimize görä, dürli iki nokadyň üstünden bir we diňe bir göni çyzyk geçýär.

Kesim düşünjesini göni çyzygyň bölegi hökmünde suratlardan peýdalanmak arkaly girizmek bolar. Suratda göni çyzygyň iki nokat bilen çäklenen bölegi şekillendirilipdir (*60-njy surat*).

60-nji surat

Göni çyzygyň şeýle bölegine kesim diýilýär. *A* we *B* nokatlar arkaly belgilenen *AB* kesim *A* we *B* nokatlary hem-de *A* we *B* nokatlaryň arasynda ýatan *AB* göni çyzygyň ähli nokatlaryny özünde saklaýar.

Şöhle düşünjesini hem suratdan peýdalanmak arkaly girizmek bolar:

a göni çyzygy geçireliň we onuň üstünde *O* nokady belläliň. Bu nokat göni çyzygy her birine *O* nokatdan çykýan şöhle diýlip at berilýän iki sany bölege bölýär. *O* nokada her bir şöhläniň başlangyjy diýilýär.

Şundan soňra, burç düşünjesini kesgitleme arkaly girizmek bolar.

Bir nokatdan çykýan iki şöhläniň emele getiren figurasyna burç diýilýär.

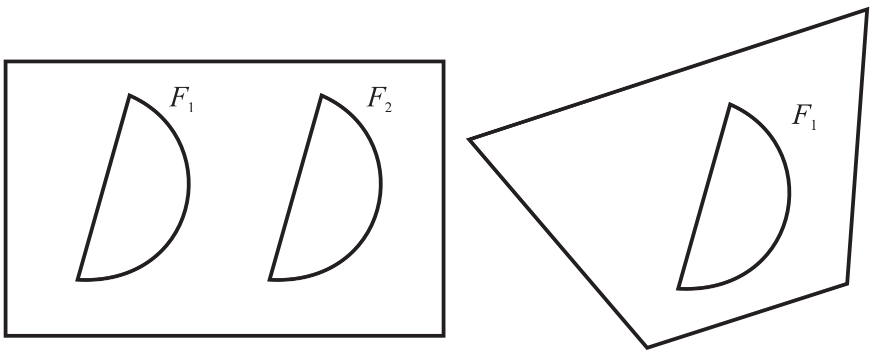
Eger burçuň iki tarapy hem bir göni çyzygyň üstünde ýatsa, onda oňa ýazgyn burç diýilýär.

Göni, kütek, ýiti burç düşünjelerini burçuň ölçeg birligi bolan gradus düşünjesi girizilenden soň girizmek maksadalaýykdyr.

Ýazgyn burçuň 1/180 bölegine deň bolan burça gradus diýilýär.

Eger burç 90º-deň bolsa, onda oňa gönüburç diýilýär. Eger burç 90º-dan kiçi bolsa, onda oňa ýitiburç, 90º-dan uly 180º-dan kiçi bolsa, onda oňa kütekburç diýilýär.

Figuralaryň deňligi düşünjesini durmuşdan alnan mysallaryň üsti bilen girizmek bolar. Bizi gurşap alan zatlaryň arasynda şol bir görnüşi we şol bir ölçegleri bolan zatlar gabat gelýär. Şeýle zatlara mysal edip iki kagyz sahypasyny, birmeňzeş iki depder getirmek bolar. Geometriýada birmeňzeş görnüşi we şol bir ölçegleri bolan figuralara deň figuralar diýilýär. Suratda F_1 we F_2 figuralar berlipdir (*61-nji surat*). Olaryň deňdigini ýa-da deň däldigini aşakdaky ýaly bilýäris. F_1 figurany aňyrsy görünýän kagyza göçürýäris. Soňra göçürmäni süýşürip, ony F_2 figuranyň üstüne goýýarys we F_1 figuranyň göçürmesini F_2 figura bilen gabat getirmäge synanyşýarys. Eger olar gabat gelseler, onda F_1 we F_2 figuralar deňdirler.



61-nji surat

Geometriýa ylmynyň köp abstrakt düşünjelerden durýandygy, 6-njy synpda okaýan okuwçylaryň bolsa entek abstarkt pikirlenmeleriniň gowy ösmändigi sebäpli mugallym geometriýa dersiniň ilkinji sapaklarynda görkezme esbaplardan, modellerden, durmuşdan alnan mysallardan mümkin boldugyça köp peýdalanmaga çalyşmalydyr. Bu bolsa öz gezeginde okuwçylaryň geometriýa dersini yzygiderli öwrenmäge kynçylyksyz girişmeklerine belli bir derejede kömek edýär.

Belli bolşy ýaly, geometriýa ylmynyň teoremalary deduktiw esasda, ýagny öňki düşünjeleriň häsiýetlerine, subut edilen teoremalaryň netijelerine esaslanyp subut edilýär.

Okuwçylar şeýle usulda subut etmeler bilen ilkinji gezek duş gelýärler. Şu sebäpli hem mekdep geometriýasynyň ilkinji teoremalarynyň subutlaryny düşündirmekde mugallymyň ussatlygy uly rol oýnaýar.

Ilkinji etmeli iş teoremanyň şertinde haýsy şertleriň berlendigini, haýsy netijäni subut etmelidigini aýdyňlaşdyrmakdan durýar. Soňra şol netijäniň dogrudygyny subut etmek üçin öň belli bolan haýsy häsiýetlerden, düzgünlerden peýdalanmagyň mümkindigi baradaky problemany ilkinji subut edilýän teoremalarda mugallymyň özi çözüp görkezmelidir. Başgaça aýdanda, biz okuwçylara ilkibaşdan analiz etmekligi öwretmäge çalyşmalydyrys.

VI synpda öwredilýän ilkinji teoremalara wertikal burçlaryň deňligi, çatyk burçlaryň jeminiň 180º-a deňdigi we üçburçluklaryň deňlik nyşanlary baradaky teoremalar degişlidir.

Mysal hökmünde çatyk burçlaryň jeminiň 180º-a deňdigi baradaky teoremanyň subudyny beýan edýäris.

Teorema: çatyk burçlaryň jemi 180º-a deňdir.

Bu teoremanyň şertini aşakdaky sorag-jogaplaryň üsti bilen seljermek bolar.

Teoremanyň şertinde nähili burçlar berlipdir?

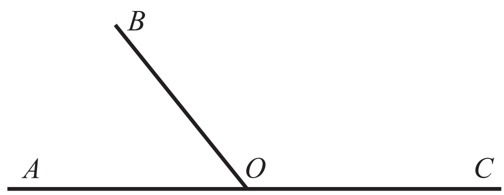
– Teoremanyň şertinde iki sany çatyk burç berlipdir.

Nähili burçlara çatyk burçlar diýilýär?

– Bir taraplary umumy, beýleki taraplary bolsa biri beýlekisiniň dowamy bolan iki burça çatyk burçlar diýilýär.

Çatyk burçlary nähili şekillendirmek bolar?

– Çatyk burçlary aşakdaky ýaly şekillendirmek bolar (*62-nji surat*):



62-nji surat

Teoremanyň şertinde haýsy pikiraýtmany subut etmek talap edilýär?

– Teoremanyň şertinde

$$\angle AOB+\angle BOC=180^\circ$$

deňligi subut etmek talap edilýär.

Şeýle ýönekeý sorag-jogaplar okuwçylaryň teoremanyň şertine gowy düşünmeklerine oňaýly täsir edýär.

Şundan soňra bu teoremanyň subudyny aşakdaky ýaly beýan etmek bolar.

Berlen çatyk burçlaryň *OA* we *OC* taraplarynyň biriniň beýlekisiniň dowamy bolýandygy sebäpli olar başlangyjy *O* nokatda bolan we bir göni çyzykda ýatýan şöhlelerdir. Diýmek, $\angle AOC$ ýazgyn burçdur. Ýazgyn burç bolsa 180º-a deňdir. Ýagny $\angle AOC=180^\circ$. Emma $\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC$. Diýmek, $\angle AOB+\angle BOC=180^\circ$ s.e.ş.

§ 13. Geometrik özgertmeleri öwretmegiň usullary

Mekdep geometriýasynyň nähili nukdaýnazardan gurlandygyna seretmezden, onda teoremalary subut etmegiň, meseleleri çözmegiň dürli usullary ulanylýar. Şol usullaryň biri hem geometrik özgertmeler usulydyr.

Geometrik özgertmeler usuly arkaly matematikanyň dürli bölümlerine degişli meseleler oňaýly usul bilen çözülýär. Meselem, $y=f(x)$ funksiýanyň bahasyny tapmaklyga X köplügiň Y köplüge bolan şekillenmesi hökmünde seretmek bolar.

Mekdep geometriýasynda geometrik özgertmelerden tekizligiň öz-özüne öwrülmesi (tekizligiň özgertmesi) düşünjesini öwretmek göz öňünde tutulýar.

Tekizligiň her bir nokadyna şol tekizligiň haýsydyr bir nokady degişli edilipdir diýip göz öňüne getireliň. Şunlukda, tekizligiň islendik nokady onuň käbir nokadyna degişli nokat bolup çyksa, onda tekizligiň öz-özüne öwrülmesi berlipdir diýilýär.

Mekdep geometriýasynda tekizligiň öz-özüne öwrülmesine degişli okuw maglumatlaryny aşakdaky meýilnama boýunça öwretmek göz öňünde tutulýar.

1. Merkezi simmetriýa.
2. Ok simmetriýasy.
3. Hereket.
4. Üstüne goýma.
5. Parallel göçürme.
6. Öwrüm.
7. Meňzeşlik özgertmesi.
8. Gomotetiýa.

Göni çyzyga görä simmetriýa düşünjesini kesgitleme arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Eger a göni çyzyk AA_1 kesimiň ortasyndan geçse we oňa perpendikulýar bolsa, onda A we A_1 nokatlara a göni çyzyga görä simmetrik nokatlar diýilýär. a-göni çyzygyň her bir nokady öz-özüne simmetrik hasap edilýär.

Eger figuranyň her bir nokady üçin a göni çyzyga görä simmetrik nokat hem şol figura degişli bolsa, onda oňa a göni çyzyga görä simmetrik figura diýilýär. a göni çyzyga figuranyň simmetriýa oky diýilýär.

Ýazgyn däl burçuň bir simmetriýa oky bardyr. Ol simmetriýa oky burçuň bissektrissasy ýatan göni çyzykdyr.

Deňýanly üçburçlugyň bir simmetriýa oky, deňtaraply üçburçlugyň bolsa üç simmetriýa oky bardyr. Şeýlelikde, simmetriýa oky bolmadyk figuralara hem mysallar getirmegiň ähmiýeti uludyr. Olara gönüburçlukdan we rombdan tapawutly parallelogram, dürli taraply üçburçluk degişlidir.

Nokada görä simmetriýa düşünjesini hem kesgitleme arkaly girizmek bolar.

16. Sargyt №190

Eger O nokat AA_1 kesimiň ortasy bolsa, onda A we A_1 nokatlara O nokada görä simmetrik nokatlar diýilýär.

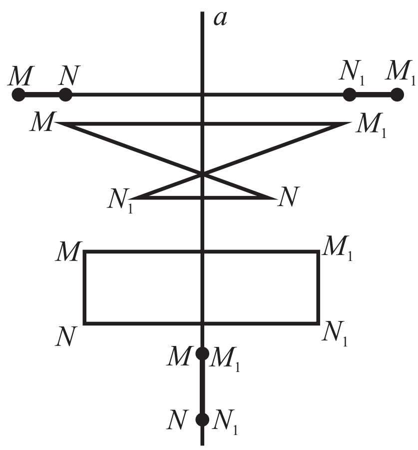
Eger figuranyň her bir nokady üçin O nokada görä simmetrik nokat hem şol figura degişli bolsa, onda oňa O nokada görä simmetrik figura diýilýär. Şeýle ýagdaýda figuranyň simmetriýa merkezi bar diýilýär.

Töwerek we parallelogram merkezleýin simmetrik figuralaryň mysallarydyr.

Simmetrik figuralara durmuşdan alnan mysallar getirmegiň ähmiýeti uludyr. Olara agaçlaryň ýapraklaryny, kebelegi, türkmen halylarynyň göllerini we ş.m. mysal getirmek bolar.

Hereket düşünjesini girizmekde ok simmetriýasynyň nokatlaryň arasyndaky uzaklygy saklaýandygy baradaky häsiýetini peýdalanmak bolar.

Ok simmetriýasynyň bu häsiýetini subut etmekde M we N nokatlaryň dürli ýerleşiş ýagdaýlaryny çyzgylardan peýdalanyp beýan etmegiň ähmiýeti uludyr. Ol ýagdaýlar aşakdaky çyzgylarda görkezilendir (*63-nji surat*).



63-nji surat

Tekizligiň uzaklygy saklap öz-özüne öwrülmesine tekizligiň hereketi diýilýär.

Üstüne goýma düşünjesini aşakdaky ýaly beýan etmek bolar.

Φ figurany Φ_1 figuranyň üstüne goýma diýlende biz ony Φ figuranyň her bir nokady Φ_1 figuranyň haýsy-da bolsa bir nokadynyň üstüne goýulýar diýip göz öňüne getirýäris. Ýagny Φ figuranyň her bir nokady Φ_1 figuranyň käbir nokadyna degişli edilýär. Şeýlelikde, Φ figurany Φ_1 figuranyň üstüne goýma diýlende biz Φ figuranyň Φ_1 figura şekillenmesine düşünýäris. Eger Φ figurany Φ_1 figura bilen üstüne goýma arkaly gabat getirip bilsek, onda Φ figura Φ_1 figura deň diýip aýdylýar. Başgaça aýdanymyzda, eger Φ_1 figurany Φ figura öwrüp bolýan üstüne goýma bar bolsa, onda Φ figurany Φ_1 figura gabat getirip bolýar ýa-da Φ figura Φ_1 figura deň diýilýär.

Mekdep geometriýasynda parallel göçürme düşünjesini girizmäge dürli çemeleşmeler bardyr.

Parallel göçürme düşünjesini koordinatalar usulyndan peýdalanyp aşakdaky ýaly girizmek bolar.

Tekizlikde x, y dekart koordinatalaryny girizeliň. F figuranyň erkin (x,y) nokadyny $(x+a; y+b)$ nokada geçirýän özgertmä parallel göçürme diýilýär, bu ýerde a we b ähli $(x;y)$ nokatlar üçin birmeňzeşdir.

Parallel göçürme

$$x'=x+a, \quad y'=y+b$$

formulalar bilen berilýär. Bu formulalar parallel göçürmede $(x;y)$ nokadyň geçýän nokadynyň x', y' koordinatalaryny aňladýar.

Parallel göçürme düşünjesi wektor düşünjesinden peýdalanyp aşakdaky ýaly girizilýär.

Goý, $\vec{a}$ berlen wektor bolsun. Eger tekizligiň öz-özüne öwrülmesinde $\overrightarrow{MM_1}$ wektor $\vec{a}$ wektora deň bolar ýaly edilip M nokat M_1 nokada öwrülýän bolsa, onda bu öwrülmä $\vec{a}$ wektora parallel göçürme diýilýär.

Parallel göçürmäni nokatlaryň şol bir ugra we şol bir uzaklyga özgermesi hökmünde göz öňüne getirmek mümkin.

Öwrüm düşünjesini aşakdaky kesgitlemäniň kömegi arkaly girizmek bolar.

Tekizlikde O nokady (öwrüm merkezini) belläliň we α burç (öwrüm burçuny) alalyň. Eger tekizligiň öz-özüne şekillenmesinde $OM=OM_1$ we $\angle MOM_1=\alpha$ bolar ýaly edilip M nokat M_1 nokada öwrülýän bolsa, onda bu öwrülmä tekizligiň O nokadyň daşynda α burça öwrümi diýilýär.

Meňzeşlik özgertmesi düşünjesi girizilmänkä meňzeş figuralar baradaky durmuşdan alnan mysallary getirmegiň ähmiýeti uludyr.

Eger F figurany F' figura özgertmede nokatlaryň arasyndaky uzaklyklar şol bir sança gezek üýtgeýän bolsa, onda oňa meňzeşlik özgertmesi diýilýär. Eger F figuranyň erkin X, Y nokatlary meňzeşlik özgertmesinde F' figuranyň X', Y' nokatlaryna geçýän bolsa onda

$$X'Y'=k\cdot XY$$

deňlik ýerine ýetýär, özünem k san – ähli X, Y üçin şol bir san. k sana meňzeşlik koeffisiýenti diýilýär.

Figuralaryň meňzeşligi düşünjesini meňzeşlik özgertmesi arkaly girizmek maksadalaýykdyr.

Eger iki figura meňzeşlik özgertmesi arkaly biri-birine geçirilýän bolsa, onda olara meňzeş figuralar diýilýär.

Meňzeşlik özgertmesinde kesimleriň kesimlere geçýändigi we şöhleleriň (ýarym göni çyzyklaryň) arasyndaky burçuň üýtgemeýändigi sebäpli meňzeş figuralaryň degişli burçlary deňdirler, degişli kesimleri bolsa proporsionaldyrlar.

Soňky tassyklamany üçburçluklaryň meňzeşligi düşünjesini girizmekde ulanmak bolar. Ýagny meňzeş ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1;$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Gomotetiýa düşünjesini kesgitleme arkaly girizmek mümkin.

Goý, F – berlen figura we O – fiksirlen nokat bolsun. F figuranyň erkin X nokadyndan OX şöhle geçireliň we onuň üstünde $k \cdot OX$ deň OX' kesim alyp goýalyň, bu ýerde k – položitel san. Her bir X nokady görkezilen usul bilen gurlan X' nokada geçýän F figuranyň özgertmesine O merkeze görä gomotetiýa diýilýär. k – sana gomotetiýanyň koeffisiýenti, F we F' figuralara gomotetik figuralar diýilýär.

Gomotetiýanyň meňzeşlik özgertmesidigi subut edilenden soňra özara gomotetik figuralary gurmagy öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Berlen figura gomotetik figurany gurmak üçin gomotetiýa merkeziniň we gomotetiýa koeffisiýentiniň berilmegi ýeterlikdir.

Gomotetiýa koeffisiýentiniň dürli bahalarynda (meselem, $0<k<1$ we $k>1$ bolanda) özara gomotetik figuralary gurmak netijesinde okuwçylar bu özgertmäniň mazmunyna has çuňňur düşünýärler.

§ 14. VI-VIII synplarda geometrik gurluşlary öwretmegiň usullary

Mekdep geometriýasynda hasaplamaga, subut etmäge we gurmaga degişli meseleleri öwretmek göz öňünde tutulýar. Gurmaga degişli meseleleriň çözülişi beýleki meseleleriň çözülişinden tapawutlanýar. Okuwçylaryň erjelligini, ugurtapyjylygyny, düşbüligini artdyrýan, olaryň logiki pikirlenmek we göz öňüne getirmek ukyplaryny ösdürýän, amaly başarnyklaryny kemala getirýän meseleleriň hataryna gurmaga degişli meseleleri goşmak bolar. Gurmaga degişli meseleleriň çözülişi dört bölekden, ýagny analizden, gurluşdan, subut etmekden we derňewden durýar. Analizde mesele çözülen hasap edilýär we iş çyzgysy çyzylýar. Bu iş çyzgysy boýunça berlen ululyklar bilen gurmak talap edilýän figuranyň arasyndaky baglanyşyklar gözlenilip başlanylýar. Netijede talap edilýän figurany gurmagyň yzygiderligi tapylýar. Soňra ikinji bölekde bu yzygiderlik boýunça talap edilýän figura gurulýar. Üçünji bölekde gurlan figuranyň meseläniň şertini kanagatlandyrýandygy subut edilýär. Meseläniň derňewinde ,,Meseläniň näçe çözüwi bar?” ,,Haçan meseläniň çözüwi ýok?” diýen ýaly soraglara jogap bermeli bolýar.

Gurmaga degişli meseleler okuwçylaryň geometriýa boýunça nazary bilimlerini berkitmäge, logiki pikirlenmek ukyplaryny ösdürmäge, çyzgy çyzmak endiklerini ösdürmäge we berkitmäge ýardam edýär.

Bu meselelerde gözlenilýän figuralary diňe sirkuldan we çyzgyçdan peýdalanylyp ýerine ýetirmek talap edilýär.

Çyzgyjyň kömegi bilen erkin göni çyzygy, berlen nokat arkaly geçýän erkin göni çyzygy, berlen iki nokat arkaly geçýän göni çyzygy geçirip bolar. Çyzgyç bilen başga hiç bir işi ýerine ýetirip bolmaz. Hususan-da, eger çyzgyçda masştab bolsa-da, onuň kömegi bilen kesimleri alyp goýup bolmaz.

Sirkul geometrik gurluşlaryň guraly hökmünde berlen merkezden berlen radiusly töweregi gurmaga mümkinçilik berýär. Hususan-da, sirkulyň kömegi bilen berlen göni çyzykda berlen nokatdan berlen kesimi alyp goýup bolýar.

Geometrik gurluşlary öwretmäge taýýarlyk döwründe okuwçylar gönü çyzyk geçirmek, berlen kesime deň bolan kesimi alyp goýmak, burçy we üçburçlugy gurmak ýaly ýönekeý meseleler bilen tanyşýarlar.

Sirkulyň we çyzgyjyň kömegi bilen gurmaga degişli meseleler 6-njy synpda öwredilip başlanýar. Bu ýerde diňe sirkulyň we çyzgyjyň kömegi bilen gurmaga degişli meseleleriň aýratyn toparlara bölünişi, bu gurallaryň üsti bilen ýerine yetirip bolýan ölçegler, berlen kesime deň bolan kesimi alyp goýmak, berlen burça deň bolan burçy alyp goýmak, burçuň bissektrisasyny gurmak, perpendikulýar göni çyzyk gurmak, kesimi ýarpa bölmek ýaly ýönekeý meseleleriň çözülişileri öwredilýär.

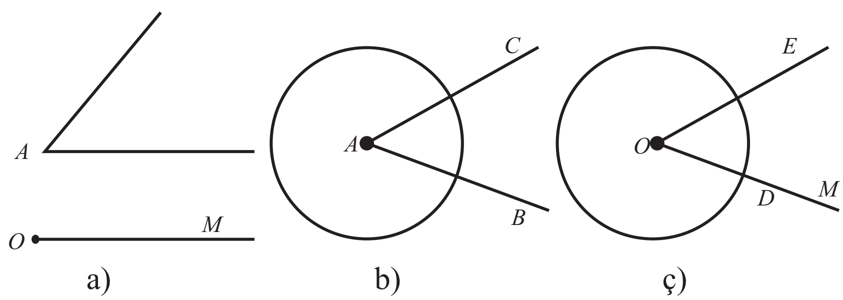
Ilkibaşda okuwçylara gurmaga degişli meseleleriň çözülişiniň basgançaklary (etaplary) barada düşünje berilmeýär. Esasan hem gurmaga degişli meseleleriň çözülişiniň gurluş we subut etmek bölümleri geçirilýär. Seredilýän meseleleriň ýönekeýdigi sebäpli analiz we çözülişiň derňewi bölümleri seredilmeýär.

Bu meseleleriň käbirleriniň çözülişine seredip geçeliň.

Mesele: berlen şöhlede berlen burça deň burçy alyp goýmaly.

Çözülişi.

A depeli burç we *OM* şöhle berlen bolsun. Bir tarapy *OM* şöhle bilen gabat geler ýaly, berlen *A* burça deň burçy gurmaly.



64-nji surat

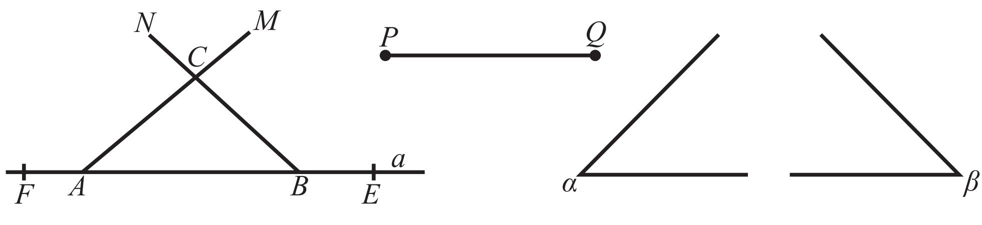
Merkezi berlen burçuň A depesinde bolan erkin radiusly töwerek geçireliň. Bu töwerek burçuň taraplaryny B we C nokatlarda keser. Soňra şol radiusly merkezi OM şöhläniň başlangyjynda bolan töweregi geçirýäris. Ol şöhläni käbir D nokatda keser. Soňra radiusy BC deň bolan D merkezli töweregi geçirýäris. O we D merkezli töwerekler iki nokatda kesişerler (*64-nji surat*). Şol nokatlaryň birini E harpy bilen belleýäris. MOE burçuň gözlenilýän burçdugyny subut edeliň.

ABC we ODE üçburçluklara seredeliň. AB we AC kesimler A merkezli töweregiň radiuslary, OD we OE kesimler O merkezli töweregiň radiuslary bolup hyzmat edýärler. Gurluşy boýunça bu töwerekleriň deň radiuslary bardyr. Şoňa görä-de, $AB=OD$, $AC=OE$. Şeýle hem gurluş boýunça $BC=DE$. Üçburçluklaryň deňliginiň üçünji nyşany boýunça $\Delta ABC=\Delta ODE$. Şoňa görä-de, $\angle DOE=\angle BAC$. Ýagny gurlan MOE burç berlen A burça deňdir.

6-njy synpda "Üç elementi boýunça üçburçluk gurmak" diýen tema hem gurmaga degişli meselelere degişlidir. Bu ýerde berlen iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy, bir tarapy we oňa sepleşýän iki burçy, üç tarapy boýunça üçburçluk gurmak meselelerine seredilýär. Bu meseleleriň çözülişini öwretmekde gurmaga degişli meseleleri çözmegiň öňki öwrenilen bölümler bilen bir hatarda meseläniň çözülişiniň derňewini geçirmegi öwretmek maksadalaýykdyr. Bu meseleleriň käbirleriniň çözülişine seredip geçeliň.

Mesele 1: tarapy we oňa sepleşýän iki burçy boýunça üçburçluk gurmaly.

Çözülişi:



a) b)

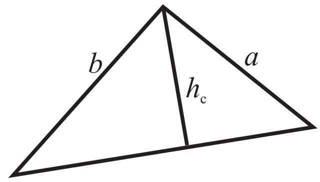
65-nji surat

AB tarapa deň bolan PQ kesim hem-de ol tarapa sepleşýän A we B burçlara deň bolan α we β burçlar berlipdir. ABC üçburçlugy gurmak talap edilýär.

a göni çyzygyň üstünde PQ kesime deň bolan AB kesimi alyp goýýarys. a göni çyzygyň üstünde A nokatda berlen α burça deň $\angle MAE$ burçy, B nokatda berlen β burça deň bolan $\angle NBF$ burçy gurýarys. AM we BN şöhleleriň kesişme nokady üçünji C depe bolar (*65-nji surat*).

Eger berlen tarapa sepleşýän burçlaryň jemi 180º-dan kiçi bolsa, onda meseläniň ýeke-täk çözülişi bar. Eger berlen tarapa sepleşýän burçlaryň jemi 180º deň ýa-da uly bolsa, onda meseläniň çözüwi ýokdur.

Ýokardaky görkezilen meseleleri çözmek arkaly okuwçylar gurmaga degişli meseleleri çözmegiň dört basgançagyny öwrenmäge taýýarlyk döwrüni geçýärler.



66-njy surat

***Mesele 2*:** iki tarapy we üçünji tarapa indirilen beýikligi boýunça üçburçluk guruň.

Çözülişi: ýokarda bellenilip geçilişi ýaly, ilki bilen meseläniň analizini geçirýäris. Goý, talap edilýän üçburçluk gurlan bolsun (*66-njy surat*).

Bu iş çyzgysyny öwrenip, gözlenilýän üçburçlugy gurmagyň ýoluny tapýarys.

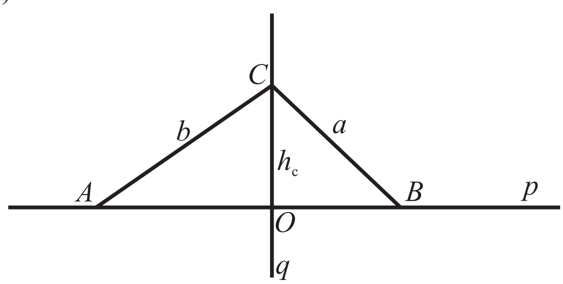
1. *O* nokatda kesişýän özara perpendikulýar *p* we *q* gönü çyzyklary gurmaly.

2. *q* göni çyzykda *O* nokatdan uzynlygy h_c deň bolan kesimi alyp goýup, üçburçlugyň *C* depesini kesgitlemeli.

3. *C* nokatdan radiusynyň uzynlygy *a* bolan dugany çyzmaly we onuň *p* göni çyzyk bilen kesişme nokadyny *B* bilen belgilemeli.

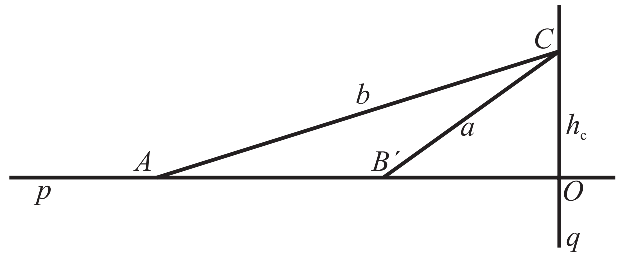
4. *C* nokatdan radiusynyň uzynlygy *b* bolan dugany çyzmaly we onuň *p* göni çyzyk bilen kesişme nokadyny *A* bilen belgilemeli.

Üçburçlugy gurmagyň bu meýilnamasy boýunça ony gurmak kynçylyk döretmeýär (*67-nji surat*).



67-nji surat

Bu meseläniň subudy ýönekeý, emma derňewi örän gyzykly. Biz *a* kesimi *C* nokatdan sag tarapda, *b* kesimi bolsa çep tarapda alyp goýduk. Eger *a* we *b* kesimleriň ikisini hem *C* nokatdan bir tarapda alyp goýsak, onda meseläniň şertini kanagatlandyrýan ýene-de bir çözüwi alarys (*68-nji surat*). *AB´C* üçburçluk hem meseläniň şertini kanagatlandyrýar. Birinji çözülişdäki alnan üçburçlugyň *C* burçy ýiti, ikinji çözülişdäki alnan üçburçlugyň bolsa *C* burçy kütek.



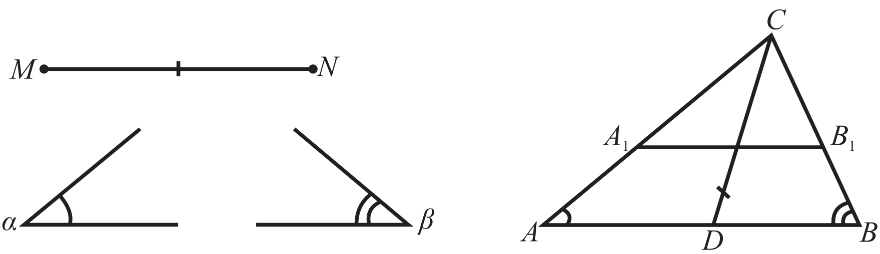
68-nji surat

Eger $h_c<b$, $h_c<a$ $a\neq b$ bolsa, meseläniň iki dürli çözüwi bar; $h_c>b$ ýa-da $h_c>a$ bolsa, meseläniň çozüwi ýok. Eger $h_c=a$ ýa-da $h_c=b$ ýa-da $a=b$ bolsa, meseläniň bir çözüwi bar. Käbir halatlarda gurmaga degişli meseläniň analizi geçirilende diňe iş çysgysy boýunça gözlenilýän figurany gurmagyň ýoluny tapmak mümkin bolmaýar. Şeýle ýagdaýlarda goşmaça gurluşlary geçirmek zerurlygy ýüze çykýar.

7-nji synpda "Üçburçluklaryň meňzeşliginiň amalyýetde ulanylyşy" we "Gönüburçly üçburçlugyň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky baglanyşyklar" diýen temalarda gurmaga degişli meselelere seredilýär.

Mesele 3: iki burçy we üçünji burçuň bissektrisasy boýunça üçburçlugy gurmaly.

Çözülişi:



69-njy surat

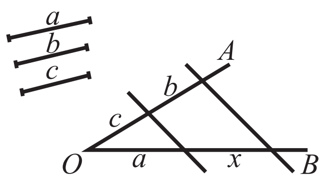
Ilki bilen gözlenilýän üçburçluga meňzeş bolan üçburçlugy gurýarys. Onuň üçin erkin A_1B_1 kesimi alýarys. A_1 we B_1 burçlary degişlilikde berlen α we β burçlara deň bolan A_1B_1C üçburçlugy gurýarys. Soňra C burçuň bissektrisasyny gurýarys we onuň üstünde berlen MN kesime deň bolan CD kesimi alyp goýýarys. D nokadyň üstünden A_1B_1 tarapa parallel bolan göni çyzygy geçirýäris. Bu göni çyzyk C burçuň taraplaryny A we B nokatlarda keser. ABC gözlenilýän üçburçlukdyr (*69-njy surat*).

Hakykatdan-da, $AB//A_1B_1$ bolany üçin $\angle A=\angle A_1=\alpha$, $\angle B=\angle B_1=\beta$. ABC üçburçlugyň iki burçy berlen burçlara deň, gurluş boýunça ABC burçuň CD bissektrisasy berlen MN kesime deň. Diýmek, ABC üçburçluk meseläniň ähli şertlerini kanagatlandyrýar.

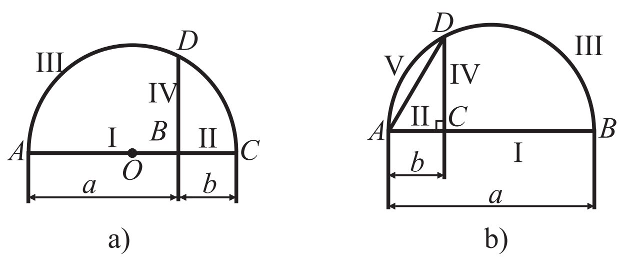
Şu temada berlen kesimi proporsional böleklere bölmek baradaky mesele hem üçburçluklaryň meňzeşlik nyşanlaryndan peýdalanyp çözülýär.

Gurmaga degişli meseleler çözülende algebraik usul giňden ulanylýar. Orta mekdebiň planimetriýa kursunda okuwçylara aşakdaky formulalary sirkulyň we çyzgyjyň kömegi bilen gurmak öwredilýär.

1. $x = \frac{ab}{c}$ formula berlen *a, b, c* kesimlere proporsional bolan *x* kesimi gurmaklygy aňladýar. Bu formuladan $cx = ab$; $\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$ alarys. Soňky proporsiýany gurmak üçin bolsa islendik *AOB* burçuň *OA* tarapynda *b, c* kesimleri, *OB* tarapynda bolsa *a* kesimi almaly. *c* we *a* kesimleriň uçlaryny birikdirmeli. *b* kesimiň ahyryndan bu kesime parallel göni çyzygy geçirmeli. Burçuň *OB* tarapynda gurmak talap edilýän *x* kesim alynýar. Bu formulanyň gurluşy 70-nji suratda görkezilendir.



70-nji surat

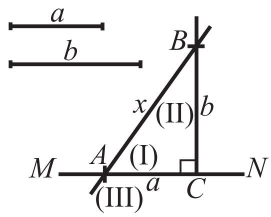


71-nji surat

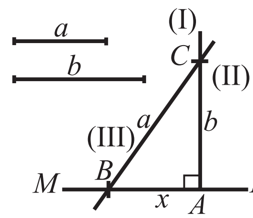
2. $x = \frac{a^2}{c}$ formula berlen *a, a, c* kesimlere proporsional bolan *x* kesimi gurmaklygy aňladýar. Bu formuladan $cx = aa$; $\frac{c}{a} = \frac{a}{x}$ alarys. 70-nji suratda *b* kesime derek hem *a* kesimi alyp bu formulany gurup bolar.

3. $x = \sqrt{ab}$ formula bolsa *a, b* kesimlere orta proporsional bolan *x* kesimi gurmaklygy aňladýar. Bu formuladan $x^2=ab$; $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ proporsiýany alarys. Onuň gurluşynyň iki usuly 71-nji *a* we *b* suratlarda görkezilendir. 71-nji *a* suratda $x=BD$, 71-nji *b* suratda bolsa $x=AD$ gurmak talap edilýän kesimdir. Bu çyzgylardaky rim sifrleri gurluşyň yzygiderliligini aňladýar.

4. $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ formula katetleri *a* we *b* bolan gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyny tapmaklygy aňladýar. *x* kesimi gurmagyň ýoly 72-nji suratda görkezilendir.



72-nji surat



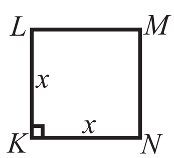
73-nji surat

5. $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ formula gipotenuzasy *a* we bir kateti *b* bolan gönüburçly üçburçlugyň ikinji katetini tapmaklygy aňladýar. *x* kesimi gurmagyň ýoly 73-nji suratda görkezilendir.

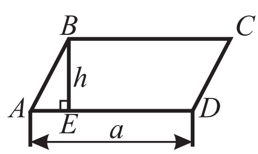
Algebraik usul bilen çözülýän gurmaga degişli meseleleriň kynraklaryny hem okuwçylara öwretmegiň peýdalydygyny tejribämiz görkezýär. Algebraik usul bilen çözülýän gurmaga degişli meseleleriň ikisine seredeliň.

Mesele 4. Esasy *a* we beýikligi *h* bolan parallelogram berlipdir. Meýdany berlen parallelogramyň meýdanyna deň bolan kwadraty gurmaly.

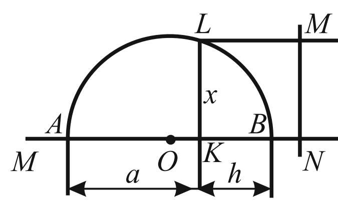
Çözülişi. Gurmak talap edilýän kwadratyň tarapyny *x* bilen belgiläliň (*74-nji surat*) we berlen parallelogramyň elementleriniň (*75-nji surat*) üsti bilen *x* aňladalyň



74-nji surat



75-nji surat



76-njy surat

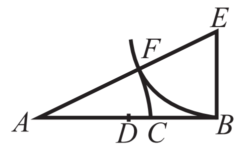
Meseläniň şertine görä $x^2=ab$ onda $x = \sqrt{ah}$. Soňky deňlik kwadratyň tarapynyň *a* we *h* kesimleriň orta proporsional kesimi bolýandygyny aňladýar. Diýmek, meseläniň çözülişini aşakdaky meýilnama boýunça amala asyrmaly: 1) *MP* göni çyzygyň *A* nokadyndan *a* kesime deň bolan *AK* kesimi alyp goýmaly; 2) *K* nokatdan *h* kesime deň bolan *KB* kesimi alyp goýmaly; 3) *MN* kesimi deň ýarpa bölüp *O* nokady tapmaly; 3) *OM=ON* radiusly töwerek çyzmaly; 4) *K* nokatdan *MP* göni çyzyga perpendikulýar çyzmaly we onuň töweregi kesýän nokadyny L bilen belgilemeli; 5) KL kesimiň kwadratyň tarapy bolýandygyny göz öňünde tutup, $KLMN$ kwadraty gurmaly.

Bu meýilnama boýunça meseläniň çözülişi, ýagny talap edilýän figuranyň gurluşy 46-njy suratda şekillendirilendir.

Mesele 5. Berlen kesimi onuň uly bölegi tutuş kesim bilen kiçi böleginiň orta proporsionaly bolar ýaly iki bölege bölmeli.

Çözülişi.

77-nji surat



78-nji surat

Eger berlen $AB=a$ kesimiň uly bölegini $AC=x$ bilen belgilesek, onda onuň beýleki bölegi $BC=a-x$ bolar (*77-nji surat*). Onda meseläniň şertine görä aşakdaky proporsiýany düzüp bileris: $\frac{a}{x}=\frac{x}{a-x}$. Bu proporsiýadan $x^2=a(a-x)$ ýa-da $x^2+ax-a^2=0$ kwadrat deňlemäni alyp bileris. Bu kwadrat deňlemäni çözüp alarys:

$$x_1=-\frac{a}{2}-\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2};\ x_2=-\frac{a}{2}+\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}-\frac{a}{2}.$$

Deňlemäniň birinji köki otrisatel bolany üçin ony taşlap, ikinji položitel köki alýarys. Diýmek, berlen meseläniň elmydama çözüwi bolup, özem ol çözüw ýeke–täkdir. Eger bu ikinji položitel çözüwi gurup bilsek, onda alnan kesimi berlen kesimde goýup, ony talap edilýän gatnaşykda bölüp bilerdik. Diýmek, meseläniň çözülişi alnan $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}-\frac{a}{2}$ formulany gurmaklyga syrykdyrylýar.

$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}$ aňlatmany gurmak üçin katetleri a we $\frac{a}{2}$ bolan gönüburçly üçburçlugy gurýarys. Bu gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}$ deňdir. $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}-\frac{a}{2}$ formulany gurmak üçin bolsa gurlan gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyndan $\frac{a}{2}$ kesimi aýyrmak ýeterlikdir. a kesimiň bir ujunda

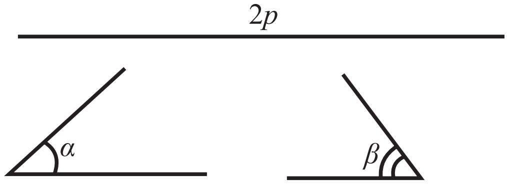
$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2}$ kesimi alyp goýup, başdaky meseläniň çözülişini taparys. Indi berlen meseläni gurmagyň meýilnamasyny düzeliň:

1) berlen $a=AB$ kesimi deň ýarpa bölmeli we $AD=DB$ bolan D nokady kesgitlemeli; 2) B nokatdan AB kesime perpendikulýar göni çyzygy geçirmeli we onuň üstünde BD deň bolan BE kesimi alyp goýmaly; 3) AE gipotenuzanyň üstünde E nokatdan $EF=\frac{a}{2}$ bolan kesimi alyp goýmaly; 4) bu gurlan $AF = AC = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2}$ kesimi A nokatdan AB kesimiň üstünde alyp goýmaly. C nokat berlen AB kesimi talap edilýän gatnaşykda bölýändir. Bu meýilnama boýunça meseläniň çözülişi, ýagny talap edilýän figuranyň gurluşy 78-nji suratda şekillendirilendir.

Gurmaga degişli meseleler çözülende algebraik usuly ulanmagy öwretmek algebra bilen geometriýanyň arasyndaky baglanyşygy güýçlendirmäge, netijede bolsa okuwçylaryň matematiki bilimlerini has çuňlaşdyrmaga ýardam edýär.

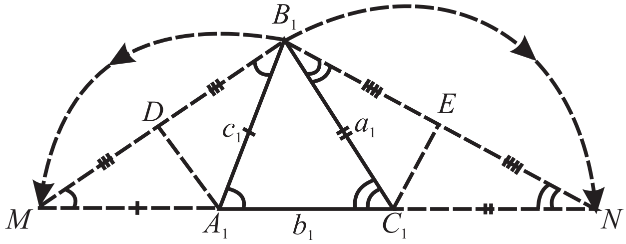
Analizi geçirmek üçin köplenç, goşmaça gurluşlary ýerine ýetirmeli bolýar.

Mesele 6. Berlen perimetri we iki burçy (*79-njy surat*) boýunça uçburçluk gurmaly.



79-njy surat

Meseläniň analizini geçireliň. Goý, mesele çözülen we gözlenilýän $A_1B_1C_1$ üçburçluk gurlan bolsun (*80-nji surat*). Şert boýunça perimetr berlipdir. Şonuň üçin A_1C_1 tarapyň dowamynda A_1B_1 deň bolan A_1M kesimi we B_1C_1 deň bolan C_1N kesimi alyp goýalyň.



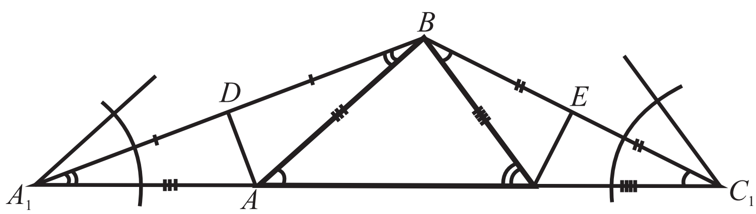
80-nji surat

M we *N* nokatlary B_1 nokat bilen birikdirip, MB_1N üçburçlugy alýarys. MA_1B_1 we NB_1C_1 deňýanly üçburçluklardyr. Onda DA_1 mediana MA_1B_1üçburçlugyň hem beýikligi hem bissektrisasydyr. EC_1 mediana bolsa NB_1C_1 üçburçlugyň hem beýikligi hem bissektrisasydyr. MA_1B_1üçburçlugyň daşky burçy bolany üçin $\angle A_1=2\angle M$ we NC_1B_1üçburçlugyň daşky burçy bolany üçin $\angle C_1=2\angle N$.

Şeýlelikde, meseläni çözmegiň ýoly (meýilnamasy) tapyldy:

1. Berlen perimetre deň bolan A_1C_1 kesimi gurmaly. 2. Perimetri üçburçlugyň tarapy hökmünde kabul edip, onuň uçlarynda bir ýarym tekizlikde berlen α we β burçlary gurmaly. 3. Bu burçlaryň her biriniň bissektrisasyny gurmaly we olar kesişýänçä dowam etdirmeli. Bissektrisalaryň kesişme nokady *B* gözlenilýän üçburçlugyň bir depesi bolar. 4. Alnan kömekçi A_1BC_1 üçburçlugyň gapdal taraplarynyň orta perpendikulýarlarynyň üçünji tarap bilen kesişmeginden alnan *A* we *C* iki nokat gözlenilýän üçburçlugyň depeleri bolarlar. Ol depeleri *B* depe bilen birikdirip, gözlenilýän üçburçlugy alarys.

Bu meýilnama boýunça bu meseläniň çözülişi 81-nji suratda görkezilendir.



81-nji surat

Bu meseläniň çözülişinden görnüşi ýaly, gurmaga degişli meseleler okuwçynyň alan bilimlerini döredijilikli ulanmagyna zerurlyk döredýär. Şonuň üçin hem gurmaga degişli meseleleriň geometriýany öwretmekdäki ähmiýeti uludyr.

Sözümizi jemläp aýdanymyzda, gurmaga degişli meseleleri çözmek, okuwçylarda öň bilýän geometrik maglumatlaryny aňly-düşünjeli ulanmak başarnyklaryny, şeýle hem sirkuldan, çyzgyçdan, transportirden peýdalanmak ýaly amaly başarnyklary hem kemala getirýär.

§15. Üçburçlukda metriki gatnaşyklary öwretmegiň usullary

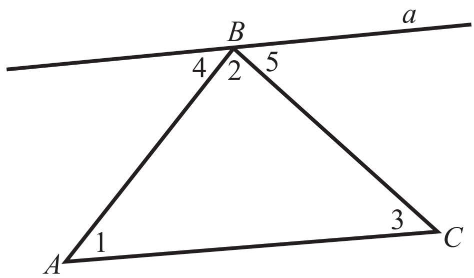
VI synpda üçburçlukda metriki gatnaşyklara degişli “Üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakynda teorema”, “Üçburçlugyň taraplary bilen burçlarynyň arasyndaky baglanyşyklar”, “Üçburçlugyň deňsizligi” ýaly temalar öwrenilýär.

Üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teoremany subut etmezden öňürti okuwçylar bilen kartondan ýa-da fanerden ýasalan birnäçe üçburçluklaryň burçlarynyň jemini transportir bilen ölçemek arkaly, olaryň burçlarynyň jeminiň takmynan 180º-a deňdigine göz ýetirmek möhümdir.

Okuw maksatnamasy boýunça şu tema çenli iki göni çyzygyň parallellik nyşanlarynyň geçilýändigi sebäpli üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teoremanyň ol nyşanlaryň birinjisine esaslanýan subudyny öwretmek maksadalaýyk bolar.

Teorema: üçburçlugyň burçlarynyň jemi 180º-a deňdir.

Subudy: erkin *ABC* üçburçlugyň burçlaryny degişlilikde $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ bilen belgiläliň. *ABC* üçburçlugyň *B* depesinden onuň *AC* tarapyna parallelik bolan *a* göni çyzyk geçireliň. Soňky emele gelen burçlary degişlilikde $\angle 4$ we $\angle 5$ bilen belgiläliň (*82-nji surat*).



82-nji surat

Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende emele gelýän atanak ýatýan burçlar hökmünde $\angle 4=\angle 1$ we $\angle 5=\angle 3$.

Emma ýazgyn burç hökmünde

$$\angle 4+\angle 2+\angle 5=180^\circ$$

Diýmek, $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^\circ$ – s.e.ş.

Okuw maksatnamasy boýunça “Üçburçlugyň taraplary bilen burçlarynyň arasyndaky baglanyşyklar” atly tema çenli “Üçburçlugyň daşky burçy” we “Deňýanly üçburçluk” atly temalaryň geçilýändigi sebäpli degişli teoremanyň üçburçlugyň daşky burçunyň we deňýanly üçburçlugyň häsiýetlerine esaslanýan subudyny öwretmek maksadalaýykdyr.

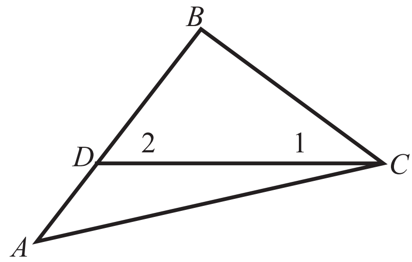
Teorema: üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda uly burç ýatýar we tersine, uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýar.

Subudy: goý, *ABC* üçburçlukda $AB>BC$ bolsun.

$\angle C>\angle A$ bolýandygyny subut edeliň. *AB* tarapyň üstünde *B* nokatdan başlap, *BC* tarapa deň bolan *BD* kesimi alyp goýalyň (*83-nji surat*).

D we *C* nokatlary birikdireliň. $BD=BC$ bolany üçin, *DBC* deňýanly üçburçlukdyr. Onda $\angle BDC=\angle BCD$. $\angle BDC$ burçuň *ADC* üçburçlugyň daşky burçy bolany üçin, ol *A* burçdan uludyr. $BD<AB$ bolany üçin *D* nokat *A we B* nokatlaryň arasynda

ýatýar. Şoňa görä-de, *BCD* burç *C* burçuň bölegidir. Diýmek, $\angle C > \angle BCD > \angle A$, ýagny *C* burç *A* burçdan uludyr.



83-nji surat

Teoremanyň ikinji bölegini subut etmekde kesgitlilik üçin $\angle C > \angle B$ diýip almak bolar. Şu ýagdaýda $AB > AC$ bolýandygyny subut etmeli üç ýagdaýyň bolmagy mümkin:

$AB = AC$, $AB < AC$ ýa-da $AB > AC$.

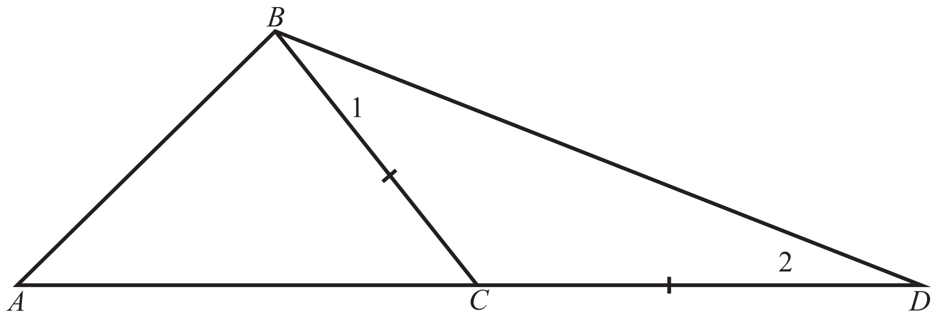
Eger-de $AB = AC$ bolsa, onda $\angle C = \angle B$ bolardy. Bu ýagdaý mümkin däl. Eger-de $AB < AC$ bolsa, onda $\angle C < \angle B$ bolardy.

Bu ýagdaý hem mumkin däl. Diýmek, $AB > AC$ bolar s.e.ş.

Üçburçlugyň deňsizligi baradaky teoremanyň ýokarda subut edilen teoremanyň netijesine esaslanýan subutdyny öwretmek maksadalaýyk bolar.

Teorema: üçburçlugyň her bir tarapy onuň beýleki iki tarapynyň jeminden kiçidir.

Subudy: erkin *ABC* üçburçluk alalyň we $AB < AC + AB$ bolýandygyny subut edeliň. *AC* tarapyň dowamynda *BC* tarapa deň bolan *CD* kesimi alyp goýalyň (*84-nji surat*). Alnan *BCD* deňýanly üçburçlukda $\angle 1 = \angle 2$. *ABD* üçburçlukda $\angle ABD > \angle 1$, onda $\angle ABD > \angle 2$. Diýmek, $AD > AB$.



84-nji surat

$AD = AC + CD = AC + BC$ bolany üçin $AC + BC > AB$ s.eş.

Okuw maksatnamasy boýunça VII synpda öwredilýän “Pifagoryň teoremasy” atly tema hem üçburçlukda metriki gatnaşyklara degişlidir.

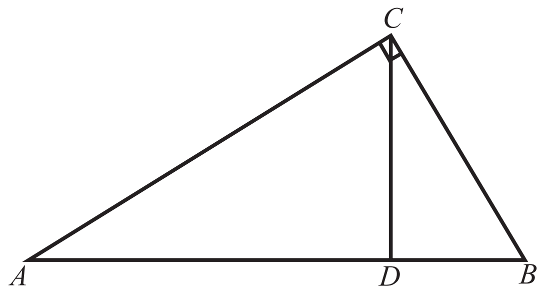
Matematikany, çuňlaşdyryp öwredilýän synplarda Pifagoryň teoremasynyň dürli subutlaryny (olar ýüzden hem gowrak) öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Okuw maksatnamasy boýunça VII synpda öwredilýän “Gönüburçly üçburçlukda proporsional kesimler” atly temada ilki aşakdaky meseläniň çözülişini öwretmek maksadalaýyk bolar.

***Mesele*:** gönüburçuň depesinden inderilen beýikligiň gönüburçly üçburçlugy onuň bilen meňzeş bolan iki sany gönüburçly üçburçluga bölýändigini subut etmeli.

Çözülişi: goý, ABC üçburçluk C burçy göni bolan gönüburçly üçburçluk, CD bolsa C depeden AB gipotenuza inderilen beýiklik bolsun.

ABC we ACD üçburçluklar $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ we $\angle BAC = \angle CAD$ bolýandygy sebäpli meňzeşdirler (*85-nji surat*).



85-nji surat

ABC we CBD üçburçluklar hem $\angle ACB = \angle CDB$ we $\angle ABC = \angle DBC$ bolýandygy sebäpli meňzeşdirler.

Bu üçburçluklaryň meňzeşliginden $\angle DAC = \angle DCB$ we $\angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$ bolýandygy sebäpli DAC we DCB üçburçluklar hem meňzeşdirler.

Bu meseläniň çözüwinden peýdalanyp, aşakdaky tassyklamalary subut etmek bolar:

1. Gönüburçly $ABC(\angle C = 90^\circ)$ üçburçlugyň göni burçunyň depesinden inderilen CD beýiklik gipotenuzanyň AD we DB bölekleriniň orta geometrik kesimidir, ýagny $OA = \sqrt{AD \cdot BD}$.

Bu deňligi DAC we DCB üçburçluklaryň meňzeşligi esasynda almak bolar.

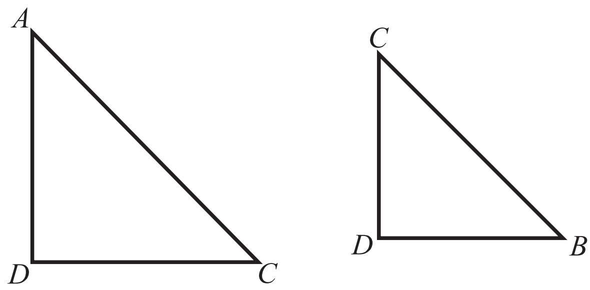
Bu üçburçluklaryň degişli proporsional taraplaryny görkezmek üçin olaryň aýry-aýrylykda ýerine ýetirilen takmyny çyzgylarynyň ähmiýeti uludyr.

Bu çyzgyda meňzeş üçburçluklaryň degişli proporsional taraplary aýdyň görünýär (*86-njy surat*). Onda

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$$

deňligi alarys.

Bu deňlikden $CD = \sqrt{AD \cdot BD}$ deňlik gelip çykýar.



86-njy surat

2. Gönüburçly ABC ($\angle C$=90º) üçburçlugyň gönüburçunyň depesinden CD beýiklik geçireliň.

Onda

$$AC = \sqrt{AB \cdot AD} \text{ we } BC = \sqrt{AB \cdot DB}$$

deňlikler ýerine ýetýär.

Bu deňlikler degişlilikde ABC we ACD hem-de ABC we DBC üçburçluklaryň meňzeşliginden gelip çykýar. Bu ýerde hem meňzeş üçburçluklaryň degişli proporsional taraplaryny görkezmekde ýokardaky usuldan peýdalanmak mümkin.

VIII synpda geçilýän “Burçuň sinusy, kosinusy, tangensi we kotangensi” atly tema hem üçburçlukda metriki gatnaşyklara degişlidir.

Bu düşünjeleri öwrenmek bilen okuwçylar erkin burçuň trigonometrik funksiýalaryny öwrenmäge taýýarlyk döwrüni geçýärler.

Belli bolşy ýaly, sinuslar teoremasynyň dürli subutlary bardyr.

Häzirki okuw maksatnamasy esasynda sinuslar teoremasynyň subudyny aşakdaky teoremanyň netijesi boýunça geçirmek maksadalaýyk bolar:

Teorema: Üçburçlugyň meýdany onuň islendik iki tarapyny olaryň arasyndaky burçuň sinusyna köpeltmek hasylynyň ýarysyna deňdir.

Kosinuslar teoremasyny öwretmekde bu teoremanyň üçburçlugyň islendik tarapy üçin formula arkaly ýazylyşyny aýratynlykda görkezmek zerurdyr. Häzirki okuw maksatnamasy boýunça kosinuslar teoremasynyň koordinatalar usulyna we Pifagoryň teoremasyna esaslanýan subutlaryny öwretmek maksadalaýyk bolar.

“Üçburçluklaryň çözülişi” atly temany üçburçlukda metriki gatnaşyklary öwretmegiň jemleýji bölümi hökmünde hem seretmek bolar. Sebäbi bu temada üçburçlugyň haýsy hem bolsa üç elementi berlende onuň galan üç elementini tapmak meselelerine seredilýär.

Üçburçluklaryň çözülişiniň amalyýetde ulanylyşyny öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr. Olara zadyň beýikligini kesgitlemek, ýanyna baryp bolmaýan nokada çenli uzaklygy ölçemek, futbol pökgüsiniň derwezä girjek α burçuny hasaplamak we ş.m. meseleler degişlidir.

17. Sargyt №190

§ 16. Koordinatalar usulyny we wektorlary öwretmegiň usullary

Okuw maksatnamasy boýunça wektorlary we koordinatalar usulyny VIII synpda öwretmek göz öňünde tutulýar.

Mekdep geometriýasynda wektor düşünjesini diňe bir özüniň san bahasy bilen häsiýetlendirmän, eýsem, giňişlikdäki ugry bilen häsiýetlendirilýän ululyk hökmünde girizmek maksadalaýyk bolar. Wektor ululyklara okuwçylaryň fizika dersinde öwrenen güýç, material nokadyň orun üýtgetmesi, tizlik ýaly düşünjeleri mysal getirmek bolar.

Ol mysallaryň birine seredip geçeliň.

Goý, jisime 8*N* güýç täsir edýän bolsun. Suratda güýji ujy peýkamly kesim bilen şekillendirmek bolar.

Peýkam güýjüň ugruny, kesimiň uzynlygy bolsa saýlanyp alnan masştabda güýjüň ululygynyň san bahasyny görkezýär (*87-nji surat*).

87-nji surat

Soňra wektoryň fiziki häsiýetlerinden okuwçylaryň ünsüni sowmak bilen, onuň geometrik mazmunyna gelýäris.

Haýsy ujunyň başlangyjydygy, haýsy ujunyň bolsa ahyrydygy görkezilen kesime ugrukdyrylan kesim ýa-da wektor diýilýär.

Wektor ululygyň häsiýetlerini we olaryň üstünde geçirilýän amallary aşakdaky meýilnama boýunça öwretmek göz öňünde tutulýar.

1. Wektorlaryň kesgitlenişi we belgilenişi.
2. Nol wektor.
3. Nol däl wektoryň uzynlygy ýa-da moduly.
4. Ugurdaş we garşylykly ugrukdyrylan wektorlar.
5. Kollinear wektorlar.
6. Wektorlaryň deňligi.
7. Berlen nokatdan wektory alyp goýmak.
8. Iki wektoryň jemi.
9. Wektorlary goşmagyň kanunlary.
10. Wektorlary goşmagyň parallelogram düzgüni.
11. Birnäçe wektoryň jemi.
12. Wektorlary aýyrmak.
13. Wektory sana köpeltmek.
14. Mesele çözmekde wektorlary ulanmak.

15. Wektoryň koordinatalary.

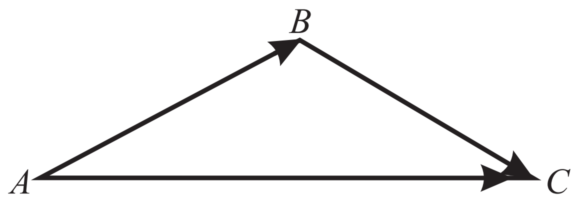
16. Wektoryň koordinatalary bilen onuň başlangyjynyň we ahyrynyň koordinatalarynyň arasyndaky baglanyşyk.

17. Wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly.

18. Wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylyny meseleler çözmekde ulanmak.

Iki wektoryň jemi düşünjesini girizmekde aşakdaky mysaldan peýdalanmak bolar.

Goý, material nokat ilki bilen *A* nokatdan *B* nokada, soňra bolsa *B* nokatdan *C* nokada ornuny üýtgeden bolsun (*88-nji surat*).



88-nji surat

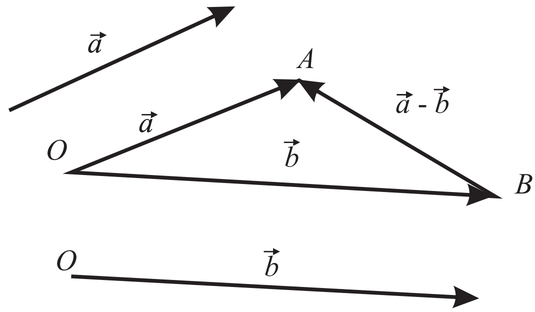
Bu iki orun üýtgetmäniň (olary $\overrightarrow{AB}$ we $\overrightarrow{BC}$ wektorlar görnüşinde aňladyp bolar) netijesinde material nokat *A* nokatdan *C* nokada ornuny üýtgetdi. Şoňa görä-de orun üýtgetmeleriň jemini $\overrightarrow{AC}$ wektor görnüşinde aňladyp bolar. *A* nokatdan *C* nokada orun üýtgetmäniň *A* nokatdan *B* nokada orun üýtgetme bilen *B* nokatdan *C* nokada orun üýtgetmäniň jeminden durýandygy üçin $\overrightarrow{AC}$ wektora $\overrightarrow{AB}$ we $\overrightarrow{BC}$ wektorlaryň jemi diýip aýtmak bolar $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

Wektorlary aýyrmak düşünjesi iki wektoryň jemi düşünjesi arkaly girizilýär.

$\vec{b}$ wektor bilen goşulanda $\vec{a}$ wektory berýän wektora $\vec{a}$ we $\vec{b}$ wektorlaryň tapawudy diýilýär.

Tekizlikde iki wektoryň tapawudynyň gurluşy hem wektorlary goşmagyň üçburçluk düzgünine esaslanýar.

Goý, $\vec{a}$ we $\vec{b}$ wektorlar berlen bolsun. Tekizlikde erkin *O* nokady belläliň we bu nokatdan $\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{OB}=\vec{b}$ wektorlary alyp goýalyň (*89-njy surat*).



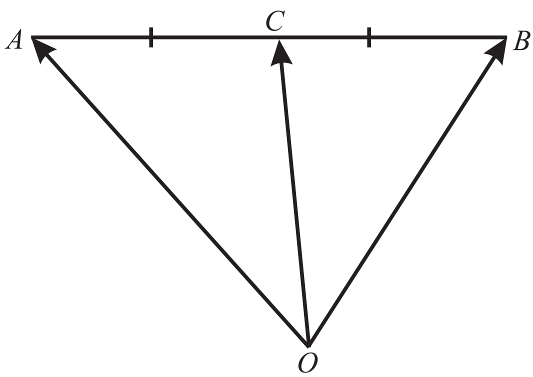
89-njy surat

Üçburçluk düzgüni boýunça $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$ ýa-da $\vec{b} + \overrightarrow{BA} = \vec{a}$. Şeýlelik bilen, $\vec{b}$ we $\overrightarrow{BA}$ wektorlaryň jemi $\vec{a}$ wektora deň. Wektorlaryň tapawudynyň kesgitlemesi boýunça $\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b}$, ýagny $\overrightarrow{BA}$ gözlenilýän wektordyr.

Matematika ylmynyň dürli bölümlerine degişli meseleleriň köpüsi wektorlary ulanmak arkaly oňaýly usulda çözülýär. Şu sebäpli hem mekdep geometriýasynda wektorlary ulanmak arkaly çözülýän käbir ýönekeý meseleleri çözmegi öwretmegiň ähmiýeti uludyr. Ol meseleleriň käbirlerine seredip geçeliň.

Mesele: eger *C* nokat *AB* kesimiň ortasy we *O* tekizligiň erkin nokady bolsa, onda $\overrightarrow{OC} = 0,5(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC})$ bolýandygyny subut etmeli.

Çözülişi: Üçburçluk düzgüni boýunça $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$. Bu deňlikleri goşup $2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$ deňligi alarys (*90-njy surat*).



90-njy surat

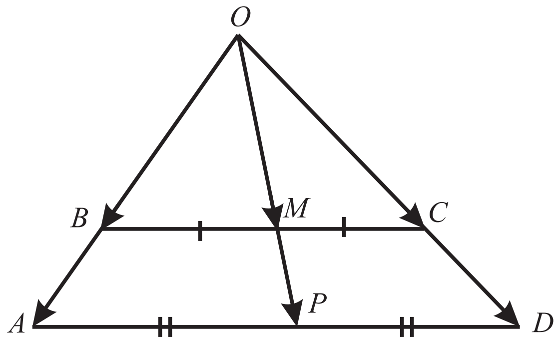
C nokat AB kesimiň ortasy bolany üçin $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=0$. Şeýlelik bilen,

$2\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ ýa-da $\overrightarrow{OC}=0,5(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$.

Mesele: trapesiýanyň esaslarynyň ortalaryndan geçýän gönü çyzygyň onuň gapdal taraplarynyň dowamlarynyň kesişme nokadynyň üstünden geçýänligini subut etmeli.

Çözülişi: goý, $ABCD$ berlen trapesiýa, M we P onuň BC we AD esaslarynyň ortalary O nokat bolsa, AB we CD gönü çyzyklarynyň kesişme nokady bolsun (*91-nji surat*).

O nokadyň MP göni çyzygyň üstünde ýatýanlygyny subut etmeli.



91-nji surat

OAD we OBC üçburçluklar üçburçluklaryň meňzeşliginiň birinji nyşany boýunça meňzeşdir. Şoňa görä-de, $OA{:}OB=OD{:}OC=k$, $\overrightarrow{OB}\upuparrows\overrightarrow{OA}$ we $\overrightarrow{OC}\upuparrows\overrightarrow{OD}$ bolany üçin $\overrightarrow{OA}=k\cdot\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}=k\cdot\overrightarrow{OC}$. M nokadyň BC kesimiň ortasy bolany üçin

$\overrightarrow{OM}=0,5(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$. Şuňa meňzeşlikde $\overrightarrow{OP}=0,5(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD})$. $\overrightarrow{OA}=k\overrightarrow{OB}$ we

$\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OC}$ bolanlygyny göz öňüne tutup, soňky deňlikden

$$\overrightarrow{OP}=0,5\cdot k\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=k\cdot\overrightarrow{OM}$$

deňligi alarys. Bu ýerden $\overrightarrow{OP}$ we $\overrightarrow{OM}$ wektorlaryň kollinearlygy, ýagny O nokadyň MP göni çyzygyň üstünde ýatýanlygy gelip çykýar.

Tekizlikde wektoryň koordinatalary düşünjesi islendik wektory iki kollinear däl wektorlar boýunça dagytmak düzgüni esasynda girizilýär.

Gönüburçly koordinatalar başlangyjyndan $\vec{i}$ we $\vec{j}$ birlik wektorlary alyp goýalyň. Şunlukda, $\vec{i}$ wektoryň ugry Ox okuň ugry bilen, $\vec{j}$ wektoryň ugry bolsa Oy okuň ugry bilen gabat gelmeli. $\vec{i}$ we $\vec{j}$ wektorlara koordinata wektorlary diýilýär.

Koordinata wektorlary kollinear däldirler. Şoňa görä-de, islendik $\vec{p}$ wektory koordinata wektorlary boýunça dagydyp, ýagny $\vec{P} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ görnüşde aňladyp bolar. Şunlukda, dagytma koeffisiýentleri (x we y sanlar) $\vec{p}$ wektor üçin ýeke-täkdir. $\vec{p}$ wektoryň koordinata wektorlary boýunça dagytma koeffisiýentlerine berlen koordinata sistemasy boýunça $\vec{p}$ wektoryň koordinatalary diýilýär.

Iki wektoryň jeminiň, tapawudynyň, wektory sana köpeltmek netijesinde alnan wektoryň koordinatalaryny degişli amallaryň kömegi bilen tapmagy öwretmek mümkin.

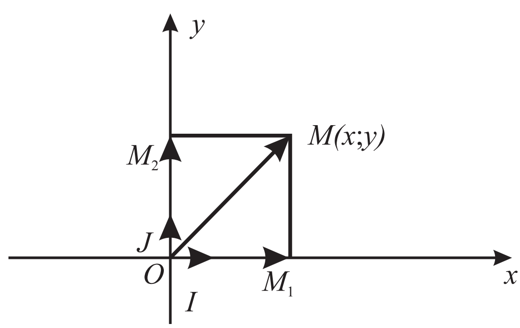
Meselem, $\vec{a} = \{x_1; y_1\}$ we $\vec{b} = \{x_2; y_2\}$ wektorlaryň jeminiň koordinatalaryny tapmak üçin iki wektory goşmagyň häsiýetinden peýdalanýarys. Ýagny

$$\vec{a} + \vec{b} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} = (x_1 + x_2) \cdot \vec{i} + (y_1 + y_2) \cdot \vec{j}$$

deňligi alarys.

Wektoryň koordinatalary bilen onuň başlangyjynyň we ahyrynyň koordinatalarynyň arasyndaky baglanyşygy radius wektory arkaly tapmagy öwretmek mümkin.

Gönüburçly koordinatalar sistemasyna we koordinatalary (*x;y*) bolan haýsydyr bir *M* nokada seredeliň (*92-nji surat*).



92-nji surat

M nokatdan koordinata oklaryna perpendikulýar göni çyzyklar geçirýäris. Bu göni çyzyklaryň Ox we Oy oklary bilen kesişme nokatlaryny degişlilikde M_1 we M_2 bilen belgiläliň. Onda

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$$

deňlik ýerine ýetýär. Emma, $\overrightarrow{OM_1} = x \cdot \vec{i}, \overrightarrow{OM_2} = y \cdot \vec{j}$ bolýandygy sebäpli

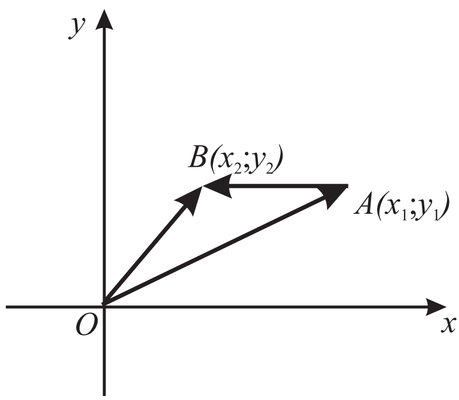
$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

deňligi alarys.

Diýmek, $\overrightarrow{OM}$ wektoryň (oňa radius wektor hem diýilýär) koordinatalary $\{x;y\}$ bolar.

Bu tassyklamadan peýdalanyp, erkin $\overrightarrow{AB}$ wektoryň koordinatalaryny onuň A başlangyjynyň we B ahyrynyň koordinatalary arkaly aňlatmak bolar.

Goý, A nokadyň koordinatalary $(x_1; y_1)$, B nokadyň koordinatalary $(x_2; y_2)$ bolsun (*93-nji surat*).



93-nji surat

$\overrightarrow{AB}$ wektor $\overrightarrow{OB}$ we $\overrightarrow{OA}$ wektorlaryň tapawudyna deňdir. Şoňa görä-de, $\overrightarrow{AB}$ wektoryň koordinatalary $\overrightarrow{OB}$ we $\overrightarrow{OA}$ wektorlaryň degişli koordinatalarynyň tapawudyna deňdir. Emma $\overrightarrow{OB}$ we $\overrightarrow{OA}$ wektorlar B we A nokatlaryň degişli radius wektorlarydyr.

Diýmek, $\overrightarrow{OB}$ wektoryň koordinatalary $\{x_2; y_2\}$, $\overrightarrow{OA}$ wektoryň koordinatalary $\{x_1; y_1\}$. $\overrightarrow{AB}$ wektoryň koordinatalary bolsa $\{x_2–x_1; y_2–y_1\}$ bolýar.

Wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly düşünjesini girizmekde iki çemeleşme bar.

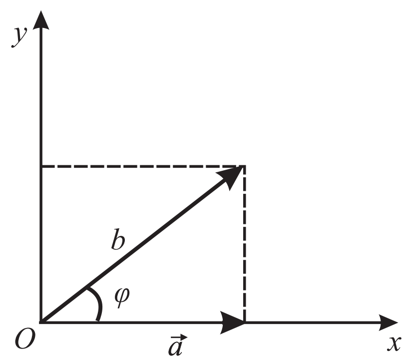
Olaryň birinjisinde bu düşünje berlen wektorlaryň koordinatalary arkaly girizilýär.

$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ sana $\vec{a} = \{x_1; y_1\}$ we $\vec{b} = \{x_2; y_2\}$ wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly diýilýär.

Wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly şeýle usulda girizilende aşakdaky teorema wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylynyň häsiýeti hökmünde subut edilýär.

Teorema: wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly olaryň absolýut ululyklarynyň aralaryndaky burçuň kosinusyna köpeldilmegine deň.

Subudy: wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylynyň olaryň koordinatalary arkaly kesgitlenendigi sebäpli bu teoremanyň koordinatalar usulyna esaslanýan subudyny geçirmek maksadalaýykdyr (*94-nji surat*).



94-nji surat

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ köpeltmek hasyly koordinatalar sistemasynyň saýlanyp alnyşyna bagly däl. Şu sebäpli hem ony ýokardaky suratdaky ýaly saýlap almak bolar.

Bu ýagdaýda $\vec{a}$ wektoryň koordinatalary $|\vec{a}|$ we 0, $\vec{b}$ wektoryň koordinatalary bolsa $|\vec{b}|\cos\varphi$ we $|\vec{b}| \cdot \sin\varphi$ bolarlar.

Onda skalýar köpeltmek hasyly

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi+0\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\varphi=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi$$

bolar.

Wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylyny girizmegiň ýene bir usulynda ýokardaky subut edilen teorema wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylynyň kesgitlemesi hökmünde alynýar. Birinji çemeleşmede wektorlaryň skalýar köpeltmek hasylynyň kesgitlemesi bolsa teorema hökmünde subut edilýär.

Koordinatalar sistemasynyň girizilmegi geometrik figuralary we olaryň häsiýetlerini deňlemeleriň we deňsizlikleriň kömegi bilen öwrenmäge, şeýlelik bilen, geometriýada algebranyň usullaryny ulanmaga mümkinçilik döredýär.

Geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenmäge şeýle çemeleşmä koordinatalar usuly diýilýär.

Mekdep geometriýasynda koordinatalar usuly arkaly çözülýän aşakdaky meselelere seredilýär.

1. Kesimiň ortasynyň koordinatalary.
2. Kesimiň uzynlygyny tapmak.
3. Iki nokadyň arasyndaky uzaklyk.
4. Töweregiň deňlemesi.
5. Gön çyzygyň deňlemesi.

Okuw maksatnamasy boýunça koordinatalar usuly bilen çözülýän meselelere wektorlar we olaryň üstünde geçirilýän amallar öwredilenden soň seretmek göz öňünde tutulýar. Şu sebäpli hem ýokardaky meseleleriň köpüsini çözmekde wektorlaryň häsiýetlerine daýanmak tebigydyr.

Bu meseleleriň käbirleriniň çözülişilerine seredip geçeliň.

Mesele: başlangyjy $A(x_1;\ y_1)$, ahyry $B(x_2;\ y_2)$ nokatda bolan AB kesimiň ortasynyň koordinatalaryny tapmaly.

Çözülişi: goý, AB kesimiň ortasy bolan C nokadyň koordinatalary $(x;y)$ bolsun.

C nokat AB kesimiň ortasy bolany üçin

$$\overrightarrow{OC}=0,5\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$$

deňlik dogrudyr.

$\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OA}$ we $\overrightarrow{OB}$ wektorlaryň koordinatalary C, A we B nokatlaryň degişli koordinatalaryna deňdir: $\overrightarrow{OC}\{x;y\}$, $\overrightarrow{OA}\ (x_1;y_1)$, $\overrightarrow{OB}\{x_2;\ y_2\}$

$$\overrightarrow{OC}=0,5\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$$

deňligi koordinatalarda ýazyp alarys:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Mesele: $M_1(x_1;y_1)$ we $M_2(x_2;y_2)$ nokatlaryň arasyndaky uzaklygy tapmaly.

Çözülişi:

$\overrightarrow{M_1M_2}$ wektora seredeliň. Onuň koordinatalary $\{x_2-x_1;\ y_2-y_1\}$ deň. Diýmek, bu wektoryň uzynlygy $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ formula boýunça tapylyp bilner. Emma $|\overrightarrow{M_1M_2}|=d$. Şoňa görä-de, $M_1(x_1;y_1)$ we $M_2(x_2;y_2)$ nokatlaryň arasyndaky uzaklyk aşakdaky formula bilen aňladylýar:

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

§17. Uzynlyk we meýdan düşünjelerini öwretmegiň usullary

Uzynlyk we meýdan geometriýa ylmynyň esasy düşünjeleriniň biridir. Bu düşünjeler öwredilende uzynlyk we meýdan düşünjeleriniň taryhy ýüze çykyşyny beýan etmegiň ähmiýeti uludyr.

Gadymy döwürde adamlar uzaklyklary ölçemeli, dürli görnüşli we dürli ölçegli ýer bölekleriniň meýdanlaryny hasaplamaly, ýer bölekleriniň meýilnamalaryny düzmeli, olaryň hakyky ölçeglerine meýilnama düzmeli ýa-da olaryň hakyky ölçeglerini meýilnama boýunça kesgitlemeli bolupdyrlar.

Uzynlyk düşünjesi okuw maksatnamasy boýunça 6-njy synpda girizilýär. Onda kesimiň uzynlygy düşünjesini aşakdaky ýaly beýan etmek bolar.

Amalyýetde köplenç, kesimleri ölçemek, ýagny olaryň uzynlyklaryny tapmak gerek bolýar. Kesimleri ölçemek olary ölçeg birligi hökmünde alnan käbir kesim bilen (oňa masştab kesimi hem diýilýär) deňeşdirmek arkaly amala aşyrylýar. Eger ölçeg birligi hökmünde santimetr alynsa, onda kesimiň uzynlygyny ölçemek üçin santimetriň bu kesimde näçe gezek ýerleşjekdigi kesgitlenýär.

Ölçeg birligi hökmünde alnan kesimiň ölçenýän kesimde bitin görnüşde ýerleşmezligi-de mümkindir. Bu ýagdaýda ölçeg birligini deň böleklere, adatça 10 deň bölege bölýärler. Soňra şol bölegiň galyndyda näçe gezek ýerleşýändigini kesgitleýärler.

Öň belleýşimiz ýaly, orta mekdep üçin häzirki geometriýa okuw kitaplarynda ilkibaşda (VI-VII synplarda) aksiomatik usul anyk däl görnüşde ulanylýar. Ýagny, aksiomalar gös-göni beýan edilmän ulanylýar.

8-nji synpyň ahyrynda aksiomatik usul we planimetriýanyň aksiomalary beýan edilýär. Kesimleri ölçemäge we olaryň uzynlyklaryna aşakdaky aksiomalar degişlidir.

A_{14}: kesimleri ölçemegiň saýlanyp alnan birligine laýyklykda her bir kesimiň uzynlygy položitel san bilen aňladylýar.

A_{15}: kesimleri ölçemegiň saýlanyp alnan birligine laýyklykda her bir položitel san üçin uzynlygy şu san bilen aňladylýan kesim bardyr.

Eger iki kesim deň bolsa, onda ölçeg birligi we onuň bölekleri bu kesimlerde deň gezek ýerleşýärler, ýagny deň uzynlyklary bardyr.

Üç nokadyň bir göni çyzykda ýatmak şertini hem degişli kesimleriň uzynlyklarynyň üsti bilen beýan etmek bolar.

95-nji surat

95-nji suratda AB kesim şekillendirilendir. C nokat ony AC we BC kesimlere bölýär. Biz AC=3 *sm,* CB=2,7 *sm,* AB=5,7 *sm* bolýandygyny görýäris. Şeýlelik bilen, $AC+CB=AB$. Beýleki ýagdaýlarda-da, nokat kesimi iki kesime bölýän bolsa, berlen kesimiň uzynlygy bu iki kesimiň uzynlyklarynyň jemine deň bolar.

Kesimiň uzynlygyna bu kesimiň uçlarynyň arasyndaky uzaklyk hem diýilýär.

Turba (silindr) görnüşli zatlaryň diametrlerini ölçemek üçin ştangensirkuldan peýdalanýarlar.

Ýer üstünde ölçeg geçirmek üçin ruletkadan (ruletka-üstünde santimetrler we metrler görkezilen lenta) peýdalanylýar. Kiçi uzynlyklary ölçemek üçin sirkul we çyzgyç peýdalanylýar.

Okuw maksatnamasy boýunça töweregiň uzynlygy 8-nji synpda geçilýär. Ilki daşyna ýüp aýlamak arkaly uzynlygy kesgitlenip bolýan figuralara (bedre, stakan we ş.m.) mysal getirmek bolar. Emma töweregiň uzynlygyny şeýle ölçemek hemişe mümkin bolup durmaýar. Adatça töweregiň uzynlygyny diametriň (ýa-da radiusyň) uzynlygy boýunça kesgitleýärler.

Töweregiň uzynlygy geçilmezden öňürti töweregiň içinden we daşyndan çyzylan dogry köpburçluk düşünjesi öwredilýär.

Töweregiň içinden çyzylan islendik dogry köpburçlugyň perimetri töweregiň uzynlygynyň ýakynlaşan bahasy bolup durýar. Şeýle köpburçlugyň taraplarynyň sany näçe köp boldugyça şu ýakynlaşan bahanyň takyklygy şonça-da uludyr. Töweregiň içinden çyzylan dogry köpburçlugyň taraplarynyň sany çäksiz artdyrylanda onuň perimetriniň ymtylýan çägi töweregiň uzynlygynyň takyk bahasydyr.

Goý, R we R' radiusly töwerekleriň uzynlyklary C we C' bolsun. Bu töwerekleriň her biriniň içinden dogry n burçluk çyzalyň we olaryň perimetrlerini P_n we P_n', taraplaryny a_n we a_n' bilen belgiläliň. Onda

$P_n = n \cdot a_n = n \cdot 2R\sin\frac{180°}{n}$, $P_n' = n \cdot a_n' = n2R'\sin\frac{180°}{n}$ bolar.

Diýmek, $\frac{P_n}{P_n'} = \frac{2R}{2R'}$.

Emma, $n \to \infty$ bolanda $P_n \to C$, $P_n' \to C'$. Diýmek,

$$\frac{C}{C'} = \frac{2R}{2R'} \Rightarrow \frac{C}{2R} = \frac{C'}{2R'}.$$

Ýagny töweregiň uzynlygynyň diametrine gatnaşygynyň ähli töwerekler üçin bir sanlygy gelip çykýar. Bu sany π harpy bilen belleýärler. Diýmek, $\frac{C}{2R} = \pi$. Bu ýerden $C=2\pi R$ deňligi alarys.

α gradus ölçegli duganyň uzynlygy üçin formulany öwretmezden öňürti 1^0 ölçegli duganyň uzynlygyň $\frac{2\pi R}{360^\circ} = \frac{\pi R}{180^\circ}$ deňlik boýunça hasaplanylýandygy getirilýär. Onda α gradus ölçegli duganyň uzynlygy $l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot \alpha^0$ formula arkaly hasaplanylar.

Meýdan düşünjesini 6-njy synpda durmuşdan alnan mysallaryň kömegi bilen girizmek maksadalaýykdyr.

Biz durmuşda geometrik figuralaryň meýdanlaryny ölçemek meselesine ýygy-ýygydan duş gelýäris. Meselem, gowaça meýdanlarynyň, sport meýdançalarynyň, jaýyň polunyň, otagyň diwarlarynyň ýa-da penjireleriň meýdanlaryny kesgitlemeli bolýar.

Figuralaryň meýdanlary ölçelende aýratyn ölçeg birlikleri peýdalanylyp, ol figuralaryň meýdanlaryny şol ölçeg birlikleri bilen deňeşdirýärler.

Köpburçlugyň tekizlikde eýeleýän böleginiň ululygyna onuň meýdany diýip aýtmak bolar. Meýdan ölçemegiň birligi deregine tarapy 1 *sm* bolan kwadrat alynýar.

Soňra meýdanyň häsiýetleri beýan edilýär.

1. Deň köpburçluklaryň deň meýdanlary bardyr.

2. Eger köpburçluk käbir köpburçluklardan düzülen bolsa, onda onuň meýdany bu köpburçluklaryň meýdanlarynyň jemine deňdir.

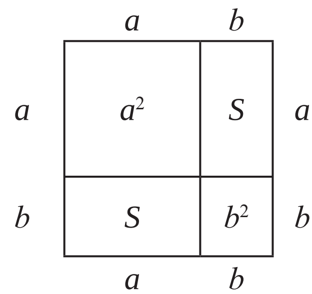
3. Kwadratyň meýdany onuň tarapynyň uzynlygynyň ikinji derejesine deňdir.

Gönüburçlugyň meýdany hakyndaky teoremany kwadratyň meýdanyna esaslanmak arkaly subut etmek bolar.

Teorema: Gönüburçlugyň meýdany onuň çatyk taraplarynyň köpeltmek hasylyna deňdir.

S u b u d y:

a uzynlygy we *b* ini bolan gönüburçlugy tarapy ($a+b$) deň bolan kwadrata çenli doldurýarys (*96-njy surat*).



96-njy surat

Onda $(a+b)^2=S+S+a^2+b^2$ deňligi alarys. Bu ýerden $2S=2ab$.

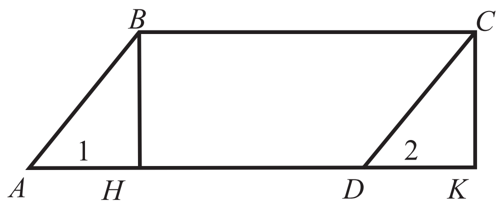
Diýmek, $S=a{\cdot}b$ bolar. – s.e.ş.

Parallelogramyň meýdany hakyndaky teoremany gönüburçlugyň meýdanyna esaslanyp subut etmek bolar.

Teorema: parallelogramyň meýdany onuň esasynyň beýikligine köpeldilmegine deňdir.

S u b u d y.

ABCD parallelograma seredeliň *AD* tarapy esas edip, onuň *BH* we *CK* beýikliklerini geçireliň (*97-nji surat*).



97-nji surat

Ilki *HBCK* gönüburçlugyň meýdanynyň hem *S* bolýandygyny subut edeliň. *ABCK* trapesiýa *ABCD* parallelogramdan we *CDK* gönüburçly üçburçlukdan düzülen. Edil şonuň ýaly, *ABCK* trapesiýa *BHCK* gönüburçlukdan we *ABH* üçburçlukdan düzülen.

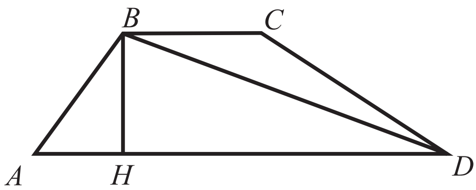
Emma *DCK* we *HBA* üçburçluklar gipotenuzalary we ýiti burçlary boýunça deňdirler.

Diýmek, meýdanyň 1-nji häsiýetine görä *ABH* we *DCK* üçburçluklaryň meýdanlary deňdir. Bu ýerden *ABCD* parallelogramyň we *HBCK* gönüburçlugyň meýdanlarynyň deňdikleri gelip çykýar. Onda $S=AD{\cdot}BH$.

Üçburçlugyň meýdanynyň onuň üstünde gurlan parallelogramyň meýdanynyň ýarysyna deňdigini subut etmek bolar. Bu teoremanyň esasynda aşakdaky netijeler almak bolar.

1^0. Gönüburçly üçburçlugyň meýdany onuň katetleriniň köpeltmek hasylynyň ýarysyna deňdir.

2^0. Eger iki üçburçlugyň beýiklikleri deň bolsa, onda olaryň meýdanlary olaryň esaslary ýaly gatnaşýarlar.



98-nji surat

3^0. Eger bir üçburçlugyň burçy beýleki üçburçlugyň burçuna deň bolsa, onda bu üçburçluklaryň meýdanlary şol deň burçlary emele getirýän taraplaryň köpeltmek hasyllary ýaly gatnaşýarlar.

Trapesiýanyň meýdanynyň formulasy ony üçburçluklara bölmek arkaly getirilip çykarylýar.

Teorema: trapesiýanyň meýdany onuň esaslarynyň jeminiň ýarysynyň beýikligine köpeldilmegine deňdir.

Subudy: goý, $ABCD$ berlen trapesiýa bolsun. Onda BH beýikligini we BD diagonalyny geçireliň (*98-nji surat*). Onda

$$S = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}AD \cdot BH + \frac{1}{2}BC \cdot BH = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$$

deňligi alarys.

Tegelegiň meýdany onuň içinden çyzylan dogry n burçlugyň meýdanynyň predel ýagdaýy hökmünde düşündirilýär.

§ 18. Göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligini we perpendikulýarlygyny öwretmegiň usullary

Parallellik we perpendikulýarlyk düşünjeleri okuwçylaryň logiki pikirlenmelerini we giňişlik göz öňüne getirmelerini ösdürmekde esasy serişde bolup hyzmat edýär. Meselem, tekizlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi köpburçluklaryň häsiýetlerini, giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň özara ýerleşişi köpgyranlyklaryň we aýlanma jisimleriň häsiýetlerini öwretmekde daýanç düşünjeleri bolup hyzmat edýärler.

Okuw maksatnamasy boýunça bu düşünjeleri aşakdaky meýilnama boýunça öwretmek göz öňünde tutulýar:

1. Perpendikulýar göni çyzyklar.
2. Parallel göni çyzyklar.
3. Göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligi.
4. Göni çyzyklaryň we tekizlikleriň perpendikulýarlygy.

Perpendikulýar göni çyzyklar düşünjesini girizmekde tekizlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişiniň ähli mümkin bolan ýagdaýlaryny seljermegiň ähmiýeti uludyr. Bu seljerme esasynda alnan netijeler boýunça aşakdaky tablisa doldurylýar.

Tekizlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişi		
a we *b* göni çyzyklar ýeke-täk umumy nokada eýedirler.	*a* we *b* göni çyzyklar gabat gelýärler.	*a* we *b* göni çyzyklar umumy nokada eýe däl.

Perpendikulýarlyk düşünjesini kesişýän göni çyzyklaryň hususy ýagdaýy hökmünde girizmek bolar.

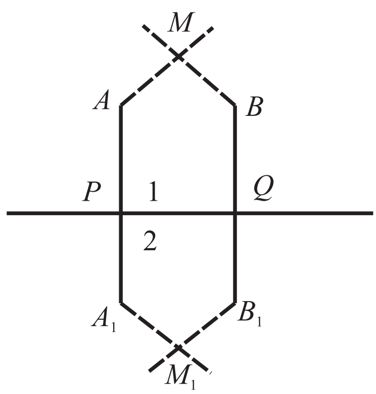
Kesişýän iki göni çyzyk gönü burç emele getirýän bolsa, onda olara perpendikulýar göni çyzyklar diýilýär.

Parallellik düşünjesiniň entek girizilmändigi sebäpli perpendikulýar göni çyzyklaryň aşakdaky häsiýetini amaly işiň kömegi bilen subut etmek bolar.

Üçünji göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk kesişmeýär.

Subudy.

PQ göni çyzyga perpendikulýar bolan AA_1 we BB_1 göni çyzyklara seredeliň (*99-njy surat*).



99-njy surat

Pikirimizde suratyň ýokarky bölegi aşaky bölegiň üstüne düşer ýaly ony *PQ* göni çyzyk boýunça epläliň. Şonda 1 we 2 göni burçlaryň özara deň bolany üçin *PA* şöhle PA_1 şöhläniň üstüne düşýär. Şuňa meňzeş *QB* şöhle QB_1 şöhläniň üstüne düşýär. Şoňa görä-de, eger AA_1 we BB_1 göni çyzyklar käbir M_1 nokatda kesişýärler diýip güman etsek, onda bu nokat şu göni çyzyklaryň üstünde ýatan käbir *M* nokadyň üstüne düşer. Netijede, *M* we M_1 nokatlaryň üstünden AA_1 we BB_1 iki göni çyzyk geçýär. Bu bolsa mümkin däldir: diýmek, biziň güman etmämiz nädogry we AA_1 hem-de BB_1 göni çyzyklar kesişmeýärler.

Göni çyzyklaryň parallelligini kesgitleme arkaly girizmek mümkin.

Bir tekizlikde ýatýan, kesişmeýän iki göni çyzyga parallel göni çyzyklar diýilýär.

Tekizlikde iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende emele gelýän burçlaryň häsiýetleri esasynda subut etmek bolar. Ol nyşanlar aşakdakylardyr:

Teorema (I nyşan). Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende alynýan atanak ýatýan burçlar deň bolsa, onda ol göni çyzyklar paralleldirler.

Teorema (II nyşan). Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçende alynýan degişli burçlar deň bolsa, onda ol göni çyzyklar paralleldirler.

Teorema (III nyşan). Eger iki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesişende alnan birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180º-a deň bolsa, onda ol göni çyzyklar paralleldirler.

Giňişlikde iki göni çyzygyň ýerleşişiniň ähli mümkin bolan ýagdaýlaryny seljermek netijesinde aşakdaky ýaly netijäni almak bolar.

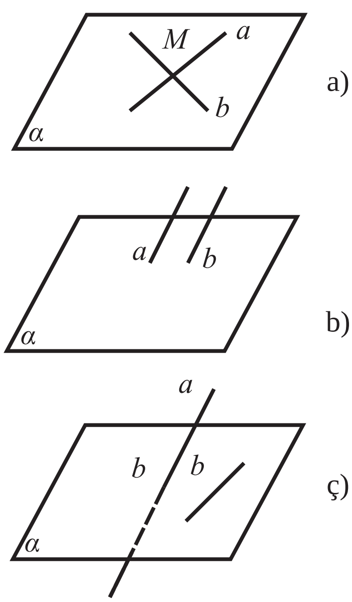
Giňişlikde göni çyzyklar özara kesişýärler ýa-da kesişmeýärler. Kesişmeýän göni çyzyklaryň bir tekizlikde ýatýanlary hem, ýatmaýanlary hem bolýar.

Bu netijeden soňra degişli kesgitlemeleri girizmek bolar.

Eger giňişlikde iki göni çyzyk bir tekizlikde ýatyp kesişmeýän bolsa, onda olara parallel göni çyzyklar diýilýär.

Eger giňişlikde iki göni çyzyk bir tekizlikde ýatmaýan we kesişmeýän bolsa, onda olara atanaklaýyn göni çyzyklar diýilýär.

Giňişlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişiniň üç ýagdaýyny aşakdaky suratlaryň kömegi bilen beýan etmegiň hem ähmiýeti uludyr.



100-nji surat

Göni çyzyklar kesişýärler. Bu ýagdaýda olaryň ýeke-täk umumy nokady bardyr (*100-nji a surat*).

Göni çyzyklar – parallel. Bu ýagdaýda olar bir tekizlikde ýatýarlar, ýöne kesişmeýärler (*100-nji b surat*).

Göni çyzyklar atanaklaýyn ýatýarlar. Bu ýagdaýda olar bir tekizlikde ýatmaýarlar (*100-nji ç surat*).

Giňişlikde iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny planimetriýanyň we setereometriýanyň aksiomalaryna we olardan gelip çykýan netijelere esaslanyp subut etmek bolar.

Ol nyşanlar aşakdakylardyr:

1. Berlen göni çyzygyň üstünde ýatmaýan giňişligiň islendik nokadyndan, bu göni çyzyga parallel bolan bir we diňe bir göni çyzyk geçirip bolar.

2. Eger iki parallel göni çyzygyň biri berlen tekizligi kesýän bolsa, onda beýleki göni çyzyk hem bu tekizligi kesýändir.

3. Eger iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga parallel bolsa, onda olar özara paralleldirler.

Giňişlikde iki göni çyzygyň perpendikulýarlygyny bu göni çyzyklaryň arasyndaky burç düşünjesi arkaly kesgitlemek maksadalaýyk bolar.

Eger giňişlikde iki göni çyzygyň arasyndaky burç 90º bolsa, onda olara perpendikulýar göni çyzyklar diýilýär.

Giňişlikde iki göni çyzygyň perpendikulýarlygy düşünjesi girizilenden soňra parallel iki göni çyzygyň üçünji göni çyzyga perpendikulýarlyk häsiýetini beýan etmek maksadalaýyk bolar. Eger parallel iki göni çyzygyň biri üçünji göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onda beýleki göni çyzyk hem bu göni çyzyga perpendikulýardyr.

Göni çyzygyň we tekizligiň parallelligi we perpendikulýarlygy düşünjeleri girizilmezden öňürti giňişlikde göni çyzygyň we tekizligiň özara ýerleşişiniň ähli mümkin bolan ýagdaýlaryny seljermegiň ähmiýeti uludyr.

Bu seljerme netijesinde aşakdaky netijeler alynýar.

Göni çyzyk tekizlikde ýatýar (*101-nji a surat*).

Göni çyzyk tekizligi kesýär, ýagny olaryň bir umumy nokady bardyr (*101-nji b surat*).

Göni çyzyk tekizligi kesmeýär, ýagny olaryň umumy nokady ýokdur. (*101-nji ç surat*)

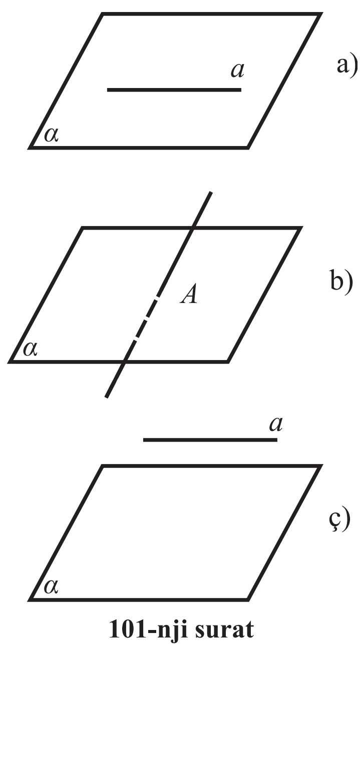
Şundan soňra göni çyzygyň we tekizligiň parallelligine kesgitleme bermek bolar.

Eger göni çyzyk tekizligi kesmeýän bolsa, ýagny olaryň umumy nokady bolmasa, onda göni çyzyk we tekizlik parallel diýilýär.

Teorema: eger berlen tekizligiň üstünde ýatmaýan göni çyzyk, tekizligiň üstünde ýatýan haýsy hem bolsa bir göni çyzyga parallel bolsa, onda ol berlen tekizlige paralleldir.

Göni çyzygyň we tekizligiň parallelligi düşünjesi geçilende meseleler çözülende köp ulanylýan aşakdaky tassyklamalaryň subutlaryny öwretmegiň ähmiýeti uludyr.

Eger bir tekizlik başga bir tekizlige parallel göni çyzygyň üstünden geçip, ol tekizligi kesýän bolsa, onda tekizlikleriň kesişme çyzygy berlen göni çyzyga paralleldir.



101-nji surat

Eger özara parallel iki göni çyzygyň biri berlen tekizlige parallel bolsa, onda beýleki göni çyzyk ýa bu tekizlige paralleldir ýa-da onuň üstünde ýatýandyr.

Atanak göni çyzyklaryň her biriniň üstünden beýleki göni çyzyga parallel bolan bir we diňe bir tekizlik geçirip bolar.

Göni çyzygyň we tekizligiň perpendikulýarlygyny kesgitleme arkaly girizmek bolar.

Eger göni çyzyk tekizlik bilen kesişip, onuň islendik göni çyzygyna perpendikulýar bolsa, onda göni çyzyk tekizlige perpendikulýar diýilýär.

Bu kesgitleme amaly taýdan oňaýly däldir. Meselem, Ýeriň üstünde dikeldilen sütünleriň Ýere görä perpendikulýarlygyny barlamak üçin onuň Ýeriň üstündäki islendik göni çyzyga perpendikulýarlygyny barlamaly bolýar. Bu işi ýerine ýetirmek kyndyr.

Şoňa görä-de, tejribede göni çyzygyň tekizligiň kesişýän diňe iki göni çyzygyna perpendikulýarlygy boýunça olaryň perpendikulýarlygy barada netije çykarýarlar. Bu netije aşakdaky teoremadan gelip çykýar.

Teorema (göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlyk nyşany). Eger göni çyzyk tekizlikde ýatan kesişýän iki göni çyzygyň her birine perpendikulýar bolsa, onda ol bu tekizlige-de perpendikulýardyr.

Göni çyzygyň we tekizligiň parallelliginiň we perpendikulýarlygynyň jemleýji teoremalary hökmünde aşakdaky teoremalaryň hem ähmiýeti uludyr.

Teorema: eger parallel iki göni çyzygyň biri tekizlige perpendikulýar bolsa, onda beýleki göni çyzyk hem bu tekizlige perpendikulýardyr.

Teorema: eger iki göni çyzygyň her biri tekizlige perpendikulýar bolsa, onda olar özara paralleldirler.

Tekizlikleriň parallelligi we perpendikulýarlygy düşünjesi girizilmezden öňürti giňişlikde iki tekizligiň özara ýerleşişiniň ähli mümkin bolan ýagdaýlaryny seljermegiň ähmiýeti uludyr.

Bu seljerme esasynda aşakdaky netijä gelinýär.

Iki tekizlik giňişlikde iki ýagdaýda özara ýerleşip biler:

1. Eger iki tekizligiň iň bolmanda bir umumy nokady bar bolsa, onda şeýle tekizliklere kesişýän tekizlikler diýilýär.

2. Iki tekizligiň umumy nokady ýok bolsa, onda olara parallel tekizlikler diýilýär. Başgaça, iki tekizlik kesişmeýän bolsa, onda olara parallel tekizlikler diýilýär.

Parallel tekizliklere durmuşdan alnan mysallary getirmegiň hem ähmiýeti uludyr.

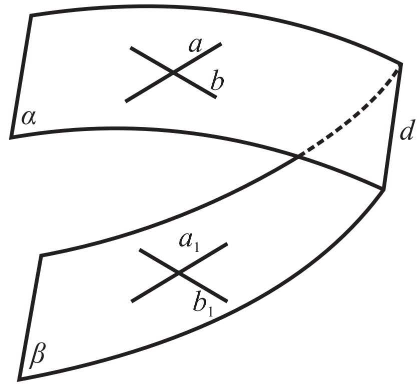
Otagyň poly we potology, garşylykly diwarlary, stoluň üsti we poluň tekizligi we ş.m. parallel tekizliklere mysal bolup biler.

Tekizlikleriň parallellik nyşanyny tersinden güman etme usulyndan peỷdalanyp subut etmek amatlydyr.

Teorema (*iki tekizligiň parallellik nyşany*):

Eger tekizligiň kesişýän iki göni çyzygy beýleki bir tekizligiň kesişýän iki göni çyzygyna degişlilikde parallel bolsa, onda ol tekizlikler paralleldirler.

S u b u d y**:** goý, a we b göni çyzyklar α tekizlikdäki, a_1 we b_1 göni çyzyklar β tekizlikdäki kesişýän göni çyzyklar bolsunlar, şeýle hem $a||a_1$ we $b||b_1$ bolsunlar. Onda $\alpha//\beta$ bolýandygyny subut edeliň (*102-nji surat*).



102-nji surat

Goý, α we β tekizlikler d göni çyzyk boýunça kesişýärler diýip hasaplalyň.

Eger α tekizlik β tekizlige parallel bolan a göni çyzygyň üstünden geçip, β tekizligi d göni çyzyk boýunça kesýän bolsa, onda $a||d$ bolar. Edil şonuň ýaly, α tekizlik β tekizlige parallel bolan b göni çyzygyň üstünden geçip, β tekizligi d göni çyzyk boýunça kesýän bolsa, onda $b||d$ bolar. Diýmek, onda $a||b$ bolar. Emma şerte görä, a we b göni çyzyklar M nokatda kesişýärler. Şeýlelikde, α we β tekizlikler d göni çyzyk boýunça kesişýärler diýen pikirimiz nädogry bolup çykdy. Diýmek, α we β tekizlikler paralleldirler. Teorema subut edildi.

Parallel tekizlikleriň häsiýetlerini beýan edýän aşakdaky teoremalaryň dürli meseleleri çözmekde ähmiýeti uludyr.

1. Eger parallel iki tekizlik üçünji tekizlik bilen kesişýäň bolsa, ondakesişme çyzyklary paralleldir.

2. Parallel göni çyzyklaryň parallel tekizlikleriň arasyndaky kesimleri deňdir.

3. Eger göni çyzyk parallel tekizlikleriň birini kesýän bolsa, onda beýleki tekizligi hem kesýändir.

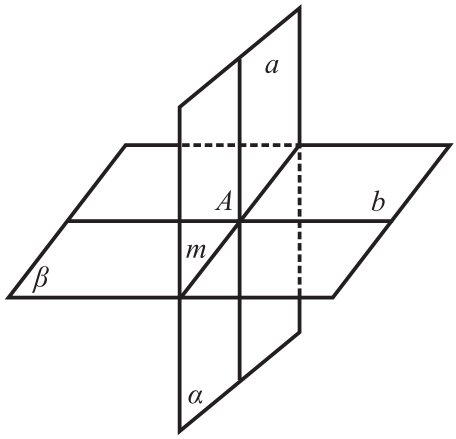
4. Eger tekizlik parallel iki tekizlikleriň birini kesýän bolsa, onda beýlekisini hem kesýändir.

5. Berlen tekizlikde ýatmaýan nokatdan bu tekizlige parallel bolan bir we diňe bir tekizlik geçirip bolar.

Tekizlikleriň perpendikulýarlygy düşünjesini iki tekizligiň arasyndaky burç düşünjesi arkaly girizmek bolar.

Adatça, kesişýän tekizlikleriň arasyndaky burç diýip, tekizlikler kesişende emele gelýän iň kiçi ikigranly burçuň ululygyna aýdylýar.

Ýokardaky kesgitlemä görä, kesişýän iki tekizligiň arasyndaky burç, bu tekizliklerde ýatýan we kesişme çyzygyna perpendikulýar bolan göni çyzyklaryň arasyndaky burça deň.



103-nji surat

Eger kesişýän tekizlikleriň arasyndaky burç 90º bolsa, onda olara perpendikulýar tekizlikler ýa-da özara perpendikulýar tekizlikler diýilýär.

Iki tekizligiň perpendikulýarlygyny aşakdaky teoremanyň şerti esasynda hem barlamak bolar (*103-nji surat*).

Teorema (*iki tekizligiň perpendikulýarlyk nyşany*):

Eger tekizlikleriň bir beýleki tekizlige perpendikulýar bolan göni çyzygyň üsti bilen geçse, onda ol tekizlikler perpendikulýardyr.

§ 19. Köpgranlyklary we aýlanma jisimleri öwretmegiň usullary

Köpgranlyklar we aýlanma jisimler streometriýanyň esasy düşünjeleriniň biridir. Köpgranlyklary we aýlanma jisimleri öwrenmek netijesinde okuwçylaryň köpburçlyklar, töwerek, tegelek baradaky düşünjeleri hem çuňlaşdyrylýar, olaryň giňişlik göz öňüne getirmeleri giňelýär.

Bu ýerde standart we elde ýasalan modelleriň ähmiýeti has hem uludyr.

Okuwçylar taýýar çyzgylar esasynda öwrenilýän figuralary doly göz öňüne getirip bilmeýärler. Bu ýerde şol figuralary ýazgynlary boýunça öwrenmäge mümkinçilik berýän kodopozitiwlerden, multimediýa serişdelerinden peýdalanmak maksadalaýykdyr.

Mekdep geometriýasynda köpgranlyklara we aýlanma jisimlere degişli bölümleri öwretmek aşakdaky ýaly meýilnamalaşdyrylýar.

1. Giňişlikde koordinatalar sistemasy.
2. Ikigranly burçlar.
3. Ikigranly burçuň çyzyk burçy.
4. Parallelepiped.
5. Prizma we piramida.
6.Dogry prizma we piramida.
7. Köpgranlyklaryň kesikleri.
8. Prizmanyň, piramidanyň gapdal we doly üstüniň meýdany.
9. Dogry köpgranlyklar hakynda düşünje.
10. Aýlanma jisimleri.
11. Silindr we konus.
12. Silindriň we konusyň ok kesigi.
13. Sfera we şar.

14. Şaryň tekizlik bilen kesilen kesigi.

15. Sfera galtaşýan tekizlik.

Köpgranlyklary we aýlanma jisimleri öwretmekde aşakdaky maksatlar göz öňünde tutulýar:

1. Okuwçylara giňişlik figuralary bolan köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň esasy görnüşleri barada düşünje bermek.

2. Okuwçylaryň köpburçluk, töwerek, tegelek baradaky düşünjelerini çuňlaşdyrmak.

3. Milli mazmunly meseleleriň, mysallaryň kömegi bilen okuwçylary watansöýüjilik ruhunda terbiýelemek.

Bu bölümleri öwrenmek netijesinde okuwçylar aşakdaky bilimlere we başarnyklara eýe bolmalydyrlar:

1) Okuwçylar köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň esasy görnüşleriniň kesgitlemelerini we häsiýetlerini bilmelidirler.

2) Temalara degişli teoremalary subut etmegi we meseleleri çözmegi başarmalydyrlar.

Mekdep geometriýasynda köpgranlyklary aşakdaky meýilnama esasynda öwretmek maksadalaýykdyr.

1. Köpgranlygyň kesgitlemesi.

2. Güberçek köpgranlyklar.

3. Prizma we parallelepiped.

4. Piramida.

5. Dogry köpgranlyklar.

6. Köpgranlyklaryň göwrümleri we üstleri.

Köp okuw kitaplarynda köpgranlyk üsti köpburçluklardan durýan (çäklenen üst) jisim hökmünde kesgitlenilýär. Soňra onuň elementlerine (depesi, grany, diagonaly we ş.m.) kesgitleme berilýär. Şu ýerde güberçek köpgranlyk barada düşünje bermek zerurdyr. Bu kesgitleme güberçek köpburçluk baradaky kesgitleme bilen meňzeş bolany sebäpli şol kesgitlemäni hem gaýtalamak maksadalaýykdyr.

Prizmanyň köpgranlyklara degişli öwrenilýän ilkinji tema bolanlygy sebäpli üçburçluk, parallelogram, parallel we atanak ýatan göni çyzyklar, göni çyzygyň we tekizligiň özara ýerleşişi ýaly düşünjeleri gaýtalamak zerurdyr. Şeýlelikde, gaýtalamagy täze öwrenilýän okuw maglumatlary bilen baglanyşdyrmaly.

“Prizma” aşakdaky ýaly meýilnama esasynda öwrenilýär.

1. Prizma düşünjesi. Prizmanyň elementleri.

2. Göni prizma, dogry prizma.

3. Ýapgyt prizma.

4. Parallelepiped we onuň häsiýetleri.

“Piramida” diýen temany aşakdaky ýaly meýilnama esasynda öwrenmek maksadalaýykdyr.

1. Piramidanyň kesgitlemesi, onuň elementleri we görnüşleri.
2. Dogry piramida, dogry piramidanyň apofemasy.
3. Piramidanyň esasyna parallel tekizlik bilen kesmek netijesinde emele gelýän kesigiň häsiýetleri.
4. Piramidanyň üstüniň meýdany.
5. Kesilen piramida.

Piramidany öwretmegi ony gurmagyň usullaryny öwretmekden başlamak zerurdyr.

Piramidanyň gurluşy aşakdaky meýilnama esasynda amala aşyrylýar:
1. Tekizlikde käbir köpburçlugy gurmaly.
2. Köpburçlugyň tekizligine degişli bolmadyk *M* nokat almaly.
3. Bu nokady köpburçlugyň depeleri bilen kesimler arkaly birleşdirmeli.
4. Alnan köpgranlyk piramidadyr.

Mekdep geometriýasynda köpgranlyklara degişli kesgitlemeler.

Üsti tükenikli sanly tekiz köpburçluklardan ybarat bolan jisime köpgranlyk diýilýär.

Iki grany parallel tekizlikde ýatan deň köpburçluk bolup, galan granlary parallelogramlardan düzülen köpgranlyga prizma diýilýär.

Eger prizmanyň gapdal gapyrgalary esasyna perpendikulýar bolsalar, onda oňa göni prizma diýilýär. (Bir grana degişli bolmadyk iki depäni birikdirýän kesime onuň diagonaly diýilýär).

Esaslary dogry köpburçluk bolan göni prizma dogry prizma diýilýar.

Eger prizmanyň esaslary parallelogramlar bolsa, onda oňa parallelepiped diýilýär.

Eger parallelepipediň ähli granlary gönüburçluklar bolsa, onda oňa gönüburçly parallelepiped diýilýär.

Bir grany haýsy-da bolsa bir kopburçluk bolup, galan granlary umumy depesi bolan üçburçluklardan ybarat bolan köpgranlyga piramida diýilýär.

Üçburçlu piramida tetraedr diýilýär.

Eger piramidanyn esasy dogry köpburçluk bolup, onuň merkezini piramidanyň depesi bilen birikdirýän kesim piramidanyň beýikligi bolsa, onda ol piramida dogry piramida diýilýär.

Eger köpgranlygyň hemme granlary dogry köpburçluklar bolup we her bir depesinden deň sanly gapyrgalar çykýan bolsa, şeýle köpgranlyklara dogry köpgranlyklar diýilýär.

Hemme granlary deň bolan üçburçlu piramida dogry tetraedr diýilýär.

Aýlanma jisimleri öwretmeklige durmuşdan alnan mysallaryň üsti bilen başlamak maksadalaýykdyr. Meselem, maşynlaryň dürli detallary, arhitektura gurluşyklary, durmuşda ulanylýan predmetler aýlanma jisimleriň formasyna eýedir (küýzeler, tokar önümleri, sisternalar we ş.m.)

Aýlanma jisimleri öwretmekde çyzgylaryň ähmiýeti uludyr. Sebäbi olaryň üsti bilen islendik aýlanma jisimleriň kesiklerini we ýazgynlaryny görkezmek mümkin.

Aýlanma jisimlerini öwrenmegi iki basgançaga bölmek mümkin.

1. Silindr we konus.

2. Şar we sfera.

Käbir okuw kitaplarynda silindr parallel tekizlikleriň arasynda emele gelýän jisim hökmünde girizilýär. Käbirlerinde bolsa silindr aýlanma jisimiň göni manysynda (gönüburçlugyň aýlanmasy) girizilýär. Mekdep geometriýasynda, esasan, göni silindr öwrenilýär.

Silindriň gapdal we doly üstleriniň meýdany öwrenilende onuň ýazgynyny öwretmegiň ähmiýeti uludyr. Silindriň ýazgyny iki tegelekden we bir gönüburçlukdan durýar (*104-nji surat*). Onda

$$S_{g.ü.}=2\pi RH$$

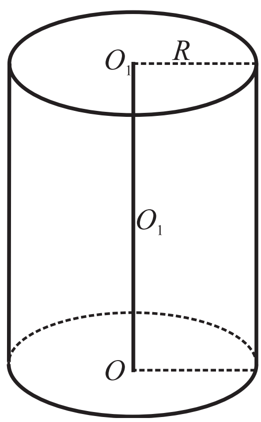
$$S_{d.ü.}=2\pi RH+2\pi R^2=2\pi R\cdot(R+H)$$

Konusy öwretmekligi hem ony gurmagy öwretmekden başlamak maksadalaýykdyr.

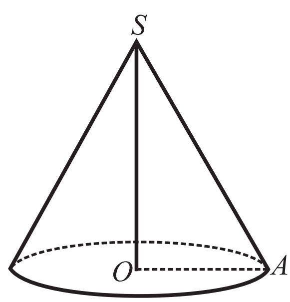
1. Ellips çyzýarys we onuň merkezini belleýäris.

2. Ellips tekizligine perpendikulýar we merkezden geçýän göni çyzygyň üstünde nokat alýarys.

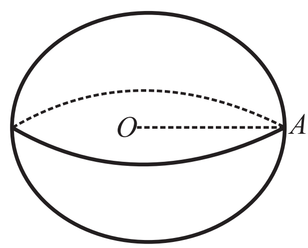
3. Bu nokatdan ellipse iki sany galtaşýan göni çyzyk geçirýäris (*105-nji surat*).



104-nji surat



105-nji surat



106-njy surat

Şundan soňra konusyň kesgitlemesi, elementleri öwrenilýär. Kesik konus doly konusyň bölegi hökmünde öwrenilýär.

Şar we sfera tegelegiň we töweregiň giňişlik meňzetmesi (analogy) hökmünde öwrenilýär. Şu sebäpli hem bu tema öwrenilende töwerek we tegelek baradaky düşünjeleri gaýtalamak zerurdyr (*106-njy surat*).

Şar giňişligiň berlen nokatdan uly bolmadyk uzaklykda ýerleşen ähli nokatlaryndan ybarat jisim hökmünde kesgitlenilýär.

Sfera bolsa şaryň araçägi hökmünde kesgitlenýär. Şu ýerde şaryň ýarymtegelegiň öz diametriniň daşynda aýlanmagy netijesinde emele gelen jisimdigini düşündirmek zerurdyr. Şar we sfera kesgitlenilenden soň şaryň simmetriýasy, şara galtaşýan tekizlik ýaly düşünjeler girizmek bolar.

§20. Köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň göwrümlerini öwretmegiň usullary

Durmuşda, ylymda we tehnikada köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň göwrümlerini hasaplamaga degişli meselelere günde diýen ýaly duş gelinýär.

Bu bölümlere degişli okuw maglumatlarynyň mazmuny aşakdakylardan durýar:

1. Göwrüm düşünjesi.
2. Gönüburçly parallelepipediň göwrümi.
3. Göni prizmanyň göwrümi.
4. Ýapgyt prizmanyň göwrümi.
5. Piramidanyň göwrümi.
6. Kesilen piramidanyň göwrümi.
7. Silindriň göwrümi.
8. Konusyň göwrümi.
9. Kesilen konusyň göwrümi.
10. Şaryň we onuň bölekleriniň göwrümi.

Bu bölüm mekdep geometriýasynda iň soňky, jemleýji bölüm bolmak bilen, okuwçylaryň giňişlik göz öňüne getirmelerini ösdürmekde stereometriýanyň beýleki bölümleriniň arasynda esasy orun eýeleýär. Bölümiň mazmunyndan görnüşi ýaly, bu düşünjeler köpgranlyklar, aýlanma jisimler, köpburçluklar ýaly düşünjeler bilen berk baglanyşyklydyr.

Bu bölümi öwretmegiň maksatlary:

1) Okuwçylara köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň göwrümlerini hasaplamagyň usullary barada düşünje bermek.

2) Milli öwüşginli meseleleriň, ýudrumyzda dürli pudaklaryň ýokary depginler bilen ösüşi baradaky maglumatlaryň kömegi bilen okuwçylary watançylyk ruhunda terbiýelemek.

3) Okuwçylaryň tekiz figuralaryň meýdanlaryny hasaplamak başarnyklaryny we giňişlik göz öňüne getirmelerini ösdürmek.

Bölümi öwretmekde aşakdaky umumy ýörelgelerden peýdalanmak mümkin:

1) ***Terbiýe bermek*** (Okuwçylary watançylyk, ruhubelentlik ruhunda terbiýelemek, tutanýerlilik, maksadaokgunlylyk, dogruçyllyk).

2) ***Görkezip okatmak*** (Jisimleriň suratlary we modelleri ulanylýar).

3) ***Ylmylyk*** (Göwrümleri hasaplamaga degişli formulalar ylmy taýdan subut edilýär).

Okatmagyň aşakdaky usullaryndan peýdalanmak bolar:

1) ***Umumylaşdyrmak*** (Ilki gönüburçly parallelepipediň, soňra göni prizmanyň we ýapgyt prizmanyň göwrümleri öwrenilýär).

2) ***Deduksiýa*** (Öwrenilýän düşünjeler we formulalar özara baglanyşykly we logikanyň kanunlary esasynda getirilip çykarylýar).

3) ***Matematiki modelirlemek*** (Göwrümleri hasaplamagyň formulalary-matematiki modeldir).

4) ***Takyklaşdyrma*** (Ilki aýlanma jisimleriň göwrümleri üçin umumy formula getirilip çykarylýar. Onuň esasynda aýry-aýry aýlanma jisimleriň göwrümleri hasaplanylýar).

Bu bölümleri öwrenmek netijesinde okuwçylar aşakdaky bilimlere we başarnyklara eýe bolmalydyrlar:

1. Okuwçylar okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulýan köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň göwrümlerini hasaplamagyň formulalaryny bilmelidirler.

2. Okuw maksatnamasynda göz öňünde tutulýan jisimleriň göwrümleri üçin formulalary getirip çykarmagy, bu formulalary göwrümleri hasaplamakda ulanyp bilmegi, jisimleriň giňişlik şekillerini gurmagy başarmalydyrlar.

Geometriýa sapaklarynda göwrüm düşünjesiniň fizikada, himiýada we biologiýada ulanylyşyna degişli mysallar getirmek arkaly dersara baglanyşygy amala aşyrmak mümkin. Meselem, fizikada öwrenilýän dykyzlyk düşünjesi göwrüm düşünjesi bilen berk baglanyşyklydyr.

Belli bolşy ýaly, maddanyň dykyzlygy (ρ) aşakdaky formula arkaly hasaplanylýar:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

bu ýerde m – maddanyň massasy, V – bolsa göwrümi.

Içki dersara baglanyşygy amala aşyrmak:

1. 1-5-nji synplarda kubuň, gönüburçly parallelepipediň göwrüm düşünjeleri tanyşdyrmak esasynda öwredilýär.

2. Göwrüm düşünjesi meýdan düşünjesi bilen hem baglanyşyklydyr. Sebäbi köp jisimleriň göwrümlerini hasaplamak üçin ilki onuň esasynyň meýdanyny hasaplamaly bolýar.

3. Köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň göwrümlerini hasaplamak üçin olaryň gurluşyny bilmeli. Diýmek, bu bölüm “Köpgranlyklar we aýlanma jisimler” atly bölüm bilen hem baglanyşýar.

4. Köpgranlyklaryň we aýlanma jisimleriň üsti tekiz figuralardan durýar. Diýmek, bu bölüm “Tekizlikde öwrenilýän figuralaryň häsiýetleri” bilen hem berk baglanyşyklydyr.

Göwrüm düşünjesini, meýdan düşünjesi ýaly, ilki onuň mazmunyny düşündirmek, soňra häsiýetlerini sanamak arkaly girizmek bolar.

Göwrüm düşünjesine–gaplaryň sygyjylygy hökmünde seretmek bolar. Göwrüm saýlanyp alnan ölçeg birliginde položitel san berlende jisimde näçe sany göwrümiň ölçeg birliginiň we birliginiň böleginiň saklanýandygyny görkezýär. Ilki göwrümiň ölçeg birliklerini we olaryň häsiýetlerini öwretmek maksadalaýykdyr:

1. Kubuň göwrümi onuň gapyrgasynyň uzynlygynyň kubuna deňdir.

2. Deň jisimleriň deň göwrümleri bardyr.

3. Eger jisim birnäçe jisimlerden düzülen bolsa, onda onuň göwrümi ol jisimleriň göwrümleriniň jemine deňdir.

Göwrüm birligi deregine gapyrgasy uzynlyk birligine deň bolan kub alynýar.

Jisimleriň göwrümleri hasaplanylanda onuň göwrümi birlik kubuň göwrümi bilen deňeşdirilýär. Meselem, jisimiň göwrümi 5 sm^3 bolsa, diýmek, onuň göwrümi gapyrgasy *1sm* bolan 5 sany kubuň göwrümleriniň jemine deňdir.

Ýokarda bellenilişi ýaly, göwrüm düşünjesi girizilenden soňra ilki gönüburçy parallelepipediň göwrümini hasaplamagy öwretmek göz öňünde tutulýar.

Teorema: gönüburçly parallelepipediň göwrümi onuň üç ölçeginiň köpeltmek hasylyna deň.

Okuw maksatnamasynda bu teoremanyň subudyny öwretmek göz öňünde tutulmaýar.

Okuwçylara dürli meseleleri çözmekde ulanylýan bu teoremadan gelip çykýan aşakdaky netijeleri öwretmegiň ähmiýeti uludyr:

1-nji netije: gönüburçly parallelepipediň göwrümi esasynyň meýdanynyň beýikligine köpeltmek hasylyna deňdir.

2-nji netije: esasy gönüburçly üçburçluk bolan göni prizmanyň göwrümi esasynyň meýdanynyň beýikligine köpeldilmegine deň.

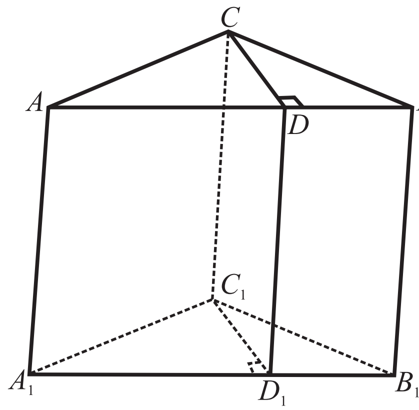
Bu netijäniň subudy esasy gönüburçly üçburçluk bolan göni prizmany gönüburçly parallelepipede çenli doldurmaklyga esaslanýar.

Okuwçylaryň esasy gönüburçly üçburçluk bolan göni prizmanyň göwrümini hasaplamagy bilýändikleri sebäpli olara aşakdaky teoremany öwretmek maksadalaýyk bolar.

Teorema: göni prizmanyň göwrümi esasynyň meýdanynyň beýikligine köpel dilmegine deň.

Bu teoremany ilki esasy üçburçluk bolan göni prizma üçin subut etmek oňaýly bolar.

Bu ýagdaýda üçburçlu prizmanyň esasyndaky üçburçluklaryň beýikliklerini geçirmek arkaly ony iki sany esasynda gönüburçly üçburçluk ýatýan göni prizmalara bölýäris (*107-nji surat*).



107-nji surat

Netijede berlen üçburçlu göni prizmanyň göwrümi esasynda gönüburçly üçburçluk ýatýan göni prizmalaryň göwrümleriniň jemine deň bolar.

H beýiklikli, esasynyň meýdany *S* bolan göni prizmanyň göwrümini, ony *H* beýikli üçburçlu göni prizmalara bölmek arkaly tapmak bolar.

Ýapgyt prizmanyň göwrümini hasaplamak üçin aşakdaky lemmadan peýdalanmak oňaýly bolar.

Lemma: ýapgyt prizma esasy ýapgyt prizmanyň perpendikulýar kesigine, beýikligi bolsa gapdal gapyrgasyna deň bolan göni prizma bilen deňululyklydyr.

Bu lemmanyň esasynda aşakdaky teoremany subut etmek bolar.

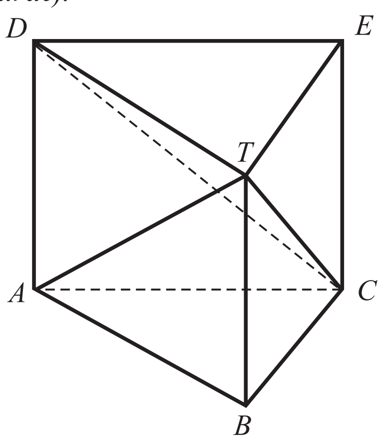
Teorema: ýapgyt prizmanyň göwrümi perpendikulýar kesigiň meýdanynyň gapdal gapyrga köpeltmek hasylyna degişdir.

Dürli meseleleri çözmekde ulanylýan aşakdaky teoremanyň hem ähmiýeti bardyr.

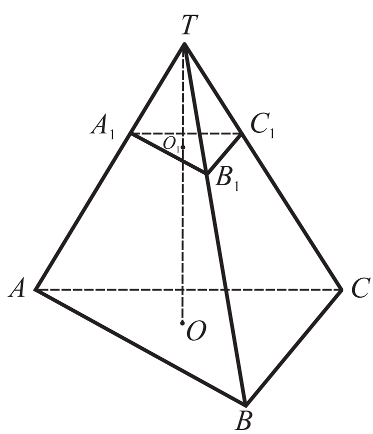
Teorema: ýapgyt prizmanyň göwrümi esasynyň meýdanynyň beýikligine köpeltmek hasylyna deňdir.

Piramidanyň göwrümini hasaplamagy öwretmegi üçburçlu piramida seretmekden başlamak oňaýlydyr.

Seredilýän *TABC* üçburçlu piramidany *ABCDTE* prizma çenli doldurýarys (*108-nji surat*).



108-nji surat



109-njy surat

Netijede *ABCDTE* prizma deňululykly *TABC, TADC* we *TDEC* üç piramida bölüner. Şunlukda,

$$V_{TABC}=\frac{1}{3}\cdot V_{ABCDTE}=\frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot H=\frac{1}{3}\cdot Q\cdot H$$

(bu ýerde Q – berlen piramidanyň esasynyň meýdany, H – onuň beýikligi).

Köpburçly piramidanyň göwrümini ony üçburçlu piramidalara bölmek arkaly hasaplamak bolar.

Kesilen piramidanyň göwrümini hasaplamak üçin formulany getirip çykarmakda kesilen piramidany doldurmak netijesinde alnan iki piramidanyň göwrümleriniň tapawudyny ulanmak bolar (*109-njy surat*).

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = V_{ABCT} - V_{A_1B_1C_1T}.$$

Netijede aşakdaky teorema subut edilýär.

Teorema: esaslarynyň meýdanlary Q we Q_1 ($Q>Q_1$) bolan, H beýiklikli kesilen piramidanyň göwrümi

$$V = \frac{1}{3}\cdot H\cdot\left(Q + Q_1 + \sqrt{Q\cdot Q_1}\right)$$

formula bilen hasaplanylýar.

Silindriň we konusyň göwrümlerine degişlilikde olaryň içinden çyzylan dogry prizmanyň we dogry piramidanyň göwrümleriniň predel ýagdaýy hökmünde seretmek bolar.

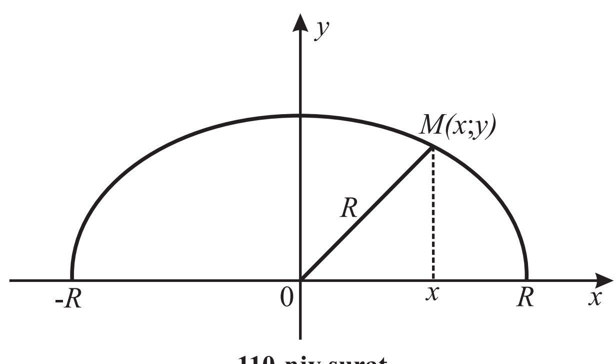
Aýlanma jisimleriň göwrümlerine kesgitli integralyň kömegi bilen hasaplamagy öwretmegiň hem ähmiýeti uludyr. Onuň üçin aýlanma jisimleriň göwrümlerini hasaplamagyň

$$V = \pi\int_a^b y^2dx$$

umumy formulasyny ulanmak bolar.

Bu formula arkaly şaryň göwrümini hasaplamaga seredeliň.

Goý, merkezi koordinatalar başlangyjynda bolan R radiusly ýarym tegelek Ox okuň daşyndan aýlananda emele gelýän şaryň göwrümini tapmak gerek bolsun (*110-nji surat*).



110-njy surat

Ýarym töweregiň üstünden islendik bir $M(x;y)$ nokat alalyň. Onda $OM=R$ we $y=\sqrt{R^2-x^2}$ bolar. x ululyk $[-R;\ R]$ aralykda üýtgeýän bolany sebäpli $a=-R$ we $b=R$ bolar. Onda

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx=\pi\int_{-R}^{R}(R^2-x^2)\,dx=\pi\left(R^2\cdot x-\frac{1}{3}x^3\right)\Bigg|_{-R}^{R}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

bolar. Netijede şaryň göwrümini hasaplamak üçin $V_{şar}=\frac{4}{3}\pi\cdot R^3$ formulany aldyk.

EDEBIÝAT

1. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Türkmenistanda saglygy goraýşy ösdürmegiň ylmy esaslary. – Aşgabat, 2007.

2. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Mälikgulyýewiç Berdimuhamedow. Gysgaça terjimehal. – Aşgabat, 2007.

3. Halkyň ynam bildireni. Aşgabat, 2007.

4. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Garaşsyzlyga guwanmak, Watany, halky söýmek bagtdyr. – Aşgabat, 2007.

5. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň daşary syýasaty. Wakalaryň hronikasy. – Aşgabat, 2007.

6. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Türkmenistan – sagdynlygyň we ruhubelentligiň ýurdy, – Aşgabat, 2007.

7. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Eserler ýygyndysy. – Aşgabat, 2007.

8. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň ýurdy täzeden galkyndyrmak baradaky syýasaty. – Aşgabat, 2007.

9. Parahatçylyk, döredijilik, progres syýasatynyň dabaralanmagy. – Aşgabat, 2007.

10. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň Umumymilli “Galkynyş” Hereketiniň we Türkmenistanyň Demokratik partiýasynyň nobatdan daşary V gurultaýlarynyň bilelikdäki mejlislerinde sözlän sözi.

11. Täze Galkynyş eýýamy. Wakalaryň senenamasy – 2007 ýyl. – Aşgabat, 2008.

12. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. I tom. – Aşgabat, 2008.

13. *Ýusubowa A*. Beýik Galkynyşyň waspy. – Aşgabat, 2008.

14. *Baýramsähedow N*. Gündogaryň beýik danalary.Ylmy oçerkler kitaby. – Aşgabat: Magaryf, 1992.

15. *Engels F*. Tebigat dialektikasy. – Aşgabat:Türkmenistan neşirýaty , 1969.

16. *Оганесян В.А. и др*. Методика преподавания математики в средней школе. – Москва: Просвещение, 2003.

17. *Пойа Д*. Как решать задачу. – Москва: Просвещение, 2001.

18. *Пойа Д*. Математика и правдоподобные рассуждения. – Москва: Наука, 2005.

19. *Пойа Д*. Математическое открытие. – Москва: Наука, 2006.

20. *Эрдниев П.М*. Преподавание математики в школе. – Москва: Просвещение, 1978.

21. *Метельский Н.В*. Дидактика математики. – Минск, Изд-во Белорус. ун-та, 1982.

22. *Фройденталь Г.* Математика как педагогическая задача: В 2-х ч. – Москва: Просвещение, 1983.

23. *Виленкин Н.Я. и др.* Современные основы школьного курса математики. – Москва: Просвещение, 1980.

24. *Столяр А.А.* Методы обучения математике. – Минск, Вышэйшая школа, 1966.

25. *Репьев В.В.* Общая методика преподавания математики. – Москва: Учпедгиз, 1958.

26. *Хинчин А.Я.* Педагогические статьи. – Москва: Изд-во АПН РСФСР, 1963.

27. *Груденов Я.И.* Изучение определений, аксиом и теорем. – Москва: Просвещение, 1981.

28. *Фридман Л.М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – Москва: Просвещение, 1983.

29. *Слепкань З.И.* Психолого-педагогические основы обучения математике. — Киев, Радянська школа, 1983.

30. *Гнеденко Б.В.* Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. - Москва: Просвещение, 1982.

31. *Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г.* Механика и прикладная математика. Логика и особенности приложений математики. – Москва: Наука, 2003.

32. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. – Москва: Наука, 1980.

33. *Болтянский В.Г.* Программированное обучение и методы его осуществления. – В кн.: Учебно-наглядные пособия по математике: Сб. статей. – Москва: Просвещение, 1968.

34. Кабинет математики. – Москва: Педагогика, 1968.

35. *Блох А. Я. и др.* Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. – Москва: Просвещение,1985.

36. *Бевз Г.П.* Методика преподавания математики. – Киев, Радянська школа, 1977.

37. *Брадис В.М.* Методика преподавания математики в средней школе. – Москва: Учпедгиз,1954.

38. Методика преподавания математики в средней школе. Под. ред. В.И.Мишина. – Москва: Просвещение, 2007.

39. Методика преподавания математики в средней школе. Под.ред. Ляпина С.Б., – Учпедгиз, 1975.

40. *Оконь В.* Основы проблемного обучения, – М.: Просвещение, 1968.

41. *Есипов Б.П.* Самостоятельная работа учащихся на уроках. – М.: Просвещение, 1961.

42. *Öwezow A.we başgalar*.Geometriýa. Orta mekdepleriň VII synpy üçin okuw kitaby. – A.: TDNG, 2006.

43. Orta mekdepleriň IV-IX synplary üçin matematika dersi boýunça okuw maksatnamasy. – A.:TDNG, 2004.

44. Orta mekdepleriň IV-X synplary üçin matematika dersi boýunça okuw maksatnamasy. – A.: TDNG, 2007.

45. Orta mekdepleriň matematika, ýaşaýşy öwreniş hem-de geografiýa dersleri boýunça ýeke-täk talaplar we baha ölçegleri. – A:TDNG, 2004.
46. *Töräýew J. we başgalar*. Algebra we seljermäniň başlangyçlaryndan gutardyş synagy üçin ýumuşlar. – A.: TDNG, 2006.
47. *Töräýew J. we başgalar.* Algebra umumy bilim berýän dünýewi mekdebiň 6-njy synp okuwçylary üçin synag okuw kitaby. – A.: Magaryf, 1997.
48. *Haýdarow B., Hemraýew Ç*. Çylşyrymlylyk derejeleri boýunça tertipleşdirilen hasaplamaga degişli geometrik meseleleriň ýygyndysy. – Türkmenabat, 1997.
49. Umumy orta bilim berýän Dünýäwi mekdepler üçin matematikadan okuw programasy. Mugallymlar gazeti.1996.
50. Факультативные занятия в школе. Сборник статьей. Под ред. М.П. Кашина и Д.А.Эпштейна. М.,1973.

MAZMUNY

I. MATEMATIKANY OKATMAGYŇ UMUMY USULYÝETI

II. MATEMATIKANY OKATMAGYŇ HUSUSY USULYÝETI

19. Sargyt №190

Azatgeldi Öwezow, Çary Hamraýew, Beşimbaý Haýdarow,
Hajymuhammet Geldiýew

MATEMATIKANY OKATMAGYŇ USULYÝETI

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy

Redaktory	*G. Heşdekow*
Surat redaktory	*T. Aslanowa*
Teh. redaktory	*T. Aslanowa*
Suratçy	*Ý. Peskowa*
Neşir üçin jogapkär	*J. Töräýew*

Ýygnamaga berildi 17.08.2010. Çäp etmäge rugsat edildi 25.02.2011.
Möçberi 70x100 1/16. Ofset kagyzy. Edebi garnitura.
Ofset çap ediliş usuly. Hasap-neşir listi 18,221.
Çap listi 18,25. Neşir № 10. Sargyt № 190. Sany 500.

Türkmenistanyň Ylymlar akademiýasynyň “Ylym” neşirýaty.
744000 Aşgabat, Türkmenbaşy şaýoly, 18.

“Hatdat” hususy kärhanasy.
Aşgabat säh., Görogly, j. 6.