H. Ataýew, N. A. Kuliýew

NAZARY MEHANIKADAN MESELELER

I kitap
STATIKA, KINEMATIKA

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy

Türkmenistanyň Bilim ministrligi tarapyndan hödürlenildi

Aşgabat
Türkmen döwlet neşirýat gullugy
2018

UOK 378:621.01
A 80

Ataýew H., Kuliýew N.
A 80 **Nazary mehanikadan meseleler.** I kitap (Statika. Kinematika.). Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy. – A. : Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2018.

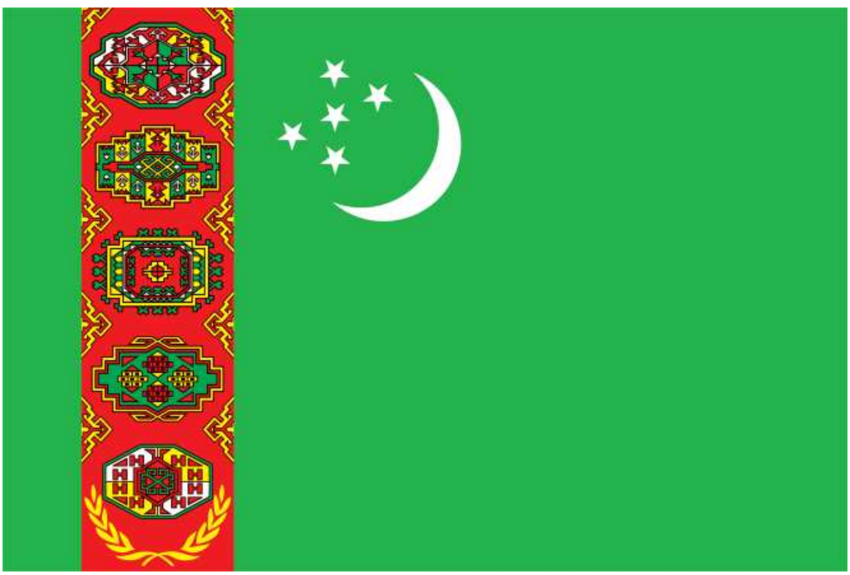
Kitabyň temalary ýokary okuw mekdepleri üçin nazary mehanika dersiniň nusgalyk okuw maksatnamasyna laýyklykda beýan edildi. Gollanma iki kitapdan ybarat bolup, onuň birinjisi statikany we kinematikany, ikinjisi bolsa dinamikany öz içine alýar. Birinji kitapda statika we kinematika degişli temalar, gysgaça nazary maglumatlar berildi, şeýle hem olara degişli meseleleriň çözüliş usullary görkezildi hem-de özbaşdak çözmek üçin meseleler berildi.

Kitabyň maksady talyplara nazary mehanikadan meseleleri özbaşdak çözmegi öwretmekden ybaratdyr. Bu gollanma hünärmenleri taýýarlamakda hil taýdan has gowy netijeleri gazanmaga mümkinçilik berer.

TDKP № 236, 2018 KBK 30.12 ýa 73

TÜRKMENISTANYŇ PREZIDENTI
GURBANGULY BERDIMUHAMEDOW

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET TUGRASY



TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET BAÝDAGY

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET SENASY

Janym gurban saňa, erkana ýurdum,
Mert pederleň ruhy bardyr köňülde.
Bitarap, garaşsyz topragyň nurdur,
Baýdagyň belentdir dünýäň öňünde.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

Gardaşdyr tireler, amandyr iller,
Owal-ahyr birdir biziň ganymyz.
Harasatlar almaz, syndyrmaz siller,
Nesiller döş gerip gorar şanymyz.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

SÖZBAŞY

Nazary mehanika fizika we matematika dersleri bilen bir hatarda tehniki ýokary okuw mekdeplerinde okadylýan möhüm dersleriň biridir. Bu dersi ýokary okuw mekdepleriniň fizika, matematika, inženerçilik hünärleriniň, şeýle hem orta hünär okuw mekdepleriniň talyplary öwrenýärler. Bu ylym materiallaryň garşylygy, maşynlaryň we mehanizmleriň nazaryýeti, maşynlaryň bölekleri, gurluşyk mehanikasy, gidrawlika, maýyşgaklyk nazaryýeti, gidrodinamika, aerodinamika, yrgyldylar nazaryýeti ýaly dersleriň nazary esasyny düzýär. Kitabyň baş maksady nazary mehanikanyň meselelerini çözmegi öwrenýän talyplara we olary öwredýän mugallymlara ýeňillik döretmekden ybaratdyr. Gollanmany taýýarlamakda dürli ýyllarda neşir edilen nazary mehanikanyň meselelerini çözmek usulyýetine degişli edebiýatlar peýdalanyldy [11–15].

Gollanma statika we kinematika hem-de dinamika diýen iki kitapdan ybarat. Her temada mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler, mysaly meseleler we özbaşdak çözmek üçin meseleler berilýär. Olar talyplar, ýokary okuw mekdepleriniň mugallymlary, ylmy-barlag we taslama institutlarynyň hünärmenleri, önümçiligiň inženerleri üçin niýetlenilendir. Temalar ýokary okuw mekdepleri üçin nazary mehanika dersiniň okuw maksatnamasyna [10] laýyklykda beýan edildi.

Kitap tehniki ugurly ýokary okuw mekdepleriniň talyplary üçin niýetlenip, ondan beýleki degişli ugurly ýokary hem-de orta hünär okuw mekdepleriniň talyplary hem peýdalanyp bilerler.

I bölüm

STATIKA

1. STATIKA BÖLÜMINE DEGIŞLI ESASY DÜŞÜNJELER

1.1. Güýçler barada esasy düşünjeler

Statika *statos* diýen grek sözünden gelip çykyp, gozganman durmagy aňladýar. Nazary mehanikanyň statika bolüminde geometrik jisimiň (massasy hasaba alynmaýan) deňagramlylygy öwrenilýär. Jisimiň deňagramlylygy oňa täsir edýän güýçleriň ululygyna (modulyna) we ugruna (geometriýasyna) baglydyr. Güýç wektor ululyk bolany üçin wektor algebrasyndan peýdalanýarlar.

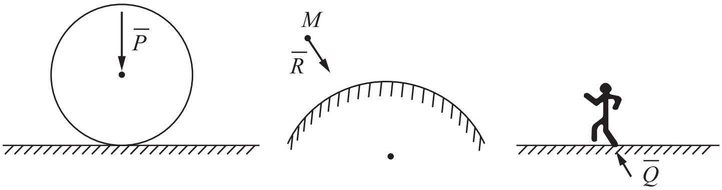
Statika, wektor algebrasynyň usullaryndan (metodlaryndan) peýdalanyp, aşakdaky iki esasy meselä garaýar:

1. Gaty jisime goýlan güýçler sistemasyny oňa ekwiwalent (deňgüýçli, barabar) bolan has ýönekeý güýçler sistemasy bilen çalşyrmak.

2. Gaty jisime goýlan güýçleriň täsirinde jisimiň dynçlykda bolmagyny üpjün edýän umumy şertleri getirip çykarmak.

Statikada iň wajyp fiziki ululyk güýç bolany üçin, onuň bilen baglanyşykly käbir kesgitlemelere seredeliň.

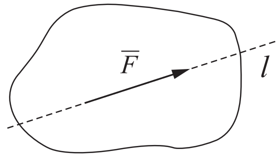
Bir jisimiň beýleki jisime $\overline{P}$ (basyş), $\overline{R}$ (dartyş), $\overline{Q}$ (itekleme) görnüşdäki täsirine ***güýç*** diýilýär (*1.1-nji surat*).



1.1-nji surat

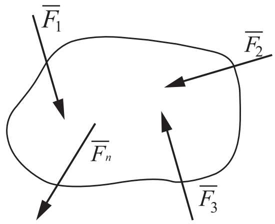
Güýç material jisimleriň bar ýerinde döreýär. Güýç üç element – täsir nokady, ugry we moduly (san bahasy) bilen kesgitlenýär. Güýç wektor ululyk. Ölçeg birlikleriniň Halkara ulgamynda (HU) güýç nýutonda (N) ölçenilýär.

$\overline{F}$ güýjüň ýatan göni çyzygyna ***güýjüň l täsir çyzygy*** diýilýär (*1.2-nji surat*).



1.2-nji surat

Jisime ýa-da jisimler sistemasyna goýlan ($\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, ...,$\overline{F_n}$) güýçlere **güýçler sistemasy** diýilýär (*1.3-nji surat*).



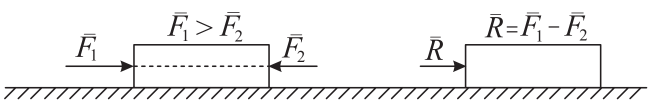
1.3-nji surat

Iki sany ($\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, ..., $\overline{F_n}$) we ($\overline{R_1}$, $\overline{R_2}$, ..., $\overline{R_n}$) güýçler sistemasynyň biri beýlekisi bilen çalşyrylanda jisimiň kinematiki ýagdaýy üýtgemese, olara ***ekwiwalent*** (barabar, deňtäsirli...) ***güýçler*** diýilýär. Ekwiwalentlik şeýle ýazylýar:

$$(\overline{F_1}, \overline{F_2}, \ldots, \overline{F_n}) \sim (\overline{R_1}, \overline{R_2}, \ldots, \overline{R_n}).$$

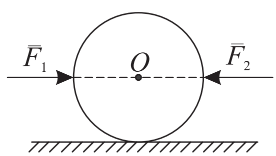
Eger güýçler sistemasy bir güýje ekwiwalent bolsa.

$(\overline{F_1}, \overline{F_2}, \ldots,\overline{F_n}) \sim \overline{R}$, onda $\overline{R}$ güýje berlen güýçler sistemasynyň ***deňtäsiredijisi*** diýilýär. Meselem, 1.4-nji suratda $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$ sistema ($\overline{R}$) güýje ekwiwalentdir, diýmek, $\overline{R}$ güýç $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$ sistemanyň deňtäsiredijisi bolýar.



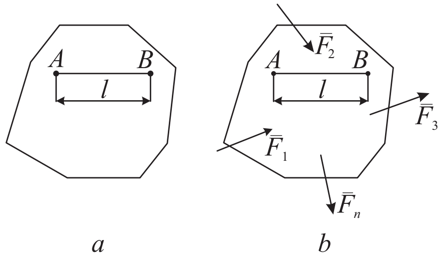
1.4-nji surat

Eger ($\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, ..., $\overline{F_n}$) güýçler sistemasy dynçlykdaky jisime goýlup, onuň kinematiki ýagdaýyny üýtgetmese (hereketlendirmese), onda beýle güýçler sistemasyna ***nola ekwiwalent*** ýa-da ***deňagramlaşan güýçler*** sistemasy diýilýär we şeýle belgilenýär: ($\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, ..., $\overline{F_n}$) ~ 0. Meselem, 1.5--nji suratda gorizontal tekizlikde dynçlykdaky tigre deňagramlaşan ($\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$) ~ 0 güýçler täsir edende, tigir dynçlykda galýar. Munda $\overline{F_1} = -\overline{F_2}$.



1.5-nji surat

Nazary mehanikada jisim ***absolýut gaty jisim*** hasaplanýar. Beýle diýildigi jisime güýç täsir etse-de, täsir edip aýrylsa-da, jisimiň islendik iki, meselem, A we B nokatlarynyň arasyndaky uzaklyk üýtgemeýär, ýagny $AB = l =$ const (*1.6-njy a, b suratlar*).



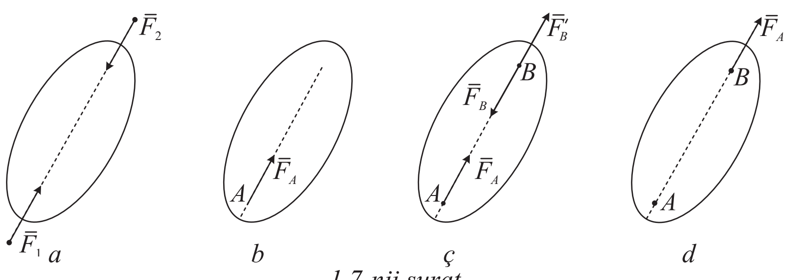
1.6-njy surat

1.2. Statikanyň aksiomalary

1-nji aksioma. *Jisime täsir edýän iki güýjüň deňagramlaşmagy üçin, ululyklary boýunça bir-birine deň, ugurlary boýunça gapma--garşy bolup, bir göni çyzygyň üstünde ýatmaklary hökmany we ýeterlik şertdir*: $\overline{F_1} = -\overline{F_2}$ (*1.5-nji we 1.7-nji a suratlar*).

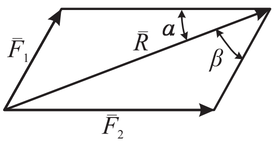
2-nji aksioma. *Jisime täsir edýän güýçler sistemasyna (1.7-nji b surat) deňagramlaşýan güýçler sistemasyny goşanymyz ýa-da aýranymyz bilen berlen güýçler sistemasynyň jisime täsiri üýtgemeýär. Ýagny, iki sany deňagramlaşan güýçleri hem almak bolýar:* $\overline{F}_B = -\overline{F}'_B$ *(1.7-nji ç surat).*

Netije: *jisimiň ýagdaýyny üýtgetmän güýjüň goýlan nokadyny täsir çyzygy boýunça islendik ýere süýşürip bolýar (1.7-nji d surat).*

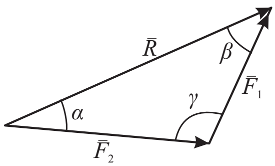


1.7-nji surat

3-nji aksioma ýa-da güýç ***parallellogramynyň aksiomasy***. *Jisimiň ýagdaýyny üýtgetmän oňa bir nokatda goýlan iki güýç şol nokatda goýlup, şol güýçleriň geometrik jemi ýaly kesgitlenen*: $\overline{R} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$. *Bu ýagdaýda deňtäsirediji güýç taraplary* $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$ *bolan parallelogramyň diagonalyna deň* (*1.8-nji surat*).



1.8-nji surat



1.9-njy surat

Aksioma güýjüň modulyny, goýlan nokadyny we ugruny kesgitleýär. Sebäbi $\overline{R} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$ bolany üçin

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos(\overline{F_1}, \hat{\ } \overline{F_2})}\,.$$

Sinuslar teoremasynyň esasynda (*1.9-njy surat*) alarys:

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}.$$

4-nji aksioma ýa-da ***Nýutonyň üçünji kanuny***. *Iki jisim bir-birine täsir edende döreýän güýçler ululyklary boýunça deň, ugurlary boýunça gapma-garşy bolup, bir gönüde ýatýarlar.*

5-nji aksioma ýa-da ***jisimiň gatamak prinsipi***. *Eger deformirlenýän jisim güýçleriň täsirinde deňagramlylyk ýagdaýynda bolsa, onda jisim gatanynda hem deňagramlylyk saklanar*.

6-njy aksioma. *Eger erkin däl jisimiň baglanyşyklaryny reaksiýa güýçleri bilen çalşyrsak, onda ol jisim erkin jisime öwrüler.*

1.3. Işjeň (aktiw) we işjeň däl (passiw) güýçler. Baglanyşyklaryň görnüşleri

Eger jisimiň hereketi hiç bir zat bilen çäklendirilmedik bolsa, onda oňa ***erkin jisim*** diýilýär. Jisimiň hereketi başga jisimler bilen çäklendirilen bolsa oňa ***erkin däl*** jisim diýilýär.

Berlen jisimiň hereketini çäklendirýän jisimlere ***baglanyşyklar*** diýilýär.

Baglanyşyklar tarapyndan berlen jisime täsir edýän güýçlere ***baglanyşyklaryň reaksiýalary*** diýilýär.

6-njy aksiomanyň esasynda islendik erkin däl jisimiň baglanyşyklaryny reaksiýa güýçleri bilen çalşyryp, erkin jisime öwrüp bolýar.

Baglanyşyklara dahylly bolmadyk güýçlere ***işjeň*** güýçler diýilýär. Baglanyşyklaryň reaksiýalaryna ***işjeň däl güýçler*** diýilýär.

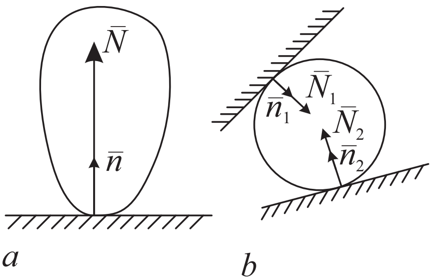
Käbir ***ýygy duş gelýän (tipiki) baglanyşyklara*** we olaryň reaksiýalarynyň mümkin boljak ugurlaryna seredeliň:

1. Jisim ideal ýylmanak (sürtülmesiz) üste daýanýar.

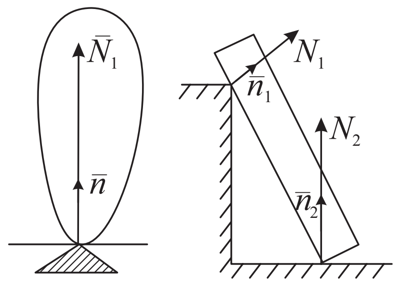
Ideal üstüň reaksiýasy şol üstüň normaly boýunça ugrugýar. 1.10-njy *a, b* suratlarda $\overline{N}, \overline{N_1}, \overline{N_2}$ reaksiýa güýçleriniň, degişlilikde üstleriň $\overline{n}, \overline{n_1}, \overline{n_2}$ normallary boýunça ugrugandygy görkezilen.

2. Ýylmanak jisim ýiti uja daýanýar.

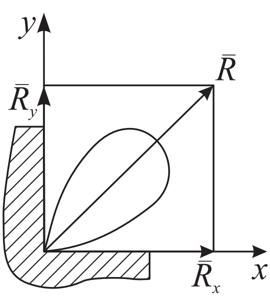
Reaksiýa güýji jisimiň öz normaly boýunça ugrugýar. 1.11-nji suratda $\overline{N}, \overline{N_1}, \overline{N_2}$ reaksiýa güýçleriň, degişlilikde jisimiň $\overline{n}, \overline{n_1}, \overline{n_2}$ normallar boýunça ugrugandygy görkezilen.



1.10-njy surat



1.11-nji surat



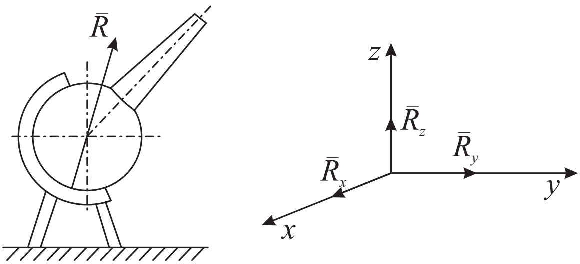
1.12-nji surat

3. Burça direnýän jisim.

Baglanyşyk jisime wertikal we gorizontal ugurlar boýunça-da süýşmäge päsgelçilik döredýär. $\overline{R}$ reaksiýa iki sany R_x we R_y düzüjilere dargadylýar (*1.12-nji surat*).

4. Sferik şarnir.

Galtaşýan üstler ideal ýylmanak. $\overline{R}$ reaksiýa güýji şarniriň merkezinden geçýär (*1.13-nji a surat*). Ony *x, y, z* oklar boýunça R_x, R_y, R_z düzüjilere dargatmak mümkin (*1.13-nji b surat*).

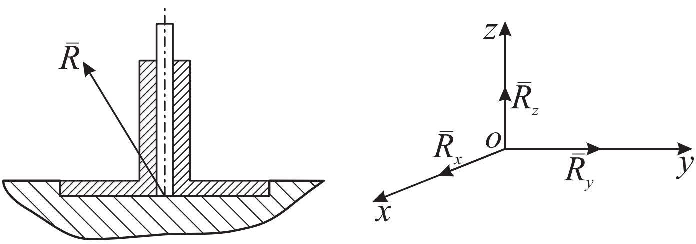


a *b*

1.13-nji surat

5. Podpýatnik (dabanoý).

$\overline{R}$ reaksiýa güýjüniň ugry bu baglanyşykda-da belli däldigi üçin (*1.14-nji a surat*), ony *x, y, z* oklar boýunça R_x, R_y, R_z düzüjilere dargatmak mümkin (*1.14-nji b surat*).

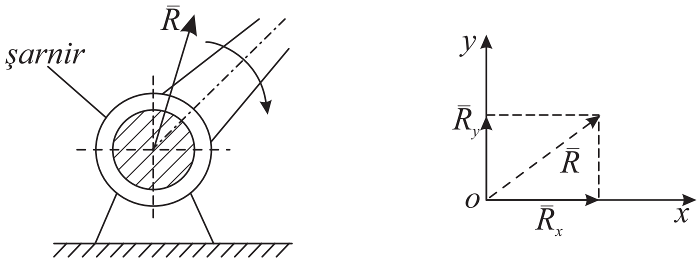


a *b*

1.14-nji surat

6. Gozganmaýan-şarnirli silindr görnüşli daýanç (direg).

$\overline{R}$ reaksiýa güýji şarniriň okunyň üstünden geçýär (*1.15-nji a surat*) we täsir edýän güýçlere bagly hem-de daýanjyň okuna perpendikulýar tekizlikde islendik ugry almagy mümkin. $\overline{R}$ reaksiýa güýjüni *x, y,* oklar boýunça R_x ,R_y düzüjilere dargatmak mümkin (*1.15-nji b surat*).



a *b*

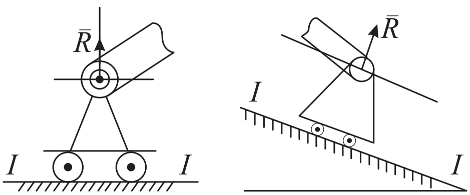
1. 15-nji surat

7. Gozganýan-şarnirli silindr görnüşli daýanç (direg).

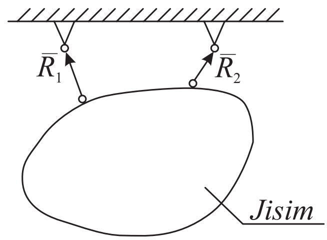
$\overline{R}$ reaksiýa güýji *I–I* tekizlige perpendikulýar ugur boýunça ugrugýar (*1.16-njy surat*).

8. Süýnmeýän maýyşgak ýüp.

Reaksiýa güýji ýüpi boýlap ugrugýar (*1.17-nji surat*).



1.16-njy surat



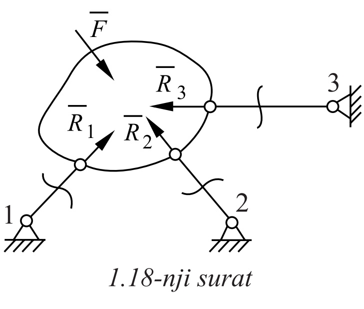
1.17-nji surat

9. Agramsyz gaty steržen.

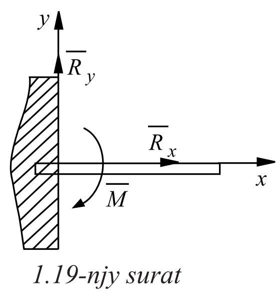
$\overline{R}_1$, $\overline{R}_2$, $\overline{R}_3$ reaksiýa güýçleri degişli sterženleriň şarnirleriniň merkezlerini birleşdirýän gönüleriň üstünde ýatýarlar (*1.18-nji surat*).

10. Tekizlikde gaty berkitme (gapjama).

$\overline{R}_x$, $\overline{R}_y$ – reaksiýa güýjüniň *x, y* oklar boýunça düzüjileri; *M* – reaktiw moment (*1.19-njy surat*).



1.18-nji surat



1.19-njy surat

1.4. Statika bölümine degişli usuly görkezmeler

Statika bölümine degişli käbir görkezmelere seredip geçeliň. Statikada duş gelýän meseleleriň hemmesi diýen ýaly erkin däl jisimleriň deňagramlaşmagyna degişlidir. Baglanyşyklar sebäpli jisim giňişlikde islendik orny eýeläp bilmeýär. Şeýle ýagdaýda ***baglanyşykdan boşatmak*** hakyndaky aksiomadan peýdalanmak bolýar: *eger erkin däl* *jisimiň baglanyşyklaryny reaksiýa güýçleri bilen çalşyrsak, onda ol jisim erkin jisime öwrüler*.

Mesele çözülende ilki bilen haýsy nokadyň ýa-da jisimiň deňagramlaşmagyna garalýandygy anyklanylýar. Jisime täsir edýän ähli güýçler görkezilenden soň, bu güýçleriň haýsy güýçler sistemasyna (ýygnanýan güýçler sistemasy, parallel güýçler sistemasy, tekizlikdäki ýa-da giňişlikdäki erkin güýçler sistemasy we başgalar) degişlidigi görkezilýär. Meseläniň haýsy tema degişlidigi anyklanandan soň, güýçleriň deňagramlyk deňlemeler sistemasyny ýazmak gerek. Deňlemeler sistemasy umumy görnüşde düzülenden soň, ululyklaryň san bahalary ýerinde goýulýar. San bahalary diňe soňky formulalarda goýlup, hasaplamalar doly ýerine ýetirilmelidir. Hasaplamalary hasaplaýyş serişdeleriniň kömegi bilen hem ýerine ýetirmek bolýar.

Koordinata oklary nirede alnyp, nähili ugrukdyrylsa-da, meseläniň soňky netijesine täsiri ýokdur. Şu ýagdaýdan peýdalanyp, koordinatalar oklaryny amatly ugrukdyrmak möhümdir. Amatly ugrukdyrylan koordinatalar oklary düzülýän deňlemeleri sadalaşdyrýar we meseläniň çözülişini ýeňilleşdirýär.

2. BIR TEKIZLIKDE TÄSIR EDÝÄN GÜÝÇLER SISTEMASY

2.1. Täsir çyzygy bir nokatda kesişýän güýçler sistemasy (ýygnanýan güýçler)

2.1.1. Bir göni çyzyk boýunça täsir edýän güýçler. Mysaly meseleler

Bir göni çyzyk boýunça ugrukdyrylan güýçler sistemasyna garalanda aşakdaky ýagdaýlara duş gelýäris.

1. Ähli güýçler bir tarapa ugrukdyrylýar. Bu ýagdaýda güýçleriň deňtäsiredijisi olaryň arifmetik jemine deň bolýar we ugry boýunça şol güýçler ýaly ugrukdyrylýar.

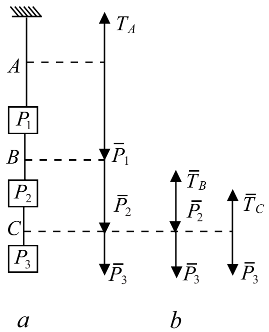
2. Eger güýçler bir tarapa ugrukdyrylmadyk bolsalar, onda bu ýagdaýda güýçleriň deňtäsiredijisi olaryň algebraik jemine deňdir.

3. Bir göni çyzyk boýunça täsir edýän güýçler deňagramlaşýan bolsalar, onda olaryň deňtäsiredijisi nola deňdir, ýagny:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0. \qquad (2.1)$$

2.1-nji mesele. Otly gorizontal ýol bilen gönüçyzykly deňölçegli hereket edýär. Otlynyň elektrowozsyz agramy $12 \cdot 10^3$ kN. Eger herekete garşylyk güýji otlynyň agramynyň 0,005 bölegine deň bolsa, onda elektrowozyň dartyş güýjüni tapmaly.

Çözülişi. Otly deňölçegli hereket edýär, diýmek elektrowozyň F_d – dartyş güýji F_g – herekete garşylyk güýji bilen deňagramlaşýar: $F_d = F_g$. Şerte görä $F_g = 0{,}005 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 3 = 60$, şeýlelikde, $F_d = 60$ kN.



2.1-nji surat

2.2-nji mesele. 2.1-nji *a* suratdan görnüşi ýaly ýüpden üç sany daş asylan. Daşlaryň agramlary $P_1 = 15\ N$, $P_2 = 10\ N$, $P_3 = 5\ N$ bolsa, ýüpüň dartyş güýjüni kesgitlemeli.

Çözülişi. Ýüpüň aýry-aýry ýerlerindäki dartyş güýçleri täsir edýän güýçlere baglylykda dürlüdir. Dartyş güýçlerini T_A, T_B, T_C bilen belgiläp (2.1) deňlemeden peýdalanyp tapalyň:

2.1-nji *b* suratda $T_A - P_1 - P_2 - P_3 = 0$, $T_A = P_1 + P_2 + P_3 = 30\ N$, şulara meňzeşlikde $T_B = 15\ N$, $T_C = 5\ N$.

2.1.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

2.3-nji mesele. Gämi yzly-yzyna tirkelen dürli ölçegli üç baržany çekýär. Gäminiň dartyş güýji 18 *kN*. Suwuň gäminiň hereketine garşylygy 6 *kN*. Suwuň garşylygy birinji baržanyň hereketine 6 *kN*, ikinji barža – 4 *kN*, üçünji barža – 2 *kN* güýç bilen täsir edýär. Gämide bar bolan tanap 2 *kN* dartyş güýjüne çydaýar. Eger gämi we baržalar gönüçyzykly we deňölçegli hereket etseler, gämiden birinji barža, birinji baržadan ikinji barža we ikinji baržadan üçünji barža näçe tanap gerek?

Jogaby: 6, 3 we 1 tanap.

2.4-nji mesele. Agramy 640 *N* bolan adam şahtanyň düýbünde dur. Gozganmaýan blokdan geçirilen tanapyň kömegi bilen ol agramy

480 N ýüki saklap dur. 1) Adam şahtanyň düýbüne näçe güýç bilen basýar? 2) Bu adam tanapyň kömegi bilen iň köp näçe ýüki saklap biler?

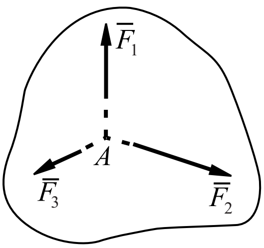
Jogaby: 1) 160 N; 2) 640 N.

2.1.3. Bir tekizikde ýatan üç güýjüň deňagramlaşmagy barada teorema. Bir tekizlikde ýatan ýygnanýan güýçleriň deňagramlaşmagy. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

Üç parallel däl güýçleriň deňagramlaşmagyna seredeliň.

Üç parallel däl güýçler barada teorema: *Eger üç güýjüň täsirindäki jisim deňagramlylykda bolsa we iki güýjüň täsir çyzyklary A nokatda kesişýän bolsalar, onda ähli güýçler bir tekizlikde ýerleşýärler hem-de olaryň täsir çyzyklary A nokatda kesişýärler.*

Meseleleri analitiki, geometrik we grafiki usullar bilen çözmek bolýar. Güýçleriň sany üç bolany üçin geometrik usul peýdalanylsa düşnükli bolar.



2.2-nji surat

Deňagramlaşmagyň geometrik usuly. Jisimiň bir nokadyna goýlan üç güýjüň deňagramlaşmagy üçin şu güýçlerden gurlan güýç üçburçlugy ýapyk bolmalydyr.

Deňagramlaşmagyň analitiki görnüşi: ýygnanýan güýçleriň deňagramlaşmaklary üçin bu güýçleriň koordinata oklaryna proýeksiýalarynyň algebraik jemleriniň nola deň bolmaklary hökmany we ýeterlikdir:

$$\sum F_x = 0, \qquad \sum F_y = 0. \tag{2.2}$$

Mesele çözülende aşakdaky görkezmelerden peýdalanmak maslahat berilýär.

1. Näbelli ululyklary tapmak üçin haýsy jisimiň, nähili baglanyşyklaryň täsirinde (düwün, şarnir, balka, steržen we ş.m.) deňagramlaşmagyna garalýandygy anyklanylmalydyr. Jisime berlen güýçler we gözlenýän reaksiýa güýçleri täsir edýär.

2. Deňagramlylygyna garalýan jisimi baglanyşykdan boşadyp, reaksiýa güýçlerini hasaba almaly.

3. Mesele geometrik usul bilen çözülende, güýç üçburçlugy gurulýar. Güýç üçburçlugynyň meseläniň şerti boýunça gurlan suraty bilen meňzeşdiginden peýdalanylýar. Soňra üçburçlugyň taraplaryny, burçlaryny baglaşdyrýan teoremalar we baglanyşyklar ulanylýar.

Mesele grafiki usul bilen çözülende, güýç üçburçlugyna girýän güýçler bellibir ölçegde alynmalydyr we surat örän takyk gurulmalydyr.

Mesele analitiki usulda çözülende jisime täsir edýän güýçleriň sistemasyny gurmaly, ýagny berlen güýçleriň we gözlenilýän güýçleriň wektorlaryny suratda görkezmeli. Koordinata oklaryny alyp, deňagramlylyk deňlemelerini düzmeli. Koordinata oklarynyň birini näbelli güýçleriň haýsy hem bolsa birine perpendikulýar edip almak amatlydyr.

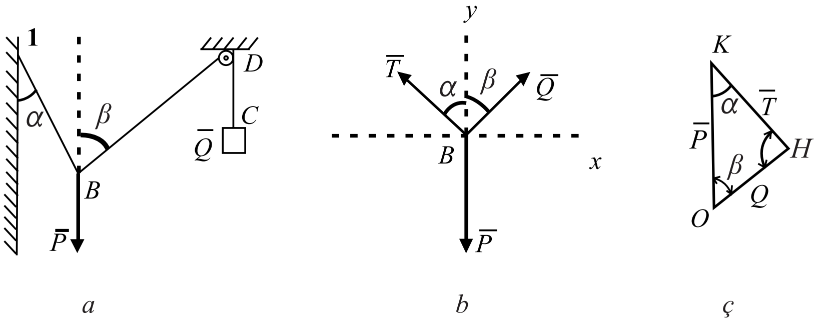
4. Deňagramlylyk deňlemeleri çözülip, näbelli ululyklar tapylýar. Eger näbelli ululyklar birnäçe güýçlerden ybarat bolsalar, onda ol güýçleriň ugurlary (güýç üçburçlugyndaky degişli güýjüň ugry bilen) geometrik usuldan peýdalanylyp tapylýar. Mesele analitiki usulda çözülende tapylan güýjüň hakyky ugry onuň alamaty bilen anyklanylýar.

5. Jisimiň daýanç nokatlaryndaky basyşlaryny hasaplamak üçin şol nokatlardaky reaksiýa güýçlerini tapmak ýeterlikdir. Basyş güýji ululygy boýunça reaksiýa güýjüne deň bolup, ugry boýunça gapma-garşydyr.

6. Eger gozganmaýan blokda sürtülme güýji hasaba alynmasa, onda blok güýjüň ululygyna täsir etmän, diňe onuň ugruny üýtgedýär.

2.5-nji mesele. P N agramly ýük AB hem-de BDC ýüpler bilen deňagramlylykda saklanýar. AB ýüp wertikal ok bilen α burçy emele getirip, onuň ujy diwara berkidilen. BDC ýüp D blokdan geçirilen we onuň ujundan Q N ýük asylan. BD ýüp wertikal bilen β burçy emele getirýän bolsa, AB ýüpüň dartyş güýjüni we Q ýüküň agramyny tapmaly *(2.3-nji a surat).* $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$, $P = 137$ N.

Çözülişi. B ýüküň deňagramlylygyna garalyň *(2.3-nji b surat).* Işjeň (aktiw) $\overline{P}$ güýji görkezeliň. $\overline{Q}$ güýji B nokada geçireliň (blok $\overline{Q}$ güýjüň ululygyny üýtgetmän, diňe ugruny üýtgedýär). AB ýüpüň dartylyş güýjüni $\overline{T}$ bilen belgiläp, ony ýüpüň ugry boýunça ugrukdyrýarys. Şeýlelikde B düwün bir tekizlikde $\overline{P}, \overline{T}, \overline{Q}$ ýygnanýan güýçleriň täsiri astynda deňagramlylyk ýagdaýynda saklanýar.



2.3-nji surat

Meseläni üç usulda çözeliň.

Grafiki usul bilen çözülende güýçler bellibir masştabda alynýar, ýapyk güýç üçburçlugy gurulýar we näbelli güýçler ölçäp tapylýar.

Güýç üçburçlugynyň her bir depesinde bir güýjüň ahyry bilen beýleki güýjüň başlangyjynyň gabat gelýändigi belli.

Garalýan jisime täsir edýän güýçler üçin deňagramlylyk deňlemeleri düzülip, näbellileriň tapylyşyna ***analitiki usul*** diýilýär.

Grafiki usul. B düwün deňagramlylyk ýagdaýynda saklanýandygy üçin ýapyk güýç üçburçlugy bolmalydyr. Bu üçburçlugy belli $\overline{P}$ güýçden başlap gurmaly. $\overline{P}$ güýji berlen masştabda gurup, onuň başlangyjyndan we ahyryndan näbelli $\overline{Q}$, $\overline{T}$ güýçlere parallel göni çyzyklar geçirýäris. 2.3-nji *ç* suratda 20 N 1 *sm*-e barabar edilip alyndy. Bu göni çyzyklar H nokatda kesişýärler we (ΔKOH) ýapyk güýç üçburçlugyny emele getirýär. Kabul edilen masştab boýunça $\overline{Q}$, $\overline{T}$ güýçleri ölçäp, $T = 122\ N$, $Q = 100\ N$ bahalary tapýarys.

Geometrik usul. Ýokarda görkezilişi ýaly (ΔKOH) ýapyk güýç üçburçlugyny gurýarys (masştab bilen gurmak hökman däl). Güýç üçburçlugyndan *(2.2-nji ç surat)* sinuslar teoremasy esasynda aşakdaky deňligi düzýäris:

$$\frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{T}{\sin\beta} = \frac{P}{\sin\gamma}, \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 75^\circ,$$

$$\alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ$$

bahalardan peýdalanyp, gözlenilýän ululyklary tapalyň:

$$Q = P \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 100N,\ T = P\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = 122N.$$

Analitiki usul. 2.3-nji *b* suratdaky ýaly edip, koordinata oklaryny alalyň. (2.2) deňagramlylyk deňlemeleri ýazalyň:

$$\sum F_x = -T\sin\alpha + Q\sin\beta = 0,$$
$$\sum F_y = T\cos\alpha + Q\cdot\cos\beta - P = 0.$$

Bu deňlemelerde *α, β, P* ululyklaryň bahalaryny goýalyň:

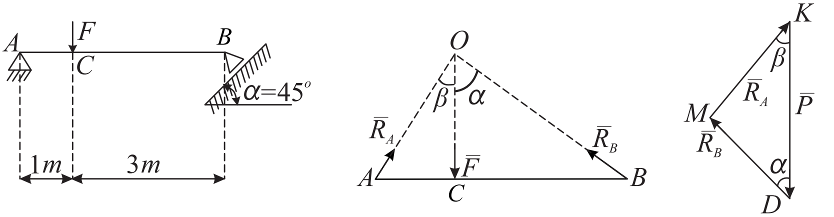
$$-T\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + Q\frac{\sqrt{3}}{2} = 0, \qquad \cdot\ T\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + Q\frac{1}{2} = 137.$$

Sistemany çözüp gözlenýän güýçleri tapýarys:

$$Q = 100\ N; \quad T = Q\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 122\ N.$$

2.6-njy mesele. Agramy hasaba alynmadyk ýagdaýynda *AB* pürs *A* nokatda şarnirli berkidilen we *B* nokatda tigirçek (katok) arkaly deňagramlylykda saklanýar. Pürse ululygy 100 *N* bolan wertikal $\overline{F}$ güýç täsir edýär. 2.4-nji *a* suratdan peýdalanyp, daýanç nokatlaryndaky $\overline{R_A}$, $\overline{R_B}$ reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

Çözülişi. *AB* pürsüň deňagramlylygyna garalyň. Pürs üçin *A* şarnir we *B* katok baglanyşyklar bolup hyzmat edýärler. $\overline{R_B}$ reaksiýa güýji daýanç tekizligine perpendikulýar ugrukdyrylan *(2.4-nji b surat)*. *A* şarniriň reaksiýasynyň ugruny bilmek üçin «üç güýjüň deňagramlaşmagy» hakyndaky teoremadan peýdalanýarys. $\overline{F}$ we $\overline{R_B}$ güýçleriň *O* kesişme nokadyny tapýarys. *O* nokady *A* nokat bilen birleşdirýäris. *AO* çyzyk $\overline{R_A}$ reaksiýanyň täsir çyzygydyr. $\overline{R_A}$ reaksiýanyň ugruny güýç üçburçlugynyň üsti bilen kesgitleýäris.



a *b* *ç*

2.4-nji surat

Meseläni geometrik usul bilen çözeliň.

Ýapyk güýç üçburçlugyny guralyň. Belli $\overline{F}$ güýji islendik ululykda şekillendireliň. Şu wektoryň başlangyjyndan, mysal üçin, $\overline{R_A}$, ahyryndan $\overline{R_B}$ güýje parallel çyzyk geçireliň. Ýapyk ΔKDM güýç üçburçlugyny aldyk *(2.4-nji ç surat).* Ýapyk güýç üçburçlugynyň şertinden peýdalanyp, $\overline{R_A}$ güýjüň A nokatdan O nokada tarap ugrukdyrylandygyny kesgitleýäris (diňe şundan soň 2.4-nji *ç* suratda $\overline{R_A}$ reaksiýany görkezmek bolýar). *b* we *ç* suratlary deňeşdirip, ýapyk güýç üçburçlugynyň deňlemesini çözýäris. Sinuslar teoremasyndan alarys:

$$\frac{R_B}{\sin\beta} = \frac{R_A}{\sin\alpha} = \frac{F}{\sin[180^\circ - (\alpha+\beta)]}.$$

Bu deňlemelerden aşakdakylary almak bolýar:

$$R_B = \frac{F\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}, \quad R_A = \frac{F\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

2.4-nji *b* suratdan peýdalanyp tapýarys:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{AC}{OC}, \; OC = BC \cdot \mathrm{tg}45^\circ = 3m, \; \mathrm{tg}\beta = \frac{1}{3}, \; \beta = 18^\circ 25'.$$

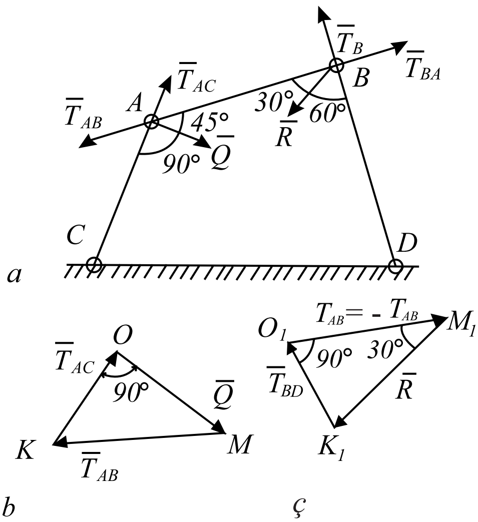
Şeýlelikde, $R_A = 79,1\ N$, $R_B = 35,3\ N$.

2.7-nji mesele. Agramsyz sterženlerden düzülen we şarnirler arkaly birleşdirilen *CABD* dörtburçluk berlen. *A* şarnire $\angle BAQ = 45^\circ$ burç bilen $Q = 100\ N$ güýç goýlan. Dörtburçlugy deňagramlylykda saklamak üçin *B* nokada $\angle ABR = 30^\circ$ burç bilen nähili $\overline{R}$ güýji goýmaly?

Bulardan başga-da, $\angle CAQ = 90^\circ$, $\angle DBR = 60^\circ$ burçlar berlen *(2.5-nji a surat).*

Çözülişi. Ilki bilen *A* düwnüň deňagramlylygyna garalyň. Bu nokada $\overline{Q}$ işjeň (aktiw) güýç täsir edýär. Baglanyşyklar bolup *AC, AB* sterženler hyzmat edýär. Baglanyşyklardan boşatmak aksiomasyndan peýdalanýarys. Görşümiz ýaly, $\overline{T}_{AB}$, $\overline{T}_{AC}$ wektorlar sterženleriň reaksiýa güýjüni aňladýarlar.

Sterženleriň agramy nazarda tutulmadyk ýagdaýynda reaksiýa güýçleri sterženleriň ugry boýunça ugrukdyrylýar. Şeýle ýagdaýda sterženler diňe dartylyp ýa-da gysylyp bilýärler. *A* düwün $\overline{Q}$, $\overline{T}_{AB}$, $\overline{T}_{AC}$ güýçleriň täsiri astynda deňagramlylygy saklaýar. Meseläni üç usul bilen çözmek bolýar.



2.5-nji surat

Meseläni geometrik we analitik usulda çözeliň.

Geometrik usul. A düwün üçin ýapyk güýç üçburçlugyny guralyň. Belli bolan $\overline{Q}$ güýji guralyň *(2.5-nji b surat)* we ony $\overline{OM}$ wektor bilen belgiläliň. Bu wektoryň başlangyjyndan $\overline{T}_{AC}$ güýje, ahyryndan $\overline{T}_{AB}$ güýje parallel çyzyklar geçireliň. Netijede ΔOMK ýapyk güýç üçburçlugy emele gelýär. $\overline{MK}$ wektor $\overline{T}_{AB}$ güýji, $\overline{KO}$ wektor $\overline{T}_{AC}$ güýji aňladýar.

Eger güýç üçburçlugy berlen masştabda gurlan bolsa (*2.5-nji suratdaky masştab: 1 sm – 20 N*) näbelli $\overline{T}_{AC}$, $\overline{T}_{AB}$ güýçleri ölçäp hem tapmak bolýar. Bu usula **grafiki** usul diýilýär. Näbelli güýçleriň ululyklaryny güýç üçburçlugyny çözüp tapýarys. Bu üçburçluk gönüburçly üçburçlukdyr *(2.5-nji b surat ser.).* Şonuň üçin,

$$T_{AB} = \frac{Q}{\cos 45^\circ} = 100\sqrt{2}\,N; \quad T_{AC} = Q = 100N.$$

Sterženiň gysylýandygyny ýa-da dartylýandygyny bilmek üçin reaksiýa güýjüni düwne täsir eder ýaly edip, sterženiň üstünde ýerleşdirmeli. Eger şu güýç düwne tarap ugrukdyrylan bolsa, onda steržen gysylýar, düwünden daşary (düwünden steržene tarap) ugrukdyrylan bolsa, onda steržen dartylýar. *AB* we *AC* sterženler gysylýandyrlar.

Indi B düwnüň deňagramlylygyna garalyň. B düwne $\overline{R}$ güýç we AB we BD sterženleriň reaksiýa güýçleri täsir edýär. AB sterženiň reaksiýasyny $\overline{T}_{BA}$ $(\overline{T}_{BA} = -\overline{T}_{AB})$ bilen belgiläliň. BD sterženiň reaksiýasyny $\overline{T}_{BD}$ bilen belgiläliň. $\overline{T}_{BA}$, $\overline{T}_{BD}$, $\overline{R}$ güýçler üçin ýapyk güýç üçburçlugyny gurýarys. Ilki bilen belli $\overline{T}_{BA}$ güýji gurýarys *(2.5-nji ç surat)*. Başlangyjyndan $\overline{T}_{BD}$ güýje, ahyryndan $\overline{R}$ güýje parallel çyzyklar geçirýäris. Berlen masştabda M_1K_1 uzynlygy ölçäp, $\overline{R}$ güýji tapmak bolýar *(grafiki usul)*.

Güýç üçburçlugyndan $\overline{R}$ güýji tapalyň:

$$R = \frac{T_{BA}}{\cos 30^\circ} = 163N.$$

Analitiki usul. A düwne täsir edýän ähli güýçler we koordinatalar sistemasy 2.6-njy *a* suratda berlen.

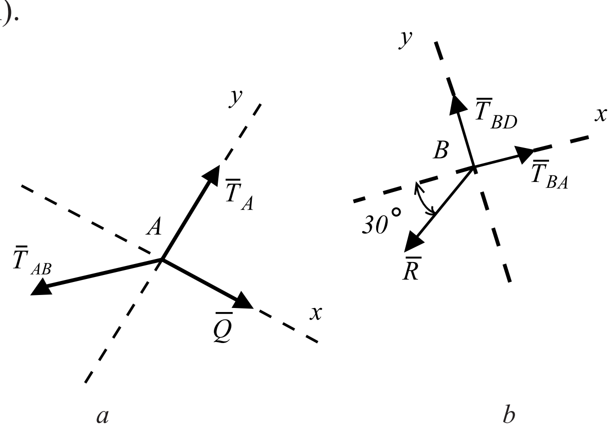
x, y oklara güýçleri proýektirläp, olaryň proýeksiýalarynyň algebraik jemini nola deňleýäris we iki sany deňagramlylyk deňlemesini ýazýarys:

$$\sum F_x = Q - T_{AB} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$
$$\sum F_y = T_{AC} - T_{AB} \cdot \cos 45^\circ = 0.$$

Birinji deňlemeden T_{AB}-ni, ikinji deňlemeden T_{AC}-ni tapýarys:

$$T_{AB} = \frac{Q}{\cos 45^\circ} = Q\sqrt{2}, T_{AC} = Q.$$

Indi B düwün üçin iki sany deňagramlylyk deňlemesini düzeliň (B düwne täsir edýän güýçler we koordinata oklary 2.6-njy *b* suratda görkezilen).



2.6-njy surat

$$\sum F_x = T_{AB} - R\cos 30° = 0,$$
$$\sum F_y = T_{BD} - R\sin 30° = 0.$$

Birinji deňlemeden $R = \dfrac{T_{BA}}{\cos 30°}$. $T_{BA} = T_{AB}$ bolandygy üçin soňky deňlemeden alarys:

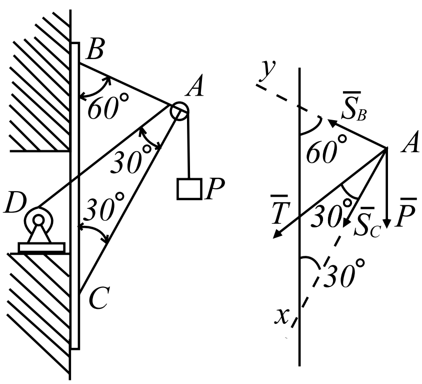
$$R = \frac{Q2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 163N,$$

$$T_{BD} = R\sin 30° = 81{,}5\ N.$$

Güýçleriň sany üçden köp bolsa analitiki usuldan peýdalanmak amatly bolýar. Güýçleriň deňagramlylyk şertleri (2.2) deňlikler bilen aňladylýar.

2.8-nji mesele. P = 200 N agramly ýük BAC kranyň kömegi bilen ýokary galdyrylýar. Ýüki saklaýan zynjyr A we D bloklardan geçýär. Burçlaryň ululygyny suratda görkezmeli. AB we AC sterženlere düşýän güýçleri kesgitlemeli *(2.7-nji a surat).*

Çözülişi. A düwnüň deňagramlylygyna seredeliň. $\overline{P}$ işjeň güýç. A düwün üçin baglanyşyklar bolup AD zynjyr, AB we AC sterženler hyzmat edýärler. Zynjyryň T dartylyş güýji P işjeň güýje deň: $T = P$ (sebäbi A blokda sürtülme ýok). Sterženleriň $\overline{S}_B, \overline{S}_C$ reaksiýa güýçlerini düwünden daşary ugrukdyryp, dartylýarlar diýip hasap edýäris (hakykatda sterženiň dartylýandygy ýa-da gysylýandygy kesgitlenýär, *2.7-nji b surat*). x, y oklary suratdaky ýaly alyp, (2.2) deňlemeleri düzeliň:



a *b*

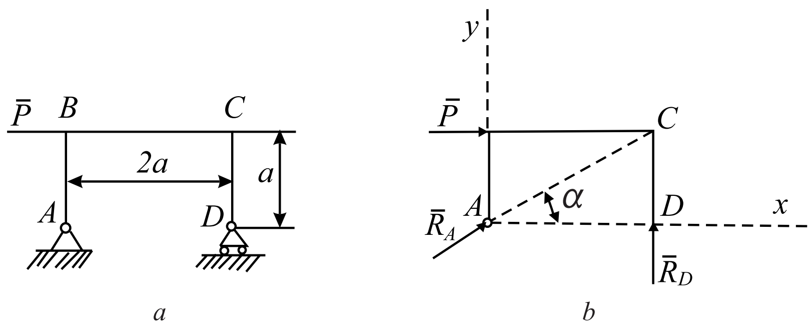
2.7-nji surat

$$\sum F_x = S_C + T\cos30° + P\cos30° = 0;$$
$$\sum F_y = S_B + T\sin30° - P\sin30° = 0.$$

$T = P$ bolany üçin $S_B = 0$; $S_C = -\,2P\cos\,30° = -\,200\sqrt{3}\ \ N$, $S_C = -200\sqrt{3}\ \ N$.

Minus alamaty AC sterženiň gysylýandygyny aňladýar.

2.9-njy mesele. Suratda görkezilen ramada B nokada goýlan P gorizontal güýjüň täsiri netijesinde döreýän R_A we R_D daýanç reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. Ramanyň agramyny hasaba almaly däl *(2.8-nji a surat)*.



2.8-nji surat

Çözülişi. 2.8-nji *b* suratda degişli güýçler görkezilen. Meseläni üç güýjüň deňagramlaşmagy baradaky teoremadan peýdalanyp çözýäris. R_A -reaksiýa güýji P we R_D güýçleriň kesişýän C nokadynyň üstünden geçýär. Suratdan peýdalanyp, (2.2) deňlemeleriň üsti bilen aşakdaky netijäni alarys:

$$\sum F_x = 0;\ R_A\cos\alpha + P = 0;$$
$$\sum F_y = 0;\ R_A\sin\alpha + R_D = 0;$$

$$\sin\alpha = \frac{\alpha}{\alpha\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5};\quad \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$R_A = -\frac{P\sqrt{5}}{5},\quad R_D = \frac{P}{2},$$

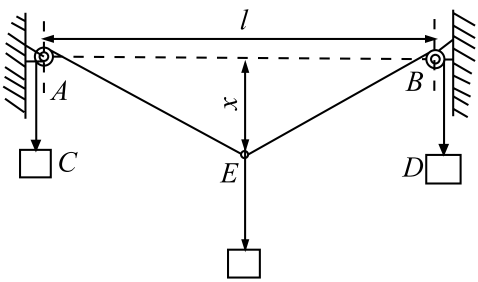
bu ýerde R_A – güýçdäki minus alamaty güýjüň ugrunyň suratda alnanynyň tersinedigini aňladýar.

2.1.4. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

2.10-njy mesele. Dogry altyburçlugyň merkezinde goýlan mukdarlary 1, 3, 5, 7, 9 we 11 *N* bolan güýçler onuň depelerine tarap ugrukdyrylan. Deňtäsirediji we deňagramlaşdyryjy güýjüň mukdaryny we ugruny tapmaly.

Jogaby: 12 *N*; deňagramlaşdyryjy güýjüň ugry berlen 9 *N* güýjüň garşysyna ugrukdyrylandyr.

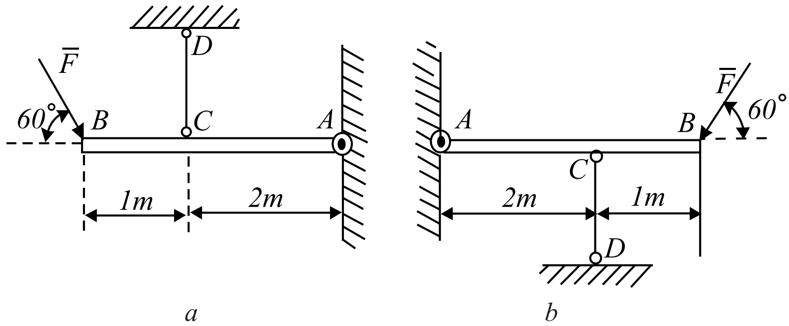
2.11-nji mesele. $AB = l$ gorizontal göni çyzykda ýerleşen *A* we *B* bloklar arkaly *CAEBD* ýüp geçirilen. Ýüpüň *C* we *D* uçlaryna her biriniň agramy *p* bolan daşlar, *E* nokadyna bolsa agramy *P* bolan daş asylan *(2.9-njy surat)*. Daşlar deňagramlaşanda *E* nokadyň *AB* göni çyzykdan nähili aralyga (x) aşak düşýändigini kesgitlemeli. Bloklaryň ölçeglerini we olardaky sürtülmäni hem-de ýüpüň agramyny hasaba almaly däl.



2.9-njy surat

Jogaby: $x = \dfrac{P1}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}.$

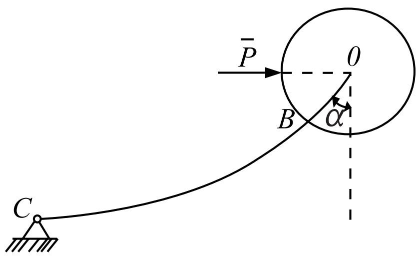
2.12-nji mesele. 2.10-njy *a, b* suratlarda wertikal *CD* sterženler bilen gorizontal halda saklanýan *AB* pürsler görkezilen. Pürsleriň ujuna gorizontal ugra 60° burç bilen ugrukdyrylan $F = 30\ kN$ güýçler täsir edýär. Ölçegleri suratdan alyp, *CD* sterženlerdäki *S* zorukmany we pürsleriň diwara basyşlaryny kesgitlemeli. *A, C* we *D* birikme nokatlarynda şarnirler bar. Sterženiň we pürsleriň agramyny hasaba almaly däl.



2.10-njy surat

Jogaby: a) $S = 39\ kN$, $Q = 19{,}8\ kN$; b) $S = 39\ kN$, $Q = 19{,}8\ kN$.

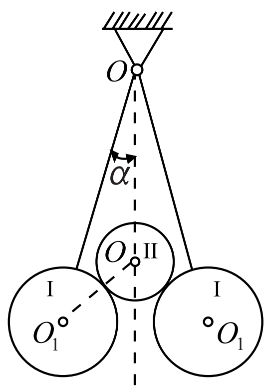
2.13-nji mesele. Agramy G bolan howa şaryny BC tanap (tros) deňagramlylykda saklaýar. Şara Q göteriji güýç we şemalyň gorizontal ugrukdyrylan p basyş güýji täsir edýär *(2.11-nji surat)*. Tanapyň B nokadyndaky dartylyş güýjüni we α burçy kesgitlemeli.



2.11-nji surat

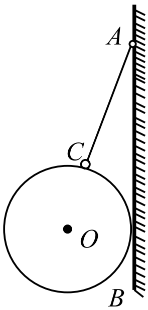
$$Jogaby\text{: } T = \sqrt{P^2 + (Q - G)^2}; \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{P}{Q - G}.$$

2.14-nji mesele. Her biri P agramly iki sany birmeňzeş I silindrler O nokatdan ýüpler bilen asylan. Olaryň arasynda Q agramly II silindr erkin goýlupdyr. Silindrler ulgamy deňagramlylykda. I silindrler bir-birine degmeýärler. Ýüpleriň wertikal bilen emele getirýän α burçy hem-de I we II silindrleriň merkezleri arkaly geçýän göni çyzygyň wertikal bilen emele getirýän β burçunyň arasyndaky baglanyşygy tapmaly *(2.12-nji surat)*.



2.12-nji surat

$$Jogaby\text{: } \operatorname{tg}\beta = \left(\frac{2P}{Q} + 1\right)\operatorname{tg}\alpha.$$

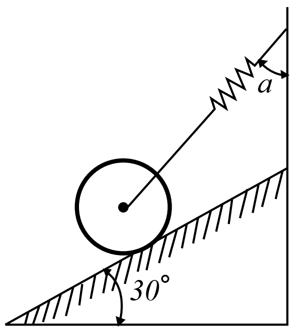


2.13-nji surat

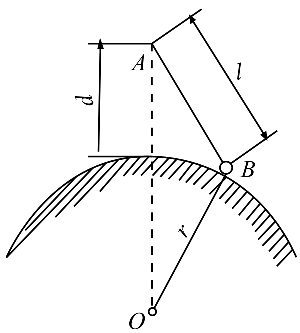
2.15-nji mesele. Ýylmanak wertikal AB diwara AC tanap (tros) bilen birjynsly O şar asylan. Tanap diwar bilen burç emele getirýär, şaryň agramy P. Tanapyň T dartylyş güýjüni we şaryň diwara Q basyşyny kesgitlemeli *(2.13-nji surat)*.

Jogaby: $T = P/\cos\alpha$, $Q = P\cdot \mathrm{tg}\alpha$.

2.16-njy mesele. Agramy 20 N bolan birjynsly şar ýylmanak ýapgyt tekizligiň üstünde tanap arkaly asylyp dur. Bu tanap tekizlikden ýokarda berkidilen puržinli terezä berkidilen. Terezi 10 N görkezýär. Gorizontal bilen tekizligiň arasyndaky burç 30°. Tanap bilen wertikalyň arasyndaky α burçy we şaryň tekizlige Q basyşyny kesgitlemeli. Puržinli tereziniň agramy hasaba alynmaly däl *(2.14-nji surat)*.



2.14-nji surat



2.15-nji surat

Jogaby: $\alpha = 60°$, $Q = 17{,}3\ N$.

2.17-nji mesele. Agramy P bolan B şarjagaz gozganmaýan A nokada AB ýüp bilen asylyp, r radiusly ýylmanak sferanyň üstünde dur. A nokatdan sferanyň üstüne çenli aralyk $AC = d$. Ýüpüň uzynlygy $AB = l$, OA göni cyzyk wertikal. Ýüpüň T dartylyş güýjüni we sferanyň Q reaksiýa güýjüni kesgitlemeli. Şaryň radiusyny hasaba almaly däl *(2.15-nji surat)*.

Jogaby: $T = P\dfrac{l}{d+r}$, $Q = P\dfrac{r}{d+r}$.

2.2. Parallel güýçler

2.2.1. Esasy maglumatlar. Pürse täsir edýän ýükleriň görnüşleri

Parallel güýçleriň deňagramlaşmagy üçin ähli güýçleriň şu güýçlere perpendikulýar bolmadyk oka proýeksiýalarynyň jeminiň we islendik nokada görä güýçleriň momentleriniň jeminiň nola deň bolmaklary zerur we ýeterlik şertdir:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum m_O(\overline{F}) = 0. \tag{2.3}$$

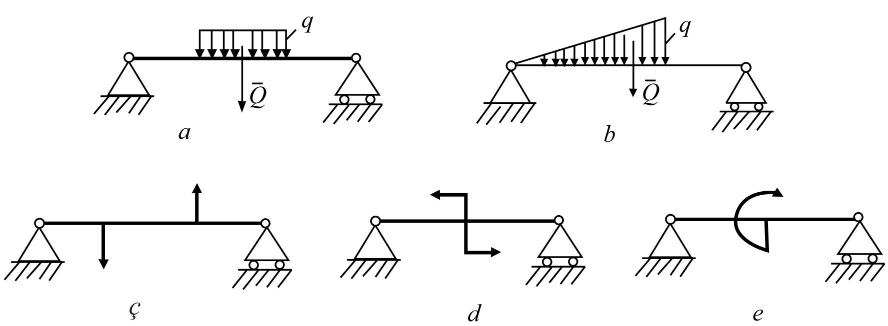
Islendik A we B nokatlara görä momentleriň jemi nola deňdir:

$$\sum m_A(\overline{F}) = 0; \quad \sum m_B(\overline{F}) = 0. \tag{2.4}$$

AB göni çyzyk güýçlere parallel bolmaly däldir.

Pürse täsir edýän ýükleriň esasy görnüşleri *i* bolan uzynlyk boýunça paýlanan ýaýraw ýüklere, bir nokada ýygnanan güýçlere we jübüt güýçlere seredeliň.

1. Paýlanan güýçler pürsüň bir bölegine ýa-da tutuşlygyna üznüksiz paýlanandyr. Olaryň deňölçegli ýa-da deňölçegsiz bolmaklary mümkin. Kese-kesigi üýtgemeýän bir ýogynlykdaky (birjynsly) pürsüň agramy uzynlyk boýunça deňölçegli paýlanýan güýçlere mysal bolup biler.



2.16-njy surat

Deňölçegli paýlanýan güýçleriň uzynlyk birligine täsirine **güýçleriň intensiwligi** diýilýär we q harpy bilen belgilenýär. Intensiwligiň ölçeg birligi *N/m*. 2.16-njy *a* suratda deňölçegli paýlanan güýçler, *b* suratda bolsa «üçburçluk kanuny» boýunça paýlanan güýçler görkezilen.

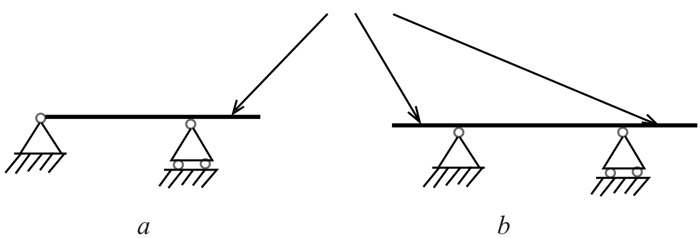
Deňagramlylyk deňlemelerini düzmek üçin, ilki bilen paýlanan güýçleriň deňtäsiredijisini ululygy we ugry boýunça kesgitlemeli. Deňtäsiredijiler ululygy boýunça 2.16-njy *a* we *b* suratlardaky paýlanan güýçleriň meýdanyna deňdir. Olar güýçlerden gurlan meýdançalaryň agyrlyk merkezlerine goýlandyrlar.

2. Ýygnanýan güýçlere kiçijik meýdança boýunça täsir edýän güýçler mysal bolup biler.

3. Jübüt güýçleriň 2.16-njy *ç, d, e* suratlardaky ýaly berilmegi mümkin.

2.2.2. Pürsleriň görnüşleri. Pürsleriň daýanç reaksiýalaryny kesgitlemek. Mysaly meseleler

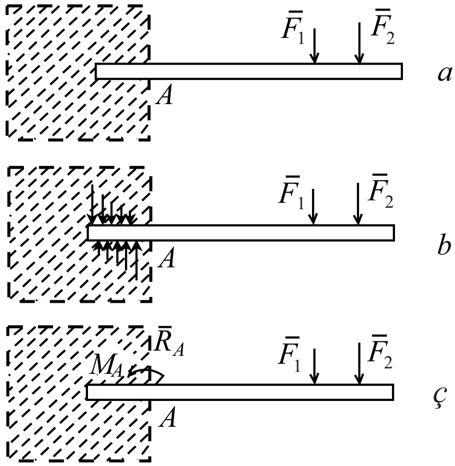
Bu ýerde pürsleriň berkidilişi, öňki temalardaky pürsleriň berkidilişinden tapawutlanýar. Bu pürsleriň diregleri gyrada bolman aralykda bolýar (*2.17-nji surat*). Pürsüň diregden aňyrdaky bölegine **konsol** diýilýär. Iki diregiň arasyndaky uzaklyga **diregara** (prolýot) diýilýär.



2.17-nji surat

2.17-nji *a* suratdaky birkonsolly, *b* suratdaky ikikonsolly pürslerdir. 2.18-nji suratdaky diwara ornaşdyrylan pürs hem konsolly pürsdür. Şeýle pürsüň daýanç reaksiýa güýçleriniň kesgitlenişine garalyň. Pürse $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$ – wertikal güýçler sistemasy täsir edýär diýeliň. Şu güýçleriň täsiri astynda $\overline{R_A}$ reaksiýa we M_A reaktiw moment emele gelýär (*2.18-nji ç surat*[1]).

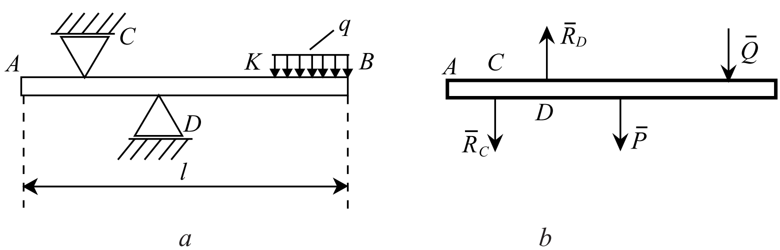
[1]Şu paragrafda parallel güýçlere garaýandygymyz üçin $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$ güýçleri wertikal güýçler diýip hasap edýäris. Islendik güýçler täsir edende hem ýokarka meňzeşlik duýulýar, ýöne $\overline{R_A}$ wertikal bolmaýar ($\overline{R_A}$-nyň ugry täsir edýän güýçlere baglylykda islendik bolup bilýär).



2.18-nji surat

Hakykatdan-da, pürsüň diwara ornaşdyrylan bölegine reaksiýa güýçleri täsir edýär (*2.18-nji b surat*). Bu güýçleri A nokada ýygnasak, $\overline{R_A}$ baş wektor we momenti M_A bolan bir jübüt güýç emele gelýär.

2.18-nji mesele. Uzynlygy l = 3m, agramy P =100 N bolan birjynsly AB pürs C we D direglere daýanýar. $KB = a =$ 0,5 m aralykda intensiwligi $q = 60\ \dfrac{N}{m}$ bolan deňölçegli paýlanylan ýük goýlan. Eger AC = 0, 2m, CD = 0, 4 m bolsa C we D diregleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.19-njy surat*).



2.19-njy surat

Çözülişi. Deňölçegli paýlanylan ýüki bir nokada jemlenen $\overline{Q} = q \cdot \overline{KB}$ = 30 N güýç bilen çalşyrýarys. $\overline{P}$ we $\overline{Q}$ – işjeň güýçler. $\overline{R_C}$ we $\overline{R_D}$ – reaksiýa güýçler. (2.3) deňlemeleriň esasynda alýarys:

$$\sum F_y = 0; -R_C + R_D - P - Q = 0;$$

$$\sum m_C(\overline{F}) = 0, R_D \cdot CD - P \cdot (\frac{AB}{2} - AC) - Q\,(\mathrm{AB} - \mathrm{AC} - \frac{KB}{2}) = 0.$$

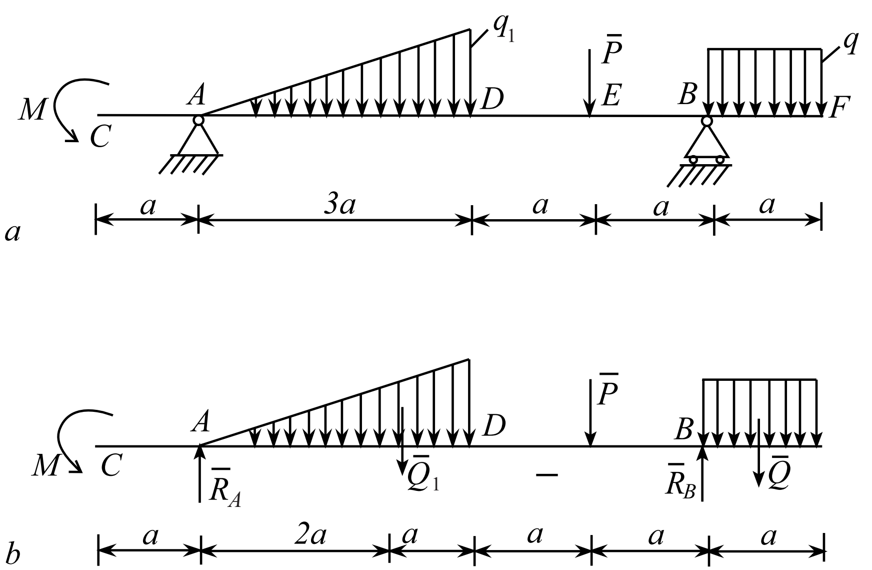
San bahalaryny goýup, deňlemeler sistemasyny çözeliň:

$-R_C + R_D = 130;$

$R_D \cdot 0{,}4 - 100(1{,}5 - 0{,}2) - 30 \cdot (3 - 0{,}2 - 0{,}25) = 0;$

$R_D = 516$ N, $R_C = 386$ N.

2.19-njy mesele. Gorizontal CF pürse wertikal güýçler täsir edýär: E nokatda P güýç, BF aralykda intensiwligi q bolan deňölçegli paýlanylýan ýük, AD aralykda intensiwligi üçburçluk kanuny boýunça paýlanylan ýük goýlan. q_1 – bu D nokatdaky intensiwligi. Bulardan başga-da, C kesikde M momentli jübüt güýçler goýlan. Eger M =100 Nm, P = 30 N, q = 10 $\frac{N}{m}$, q_1=20 $\frac{N}{m}$, a = 2m bolsa, A, B diregleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.20-nji surat*).



2.20-nji surat

Çözülişi. Iki konsolly CF pürsüň deňagramlylygyna garalyň. Paýlanan ýükler olaryň deňtäsiredijileri bilen çalşylýar:

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot q_1 = 60\ N, Q = aq = 20\ N.$$

M moment, $\overline{P}$, $\overline{Q}_1$, $\overline{Q}$ güýçler işjeň güýçlerdir. Olar parallel bolanlary üçin $\overline{R}_A$, $\overline{R}_B$ reaksiýa güýçler hem paralleldirler we wertikal ugrugandyrlar. (2.4) deňagramlylyk deňlemelerini düzeliň:

$$\sum m_A(\overline{F}) = 0,\ M - Q_1 \cdot 2a - P \cdot 4a + R_B \cdot 5a - Q \cdot 5{,}5a = 0;$$
$$\sum m_B(\overline{F}) = 0,\ -Q \cdot 0{,}5a + P \cdot a + Q_1 \cdot 3a - R_A \cdot 5a + M = 0.$$

M, Q_1, P, Q ululyklaryň bahalaryny goýup, $\overline{R}_A$, $\overline{R}_B$ näbellileri tapýarys:

$$R_B = \frac{-100 + 60 \cdot 22 + 30 \cdot 4 \cdot 2 + 60 \cdot 5{,}5 \cdot 2}{5 \cdot 2} = 212\ N;$$

$$R_A = 212\ N.$$

2.2.3. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

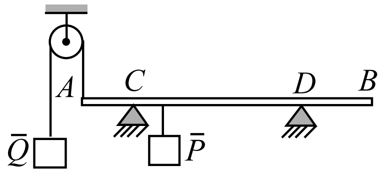
2.20-nji mesele. Uzynlygy l we uzynlyk birligine p N güýç ýaýradylan ýük goýlan gorizontal pürs uçlary bilen daýançlarda erkin ýatyr. Daýançlaryň wertikal reaksiýa güýçlerini tapmaly. Pürsüň agramy deň ýaýradylan ýüke goşulan diýip hasap etmeli.

Jogaby: $R_1 = R_2 = \frac{1}{2} pl\ N.$

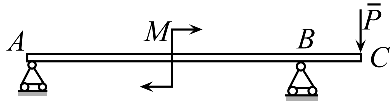
2.21-nji mesele. Daýançlarynyň aralygy l bolan gorizontal pürsüň birinji daýanjyndan x aralykda P ýük goýlan. Daýançlaryň wertikal reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

Jogaby: $R_1 = P\frac{l - x}{l}$, $R_2 = P\frac{x}{l}$.

2.22-nji mesele. Uzynlygy 10 m we agramy 2 kN bolan AB pürs iki sany C we D daýançlarda ýatyr. C daýanç pürsüň A ujundan 2 m, D daýanç pürsüň B ujundan 3 m aralykda ýerleşýär. Pürsüň çetki A nokady bir ujuna 3 kN Q ýük asylan we blokdan geçirilen ýüpüň kömegi bilen wertikal boýunça ýokary dartylýar. Pürsüň A ujundan 3 m aralykda agramy 8 kN bolan P ýük asylan. Pürsdäki sürtülmäni hasaba alman, daýançlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.21-nji surat*).



2.21-nji surat

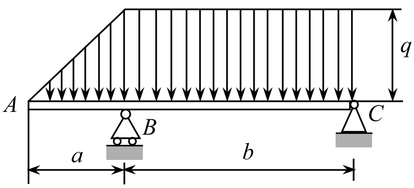


2.22-nji surat

Jogaby: $R_C = 3\ kN$, $R_D = 4\ kN$.

2.23-nji mesele. Gorizontal konsolly pürse momenti $M = 6\ kN \cdot m$ bolan jübüt güýçler, onuň C nokadyna bolsa wertikal $P = 2\ kN$ ýük täsir edýär. Pürsüň AB aralygy 3,5 m, konsolyň çykyp duran bölegi $BC = 0{,}5m$. Daýançlardaky reaksiýa güýçleri kesgitlemeli (*2.22-nji surat*).

Jogaby: $R_A = 2\ kN$ – aşak, $R_B = 4\ kN$ – ýokary.



2. 23-nji surat

2.24-nji mesele. 2.23-nji suratda görkezilen AC gorizontal pürs B we C daýançlarda dur. B we C daýançlaryň aralygyna intensiwligi q N/m bolan ýük deňölçegli ýaýradylan. AB bölekde ýüküň intensiwligi çyzykly kanun bilen nola çenli kemelýär. Pürsüň agramyny hasaba alman, B we C daýançlaryň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

$$\textit{Jogaby}:\ R_B = \frac{q}{6}\left(3a + 3b + \frac{a^2}{b}\right)N, \qquad R_C = \frac{q}{6}\left(3b - \frac{a^2}{b}\right)N.$$

2.3. Konstruksiýanyň (ýa-da onuň bir böleginiň) agdarylmaga garşy durnuklylygy. Durnuklylyk koeffisiýenti. Meseleleri çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

Konstruksiýanyň (ýa-da onuň bir böleginiň) deňagramlylygyna täsir edýän näbelli ululyklaryň (güýçler, konstruksiýanyň käbir ölçegleri, güýçleriň täsir çyzyklarynyň kesgitli oklara çenli aralyklary) iň uly ýa-da iň kiçi çäk (predel) bahalary deňagramlylyk deňlemelerinden tapylýar. Özbaşdak täsir edýän şu ululyklaryň islendiginiň üýtgemegi sähelçe (tapylan iň uly bahadan) artsa ýa-da iň kiçi bahadan kemelse deňagramlylyk bozulýar.

Eger diňe bir näbelli ululyk bar bolsa, onda ony kesgitlemek üçin bir deňleme düzmek zerur we ýeterlikdir. Agdarylmagy mümkin bolan oka görä ähli işjeň güýçleriň momentleriniň jemini nola deňlemeli:

$$\sum m_O(\overline{F}) = 0.$$

Bu görnüşdäki meseleleriň deňagramlylyk deňlemelerine reaksiýa güýçleriniň girmeýänligi häsiýetlidir. Gözlenýän ululyklar çäk bahalaryna (iň uly, iň kiçi) ýetenlerinde, konstruksiýanyň ähli basyşy bir daýanja direlip, beýleki daýanja diňe galtaşýar (şu daýançda reaksiýa güýçleri nola deň).

Iki näbellini tapmaly bolsa, onda agdarylma nokatlarynyň ikisine görä hem momentleriň deňlemelerini düzmeli bolýar:

$$\sum m_A(\overline{F}) = 0, \quad \sum m_B(\overline{F}) = 0.$$

Agramy $\overline{P}$ bolan birjynsly gönüburçly parallelepipede gorizontal $\overline{Q}$ güýç täsir edýär (*2.24-nji a surat*). Haýsy şertde $\overline{Q}$ güýç parallelepipedi A nokadyň daşyndan aýlap, agdaryp biler?

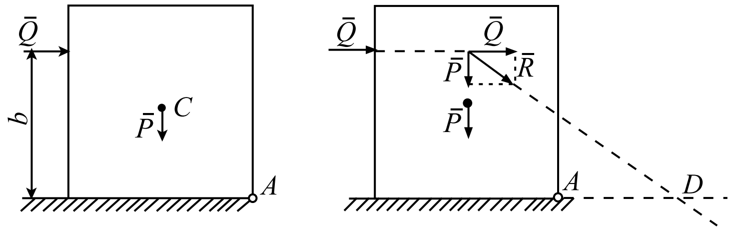
Agdaryjy momenti (M_{agd}) we durnuklylykda saklaýjy (M_{sak}) momentleriň absolýut ululyklaryny tapalyň:

$$M_{\text{agd}} = Qb, M_{\text{sak}} = P \cdot a.$$

Eger $M_{\text{sak}} > M_{\text{agd}}$ bolsa jisim durnukly ýagdaýyny saklaýar.

Eger $M_{\text{sak}} = M_{\text{agd}}$ bolsa, jisim iki ýagdaýyň: durnuklylygyň we durnuksyzlygyň çäginde ýerleşýär.

Tehnikada jisimiň agdarylmaga garşy durnuklylygyny $k = \dfrac{M_{\text{sak}}}{M_{\text{agd}}}$ koeffisiýent bilen belgilemek kabul edilen. Bu gatnaşyga **durnuklylyk koeffisiýenti** diýilýär. Durnuklylygyň çägi üçin $k = 1$; durnukly ýagdaý üçin $k > 1$.



a) *b)*

2.24-nji surat

Berlen meseläni grafiki usul bilen hem çözmek bolýar (*2. 24-nji b surat*). $\overline{P}$ we $\overline{Q}$ güýçleri kesişme nokatlaryna geçirip, $\overline{R}$ deňtäsiredijisi kesgitlenilýär. $\overline{R}$ deňtäsiredijini dowam etdirip, daýanç tekizligi bilen kesişme D nokady kesgitlenilýär. Bu ýerde üç ýagdaýyň bolmagy mümkin:

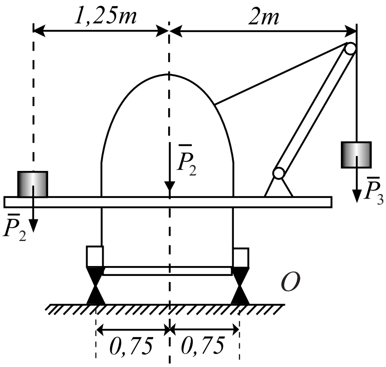
Eger D nokat A nokatdan:

1) sagda bolsa, jisim agdarylýar;

2) çepde bolsa, agdarylmaýar;

3) gabat gelse, durnuklylygyň we durnuksyzlygyň çäginde ýerleşýär.

2.25-nji mesele. $P_2 = 50\ kN$ agramly kran $P_3 = 40\ kN$ ýüki göterýär. Durnuklylyk koeffisiýenti $k = 1,5$ bolar ýaly goýuljak ýüküň P_1 agramyny kesgitlemeli. Kranyň ölçegleri 2.25-nji suratda görkezilen.



2.25-nji surat

Çözülişi. $\overline{P}_3$ güýjüň (ýüküň) täsiri bilen kranyň agdarylaýjak oky O nokadyň üstünden geçýär. $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$ güýçler durnuklylyk ýagdaýyny saklajak bolýarlar, $\overline{P}_3$ agdarjak bolýar. Agdaryjy momenti tapalyň:

$$M_O^{sak} = P_3\,(2 - 0,75) = 50\ kN \cdot m.$$

O nokada görä saklaýjy moment

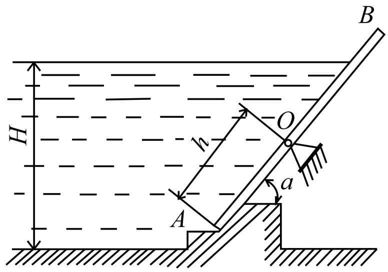
$$M_O^{sak} = P_1 \cdot (1,25 + 0,75) + P_2 \cdot 0,75 = (2P_1 + 37,5)\ kN \cdot m.$$

Şerte görä $k = 1{,}5 = \dfrac{M_O^{\text{sak}}}{M_O^{\text{agd}}}$; $1{,}5 \cdot 50 = 2P_1 + 37{,}5$.

$$P_1 = \frac{75 - 37{,}5}{2} = 47{,}5\ kN,\ P_1 = 47{,}5\ kN.$$

2.3.1. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

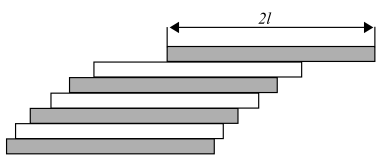
2.26-njy mesele. Irrigasion kanalyň gönüburçly AB germewi O oka görä aýlanyp bilýär. Suwuň derejesi pes bolanda germew yapyk durýar, emma suwuň derejesi göterilip, haýsy bolsa-da bir H belentlige ýetende, germew okuň daşynda aýlanyp, kanaly açyp goýberýär. Sürtülmäni hem-de germewiň agramyny hasaba alman, germewi açýan H beýikligi kesgitlemeli (*2.26-njy surat*).



2.26-njy surat

Jogaby: $H = 3h\sin\alpha$.

2.27-nji mesele. Uzynlygy $2l$ bolan birmeňzeş we birjynsly plitalaryň birnäçesi 2.27-nji suratdaky ýaly, yagny her plitanyň bir bölegi aşagyndaky plitadan çykyp durar ýaly edip ýerleşdirilen. Plitalar deňagramlylykda bolanda olaryň iň köp çykyp duran bölekleriniň uzynlyklary näçe bolar?



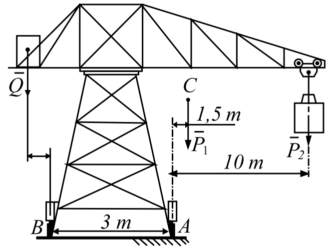
2.27-nji surat

Mesele çözülende plitalaryň agramlary iň ýokarky plitadan başlap yzygider goşulýarlar.

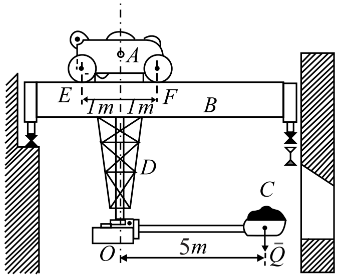
Jogaby: $l,\ \frac{1}{2}l,\ \frac{1}{3}l,\ \frac{1}{4}l,\ \frac{1}{5}l.$

2.28-nji mesele. Demir ýolda hereket edýän $P_1 = 500\ kN$ agramy bolan kranyň agyrlyk merkezi sag relsiň üstünden geçýän wertikal tekizlikden 1,5 m aralykdaky C nokatda ýerleşýär. Kran arabajygynyň göteriş güýji 250 kN bolup, ol 10 m çykyp dur. Kran arabajygynyň islendik ýagdaýynda, ýüklenen we ýüklenmedik hallarynda agdarylyp gitmezligi üçin gerek bolan iň kiçi agramlyk Q ýüküň agramy we çepdäki B rels wertikalyndan agramlygyň agyrlyk merkezine çenli iň uly x aralygy kesgitlemeli. Arabajygyň agramy hasaba alynmaly däl (*2.28-nji surat*).

Jogaby: $Q = 333\ kN$, $x = 6,75\ m$.



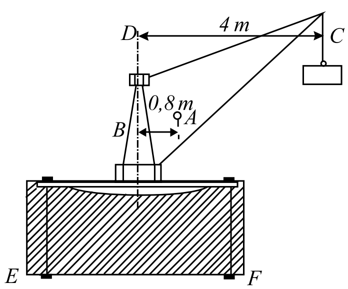
2.28-nji surat



2.29-njy surat

2.29-njy mesele. Marten pejine materiallary salýan kran B köprüdäki pürslere ornaşdyrylan relsde ýöreýän A lebýodkadan ybarat. Lebýodkanyň aşaky bölegine kranyň C susgujyny tutup duran düňderilen D sütün berkidilen. Lebýodkanyň wertikal OA okundan 5 m daşlykda duran susgujyna $Q = 15\ kN$ ýük goýlanda, lebýodkanyň agdarylmazlygy üçin lebýodka bilen sütüniň agramy P näçe bolmaly? Lebýodkanyň agyrlyk merkezi OA okuň üstünde ýerleşýär, her haýsynyň tigriň OA okuna çenli aralygy 1 m (*2.29-njy surat*).

Jogaby: $P \geq 60\ kN$.



2.30-njy surat

2.30-njy mesele. Göteriji kran daş esasyň (fundamentiň) üstünde ornaşdyrylan. Kranyň agramy $Q = 25$ kN bolup, kranyň okundan $AB = 0,8\ m$ aralykdaky agyrlyk merkezi A nokada düşýär. Kranyň gerimi $CD = 4\ m$. Esas tarapy $EF = 2\ m$ bolan kwadratdan ybarat bolup, onuň udel agramy 20 kN/m^3. Eger kran 30 kN ýüki götermäge meýilleşdirilen bolsa, iň kiçi çuňlugy näçe bolmaly? Esas F gapyrganyň daşynda agdarylmagy mümkin diýip hasaplamaly (*2.30-njy surat*).

Jogaby: 1, 06 m.

2.4. Tekizlikde erkin ýerleşen güýçler

2.4.1. Tekizlikde erkin ýerleşen güýçleriň deňagramlaşmagy. Esasy maglumatlar. Mysaly meseleler

Tekizlikde erkin ýerleşen güýçler sistemasynyň deňagramlylyk şertleri aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum m_O(\overline{F}) = 0. \qquad (2.5)$$

Ýagny tekizlikde erkin ýerleşen güýçler sistemasynyň deňagramlylygy üçin güýçleriň koordinata oklaryna proýeksiýalarynyň algebraik jemi we tekizlikdäki islendik nokada görä güýçleriň momentleriniň algebraik jemi nola deň bolmalydyr:

$$\sum m_A(\overline{F}) = 0; \quad \sum m_B(\overline{F}) = 0; \quad \sum m_C(\overline{F}) = 0. \qquad (2.6)$$

A, B, C nokatlar bir göni çyzygyň üstünde ýatmaly däldir, ýagny bir göni çyzygyň üstünde ýatmaýan islendik üç nokada görä güýçleriň momentleriniň algebraik jemi nola deň bolsa, onda güýçler sistemasy deňagramlylykda bolýar.

(2.5) deňagramlylyk şertleriniň başga bir görnüşi hem aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\sum m_A(\overline{F}) = 0; \quad \sum m_B(\overline{F}) = 0; \quad \sum F_x = 0. \qquad (2.7)$$

x ok AB göni çyzyga perpendikulýar bolmaly däldir, ýagny bir tekizlikde ýerleşen islendik güýçler ulgamynyň iki nokada görä momentleriniň algebraik jemi we şu nokatlary birikdirýän göni çyzyga perpendikulýar bolmadyk oka proýeksiýalarynyň algebraik jemi nola deň bolsa, onda şeýle güýçler deňagramlylykda bolýarlar.

Meseläniň şertinden jisimiň deňagramlylyk ýagdaýy mälim bolsa, näbelli ululyklar (güýç, daýanç reaksiýasynyň güýji, burç) ýokardaky (2.5), (2.6), (2.7) deňlemeler sistemasynyň haýsy-da bolsa birinden peýdalanylyp tapylýar.

Deňagramlylyk şertlerinden peýdalanyp, tekizlikde ýerleşýän bir jisim üçin diňe üç sany näbellini tapyp bolýandygyny ýatdan çykarmaly däldir.

Mesele çözmäge degişli käbir usuly görkezmeleri getireliň:

1. Güýçleriň momentleriniň jemi hasaplananda, moment merkezi hökmünde iki näbelli reaksiýa güýçleriniň kesişme nokadyny (mysal üçin, şarnirli nokady) almak amatlydyr. Bu ýagdaýda deňlemä iki näbelli degişli bolman, diňe bir näbelli degişli bolýar.

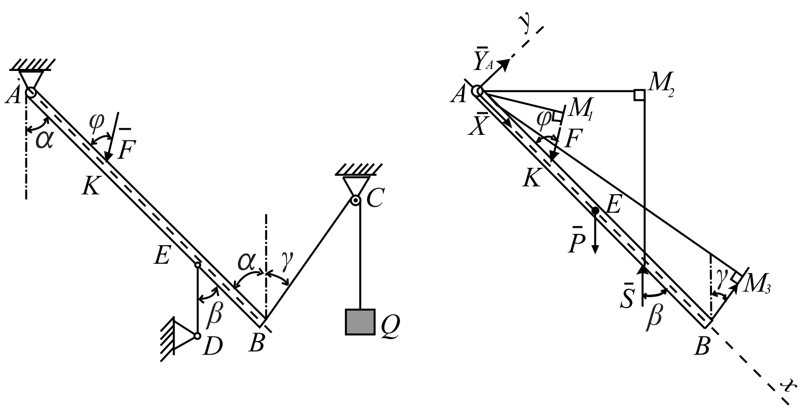
2. Koordinata oklarynyň birini näbelli reaksiýa güýjüne perpendikulýar edip ugrukdyrmaly.

3. Käbir meseleler çözülende, meseläniň şertinde görkezilmedik kömekçi ululyklary (sterženiň uzynlygyny, burçlary we ş.m.) deňlemede görkezmek bolar. Bu ululyklar deňlemeler düzülende gerek bolýar.

4. Güýçler berlen koordinata oklaryna parallel edilip dargadylsa deňleme düzmek oňaýly bolýar.

5. Deňagramlylyk deňlemeleri çözülip, näbelliler tapylandan soň, olaryň alamatlary boýunça güýçleriň hakyky ugurlary anyklanylýar.

2.31-nji mesele. Uzynlygy 2 *m* agramy *P N* bolan birjynsly pürs wertikal ok bilen α burçy emele getirip, onuň *A* ujy şarnirli berkidilen. Agramsyz *DE* steržen pürs bilen β burçy emele getirip, pürsi deňagramlylykda saklaýar (*D, E* nokatlar – şarnirli berkidilen). Pürse *K* nokatda φ burç bilen $\overline{F}$ güýç we onuň *B* ujuna blokdan geçirilen *Q* agramly ýük täsir edýär. Eger $\overline{F}, \overline{P}, \overline{Q}$ güýçler nýutonda, α, β, γ, φ burçlar gradusda, $AE = a$, $AK = b$ uzaklyklar metrde berlen bolsa, *A* hem-de *E* şarnirdäki reaksiýa güýçlerini tapmaly (*2.31-nji surat*) $\alpha = \beta = 45°$, $\gamma = 30°$, $\varphi = 60°$, $P = 250$ *N*, $Q = 120$ *N*; $F = 180$ *N*, $a = 8/5$ *m*, $b = 2/5$ *m*.



2.31-nji surat.

Çözülişi. AB pürsüň deňagramlylygyna garalyň.

Q güýç pürse 2.31-nji b suratdaky ýaly täsir edýär. Diýmek, pürse $\overline{F}, \overline{P}, \overline{Q}$ işjeň güýçler täsir edýär. Koordinatalar sistemasyny 2.31-nji b suratdaky ýaly alýarys (başga hili hem almak bolýar). AB pürse iki baglanyşyk, ýagny A we E şarnirler arkaly berkidilen. Ululygy we ugry boýunça näbelli bolanlygy üçin A şarniriň reaksiýa güýjüni iki sany näbelli X_A, Y_A güýçlere dargadýarys. X_A, Y_A güýçleriň ugry x, y oklaryň položitel ugry bilen gabat gelýän bolsun. S – bu DE sterženiň reaksiýa güýji. Eger mesele çözülenden soň olaryň alamaty otrisatel bolsa, onda bu reaksiýa güýçleriniň hakyky ugrunyň çyzgyda alnan ugra tersdigini aňladýar. Meseläniň tekizlikde erkin ýerleşen güýçler sistemasynyň deňagramlylygyna degişli bolany üçin deňlemeleri aşakdaky görnüşde ýazmak bolar:

$$\sum F_x = X_A + F \cdot \cos\varphi - S \cdot \cos\beta - Q \cdot \cos(\alpha + \gamma) + P \cdot \cos\alpha = 0;$$

$$\sum F_y = Y_A - F \cdot \sin\varphi - P \cdot \sin\alpha + S \cdot \sin\beta + Q \sin(\alpha + \gamma) = 0;$$

$$\sum m_A(F) = -F \cdot AM_1 - \frac{1}{2} \cdot AB \cdot P \cdot \sin\alpha + S \cdot AM_2 + Q \cdot AM_3 = 0.$$

AM_1, AM_2, AM_3, degişlilikde $\overline{F}, \overline{P}, \overline{Q}$ güýçleriň A merkeze görä eginleri aşakdaky ýaly kesgitlenilýär: $AM_1 = AK \cdot \sin\varphi$, $AM_2 = AE \cdot \sin\beta$, $AM_3 = AB\sin(\alpha + \gamma)$.

Bu bahalary we meseläniň şertindäki bahalary deňlemelerde goýup alarys:

$$X_A + 180 \cdot \frac{1}{2} - S\frac{\sqrt{2}}{2} - 120 \cdot \cos 75° - 250 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0;$$

$$Y_A - 180 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 250\frac{\sqrt{2}}{2} + S\frac{\sqrt{2}}{2} + 120\sin 75° = 0;$$

$$-\frac{2}{5} \cdot 180 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 250\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{8}{5} \cdot S\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \cdot 120\sin 75° = 0.$$

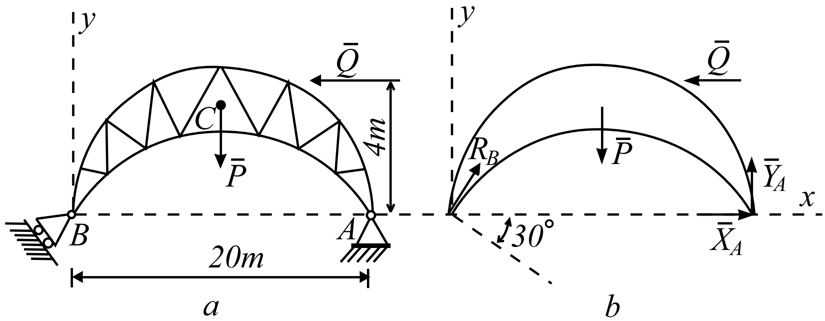
Takmynan $\sin 75° = 0{,}97$, $\cos 75° = 0{,}26$ diýip kabul edip, deňlemeleri ýönekeýleşdireliň:

$$X_A - 0{,}7 \cdot S = 117{,}2; \; Y_A + 0{,}7 \cdot S = 216; \; 1{,}12 \cdot S = 2{,}3.$$

Soňky deňlemelerden S-i tapýarys we onuň bahasyny ilki başdaky deňlemelerde goýup, reaksiýa güýçleriniň ululygyny kesgitleýäris:

$$S = 2{,}05\ kN; \; X_A = 118{,}64\ kN; \; Y_A = 214{,}83\ kN.$$

2.32-nji mesele. Arka görnüşli simmetrik ferma *A* nokatda herekeтsiz şarnir bilen berkidilip, *B* nokatda gorizontal ugur bilen 30° burç emele getirýän ýylmanak tekizlige tigirçekli daýanýar. $AB = 20\ m$. Garyň basyşy bilen 100 *kN* agramy bolan fermanyň agyrlyk merkezi *AB* aralygyň ortasyndaky *C* nokatda ýerleşýär. Ýeliň basyş güýjüniň deňtäsiredijisi 20 *kN* bolup, *AB* göni çyzyga parallel we ondan 4 *m* beýiklikden geçýär. Daýanç reaksiýa güýçlerini tapmaly (*2.32-nji surat*).



2.32-nji surat.

Çözülişi. Fermanyň deňagramlylyk ýagdaýyna seredeliň. Ferma täsir edýän fermanyň $\overline{P}$ agramy, ýeliň güýjüniň $\overline{Q}$ deňtäsiredijisi işjeň güýçlerdir. Baglanyşdyryjylar bolup, gozganmaýan *A* şarnir we gozganýan *B* tigirçek hyzmat edýär.

Fermany baglanyşdyryjylardan boşadýarys we olaryň täsirini reaksiýa güýçleri bilen çalşyrýarys. *B* tigirçekdäki reaksiýa güýji daýanç tekizligine normal boýunça ugrukdyrylýar. Bu reaksiýa güýjüni $\overline{R}_B$ bilen belgiläliň (*2.32-nji b surat*).

A şarniriň reaksiýa güýji ugry boýunça-da, ululygy boýunça-da belli däl. Şonuň üçin $\overline{R}_A$ reaksiýa güýjüni iki sany X_A, Y_A näbelli güýçlere dargadýarys. Şeýlelikde, ferma bäş güýjüň täsiri bilen deňagramlylygyny saklaýar. Olar $\overline{P}, \overline{Q}, \overline{R}_B, \bar{X}_A$ we $\bar{Y}_A$ güýçlerdir. Bu güýçler tekizlikde erkin ýerleşen güýçler bolany üçin üç sany deňagramlylyk deňlemesini almak bolar:

$$\sum F_x = X_A + R_B \cos 60° - Q = 0; \qquad (1)$$

$$\sum F_y = Y_A + R_B \sin 60° - P = 0; \qquad (2)$$

$$\sum m_B(\overline{F}) = -P \cdot 10 + Q \cdot 4 + Y_A \cdot 20 = 0. \qquad (3)$$

Üçünji deňlemeden $Y_A = 46\ kN$.

Ikinji deňlemeden $R_B = 62{,}4\ kN$.

Birinji deňlemeden $X_A = Q - R_B \cdot \cos 60° = -11{,}2\ kN$.

$\overline{R}_A$ reaksiýa güýjüniň $\overline{X}_A$ düzüjisi otrisatel baha eýe boldy. Beýle netije hakykatda X_A reaksiýa güýjüniň suratda alnandakydan ters tarapa ugrukdyrylandygyny aňladýar.

2.33-nji mesele. *AB* pürse $\overline{F} = 4\ kN$ güýç we $m = 4\ kN \cdot m$ momentli jübüt güýçler goýlan. Pürsüň ölçegleri 2.33-nji suratda berlen. Daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.33-nji surat*).

Çözülişi. Pürsi baglanyşyklardan boşadyp, $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, \overline{R}_B$ reaksiýa güýçlerini goýup, *AB* pürs üçin deňagramlylyk deňlemelerini düzeliň:

$$\sum F_x = X_A - F \cdot \cos 60° = 0;$$

$$\sum F_y = Y_A - F \cdot \sin 60° + R_B = 0;$$

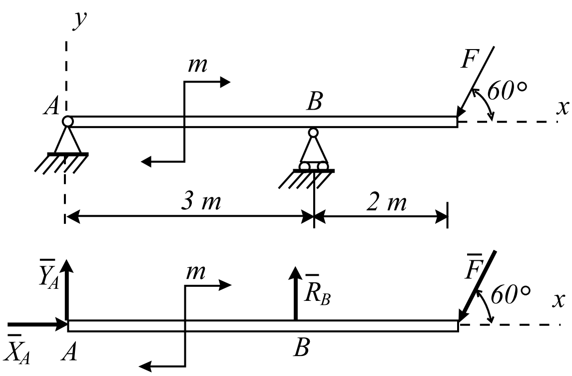
$$\sum m_{\text{A}}(\overline{F}) = -m + R_B \cdot 3 - 5 \cdot F \cdot \sin 60° = 0.$$

Sistemany çözeliň:

birinji deňlemeden: $X_A = F \cdot \cos 60° = 4 \cdot 0{,}5 = 2,\ X_A = 2\ N.$

üçünjiden: $R_B = \dfrac{m + 5 \cdot F \cdot \sin 60°}{3} = \dfrac{4 + 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = 7{,}78\ N.$

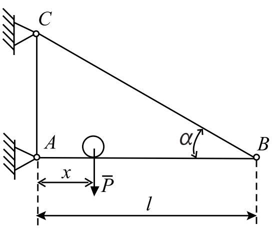
ikinjiden: $Y_A = F \cdot \sin 60° - R_B = 4\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 7{,}78 = -4{,}32\ N.$



2.33-nji surat

Y_A reaksiýa güýjüniň alamaty minus boldy. Diýmek, ol aşaklygyna ugrukdyrylýar.

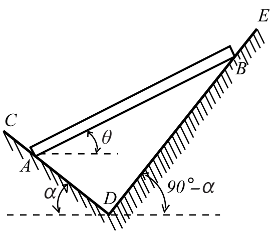
2.4.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler



2.34-nji surat

2.34-nji mesele. Kranyň gorizontal pürsüniň uzynlygy l, onuň bir ujy şarnir arkaly berkidilen, ikinji B ujy gorizontal ugur bilen α burçy emele getirýän BC dartgyç bilen diwardan asylan. Pürs boýunça P ýük hereket edýär we onuň orny A şarnire çenli aralyk x bilen kesgitlenýär. BC dartgyjyň T güýjüni ýüküň ornuna baglylykda kesgitlemeli. Pürsüň agramyny hasaba almaly däl (*2.34-nji surat*).

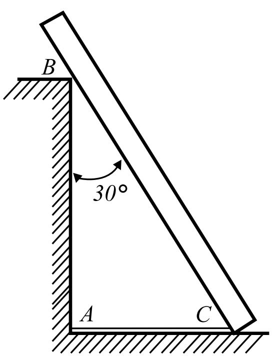
Jogaby: $T = \dfrac{P_x}{l\sin\alpha}$.



2.35-nji surat

2.35-nji mesele. Agramy P bolan birjynsly AB pürs wertikal tekizlikde ýerleşen ýylmanak CD we DE ýapgyt göni çyzyklara direnip dur. Bu göni cyzyklaryň birinjisi gorizontal ugur bilen α burç, ikinjisi $90°\text{-}\alpha$ burç emele getirýär. Deňagramlykda pürsüň gorizontal ugur bilen emele getirýän θ burçuny hem-de daýanç basyşlaryny kesgitlemeli (*2.35-nji surat*).

Jogaby: $N_A = P\cos\alpha$; $N_B = P\sin\alpha$; $\mathrm{tg}\theta = \mathrm{ctg}2\alpha$;
$\alpha \le 45°$ bolanda $\theta = 90°\text{-}2\alpha$.



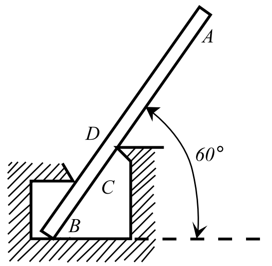
2.36-njy surat

2.36-njy mesele. Agramy 600 N, uzynlygy 4 m bolan birjynsly pürs bir ujy bilen ýylmanak pola we aralykdaky B nokatda beýikligi 3 m bolan sütüniň ujuna direlen. Pürs wertikal bilen 300 burç emele getirýär.

Pürsi poluň üstünden dartylan AC ýüp şu ýagdaýda saklap dur. Sürtülmäni hasaba alman, ýüpüň T dartylyş güýjüni, sütüniň R_B we poluň R_C reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.36-njy surat*).

Jogaby: $T = 150\ N$, $R_B = 173\ N$, $R_C = 513\ N$.

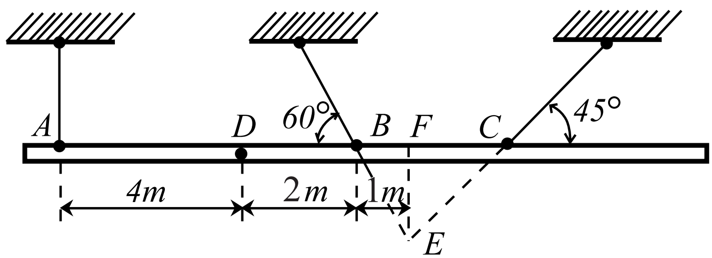
2.37-nji mesele. Agramy 200 N bolan birjynsly AB pürs gorizontal ýylmanak pola B nokatda 60° burç bilen direlip dur. Ondan başga-da ony iki sany C we D daýançlar saklaýar. B, C we D daýançlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli: $AB = 3\ m$, $CB = 0{,}5\ m$, $BD = 1\ m$ (*2.37-nji surat*).



2.37-nji surat

Jogaby: $R_B = 200\ N$, $R_C = 300\ N$, $R_D = 300\ N$.

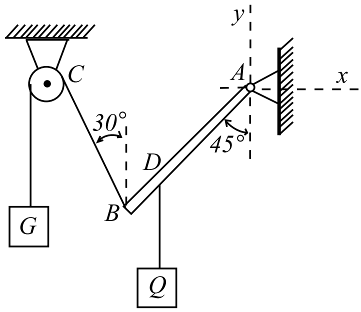
2.38-nji mesele. Köpri düzülende köpriniň fermasynyň ABC bölegini suratda görkezilişi ýaly ýerleşdirilen üç sany tanap ulanyp, galdyrmaly boldy. Fermanyň şu böleginiň agramy 42 kN, agyrlyk merkezi D nokatda ýerleşýär. Aralyklar, degişlilikde: $AD = 4\ m$, $BD = 2\ m$, $BF = 1\ m$. Eger AC göni çyzyk gorizontal bolsa, tanaplaryň dartylyş güýçlerini kesgitlemeli (*2.38-nji surat*).



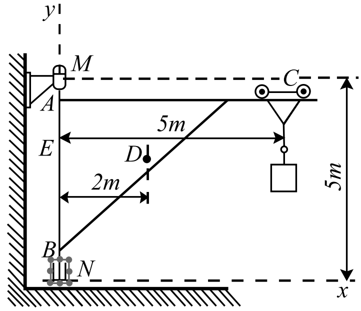
2.38-nji surat

Jogaby: $T_A = 18\ kN$; $T_B = 17{,}57\ kN$; $T_C = 12{,}43\ kN$.

2.39-njy mesele. Agramy $P = 100\ N$ bolan A şarnir bilen diwara berkidilen birjynsly AB pürsi blokdan geçirilen we ujuna G ýük asylan tanap wertikala görä 45° burç astynda saklaýar. Tanabyň BC bölegi wertikal bilen 30° burç emele getirýär. D nokatda pürsden agramy 200N bolan Q ýük asylan. Eger BD =1/4 AB bolsa, G ýüküň agramyny we A şarniriň reaksiýa güýjüni kesgitlemeli. Blokdaky sürtülmäni hasaba almaly däl (*2.39-njy surat*).



2.39-njy surat

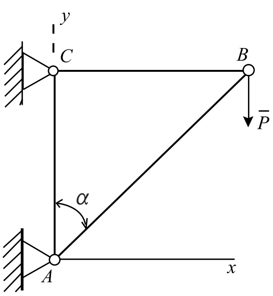


2.40-njy surat

Jogaby: $G = 146\ N$; $X_A = 73\ N$; $Y_A = 173\ N$.

2.40-njy mesele. Metal guýujy *ABC* kranyň wertikal *MN* aýlanma oky bar. Aralyklar $MN = 5\ m$, $AC = 5\ m$. Kranyň agramy $20\ kN$. Onuň agyrlyk merkezi ýerleşen *D* nokat aýlanma okundan 2 *m* aralykda ýerleşen. *C* nokatda asylan ýüküň agramy $30\ kN$. *M* podşipnigiň we *N* dabanastynyň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.40-njy surat*).

Jogaby: $X_M = -38\ kN$; $X_N = 38\ kN$; $Y_N = 50\ kN$.



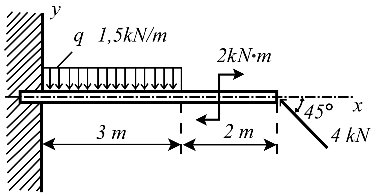
2. 41-nji surat

2.41-nji mesele. Ýük göterýän kran *AB* pürsden düzülen. Pürsüň aşaky *A* ujy şarnir bilen diwara birikdirilen, ýokarky ujuny *BC* gorizontal tanap saklaýar. Ýüküň agramy $P = 2\ kN$; *AB* pürsüň agramy $1\ kN$ bolup, pürsüň ortasyna goýlan; burç $\alpha = 45°$. *BC* tanabyň *T* dartylyş güýjüni we *A* daýanja düşýän basyş güýjüni kesgitlemeli (*2.41-nji surat*).

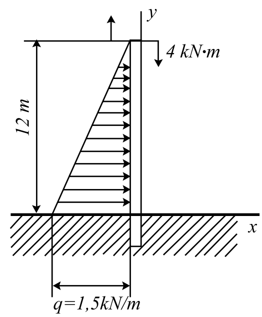
Jogaby: $T = 2{,}5\ kN$; $X_A = -2{,}5\ kN$;
$Y_A = -3\ kN$.

2.42-nji mesele. Toplanan güýç, deňölçegli ýaýradylan ýük we jübüt güýjüň täsirindäki konsolly pürsüň diwara berkidilen ujunyň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.42-nji surat*).

Jogaby: $X = 2{,}8\ kN$; $Y = 1{,}7\ kN$; $M = -5{,}35 kN \cdot m$.



2.42-nji surat



2.43-nji surat

2.43-nji mesele. 2.43-nji suratda görkezilen jübüt güýjüň we üçburçluk kanuny bilen ýaýradylan ýüküň täsirindäki konsolly pürsüň gömlen ujunyň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

Jogaby: $X = -9\ kN$; $Y = 0$; $M = 40\ kN \cdot m$.

2.4.3. Birnäçe jisimden ybarat sistemanyň deňagramlylygy. Böleklere bölmek usuly. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

Deslapky meselelerde diňe bir jisimiň deňagramlylygyna seredildi. Eger sistema birnäçe jisimden ybarat bolsa, onda sistemany düzýän her bir jisimiň deňagramlylygyna aýratynlykda seretmeli bolýar. Sistema girýän islendik jisimiň deňagramlylygyna seredilende şol jisim bilen ýanaşyk, ýagny degşip duran jisimler tarapyndan döreýän güýçleri nazara almaly. Deňagramlylygy öwrenilýän jisime şol jisime degip duran jisimler tarapyndan täsir edýän güýçleri 4-nji aksiomadan peýdalanyp kesgitlemeli.

4-nji aksioma: *Iki jisimiň bir-birine täsir edende emele gelýän güýçler ululyklary boýunça deň, ugurlary boýunça gapma-garşy bolup, bir göniniň üstünde ýatýandyrlar.*

Sistema girýän jisimleriň özara täsiri netijesinde döreýän güýçlere bu sistema üçin *içki güýçler* diýilýär. Sistema girýän beýleki güýçlere (meselem, agyrlyk güýji, direg reaksiýa güýçleri) *daşky güýçler* diýilýär.

Aýdylanlary aýdyňlaşdyrmak üçin iki jisimden ybarat sistemanyň deňagramlylygyna garalyň. Şeýle meseleleri böleklere bölmek usulyndan peýdalanyp çözýärler. Bu usuldan iki hili peýdalanmak bolýar. Gözlenýän näbellileriň sany alta deň (her jisim üçin üç näbelli; biz statiki anyk meselelere garaýarys).

Birinji usul: *üç deňlemäni tutuş ulgam üçin, üç deňlemäni hem haýsy-da bolsa bir jisim üçin düzmeli (jemi alty deňleme).*

Ikinji usul: *ulgamy düzýän jisimleriň her biri üçin aýratynlykda üç deňleme düzmeli (jemi alty deňleme).*

Garalýan meseleleri çözmek üçin bir jisim üçin mesele çözmäge degişli usuly görkezmelerden hem peýdalanmagy maslahat berýäris.

1. Güýçleriň momentleriniň jemi hasaplananda, moment merkezi hökmünde iki näbelli reaksiýa güýçleriniň kesişme nokadyny (mysal üçin, şarnirli nokady) almak amatlydyr. Bu ýagdaýda deňlemä iki näbelli degişli bolman, diňe bir näbelli degişli bolýar.

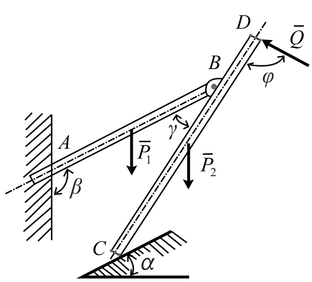
2. Koordinata oklarynyň birini näbelli reaksiýa güýjüne perpendikulýar edip ugrukdyrmaly.

3. Käbir meseleler çözülende, meseläniň şertinde görkezilmedik kömekçi ululyklary (sterženiň uzynlygyny, burçlary we ş.m.) deňlemede görkezmek bolar. Bu ululyklar deňlemeler düzülende gerek bolýar.

4. Güýçler berlen koordinata oklaryna parallel edilip, dargadylsa, deňleme düzmek oňaýly bolýar.

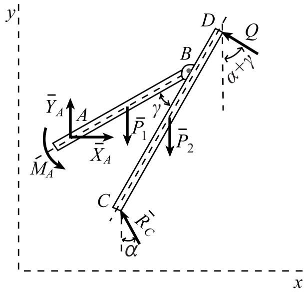
5. Deňagramlylyk deňlemeleri çözülip, näbelliler tapylandan soň, olaryň alamatlary boýunça güýçleriň hakyky ugurlary anyklanylýar.

2.44-nji mesele. Her biriniň agramy $\overline{P}$ N bolan birjynsly, birmeňzeş AB we CD sterženler B nokatda şarnir arkaly birleşdirilen (*2.43-nji surat*). Birinji sterženiň A ujy suratda görkezilişi ýaly diwara berkidilen. Ikinji sterženiň C ujy gorizontal ugur bilen α burçy emele getirýän ýylmanak tekizlige direlýär. D nokada φ burç bilen $\overline{Q}$ N güýç goýlan. Eger $\overline{P}, \overline{Q}$ güýçler, α, β, γ, φ burçlar we $AB = CD = 1\ m$, $CB = a\ m$ berlen bolsa, onda B şarnirdäki, A we C daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini tapmaly (*2.44-nji surat*). $\alpha = 30°, \beta = 120°, \gamma = 30°, \varphi = 90°, AB = CD = 1 = 2\ m, CB = a = 1,6\ m, P = 180\ N, Q = 100\ N.$



2.44-nji surat

Çözülişi. x oky gorizontal, y oky wertikal gönükdirýäris. Seredilýän jisim iki bölekden (AB we CD) ybarat. Ýokardaky usulyň birinjisini ulanalyň, ýagny deňagramlylyk deňlemelerini tutuş jisim we pürsleriň biri üçin düzeliň. Jisime işjeň güýçler hökmünde $\overline{Q}$ we pürsleriň $\overline{P}_1 = \overline{P}_2 = \overline{P}$ agramlary täsir edýärler. 2.45-nji suratda jisim baglanyşyklardan boşadylan ýagdaýynda görkezilen: M_A, X_A, Y_A, R_C baglanyşyk reaksiýa güýçleri.

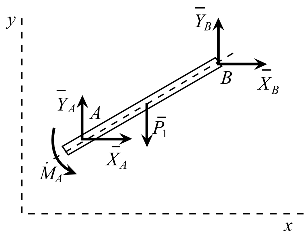


2.45-nji surat

Tutuş jisim üçin üç sany deňagramlylyk deňlemelerini düzýäris:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum F_x = X_A - R_C \sin\alpha - Q\cdot\cos\alpha = 0;\\
&\sum F_y = Y_A + R_C \cos\alpha - 2P + Q\cdot\sin\alpha = 0;\\
&\sum m_B(\overline{F}) = Q\cdot DB - R_C\cdot CB\cdot\cos\gamma + P\cdot 0{,}6\sin\gamma +\\
&+P\cdot 1\cdot\cos\alpha - Y_A\cdot 2\cdot\cos\alpha + Y_A\cdot 2\cdot\sin\alpha + M_A = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Indi 2.46-njy suratda görkezilen AB pürsüň deňagramlylygyna seredeliň. Deňagramlylyk deňlemelerini ýazalyň:



2.46-njy surat

$$\left.\begin{aligned}
&X_A + X_B = 0;\\
&Y_A + Y_B = P;\\
&\sum m_B = P\cdot\cos\gamma - Y_A\cdot 2\cdot\cos\alpha +\\
&+X_A\cdot 2\cdot\sin\alpha + M_A = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Meseläniň şertindäki bahalary ulanyp, (1) we (2) deňlemeler sistemasyny çözeliň:

$$\left.\begin{aligned}
&X_A - 0{,}5\cdot R_C = 86;\\
&Y_A + \frac{\sqrt{3}}{2}R_C = 310;\\
&-0{,}8\sqrt{3}\,R_C - \sqrt{3}\,Y_A + X_A + M_A = -250.
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &X_A + X_B = 0; \\ &Y_A + Y_B = 180; \\ &-\sqrt{3}\,Y_A + X_A + M_A = -\,155,9. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

3-nji sistemanyň 1-2-nji deňlemelerinden: X_A, Y_A, R_C-niň üsti bilen aňladýarys:

$X_A = 86 - 0,5\ R_C$, Y_A=$310 - 0,86\ R_C$,

4-nji sistemanyň 3-nji deňlemesinden M_A =$295,02 - 0,95\ R_C$.

3-nji sistemanyň üçünji deňlemesinden R_C-ni tapmak bolýar:

$-\ 1,42\ R_C = -\ 94,28$; $R_C = 66,39\ N$.

Indi X_A, Y_A, M_A aňsatlyk bilen tapylýar:

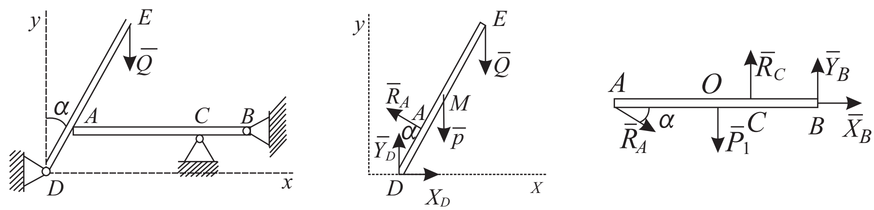
$X_A = 52,\ 8\ N$, $Y_A = 252,\ 9\ N$, $M_A = 231,\ 94\ N{\cdot}m$

4-nji sistemanyň ikinji we birinji deňlemelerini çözýäris:

$Y_B = -72,\ 9\ N$, $X_B = -52,\ 8\ N$.

2.45-nji mesele. Agramy 1000 *N* bolan birjynsly pürs *B* nokatda şarnirli, *C* nokatda ýylmanak direg arkaly gorizontal ýagdaýda saklanýar (*2.47-nji a surat*). Agramy 2000 *N* bolan *DE* pürs *AB* pürs direnýär we wertikal bilen α = 30° burçy emele getirýär. *DE* pürs *E* nokatda wertikal *Q* = 500 *N* güýç täsir edýär. Eger $AD = \frac{1}{4}\ DE$, *AB* = 3*m*, *BC* = 1*m* bolsa *D*, *B* şarnirlerdäki, *C* diregdäki reaksiýa güýçlerini we *A* nokatdaky basyş güýjüni kesgitlemeli.

Çözülişi. Ulgam *DE* we *AB* pürslerden düzülýär. Ulgamy ikä bölüp, her pürsüň deňagramlylygyna aýratynlykda garaýarys. *DE* pürse *Q* we *P* = 2000 *N* güýçler täsir edýär. Baglanyşdyryjylar bolup *D* şarnir we *AB* pürs hyzmat edýärler. *DE* pürsi baglanyşyklardan boşadýarys we olaryň täsirini reaksiýa güýçleri bilen çalşyrýarys (*2.47-nji b surat*). *AB* pürsüň reaksiýa güýjüni $\overline{R}_A$ bilen belgilesek, onda ol *DE* pürs normal (perpendikulýar) boýunça ugrugýar. *D* şarniriň reaksiýa güýçlerini X_D we Y_D bilen belgiläliň. *DE* pürs üçin üç sany deňagramlylyk deňlemesini düzýäris:



2.47-nji surat

$$X_D - R_A \cdot \cos\alpha = 0,\ Y_D + R_A \sin\alpha - Q - P = 0;$$

$$R_A \cdot \frac{1}{4} DE - P \cdot \frac{1}{2} \cdot DE{\cdot}\sin\alpha - Q \cdot DE \cdot \sin\alpha = 0.$$

Üçünji deňlemeden $R_A = 3000\ N$, birinji deňlemeden $X_D = 1500\sqrt{3}\ N$, ikinji deňlemeden $Y_D = 1000\ N$.

Indi *AB* pürsüň deňagramlylygyna seredeliň (*2.47-nji ç surat*). Bu pürsüň baglanyşdyryjylary bolup *B* şarnir, *C* direg we *DE* pürs hyzmat edýär. *B* şarniriň reaksiýa güýjüni X_B, Y_B görnüşinde alýarys. *C* diregiň reaksiýa güýjüni *AB* pürsüň normaly boýunça ugrukdyrýarys we ony $\overline{R}_C$ bilen belgileýäris. *DE* pürsüň reaksiýa güýjüni $\overline{R}_A$ bilen belgiläliň. Iki pürse umumy A nokatda ululyklary boýunça deň, ugurlary boýunça garşylykly reaksiýa güýçleri täsir edýär, diýmek, $\overline{R}'_A = -\overline{R}_A$ (ýa-da $\overline{R}'_A = R_A$). Bu güýçlerden başga pürse onuň $P_1 = 1000\ N$ agramy hem täsir edýär. Deňagramlylyk deňlemelerini düzeliň:

$$X_B + R'_A \cdot \cos\alpha = 0,\ Y_B + R_C - P_1 - R'_A \cdot \sin\alpha = 0;$$

$$-R_C \cdot BC + P_1 \cdot \frac{\mathrm{AB}}{2} + R'_A \cdot BM = 0.$$

Sistemany çözeliň. Üçünji deňlemeden $R_C = 6000\ N$.

Başdaky deňlemelerden X_B, Y_B-ni tapýarys:

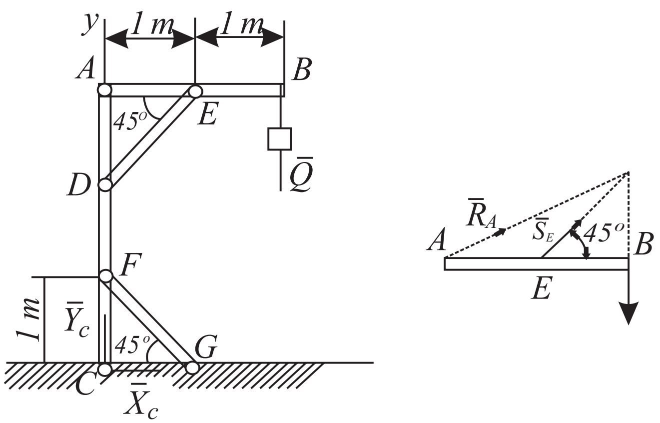
$$X_B = -1500\sqrt{3}\ N,\ Y_B = -3500\ N.$$

2.46-njy mesele. Uzynlygy 2 *m* bolan *AB* pürs *DE* diregiň kömegi bilen gorizontal ýagdaýda saklanýar. Pürsüň *B* ujundan $Q = 5\ kN$ ýük asylan. *AC* pürs *FG* direg bilen berkidilen. *AE = CG* = 1 *m, DE*, *FG* diregler gorizontal ugur bilen 45° burçy emele getirýär. Direglere düşýän S_E, S_F güýçleri we *C* nokatdaky reaksiýa güýjüni tapmaly. *AB* pürsüň we diregleriň agramlaryny hasaba almaly däl. Baglanyşyklar şarnirli berkidilen (*2.48-nji surat*).

Çözülişi. Ilki bilen tutuş jisimiň deňagramlylygyna garalyň. Jisime işjeň $\overline{Q}$ güýç täsir edýär. Baglanyşyklar bolup *C* we *G* nokatdaky şarnirler hyzmat edýärler. Baglanyşyklardan boşadyp, olaryň täsirini reaksiýa güýçleri bilen çalşyrýarys. *GF* direg agramsyz diýip hasap edileni üçin, onuň *SF* reaksiýa güýji diregiň ugry boýunça gönükdirilýär. *C* şarniriň reaksiýa güýjüni $\overline{X}_C$, $\overline{Y}_C$ güýçlere dargadýarys (*2.48-nji a surat*).

Şeýlelikde, konstruksiýa $\overline{Q}$, $\overline{S}_C$, $\overline{X}_C$, $\overline{Y}_C$ güýçleriň täsiri netijesinde deňagramlylygyny saklaýar. Deňagramlylyk deňlemesini düzeliň:

$X_C - S_F \cdot \cos 45° = 0;$
$Y_C - Q + S_F \cdot \cos 45° = 0;$
$\sum m_C(\overline{F}) = -Q \cdot 2 + S_F \cdot \sin 45° = 0.$



2.48-nji surat

Üçünji deňlemeden $S_F = 14{,}1$ *kN*.

Birinji we ikinji deňlemelerden X_C, Y_C güýçleri tapýarys:

$X_C = 10$ *kN*, $Y_C = -5$ *kN*.

DE direge düşýän $\overline{S}_E$ güýji tapmak üçin *AB* pürsüň deňagramlylygyna aýratynlykda seredeliň (*2.48-nji b surat*). *AB* pürs üçin *A* şarnir we *DE* direg baglanyşyklar bolup hyzmat edýärler. $\overline{S}_E$ reaksiýa güýji *DE* diregiň ugry boýunça ugrukdyrylýar. *A* şarniriň R_A

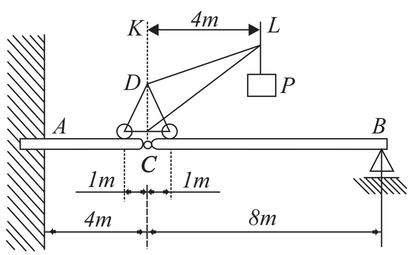
reaksiýasy $\overline{S}_E$ we $\overline{Q}$ güýçleriň kesişme nokadynyň üstünden geçýär. Soňky netijäni bir tekizlikde ýatan üç güýjüň deňagramlanyşygy hakyndaky teoremany peýdalanyp aldyk.

A nokada görä momentler deňlemesini düzeliň:

$$-2Q + S_E \cdot \cos 45° = 0,\ S_E = 14{,}1\ kN.$$

2.4.4. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

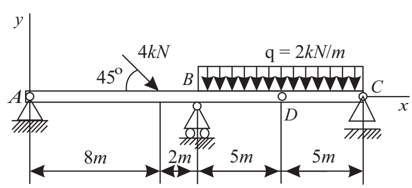
2.47-nji mesele. Iki bölekli *ABC* gorizontal pürsüň *A* ujy diwara berkidilen, *B* ujy bolsa hereketli daýançda dur, *C* nokadynda şarnir bar. Pürsüň üstine agramy 10 *kN* bolan *P* ýüki göterip duran kran goýlan. Kranyň gerimi *KL*= 4 *m*, agramy *Q* = 50 *kN*, agyrlyk merkezi *CD* wertikal çyzykda ýatýar. Ölçegleri suratda görkezilen. Pürsüň agramyny hasaba alman, kranyň *AB* pürs bilen bir tekizlikde ýerleşen ýagdaýynda *A* we *B* daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.49-njy surat*)



2.49-njy surat

Jogaby: R_A = 53, 75 *kN*; R_B = 6, 25 *kN*; M_A =205 *kN*.

2.48-nji mesele. 2.50-nji suratda düzme pürs hem-de oňa goýlan ýük we güýçler görkezilen. *A, B* we *C* daýançlardaky hem-de *D* şarnirdäki reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.



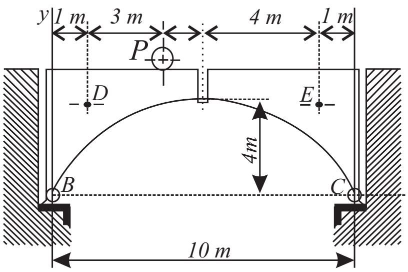
2.50-nji surat

Jogaby: X_A = – 2,8 *kN*; Y_A = – 4,4 *kN*;
Y_B = 22,2 *kN*;
Y_C = 5 *kN*; X_D = 0;
Y_D = ± 5 *kN*.

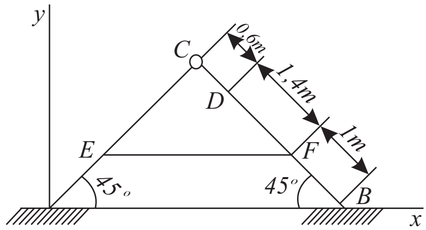
2.49-njy mesele. Iki bölekden ybarat köpri özara *A* şarnir bilen hem-de iki gyradaky daýançlara *B* we *C* şarnirler arkaly berkidilen.

Köpriniň her böleginiň agramy 40 *kN*. Olaryň agyrlyk merkezleri *D* we *E* nokatlarda. Köpriniň üstünde agramy P = 20 *kN* bolan ýük bar. Onuň öçegleri suratda görkezilen. *A* şarnirdäki basyş güýji bilen *B* we *C* nokatlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.51-nji surat*).

Jogaby: $X_A = \pm 20$ *kN*; $Y_A = \pm 8$ *kN*; $X_B = -X_C = 20$ *kN*; $Y_B = 52$ *kN*; $Y_C = 48$ *kN*.



2.51-nji surat

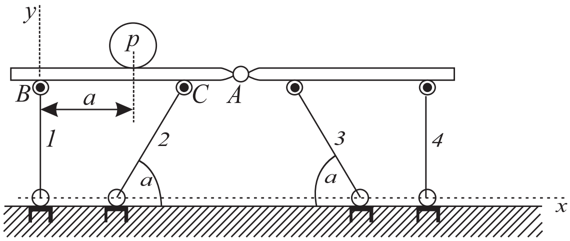


2.52-nji surat

2.50-nji mesele. *AC* we *BC* böleklerden ybarat bolan göçme merduwan gorizontal ýylmanak tekizlikde dur. *AC* we *BC* bölekleriň her biriniň agramy 120 *N*, uzynlygy 3 *m* bolup, olar *C* şarnir we *EF* ýüp bilen birikdirilen. Aralyklar *BF* = *AE* = 1 *m*. *AC* we *BC* bölekleriň her biriniň agyrlyk merkezi olaryň ortasynda. *CD* =0, 6 *m* aralykdaky *D* nokatda agramy 720 *N* bolan adam bar. Eger burçlar *BAC* = *ABC*=45° bolsa, poluň we şarniriň reaksiya güýçlerini, şeýle hem, *EF* ýüpüň *T* dartylyş güýjüni kesgitlemeli (*2.52-nji surat*).

Jogaby: $R_A = 408$ *N*; $R_B = 552$ *N*; $X_C = \pm 522$ *N*; $Y_C = \pm 288$ *N*; $T = 522$ *N*.

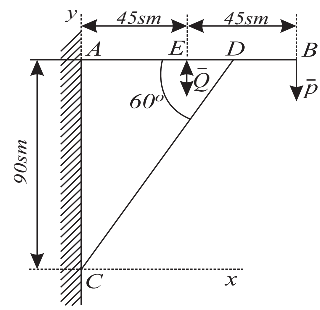
2.51-nji mesele. Özara *A* şarnir bilen birleşdirilen iki sany gorizontal pürsden ybarat köpri esasa 1, 2, 3, 4 gaty sterženler bilen şarnirli birikdirilen. Çetdäki sterženler wertikal, ortadaky sterženler gorizontal ugra $\alpha = 60°$ burç bilen ugrukdyrylan. Bu ýerde $BC = 6$ *m*; $AB = 8$ *m*. Köpriniň *B* nokadyndan $a = 4$ *m* aralykda oňa $P = 15$ *kN* wertikal güýç täsir edýär. Sterženlerdäki agram düşmeleri we *A* şarniriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.53-nji surat*).



2.53-nji surat

Jogaby: $S_1 = -6,25\ kN$; $S_2 = S_3 = -5,77\ kN$; $S_4 = 1,25\ kN$;
$X_A = \pm 2,89\ kN$; $Y_A = \pm 3,75\ kN$.

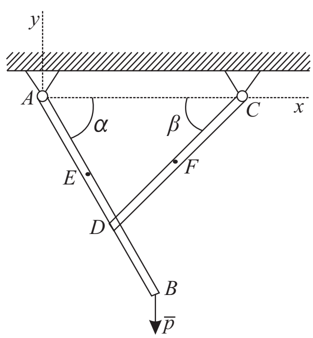
2.52-nji mesele. Gorizontal *AB* pürsüň ujundan $P = 25\ N$ ýük asylan. Pürsüň agramy $Q = 10\ N$ bolup, *E* nokatda goýlan. Pürs *CD* steržene direlip, diwara *A* şarnir bilen, steržene bolsa *D* şarnir bilen birikdirilen. Onuň ölçegleri suratda görkezilen. *CD* sterženiň agramyny hasaba alman, *A* we *C* şarnirleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.54-nji surat*).



2.54-nji surat

Jogaby: $X_A = -30\ N$; $Y_A = -17\ N$; $R_C = 60\ N$.

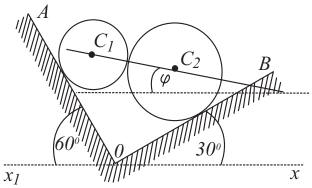
2.53-nji mesele. Özara *D* şarnir bilen birikdirilen iki sany *AB* we *CD* pürs *A* we *C* şarnirler arkaly potolokdan asylan. *AB* pürsüň agramy 60 *N* bolup, *E* nokatda goýlan. *CD* pürsüň *F* nokatda goýlan agramy 50 *N*. *AB* pürsüň *B* nokadyna wertikal $P = 200\ N$ güýç goýlan. $AB = 1\ m$, $CD = 0,8\ m$, $AE = 0,4\ m$, $CF = 0,4\ m$ ölçegler berlen. *AB* we *CD* pürsler, degişlilikde gorizontal ugra $\alpha = 60°$ we $\beta = 45°$ burçlar bilen ýerleşdirilen. *A* we *C* şarnirleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.55-nji surat*).



2.55-nji surat

Jogaby: $-X_A = X_C = 135\ N$, $Y_A = 150\ N$, $Y_C = 160\ N$.

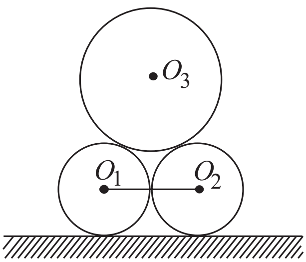
2.54-nji mesele. Iki ýylmanak OA we OB ýapgyt tekizlikleriň arasyna, merkezi C_1, agramy $P_1 = 10\ N$ we merkezi C_2, agramy $P_2 = 30\ N$ bolan bir-birine degip duran iki sany birjynsly ýylmanak silindrler goýlan. Eger burç $AOx_1 = 60°$, burç $BOx = 30°$ bolsa, onda C_1C_2 göni çyzygyň gorizontal xOx_1 ok bilen emele getirýän φ burçy, silindrleriň tekizliklere N_1 we N_2 basyşlaryny, şeýle hem silindrleriň bir-birlerine N basyşlarynyň ululygyny kesgitlemeli (*2.56-njy surat*).



2.56-njy surat

Jogaby: $\varphi = 0$; $N_1 = 20\ N$; $N_2 = 34,\ 6\ N$; $N = 17,\ 3\ N$.

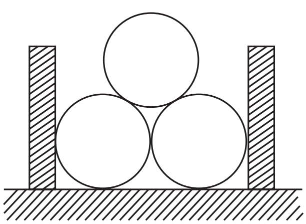
2.55-nji mesele. Merkezleri süýnmeýän ýüp bilen baglanan iki sany birjynsly silindr gorizontal tekizlikde ýatyr. Silindrleriň her biriniň radiusy r, agramy P. Olaryň üstünde radiusy R, agramy Q bolan birjynsly üçünji silindr bar. Sürtülmäni hasaba alman, ýüpüň dartylyş güýjüni, silindrleriň tekizlige we bir-birine basyşyny kesgitlemeli (*2. 57-nji surat*).



2.57-nji surat

Jogaby: Aşakdaky her bir silindriň tekizlige edýän basyşy $P+Q/2$. Aşakdaky silindrleriň her biri bilen ýokardaky silindriň arasyndaky basyş $\dfrac{Q(R+r)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$. Ýüpüň dartylyş güýji $\dfrac{Qr}{2\sqrt{R^2+2rR}}$.

2.56-njy mesele. Her biriniň agramy $P = 120\ N$ bolan birmeňzeş üç sany turba suratdaky ýaly ýerleşdirilen. Sürtülmäni hasaba alman, aşaky turbalaryň her biriniň ýere we gapdal diwara basyşyny kesgitlemeli (*2.58-nji surat*).


2.58-nji surat

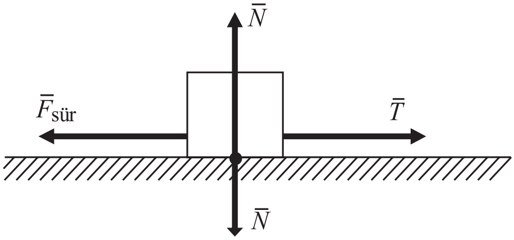
Jogaby: Ýere düşýän basyş 180 N, her bir diwara düşýän basyş 34, 6 N.

2.5. Sürtülme güýji dörände jisimleriň deňagramlaşmagy

2.5.1. Typma sürtülme güýji ýüze çykanda jisimleriň deňagramlaşmagy. Mysaly meseleler

Bir jisim başga bir jisimiň üstünden süýrelende ýa-da süýşmäge ymtylanda typma sürtülme güýji döreýär.

Sürtülme güýji-garşylyk güýjüdir. Ol güýç jisimiň hereketlenip biläýjek ugruna ters ugrukdyrylandyr. Sürtülme güýjüniň iň uly bahasy jisim gozganan ýagdaýynda ýüze çykýar we $\overline{N}$ normal reaksiýa güýjüne proporsionaldyr (*2.59-njy surat*):



2.59-njy surat

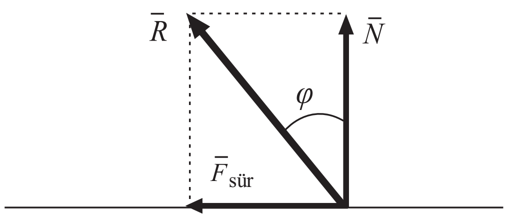
$$F_{\text{sür}} = f N,$$

bu ýerde f – typma sürtülme koeffisiýenti, ol ölçegsiz ululykdyr.

Sürtülmeli baglanyşyklarda reaksiýa güýji şeýle alynýar:

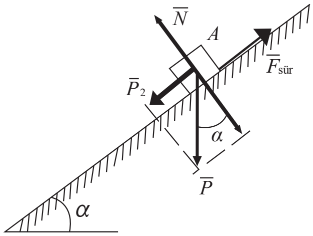
$$\overline{R} = \overline{F}_{\text{sür}} + \overline{N}.$$

$\overline{R}$ güýç $\overline{N}$ normal reaksiýa güýji bilen $\varphi = \operatorname{arctg} f$ burçy emele getirýär (*2.60-njy surat*). φ burça sürtülme burçy diýilýär.



2.60-njy surat

Sürtülme güýji bolan ýagdaýynda hem meseleler deslapky ýaly usullar bilen çözülýär, ýöne baglanyşyklardan boşadylanda, sürtülme güýçlerini hasaba almaly.



2.61-nji surat

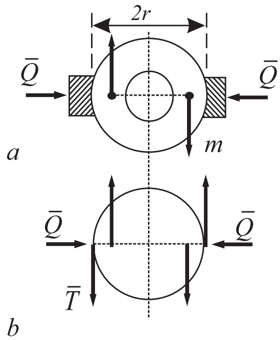
2.57-nji mesele. *A* jisim ýapgyt büdür-südür tekizlikde ýerleşen. α tekizligiň ýapgytlyk burçunyň iň uly haýsy bahasyna çenli *A* jisim deňagramlylygyny saklar? Jisim bilen tekizligiň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti *f* (*2.61-nji surat*).

Çözülişi. *P* agyrlyk güýjüni iki güýje dargadalyň: $\overline{P}=\overline{P}1+\overline{P}2$. $P_1 = P \cdot \cos\alpha$ tekizlige perpendikulýar, $P_2 = P \cdot \sin\alpha$ tekizlige parallel. Jisimiň deňagramlylygyny saklamak üçin $F_{s\ddot{u}r} > P_2$ bolmagy hökmandyr.

$F_{s\ddot{u}r} = f\,P\cos\alpha$ bolany üçin $f\,P \cdot \cos\alpha \geq P \cdot \sin\alpha$ bolmaly. Bu ýerden:

$$\mathrm{tg}\alpha \leq f = \mathrm{tg}\varphi \text{ ýa-da } \alpha \leq \varphi.$$

Şeýlelikde, jisimiň deňagramlylygy üçin tekizligiň α ýapgytlyk burçy φ sürtülme burçundan kiçi ýa-da deň bolmalydyr.



2.62-nji surat

2.58-nji mesele. Wala momenti $m = 100\ N{\cdot}m$ bolan jübüt güýçler goýlan. Waly radiusy $r = 0{,}4m$ bolan togtadyjy tigir gysýar. Eger dynçlykdaky sürtülme koeffisiýenti $f = 0{,}25$ bolsa, haýsy ululykdaky *Q* güýç walyň deňagramlylygyny saklap biler (*2.62-nji a surat*).

Çözülişi. Suratdaky ähli güýçler bir tekizlikde ýatýar diýip hasap edýäris. Baglanyşykdan boşadyp, walyň deňagramlylygyna garalyň (*2.62-nji b surat*). Wala *m* momentli jübüt güýçler, bir gönüde ýatýan *Q* güýçler we $(\overline{T}, -\overline{T})$ jübüt reaktiw güýçler täsir edýär. Deňagramlylyk deňlemesini düzeliň. Ähli jübüt güýçleriň momentleriniň jemini nola deňläliň:

$$\sum m_i = 0; \qquad T \cdot 2r - m = 0.$$

Deňlemä sürtülme güýjüniň $T = f\,Q$ bahasyny goýalyň:

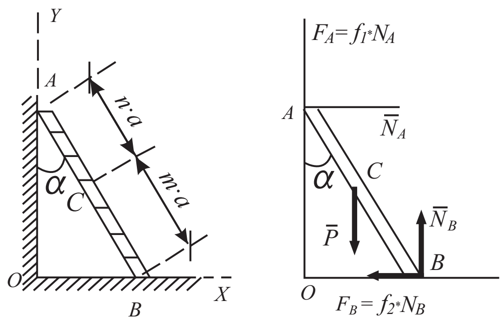
$fQ \cdot 2r - m = 0$, bu ýerden

$$Q = \frac{m}{2rf} = \frac{100}{2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4} = 500N.$$

2.59-njy mesele. Dik diwara AB merduwan direlen. Merduwanyň diwara sürtülme koeffisiýenti f_1, pola sürtülme koeffisiýenti f_2, üstündäki adam bilen merduwanyň agramy $\overline{P}$ bolup, onuň täsir çyzygy C nokatdan geçýär. C nokat merduwanyň uzynlygyny $m:n$ gatnaşykda bölýär.

Merduwanyň deňagramlylyk ýagdaýy üçin iň uly α burçy we $\overline{N}_A$, $\overline{N}_B$ reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*2.63-nji a surat*).

Çözülişi. Suratda merduwana täsir edýän güýçleri görkezeliň. $\overline{P}$ – işjeň güýç, $\overline{N}_A$, $\overline{N}_B$ – normal reaksiýa güýçleri. $f_1 \cdot N_A = F_A$, $f_2 \cdot N_B = F_B$ sürtülme güýçleri. F_A, F_B güýçler merduwanyň hereket etjek tarapynyň tersine ugrukdyrylandyr (*2.63-nji b surat*). Deňagramlylyk deňlemelerini düzeliň:



2.63-nji surat

$$\sum F_x = 0; \qquad N_A - F_B = 0;$$
$$\sum F_y = 0; \qquad F_A + N_B - P = 0;$$
$$\sum m_O(\overline{F}) = 0; \qquad -N_A \cdot AB\cos\alpha - P \cdot AC \cdot \sin\alpha + N_B \cdot AB \cdot \sin\alpha = 0.$$

Deňlemeler sistemasynda berlen ululyklary goýup alarys:

$$N_A - f_2 N_B = 0, \quad f_1 \cdot N_A + N_B - P = 0;$$

$$-N_A (n + m)a\cos\alpha - Pna\sin\alpha + N_B (n + m)a\sin\alpha = 0.$$

Ikinji deňlemäni f_2-ä köpeldip, birinji deňleme bilen goşsak, N_A-ny taparys:

$$N_A = \frac{f_2 P}{1 + f_1 f_2}.$$

Birinji deňlemeden $N_B = \dfrac{P}{1 + f_1 f_2}$.

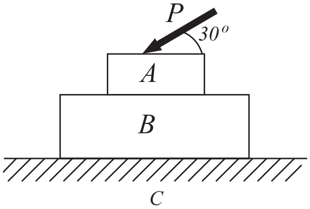
Bu bahalary üçünji deňlemede goýup, α burçy tapmak bolýar (cosα bölüp alýarys):

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{(m+n)f_2}{m - nf_1 f_2}.$$

2.5.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

2.60-njy mesele. Otly eňňitligi 0,008 bolan gönüçyzykly ýoldan üýtgemeýän tizlik bilen galyp barýar. Elektrowozy hasaba almanyňda, otlynyň agramy 12000 *kN*. Eger herekete bolan garşylyk, otlynyň demir ýola basyşynyň 0,005 bölegine deň bolsa, elektrowozyň P dartyş güýjüni kesgitlemeli.

Jogaby: $P = 156$ *kN*.

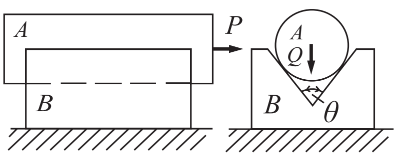


2.64-nji surat

2.61-nji mesele. Agramy 200 N bolan gönüburçly B pürsüň üstünde agramy 100 N bolan gönüburçly A pürs dur. B pürs C gorizontal üste daýanýar we olaryň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti $f_2 = 0{,}2$. A we B pürsleriň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti $f_1 = 0{,}5$. A pürse gorizontal ugur bilen $\alpha = 30^{\circ}$ burç emele getirýän $P = 60$ N güýç täsir edýär (*2.64-nji surat*). A pürs B pürse görä hereketlenermi? B pürs C tekizlige görä hereketlenermi?

Jogaby: A we B pürsler dynçlykda galýarlar.

2.62-nji mesele. A silindr aralyk burçy bolan, kese-kesigi simmetrik pahna şekilinde bolan B ugrukdyryjylaryň arasynda dur. A silindr bilen B ugrukdyryjylaryň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti f. Silindriň agramy Q (*2.65-nji surat*). P güýç näçä deň bolanda silindr gorizontal ugurda hereketlenip başlar? Silindriň agramy Q bolanda hereketiň başlanmagy üçin burç θ näçä deň bolmaly?



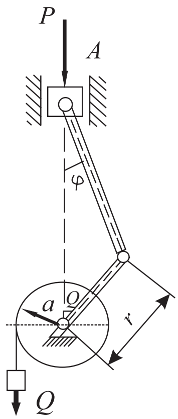
2.65-nji surat

Jogaby: $P = \dfrac{Qf}{\sin(\theta/2)}$, $\theta = 2\arcsin f$.

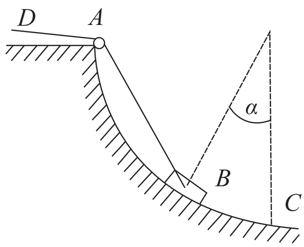
2.63-nji mesele. Kriwoşipli mehanizmde ugrukdyryjy we A süýşüji arasyndaky, şeýle hem, hemme şarnirler we podşipniklerdäki sürtülmäni hasaba alman, Q ýüki mehanizmiň suratda görkezilen ýagdaýynda saklap durmak üçin gerek bolan P güýji kesgitlemeli. Eger A süýşüji bilen ugrukdyryjynyň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti f bolsa, Q ýüküň gozganman galmagyny üpjün edýän P güýjüň minimal we maksimal bahalaryny kesgitlemeli (*2.66-njy surat*).

Jogaby: $P = \dfrac{Qa\cos\varphi}{r\sin(\varphi+\theta)}$; $\quad P_{\min} = \dfrac{Qa}{r}\dfrac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}$;

$$P_{\max} = \frac{Qa}{r}\frac{\cos\varphi + f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$



2.66-njy surat



2.67-nji surat

2.64-nji mesele. Tegelek silindriň çärýegi görnüşli büdür-südür üsti boýunça P agramly B ýük BAD tanap bilen göterilip barýarka deňagramlylykda saklandy. Ýük bilen üst arasyndaky sürtülme koeffisiýenti $f = \mathrm{tg}\varphi$, bu ýerde φ – sürtülme burçy.

Tanabyň dartylyşyny α burçuň funksiýasy görnüşde aňlatmaly. Tanabyň dartylyşynyň ahyrky (ekstremal) baha eýe bolmagy üçin α burç haýsy şerti kanagatlandyrmaly? Ýük we A bloguň ölçegleri hasaba alynmaly däl (*2.67-nji surat*).

Jogaby: $S = P\dfrac{\sin(\varphi+\alpha)}{\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)}$. $\dfrac{\sin(\varphi+\alpha)}{\mathrm{tg}\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)} = 2$ bolanda

S dartylyş ahyrky bahany alýar.

2.65-nji mesele. Tegelek silindriň çärýegi görnüşli büdür-südür üsti boýunça düşürilýän P agramly B ýük deňagramlylykda saklanyp dur. Ýük bilen üst arasyndaky sürtülme koeffisiýenti:

$$f = \mathrm{tg}\varphi,$$

– bu ýerde φ – sürtülme burçy.

Trosuň S dartylyşyny α burçuň funksiýasy görnüşde aňlatmaly. B ýük deňagramlylykda duranda trosuň dartylyşynyň haýsy çäklerde üýtgemegi mümkin? Ýüküň we bloguň ölçeglerini hasaba almaly däl (*2.67-nji surat*).

Jogaby: $S = P \dfrac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \alpha/2 - \varphi)}$.

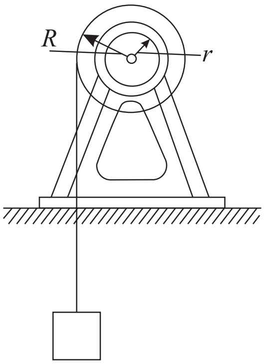
Eger trosuň dartylyşy
$P\dfrac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)} \geq S \geq P\dfrac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \alpha/2 - \varphi)}$ şerti kanagatlandyrýan bolsa, onda ýük deňagramlylykda durýar. $\alpha < \varphi$ bolsa, ýük tros bolmasa hem deňagramlylykda durýar.

2.66-njy mesele. Tramwaý işigi süýşürilip açylanda aşaky oýukda sürtülýär. Sürtülme koeffisiýenti $f = 0{,}5$-den uly däl. Işigiň giňligi $l = 0{,}8$ m. Işigiň agyrlyk merkezi onuň wertikal simmetriýa okunda ýatyr. Işik açylanda agdarylmazlygy üçin tutawajy iň uly haýsy h beýiklikde bolmaly?

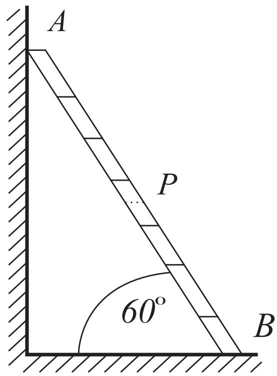
Jogaby: $h = \dfrac{l}{2f} = 0{,}8$ m.

2.67-njy mesele. Agramy Q, radiusy R bolan silindrik wal özüne oralan ýüpe asylan ýük bilen herekete getirilýär. Ýükiň agramy P. Walyň şipleriniň radiusy $r = R/2$. Podşipniklerdäki sürtülme koeffisiýentleri 0,05-e deň (*2.68-nji surat*). Ýüküň üýtgemeýän tizlik bilen aşak düşmegi üçin Q agram bilen P agramyň gatnaşygy nähili bolmaly?

Jogaby: $Q/P = 39$.



2.68-nji surat

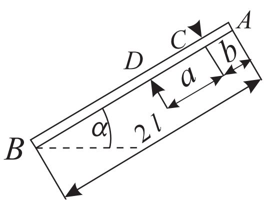


2.69-njy surat

2.68-nji mesele. *AB* merduwan tekiz däl diwara we tekiz däl pola daýanyp, pol bilen 60º burç emele getirýär. Merduwana *P* ýük goýlan. Merduwanyň agramyny hasaba alman, onuň deňagramlylykda galýan iň uly *BP* aralygyny grafik usul bilen tapmaly. Diwar we pol üçin sürtülme burçy 15º (*2.69-njy surat*).

Jogaby: *BP* = 1/2 *AB*.

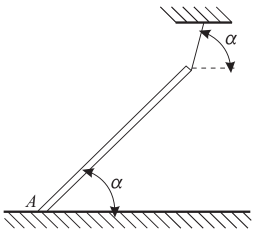
2.69-njy mesele. Birjynsly agyr *AB* sterženiň iki sany *C* we *D* daýançlarda ýatyr, daýançlaryň arasy *CD* = *a*, *AC* = *b*. Sterženiň daýanja sürtülme koeffisiýenti *f*. Sterženiň gorizontal ugra ýapgytlyk burçy α (*2.70-nji surat*). Eger sterženiň ýogynlygy hasaba alynmasa, sterženiň deňagramlylykda durmagy üçin onuň uzynlygy 2*l* haýsy şerti kanagatlandyrmaly?



2.70-nji surat

Jogaby: $2l \geq 2b + a + \frac{a}{l}\,\mathrm{tg}\alpha$, $l > a + b$. $\alpha > \varphi$ bolanda birinji şert ikinji şerti hem öz içine alýar, bu ýerde $\varphi = \mathrm{arctg}\, f$ – sürtülme burçy.

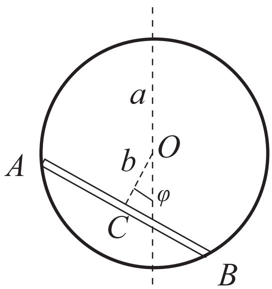
Eger $\alpha < \varphi$ bolsa, onda ikinji şerti kanagatlandyrmak ýeterlikdir. $l < a + b$ bolanda *C* daýanç suratdaky ýaly ýerleşende deňagramlylyk mümkin däl.



2.71-nji surat

2.70-nji mesele. Birjynsly pürs A nokatda büdür-südir gorizontal pola daýanyp dur. B nokatda bolsa ol ýüp bilen saklanyp dur. Pürs we pol arasyndaky sürtülme koeffisiýenti f. Pürsüň pol bilen emele getirýän α burçy 45° (*2.71-nji surat*). Ýüp gorizontal ugur bilen haýsy φ burçy emele getirende pürs herekete başlar?

Jogaby: tgφ =2 + $1/f$.



2.72–nji surat

2.71-nji mesele. Birjynsly steržen A we B uçlary bilen a radiusly tekizdäl töwerek boýunça typyp bilýär. Sterženden wertikal tekizlikde ýerleşen töweregiň O merkezine çenli aralyk b. Steržen bilen töweregiň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti f. Sterženiň deňagramlylyk ýagdaýynda OC göni çyzyk bilen töweregiň wertikal diametriniň arasyndaky φ burçy kesgitlemeli (*2.72-nji surat*).

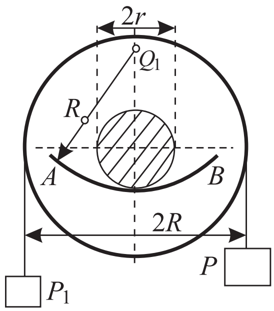
$$\textit{Jogaby}: \operatorname{ctg}\varphi \geq \frac{b^2(1+f^2)}{a^2 f} - f.$$

2.72-nji mesele. R radiusly blok onuň orta tekizligine görä simmetrik ýerleşdirilen r radiusly iki sany şip bilen üpjün edilen. Şipler emele getirijisi gorizontal bolan iki sany AB silindrik üste direlip dur. Bloga ýüp oralyp, bu ýüplere P we P_1 ýükler asylan, $P > P_1$. Bloguň şipler bilen bilelikdäki agramy Q. Şipleriň AB silindrik üste sürtülme koeffisiýentini f diýip kabul edip, blogy deňagramlylykda saklaýan P_1 ýüküň iň kiçi bahasyny kesgitlemeli (*2.73-nji surat*).

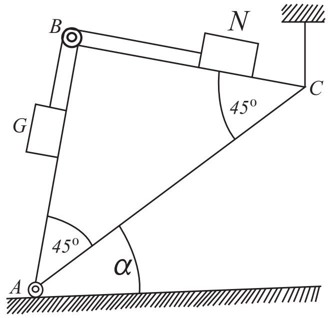
Görkezme: Sistema suratdaky ýagdaýda deňagramlylykda bolup bilmeýär. Şonuň üçin hem onuň deňagramlylyk ýagdaýyny tapmaly.

Jogaby: Deňagramlylyk ýagdaýynda AB silindriň we bloguň oklaryndan geçýän tekizlik wertikal bilen sürtülme burçuna deň bolan burçy emele getirýär:

$$P_1 = \frac{P(R\sqrt{1+f^2} - fr) - frQ}{R\sqrt{1+f^2} + fr}$$



2.73 -nji surat



2.74 -nji surat

2.73-nji mesele. 2.74-nji suratda görkezilen *ABC* prizmanyň *AB* we *BC* granlaryna agramlary *P* bolan iki sany meňzeş jisimler ýerleşdirilen. Jisimler *B* nokatdaky blokdan geçýän ýüp bilen bir-birine berkidilen. Jisimler bilen prizmanyň granlarynyň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti *f*. *BAC* we *BCA* burçlar 45°. *G* ýüküň aşak düşüp başlamagy üçin *AC* granyň gorizontal ugur bilen emele getirmeli α burçuny kesgitlemeli. Blokdaky sürtülmäni hasaba almaly däl.

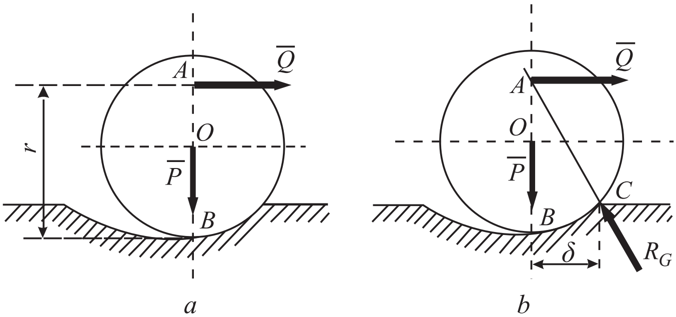
Jogaby: tg$\alpha = f$.

2.5.3. Tigirlenme sürtülme güýji ýüze çykanda jisimleriň deňagramlaşmagy. Mysaly meseleler

Bir jisim başga jisimiň üstünden tigirlenende emele gelýän garşylyga *tigirlenme sürtülmesi* diýilýär.

Tigirlenmede emele gelýän garşylyk öwrenilende (tigirlenme sürtülmesi) jisimi absolýut gaty jisim diýip kabul etmän, tigirlenýän silindrik jisim we onuň tigirlenýän üsti azda-kände deformirlenýär diýip hasap etmeli bolýar. Çünki jisim tekizlige göni çyzyk boýunça galtaşman, bellibir umumy üst bilen galtaşýar.

Gorizontal tekizlikde silindrik jisime gorizontal *Q* güýç goýlan (*2.75-nji surat*). *Q* güýjüň ululygy bellibir derejä ýetmese silindri herekete getirip bilmeýär. Bu tejribe tigirlenme sürtülmesiniň ýüze çykýandygyny görkezýär. Jisim tigirlenende edil *C* beýiklige dyrmaşýan ýaly bolýar. Çyzgyda $r = AB$ (*A* nokatdan jisimiň tekizlik bilen galtaşýan nokadyna çenli *CB* uzaklygy). Bu kesimi *AB* göni



2.75-nji surat

çyzyga perpendikulýar (deformasiýanyň kiçiligi üçin), $\overline{P}$ silindriň agramy.

Silindr C nokadyň üstünden agyp ýetişmänkä $\overline{P}, \overline{Q}, \overline{R}_C$ güýçler deňagramlaşýarlar. C nokada görä momentleriň deňagramlylygyny düzeliň:

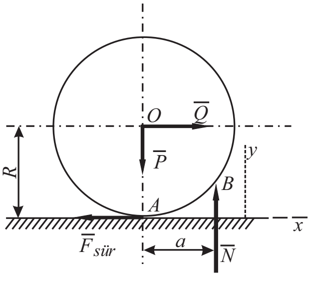
$$Q \cdot AB = P \cdot BC.$$

Daýanç tekizliginiň egrelmeginiň kiçi bolany üçin $\overline{Q}$ güýjüň C nokada görä egnini $AB = r$ diýip kabul edýäris. Berlen bahalary ýerinde goýup alarys:

$$Q = P \cdot \frac{BC}{AB} = \delta \cdot \frac{P}{r},$$

bu ýerde δ – togalanma sürtülme koeffisiýenti. Ol uzynlyk birliginde, köplenç, *sm*-de ýa-da *mm*-de ölçenilýär.

2.75-nji mesele. Agramy $\overline{P}$, radiusy R bolan tigirçegiň (katogyň) merkezine gorizontal $\overline{Q}$ güýç täsir edýär. Eger tigirçegiň tekizligiň üstünden typma sürtülme koeffisiýenti f we tigirlenme sürtülme koeffisiýenti δ bolsa, Q-nyň haýsy bahalarynda tigirçegiň deňagramlylygyny saklajakdygyny kesgitlemeli (*2.76-njy surat*).



2.76-njy surat

Çözülişi. Tigirçegiň deňagramlylygyna garalyň. Tigirçege $\overline{Q}$, $\overline{P}$, $\overline{N}$, $\overline{F}_{sür}$ güýçler täsir edýärler. Tekizlikde ýerleşen güýçleriň deňagramlylyk şertlerini ýazýarys:

$$\sum F_x = 0,\ Q - F_{\text{sür}} = 0;$$
$$\sum F_y = 0,\ N - P = 0;$$
$$\sum m_A(\overline{F}) = 0,\ QR - N\delta = 0,$$

bu ýerde QR – tigirleýji güýjüň momenti, $N \cdot \delta$ – tigirlenmede emele gelýän sürtülme güýjüniň momenti. $\overline{N}$ – normal reaksiýa güýji: $N = P$. $F_{\text{sür}} \leq fN = fP$ – typma sürtülme güýji.

Tigirçegiň tekizlikde typmazlyk şerti aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$Q = F_{\text{sür}} \leq F_{\max} = f_0 N, \tag{1}$$

bu ýerde f_0 – dynçlykdaky typma sürtülme koeffisiýenti.

Tigirçegiň tekizlikde tigirlenmezligi üçin aşakdaky şert ýerine ýetmeli:

$$Q \leq \frac{\delta}{R} N. \tag{2}$$

Eger (1) we (2) şertler birwagtda ýerine ýetse, onda tigirçek typmaýar we tigirlenmeýär.

Bellik. Adatça, tigirlenme sürtülmesini ýeňmek typma sürtülmesini ýeňmekden aňsatdyr, ýagny ol kiçi güýç talap edýär. Muny aşakdaky deňlikden görmek bolýar:

$$Q_{\max} = f_0 N \text{ we } Q_{\max} = \frac{\delta}{R} N.$$

Sebäbi köp materiallar üçin $\frac{\delta}{R}$ *gatnaşyk* , f_0-dan has kiçi bolýar.

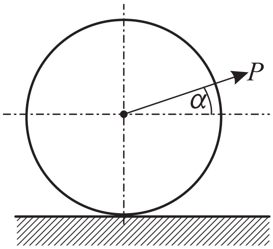
Şu sebäplere görä, häzirki zaman tehnikasynda typma sürtülmesini tigirlenme sürtülmesi bilen çalşyrýarlar. Mysal üçin, tekiz podşipnikleri şarikli ýa-da rolikli podşipnikler bilen çalşyrýarlar.

2.5.4. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

2.76-njy mesele. Radiusy $r = 50$ *mm* bolan roligiň tekizlikde üýtgemeýän tizlik bilen tigirlenmegi üçin, tekizligiň gorizontal ugra görä ýapgytlyk burçy α-nyň näçe bolmalydygyny kesgitlemeli. Sürtülýän jisimleriň materialy – polat, tigirlenme sürtülme koeffisiýenti $k = 0{,}05$ mm.

α burç kiçi bolany üçin $\alpha = \text{tg}\alpha$ diýip kabul etmek mümkin.

Jogaby: $\alpha = 3'26''$.



2.77-nji surat

2.77-nji mesele. Agramy 300 *N*, radiusy 60 *sm* bolan silindrik tigirçegiň tekizlikde deňölçegli tigirlenmegi üçin gerek bolan *P* güýji kesgitlemeli. Tigirlenme sürtülme koeffisiýenti $k = 0,5$ *sm*, *P* güýjüň gorizontal tekizlik bilen emele getirýän burçy α =300 (*2.77-nji surat*).

Jogaby: $P = 5,72$ *N*.

2.78-nji mesele. Radiusy *R*, agramy *Q* bolan şar gorizontal tekizlikde dur. Şaryň tekizlikde typma sürtülme koeffisiýenti *f*, tigirlenme sürtülme koeffisiýenti *k*. Şaryň merkezine goýlan gorizontal *P* güýç haýsy şertlerde şary deňölçegli tigirlär.

Jogaby: $k/R < f$; $P = Q\, k/R$.

2.6. Statiki kesgitlenen tekiz fermalary hasaplamak. Umumy maglumatlar. Ritteriň (fermany kesmek) usuly. Düwni kesmek usuly

Statiki kesgitlenýän tekiz fermanyň hasaplanyşyna seredeliň. Fermany hasaplamak daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini tapmak we daşky güýçleriň täsiri astynda sterženlere täsir edýän güýçleri (dartýan ýa-da gysýan) kesgitlemekdir.

Bu meseleleri analitik usul, ýagny Ritteriň (fermany kesmek) we düwni kesmek usullaryndan peýdalanyp çözeliň. Bu usullardan peýdalanylanda ilki daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçleri kesgitlenilýär.

Ritteriň (çatyny kesmek) usuly

Kesilen sterženleriň sany üçden köp bolmaz ýaly edip, sterženleri kesýän islendik çyzyk bilen fermany ikä bölýäris. Fermanyň islendik bir bölegini taşlap, beýleki böleginiň deňagramlylygyna garaýarys.

Şeýlelikde, taşlanan bölegiň täsirlerini kesilen sterženlere düşýän reaksiýa güýçleri bilen çalşyrýarys. Bu reaksiýa güýçlerini düwünlerden daşary ugrukdyrýarys, ýagny kesilen sterženler dartylýarlar diýip güman edýäris (eger reaksiýa güýçleriniň käbiri otrisatel bolsa, onda munuň özi degişli sterženiň gysylýandygyny aňladýar). Soňra fermanyň garalýan bölegi üçin deňagramlylyk deňlemelerini düzüp, näbellileri tapýarys.

Düwni kesmek usuly

Fermanyň haýsy-da bolsa bir düwnüni ýapyk çyzyk bilen kesip alýarys. Kesilip alnan düwünde näbelli reaksiýa güýçli sterženleriň sany ikiden artyk bolmaly däldir. Kesilip alnan düwne düşýän näbelli reaksiýa güýçleriniň ugruny düwünden daşary ugrukdyrýarys, ýagny sterženler dartylýar diýip güman edýäris. Eger tapylan bahalaryň käbiri otrisatel bolsa, onda munuň özi degişli sterženiň gysylýandygyny aňladýar. Her düwün üçin bir tekizlikde ýerleşen ýygnanýan güýçleriň deňagramlylygyna seretmeli bolýar. Deňagramlylyk deňlemeleri aşakdakydan ybaratdyr:

$$\sum F_x = 0; \qquad \sum F_y = 0.$$

Fermanyň ähli sterženlerinde döreýän güýçleri hasaplamak üçin ähli düwünleri kesip almaly we deňagramlylyk deňlemelerini çözmeli.

2.6.1. Meseleleri çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

1. Fermanyň statiki taýdan anykdygyny barlap görmeli. Statiki anyk fermalaryň sterženleriniň k sany bilen düwünleriniň n sanynyň arasyndaky baglanyşyk aşakdaky formula bilen kesgitlenilýär:

$$k = 2n - 3\ .$$

Seredilýän meseleleriň ählisi statiki kesgitlenýän fermalara degişli bolany üçin aýratyn barlaglar geçirilmeýär.

2. Bellibir ölçegde fermany gurmaly.

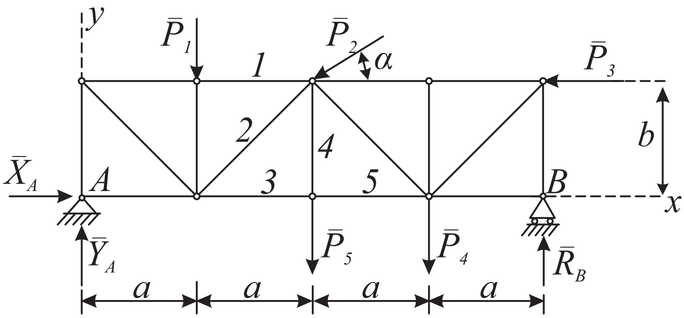
3. Deňagramlylyk deňlemelerini düzüp, daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

4. Düwni kesmek ýa-da Ritteriň usuly bilen sterženlere düşýän güýçleri kesgitlemeli. Netijeleri tablisada ýerleşdirip, her bir sterženiň dartylýandygyny ýa-da gysylýandygyny anyklamaly.

2.79-njy mesele. Tekiz ferma bäş sany $\overline{P}_1, ..., \overline{P}_5$ belli güýçler täsir edýär. A we B nokatlaryň daýanç reaksiýa güýçlerini tapmaly. Şeýle hem, 1, 2, 3 sterženlere düşýän güýçleri Ritteriň usuly bilen, 4, 5 sterženlere düşýän güýçleri bolsa düwni kesmek usuly bilen kesgitlemeli (*2.78-nji surat*). Güýçler kilonýutonda (*kN*), uzynlyklar metrde

(m) berlen. $\alpha = 300$, $a = b = 2$, $P_1 = 100$, $P_2 = 20$, $P_3 = 50$, $P_4 = 20$, $P_5 = 30$.

Çözülişi. Belli ölçegde fermany gurýarys (*2.78-nji surat*). Ilki bilen A we B daýanç nokatlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitleýäris:



2.78-nji surat

$$X_A - P_2 \cos\alpha - P_3 = 0;$$

$$Y_A + R_B - P_1 - P_2 \sin\alpha - P_4 - P_5 = 0;$$

$$\sum m_A (\bar{F}) = -P_1 \cdot a - P_5 \cdot 2a - P_4 \cdot 3a + R_B \cdot 4a + P_3 \cdot b +$$
$$+ P_2\, b\cos\alpha - P_2 \cdot 2a\sin\alpha = 0.$$

Meseläniň şertindäki bahalary ulanyp, sistemany çözeliň. Birinji deňlemeden $X_A = 67{,}3$ kN. Ahyrky deňlemeden $R_B = 43{,}2$ kN.

Ikinji deňlemeden Y_A-ny tapýarys: $Y_A = 116{,}8$ kN.

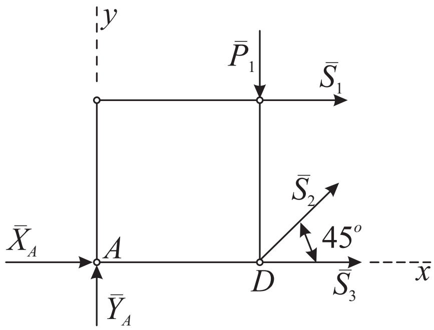
Ritteriň usulyny peýdalanyp, 1, 2, 3 sterženleriň üstünden geçýän çyzyk bilen fermany kesýäris, ýagny iki bölege bölýäris. Şu bölekleriň islendigi üçin deňagramlylyk deňlemelerini düzýäris (haýsy bölekde güýç az bolsa, şol bölegi alýarys).

Fermanyň çep bölegini alalyň. 2.79-njy surat esasynda deňagramlylyk deňlemelerini ýazalyň. Näbelli $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{S}_3$ güýçleri düwünden daşary tarapa ugrukdyryp, degişli sterženler dartylýarlar diýip çaklaýarys:

$$X_A + S_1 + S_3 + S_2 \cos 45° = 0;$$

$$Y_A - P_1 + S_2 \sin 45° = 0;$$

$$\sum m_D = -Y_A \cdot a - S_1 \cdot b = 0.$$

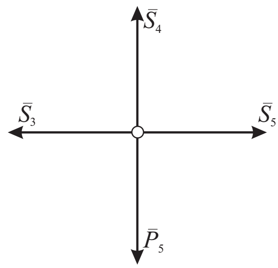


2.79-njy surat

Üçünji deňlemeden $S_1 = -116{,}8\ kN$, ikinji deňlemeden $S_2 = -23{,}7\ kN$. Birinji deňlemeden $S_3 = 66{,}3\ kN$.

Diýmek, 1, 2 sterženler gysylýarlar (otrisatel alamatly), 3 steržen dartylýar.

Indi M düwni fermadan kesip alalyň. Onda M nokatda S_3, S_4, S_5, P_5 ýygnanýan we deňagramlaşýan güýçler sistemasyny alarys (*2.80-nji surat*). Beýle sistema üçin iki sany deňagramlylyk deňlemelerini düzüp bilýäris:



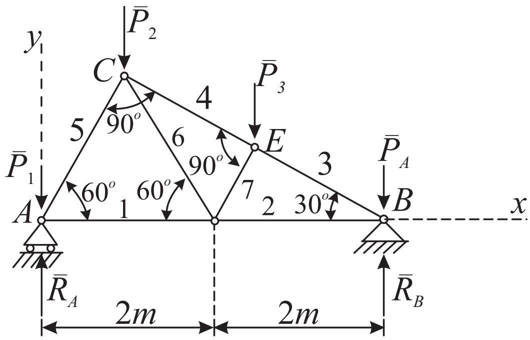
2.80-nji surat

$$-S_3 + S_5 = 0; \qquad S_4 - P_5 = 0.$$

Bu ýerden $S_5 = S_3 = 66{,}3\ kN$; $S_4 = P_5 = 30\ kN$.

2.80-nji mesele. Suratda görkezilen ferma dört sany wertikal güýç täsir edýär (*2.80-nji surat*): $P_1 = 10\ kN, P_2 = 20\ kN, P_3 = 20\ kN, P_4 = 10\ kN$. Fermanyň daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. Şeýle hem 1, 6, 4 sterženlere düşýän güýçleri Ritteriň usuly, 2, 3 sterženlere düşýän güýçleri bolsa düwni kesmek usuly bilen kesgitlemeli (2.81-nji suratda 1 *sm* 14 *m*-i aňladýar).

Çözülişi. Tutuş fermanyň deňagramlylygyna garalyň. Ozaly bilen daýanç nokatlardaky reaksiýalary tapalyň. Ferma üçin baglanyşyklar bolup B nokatdaky gozganmaýan şarnir we A nokatdaky tigirçekli gozganýan şarnir hyzmat edýär. Ferma diňe wertikal güýçler täsir edýänligi üçin daýanç reaksiýa güýçleri hem wertikaldyr. Olary $\bar{R}_A$, $\bar{R}_B$ diýip belgiläliň we iki sany deňagramlylyk deňlemesini ýazalyň:



2.81-nji surat

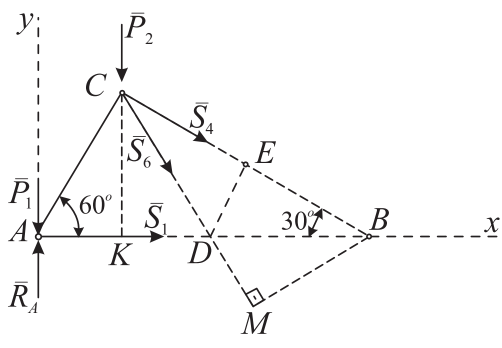
$$\sum F_y = R_A + R_B - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = 0;$$

$$\sum m_A(\overline{F}) = R_B 4 - P_4 4 - P_3 (2 + DE\cos 60°) - P_2 \cdot 1 = 0;$$

$$DE = DB \sin 30° = 1.$$

Ikinji deňlemeden $R_B = 27{,}5$ *kN*.
Birinji deňlemeden $R_A = 32{,}5$ *kN*.

Ritteriň usuly boýunça 1, 6, 4-nji sterženlerdäki reaksiýa güýçlerini hasaplalyň. Agzalan sterženleriň üsti bilen fermany kesýän çyzyk geçireliň. Fermanyň çep böleginiň deňagramlylygyna garalyň (*2.82-nji surat*). $\overline{S}_1$, $\overline{S}_4$, $\overline{S}_6$, güýçleri düwünden daşary ugrukdyryp, sterženler dartylýar diýip güman etmeli.



2.82-nji surat

Deňagramlylyk deňlemelerini düzeliň:

$\sum F_x = S_4 \cos30° + S_6 \cos60° + S_1 = 0;$

$\sum F_y = R_A - P_1 - P_2 - P_6 \sin60° - S_4 \sin30° = 0;$

$\sum m_C(\overline{F}) = S_1 \cdot CK + P_1 \cdot AK - R_A \cdot AK = 0.$

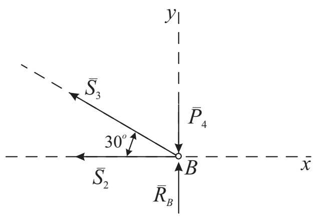
Bu ýerde $AK = CK \cdot \mathrm{ctg}60° = \dfrac{CK}{\sqrt{3}} = CK\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

Üçünji deňlemeden S_1-i tapalyň: $S_1 = 13\ kN$.

Birinji iki deňlemeden ybarat sistemany çözeliň:

$$\left.\begin{array}{l} S_4\dfrac{\sqrt{3}}{2} + S_6\dfrac{1}{2} = -13 \\ S_4 \cdot \dfrac{1}{2} + S_6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2,5 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_4 = -2,5\ kN \\ S_6 = 17,3\ kN \end{array}$$

Indi düwni kesmek usulyny ulanyp, 2, 3 sterženlere düşýän güýçleri kesgitläliň. Onuň üçin fermanyň B düwnüni kesip alalyň (*2.83-nji surat*) we deňagramlylygyna garalyň. Bu düwne berlen $\overline{P}4$ güýç, R_B reaksiýa güýji we $\overline{S}_2$, $\overline{S}_3$ güýçler täsir edýärler. $\overline{S}_2$, $\overline{S}_3$ güýçleri düwünden daşary ugrukdyrmak bilen ol sterženler dartylýar diýip güman edýäris.



2.83-nji surat

Tekizlikdäki ýygnanýan güýçler üçin iki sany deňagramlylyk deňlemesini düzeliň:

$$\sum F_x = -S_2 - S_3 \cos30° = 0;$$
$$\sum F_y = S_3 \sin30° - P_4 + R_B = 0.$$

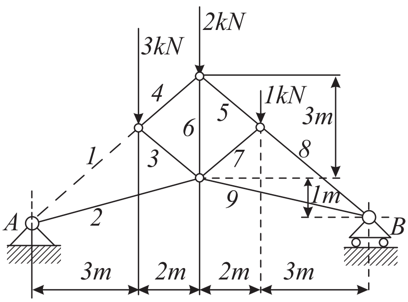
Ikinji deňlemeden $S_3 = -35\ kN$. Birinji deňlemeden $S_2 = \dfrac{35\sqrt{3}}{2}\ kN.$

2.6.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

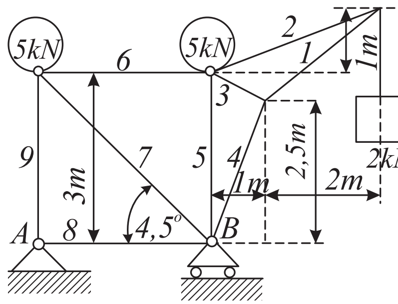
2.81-nji mesele. Suratda täsir edýän güýçler bilen birlikde görkezilen eşegarka germew fermasynyň (stropila fermasynyň) daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.84-nji surat*).

Jogaby: $R_A = 3{,}4\ kN$; $R_B = 2{,}6\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Döreýän güýçler, *kN*	–7,3	+5,8	–2,44	– 4,7	– 4,7	+ 3,9	–0,81	– 5,5	+4,44



2.84-nji surat



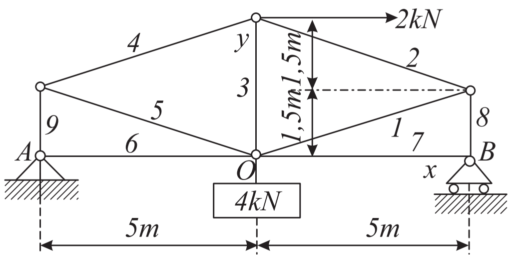
2.85-nji surat

2.82-nji mesele. Suratda täsir edýän güýçler bilen birlikde görkezilen kran fermasynyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçleri we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.85-nji surat*).

Jogaby: $R_A = 3\ kN$; $R_B = 9\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Döreýän güýçler, *kN*	–0,6	+5,1	–3,13	–5,4	–2,0	+2,0	–2,83	0	–3,0

2.83-nji mesele. Suratda täsir edýän güýçler bilen birlikde görkezilen desganyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli. Bu meselede, şeýle hem, indiki meselelerde, *Ox* ok *AB* gorizontal göni çyzyk boýunça saga, *Oy* ok bolsa wertikal boýunça ýokary ugrukdyrylan (*2.86-njy surat*).



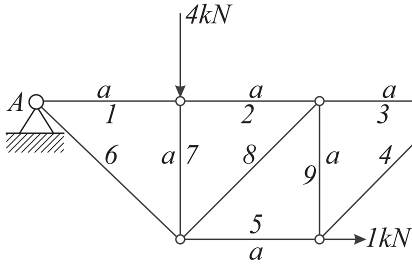
2.86-njy surat

Jogaby: $X_A = -2\ kN$; $Y_A = 1,4\ kN$; $Y_B = 2,6\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Döreýän güýçler, *kN*	+4,5	–4,5	+2	–2,44	+2,44	+2	0	–2,6	–1,4

2.84-nji mesele. Suratda ýükleri bilen bile görkezilen fermanyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.87-nji surat*).

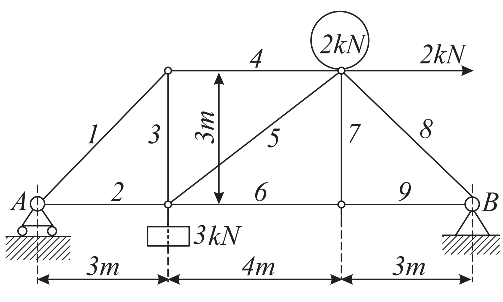
Jogaby: $X_A = -1\ kN$; $Y_A = 3\ kN$; $Y_B = 1\ kN$.



2.87-nji surat

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Döreýän güýçler, *kN*	–2	–2	–1	+1,41	+2	+4,24	–4	+1,41	–1

2.85-nji mesele. Suratda goýlan güýçleri bilen bile görkezilen köpri fermasynyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.88-nji surat*).

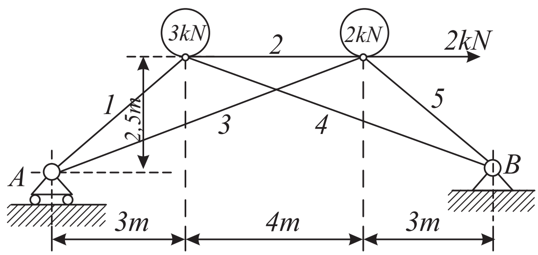


2.88-nji surat

Jogaby: $Y_A = 2{,}1\ kN$, $X_B = -2\ kN$, $Y_B = 2{,}9\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Döreýän güýçler, *kN*	–2,97	+2,1	+2,1	–2,1	+1,5	+0,9	0	–4,1	+0,9

2.86-njy mesele. Suratda täsir edýän güýçler bilen birlikde görkezilen desganyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli, 3 we 4 sterženler bir-biri bilen kesişme nokadynda şarnir bilen birikdirilmedik *(2.89-njy surat)*.

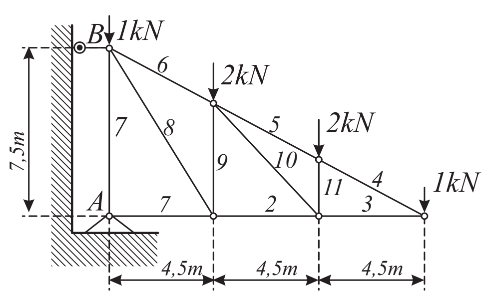


2.89-njy surat

Jogaby: $Y_A = 2{,}2\ kN$; $X_B = -2\ kN$; $Y_B = 2{,}8\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5
Döreýän güýçler, kN	–6	–7	+4,9	+2,53	–5,7

2.87-nji mesele. Suratda goýlan güýçleri bilen bile görkezilen asma çatynyň daýançlaryndaky reaksiýa güýçlerini we sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.90-njy surat*).

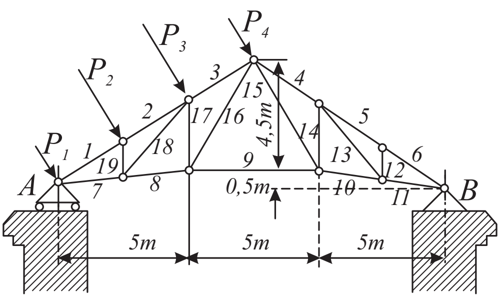


2.90-njy surat

Jogaby: $X_A = 5{,}4\ kN$; $Y_A = 6\ kN$; $Y_B = 25{,}4\ kN$.

Sterženiň belgisi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Döreýän güýçler, *kN*	–5,4	–3,6	–1,8	+2,06	+2,06	4,1	–6	+3,5	–3	+2,7	–2

2.88-nji mesele. Deň panelli stropila fermasynyň düwünlerinde şemalyň basyşyndan üçege perpendikulýar bolan: $P_1 = P_4 = 312{,}5\ N$ we $P_2 = P_3 = 625\ N$ güýçler döreýär. Ölçegler suratda görkezilen. Şemalyň täsirinden daýançlarda döreýän reaksiýa güýçlerini we fermanyň sterženlerinde döreýän güýçleri kesgitlemeli (*2.91-nji surat*).



2.91-nji surat

Jogaby: $Y_A = 997\ N$, $X_B = 1040\ N$, $Y_B = 563\ N$, $S_1 = –1525\ N$, $S_2 = –1940\ N$, $S_3 = –1560\ N$, $S_4 = S_5 = S_6 = –970\ N$, $S_7 = +1100\ N$, $S_8 = 440\ N$, $S_9 = –215\ N$, $S_{10} = S_{11} = –230\ N$, $S_{12} = S_{13} = S_{14} = 0$, $S_{15} = –26\ N$, $S_{16} = +1340\ N$, $S_{17} = –1130\ N$, $S_{18} = +1050\ N$, $S_{19} = –750\ N$.

3. GIŇIŞLIKDE BERLEN ERKIN GÜÝÇLER SISTEMASY

3.1. Täsir çyzyklary bir nokatda kesişýän güýçler sistemasynyň (ýygnanýan güýçler) deňagramlaşmagy. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

Seredilјek meseleler giňişlikdäki ýygnanýan güýçler sistemasynyň deňagramlylygyna degişlidir. Şeýle güýçler ulgamynyň deňagramlylyk şertleri aşakdaky deňlemeler bilen berilýär:

$$\sum F_x = 0, \qquad \sum F_y = 0, \qquad \sum F_z = 0,$$

ýagny güýçleriň islendik koordinata oklaryna proýeksiýalarynyň algebraik jemleri nola deň bolmaly.

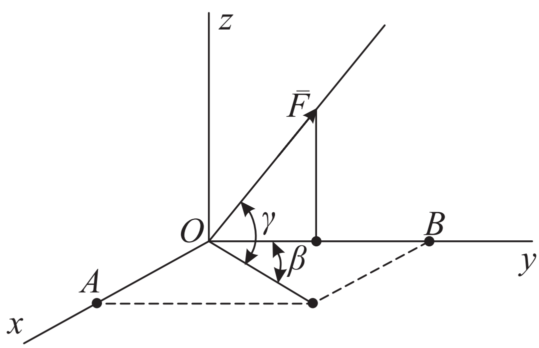
Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler.

Näbelli ululyklary tapmak üçin jisimiň haýsy böleginiň deňagramlylygyna garamalydygyny anyklamaly.

Baglanyşyklardan boşadyp, olaryň täsirlerini reaksiýa güýçleri bilen çalşyrmaly. Berlen güýçleri görkezmeli.

Koordinata oklaryny, bu oklar bilen güýçleriň ugurlarynyň emele getirýän burçlary anyk ýa-da aňsat tapylar ýaly edip, ugrukdyrmaly.

Güýçler bilen koordinata tekizlikleriniň arasyndaky burçlar mälim bolsa, güýçleriň oka proýeksiýasyny tapmak üçin, ony iki gezek proýektirlemeli, ýagny güýji ilki okuň ýatan tekizligine, soňra şu proýeksiýany degişli oka proýektirlemeli (*3.1-nji surat*).



3.1-nji surat

$$OB = F_y = F \cdot \cos\gamma \cdot \cos\beta,$$
$$OA = F_x = F\cos\gamma \cdot \sin\beta.$$

5. Käbir meselelerde burçlar berilmän, konstruksiýanyň elementleriniň uzynlyklary berilýär. Şular ýaly meselelerde berlen uzynlyk bahalaryndan peýdalanyp, ilki bilen burçlary kesgitlemeli.

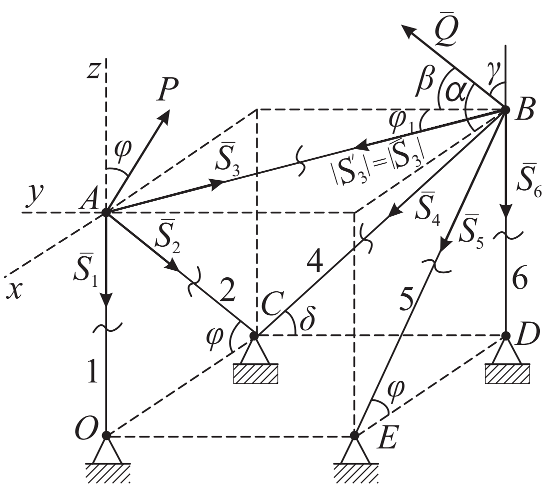
6. Deňagramlylyk deňlemelerini düzüp, olardan näbellileri tapmaly. Näbellileriň alamatlary esasynda olaryň hakyky ugurlaryny anyklamaly.

3.1-nji mesele. Agramsyz sterženleriň altysy *C, D, E, O* gozganmaýan nokatlara daýanyp, *A* we *B* nokatlarda şarnirleriň kömegi bilen özara berkidilipdir (*3.2-nji surat*). *A* we *B* şarnirlere $\overline{P}$ we $\overline{Q}$ güýçler goýlan. $\overline{P}$ güýç *zAy* tekizlikde ýatyp, *Az* ok bilen φ burçy emele getirýär. $\overline{Q}$ güýç koordinata oklary bilen α, β, γ burçlary emele getirýär. Sterženlere düşýän güýçleri kesgitlemeli. $\alpha = 30°$, $\beta° = 60$, $\gamma = 90°$, $\varphi = 60°$, $\psi = 60°$, $\delta = 30$, $P = 3600\ N$, $Q = 4200\ N$.

Çözülişi. Mesele giňişlikde ýerleşen ýygnanýan güýçler sistemasyna degişlidir. Belli *P, Q* güýçleriň täsiri astyndaky agramsyz steržaverleriň altysynyň gysylma ýa-da dartylma güýçlerini kesgitlemeli. Bu güýçleri $S_1, S_2, \ldots S_6$, bilen belgiläliň. Ilki bilen *A* düwni kesýäris. S_1, S_2, S_3 reaksiýa güýçlerini düwünden daşary ugrukdyrýarys, ýagny sterženler dartylýarlar.

Şuňa meňzeş edip *B* düwni hem kesýäris we üç sany deňagramlylyk deňlemesini düzýäris. *A* we *B* düwün üçin 3-nji sterženumumydyr. *B* düwne täsir edýän güýji $|\overline{S_3'}|$ bilen belgilesek, bu güýç *A* düwne täsir edýän $\overline{S_3}$ güýje ululygy boýunça deň ugry boýunça garşylyklydyr. Ýagny $|\overline{S_3'}| = |\overline{S_3}|$. Deňleme düzenimizde bu bellikden peýdalanýarys.

Goşmaça φ_1 burçy girizip, deňagramlylyk deňlemelerini düzýäris.



3.2-nji surat

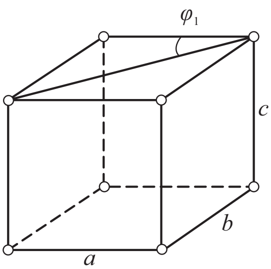
A düwün üçin:

$$\begin{aligned} &-S_3 \sin \varphi_1 - S_2 \cos \psi = 0, \\ &-P\sin \varphi - S_3 \cos \varphi_1 = 0, \\ &P\cos \varphi - S_1 - S_2 \sin \psi = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

B düwün üçin:

$|\overline{S}_3| = |S'_3|$

$$\begin{aligned} &S_3 \sin \varphi_1 + S_5 \cos \psi + Q \cos \alpha = 0, \\ &S_3 \cos \varphi_1 + S_4 \cos \delta + Q \cos \beta = 0, \\ &-S_4 \sin \delta - S_5 \sin \psi - S_6 + Q \cos \gamma = 0. \end{aligned} \tag{2}$$



3.3-nji surat

Ilki bilen $\sin\varphi_1$, $\cos\varphi_1$ ululyklary tapalyň. Parallelepipediň degişli gapyrgalaryny *a, b, c* bilen belgiläliň (*3.3-nji surat*).

Onda:

$$\frac{a}{c} = \text{tg}\,\delta = \text{tg}\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\frac{b}{c} = \text{tg}\,\psi = \text{tg}\,60° = \sqrt{3};$$

$$\frac{a}{b} = 3,\ a = 3b,\ \sin \varphi_1 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{b}{b\sqrt{10}} = 0{,}32.$$

$$\cos\varphi_1 = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = 0{,}96.$$

Meseläniň şertindäki bahalardan peýdalanyp, (1), (2) sistemany ýazalyň:

$$-S_3 \cdot 0{,}32 - S_2 \cdot 0{,}5 = 0; \tag{3}$$

$$-3600 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - S_3 \cdot 0{,}96 = 0; \tag{4}$$

$$3600 \cdot \frac{1}{2} - S_1 - S_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0; \tag{5}$$

$$S_3 \cdot 0{,}32 + S_5 \cdot 0{,}5 - 4200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0; \tag{6}$$

$$S_3 \cdot 0{,}96 + S_4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4200 \cdot 0{,}5 = 0; \tag{7}$$

$$-S_4 \cdot 0{,}5 - S_5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - S_6 = 0. \qquad (8)$$

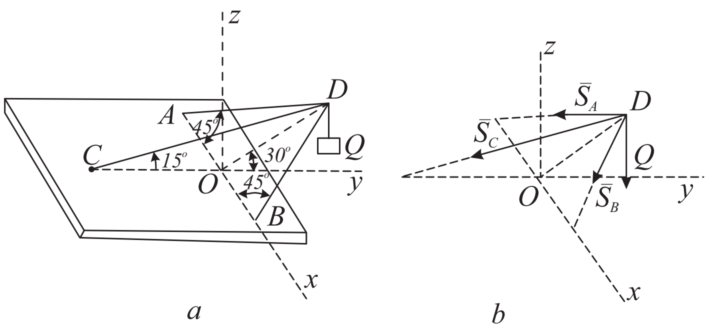
Sistemany çözýäris:

4-den $S_3 = -3220$ N; 3-den $S_2 = 2060$ N; 5-den $S_1 = 20$ N; 6-dan $S_5 = 9320$ N; 7-den $S_4 = 1150$ N; 8-den $S_6 = -8585$ N.

S_3, S_6-nyň bahalarynyň minus alamatly bolmagy, üçünji we altynjy sterženleriň gysylýandygyny aňladýar.

3.2-nji mesele. $Q = 10$ kN agramly ýük suratda görkezilişi ýaly D nokatdan asylypdyr (*3.4-nji a surat*). *A, B, C, D* nokatlarda sterženler şarnirli berkidilen. Sterženlerdäki zorukmalary (sterženlere düşýän güýçleri) kesgitlemeli.

Çözülişi. D düwni kesip, onuň deňagramlylygyna garaýarys. Bu düwne Q işjeň güýç täsir edýär. Baglanyşyklar bolup üç sany steržen hyzmat edýär. Sterženleriň ujundaky berkitmeler şarnirli bolany üçin (sterženler agramsyz hasap edilýär) olaryň reaksiýa güýçlerini (zorukmalaryny) sterženleriň ugry boýunça düwünden daşary ugrukdyrýarys we $\bar{S}_A, \bar{S}_B, \bar{S}_C$ bilen belgileýäris (*3.4-nji b surat*).



3.4-nji surat

Giňişlikde D nokat üçin ýygnanýan güýçleriň sistemasynyň deňagramlylyk deňlemelerini ýazýarys:

$S_B \cos 45° - S_A \cos 45° = 0;$

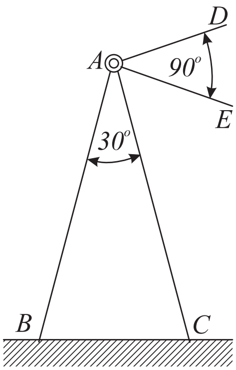
$-S_B \cos 45° \cos 30° - S_A \cos 45° \cos 30° - S_C \cos 15° = 0;$

$-S_B \cos 45° \cos 60° - S_A \cos 60° \cos 45° - S_C \cos 75° - Q = 0.$

S_A, S_B güýçler *y, z* oklara proýektirlenende iki gezek proýektirlemek usulyndan peýdalanyldy, ýagny güýçler ilki *yOz* tekizligine proýektirlendi, soňra bolsa y we z oklara proýektirlendi. Deňlemeler sistemasyny çözüp taparys: $S_A = S_B = -26{,}4\ kN$; $S_C = 33{,}5\ kN$.

AD, BD sterženler gysylýarlar (bahasy minus alamatly bolany üçin), *CD* steržen dartylýar.

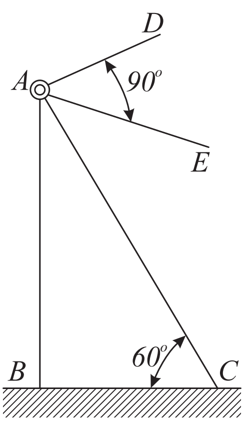
3.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler



3.5-nji surat

3.3-nji mesele. Burçda duran sütün uçlary şarnirli birikdirilen, ýapgytlygy birmeňzeş bolan *AB* we *AC* pürslerden ybarat. Burç *BAC* = 30°. Sütün bir-biri bilen göni burç emele getirýän iki sany *AD* we *AE* gorizontal simleri saklap dur. Her simiň dartyş güýji 1 *kN*. *BAC* tekizlik *DAE* burçy deň ikä bölýär diýip hasaplap, pürslerdäki zorukmany (usiliýe) kesgitlemeli. Pürsleriň agramlary hasaba alynmaly däl (*3.5-nji surat*).

Jogaby: $S_B = -S_C = 2{,}73\ kN$.



3.6-njy surat

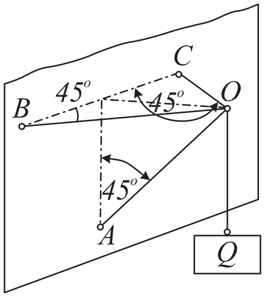
3.4-nji mesele. Telegraf liniýasynyň gorizontal simleri *AC* diregi bolan bolan *AB* telegraf sütünine asylan bolup, *DAE* = 90° burç emele getirýär. *AD* we *AE* simleriň dartylyş güýji degişlilikde 120 *N* we 160 *N*. *A* nokatdaky birikdiriş şarnirli baglanyşykdan ybarat. *BAC* we *BAE* tekizlikleriň arasyndaky α burçuň şeýle bahasy tapylsyn, ýagny sütüni gapdala egýän güýç döremesin. Şeýle hem diregdäki *S* zorukmany kesgitlemeli. Direg gorizontal ugra görä 60° burç bilen goýlan. Sütüniň we diregiň agramy hasaba alynmaly däl (*3.6-njy surat*).

Jogap: $\alpha = \arcsin(3/5) = 36°50'$, $S = -\ 400N$.

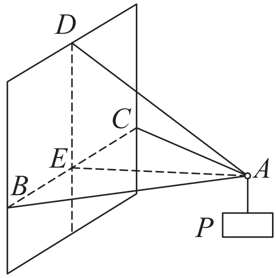
3.5-nji mesele. Q = 100 *N* ýüki *AO* pürs we birmeňzeş uzynlykdaky gorizontal *BO* we *CO* zynjyrlar saklaýar. Pürs *A* nokatda şarnir bilen birikdirilen we gorizontal ugra 45° burç bilen egilen,

$\angle CBO = \angle BCO = 45°$. Pürsdäki S zorukmany we zynjyrlaryň T dartylyş güýçlerini kesgitlemeli (*3.7-nji surat*).

Jogaby: $S = –141\ N$, $T = 71\ N$.



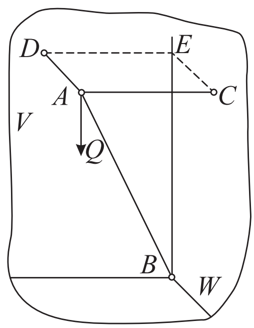
3.7-nji surat



3.8-nji surat

3.6-njy mesele. Eger $\angle CBA = \angle BCA = 60°$, $\angle EAD = 30°$ bolsa, AB we AC sterženlerdäki S_1 we S_2 zorukmalary hem-de AD tanapdaky T zorukmany tapmaly. P ýüküň agramy 300 N. ABC tekizlik gorizontal, sterženler A, B we C nokatlarda şarnirler bilen birikdirilen (*3.8-nji surat*).

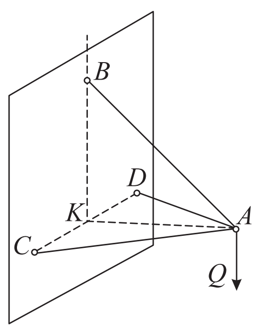
Jogaby: $T = 600\ N$, $S_1 = S_2 = –300\ N$.



3.9-njy surat

3.7-nji mesele. Agramy 320 N bolan Q ýüki saklap duran AB steržendäki, AC we AD zynjyrlardaky zorukmalary kesgitlemeli. AB =145 *sm*, AC = 80 *sm*, AD= 60 *sm*, $CADE$ gönüburçlugyň tekizligi gorizontal, V we W tekizlikler bolsa wertikal. B nokatda şarnir bar (*3.9-njy surat*).

Jogaby: $T_D = 240\ N$, $T_D = –580\ N$.



3.10-njy surat

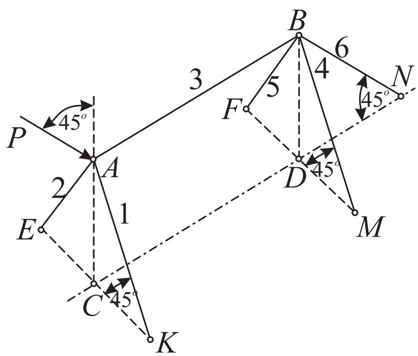
3.8-nji mesele. Agramy 180 N bolan Q ýüki saklap duran AB trosdaky hem-de AC we AD sterženlerdäki zorukmalary kesgitlemeli. AB =170 *sm*, $AC = AD$ = 100 *sm*, CD = 120 *sm*, $KC = KD$ we CDA üçburçlugyň tekizligi gorizontal. Sterženler A, C we D nokatlarda şarnir bilen birikdirilen (*3.10-njy surat*).

Jogaby: 204 N, –60 N.

3.9-njy mesele. Iki tanap bilen saklanýan howa şaryna şemal täsir edýär. Tanaplar bir-biri bilen göni burç emele getirýärler. Olaryň duran tekizligi gorizontal tekizlik bilen 60° burç emele getirýär. Şemalyň ugry şu tekizlikleriň kesişme çyzygyna perpendikulýar we ýeriň üstüne parallel. Şar we onuň içindäki gazyň agramy 2,5 *kN*, şaryň göwrümi 215,4 m^3; 1 m^3 howanyň agramy 13 *N*. Şara täsir edýän ähli güýçleriň täsir çyzyklary şaryň merkezinde kesişýär diýip hasap edip, tanaplaryň T_1 we T_2 dartyş güýçlerini we şemalyň şara düşýän basyş güýçleriniň *P* deňtäsiredijisini kesgitlemeli.

Jogaby: $T_1 = T_2 = 245\ N$, $P = 173N$.

3.10-njy mesele. Suratda alty sany 1, 2, 3, 4, 5, 6 steržénden düzülen giňişlik fermasy görkezilen. $\overline{P}$ güýç *ABCD* gönüburçlugyň tekizligindäki *A* düwne täsir edýär. Bu ýagdaýda onuň täsir çyzygy *CA* wertikal bilen 45° burç emele getirýär. $\Delta EAK = \Delta FBM$. Deňýanly *EAK, FBM* we *NDB* üçburçluklaryň *A, B* we *D* depelerindäki burçlar göni burçlar. Eger $P = 1\ kN$ bolsa, steržénlerdäki zorukmalary kesgitlemeli (*3.11-nji surat*).

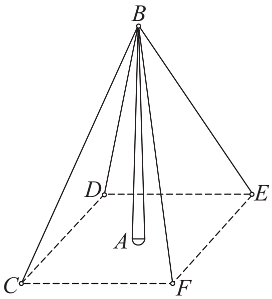


3.11-nji surat

Jogaby: $S_1 = -0{,}5\ kN$, $S_2 = -0{,}5\ kN$, $S_3 = -0{,}707\ kN$,
$S_4 = +0{,}5\ kN$, $S_5 = +0{,}5\ kN$, $S_6 = -1\ kN$.

3.11-nji mesele. *AB* bogaldagy (maçtany) simmetrik ýerleşen dört sany dartgyç wertikal ýagdaýda saklap dur. Her iki ýandaş dartgyçlaryň arasyndaky burç 60º. Eger dartgyçlaryň her biriniň dartyş güýji 1 *kN* we bogaldagyň agramy 2 *kN* bolsa, bogaldagyň ýere basyşyny kesgitlemeli (*3.12-nji surat*).

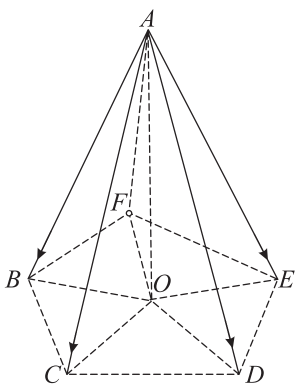
Jogaby: 4,83 *kN*.



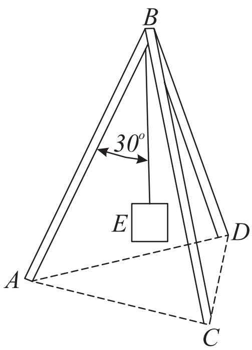
3.12-nji surat

3.12-nji mesele. Bäşburçly dogry piramidanyň *AB, AC, AD* we *AE* gapyrgasy, 1 metri 1 *N* güýje gabat gelýän masştabda dört sany güýjüň mukdary we ugry görkezilen. Piramidanyň beýikligi *AO* = 10 *m* we piramidanyň esasynyň daşyndan çyzylan töweregiň radiusy *OC* = 4,5 *m* bolsa, deňtäsirediji *R* we deňtäsiredijiniň esas bilen kesişen nokadyndan *O* nokada çenli bolan *x* aralygy kesgitlemeli (*3.13-nji surat*).

Jogaby: *R* = 40,25 *N*, *x* = 1,125 *m*.



3.13-nji surat



3.14-nji surat

3.13-nji mesele. *ABCD* üçaýagyň *B* depesine agramy 100 *N* bolan *E* ýük asylan. Aýaklarynyň uzynlygy bir-birine deň bolup, olar gorizontal pola berkidilen we özara deň burçlary emele getirýärler. Eger aýaklar *BE* ýüp bilen 30º burç emele getirýän bolsa, onda her bir aýakdaky zorukmany kesgitlemeli (*3.14-nji surat*).

Jogaby: 3,85 *N*.

3.3. Giňişlikde berlen güýçler sistemasyny ýönekeý görnüşe getirmek. Ugrukdyryjy materiallar. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

Bu meseleler aşakdaky teorema esasynda çözülýär: ***islendik ýagdaýda giňişlikde erkin ýerleşen güýçler sistemasy baş wektor diýlip atlandyrylan bir güýje $(\overline{R}')$ we momenti baş momente $(\overline{M}_0)$ deň bolan bir jübüt güýje getirilýär.***

Baş wektor $(\overline{R}')$ getirme merkezine (islendik O nokat) goýulýar we berlen güýçleriň geometrik jemine deňdir:

$$\overline{R}' = \sum \overline{F}.$$

$\overline{M}_0$ baş wektor moment ähli güýçleriň getirme merkezine (O nokada) görä momentleriň geometrik jemine deňdir:

$$\overline{M}_0 = \sum \overline{m}_0(\overline{F}).$$

$\overline{R}'$ baş wektor ululygy we ugry boýunça aşakdaky formulalar bilen tapylýar:

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y + R'^2_z};$$

$$\cos(\overline{R}', x) = \frac{R_x}{R'},\quad \cos(\overline{R}', y) = \frac{R'_x}{R'},\quad \cos(\overline{R}', z) = \frac{R'_z}{R'}.$$

Bu ýerde $R'_x = \sum F_x,\ R'_y = \sum F_y,\ R'_z = \sum F_z$ $\overline{R}'$ baş wektoryň koordinata oklaryna proýeksiýalary degişli bolup, güýçleriň proeksiýalarynyň algebraik jemi hyzmat edýär.

$\overline{M}_O$ baş wektor moment ululygy we ugry boýunça şeýle tapylýar:

$$M_O = \sqrt{M^2_{Ox} + M^2_{Oy} + M^2_{Oz}},$$

$$\cos(\overline{M}_O, x) = \frac{M_{Ox}}{M_O},\quad \cos(\overline{M}_O, y) = \frac{M_{Oy}}{M_O},$$

$$\cos(\overline{M}_O, z) = \frac{M_{Oz}}{M_O}.$$

M_{Ox}, M_{Oy}, M_{Oz} degişli oklara görä berlen güýçleriň momentleriniň algebraik jemidir we $\overline{M}_O$ wektoryň koordinata oklaryna proýeksiýalarydyr. Aýratyn hususy hallaryň gabat gelmegi mümkin. Ony mesele çözülýärkä barlamak bolar.

Meseläni çözmegiň tertibi boýunça käbir görkezmeler:

a) Getirme merkezini koordinatalar başlangyjy bilen gabat getirmeli we koordinata oklaryny mesele çözmäge amatly bolar ýaly edip ugrukdyrmaly.

b) $\overline{R}'$ baş wektoryň, $\overline{M}_O$ baş momentiň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny tapmaly.

Indi giňişlikdäki güýçleriň nähili ýönekeý görnüşe getirilýändigini barlamak bolýar. Aşakdaky ýaly ýagdaýlaryň gabat gelmegi mümkin:

1. a) $\overline{M}_O = 0$, $\overline{R}' \neq 0$. Güýçler sistemasy täsir ediji çyzygy O getirme merkezinden geçýän deňtäsiredijä öwrülýär.

b) $\overline{M}_O \neq 0$, $\overline{R}' \neq 0$ we $\overline{R}' \perp \overline{M}_O$ Bu ýagdaýda güýçler bir deňtäsiredijä gelýärler. Deňtäsirediji güýç O nokatdan $OO_1 = \dfrac{M_O}{R'}$ daşlykda baş wektora parallel geçýär. $\overline{R}'$ we $\overline{M}_O$-nyň perpendikulýarlyk şerti aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\overline{R}'\,\overline{M}_0 = R'_x M_{Ox} + R'_y M_{Oy} + R'_z M_{Oz} = 0.$$

2. a) $M_O \neq 0$, $\overline{R}' \neq 0$, $\overline{M}_O \| \overline{R}'$ güýçler sistemasy dinamo gelýär. Dinamonyň oky O getirme merkezinden geçýär.

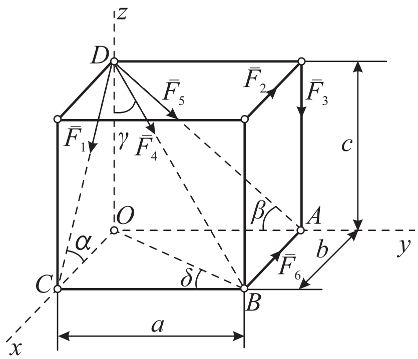
b) $\overline{M}_O \neq 0$, $\overline{R}' \neq 0$, $\overline{M}_O$ we $\overline{R}'$ wektorlar özara parallel hem, perpendikulýar hem däl. Güýçler sistemasy bu ýagdaýda hem dinamo gelýär. Dinamonyň oky O getirme merkezinden $OO_1 = \dfrac{M \cdot \sin(\overline{R}', M_0)}{R'}$ daşlykda $\overline{R}'$ güýje parallel geçýär. Dinamonyň ýa-da dinamiki wintiň okunyň deňlemesini ýazalyň:

$$\frac{M_{Ox} - (y \cdot R'_z - z \cdot R'_y)}{R'_x} = \frac{M_{Oy} - (zR'_x - xR'_x)}{R'_y} = \frac{M_{Oz} - (xR'_y - yR'_x)}{R'_z}.$$

3. $\overline{M}_O \neq 0$; $\overline{R}' = 0$ güýçler sistemasy bir jübüt güýje getirilýär. Bu jübütiň momenti O getirme merkezine bagly däl.

4. $\overline{R}' = 0$, $\overline{M}_O = 0$. Güýçler sistemasy deňagramlaşýar.

3.14-nji mesele. Ölçegleri *a, b, c* bolan gönüburçly parallelepipede $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_6$ güýçler sistemasy täsir edýär. Koordinatalar başlangyjyna (O) görä baş wektory (ululygy we ugry boýunça) we baş momenti (ululygy we ugry boýunça) kesgitlemeli. Berlen güýçler



3.15-nji surat

sistemasy nähili ýönekeý görnüşe getirilýär?

Berlen: $F_1 = 100\ kN$, $F_2 = 1500\ kN$, $F_3 = 100\ kN$, $F_4 = 130\ kN$, $F_5 = 120\ kN$, $F_6 = 100\ kN$, $a = 50\ sm$, $\alpha = 450, \beta = 45°$ (*3.15-nji surat*).

Çözülişi. Ilki bilen $\overline{R}'$ baş wektoryň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny aşakdaky ýaly kesgitläliň:

$$\left.\begin{aligned} R'_x &= F_1\cos\alpha - F_2 - F_6 + F_4\sin\gamma\sin\delta, \\ R'_y &= F_4\sin\gamma\cdot\cos\delta + F_5\cos\beta, \\ R'_z &= - F_1\sin\alpha - F_4\cos\gamma - F_5\sin\beta - F_3 \end{aligned}\right\}. \qquad (1)$$

Indi baş momentiň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny kesgitläliň:

$$\left.\begin{aligned} M_{Ox} &= -(F_4\sin\gamma\cos\delta)c - (F_5\cos\beta)c - F_3 d, \\ M_{Oy} &= (F_4\sin\gamma\sin\delta)c + (F_1\cos\alpha)c - F_2 c, \\ M_{Oz} &= F_6 a + F_2 a \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

(1), (2) sistemalara girýän kömekçi näbellileri, ýagny b, c, $\sin\gamma$, $\cos\gamma$, $\sin\delta$, $\cos\delta$ ululyklary kesgitläliň:

ΔDOA-dan $c = a\text{tg}45° = a$.

ΔCOD-dan $\alpha = 45°$ bolany üçin $b = c = a$.

Diýmek, $a = b = c$, ΔOCB-dan $OB = \sqrt{OC^2 + CB^2} = a\sqrt{2}$.

$\alpha = 4°$. ΔDOB-dan $\sin\gamma = \dfrac{OB}{DB} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $\cos\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(1), (2) sistemalarda meseläniň şertinde berlen bahalary goýup alarys:

$R'_x = -104\ kN$, $R'_y = 160\ kN$, $R'_z = -330\ kN$.

$M_{Ox} = -13000\ kN\ sm$, $M_{Oy} = -200\ kN\ sm$, $M_{Oz} = 12500\ kN\ sm$.

Indi baş wektory we baş momenti ululygy we ugry boýunça ýokardaky formulalardan peýdalanyp, aşakdaky ýaly kesgitläliň:

$R' = 380\ kN$. $\cos(\overline{R'}, x) = -0{,}28$, $\cos(\overline{R'}, y) = 0{,}42$, $\cos(\overline{R'}, z) = -0{,}12$.
$M_O = 18000\ kN\ sm$, $\cos(\overline{M}_O, x) = -0{,}72$,
$\cos(\overline{M}_O, y) = -0{,}01$, $\cos(\overline{M}_O, z) = -0{,}69$.

Görşümiz ýaly baş wektor we baş moment nola deň däl, ýagny $\overline{R'} \neq 0$, $\overline{M}_O \neq 0$. Eger $\overline{R'}$ we $\overline{M}_O$ özara perpendikulýar bolsalar, onda güýçler sistemasy deňtäsiredijä gelýär.

Barlamak arkaly $\overline{R'}\ \overline{M}_O \neq 0$ bolýandygyny anyklaýarys.

Diýmek, berlen güýç sistemasy deňtäsiredijä getirilmän, dinamo getirilýär. Wal okunyň deňlemesini ýazalyň:

$$\frac{-13000-(330\,y+160\,z)}{-104} = \frac{-200+(104\,z-330\,x)}{160} =$$
$$= \frac{12500-(160\,x+104\,y)}{-330}$$

3.15-nji mesele. Üç nokada täsir edýän üç güýç berlen: $\overline{F}_1$ (3, 5, 4) güýç (0, 2, 1) nokada, $\overline{F}_2$ (–2, 2, –6) güýç (1, –1,3) nokada we $\overline{F}_3$ (–1, –7,2) güýç (2, 3, 1) nokada täsir edýär. Şu güýçleri koordinata başlangyjyna getirmeli. Güýçler nýutonda (*N*), koordinatalar metrde (*m*) berlen.

Çözülişi. Eger $\overline{F_i}$ güýjüň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny F_{xi}, F_{yi}, F_{zi} bilen we täsir edýän nokadynyň koordinatalaryny (x_i, y_i, z_i) bilen belgilesek, onda güýjüň oklara görä momentleri aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$\left.\begin{aligned} M_x(\overline{F}i) &= y_i \cdot F_{zi} - z_i F_{yi} \\ M_y(\overline{F}i) &= z_i \cdot F_{xi} - x_i F_{zi} \\ M_z(\overline{F}i) &= x_i \cdot F_{yi} - y_i F_{xi} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Indi $\overline{R'}$ baş wektory we $\overline{M}_0$ baş momenti hasaplalyň:

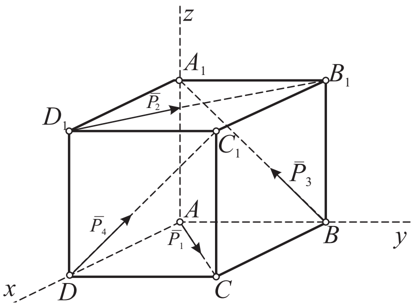
$R'_x = 0, \qquad R'_y = 0, \qquad R'_z = 0.$

Diýmek, R' baş wektor $R' = 0$

Sistemanyň $\overline{M}_O$ baş momentiniň ululygyny we ugruny tapalyň: Bu ýerde (1) formuladan peýdalanýarys:

$M_{Ox} = 16$. Şuňa meňzeşlikde $M_{Oy} = -2$, $M_{Oz} = -17$. Diýmek, baş moment $M_0 = 23{,}43\ N{\cdot}m$.

Baş wektor nola deň bolany üçin sistema – momenti baş momente deň bolan bir jübüt güýje getirilýär.



3.16-njy surat

3.16-njy mesele. Kubuň A, D_1, B we D depelerine birmeňzeş dört sany $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = PN$ güýç goýlan *(3.16-njy surat)*. P_1 güýç AC boýunça, P_2 güýç D_1B_1 boýunça, P_3 güýç BA_1 boýunça, P_4 güýç DC_1 boýunça ugrukdyrylan. Bu sistemany ýönekeý görnüşe getirmeli.

Çözülişi. A nokady getirme merkezi diýip kabul edeliň we koordinata oklaryny suratdaky ýaly edip ugrukdyralyň *(3.16-njy sur. ser.)*. $\overline{R'}$ baş wektor ululygy we ugry boýunça belli formulalaryň esasynda kesgitläliň:

$$R'_x = 0; \quad R'_y = P\sqrt{2}; \quad R'_z = P\sqrt{2}.$$

Diýmek, $R' = 2P$; $\cos(\overline{R'}, x) = 0$; $\cos(\overline{R'}, y) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45°$,

$\cos(\overline{R'}, Z) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45°$.

Ýa-da $(\widehat{\overline{R'}, x}) = 90°$, $(\widehat{\overline{R'}, y}) = 45°$, $(\widehat{\overline{R'}, z}) = 45°$.

Ýagny $\overline{R'}$ baş wektor kubuň AA_1B_1B granynda ýerleşip, AB_1 boýunça ugrukdyrylan.

Kubuň tarapyny a diýip kabul edeliň we $\overline{M}_O$ baş momentiň ululygyny we ugruny belli formulalar esasynda hasaplalyň:

$$M_{Ax} = 0,\ M_{Ay} = -Pa\sqrt{2},\ M_{Az} = Pa\sqrt{2},\ M_A = 2Pa;$$

$$\cos(\overline{M}_A, x) = \cos 90°,\ \cos(\overline{M}_A, y) = \cos 135°;$$

$$\cos(\overline{M}_A, z) = \cos 45°.$$

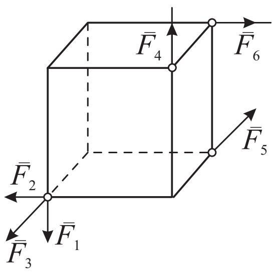
Diýmek, $(\widehat{\overline{M}_A, x}) = 90°$; $(\widehat{\overline{M}_A, y}) = 135°$; $(\widehat{\overline{M}_A, z}) = 45°$.

$\overline{M}_A$ baş moment yAz tekizlikde ýatyp, Az ok bilen 45°, Ay ok bilen 135° burçy emele getirýär. Diýmek, $\overline{M}_A \perp \overline{R'}$. Şu perpendikulýarlyk şertini aşakdaky formula esasynda barlamak bolýar, ýagny $(\overline{R}, \overline{M}_A) = 0$, $R'_x M_x + R'_y M_y + R'_z M_z = 0$. Şeýlelikde, $\overline{R'} \perp \overline{M}_A$.

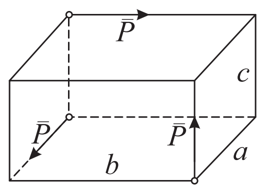
Paragrafyň başyndaky 1-nji *b* punkt esasynda güýçler sistemasy deňtäsiredijä gelýär. Deňtäsiredijiniň täsir çyzygy $\overline{R'}$ baş wektora parallel bolup, $\overline{R'}$ AM $\overline{M}_A$ tekizlikden $AO = \dfrac{M_A}{R'} = a$ daşlykda ýatýar. Bu O nokat suratdaky D nokat bilen gabat gelýär. Şeýlelikde, berlen güýçler ulgamy DC boýunça ugrukdyrylan deňtäsiredijä gelýär.

3.4. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

3.17-nji mesele. Kubuň depelerine suratdaky ýaly gapyrgalarynyň boýuna güýçler goýlan. $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, $\overline{F}_3$, $\overline{F}_4$, $\overline{F}_5$ we $\overline{F}_6$ güýçleriň deňagramlylykda bolmaklary üçin haýsy şerti kanagatlandyrmaly *(3.17-nji surat).*



3.17-nji surat



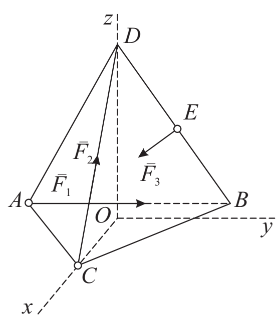
3.18-nji surat

Jogaby: $F_1 = F = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$.

3.18-nji mesele. Gönüburçly parallelepipediň bir-biri bilen kesişmeýän we bir-birine parallel bolmadyk gapyrgalaryny boýlap deň mukdarly üç sany $\overline{P}$ güýç goýlan. Bu güýçleriň bir deňtäsiredijä getirilmegi üçin *a, b* we *c* gapyrgalaryň arasynda nähili gatnaşyk bolmaly *(3.18-nji surat).*

Jogap: $a = b - c$.

3.19-njy mesele. Gapyrgalary *a* bolan $ABCD$ dogry tetraedriň AB gapyrgasy boýunça $\overline{F}_1$ güýç, CD gapyrgasy boýynça $\overline{F}_2$ güýç, E nokada, ýagny BD gapyrganyň ortasyna $\overline{F}_3$ güýç goýlan. $\overline{F}_1$ we $\overline{F}_2$ güýçleriň mukdarlary islendik, $\overline{F}_3$ güýjüň *x, y* we *z*

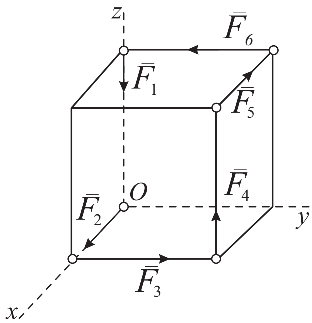


3.19-njy surat

oklara proýeksiýalary bolsa F_2 5 $\sqrt{3}/6$; $-F_2/2$; $-F_2\sqrt{2/3}$. Bu güýçler sistemasyny deňtäsiredijä getirmek mümkinmi? Eger mümkin bolsa, deňtäsiredijiniň täsir çyzygynyň Oxy tekizligi bilen kesişýän nokadynyň x we z koordinatalaryny kesgitlemeli.

Jogaby: Getirilýär, çünki baş wektor we baş momentiň koordinata oklaryna proýeksiýalarynyň bahalary aşakdaky ýaly bolýar: $V_x = \dfrac{F_2\sqrt{3}}{2}$; $V_y = F_1 - 0{,}5\,F_2$; $V_z = 0$; $M_x = 0$; $M_y = 0$; $M_z = -a\dfrac{\sqrt{3}}{6}(F_1 + F_2)$;

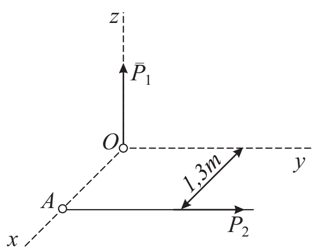
Koordinatalar: $x = \dfrac{M_x}{V_y} = -\dfrac{a\sqrt{3}\,(F_1 + F_2)}{6F_1 - 3F_2}$; $z = 0$.



3.20-nji surat

3.20-nji mesele. Gapyrgalarynyň uzynlygy 5 *sm* bolan kubuň depelerine deň mukdarly, hersi 2 *N* bolan güýçler suratdaky ýaly goýlan. Şu ulgamy sadalaşdyrmaly *(3.20-nji surat).*

Jogaby: Ulgam jübüt güýçlere getirilýär. Bu jübtüň momenti $20\sqrt{3}$ $N\cdot sm$ we koordinata oklary bilen $\cos\alpha = -\cos\beta = \cos\gamma = \sqrt{3}/3$ burçlary emele getirýär.

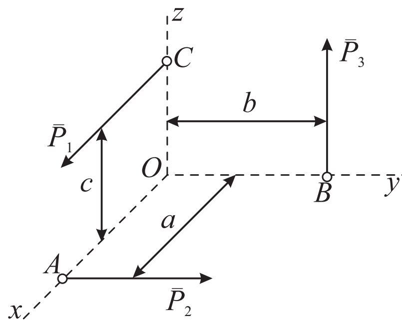


3.21-ni surat

3.21-nji mesele. Oz boýunça ugrukdyrylan $P_1 = 8$ N we Oy oka parallel bolan $P_2 = 12$ N ulgamy kanonik görnüşe getirmeli (*3.21-nji surat*). Bu ýerde $OA = 1{,}3$ *m*. Bu güýçleriň baş wektorynyň mukdary V-ni, merkezi nurbat (wint) okunda alnan islendik nokada görä baş momentiň mukdary M-i kesgitlemeli. Merkezi nurbat okunyň koordinata oklary bilen emele getirýän α, β we γ burçlaryny hem-de onuň Oxy tekizlik bilen kesişýän nokadynyň x we y koordinatalaryny kesgitlemeli.

Jogaby: $V = 14{,}4$ N; $M = 8{,}65$ $N \cdot m$; $\alpha = 90°$; $\beta = \text{arg tg}\,(2/3)$; $\gamma = \text{arg tg}\,(3/2)$; $x = 0{,}9$ m; $y = 0$.

3.22-nji mesele. Üç sany $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$ we $\overline{P}_3$ güýçler koordinata tekizliklerinde ýatyrlar we koordinata oklaryna parallel, emma olar her iki tarapa-da ýönelip bilýärler. Bu güýçleriň goýlan *A, B* we *C* nokatlary koordinatalar başlangyjyndan berlen *a, b* we *c* aralykda ýerleşen (*3.22-nji surat*). Olaryň bir deňtäsiredijä getirilmegi üçin bu güýçleriň mukdarlary haýsy şertleri kanagatlandyrmaly? Koordinatalar başlangyjyndan geçýän merkezi nurbat okunyň bolmagy üçin bu güýçleriň mukdarlary haýsy şertleri kanagatlandyrmaly?



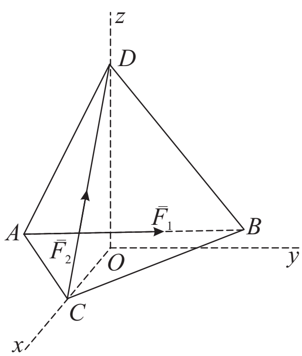
3.22-nji surat

Jogaby: $\dfrac{a}{P_1}+\dfrac{b}{P_2}+\dfrac{c}{P_3}=0$; $\dfrac{P_1}{bP_3}=\dfrac{P_2}{cP_1}=\dfrac{P_3}{aP_3}$. Birinji jogapda P_1, P_2 we P_3 – güýçleriň proeksiýalary.

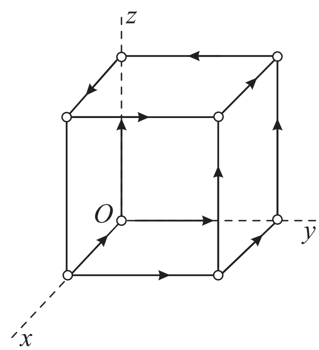
3.23-nji mesele. Gapyrgalary *a* bolan *ABCD* dogry tetraedriň *AB* gapyrgasy boýunça $\overline{F}_1$ güýç we *CD* gapyrgasy boýunça $\overline{F}_2$ güýç goýlan. Merkezi hyr okunyň *Oxy* tekizlik bilen kesişýän nokadynyň *x* we *y* koordinatalaryny kesgitlemeli (*3.23-nji surat*).

$$\textit{Jogaby:}\quad x=\frac{a\sqrt{3}}{6}\frac{2F_2^2-F_1^2}{F_1^2+F_2^2},\ \ y=-\frac{a}{2}\frac{F_2F_2}{F_1^2+F_2^2}.$$

3.24-nji mesele. Kubuň *a* gapyrgalary boýunça (*3.24-nji surat*) mukdarlary özara deň on iki sany $\overline{P}$ güýç täsir edýär. Şu güýçler sis-



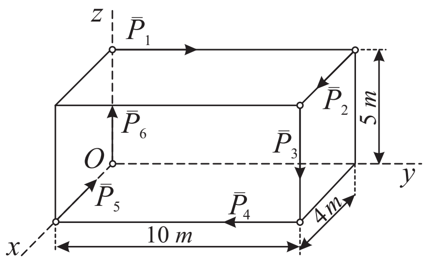
3.23-nji surat



3.24-nji surat

temasyny kanonik görnüşe getirmeli we merkezi hyr okunyň Oxy tekizlik bilen kesişýän nokadynyň x we y koordinatalaryny kesgitlemeli.

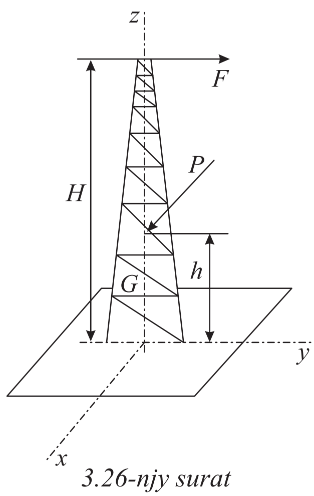
Jogaby: $V = 2P\sqrt{6}$, $M = 2/3Pa\sqrt{6}$, $\cos\alpha = -\cos\beta = -1/2$ $\cos\gamma = -1/6\sqrt{6}$, $x = y = 2/3\ a$.



3.25-nji surat

3.25-nji mesele. Gönüburçly parallelepipediň, degişlilikde 10 m, 4 m we 5 m gapyrgalary boýunça (*3.25-nji surat*) alty sany: $\bar{P}_1 = 4\ N$, $\bar{P}_2 = 6\ N$, $\bar{P}_3 = 3\ N$, $\bar{P}_4 = 2\ N$, $\bar{P}_5 = 6\ N$, $\bar{P}_6 = 8\ N$ güýçler täsir edýär. Şu güýçler sistemasyny kanonik görnüşe getirmeli we merkezi hyr okunyň Oxy tekizlik bilen kesişýän nokadynyň x we y koordinatalaryny kesgitlemeli.

Jogaby: $V = 5{,}4\ N$, $M = -47{,}3\ N \cdot m$, $\cos\alpha = 0$, $\cos\beta = 0{,}37$, $\cos\gamma = 0{,}93$, $x = -11{,}9\ m$, $y = -10\ m$.



3.26-njy surat

3.26-njy mesele. Radiobogaldagyň (radiomaçtanyň) beton esasy bilen bilelikdäki agramy $G = 140\ kN$. Bogaldaga antennanyň dartyş güýji $\bar{F} = 20\ kN$ we oňa şemalyň basyş güýjüniň deňtäsiredijisi $P = 50\ kN$ goýlan. Iki güýç hem gorizontal we özara perpendikulýar tekizliklerde ýerleşen. Güýçleriň goýlan beýiklikleri $H = 15\ m$, $h = 6\ m$. Bogaldagyň esasynyň ornaşan topragynyň netijeleýji reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.26-njy surat*).

Jogaby: Topragyň reaksiýa güýçleri

$$\frac{-30 + 14y + 2z}{5} = \frac{-30 - 5z - 14x}{2} == \frac{-2x + 5y}{-14}$$ merkezi ok boýunça ýokary ugrukdyrylan $V = 150\ kN$ güýç we momenti $M = 60\ kN \cdot m$ bolan jübüt güýçden ybarat çep dinamo gelýär. Dinamonyň oky esasyň tekizligini $x = 2{,}2\ m$, $y = 2\ m$, $z = 0$ nokatda kesip geçýär.

3.5. Giňişlikde erkin ýerleşen güýçler sistemasynyň deňagramlylygy. Ugrukdyryjy materiallar. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Meseleler

Giňişlikde ýerleşen gaty jisime erkin ýerleşen güýçler sistemasy täsir edýär. Bu güýçleriň deňagramlylygy üçin islendik getirme merkezi üçin $\overline{P'}$ baş wektor we $\overline{M}_O$ baş moment bir wagtda nola deň bolmaly, ýagny $\overline{P} = 0$, $\overline{M}_O = 0$.

Erkin güýçler sistemasynyň deňagramlylyk şertleri analitiki usulda aşakdaky deňlemeler bilen aňladylýar:

$$\sum F_x = 0, \ \sum F_y = 0, \ \sum F_z = 0.$$

$$\sum m_x(\overline{F}) = 0, \ \sum m_y(\overline{F}) = 0, \ \sum m_z(\overline{F}) = 0.$$

Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler.

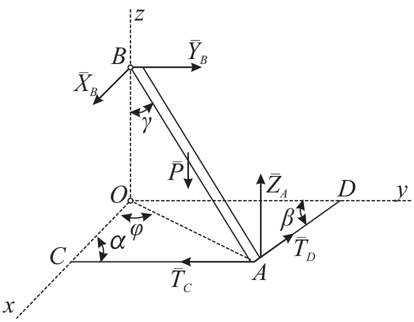
Koordinata oklaryny mümkin boldugyça näbelli güýçleriň köpüsine parallel ýa-da perpendikulýar bolar ýaly edilip ugrukdyrylsa amatly bolýar. Şeýle edilende näbelli güýçleriň oklara proýeksiýalary olaryň hakyky ululyklaryna ýa-da nola deň bolýar. Koordinatalar başlangyjyny köp güýçleriň täsir çyzyklarynyň kesişme nokadynda almaly. Şeýle edilende şol güýçler moment deňlemelerine girmeýär we düzülen deňlemeler ýönekeýleşýär.

2. Jisime haýsy işjeň güýçleriň täsir edýändigini anyklamaly. Işjeň güýçler oklara parallel bolmadyk ýagdaýynda şol güýçler oklara parallel bolar ýaly edilip dargadylsa, proýektirlemek we momenti hasaplamak aňsat bolýar.

3. Baglanyşyklary ýok edip, olaryň täsirlerini reaksiýa güýçleri bilen çalşyrmaly.

4. Degişli deňagramlylyk deňlemelerini düzmeli. Oka görä moment hasaplananda, deňtäsirediji güýjüň momentiniň düzüji güýçleriniň momentleriniň algebraik jemine deňdigini unutmaly däl (Warinonyň teoremasy). Şeýle edilse momentler deňlemesini düzmek ýeňilleşýär.

5. Düzülen deňlemeleri çözüp, näbellileri tapmaly. Tapylan näbellileriň alamaty boýunça olaryň hakyky ugruny anyklamaly.



3. 27-nji surat

Meseleler

3.27-nji mesele. Uzynlygy 1 *m*, agramy *P N* bolan birjynsly *AB* pürs wertikal *z* ok bilen *γ* burçy emele getirýär, *zOx* tekizligi bilen bolsa *φ* burçy emele getirýär. *B* nokatda *xOz* hem-de *yOz* tekizliklere, *A* nokatda *xOy* tekizlige direnýär. Bu steržen gorizontal *xOy* tekizlikde ýatan *AC* we *AD* ýüpleriň kömegi bilen deňagramlylykda saklanýar. Eger α, β, γ, φ burçlar, $\overline{P}$ güýç berlen bolsa, onda ýüpleriň dartylma güýçlerini hem-de *xOy, zOx, zOy* tekizlikleriň reaksiýa güýçlerini tapmaly (*3.27-nji surat*): $\alpha = 90°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 45°$, $\varphi = 60°$, $P = 400$.

Çözülişi. *AB* pürsüň deňagramlylygyna garalyň. Pürse $\overline{P}$ işjeň güýç täsir edýär. Pürsi baglanyşyklardan boşadyp, reaksiýa güýçleri bilen çalşyrmaly. Baglanyşyklar bolup *xOy, zOx, zOy* typançak (sürtülmesiz) tekizlikler we *CA, DA* ýüpler hyzmat edýär. $\overline{X}_B$, $\overline{Y}_B$, $\overline{Z}_B$ reaksiýa güýçleri baglanyşyk tekizliklerine normal boýunça ugrukdyrylýar. Ýüpleriň reaksiýa güýçleri (dartylyşlary) ýüpleriň ugry boýunça ugrukdyrylýar *(3.27-nji surat).* Mesele giňişlikde ýerleşen erkin güýçleriň deňagramlylygyna degişlidir. Umuman, sistemalar üçin alty sany deňagramlylyk deňlemesini düzmek bolýar. Şu mesele üçin bäş sany deňleme düzmek ýeterlikdir (sebäbi bäş sany X_B, Y_B, Z_A, T_C, T_D näbellini tapmaly).

Agzalan deňlemeleri düzeliň:

$$\sum F_x = X_B + T_C \cdot \cos\alpha - T_D \sin\beta = 0,$$
$$\sum F_y = Y_B - T_C \cdot \sin\alpha + T_D \cos\beta = 0,$$
$$\sum F_z = Z_A - P = 0,$$
$$\sum m_x(\overline{F}) = Z_A \cdot AB \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi - P \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi - Y_B \cdot AB \cdot \cos\gamma = 0,$$
$$\sum m_y(\overline{F}) = -Z_A \cdot AB \cdot \sin\gamma \cdot \cos\varphi + P \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\gamma \cdot \cos\varphi + X_B \cdot AB \cdot \cos\gamma = 0.$$

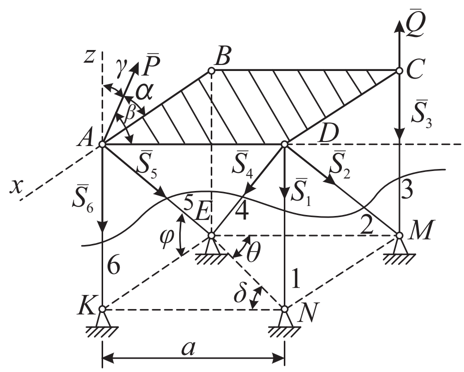
Meseläniň şertinden peýdalanyp, sistemany ýönekeýleşdirýäris:

$$X_B - T_D \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,\ Y_B - T_C + T_D \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,\ Z_A - 400 = 0,$$

$$Z_A\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-Y_B\frac{\sqrt{2}}{2}=400\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2},\quad -Z_A\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}+X_B\frac{\sqrt{2}}{2}=-400\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}.$$

Sistemanyň çözüwlerini ýazýarys: $Z_A = 400\ N$; $Y_B = 173\ N$; $X_B = 100\ N$; $T_D = 141\ N$; $T_C = 273\ N$.

3.28-nji mesele. Agramy hasaba alynmaýan $ABCD$ plita $\overline{P}\ N$ we $\overline{Q}\ N$ güýçler täsir edýär. $\overline{Q}$ güýç wertikal bolup, $\overline{P}$ güýç x, y, z oklary bilen α, β, γ burçlary emele getirýär. Plita agramsyz sterženleriň altysynyň kömegi bilen gorizontal ýagdaýda deňagramlylykda saklanýar. Sterženler plita we daýanç nokatlary bilen şarnirler arkaly berkidilen. Sterženleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.28-nji surat*): $P = 20\ kN$, $Q = 15\ kN$, $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 60°$, $\delta = 45°$.



3.28-nji surat

Çözülişi. Mesele giňişlikdäki güýçleriň deňagramlylygyna degişlidir. $\overline{P}$, $\overline{Q}$ işjeň güýçler. Plitanyň deňagramlylygyna garaýarys. Plita üçin baglanyşyklar bolup alty sany steržen hyzmat edýär. Baglanyşyklardan boşadyp, sterženleriň reaksiýa güýçlerini $\overline{S}_1$, $\overline{S}_2$, ..., $\overline{S}_6$, bilen belgileýäris we plitadan daşky tarapa ugrukdyrýarys, ýagny sterženler dartylýar diýip çak edýäris (*3.28-nji surat*). Kömekçi burç girizip, deňlemeleri düzeliň:

$$\sum F_x = -S_5\cos\varphi - S_2\cos\varphi - S_4\cos\theta\sin\delta - P\cos\alpha = 0;$$
$$\sum F_y = -S_4\cos\theta\cos\delta + P\cos\beta = 0;$$
$$\sum F_z = -S_6 - S_5\sin\varphi - S_2\sin\varphi - S_1 - S_3 + Q + P\cos\gamma - S_4\sin\theta = 0;$$
$$\sum m_x(\overline{F}) = -(S_4\sin\theta)\,a + (-S_1 - S_2\sin\varphi - S_3 + Q)\,a = 0;$$
$$\sum m_y(\overline{F}) = (-S_3 + Q)\cdot MN = 0;$$
$$\sum m_z(\overline{F}) = (S_4\cos\theta\sin\delta - P\cos\alpha)a + (S_2\cos\varphi)a = 0.$$

Ilki bilen kömekçi θ burçuň trigonometrik bahalaryny kesgitläliň:

$$\sin\theta = \frac{DN}{DE} = \frac{KE\cdot\operatorname{tg}\varphi}{DE} = \frac{a\operatorname{tg}\delta\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{(a\operatorname{tg}\delta\operatorname{tg}\varphi)^2+\left(\frac{a}{\cos\delta}\right)^2}}.$$

Sanawjyny we maýdalawjyny a bölüp we burçlaryň bahasyny goýup taparys:

$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2+2} \approx 0{,}78$, $\cos\theta = 0{,}63$. Meseläniň şertinden peýdalanyp, deňlemeleri sadalaşdyrýarys:

$$(S_2 + S_5) \cdot \frac{1}{2} + S_4 \cdot 0{,}63 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -10,\ S4 \cdot 0{,}63 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2},$$

$$S_6 + (S_5 + S_2)\frac{\sqrt{3}}{2} + S_1 + S_3 + S_4 \cdot 0{,}78 = 15 + 10,$$

$$S_4 \cdot 0,\,78 + S_1 + S_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + S_3 = 15,\ S_3 - 15 = 0,$$

$$S_4 \cdot 0{,}63 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + S_2 \cdot \frac{1}{2} = 0.$$

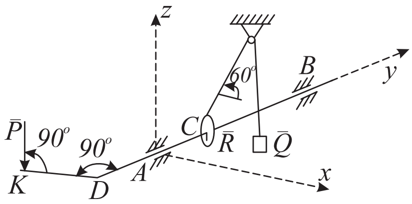
Sistemany çözüp netijäni alýarys:

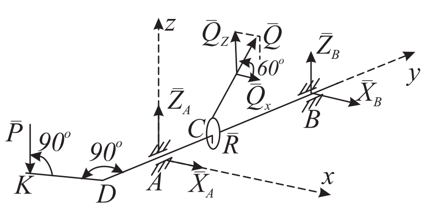
$S_4 = 31{,}8\ kN$, $S_3 = 15\ kN$, $S_2 = -28{,}2\ kN$, $S_1 = 0$, $S_6 = 18{,}1\ kN$, $S_5 = -10\ kN$.

Ähli sterženler dartylýar diýip çak edilipdi. Emma alamatlary otrisatel bolany üçin ikinji we bäşinji sterženler gysylýarlar. Birinji steržene güýç düşmeýär.

3.29-njy mesele. Walyň kömegi bilen $Q = 1000\ N$ ýük deňölçegli galdyrylýar *(3.29-njy surat)*. Barabanyň radiusy $R = 5\ sm$. Walyň sapynyň uzynlygy $KD = 40\ sm$, $DA = 30\ sm$, $AC = 40\ sm$, $BC = 60\ sm$. Ýüp barabandan gorizontal ugra 60° burç bilen gidýär. KD gorizontal ýagdaýda bolanda, $\bar{P}$ güýji we daýanç nokatlaryndaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli.

Çözülişi: Wala täsir edýän güýçleriň deňagramlylygyna garalyň (*3.29-njy b surat*). $\bar{P}$, $\bar{Q}$ işjeň güýçler. Baglanyşyklar bolup,





3.29-njy surat

A we B podşipnikler hyzmat edýär. Olaryň reaksiýa güýçlerini $\overline{X}_A$, $\overline{Z}_A$, $\overline{X}_B$, $\overline{Z}_B$ düzüjilere dargadýarys. Işjeň $\overline{P}$, $\overline{Q}$ güýçler y oka perpendikulýar bolandyklary üçin podşipniklerde y oka dargan reaksiýalar bolmaýar.

Waly deňagramlylykda saklaýan $\overline{P}$, $\overline{Q}$, $\overline{X}_A$, $\overline{Z}_A$, $\overline{X}_B$, $\overline{Z}_B$ güýçleriň ählisi y oka perpendikulýar tekizliklerde ýerleşýär.

Şonuň üçin olaryň hiç biri y oka proýektirlenmeýär, ýagny $\sum F_y \equiv 0$ toždestwa öwrülýär. Diýmek, alty deňlemä derek bäş sany deňagramlylyk deňlemesine garap bilýäris.

$\overline{Q}$ güýjüň Ax, Ay oklara görä momentini tapmak üçin ony şu oklara parallel $\overline{Q}_x$, $\overline{Q}_z$ düzüjilere dargatmak amatlydyr: $\overline{Q} = \overline{Q}_x + \overline{Q}_z$

Warinonyň teoremasyndan peýdalanýarys: deňtäsiredijiniň oka görä momenti düzüji güýçleriň şol oka görä momentleriniň algebraik jemine deňdir:

$$m_x(\overline{Q}) = m_x(\overline{Q}_x) + m_x(\overline{Q}_z);$$
$$m_z(\overline{Q}) = m_z(\overline{Q}_x) + m_z(\overline{Q}_z).$$

Emma $m_x(\overline{Q}_x) = 0$, sebäbi Q_x güýç Ax oka parallel:

$m_x(\overline{Q}_z) = AC \cdot Q \cdot \cos 30°$; $m_z(\overline{Q}_x) = -AC \cdot Q \cdot \cos 60°$

$m_z(\overline{Q}_z) = 0$ sebäbi $\overline{Q}_z$ güýç Az oka parallel.

Şeýlelikde: $m_x(\overline{Q}) = AC \cdot Q \cdot \cos 30°$; $m_z(\overline{Q}) = -AC \cdot Q \cdot \cos 60°$.

Ähli güýçleriň oklara proeksiýalaryny we oklara görä momentlerini aşakdaky tablisada ýerleşdirmek amatlydyr.

$\overline{F}$	F_x	F_y	F_z	$m_x(\overline{F})$	$m_y(\overline{F})$	$m_z(\overline{F})$
$\overline{Q}$	$Q \cos 60°$	0	$Q \cos 30°$	$AC \cdot Q \cdot \cos 30°$	$Q \cdot R$	$-AC \cdot Q \cdot \cos 60°$
$\overline{P}$	0	0	$-P$	$AD \cdot P$	$-P \cdot KD$	0
$\overline{X}_A$	X_A	0	0	0	0	0
$\overline{Z}_A$	0	0	Z_A	0	0	0
$\overline{X}_B$	X_B	0	0	0	0	$-X_B \cdot A_B$
$\overline{Z}_B$	0	0	Z_B	$A_B \cdot Z_B$	0	0

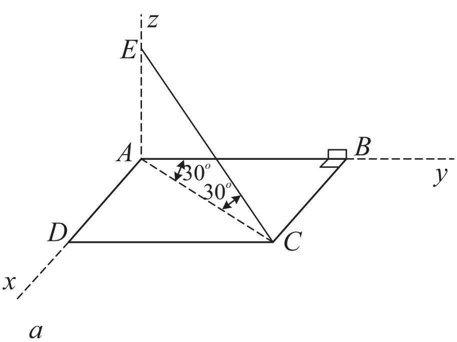
Tablisadan peýdalanyp, deňagramlylyk deňlemelerini ýazýarys:

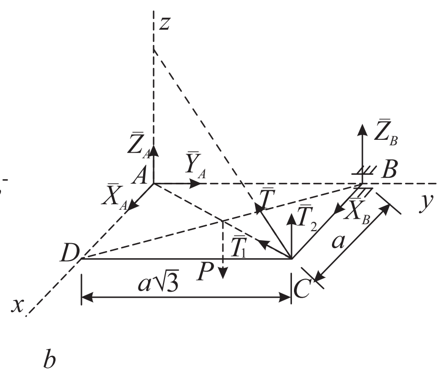
$$Q\cos60° + X_A + X_B = 0; \quad Q\cos30° - P + Z_A + Z_B = 0;$$
$$AC \cdot Q\cos30° + P \cdot AD + Z_B \cdot AB = 0; \; QR - P \cdot KD = 0;$$
$$-AC \cdot Q\cos60° - X_B \cdot AB = 0.$$

Bäşinji deňlemeden $X_B = -200\ N$, dördünjiden $P = 125\ N$, üçünjiden $Z_B = -38,4\ N$, ikinjiden $Z_A = -357\ N$, birinjiden $X_A = -300\ N$.

3.30-njy mesele. Agramy 200 N bolan birjynsly gönüburçly rama A sferik şarnir we B petläniň kömegi bilen diwara berkidilen. Rama gorizontal ýagdaýda EC ýüpüň kömegi bilen saklanýar. E we A nokatlar bir wertikalda ýatýarlar, $\angle ECA = \angle BAC = 30°$. Ýüpüň dartylma güýjüni we daýanç nokatlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.30-njy surat*).

Çözülişi: Ramanyň deňagramlylygyna garaýarys. Baglanyşyklar bolup A sferik şarnir, B silindrik şarnir we EC ýüp hyzmat edýär. Baglanyşyklardan boşadyp, reaksiýa güýçlerini goýýarys. Sferik şarniriň reaksiýasyny üçe dargadýarys: $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Z}_A$. Petle silindrik şarnirdir, şonuň üçin onuň reaksiýasyny ikä dargadýarys: $\overline{X}_B$, $\overline{Z}_B$, $\overline{T}$ ýüpüň dartylma güýji (*3.30-njy surat*). Şeýlelikde, rama $\overline{P}$ işjeň güýjüň we $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Z}_A$, $\overline{X}_B$, $\overline{Z}_B$, $\overline{T}$ reaksiýa güýçleriniň täsiri astynda deňagramlylykda saklanýar. Alty sany deňagramlylyk deňlemesini düzüp, meseläni çözmeli. *Ax, Ay* oklara görä momentleri tapmak amatly bolar ýaly $\overline{T}$ güýji iki güýje dargadalyň: $\overline{T}_1$ – *Axy* tekizliginde ýatyp, T_2 – *Az* oka parallel (*3.30-njy surat*). Ululyklary





3.30-njy surat

(modullary) boýunça $T_1 = T\cos 30°$, $T_2 = T\cos 60°$. Warinonyň teoremasy esasynda $m_x(\overline{T}) = m_x(\overline{T}_1) + m_x(\overline{T}_2)$; $m_y(\overline{T}) = m_y(\overline{T}_1) + m_y(\overline{T}_2)$. $\overline{T}_1$ güýjüň Ax, Ay oklara görä momenti nola deňdir, sebäbi $\overline{T}_1$ güýç bu oklary kesip geçýär: $m_x(\overline{T}_1) = 0$, $m_y(\overline{T}_1) = 0$.

$\overline{T}_2$ güýjüň momentini kesgitläliň: $m_x(\overline{T}_2) = T_2 \cdot CD = CD \cdot T \cdot \cos 60°$, $m_y(\overline{T}_2) = -BC \cdot T \cdot \cos 60°$. Eger BC kesimi a bilen belgilesek, onda $CD = BC \cdot \mathrm{ctg}30° = a\sqrt{3}$. Güýçleriň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny we oklara görä momentlerini tablisada ýerleşdirýäris:

$\overline{F}$	F_x	F_y	F_z	$m_x(\overline{F})$	$m_y(\overline{F})$	$m_z(\overline{F})$
$\overline{P}$	0	0	$-P$	$-P\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	$P\,a/2$	0
$\overline{X}_A$	X_A	0	0	0	0	0
$\overline{Y}_A$	0	Y_A	0	0	0	0
$\overline{Z}_A$	0	0	Z_A	0	0	0
$\overline{X}_B$	X_B	0	0	0	0	$-X_B a\sqrt{3}$
$\overline{Z}_B$	0	0	Z_B	$Z_B \cdot a\sqrt{3}$	0	0
$\overline{T}$	$-T\cos 30°\cos 60°$	$-T\cos 30°$ $\cos 30°$	$-T\cos 60°$	$-Ta\sqrt{3}\cos 60°$	$-Ta\cos 60°$	0

Deňagramlylyk deňlemelerini ýazalyň (sütünler boýunça jemläp alýarys):

$$X_A + X_B - T \cdot \cos 30° \cdot \cos 60° = 0; \qquad Y_A - T\cos^2 30° = 0;$$

$$-P + Z_A + Z_B + T\cos 60° = 0; \; -P\frac{a\sqrt{3}}{2} + Z_B a\sqrt{3} + T\frac{a\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$P\frac{a}{2} - T\frac{a}{2} = 0; \quad -X_B a\sqrt{3} = 0.$$

Altynjy deňlemeden $X_B = 0$, bäşinjiden $T = P$; dördünjiden $Z_B = 0$, üçünjiden $Z_A = \dfrac{P}{2}$, ikinjiden $Y_A = \dfrac{3}{4}P$; birinjiden $X_A = \dfrac{\sqrt{3}}{4}P$.

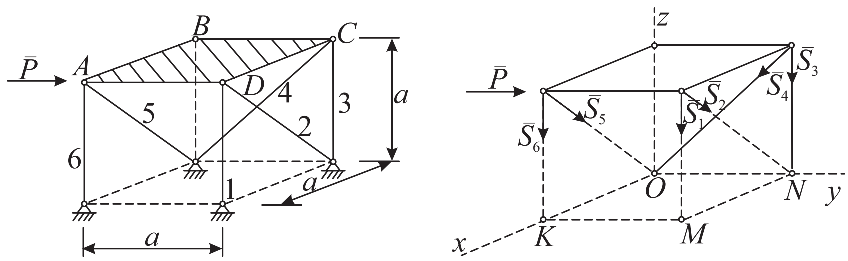
3.31-nji mesele. *AD* tarap boýunça $\overline{P}$ güýç täsir edýän kwadrat görnüşindäki *ABCD* plitany gorizontal ýagdaýda saklaýan alty sany steržene düşýän güýçleri kesgitlemeli (*3.31-nji a surat*).

Çözülişi: Plita täsir edýän güýçleriň deňagramlylygyna garalyň. Baglanyşyklar bolup, alty sany steržen hyzmat edýär. Baglanyşyklardan boşadyp, reaksiýa güýçleriniň altysyny alalyň: $\overline{S}_1$, $\overline{S}_2$, …, $\overline{S}_6$. Sterženleriň agramy hasaba alynmanlygy üçin we berkitmeler şarnirli bolanlygy üçin reaksiýa güýçlerini sterženleriň ugry boýunça gönükdirýäris (*3.31-nji b surat*). Olary hem düwünden daşary gönükdirýäris, ýagny olar dartylýarlar diýip güman edýäris. Deňagramlylyk deňlemeleriniň altysyny düzmeli. $\overline{S}_2$ güýjüň *Ox*, *Oy* oklara görä momentini tapmak üçin analitiki görnüşdäki formulalardan peýdalanalyň (*Oy* oka görä moment bermeýär, sebäbi *Oy* oky kesip geçýär):

$$m_x(\overline{S}_2) = y\,S_{2z} - z\,S_{2y},\ m_z(\overline{S}_2) = x\,S_{2y} - y\,S_{2x},$$

bu ýerde $x = y = z = a$ sanlar $\overline{S}_2$ güýjüň goýlan nokadynyň koordinatalary.

$$S_{2x} = -S_2 \cos 45°, \quad S_{2y} = 0, \quad S_{2z} = -S_2 \cos 45°.$$



a *b*

3.31-nji surat

$\overline{S}_2$ güýjüň koordinata oklaryna proýeksiýalary. Ýokarky meselelerdäki ýaly deňlemeleri ýazalyň (*3.31-nji b surat*):

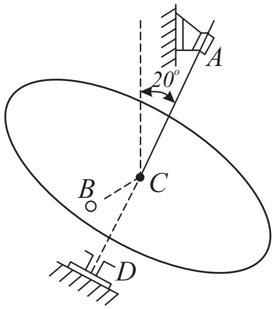
$$-S_2 \cos 45° - S_5 \cos 45° = 0;\ \ P - S_4 \cos 45° = 0;$$
$$-S_1 - S_2 \cos 45° - S_3 - S_4 \cos 45° - S_5 \cos 45° - S_6 = 0;$$
$$-Pa - S_1\,a - S_2\,a \cos 45° - S_3\,a = 0;$$
$$S_{1a} + S_6 \cdot a = 0;\ \ \ Pa + S_2 \cdot a \cos 45° = 0.$$

Deňagramlylyk deňlemelerini ýönekeýleşdirip, näbellileri tapýarys:

$S_1 = P$; $S_2 = -P\sqrt{2}$; $S_3 = -P$; $S_4 = P\sqrt{2}$; $S_5 = P\sqrt{2}$; $S_6 = -PS_2$. S_3; S_6 güýçlerdäki minus alamatlar bu sterženleriň gysylýandyklaryny aňladýar.

3.6. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

3.32-nji mesele. *ACD* oky wertikala görä 20° gyşaran ýapgyt meýdançanyň *B* nokadyna agramy 400 *N* bolan jisim berkidilen. Eger *BC* = 3 *m* radius gorizontal bolsa, jisimiň agyrlyk güýjüniň *AD* oka görä momentini kesgitlemeli (*3.32-nji surat*).



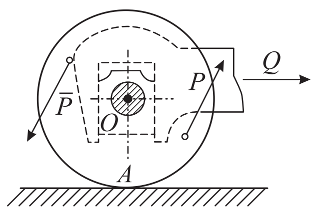
3.32-nji surat

Jogaby: 410 $N \cdot m$.

3.33-nji mesele. Ýel hereketlendirijisinde (dwigatelinde) aýlanma okuna perpendikulýar bolan tekizlige α = 15° = arcsin 0,259 burç bilen ýapgytlanan dört ganat bar. Şemalyň her bir ganata düşürýän basyş güýçleriniň deňtäsiredijisi 1 *kN* bolup, ganatyň tekizligine perpendikulýar ugrukdyrylan we aýlanma okundan 3 *m* daşlykda duran nokada goýlan. Aýlandyryjy momenti kesgitlemeli.

Jogaby: 31, 1 $kN \cdot m$.

3.34-nji mesele. Tramwaý wagonynyň tigriniň *O* tigirçekli okuna ýerleşdirilen elektrik hereketlendirijisi oky sagat diliniň hereketiniň tersine aýlajak bolýar. Bu ýerde $(\overline{P}, \overline{P})$ aýlandyryjy jübüt güýçleriň momentiniň mukdary 6 $kN \cdot m$, tigriň radiusy bolsa 60 *sm*. Tigirçekli ok gorizontal relsde dur diýip hasaplap, onuň *Q* dartyş güýjüni kesgitlemeli.

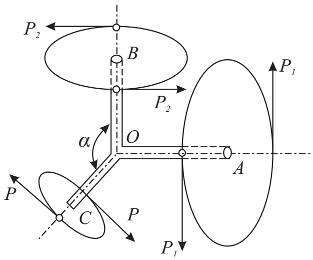


3.33-nji surat

Güýçleriň *O* oka görä momentlerini hasaplap, tigir bilen relsiň arasyndaky sürtülme güýçleriň jemini tapmaly. Soňra tigirçekli oka täsir edýän ähli güýçleri gorizontal ugra proýektirlemeli (*3.33-nji surat*).

Jogaby: Q = 10 *kN*.

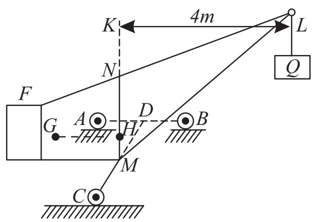
3.35-nji mesele. 15 *sm* radiusly *A*, 10 *sm* radiusly *B*, 5 *sm* radiusly *C* diskleriň töwereklerine jübüt güýçler goýlan. Jübütleri emele getirýän güýçleriň mukdarlary, degişlilikde P_1 = 10 *N*, P_2 = 20 *N* we *P*.



3.34-nji surat

OA, *OB* we *OC* oklar bir tekizlikde ýatyrlar. *AOB* – göni burç. Üç disk sistemasy geljekde erkin halda bolup, deňagramlylykda galýar diýip güman edip, *P* güýjüň mukdaryny we *BOC* = α burçy kesgitlemeli (*3.34-nji surat*).

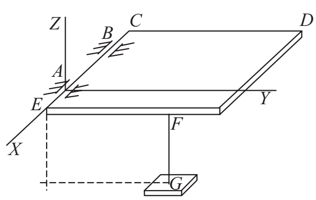
Jogaby: $P = 50\ N$; $\alpha = \mathrm{arctg}\,(-0,75) = 143°10'$.



3.35-nji surat

3.36-njy mesele. Ýük göteriji kran üç tigirli *ABC* arabajykda ornaşdyrylan. Kranyň ölçegleri: $AD = BD = 1\ m$, $CD = 1,5\ m$, $CM = 1\ m$, $KL = 4\ m$. Kran *F* agramly ýük bilen deňagramlaşýar. Kranyň ýük bilen bilelikdäki agramy $P = 100\ kN$ bolup, *LMNF* tekizlikde ýatan kranyň *MN* okundan $GH = 0,5\ m$ aralykda *G* nokatda goýlan. Göterilýän *Q* ýüküň agramy 30 *kN*. Kranyň *LMN* tekizligi *AB* parallel bolanda tigirleriň relse basyşlaryny kesgitlemeli.

Jogaby: $N_A = 8,33\ kN$; $N_B = 78,33\ kN$; $N_C = 43,33\ kN$.



3.36-njy surat

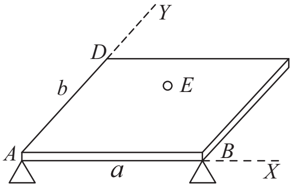
3.37-nji mesele. Maşyna ýagtylyk gelýän lýugyň gapagyny *FG* direg gorizontal ýagdaýda saklap dur. Bu direg gapagyň okundan $EF = 1,5\ m$ aralykda gapaga *F* nokatda direlen. Gapagyň agramy $P = 180\ N$; onuň boýy $CD = 2,3\ m$; ini $CE = 0,75\ m$; *A* we *B* şarnirler bilen gapagyň çetleriniň arasyndaky uzaklyk $AE = BC = 0,15\ m$. *A* we *B* şarnirleriň reaksiýa güýçlerini hem-de *FG* diregiň *S* zorukmasyny kesgitlemeli (*3.36-njy surat*).

Jogaby: $Z_A = -94\ N$; $Z_B = 136\ N$; $Y_A = Y_B = 0$; $S = 138\ N$.

3.38-nji mesele. Taraplary *a* we *b*, agramy *P* bolan gönüburçly birjynsly gorizontal *ABCD* plastina gönüburçlugyň *A* we *B* uçlarynda hem-de käbir *E* nokadynda nokatlaýyn daýançlarda dur. *A* we *B* nokatlardaky daýançlara düşýän basyş degişlilikde *P*/4 we *P*/5-e deň. *E* nokatdaky daýanja düşýän *NE* basyşy we şu nokadyň koordinatalaryny kesgitlemeli (*3.37-nji surat*).

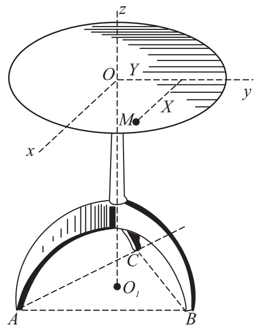
Jogaby:

$$N_E = \frac{11}{20}P, x = \frac{6}{11}a, y = \frac{10}{11}b.$$



3.37-nji surat

3.39-njy mesele. Stol üç aýakda dur, aýaklarynyň *A, B* we *C* uçlary taraplary *a* bolan deňtaraply üçburçluk emele getirýär. Stoluň agramy *P* we onuň agyrlyk merkezi *ABC* üçburçlugyň O_1 merkezinden geçýän zOO_1 wertikalda ýerleşen. Stola *M* nokatda *p* ýük goýlan, bu nokadyň koordinatalary *x* we *y*; *Oy* ok *AB* parallel. Her aýakdan pola düşýän basyşy kesgitlemeli (*3.38-nji surat*).



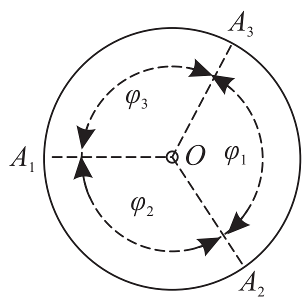
3.38-nji surat

Jogaby:

$$N_A = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - y\right)\frac{P}{a}, \quad N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\frac{P}{a},$$

$$N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{x}{a}p.$$

3.40-njy mesele. Tegelek stol üç sany A_1, A_2 we A_3 aýaklarda dur. Stoluň *O* merkezine ýük goýlan. A_1, A_2 we A_3 aýaklara düşýän basyşyň bir-biri bilen $1 : 2 : \sqrt{3}$ ýaly gatnaşykda bolmagy üçin φ_1, φ_2, φ_3 merkezi burçlar haýsy şerti kanagatlandyrmaly (*3.39-njy surat*)?

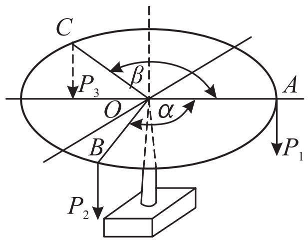


3.39-njy surat

Mesele çözülende güýçleriň momenti OA_1, OA_2 we OA_3 radiuslaryň ikisine görä alynýar.

Jogaby: φ_1 =150°, φ_1 =90°, φ_1 =120°.

3.41-nji mesele. Tegelek plastinka *O* merkezinde peýkama daýanyp, gorizontal ýagdaýda dur. Deňagramlylygy bozman plastinanyň töweregine agramy 1, 5 *N* bolan P_1, agramy 1 *N* bolan P_2 we agramy 2*N*



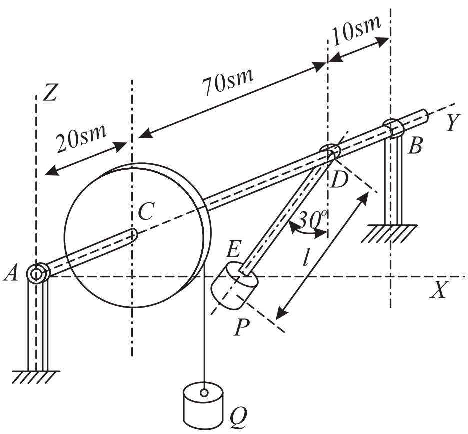
3.40-njy surat

bolan P_3 ýükler ýerleşdirildi. Plastinkanyň agramyny hasaba alman, α we β burçlary kesgitlemeli (*3.40-njy surat*).

Jogaby: α = 75° 30’, β = 151°.

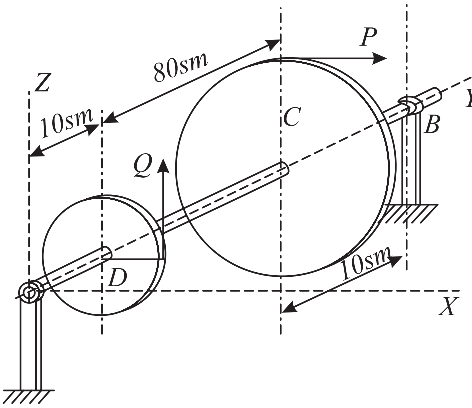
3.42-nji mesele. *A* we *B* podşipniklerde ýatan gorizontal wala bir tarapdan *C* şkiwe ýüp bilen baglanan *Q* = 250 *N* daşyň agramy, ikinji tarapdan *AB* wala göni burç bilen butnamaz ýaly berkidilen *DE* steržene geýdirilen *P* = 1 *kN* daşyň agramy täsir edýär. *C* şkiwiň radiusy 20 *sm*. Aralyklar *AC* = 20 *sm*, *CD* = 70 *sm*, *BD* =10 *sm*. Deňagramlylyk ýagdaýynda *DE* sterženwertikaldan 30° burça gyşaran. *P* ýüküň agyrlyk merkezinden *AB* walyň okuna çenli bolan *l* aralygy, hem-de *A* we *B* podşipnikleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.41-nji surat*).

Jogaby: l = 10 *sm*, Z_A = 300 *N*, Z_B = 950 *N*, X_A = 950 *N*, $X_A = X_B = 0$.



3.41-nji surat

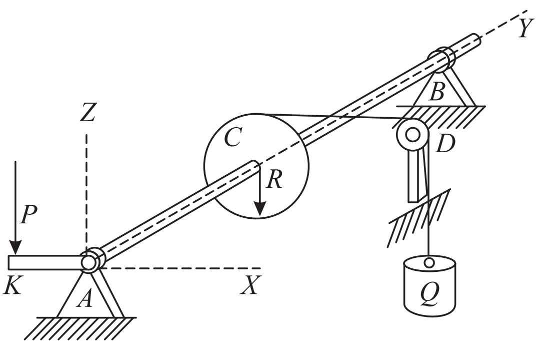
3.43-nji mesele. Gorizontal *AB* wala radiusy 1 *m* bolan dişli tigir we radiusy 10 *sm* bolan *D* şesternýa oturdylan. Beýleki ölçegler suratda görkezilen (*3.42-nji surat*). *C* tigire galtaşma boýunça *P* = 100 *N* gorizontal güýç, *D* şesternýa bolsa galtaşma boýunça wertikal *Q* güýç goýlan. Deňagramlylyk ýagdaýynda *Q* güýç hem-de *A* we *B* podşipnikleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli



3.42-nji surat

Jogaby: $Q = 1\ kN$, $X_A = -10\ N$, $X_B = -90\ N$, $Z_A = -900\ N$, $Z_B = -100\ N$.

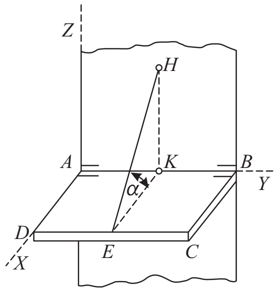
3.44-nji mesele. Işçi 3.43-nji suratda görkezilen worot atly ýük göterijiniň kömegi bilen $Q = 800\ N$ ýük saklanyp dur. Barabanyň radiusy $R = 5\ sm$, sapyň uzynlygy $AK = 40\ sm$, $AC = CB = 50\ sm$. AK sapyň gorizontal ýagdaýynda oňa düşýän P basyş we ýük göterijiniň (worotyň) okunyň A we B daýançlara düşürýän basyşlaryny kesgitlemeli.



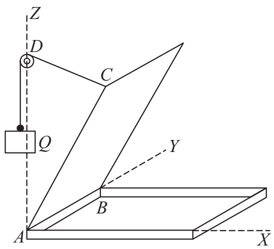
3.43-nji surat

Jogaby: $P = 100\ N$; $X_A = 400\ N$; $Z_A = -100\ N$; $X_B = 400\ N$; $Z_B = 0$.

3.45-nji mesele. Gönüburçly G agramly birjynsly $ABCD$ tekjäni tekje tekizligi bilen α burç emele getirýän EH tanap gorizontal ýagdaýda saklap dur. Eger $AK = KB = DE = EC$ we AB bolsa öz gezeginde HK perpendikulýar bolsa, tanapyň agramyny hasaba alman, ondaky T



3.44-nji surat



3.45-nji surat

dartyş güýji hem-de A we B petlelerdäki reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.44-nji surat*).

Jogaby: $T = \dfrac{G}{2\sin\alpha}$;

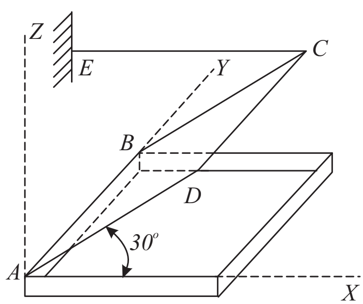
$X_A = X_B = \dfrac{G}{4}\,\mathrm{ctg}\alpha$; $\quad Z_A = Z_B = \dfrac{G}{4}$.

3.46-njy mesele. Agramy $P = 400\ N$ bolan birjynsly gönüburçly gapagy Q ýük gorizontal ugra 60° burç bilen açyp, deňagramlylykda saklap dur. Eger D blok A bilen bir wertikalda ornaşdyrylan we $AD = AC$ bolsa, onda Q ýüküň hem-de A, B şarnirleriň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.45-nji surat*).

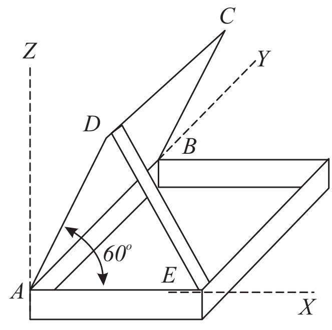
Jogaby: $Q = 104\ N$, $X_A = 100\ N$,
$Z_A = 173\ N$, $X_B = 0$, $Z_B = 200\ N$.

3.47-nji mesele. Gapyrjagyň birjynsly gönüburçly $ABCD$ gapagy A we B nokatlardaky petlelerde AB gorizontal okuň daşynda aýlanyp bilýär. Ax-e parallel CE gorizontal ýüp gapagy $DAx = 30°$ burç bilen saklap dur. Eger gapagyň agramy 20 N bolsa, petlelerdäki reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.46-njy surat*).

Jogaby: $X_A = 0$; $Z_A = 10\ N$; $X_B = 17{,}3$; $Z_B = 10\ N$.



3.46-njy surat



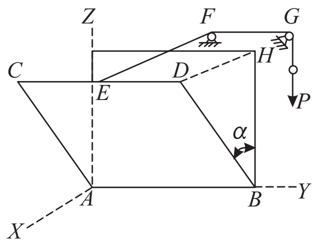
3.47-nji surat

3.48-nji mesele. Gönüburçly gapyrjagyň $ABCD$ gapagyny bir tarapdan DE direg saklaýar. Gapagyň agramy 120 N; $AD = AE$, burç

$DAE = 60^{\circ}$. A we B şarnirleriň reaksiýa güýçlerini we diregiň S zorukmany kesgitlemeli (*3.47-nji surat*).

Jogaby: $X_A = 17{,}3\ N$; $Z_A = 30\ N$; $X_B = 0$; $Z_B = 60\ N$; $S = 34{,}5\ N$.

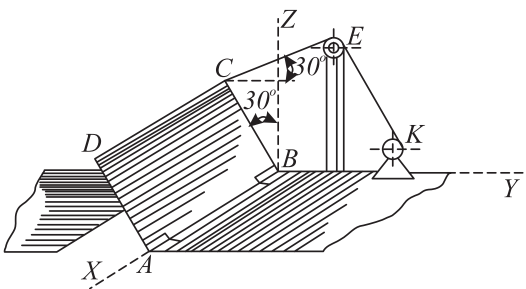
3.49-njy mesele. $Q = 100\ N$ agramly *ABCD* penjiräniň bölegi (framuga) $\alpha = 60^{\circ}$ burça açylan. Berlen: $BD = BH$; $CE = ED$; EF ýüp DH göni çyzyga parallel. Framugany deňagramlylykda saklamak üçin zerur bolan P zorukmany hem-de A we B petlelerdäki reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.48-nji surat*).



3.48-nji surat

Jogaby: $P = 50\ N$; $X_A = X_B = 21{,}7\ N$; $Z_A = Z_B = 37{,}5\ N$.

3.50-nji mesele. Demir ýol köprüsiniň 15 kN agramly göterilýän *ABCD* bölegini E blok arkaly K lebýodka geçirilen *CE* zynjyr göterip dur. E nokat *CBy* wertikal tekizlikde ýerleşýär. 3.49-njy suratdaky ýagdaý üçin *CE* zynjyryň dartyş güýjüni hem-de A we B nokatlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. Göterilýän bölegiň agyrlyk merkezi *ABCD* gönüburçlugyň merkezinde ýerleşen.

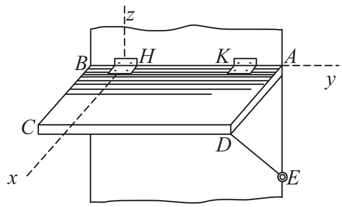


3.49-njy surat

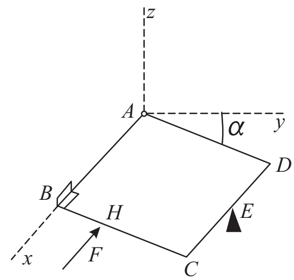
Jogaby: $T = 3{,}75\ kN$; $Y_A = 0$; $Z_A = 7{,}5\ kN$; $Y_B = -3{,}25\ kN$; $Z_B = 5{,}625\ kN$.

3.51-nji mesele. *AB* okuň daşynda aýlanýan *ABCD* wagonyň tekjesini (polkasyny) *ED* steržen gorizontal ýagdaýda saklaýar. *ED* steržen *BAE* wertikal diwara E şarnir bilen berkidilen. Tekjäniň üstündäki P ýük bilen birlikde agramy 800 N bolup, *ABCD* gönüburçlugyň diagonallarynyň kesişme nokadynda goýlan. Ölçegler: $AB = 150$ *sm*; $AD = 60$ *sm*; $AK = BH = 25$ *sm*. Sterženiň uzynlygy $ED = 75$ *sm*. ED sterženiň agramyny hasaba alman, ondaky S zorukmany hem-de K we H petlelerdäki reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.50-nji surat*).

Jogaby: $S = 666{,}7\ N$; $X_K = -666{,}7\ N$;
$Z_K = -100\ N$; $X_H = 133{,}3\ N$; $Z_H = 500\ N$.



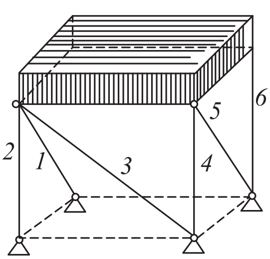
3.50-nji surat



3.51-nji surat

3.52-nji mesele. A nokada şarly şarnir bilen, B nokada silindrik şarnir bilen berkidilen birjynsly $ABCD$ kwadrat plastinkanyň taraplary $a = 30$ *sm* we agramy $P = 5\ N$; AB tarapy gorizontal. Plastinka E nokatda ýiti naýza direlen. Plastinka H nokatda onuň AB tarapyna parallel F güýç täsir edýär. A, B we E nokatlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. $CE = ED$, $BH = 10$ *sm*, $F = 10\ N$ bolup, plastinka gorizontal tekizlik bilen $\alpha = 30°$ burç emele getirýär (*3.51-nji surat*).

Jogaby: $X_A = 10\ N$, $Y_A = 2{,}35\ N$, $Z_A = -0{,}11\ N$,
$Y_B = -3{,}43\ N$, $Z_B = 3{,}23\ N$, $R_E = 2{,}17\ N$.

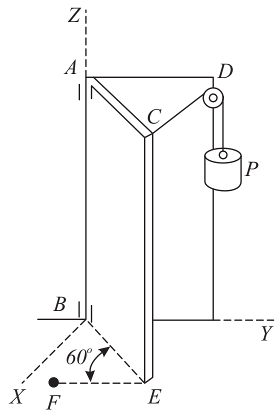


3.52-nji surat

3.53-nji mesele. Gönüburçly parallelepiped şekilindäki birjynsly gorizontal plita alty sany gönüçyzykly sterženler bilen butnamaz ýaly edip ýere berkidilen. Plitanyň agramy P. Eger sterženleriň uçlary plita we gozganmaýan esaslara şarly şarnirler bilen berkidilen bolsa, plitanyň agramyndan sterženlerde döreýän zorukmalary kesgitlemeli (*3.52-nji surat*).

Jogaby: $S_1 = S_3 = S_4 = S_5 = 0$; $S_2 = S_6 = -\dfrac{P}{2}$.

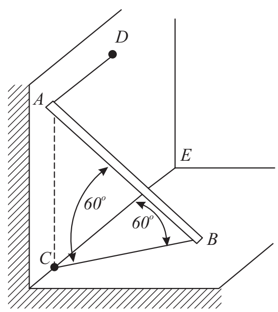
3.54-nji mesele. AB aýlanma oky wertikal bolan gönüburçly işik $CAD = 60°$ burça açylan. Ony şu ýagdaýda iki ýüp saklap dur. Olardan CD ýüp blokdan geçirilip, ony $P = 320\ N$ ýük dartyp dur, EF ýüp bolsa, poluň F nokadyna berkidilen. Işigiň agramy 640 N, onuň ini $AD = AC = 1{,}8\ m$, beýikligi $AB = 2{,}4\ m$. Blokdaky sürtülmäni hasaba alman, EF ýüpüň T dartylyş güýjüni hem-de A nokatdaky silindrik şarniriň we B nokatdaky dabanoýuň (podpýatnigiň) reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.53-nji surat*).



3.53-nji surat

Jogaby: $T = 320\ N$; $X_A = 69\ N$; $Y_A = -280\ N$; $X_B = 208\ N$; $Y_B = 440\ N$; $Z_B = 640\ N$.

3.55-nji mesele. AB steržen iki sany gorizontal AD we BC ýüpler bilen ýapgyt halda saklanýar. Steržen A nokatda wertikal diwara, B nokatda bolsa gorizontal pola direlen. D nokat hem wertikal diwarda ýatyr. A we C nokatlar bir wertikal çyzykda ýatyrlar. Sterženiň agramy 8 N. A we B nokatlardaky sürtülmäni hasaba almaly däl. Sterženiň deňagramlylykda bolmak mümkinçiligini barlamaly we ýüpleriň T_A we T_B dartyş güýçlerini hem-de daýanç tekizlikleriniň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. $\angle ABC = \angle BCE = 60°$ (*3.54-nji surat*).

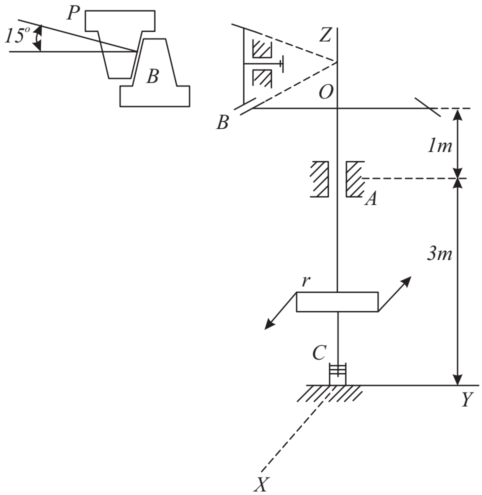


3.54-nji surat

Jogaby: $T_A = 1,\ 15\ N$, $T_B = 2,\ 3\ N$, $R_A = 2\ N$, $R_B = 8\ N$.

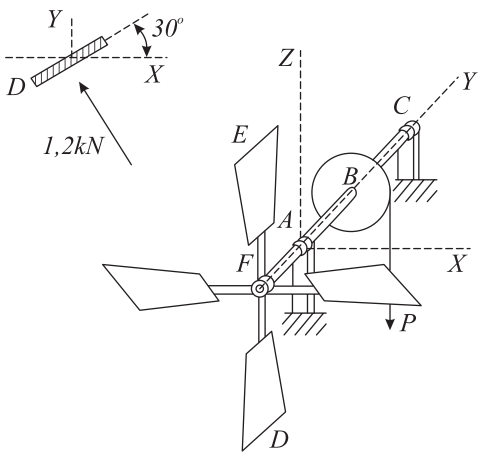
3.56-njy mesele. T suw turbinasyny aýlaýjy jübüt güýçleriň momenti $1,\ 2\ kN \cdot m$. Ol konussypat dişli tigriň B dişine düşýän basyş we daýanç reaksiýa güýçleri bilen deňagramlaşýar. Dişe düşýän basyş $OB = 0,\ 6\ m$ radiusa perpendikulýar bolup, gorizontal ugur bilen $\alpha = 15° = \operatorname{arctg} 0,\ 268$ emele getirýär. $AC = 3\ m$, $AO = 1\ m$. Turbinanyň wal we tigir bilen bilelikdäki agramy 12 kN bolup, OC oka görä ugrukdyrylan. C dabanoýuň (podpýatnigiň) we A podşipnigiň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.55-nji surat*).

Jogaby: $X_A = 2{,}267\ kN$;
$X_C = –0{,}667\ kN$;
$Y_A = –Y_C = 0{,}107\ kN$;
$Z_C = 12{,}54\ kN$.



3.55-nji surat

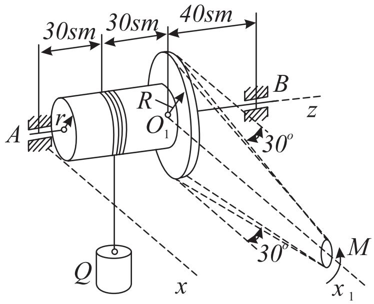
3.57-nji mesele. AC gorizontal okly ýel hereketlendirijisinde simmetrik ýerleşen dört sany ganat bar. Ganatlaryň tekizligi AC oka perpendikulýar bolan wertikal tekizlik bilen 30°-ly deň burçlary emele getirýär. Okdan 2 m uzaklykda her bir ganata onuň tekizligine normal boýunça 1,2 kN-e deň şemalyň basyş güýçleriniň deňtäsiredijisi goýlan (D ganatyň XY tekizlikdäki proýeksiýasy aýratynlykda görkezilen). A nokatda podşipnige C nokatda dabanoýa (podpýatnige) daýanan hereketlendirijiniň okuny suratda görkezilmedik şesternýanyň B tigriniň dişine düşürýän wertikal P basyşy dynçlykda saklap dur. B tigriň radiusy 1,2 m, aralyklar: $BC = 0{,}5\ m$, $AB = 1\ m$, $AF = 0{,}5\ m$. P basyşy we daýançlardaky reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.56-njy surat*).



3.56-njy surat

Jogaby: $P = 4\ kN$; $Z_A = 1{,}333\ kN$; $Y_C = –0{,}416\ kN$; $Z_C = 2{,}667\ kN$; $X_A = X_C = 0$.

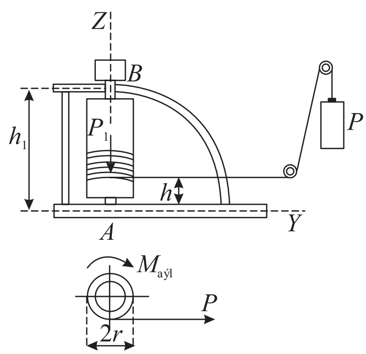
3.58-nji mesele. M motor zynjyryň kömegi bilen Q ýüki deňölçegli göterýär, r = 10 *sm*, R = 20 *sm*, Q = 10 *kN*. Çekiji zynjyryň dartylyş güýji çekilýän zynjyryň dartylyş güýjünden iki esse uly, ýagny $T_1 = T_2$; zynjyryň şahalary gorizontal ugur bilen 30° burç emele getirýärler (O_1x_1 ok Ax oka parallel). A we B daýançlardaky reaksiýa güýçlerini hem-de zynjyryň dartyş güýçlerini kesgitlemeli (*3.57-nji surat*).



3.57-nji surat

Jogaby: $T_1 = 10$ *kN*; $T_2 = 5$ *kN*; $X_A = -5{,}2$ *kN*; $Z_A = 6$ *kN*; $X_B = -7{,}8$ *kN*; $Z_B = 1{,}5$ *kN*.

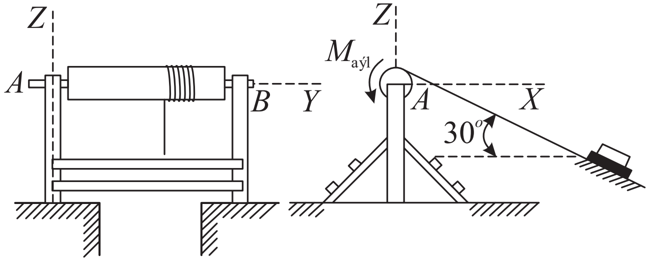
3.59-njy mesele. Agramy 3 *kN* bolan tokmagy götermek üçin wertikal worot atly ýük göteriji işledilýär. Onuň walynyň radiusy r = 20 *sm* bolup, aşaky ujy bilen A dabanoýa direlen, ýokarky ujuny B podşipnik saklap dur. Wal motoryň kömegi bilen aýlandyrylýar. Motoryň tokmagy deňölçegli götermegi üçin zerur bolan M aýlandyryjy momenti hem-de A dabanoýyň we B podşipnigiň reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. h_1 = 1 *m*, h = 30 *sm* we aýlanyjy bölekleriniň agramy P_1 = 1 *kN* (*3.58-nji surat*).



3.58-nji surat

Jogaby: $M_{aýl} = 0{,}6$ *kN · m*; $X_A = 0$; $Y_A = -2{,}1$ *kN*; $Z_A = 1$ *kN*; $X_B = 0$; $Y_B = -0{,}9$ *kN*.

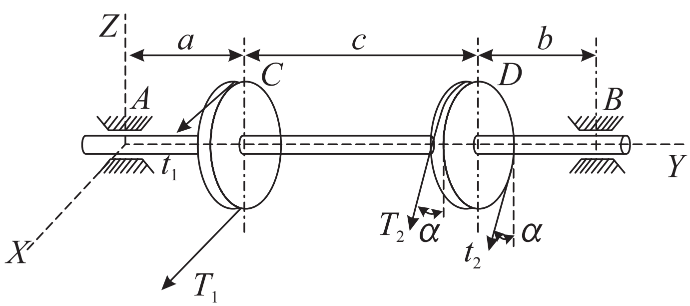
3.60-njy mesele. Ýapgyt şurfy boýlap magdanly topragy götermekde işledilýän worot atly ýük göterijiniň uzynlygy 1,5 *m*, radiusy 0,25 *m* waldan ybarat. Wal motoryň (3.59-njy suratda görkezilmedik) kömegi bilen aýlandyrylýar. Eger walyň agramy 0,8 *kN*, ýükiň agramy 4 *kN*, ýük bilen şurfuň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti 0,5, şurfuň gorizontal ugra ýapgytlygy 30° we *B* podşipnikden tanabyň waldan sypýan ýerine çenli aralyk 50 *sm* bolsa, onda motoryň aýlandyryjy *M* momenti we ýük göterijiniň (worotyň) daýanç reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli. Walyň aýlanyşyny deňölçegli diýip hasaplamaly.



3.59-njy surat

Jogaby: $M_{aýl} = 0{,}93\ kN \cdot m$; $X_A = -1{,}08\ kN$; $Z_A = 1{,}02\ kN$;
$X_B = -2{,}15\ kN$; $Z_B = 1{,}65\ kN$.

3.61-nji mesele. Transmissiýanyň gorizontal waly *A* we *B* podşipniklerde aýlanyp bilýär. Walda çeki oturdylan iki sany *C* we *D* şkiw bar. Şkiwleriň radiuslary: $r_c = 20\ sm$; $r_D = 25\ sm$; podşipniklerden şkiwlere çenli aralyklar $a = b = 50\ sm$, şkiwleriň aralygy $c = 100\ sm$. *C* şkiwdäki çeki bölekleriniň dartyş güýçleri T_1 we t_1 bolup, olar gorizontal we $T_1 = 2t_1 = 5\ kN$; *D* şkiwdäki çeki bölekleriniň dartyş



3.60-njy surat

güýçleri wertikal bilen α = 30° burç emele getirýär. Deňagramlylyk ýagdaýynda T_1 we t_1 dartyş güýçleriniň mukdarlaryny çekileriň dartyşyndan podşipniklerde döreýän reaksiýa güýçlerini kesgitlemeli (*3.60-njy surat*).

Jogaby: $T_2 = 4\ kN$; $t_2 = 2\ kN$; $X_A = -6{,}375\ kN$; $Z_A = 13\ kN$; $X_B = -4{,}125\ kN$; $Z_B = 3{,}9\ kN$.

4. AGYRLYK MERKEZI

4.1. Jisimiň agyrlyk merkezini tapmak

Birjynsly jisimlere seredeliň. Gaty jisimiň bölejikleriniň parallel agyrlyk güýçleriniň merkezine onuň agyrlyk merkezi diýilýär. Jisimiň agyrlyk merkezi aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{1}{V}\iiint x d\nu,\ \ y_C = \frac{1}{V}\iiint y d\nu,\ \ z_C = \frac{1}{V}\iiint z d\nu. \qquad (4.1)$$

S meýdanly tekiz figuranyň agyrlyk merkezi aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{1}{S}\iint x ds; \quad y_C = \frac{1}{S}\iint y ds. \qquad (4.2)$$

L uzynlykly çyzygyň agyrlyk merkezi aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{1}{L}\int x dl; \quad y_C = \frac{1}{L}\int y dl; \quad z_C = \frac{1}{L}\int z dl. \qquad (4.3)$$

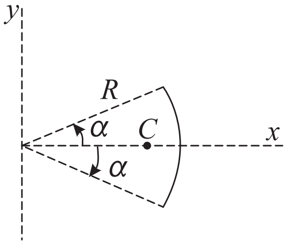
Eger jisim tükenikli sanly böleklere bölünýän bolsa, onda formulalar ýönekeýleşýär we integrala derek ýönekeý jemler alynýar. Mysal üçin (4.2) formulalara derek şeýle formulalary almak bolýar:

$$x_C = \frac{1}{S}\sum_{k=1}^{n} S_k x_k; \quad y_C = \frac{1}{S}\sum_{k=1}^{n} S_k y_k. \qquad (4.4)$$

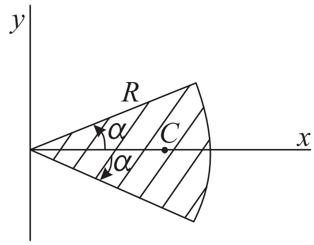
4.2. Käbir çyzyklaryň, tekiz figuralaryň we jisimleriň agyrlyk merkezlerini kesgitlemek üçin formulalar

1. Töweregiň dugasynyň agyrlyk merkezi (*4.1-nji surat*) aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{R\sin\alpha}{\alpha}; \quad y_C = 0.$$



4.1-nji surat



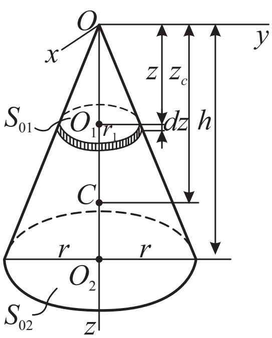
4.2-nji surat

2. Tegelek sektorynyň meýdanynyň agyrlyk merkezi (*4.2-nji surat*) aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}; \quad y_C = 0.$$

3. Üçburçlugyň meýdanynyň agyrlyk merkezi medianalarynyň kesişme nokady bilen gabat gelýär. Eger üçburçlugyň depeleriniň koordinatalary belli bolsa, onda agyrlyk merkeziniň koordinatalary aşakdaky formulalar bilen kesgitlenilýär:

$$x_C = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \quad y_C = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \quad z_C = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}.$$



4.3-nji surat

4. Konusyň göwrüminiň agyrlyk merkezi: $x_C = 0$; $y_C = 0$; $z_C = 1/4\ h$ ýaly tapylýar. Şeýle netijäni subut edeliň.

Beýikligi h, esasynyň radiusy r bolan dogry, tegelek konusa seredeliň (*4.3-nji surat*). *Oz* oky konusyň simmetriýa oky boýunça aşaklygyna ugrukdyrýarys.

Konusyň agyrlyk merkezi *Oz* okda ýatany üçin, $x_C = 0$; $y_C = 0$. z_C-ni tapmak üçin (4.1) formuladan peýdalanýarys:

$$z_C = \frac{\int zdV}{V},$$

bu ýerde $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ – konusyň göwrümi.

Suratdan görünýän $\frac{r_i}{r} = \frac{z}{h}$ gatnaşygy ulanyp, sanawjydaky integraly hasaplalyň: $d\nu = \pi r_i^2 dr$;

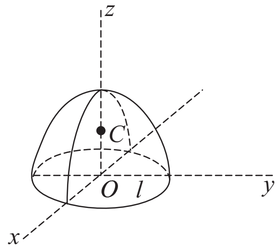
$$\int_0^h z\pi r_i^2 dz = \int_0^h z\pi\left(r\frac{z}{h}\right)^2 dz = \pi\frac{r^2}{h^2}\int_0^h z^3 dz = \pi\frac{r^2}{h^2}\frac{h^4}{4} = \frac{\pi r^2 h^2}{4};$$

$$z_C = \frac{\frac{\pi r^2 h^2}{4}}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{3}{4}h; \quad z_C = \frac{3}{4}h.$$

Subut edildi. Subut edilen formula piramida üçin hem adalatlydyr.

5.Ýarymşaryň göwrüminiň agyrlyk merkezi (*4.4-nji surat*)

$x_C = 0$; $y_C = 0$; $z_C = \frac{3}{8}R$ ýaly tapylýar.



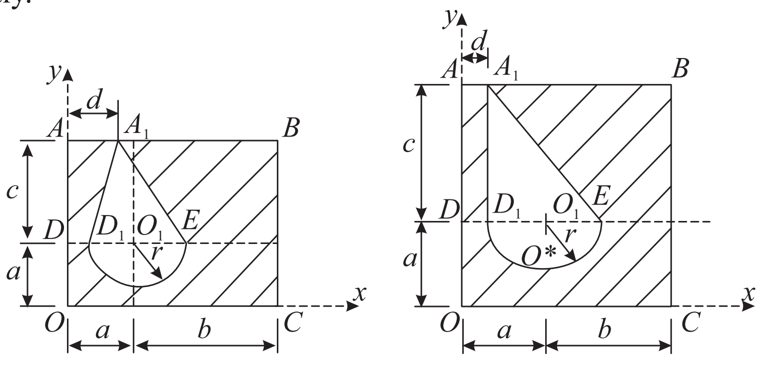
4.4-nji surat

4.3. Ugrukdyryjy maglumatlar. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Mysaly meseleler

1. Surat ölçeg masştabynda gurulsa amatly bolýar.
2. Jisimiň simmetriýa oky bar bolsa, koordinata oklarynyň birini simmetriýa oky boýunça gönükdirmeli.
3. Agyrlyk merkezleri we meýdanlary aňsat tapylar ýaly, jisimi aýry-aýry birnäçe böleklere bölmeli.
4. Degişli formuladan peýdalanyp, jisimiň agyrlyk merkezini tapmaly.

4.1-nji mesele. Birjynsly $OABC$ gönüburçlukdan $\Delta A_1 ED_1$ üçburçluk we radiusy r bolan ýarymtegelek kesilip alnan. Ýarymtegelegiň O_1 merkezi üçburçlugyň D_1E tarapynyň ortasynda ýerleşen. Eger $a, b, c, AA_1 = DD_1 = d$ we r (santimetrde) berlen bolsa, gönüburçlugyň galan bölegininň agyrlyk merkezini kesgitlemeli (*4.5-nji a surat*). Berlen: $a = 8$, $b = 10$, $c = 12$, $d = 2$, $r = 6$.

Çözülişi: Meseläniň şertindäki bahalardan peýdalanyp, bellibir masştabda meseläniň suratyny çyzýarys (*4.5-nji b surat*). Meseläni otrisatel massalar (meýdanlar) usulyndan peýdalanyp çözeliň. Üç sany meýdana garalyň. Bu meýdanlaryň her biriniň agyrlyk merkezi aňsatlyk bilen tapylyp bilner. Bu ýerde S_1 – $OABC$ gönüburçlugyň meýdany, S_2 üçburçlugyň meýdany, S_3 ýarym tegelegiň meýdany. Kesilip alnan bölekleriň meýdanlaryny (S_2, S_3-i) minus alamaty bilen almaly.



4.5-nji surat

Suratdan we meseläniň şertinden peýdalanyp, meýdanlary tapýarys: $S_1 = 360$, $S_2 = –72$, $S_3 = –56{,}6$. Her bir meýdanyň agyrlyk merkezini, degişlilikde (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) bilen belgiläp, bu koordinatalary ýazalyň: $x_1 = \dfrac{a+b}{2} = 9$, $y_1 = \dfrac{a+c}{2} = 10$; $x_2 = d + \dfrac{1}{3}\,2r = 6$.

ΔA_1ED_1 gönüburçly üçburçlukdyr. Bu üçburçlugyň depeleriniň koordinatalaryny ýazalyň: $A_1\ (d,\ a + c)$, ýa-da $A_1(2, 20)$ $E(d + 2r, a)$ ýa-da $E(14, 8)$, $D_1(d, a)$ ýa-da $D_1\ (2, 8)$.

Üçburçlugyň depeleriniň koordinatalarynyň üsti bilen onuň agyrlyk merkezi ýokarda getirilen formulalar arkaly tapylýar: $x_2 = 6$, $y_2 = 12$. Ýarymtegelegiň agyrlyk merkezini $O^*(x_3, y_3)$ bilen belgiläp, ýokarda getirilen formulalardan peýdalanýarys: $OO^* = \dfrac{4r}{3\pi} = 2{,}54$. Onda:

$$x_3 = a = 8;\ y_3 = a - OO^* = 5{,}46.$$

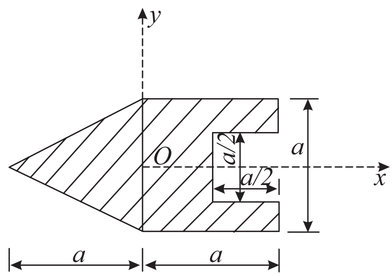
(4.4) formulalardan aşakdaky ýaly peýdalanýarys:

$$x_C = \frac{x_1 s_1 + x_2(-s_2) + x_3(-s_3)}{s_1 + (-s_2) + (-s_3)}.$$

y_C üçin hem meňzeş formulany ýazyp, san bahalaryny tapmagy okyja hödürleýäris. Netije: gözleýän agyrlyk merkezimiziň koordinatalary $x_C = 10{,}2$; $y_C = 10{,}7$ bolýar.

4.2-nji mesele. Ölçegleri 4.6-njy suratda berlen tekiz figuranyň agyrlyk merkezini kesgitlemeli.

Çözülişi: Figura deňýanly üçburçlukdan we bir bölegi kesilip aýrylan kwadratdan ybaratdyr. Ox simmetriýa oky bolanlygy üçin jisimiň agyrlyk merkezi x okda ýatýar, ýagny $y_C = 0$. x_C-ni tapmak üçin, doldurmak usulyndan peýdalanýarys.



4.6-njy surat

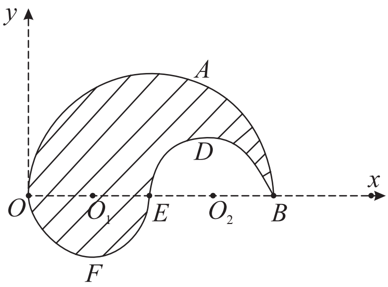
Suratdaky figura üç bölekden ybarat diýip hasap edýäris, ýagny meýdany $S_1 = \frac{1}{2}a^2$ bolan üçburçlukdan, meýdany $S_2 = a^2$ bolan kwadratdan we tarapy $\frac{a}{2}$ bolan kesilip alnan kwadratdan (bu kwadratyň meýdanyny $S_3 = -\frac{1}{4}a_2$ minus alamaty bilen almaly). Indi umumy formuladan peýdalanýarys:

$$x_C = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2 + S_3 x_3}{S_1 + S_2 + S_3},$$

bu ýerde x_1; x_2; x_3, degişlilikde üçburçlugyň, tarapy a bolan kwadratyň we tarapy $\frac{a}{2}$ bolan kesilip alnan kwadratyň agyrlyk merkezleri, ýagny:

$$x_1 = -\frac{1}{3}a; \quad x_2 = \frac{1}{2}a; \quad x_3 = \frac{3}{4}a.$$

Bu bahalary formulada goýup, figuranyň agyrlyk merkezini tapýarys: $x_C = \frac{1}{6}a$.



4.7-nji surat

4.3-nji mesele. 4.7-nji suratda görkezilen meýdanyň agyrlyk merkezini kesgitlemeli. Bu meýdan radiusy $2r$ bolan *OAB* ýarymtegelek we her biriniň radiusy r bolan *BDE* hem *EFO* ýarymtegelekler bilen çäklenen. O_1, O_2, E merkezler *OB* diametriň üstünde ýatýarlar.

Çözülişi: $C(x_C, x_C)$ agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny otrisatel meýdanlar usulyndan peýdalanyp tapalyň. Çyzgydaky figura üç sany ýarym tegelekden durýar: $2r$ radiusly *OAB* ýarymtegelek, r radiusly *OFE* ýarymtegelek, r radiusly otrisatel meýdanly *EDB* ýarymtegelek. Aşakdaky formulalardan peýdalanýarys:

$$x_C = \frac{S_1x_1 + S_2x_2 + S_3x_3}{S_1 + S_2 + S_3}; \quad y_C = \frac{S_1y_1 + S_2y_2 + S_3y_3}{S_1 + S_2 + S_3}.$$

Berlen üç sany ýarymtegelegiň meýdanyny we agyrlyk merkezini aňsatlyk bilen tapmak bolýar:

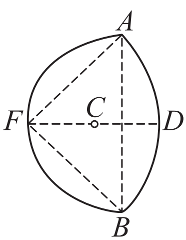
$$S_1 = 2\pi r^2; \quad S_2 = \frac{\pi r^2}{2}; \quad S_3 = -\frac{\pi r^2}{2};$$

$$x_1 = 2r; x_2 = r; x_3 = 3r;$$

$$y_1 = \frac{8}{3\pi}r; \quad y_2 = -\frac{4}{3\pi}r; \quad y_3 = \frac{4}{3\pi}r.$$

Bu bahalary formulalarda goýup, figuranyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny tapýarys: $x_C = \frac{3}{2}r, \quad y_C = \frac{2}{\pi}r$.

4.4. Özbaşdak çözmek üçin meseleler



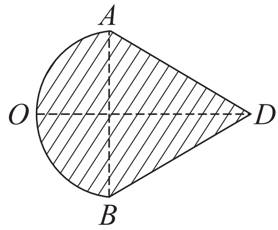
4.8-nji surat

4.4-nji mesele. Sterženli *AFBD* konturyň *C* agyrlyk merkeziniň ornuny kesgitlemeli. Kontur $FD = R$ radiusly töweregiň dörtden birine deň bolan *ADB* dugadan we diametri *AB* horda bolan *AFB* ýarym töweregiň dugasyndan emele gelen. Sterženleriň çyzykly dykyzlygy birmeňzeş (*4.8-nji surat*).

Jogaby: $CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi}(3 - 2\sqrt{2}) = 0,524R.$

4.5-nji mesele. R radiusly AOB ýarym töweregiň we uzynlyklary birmeňzeş bolan AD we DB göni çyzyk kesimleri bilen çäklenen üstüň C agyrlyk merkezini kesgitlemeli: $OD = 3R$ (*4.9-njy surat*).

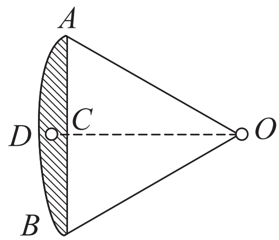
Jogaby: $OC = \dfrac{3\pi + 16}{3\pi + 12} R = 1,19R.$



4.9-njy surat

4.6-njy mesele. Radiusy $AO = 30$ *sm* bolan tegelegiň ADB segment üstüniň C agyrlyk merkezini kesgitlemeli. $AOB = 60°$ (*4.10-njy surat*).

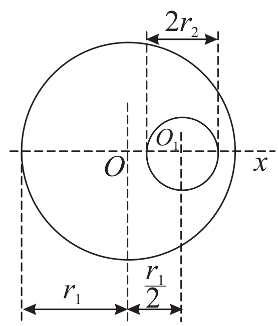
Jogaby: $OC = 27,7$ *sm*.



4.10-njy surat

4.7-nji mesele. Tegelek deşikli birjynsly diskiň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Diskiň radiusy r_1, deşigiň radiusy r_2. Bu deşigiň merkezi diskiň merkezinden $r_1/2$ aralykda ýerleşen diýip hasap etmeli (*4.11-nji surat*).

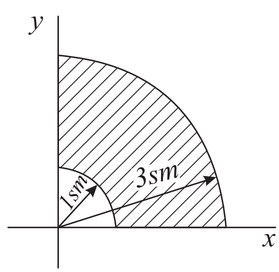
Jogaby: $x_C = \dfrac{r_1 r_2^2}{2(r_1^2 - r_2^2)}.$



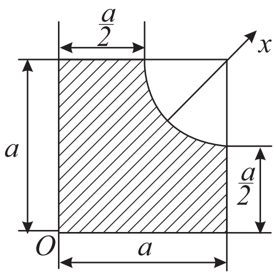
4.11-nji surat

4.8-nji mesele. Suratda görkezilen çärýek halkanyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli (*4.12-nji surat*).

Jogaby: $x_C = y_C = 1,38$ *sm*.



4.12-nji surat



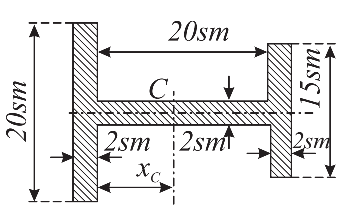
4.13-nji surat

4.9-njy mesele. Suratda görkezilen figuranyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli (*4.13-nji surat*).

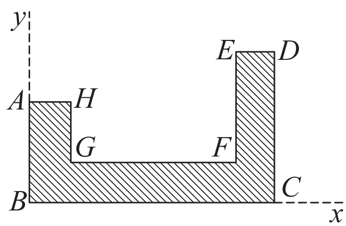
Jogaby: $x = 0{,}61a$.

4.10-njy mesele. Ölçegleri 4.14-nji suratda görkezilen iki tagmalynyň (dwutawryň) profiliniň agyrlyk merkezini kesgitlemeli.

Jogaby: $x_c = 9$ *sm*.



4.14-nji surat



4.15-nji surat

4.11-nji mesele. 4.15-nji suratda görkezilen birjynsly plastinkanyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Aşakdakylar berlen: $AH = 2$ *sm*, $HG = 1{,}5$ *sm*, $AB = 3$ *sm*, $BC = 10$ *sm*, $EF = 4$ *sm*, $ED = 2$ *sm*.

Jogaby: $x = 5\frac{10}{13}$ *sm*, $\quad y = 1\frac{10}{13}$ *sm*.

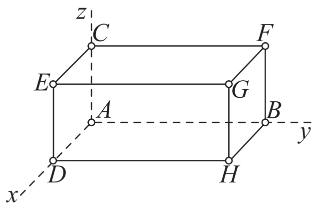
4.12-nji mesele. Dört adam birjynsly üçburçluk plastinkany göterip barýarlar. Ikisi onuň iki depesinden, galanlary üçünji depä sepleşýän taraplaryndan tutýarlar. Her bir adam plastinkanyň doly agramynyň çärýegini götermegi üçin iki adam üçünji depeden haýsy aralykda ornaşmaly?

Jogaby: Degişli tarapyň uzynlygynyň 1/3 böleginde.

4.13-nji mesele. Gönüburçly parallelepipediň depelerinde ornaşan ýükler sistemasynyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Parallelepipediň gapyrgalary: $AB = 20$ *sm*, $AC = 10$ *sm*,

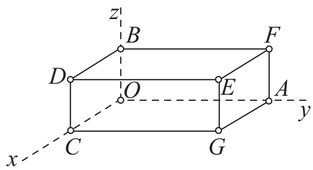
$AD = 5$ *sm*; *A, B, C, D, E, F, G, H* depelerdäki ýükleriň agramlary, degişlilikde 1 *N*, 2 *N*, 3 *N*, 4 *N*, 5 *N*, 3 *N*, 4 *N*, 3 *N* (*4.16-njy surat*).

Jogaby: $x = 3{,}2$ *sm*, $y = 9{,}6$ *sm*, $z = 6$ *sm*.



4.16-njy surat.

4.14-nji mesele. Gönüburçly parallelepipediň konturynyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Parallelepipediň gapyrgalary birjynsly pürslerden ybarat bolup, olaryň uzynlyklary: $OA = 0{,}8$ *m*, $OB = 0{,}4$ *m*, $OC = 0{,}6$ *m*. Bu pürsleriň agramlary, degişlilikde: $OA = 250$ *N*, *OB, OC* we $CD = 75$ *N*; $CG = 200$ *N*, $AF = 125$ *N*; *AG* we $GE = 50$ *N*; *BD, BF, DE*, we $EF = 25$ *N* (*4.17-nji surat*)

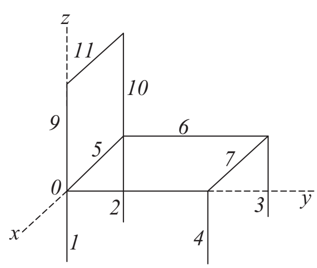


4.17-nji surat.

Jogaby: $x = 0{,}263$ *m*, $y = 0{,}4$ *m*, $z = 0{,}105$ *m*.

4.15-nji mesele. Oturgyç sypatly jisimiň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Bu jisim meňzeş uzynlykly we meňzeş agramly sterženlerden düzülen. Sterženleriň uzynlygy 44 *sm* (*4.18-nji surat*).

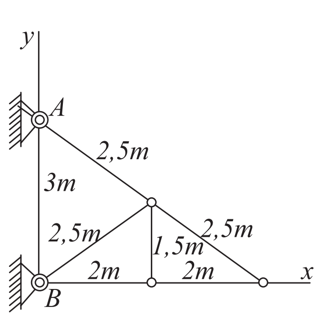
Jogaby: $x = –22$ *sm*, $y = 16$ *sm*, $z = 0$.



4.18-nji surat

4.16-njy mesele. Tekiz fermanyň agyrlyk merkeziniň koordinatalaryny kesgitlemeli. Ferma ýedi sany sterženden düzülip, olaryň uzynlyklary suratda görkezilen. Sterženleriň ählisiniň her bir metriniň agramy birmeňzeş (*4.19-njy surat*).

Jogaby: $x = 1{,}47$ *m*, $y = 0{,}94$ *m*.



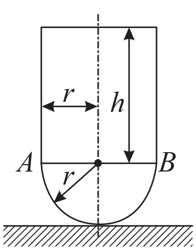
4.19-njy surat

4.17-nji mesele. Ýeňil harby gämi korpusynyň agramy 19000 *kN*. Korpusyň agyrlyk merkezi wertikal boýunça kiliň üstünde $y_1 = 6$ *m* beýiklikde. Kreýser suwa goýberilenden soň içine esasy maşynlar we gazanlar ýerleşdirilen. Esasy maşynlaryň agramy 4500 *kN* bolup, olaryň agyrlyk merkeziniň ordinatasy $y_2 = 3$ *m*. Gazanlaryň agramy 5000 *kN* bolup, olaryň agyrlyk merkeziniň ordinatasy $y_3 = 4{,}6$ *m*. Korpus, maşynlar we gazanlaryň umumy agyrlyk merkeziniň y_c ordinatasyny kesgitlemeli.

Jogaby: $y_c = 5{,}28$ *m*.

4.18-nji mesele. Suw sygymy 45000 *kN* bolan gämide, agramy 300 *kN* bolan ýük, gäminiň öňdäki böleginden yzyna 60 *m* aralyga süýşürilen. Ýük we gäminiň umumy agyrlyk merkezi haýsy aralyga süýşer?

Jogaby: 0,4 *m*.

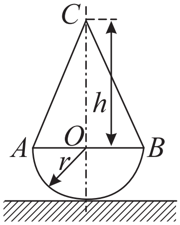


4.20-nji surat

4.19-njy mesele. Dykyzlygy birmeňzeş bolan ýarymşar bilen silindrden ybarat jisim ýarymşaryň üsti bilen ýylmanak gorizontal tekizlige daýanyp, deňagramlylykda dur. Ýarymşar bilen silindriň radiuslary birmeňzeş bolup, *r*-e deň. Jisim silindriň haýsy *h* beýikliginde deňagramlylygyň durnuklylygyny ýitirer?

Bütin jisimiň agyrlyk merkezi ýarymşaryň merkezine gabat gelmeli. Birjynsly ýarymşaryň agyrlyk merkezinden esasyna çenli bolan aralyk (3/8)*r*-e deň (*4.20-nji surat*).

Jogaby: $h = r/\sqrt{2}$.



4.21-nji surat

4.20-nji mesele. Deslapky meseläniň şertine görä, dykyzlygy we *r* radiusy birmeňzeş bolan konus bilen ýarymşardan ybarat jisim üçin konusyň, jisimiň deňagramlylyk ýagdaýynyň durnuklylygy ýitýän beýikligini tapmaly.

Jogaby: $h = r\sqrt{3}$.

II bölüm

KINEMATIKA

5. NOKADYŇ KINEMATIKASY

Kinematika gaty jisimleriň we nokadyň mehaniki hereketlerini, herekete getiriji sebäplere garaman, hereketi diňe geometrik nukdaýnazardan öwrenýär. Kinematikada wagt üznüksiz üýtgeýän skalýar ululyk bolup, argument bolup çykyş edýär. Hereket öwrenilende köplenç hasap başlangyjy deregine t_0 wagt alynýar. Kinematikada hereketi öwrenmek üçin köp tejribelerde barlanan geometriýanyň aksiomalaryna esaslanylýar, başga goşmaça kanun we aksiomalar talap edilmeýär.

Kinematikada garalýan meseleler aşakdakylardan ybaratdyr: gaty jisimiň ýa-da nokadyň hereketini matematiki formulalar arkaly aňlatmak; gaty jisimiň hereketi berlende jisimiň ýa-da onuň nokadynyň ähli kinematiki ululyklaryny (traýektoriýasyny, tizligini, tizlenmesini we başgalaryny) matematiki formulalar arkaly aňlatmakdan ybarat. Özleşdirilmesini ýönekeýleşdirmek üçin kinematikany iki bölege bölýärler: nokat kinematikasy we gaty jisimiň kinematikasy.

Nokadyň giňişlikde hereket edýän wagtynda onuň galdyryp gidýän yzyna onuň traýektoriýasy diýilýär. Traýektoriýanyň gönüligine ýa-da egriligine baglylykda nokadyň hereketi gönüçyzykly ýa-da egriçyzykly bolýar.

Hereket edýän nokadyň islendik wagtdaky ornuny kesgitleýän deňlemä bu nokadyň hereket deňlemesi diýilýär. Kinematikada nokadyň hereketi, esasan, üç usulda berilýär: 1) wektor usuly, 2) koordinatalar usuly, 3) tebigy usul. Şu usullara we olaryň arasyndaky baglanyşyga degişli nazary maglumatlara garalyň.

5.1. Nokadyň hereketiniň wektor usulda aňladylyşy. Nokadyň tizliginiň we tizlenmesiniň kesgitlenilişi

Nokadyň hereketini wektor usuly bilen aňlatmak üçin erkin, gozganmaýan O nokatdan (polýusdan) çykýan $\bar{r}$ radius-wektordan peýdalanylýar (*5.1-nji surat*). Radius-wektor wagtyň funksiýasydyr, ýagny:

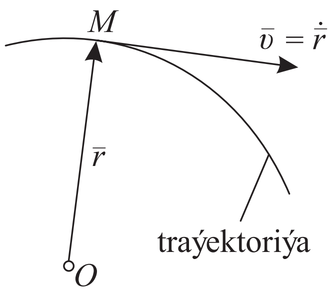
$$\bar{r} = \bar{r}(t). \tag{5.1}$$

Nokadyň tizlik-wektory radius-wektordan wagta görä alnan birinji önüm bilen kesgitlenýär we traýektoriýa galtaşma boýunça ugrukdyrylýar (*5.1-nji surat*), ýagny

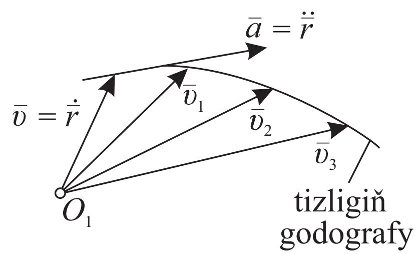
$$\bar{\upsilon} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{\bar{r}}\cdot \tag{5.2}$$

$\bar{r}$-iň üstünde goýlan nokat önümiň wagt boýunçadygyny aňladýar.

Kinematikada *godograf* diýip nämä aýdylýandygyny düşündireliň. Gozganmaýan nokatdan çykýan t wagta görä üýtgeýän wektoryň uçlaryny birleşdirýän çyzyga şol wektoryň godografy diýilýär. Şu kesgitlemäniň esasynda nokadyň traýektoriýasy onuň radius-wektorynyň godografydyr.



5.1-nji surat



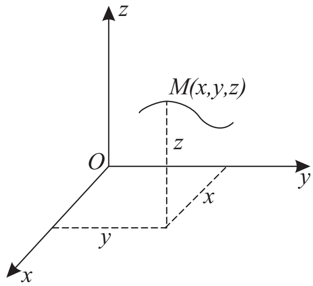
5.2-nji surat

Nokadyň tizlik wektorlaryny haýsy-da bolsa bir merkeze getirip, olaryň uçlaryny birleşdirsek, tizlik-wektoryň godografyny alarys. Nokadyň tizlenme-wektory ($\bar{a}$) nokadyň tizlik-wektoryndan wagta görä alnan birinji önümi ýa-da radius-wektordan wagta görä ikinji önümi kesgitleýär we tizligiň godografyna galtaşma boýunça ugrukdyrylýar (*5.2-nji surat*), ýagny:

$$\bar{a} = \dot{\bar{\upsilon}} = \ddot{\bar{r}}. \tag{5.3}$$

5.2. Nokadyň hereketiniň gönüburçly dekart koordinatalar sistemasynda aňladylyşy. Nokadyň tizliginiň we tizlenmesiniň kesgitlenilişi

Berlen *Oxyz* koordinatalar sistemasynda *M* nokadyň giňişlikdäki ornuny onuň *x, y, z* dekart koordinatalary bilen kesgitläp bolýar (*5.3-nji surat*). Wagtyň üýtgemegi bilen bu koordinatalar hem üýtgeýärler. Eger nokadyň koordinatalarynyň wagta baglylygy anyk görnüşde berlen bolsa, onda ol aňlatmalar hereketiň deňlemeleri bolýar, ýagny:



5.3-nji surat

$$x = x(t);\ y = y(t);\ z = z(t). \tag{5.4}$$

Bu deňlemeler nokadyň koordinatalar görnüşindäki hereket deňlemeleridir. Bu deňlemeleriň kömegi bilen nokadyň islendik t wagtda giňişlikdäki ornuny kesgitlemek bolýar. $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$) funksiýalar bir bahaly, üznüksiz we azyndan iki gezek differensirlenýän funksiýalardyr.

(5.4) deňlemeler nokadyň traýektoriýasynyň parametrik görnüşindäki deňlemeleridir. Parametr bolup t wagt hyzmat edýär. Traýektoriýany adaty görnüşde, ýagny x, y, z koordinatalaryň baglanyşygy görnüşinde almak üçin (5.4) deňlemeler sistemasyndan t wagty ýok etmek gerek.

Nokadyň (5.4) hereket deňlemeleri mälim bolsa, tizligiň degişli oklara proýeksiýalary şeýle hasaplanylýar:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x};\ \ \upsilon_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y};\ \ \upsilon_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}. \tag{5.5}$$

Nokadyň $\bar{\upsilon}$ tizlik-wektorynyň ululygy we ugry aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \tag{5.6}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\bar{\upsilon}, x) &= \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{\dot{x}}{\upsilon};\\ \cos(\bar{\upsilon}, y) &= \frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \frac{\dot{y}}{\upsilon};\\ \cos(\bar{\upsilon}, z) &= \frac{\upsilon_z}{\upsilon} = \frac{\dot{z}}{\upsilon}. \end{aligned}\right\} \tag{5.7}$$

Eger tizlenmäniň wektoryny $\bar{a}$ bilen belgilesek, onuň degişli koordinata oklaryna proýeksiýalary degişli koordinatalaryň ikinji önümlerine ýa-da tizligiň proeksiýalarynyň birinji önümlerine deňdir, ýagny:

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = \ddot{x},\ a_y = \dot{\upsilon}_y = \ddot{y}, a_z = \dot{\upsilon}_z = \ddot{z}. \tag{5.8}$$

Tizlenme ululygy we ugry boýunça aşakdaky ýaly tapylýar:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}, \tag{5.9}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\bar{a},x) &= \frac{a_x}{a} = \frac{\ddot{x}}{a}; \\ \cos(\bar{a},y) &= \frac{a_y}{a} = \frac{\ddot{y}}{a}; \\ \cos(\bar{a},z) &= \frac{a_z}{a} = \frac{\ddot{z}}{a}. \end{aligned}\right\} \tag{5.10}$$

5.3. Nokadyň hereketiniň tebigy usulda aňladylyşy. Hususy hallar. Nokadyň tizliginiň we tizlenmesiniň kesgitlenilişi

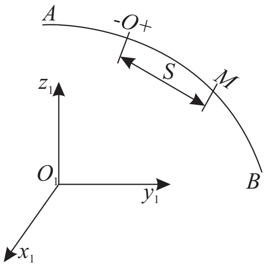
Tebigy usuldan peýdalanmak üçin nokadyň traýektoriýasy belli bolmaly. M nokat $O_1x_1y_1z_1$ sistema görä belli bolan AB traýektoriýa boýunça hereket edýär diýeliň (*5.4-nji surat*). Traýektoriýada islendik O nokady hasap başlangyjy hökmünde kabul edip, položitel we otrisatel ugurlary görkezeliň. M nokadyň orny $s = \breve{OM}$ duga bilen ýeke-täk görnüşde kesgitlenýär. s duga t wagta baglylykda üýtgeýär. Nokadyň islendik wagtda AB traýektoriýadaky ornuny bilmek üçin $s = s(t)$ funksiýa berlen bolmaly.

$$s = s(t). \tag{5.11}$$

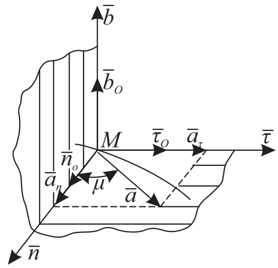
Diýmek, (5.11) funksiýa nokadyň hereket kanunydyr. Şeýlelikde, tebigy usulda nokadyň hereketini bermek üçin: 1) nokadyň traýektoriýasy, 2) položitel we otrisatel ugurlary görkezilip, O hasap başlangyjy we 3) $s = s(t)$ görnüşde hereket kanuny belli bolmaly.

Nokadyň (5.11) hereket kanunyndan wagta görä alnan birinji önüm nokadyň tizligini kesgitleýär:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = \dot{s}. \tag{5.12}$$



5.4-nji surat



5.5-nji surat

Traýektoriýasy mälim nokadyň doly tizlenmesi tebigy oklardaky proýeksiýalary bilen kesgitlenýär. Traýektoriýanyň islendik nokadyndaky tebigy üçgranlygy emele getirýän tebigy oklary görkezmek mümkin: $\overline{\tau}$ ok galtaşýan çyzyk bilen hereketiň ugry boýunça ugrukdyrylan, $\overline{n}$ ok baş normal boýunça, $\overline{b}$ ok binormal boýunça ugrukdyrylan, $\overline{\tau}$, $\overline{n}$, $\overline{b}$ hemişe özara perpendikulýardyrlar (*5.5-nji surat*). $\overline{\tau}^{\circ}, \overline{n}^{\circ}, \overline{b}^{\circ}$ degişli wektorlaryň birlik wektorlary. $\overline{\tau}$, $\overline{n}$ wektorlaryň ýerleşýän tekizligine galtaşýan tekizlik diýilýär. Nokadyň doly tizlenmesiniň wektory hemişe galtaşýan tekizlikde ýatany üçin $a_b \equiv 0$ bolýar, ýagny binormala proýektirlenmeýär. Doly tizlenme $\overline{a}_\tau$ galtaşma we $\overline{a}_n$ normal tizlenmeleriň geometrik jemi ýaly tapylýar:

$$\overline{a} = \overline{a}_\tau + \overline{a}_n = a_\tau \overline{\tau}^{\circ} + a_n \overline{n}^{\circ}. \qquad (5.13)$$

Galtaşma tizlenmesiniň ululygy aşakdaky formula bilen kesgitlenýär:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}. \qquad (5.14)$$

Tizlenýän hereketde galtaşma tizlenmäniň ($\overline{a}_\tau$) ugry tizlik wektorynyň ugry ($\overline{\upsilon}$) bilen gabat gelýär. Haýallaýan hereketde galtaşma tizlenmäniň ugry ($\overline{a}_\tau$) tizlik wektorynyň ($\overline{\upsilon}$) garşysyna ugrukdyrylandyr.

Normal tizlenmäniň ululygy aşakdaky formula bilen kesgitlenýär:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} \qquad (5.15)$$

bu ýerde υ – nokadyň berlen wagtyndaky tizligi, ρ – traýektoriýanyň garalýan nokadyndaky egrilik radiusy.

Normal tizlenme ($\overline{a_n}$) hemişe traýektoriýanyň oýuk tarapyna ugrukdyrylandyr. Hemişe $\overline{a_\tau} \perp \overline{a_n}$ bolany üçin, $\overline{a}$ doly tizlenme ululygy we ugry boýunça aşakdaky ýaly hasaplanylýar:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{\rho}\right)^2}; \qquad (5.16)$$

$$\text{tg}\,\mu = \frac{|a_\tau|}{a_n}, \qquad (5.17)$$

bu ýerde μ – baş normal bilen doly tizlenmäniň arasyndaky burç.

Hereket edýän nokadyň tekizlikdäki traýektoriýasy $y = f(x)$ deňleme bilen berlen bolsa, traýektoriýanyň egrilik radiusy

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|} \qquad (5.18)$$

formuladan tapylýar, bu ýerde $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}$.

Göni çyzyk üçin $\rho_{\text{göni}} = \infty$. Töweregiň egrilik radiusy şol töweregiň radiusyna ($R_{\text{töw}}$) deň, ýagny $\rho_{\text{töw}} = R_{\text{töw}}$.

Ýokarda agzalanlaryň esasynda şeýle netijä gelmek bolýar:

$\overline{a_\tau}$ – galtaşma tizlenme tizligiň ululygynyň üýtgeýşini, $\overline{a_n}$ normal tizlenme tizligiň ugrunyň üýtgeýşini häsiýetlendirýär.

Eger nokadyň hereketi (5.4) koordinatalar usuly bilen berlen bolsa, tebigy usula geçmek üçin matematikadan belli bolan $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$ baglanyşykdan peýdalanmaly. (5.5) formuladan $dx = \dot{x}dt$; $dy = \dot{y}dt$; $dz = \dot{z}dt$ bolýandygyny ýatlap, ahyrky aňlatmany integrirleýäris:

$$s = s_0 + \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\, dt. \qquad (5.19)$$

Galtaşýan çyzygyň birlik wektorynyň $\overline{\tau}^\circ = \frac{\overline{\upsilon}}{\upsilon}$ deňdigini ýatlap, galtaşýan we normal tizlenme üçin aşakdaky formulalary hem bermek bolýar:

$$a_\tau = \bar{a}\bar{\tau}^{\,0} = \frac{\overline{\upsilon}\,\overline{a}}{\upsilon} = \frac{\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \qquad (5.20)$$

$$a_n = |\overline{a} \times \overline{\tau}^\circ| = \frac{|\overline{a} \times \overline{\upsilon}|}{\upsilon} = \sqrt{\frac{(\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x})^2 + (\dot{y}\ddot{z} - \dot{z}\ddot{y})^2 + (\dot{z}\ddot{x} - \dot{x}\ddot{z})^2}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}. \qquad (5.21)$$

Hususy hallar

1. $a_n = 0$; $a_\tau = 0$.

Bu halda nokat göni çyzyk boýunça deňölçegli hereket edýär. Sebäbi

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = 0; \quad \upsilon = \text{const}, \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = 0,$$

bu ýagdaýda $\rho = \infty$.

2. $a_n = 0$; $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt} \neq 0$.

Bu ýagdaýda $\rho = \infty$ bolany üçin nokat göni çyzyk boýunça deňölçegsiz hereket edýär.

3. $a_n \neq 0$; $a_\tau = 0$.

Bu ýagdaýda nokat egri çyzyk boýunça deňölçegli hereket edýär.

4. $a_n \neq 0$; $a_\tau \neq 0$; $a_\tau = \text{const}$.

Bu ýagdaýda nokat egri çyzyk boýunça deňtizlenýän ýa-da deň haýallaýan hereket edýär we nokadyň hereket kanuny aşakdaky formula bilen kesgitlenýär:

$$s = s_0 + \upsilon_0 t \pm \frac{a_\tau t^2}{2}. \tag{5.22}$$

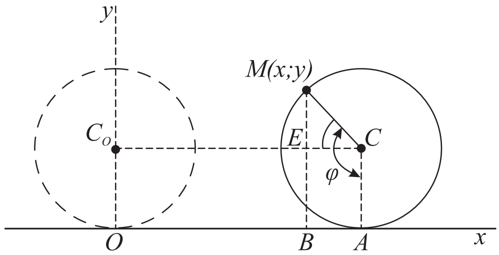
Islendik wagt üçin nokadyň tizligi aşakdaky ýaly hasaplanýar:

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm a_\tau t, \tag{5.23}$$

bu ýerde υ_0 nokadyň $t = 0$ wagtdaky, ýagny başlangyç wagtdaky tizligi.

5.4. Nokadyň hereket deňlemelerini düzmek. Mysaly meseleler

5.1-nji mesele. Eger teplowoz gönüçyzykly ýolda sekuntda 20 *m* hemişelik tizlik bilen hereket edýän bolsa, teplowozyň radiusy $R = 1$ *m* bolan tigriniň gurşawynda ýatan nokadynyň hereket deňlemelerini tapmaly. Tigir typman tigirlenýär diýip hasap etmeli. Nokadyň *Ox* diýip kabul edilen ýoldaky başlangyç ornuny koordinatalar başlangyjy diýip hasap etmeli *(5.6-njy surat)*.



5.6-njy surat

Çözülişi. M nokadyň hereket deňlemelerini tapmak, onuň x, y koordinatalaryny t wagta baglylykda tapmakdan ybaratdyr.

Başlangyç wagtda tigriň relse degýän nokadyny O bilen belgiläp, ony koordinatalar başlangyjy diýip kabul edeliň. Ox oky rels bilen teplowozyň hereket edýän ugruna tarap, Oy oky bolsa ýokarlygyna ugrukdyralyň (*5.6-njy surat*). Islendik t wagt üçin M nokadyň koordinatalaryny tapalyň.Tigriň merkezinden relse çenli uzaklyk hemişe R-e deň bolup, C nokat x oka parallel göni çyzyk boýunça deňölçegli hereket edýär. Şonuň üçin $C_0C = \upsilon t = 20t$.

$CA \| C_0O$ bolany üçin hem-de typman tigirleneni üçin t wagtda tigir öz okunyň töwereginde $\angle MCA = \varphi$ burça aýlanýar. Suratdan M nokadyň koordinatalaryny tapalyň:

$$x = C_0C - EC; \quad y = BE + EM$$

ýa-da

$$x = \upsilon t - EC; \quad y = R + ME.$$

$\Delta\, MEC$ üçburçlukdan $EC = R\cos(\varphi - 90°) = R\sin\varphi$,

$EM = -R\cos\varphi$ gelip çykýar, diýmek,

$$x = \upsilon t - R\sin\varphi; \quad y = R - R\cdot\cos\varphi. \tag{1}$$

Indi φ burçuň t wagta baglanyşygyny tapalyň. Tigriň typman tigirlenmesi üçin $\breve{MA} = \breve{OA}$ $.OA = C_0C = \upsilon t$; $\breve{MA} = \varphi t$ bolany üçin $\upsilon t = R\varphi$ ýa-da $\varphi = \dfrac{\upsilon t}{R} = 20t$.

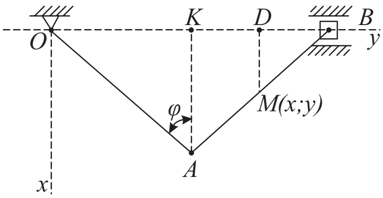
Bu bahany we şertdäki bahalary (1) deňlemelerde goýup, M nokadyň hereket deňlemelerini ýazýarys:

$$x = 20t - \sin 20t; \ y = 1 - \cos 20t.$$

5.2-nji mesele. 5.7-nji suratdaky mehanizmiň M nokadynyň hereket deňlemelerini we traýektoriýasyny tapmaly.

Berlen: $OA = r = 60$; $AB = l = 60$; $BM = \frac{1}{3} l = 20$; $\varphi = 3\pi t$.

Uzaklyklar santimetrde, burç radian hasabynda berlen.



5.7-nji surat

Çözülişi. Ilki bilen M nokadyň hereket deňlemelerini tapalyň.

OAB üçburçlugy iki sany OAK we KAB gönüburçly üçburçluklara böleliň. ΔOAK-dan: $AK = r\cos\varphi$; $OK = OA \sin\varphi = r \sin\varphi$. ΔKAB-den $KB = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{l^2 - (r\cos\varphi)^2}$.

Meseläniň şertine görä $BM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{3} l$ bolany üçin

$$KD = \frac{2}{3} KB,\ DM = \frac{1}{3} AK.$$

Şeýlelikde,

$$x_M = x = DM = \frac{1}{3}\, r\cos\varphi;$$

$$y_M = y = OK + KD = r\sin\varphi + \frac{2}{3}\sqrt{l^2 - r^2\cos^2\varphi}$$

ýa-da

$$x = \frac{60}{3}\cos(3\pi t) = 20\cos(3\pi t),$$

$$y = 60\sin(3\pi t) + \frac{2}{3}\sqrt{60^2 - 60^2\cos^2(3\pi t)} = 60\sin(3\pi t) +$$

$$+ \frac{2\cdot 60}{3}\sqrt{1 - \cos^2(3\pi t)} = 60\sin(3\pi t) + 40\sin(3\pi t) = 100\sin(3\pi t).$$

$M\,(x, y)$ nokadyň hereket deňlemeleri gutarnykly görnüşde şeýle ýazylýar:

$x = 20\cos(3\pi t)$; $y = 100\sin(3\pi t)$.

Hereket edýän M nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmak üçin bu deňlemelerden t wagty ýok etmeli. Onuň üçin $\cos(3\pi t)$, $\sin(3\pi t)$ ulululyklaryň bahasyny tapyp, $\cos^2(3\pi t) + \sin^2(3\pi t) = 1$ trigonometrik toždestwodan peýdalanýarys:

$$\cos(3\pi t) = \frac{x}{20};\quad \sin(3\pi t) = \frac{y}{100};$$

$$\cos^2(3\pi t) + \sin^2(3\pi t) = 1 = \frac{x^2}{(20)^2} + \frac{y^2}{(100)^2}.$$

Diýmek, M nokat ýarym oklary 20 *sm* we 100 *sm* bolan ellips boýunça hereket edýär. Traýektoriýanyň deňlemesi:

$$\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{10000}=1.$$

5.3-nji mesele. Eger nokadyň tizlik wektorynyň koordinata oklaryna proýeksiýalary

$$\upsilon_x=\dot{x}=-r\omega\sin(\omega t);\quad \upsilon_y=\dot{y}=-r\omega\cos(\omega t)$$

deňlemeler bilen berlen bolsalar, onda nokadyň hereket deňlemesini we traýektoriýasyny kesgitlemeli (başlangyç wagt, ýagny $t=0$ bolanda): $y_0=h$; $x_o=r$.

Çözülişi. Ilki bilen nokadyň hereket deňlemelerini tapalyň. Munuň üçin υ_x-i we υ_y-i aşakdaky ýaly ýazalyň:

$$\frac{dx}{dt}=-r\omega\sin(\omega t);\qquad \frac{dy}{dt}=-r\omega\cos(\omega t)$$

ýa-da

$$dx=-r\omega\sin(\omega t)dt;\quad dy=-r\omega\cos(\omega t)dt$$

aňlatmalary integrirläp, hereket deňlemelerini alarys:

$$x=r\cos(\omega t)+C_1;\quad y=r\sin(\omega t)+C_2,\tag{1}$$

bu ýerde C_1 we C_2 integrirlemäniň hemişeligi. C_1 we C_2-ni başlangyç şertlerden peýdalanyp kesgitleýäris. Ýokardaky (1) hereket deňlemelerinde $t=0$ bolanda $y_0=h$; $x_0=r$ bahalary goýup, C_1, C_2-ni kesgitleýäris:

$$r=r\cos0°+C_1;\quad C_1=r-r=0;$$
$$h=r\sin0°+C_2 \text{ ýa-da } C_2=h.$$

Şeýlelikde, nokadyň hereket deňlemeleri aşakdaky görnüşe eýe bolýar: $x=r\cos(\omega t)$; $y=h+r\sin(\omega t)$.

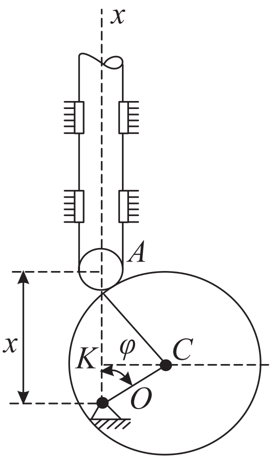
Hereket edýän nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmak üçin onuň hereket deňlemelerinden t wagty ýok etmeli. Onda:

$$\frac{x^2}{r^2}+\frac{(y-h)^2}{r^2}=\cos^2(\omega t)+\sin^2(\omega t)=1$$

ýa-da

$$x^2+(y-h)^2=r^2.$$

Şeýlelikde, nokadyň traýektoriýasy merkezi (0; h) nokatda ýerleşen r radiusly töwerekdir.



5.8-nji surat

5.4-nji mesele. $d = 2r$ diametrli ekssentrigiň aýlanyş oky diskiň C merkezinden $OC = a$ uzaklykda ýerleşen bolsa, sterženiň hereket deňlemesini tapmaly: Ox ok steržen boýunça ugrukdyrylan, hasaplama başlangyjy O nokatda ýerleşen, $\frac{a}{2} = \lambda$ (*5.8-nji surat*).

Çözülişi. Sterženiň gönüçyzykly hereket deňlemesi A nokadyň hereket deňlemesi ýalydyr. Eger OA uzaklygyň φ burça, $OC = a$ we r radiusa baglylykda üýtgemesini tapsak, onda bu A nokadyň hereket deňlemesini tapdygymyz bolar.

Şeýlelikde ΔOCA üçburçlugy iki sany OCK we KCA gönüburçly üçburçluklara böleliň. Onda ΔOCK-dan:

$$OK = OC\cos\varphi = a\cos\varphi; \quad KC = a\sin\varphi.$$

Indi ΔKCA üçburçluga Pifagoryň teoremasyny ulanyp alarys:

$$KA = \sqrt{AC^2 - KC^2} = \sqrt{r^2 - a^2\sin^2\varphi} = r\sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}.$$

Şeýlelikde,

$$x = OA = OK + KA;$$

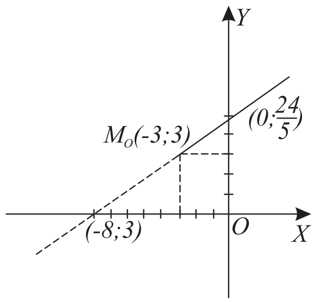
$$x = a\cos\varphi + \sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}\ .$$

5.5-nji mesele. Nokadyň Oxy tekizlikdäki hereketi aşakdaky deňlemeler bilen berlen:

$$\left.\begin{aligned} x &= 5t^2 + \frac{5}{3}t - 3; \\ y &= 3t^2 + t + 3. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Bu ýerde x, y santimetrde, wagt t bolsa sekunt hasabynda ölçelýär. Nokadyň traýektoriýasyny kesgitlemeli we onuň hereketini derňemeli.

Çözülişi. Berlen (1) hereket deňlemeler nokadyň traýektoriýasynyň parametrik deňlemesidir (parametr bolup t wagt hyzmat



5.9-njy surat

edýär). Nokadyň traýektoriýasynyň adaty görnüşdäki deňlemesini almak üçin (1) sistemadan t parametri ýok etmeli. Onuň üçin ikinji deňligiň iki bölegini hem $\frac{5}{3}$-e köpeldip, birinji deňlikden aýyrýarys: $x - \frac{5}{3}y = -8$ ýa-da

$$3x - 5y = 24 = 0. \qquad (2)$$

Bu deňleme göni çyzygyň deňlemesidir. Emma bu göni çyzygyň ähli ýeri traýektoriýa bolmaýar. Hakykatdan hem, başlangyç pursatda, ýagny $t = 0$ wagtda, (1) deňlemelerden nokadyň başlangyç ornuny tapalyň: $x_0 = -3$, $y_0 = 3$. Diýmek, hereket $M_o(-3,3)$ nokatdan başlanypdyr. Şeýle hem t wagtyň artmagy bilen hereket edýän nokadyň koordinatalarynyň artýandygy (1) deňlemeden görünýär. M_O nokat göni çyzyk boýunça hereket edýär. 5.9-njy suratda nokadyň traýektoriýasy tutuş çyzyk bilen görkezilendir.

5.5. Özbaşdak çözmek üçin meseleler

5.6-njy mesele. Erkin alnan traýektoriýada nokadyň hereketiniň berlen deňlemelerine görä deň wagt aralyklaryna degişli nokadyň alty orny görkezilen. Hasap başlangyjyndan traýektoriýanyň ugry boýunça nokadyň ahyrky ornuna çenli bolan s aralygy we onuň görkezilen wagt aralygynda geçen σ ýoluny kesgitlemeli (s we σ – santimetrde, t – sekuntda).

1) $s = 5 - 4t + t2$; $0 \le t \le 5$.

Jogaby: $s = 10$ *sm*; $\sigma = 13$ *sm*.

2) $s = 1 + 2t - t^2$; $0 \le t \le 2{,}5$.

Jogaby: $s = -\,0{,}25$ *sm*; $\sigma = 3{,}25$ *sm*.

3) $s = 4\sin 10t$; $\pi/20 \le t \le 3\pi/10$.
Jogaby: $s = 0$; $\sigma = 20$ *sm*.

5.7-nji mesele. Nokadyň berlen hereket deňlemelerinden onuň koordinatalar görnüşinde traýektoriýalarynyň deňlemelerini tapmaly we çyzgyda hereketiň ugruny görkezmeli.

1) $x = 3t - 5$; $y = 4 - 2t$.

Jogaby: $x = -5$; $y = 4$ nokatdan başlanýan $2x + 3y - 2 = 0$ ýarym göni cyzyk.

2) $x = 2t$; $y = 8t^2$.

Jogaby: $x = 0, y = 0$ nokatdan başlanýan $y = 2x^2$ parabolanyň sag şahasy.

3) $x = 5 \sin 10t$; $y = 3 \cos 10t$.

Jogaby: $x = 0$; $y = 3$ nokatdan başlanýan $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellips.

4) $x = 2 - 3 \cos 5t$; $y = 4 \sin 5t - 1$.

Jogaby: $x = -1$; $y = -1$ nokatdan başlanýan $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ ellips.

5) $x = cht = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$; $y = sht = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$.

Jogaby: $x = 1$; $y = 0$ nokatdan başlanýan $x^2 - y^2 = 1$ giperbolanyň sag şahasynyň ýokarky bölegi.

5.8-nji mesele. Radius-wektorynyň deňlemesi berlen nokadyň traýektoriýasyny gurmaly ($\overline{r}_0$ we $\overline{e}$ – üýtgemeýän, berlen wektorlar, $\overline{i}$ we $\overline{j}$ – koordinata oklary).

1) $\overline{r} = \overline{r}_0 + t \cdot \overline{e}$.

Jogaby: $\overline{e}$ wektora parallel bolup, başlangyç $M_O(\overline{r}_0)$ nokatdan geçýän ýarym göni cyzyk.

2) $\overline{r} = \overline{r}_0 + \cos t \cdot \overline{e}$.

Jogaby: $\overline{e}$ wektora parallel ýagdaýda $M(\overline{r}_0)$ nokatdan geçýän M_OM_1 göni cyzygyň kesimi. Başlangyç nokady $M_O(\overline{r}_0 + \overline{e})$; ikinji çetki nokady M_1 $(\overline{r}_0 - \overline{e})$. Radius-wektoryň ahyrky ujy $t \to \infty$-de traýektoriýanyň her bir nokadyndan tükeniksiz köp gezek geçýär.

3) $\overline{r} = a \cos\frac{\pi}{1+t^2}\overline{i} + b\sin\frac{\pi}{1+t^2}\overline{j}$.

Jogaby: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipsiň ýokarky böleginden ybarat bolýar. Nokat ellipsiň çep depesinden herekete başlaýar we sag depesine monoton ýakynlaşýar.

5.9-njy mesele. Nokadyň hereketiniň deňlemelerine garap, onuň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmaly. Şeýle hem, aralygy nokadyň başlangyç ornundan hasaplap, nokadyň traýektoriýasynyň ugry boýunça hereket kanunyny görkezmeli.

1) $x = 3t^2$; $y = 4t^2$.

Jogaby: $4x - 3y = 0$ ýarym göni çyzyk; $s = 5t^2$.

2) $x = 3 \sin t$; $y = 3\cos t$.

Jogaby: $x^2 + y^2 = 9$ töwerek; $s = 3t$.

3) $x = a \cos^2 t$; $y = a\sin^2 t$.

Jogaby: $x + y - a = 0$ göni çyzygyň kesimi, munda $0 \le x \le a$; $s = a\sqrt{2} \sin^2 t$.

4) $x = 5 \cos 5t^2$; $y = 5 \sin 5t^2$.

Jogaby: $x^2 + y^2 = 25$ töwerek; $s = 25t^2$.

5.10-njy mesele. Köpri krany ussahananyň ugry boýunça $x = t$ deňlemä görä hereketlenýär. Arabajyk kranyň ugry boýunça $y = 1{,}5\, x$ (x we y – metr, t – sekunt hasabynda) deňlemä görä kese ugra tigirlenip barýar. Zynjyr $v = 0{,}5$ *m/s* tizlik bilen gysgalýar. Ýüküň agyrlyk merkeziniň traýektoriýasyny kesgitlemeli; başlangyç pursatda ýüküň agyrlyk merkezi *Oxy* gorizontal tekizlikde; *Oz* ok wertikal boýunça ýokary ugrukdyrylan.

Jogaby: Traýektoriýa – göni çyzyk: $y = 1{,}5\, x$; $z = 0{,}5\, x$.

5.11-nji mesele. Lissažu şekilini çyzýan nokadyň hereketi $x = 3 \sin t$; $y = 2 \cos 2t$ (t – sekunt hasabynda) deňlemeler bilen berlen. Traýektoriýanyň deňlemesini kesgitlemeli, traýektoriýany çyzmaly we nokadyň hereketiniň dürli wagtlardaky ugruny görkezmeli. Şeýle hem, hereket başlanandan soň traýektoriýanyň *Ox* oky kesip geçýän iň irki t_1 wagtyny görkezmeli.

Jogaby: $4x^2 + 9y = 18$ parabolanyň bir bölegi, $|x| \le 3$; $|y| \le 2$; $t_1 = \frac{\pi}{4} s$

5.12-nji mesele. Koordinata oklarynyň, degişlilikde alnanda elektronyň üýtgemeýän magnit meýdanyndaky hereketi $x = a \sin kt$; $y = a \cos kt$; $z = vt$ deňlemeler bilen kesgitlenýär. Bu ýerde a, k, v

– magnit meýdanynyň güýjenmesine, massa, zarýada we elektronyň tizligine bagly bolan üýtgemeýän ululyklar. Elektronyň hereketiniň traýektoriýasyny we traýektoriýanyň boýuna hereket kanunyny kesgitlemeli.

Jogaby: Elektron nurbat çyzygynyň ugry boýunça hereketlenýär. Başlangyç nokady $x = 0$; $y = a$; $z = 0$; nurbatyň ädimi $h = \frac{2\pi}{k}\upsilon$. Elektronyň nurbat çyzygynyň ugry boýunça hereket kanuny $s = \sqrt{a^2k^2 + \upsilon^2}\,t$.

5.13-nji mesele. Nokadyň garmoniki yrgyldylary $x = a \sin(kt + \varepsilon)$ kanun bilen kesgitlenýär. Bu ýerde $a > 0$ – yrgyldylaryň amplitudasy, $k > 0$ – yrgyldylaryň aýlaw ýygylygy we ε $(-\pi \le \varepsilon \le \pi)$ – başlangyç faza. Aşakdaky hereket deňlemeleri berlen yrgyldylaryň a_0 merkezini, amplitudasyny, aýlaw ýygylygyny, T periodyny, gersler hasabyndaky f ýygylygyny we başlangyç fazasyny kesgitlemeli (x – santimetrde, t – sekuntda):

Hereket deňlemesi	Jogaby					
	a_0, *sm*	a, *sm*	k, *rad/s*	T, *s*	f, *Gs*	e
1. $x = -7 \cos 12t$	0	7	12	$\pi/6$	$6/\pi$	$-\pi/2$
2. $x = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{20}\right) - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{20}\right)$	0	5	$\pi/20$	40	0,025	–arctg (3/4)
3. $x = 2 - 4 \sin 140t$	2	4	140	$\pi/70$	$70/\pi$	π
4. $x = 6 \sin^2 18t$	3	3	36	$\pi/18$	$18/\pi$	$-\pi/2$
5. $x = 1 - 4 \cos^2 \frac{\pi}{60} t$	–1	2	$\pi/30$	60	$\frac{1}{60}$	$-\pi/2$

5.14-nji mesele. Çeýe tanap bilen göterilýän ýük $x = a \sin(kt + 3\pi/2)$ deňlemä laýyk yrgyldyly hereket edýär. Bu ýerde a – santimetr hasabynda, k – *rad/s* hasabynda ölçenilýär. Eger hereketiň periody 0,4 *s* we başlangyç wagtda $x_0 = -4$ *sm* bolsa, yrgyldylaryň amplitudasyny we aýlaw ýygylygyny kesgitlemeli. Aralyklaryň egri çyzygyny gurmaly.

Jogaby: $a = 4$ *sm*; $k = 5\pi$ *rad/s*.

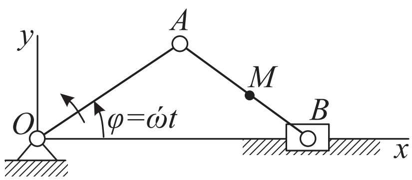
5.15-nji mesele. Ýygylygy meňzeş, emma amplitudalary we fazalary üýtgeşik bolan lki sany garmoniki yrgyldyly herekete bir wagtda gatnaşýan nokadyň traýektoriýasyny kesgitlemeli. Yrgyldyly hereketler iki sany özara perpendikulýar oklar boýunça ýüze çykýar:

$x = a\sin(kt + \alpha)$, $y = b\sin(kt + \beta)$.

Jogaby: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{2xy}{ab}\cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$.

5.16-njy mesele. Nokadyň dürli ýygylykly özara perpendikulýar yrgyldylarynyň:1) $x = a\sin 2\omega t$, $y = b\sin\omega t$; 2) $x = a\cos 2\omega t$ $y = b\cos\omega t$ goşulmagyndan hasyl bolan hereketiniň traýektoriýasynyň deňlemesini kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $x^2 a^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$;
2) $2y^2 - ax - a^2 = 0$; $|x| \le a$; $|y| \le a$.



5.10-njy surat

5.17-nji mesele. *OA* kriwoşip $\omega = 10$ *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Uzynlyk $OA = AB = 80$ *sm*, şatunyň ortasyndaky *M* nokadyň hereket deňlemesini we traýektoriýasyny, şeýle hem *B* polzunyň hereket deňlemesini kesgitlemeli. Hereket başlananda *B* polzun sagdaky iň çetki ýagdaýda, koordinata oklary 5.10-njy suratda görkezilen.

Jogaby: 1) $x_M = 120\cos 10t$; $y_M = 40\sin 10t$.
2) *M* nokadyň traýektoriýasy $\dfrac{x^2}{120^2} + \dfrac{y^2}{40^2} = 1$ ellips bolýar.
3) *B* polzunyň hereket deňlemesi $x = 160\cos 10t$ bolýar.

5.18-nji mesele. Awtomobil gönüçyzykly ýolda üýtgemeýän 20 *m/s* tizlik bilen hereketlenýär. Onuň $R = 1$ *m* radiusly tigriniň gurşawynda ýatan nokadynyň hereket deňlemesini we traýektoriýasyny kesgitlemeli. Tigir typman tigirlenýär diýip hasaplamaly. Koordinata başlangyjyny *Ox* okuň ugrunda ýoluň hereket başlanan nokadynda almaly.

Jogaby: Sikloida $x = 20t - \sin 20t$; $y = 1 - \cos 20t$.

5.19-njy mesele. Snarýadyň (top okunyň) hereketi $x = \upsilon_0 \cos\alpha t$; $y = \upsilon_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$ deňlemeler bilen berlen. Bu ýerde υ_0 – snarýadyň başlangyç tizligi, α – gorizontal x ok bilen υ_0-yň arasyndaky burç, g – agyrlyk güýjüniň tizlenmesi.

Snarýadyň hereketiniň traýektoriýasyny, H – beýikligini, L – uçuş uzaklygyny we T uçuş wagtyny kesgitlemeli.

Jogaby: Nokadyň traýektoriýasy – parabola:

$$y = \mathrm{tg}\,\alpha \cdot x - \frac{g}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} x^2,$$

beýikligi: $H = \frac{\upsilon_0^2}{2g}\sin^2\alpha$; uçuş uzaklygy: $L = \frac{\upsilon_0^2}{g}\sin 2\alpha$;

uçuş wagty $T = 2\frac{\upsilon_0}{g}\sin\alpha$.

5.20-nji mesele. 5.19-njy meseläniň şertlerinden peýdalanyp, L – uçuş daşlygynyň iň uly bahasy α atyş burçunyň haýsy bahasynda alynýandygyny kesgitlemeli. Şeýle hem degişli beýikligi hem-de uçuş wagtyny tapmaly.

Jogaby: $\alpha = 45°$; $L_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{g}$; $H = \frac{\upsilon_0^2}{4g}$; $T = \sqrt{2\frac{\upsilon_0}{g}}$.

5.21-nji mesele. 5.19-njy meseläniň şertleri boýunça snarýadyň, x we y koordinataly A nokada düşmegi üçin gerek bolan α atyş burçuny kesgitlemeli.

Jogaby: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\upsilon_0^2 \pm \sqrt{\upsilon_0^4 - 2\upsilon_0^2 gy - g^2x^2}}{gx}$.

5.22-nji mesele. Howpsuzlyk parabolasyny kesgitlemeli (şu parabolanyň içinde ýatmaýan islendik nokada υ_0 –başlangyç tizlik we islendik α – atyş burçy bilen atylan snarýad degmeýär).

Jogaby: $y = \frac{\upsilon_0^2}{2g} - \frac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$.

5.23-nji mesele. Nokat $x = a\cos kt$, $y = a\sin kt$, $z = \upsilon t$ hyr (wint) çyzygynyň ugry boýunça hereketlenýär. Nokadyň hereket deňlemelerini silindrik koordinatalarda kesgitlemeli.

Jogaby: $r = a$, $\varphi = kt$, $z = \upsilon\, t$.

5.24-nji mesele. Nokadyň hereketi $x = 2a\cos^2(kt/2)$; $y = a \sin kt$ deňlemeler bilen berlen. Bu ýerde a we k – položitel hemişelikler. Aralygy nokadyň duran ýerinden hasaplap, hereketiň traýektoriýasyny we traýektoriýanyň ugry boýunça hereket kanunyny kesgitlemeli.

Jogaby: $(x - a)^2 + y^2 = a^2$ – töwerek; $s = akt$.

5.25-nji mesele. Deslapky meseläniň şertleri boýunça nokadyň hereketini polýar koordinatalarda kesgitlemeli.

Jogaby: $r = 2a\cos\left(\frac{kt}{2}\right)$; $\varphi = kt/2$.

5.26-njy mesele. Nokadyň dekart koordinatalarynda berlen

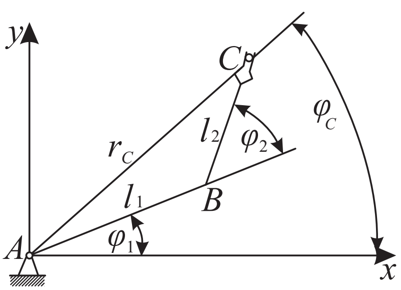
$$x = R\cos^2(kt/2); \quad y = (R/2)\sin kt; \quad z = R\sin(kt/2)$$

hereket deňlemelerinden onuň traýektoriýasyny we hereketiň deňlemelerini sferik koordinatalarda kesgitlemeli.

Jogaby: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ sfera bilen $(x - R/4)^2 + y2 = R^2/4$ silindriň kesişme çyzygy. Sferik koordinatalardaky hereket deňlemeleri: $r = R$, $\varphi = kt/2$, $\theta = kt/2$.

5.27-nji mesele. Nokat bir wagtda, deňlemeleri $x = Ae^{-ht}\cos(kt + \varepsilon)$, $y = Ae^{-ht}\sin(kt + \varepsilon)$ görnüşdäki iki sany özara perpendikulýar toglaýan yrgyldylara gatnaşýar. Bu ýerde $A > 0$, $h > 0$, $k > 0$ we ε – käbir hemişelikler. Nokadyň traýektoriýasynyň we hereketiň deňlemelerini polýar koordinatalarda kesgitlemeli.

Jogaby: $r = Ae^{-ht}$, $\varphi = kt + \varepsilon$; traýektoriýasy $r = Ae^{-\frac{h}{k}(\varphi - \varepsilon)}$ – logarifmik spiral.



5.11-nji surat

5.28-nji mesele. Tekiz manipulýator mehanizminiň tutguç merkezi ýüki $r_c = r_c(t)$, $\varphi_c = \varphi_c(t)$ polýar koordinatalarda kesgitlenen traýektoriýa boýunça bir ýerden başga ýere geçirýär. 1) berlen programmanyň talabyna laýyklykda degişli ýöredijileriň (priwodlaryň) emele getirýän φ_1 we φ_2

burçlarynyň özgeriş kanunlaryny; 2) ýük y okundan a aralykda duran we oňa parallel bolan göni çyzygyň ugry boýunça $y = s(t)$ kanun bilen süýşýär diýip (s bu ýerde t-niň berlen funksiýasy), bu burçlaryň özgeriş kanunlaryny kesgitlemeli (*5.11-nji surat*).

Jogaby: 1) $\varphi_1 = \varphi_C(t) \mp \arccos \dfrac{r_C^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_{1rC(t)}}$,

$$\varphi_2 = \pm \arccos \frac{r_C^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2},$$

$$2)\ \varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{s(t)}{\mathrm{a}} \mp \arccos \frac{a^2 + s^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_1\sqrt{a^2 + s^2(t)}},$$

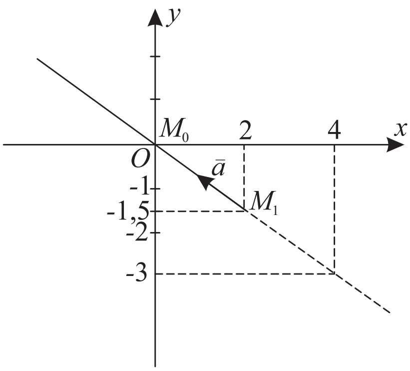
$$\varphi_2 = \pm \arccos \frac{a^2 + s^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}.$$

5.6. Hereket deňlemesi dekart koordinatalar sistemasynda berlen nokadyň traýektoriýasyny, tizligini, tizlenmesini tapmak. Mysaly meseleler

5.29-njy mesele. Hereket deňlemeleri $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ dekart koordinatalar sistemasynda berlen nokadyň traýektoriýasyny, tizligini, tizlenmesini we egrilik radiusyny tapmaly. $t = t_1$ wagt üçin nokady suratda görkezmeli we agzalan ululyklary hasaplamaly. *x, y sm, t* – bu ýerde *s* hasabynda berlen.

$$x = 4t - 2t^2; \quad y = 1{,}5\, t^2 - 3t. \qquad (1)$$

Çözülişi. Nokat tekizlikde hereket edýär, sebäbi $z = 0$. (1) hereket deňlemelerine nokadyň traýektoriýasynyň parametrik deňlemeleri hökmünde garamak bolýar. Adaty, ýagny koordinatalaryň baglanyşygy ýaly görnüşe getirmek üçin (1) deňlemelerden t wagty ýok etmeli. Birinji deňlemäni 3-e, ikinji deňlemäni 4-e köpeldip ýazalyň: $3x = 12t - 6t^2$; $4y = -12t + 6t^2$. Deňlemeleri goşup, t wagty çykaryp bolýar. Traýektoriýanyň deňlemesi $3x + 4y = 0$. Bu deňlemä göni çyzygyň deňlemesi bolany üçin nokadyň göni çyzyk boýunça hereket edýändigini anyklaýarys (*5.12-nji surat*). $t = 0$ wagtda (1) deňlemelerden bolýandygyny görýäris. Diýmek, başlangyç $t = 0$ wagtda nokat koor-



5.12-nji surat

dinata başlangyjynda $t_1 = 1$ bahany (1) deňlemede goýup, nokadyň şol pursatdaky koordinatalaryny hasaplalyň:

$$x_1 = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1^2 = 2;$$
$$y_1 = 1{,}5 \cdot 1^2 - 3 = -1{,}5. \quad (1)$$

Diýmek, $t_1 = 1$ wagtda nokat M_1 (2;–1,5) orny eýeleýär (*5.12-nji surat*). Tizligi tapmak üçin (5.5), (5.6) formulalardan peýdalanýarys:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_x &= \dot{x} = 4 - 4t = 4(1-t)\,sm/s; \\ \upsilon_y &= \dot{y} = 3t - 3 = 3(t-1)\,sm/s. \end{aligned}\right\}. \quad (2)$$

$$\upsilon = \sqrt{4^2(1-t)^2 + 3^2(t-1)^2}\,sm/s. \quad (3)$$

Bu formulalardan $t_1 = 1$ s wagt üçin $\upsilon_x = \upsilon_y = \upsilon = 0$ bolýandygy bellidir. Şuňa meňzeşlikde (5.8), (5.9) formulalardan peýdalanyp, tizlenmäniň ululygyny tapýarys:

$$a_x = \ddot{x} = -4\frac{sm}{s^2}; \quad a_y = 3sm/s^2;$$
$$a = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16+4} = 5\ sm/s^2.$$

Tizlenmäniň ugry $\cos(\overline{a}, x) = \frac{a_x}{a} = \frac{-4}{5}$ bolup, 5.12-nji suratda görkezilen. Şeýlelikde, nokat göni çyzyk boýunça deňtizlenýän hereket edýär. Nokat gönüçyzykly hereket edeni üçin $\rho = \infty$ bolýar, diýmek, $a_n = 0$; $a_\tau = a = 5\ sm/s^2$. Galan bahalarymyzy $t = 1s$ üçin tablisada görkezeliň.

Koordinatalar, *sm*		Tizlik, *sm/s*		Tizlenme, sm/s^2					Egrilik radiusy, *sm*
x	y	υ_x	υ_y	a_x	a_y	a	a_τ	a_n	ρ
2	–1,5	0	0	–4	3	5	5	0	∞

5.30-njy mesele. Hereket deňlemeleri $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$ dekart koordinatalar sistemasynda berlen nokadyň $\overline{\upsilon}$ tizlik-wektorynyň Oy okuna perpendikulýar bolan wagtynda galtaşma $\overline{a}_\tau$ tizlenmäni, $\overline{a}_n$ normal tizlenmäni, traýektoriýanyň ρ egrilik radiusyny tapmaly. x, y sm-de, t – bu ýerde s-de berlen:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) \\ y &= \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) \\ z &= \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Çözülişi. Haýsy t_1 wagt üçin hasaplama geçirmelidigimizi anyklalyň. Şerte görä $\overline{\upsilon}$ tizlik-wekory Oy okuna perpendikulýar wagty t_1 wagt bilen gabat gelýär, başgaça aýtsak, $\upsilon_y = 0$ şertden t_1 wagty tapmaly:

$$\upsilon_y = \dot{y} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 2\cdot\frac{\pi}{3}\cdot t\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) = 0.$$

Bu ýerde $\frac{\pi}{3}t_1^2 = 0$ ýa-da π. Birinji baha hereketiň başlanýan wagty bolany üçin, ikinji bahasyny alalyň, ýagny

$$\frac{\pi}{3}t_1^2 = \pi, \quad \text{ýa-da} \quad t_1 = \sqrt{3}.$$

t_1 wagt üçin hasaplamalary geçireliň. (5.5), (5.6) formulalardan peýdalanyp, tizligiň ululygyny (modulyny) tapalyň:

$$\upsilon_x = \dot{x} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{3}\cdot 2t\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) = \frac{\pi}{3}t\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right);$$

$$\upsilon_y = -\frac{\sqrt{2}\,\pi}{3}t\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) = 0.$$

$\upsilon_z = \upsilon_x$ (sebäbi $z = x$);

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{2\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} =$$

$$= \sqrt{2\left(\frac{\pi}{3}t\right)^2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + 2\left(\frac{\pi}{3}t\right)^2\sin^2\left(\frac{\pi}{3}t\right)^2} =$$

$$= \sqrt{2\left(\frac{\pi}{3}t\right)^2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}t; \quad \upsilon = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}t. \tag{2}$$

Köküň aşagynda $\cos^2\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) = 1$ toždestwodan peýdalandyk.

Galtaşma tizlenmesini (5.14) formuladan peýdalanyp taparys:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}sm/s^2.$$

Normal tizlenmäni kesgitlemek üçin a doly tizlenmäni kesgitlemeli. Doly tizlenmäni (5.8), (5.9) formulalardan peýdalanyp taparys:

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = \frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) - \frac{\pi}{3}t \cdot \frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right);$$

$$a_y = \dot{\upsilon}_y = -\frac{\pi\sqrt{2}}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) - \frac{\pi\sqrt{2}}{3}t \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 2t\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right).$$

$$a_z = a_x.$$

Şu proýeksiýalary (5.9) formulada ýerine goýsak, uly aňlatmalar alynýar we hasaplamasy kyn bolýar. Şonuň üçin ilki bilen $t_1 = \sqrt{3}$ wagt üçin bu proýeksiýalary hasaplap, soňra (5.9) formuladan peýdalanalyň:

$$a_x = a_z = \frac{\pi}{3}; \quad a_y = \frac{\pi^2 2\sqrt{2} \cdot 3}{9} = \frac{2\pi^2\sqrt{2}}{3};$$

t wagt üçin doly tzlenme:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{2a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2 \cdot \frac{\pi^2}{9} + \frac{8\pi^2}{9}} = \frac{\pi\sqrt{10}}{3}.$$

t_1 wagt üçin a_n normal tizlenmäni (5.16) formuladan peýdalanyp tapýarys:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{\frac{10\pi^2}{9} - \frac{2\pi^2}{9}} = \frac{\pi\sqrt{8}}{3} sm/s^2.$$

t_1 wagt üçin (2) aňlatmadan υ tizligi tapýarys: $\upsilon = \dfrac{\pi\sqrt{6}}{3}$.

(5.15) formuladan ρ egrilik radiusyny tapýarys:

$$\rho = \frac{\upsilon^2}{a_n} = \pi^2\frac{6}{9} : \frac{\pi\sqrt{8}}{3} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2} \approx 2.23\ sm.$$

Tapmagy talap edilýän bahalary tablisada ýerleşdireliň

Tizlenme, sm/s^2		Egrilik radiusy, ρ, sm
a_τ	a_n	$\dfrac{\pi\sqrt{2}}{2}$
$\dfrac{\pi\sqrt{2}}{3}$	$\dfrac{\pi\sqrt{8}}{3}$	

5.31-nji mesele. Nokadyň tizliginiň proýeksiýalary berlen:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_x &= \dot{x} = -6\sin(3t); \\ \upsilon_y &= \dot{y} = 6\cos(3t). \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$t = 0$ wagtda: $x = x_0 = r = 2$; $y = y_0 = h = 4$ (başlangyç şertler). Nokadyň traýektoriýasyny, tizliginiň we tizlenmesiniň ululyklaryny hem-de ugrukdyryjy kosinuslaryny kesgitlemeli (*x, y sm*-de, t – bu ýerde *s*-de hasaplanylýar).

Çözülişi. Ilki bilen nokadyň hereket deňlemesini tapalyň. Onuň üçin (1) deňlikleri integrirleýäris:

$$\left.\begin{aligned} x &= 2\cos(3t) + C_1 \\ y &= 2\sin(3t) + C_2 \end{aligned}\right\}. \qquad (2)$$

Integrirlemäniň C_1, C_2 hemişelik ululygyny başlangyç şertden peýdalanyp tapýarys. $t = 0$ bolanda $x_0 = r = 2$ bolany üçin x-iň bahasyny goýup, C_1-i tapýarys.

$$2 = 2 \cdot 1 + C_1; \quad C_1 = 0.$$

$t = 0$ bolanda $y_0 = h = 4$ bolany üçin y-iň bahasyny goýup, C_2-ni tapýarys.

$$4 = 2 \cdot 0 + C_2, \quad C_2 = h = 4.$$

C_1 we C_2-niň bahalaryny (2) sistema goýup, nokadyň hereket deňlemelerini alýarys:

$$\left.\begin{aligned} x &= 2\cos(3t) \\ y &= 4 + 2\sin(3t) \end{aligned}\right\}. \qquad (3)$$

Traýektoriýany tapmak üçin bu sistemadan t-ni ýok edeliň. Munuň üçin birinji deňlemeden $\cos(3t)$-ni ikinjiden $\sin(3t)$-ni tapýarys we toždestwodan peýdalanýarys:

$$\frac{x^2}{2^2} + \frac{(y-4)^2}{2^2} = 1$$

ýa-da

$$x^2 + (y-4)^2 = 2^2. \qquad (4)$$

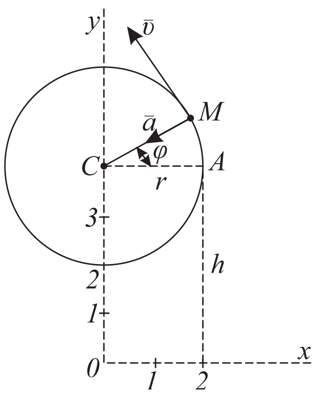
Diýmek, M nokadyň traýektoriýasy $r = 2$ radiusly, merkezi $C(0, h)$ nokatda bolan töwerekdir *(5.13-nji surat)*. Başlangyç $t = 0$ wagtda hereket edýän M nokat $A(r, h)$ nokat bilen gabat gelýär. t wagtyň artmagy bilen x koordinata kemelýär. y koordinata artýar. Diýmek, M nokat töwerek boýunça A nokatdan başlap, sagat diliniň hereketiniň tersine tarap hereket edýär. (1) deňlemäni wagt boýunça differensirläp, tizlenmäniň wektorynyň x, y oklara bolan proýeksiýlaryny tapýarys:

$$a_x = \ddot{x} = -18\cos(3t);$$
$$a_y = \ddot{y} = -18\sin(3t).$$

$\overline{\upsilon}$ tizlik-wektorynyň modulyny we ugrukdyryjy kosinuslaryny (5.5), (5.6), (5.7) formulalardan peýdalanyp tapýarys:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = 6;$$

$$\cos(\overline{\upsilon}, x) = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{-6\sin(3t)}{6} = -\sin(3t) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 3t\right) =$$
$$= \cos\left(\frac{\pi}{2} + \upsilon\right); \quad (\varphi = 3t);$$
$$\cos(\overline{\upsilon}, y) = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \cos\varphi.$$



5.13-nji surat

Diýmek, $\overline{\upsilon}$ tizlik-wektor M nokadyň $\overline{CM}$ radius-wektoryna perpendikulýar ugrukdyrylandyr.

Tizlenmäni ululygy we ugry boýunça kesgitläliň:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 18;$$

$$\cos(\overline{a}, x) = \frac{a_x}{a} = -\cos 3t = \cos(\pi + 3t) =$$
$$= \cos(\pi + \varphi);$$
$$\cos(\overline{a}, y) = \frac{a_y}{a} = -\sin(3t).$$

Diýmek, $\overline{a}$ tizlenme wektory $\overline{CM}$ radius-wektoryň garşysyna ugrukdyrylan *(5.13-nji surat).*

5.32-nji mesele. Uçardan ($h = 320\ m$ beýiklikden) taşlanan ýüküň hereket deňlenmeleri berlen:

$$\left.\begin{aligned} x &= 60t; \\ y &= 5t^2. \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

bu ýerde x, y metrde, t sekuntlarda berlen, koordinata oklarynyň ýerleşişi 5.14-nji suratda görkezilen.

1) ýüküň hereketiniň traýektoriýasyny;

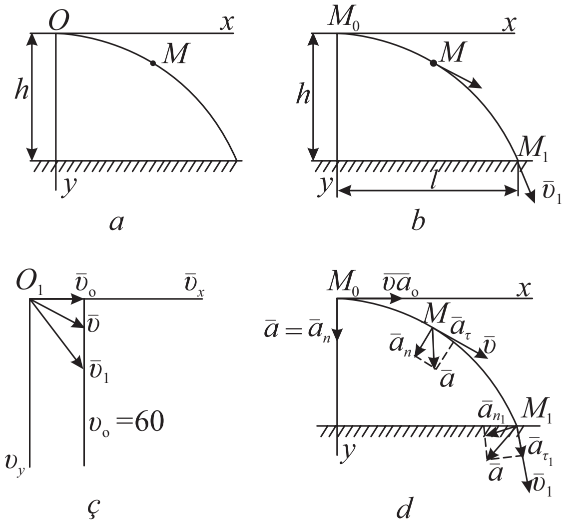
2) gorizontal ugur boýunça ýüküň zyňlan ýerinden, ýere gaçan ýerine çenli uzaklygy;

3) ýüküň ýere düşýän nokadyndaky tizligini we tizlenmesini;
4) ýüküň ýere degen nokadyndaky egrilik radiusyny tapmaly.

Çözülişi. 1) Traýektoriýany tapmak üçin (1) sistemadan t-ni ýok edeliň. Birinji deňlemeden t-ni tapyp, ikinji deňlemede goýýarys:

$$t = \frac{x}{60};\ y = 5\left(\frac{x}{60}\right)^2 \quad \text{ýa-da} \quad y = \frac{1}{720}x^2.$$

Şeýlelikde, traýektoriýanyň deňlemesi, depesi koordinatalar başlangyjynda ýerleşen Oy oka görä simmetrik parabolanyň deňlemesidir. Ýüküň traýektoriýasy (parabolanyň bir bölegi) suratda görkezilen (*5.14-nji a surat*).



5.14-nji surat

2) Gorizontal ugur boýunça ýüküň zyňlan we ýere düşen uzaklygyny tapalyň.

M_1 nokadyň $y_1 = h$ koordinatasy belli, $x_1 = l$ koordinatasyny tapmaly (*5.14-nji b surat*). Ýük ýere gaçýança geçen t_1 wagty tapmak üçin (1) sistemanyň ikinji deňlemesine $y_1 = h$ bahany goýýarys:

$$y_1 = 5t_1^2;\quad t_1 = \sqrt{\frac{y_1}{5}} = \sqrt{\frac{h}{5}} = \sqrt{\frac{320}{5}} = 8\ s.$$

t_1 wagty (1) sistemanyň birinji deňlemesinde goýup, l uzaklygy tapýarys:

$$l = x_1 = 60t_1 = 60 \cdot 8 = 480\ m.$$

3) Tizlik-wektorynyň godografyny kesgitläliň. $\bar{\upsilon}$ tizligiň koordinata oklaryna bolan proýeksiýalaryny tapalyň:

$$\upsilon_x = \dot{x} = 60; \quad \upsilon_y = \dot{y} = 10t. \qquad (2)$$

Bular tizligiň godografynyň parametrik deňlemeleridir.

Birinji deňleme, ýagny $\upsilon_x = 60$ deňleme $O\upsilon_y$ oka parallel göni çyzygyň deňlemesidir. Şu göni çyzygyň υ_0-yň hem-de υ_1-iň uçlarynyň arasyndaky kesim tizliginiň godografydyr.

Godograf, ýüküň tizliginiň gorizontal düzüjisiniň üýtgemeýän hemişelik başlangyç $\upsilon_0 = 60$ *m/s* tizlige deňdigini, wertikal düzüjisiniň artýandygyny görkezýär (*5.14-nji ç surat*).

Ýüküň ýere gaçan M_1 nokadyndaky tizligi we tizlenmäni tapalyň. Tizligi (2) aňlatmalardan (5.6) formulalar boýunça tapýarys:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{60^2 + (10t)^2} = 10\sqrt{36 + t^2}. \qquad (3)$$

Ýüküň gaçan M_1 nokady üçin,

$$t_1 = 8s; \quad \upsilon_1 = 10\sqrt{36 + 64} = 100\frac{m}{s}.$$

Tizlenmäni (5.8) , (5.9) formulalardan peýdalanyp tapýarys:

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = 0; \quad a_y = \dot{\upsilon}_y = 10m/s^2; \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10m/s^2.$$

a tizlenme ähli hereket döwri üçin *Oy* oka parallel we aşaklygyna ugrukdyrylan, sebäbi $a_x = 0$; $a_y > 0$ (*5.14-nji d surat*).

4) Traýektoriýanyň ρ egrilik radiusyny tapmak üçin $\overline{a_\tau}$ galtaşma tizlenmäni, $\overline{a_n}$ normal tizlenmäni tapalyň. a_τ -ni (5.14) formuladan tapýarys:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = 10\frac{2t}{2\sqrt{36 + t^2}} = \frac{10t}{\sqrt{36 + t^2}}.$$

(5.16) formuladan tapýarys:

$$a^2 = a_n^2 + a_\tau^2$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{100 - \frac{100t^2}{36 + t^2}} = \frac{60}{\sqrt{36 + t^2}}.$$

Nokadyň hereketi deňölçegli däl, sebäbi a_τ; a_n nola deň däl. Üýtgeýän *a* doly tizlenmäniň islendik nokat üçin a_τ galtaşma we a_n normal tizlenmelere dargadylyşy 5.14-nji *d* suratda görkezilen.

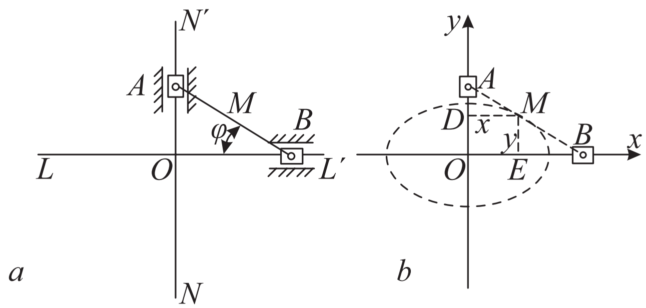
Traýektoriýanyň islendik nokady üçin ρ egrilik radiusy (5.15) formuladan tapylýar:

$$\rho = \frac{\upsilon^2}{a_n} = \frac{5}{3}\sqrt{(36+t^2)^3}\,.$$

Ýüküň ýere gaçan M_1 nokady üçin $t_1 = 8\ s$. Şol nokatda egrilik radiusy:

$$\rho_1 = \frac{5}{3}(36+64)^{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3}\cdot 100 = 166{,}7\ m\,.$$

5.33-nji mesele. *AB* çyzgyjyň uçlary *LL′* we *NN′* özara perpendikulýar gönüçyzyklar boýunça hereket edýärler. $\angle OBA = \varphi$ wagta proporsional üýtgeýär, ýagny $\varphi = \omega t$. Çyzgyjyň uçlaryndan $AM = a$, $BM = b$ uzaklykda ýerleşen *M* nokadyň hereket deňlemelerini düzmeli we traýektoriýasyny tapmaly (*5.15-nji surat*).



5.15-nji surat

Çözülişi. 5.15-nji *b* suratdaky ýaly edip, koordinata oklaryny we *D, E* nokatlary alalyň. *x, y* ululyklar *M* nokadyň wagta baglylykda üýtgeýän koordinatalary. Şu koordinatalaryň üýtgeýiş kanunlaryny tapsak, şolar gözlenilýän hereket deňlemeleri bolar. ΔAMD we ΔMBE üçburçluklardan tapalyň:

$$x = DM = AM\cdot\cos\varphi = a\cos\omega t;$$

$$y = EM = BM\cdot\sin\varphi = b\sin\omega t$$

ýa-da

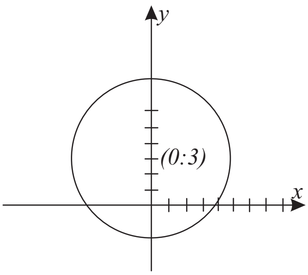
$$x = a\cos\omega t,\quad y = b\sin\omega t. \tag{1}$$

Bu deňlemeler nokadyň hereket kanuny ýa-da hereket deňlemeleridir.

Traýektoriýany tapmak üçin (1) sistemadan t wagty ýok etmeli. Onuň üçin ilki cos ωt; sin ωt-ni tapýarys, soň olary kwadrata göterip goşýarys we M nokadyň traýektoriýasyny tapýarys:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,.$$

Bu deňleme ellipsiň deňlemesi bolup, M nokadyň traýektoriýasydyr. a we b ululyklary üýtgedip, dürli ellipsleri almak bolýar. Bu gurala *ellipsograf* diýilýär.



5.16-njy surat

5.34-nji mesele. Nokadyň hereket deňlemeleri dekart koordinatalar sistemasynda berlen:

$$x = 5\cos(2t),\ y = 3 + 5\sin(2t). \qquad (1)$$

Bu ýerde x, y santimetrde, t sekuntda berlen. Nokadyň traýektoriýasyny we traýektoriýa boýunça adaty hereket deňlemesini tapmaly.

Çözülişi. (1) deňlemelerden t wagty ýok edip, traýektoriýany tapýarys:

$$\left(\frac{x}{5}\right)^2+\left(\frac{y-3}{5}\right)^2=\cos^2(2t)+\sin^2(2t)=1$$

ýa-da

$$x^2 + (y - 3)^2 = 5^2. \qquad (2)$$

Bu deňleme merkezi (0, 3) nokat bilen gabat gelip, radiusy 5 *sm* bolan töweregiň deňlemesidir (*5.16-njy surat*). Adaty görnüşe geçmek üçin (5.19) formuladan peýdalanýarys. Onuň üçin dx, dy-i tapýarys:

$$dx = -10\sin(2t)dt;$$

$$dy = 10\cos(2t)dt;$$

$$ds=\sqrt{10^2(\sin^2 2t+\cos^2 2t)}\,dt=10dt\,.$$

Soňky deňlemäni integrirläp alýarys: $s = 10t + C$.

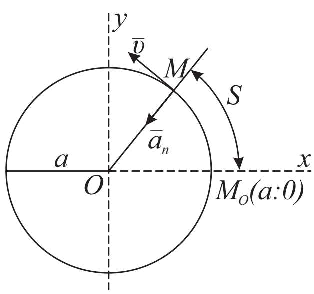
Bu ýerde $C = S_0$ başlangyç şertlerden tapylýar. Ahyrky deňleme nokadyň adaty görnüşdäki deňlemesidir.

5.7. Hereket deňlemesi tebigy usul bilen berlende nokadyň tizligini we tizlenmesini tapmak. Mysaly meseleler

5.35-nji mesele. Nokadyň tekizlikdäki hereketi $x = a\ \cos\omega t$, $y = a\ \sin\omega\ t$ deňlemeler bilen berlen. $a,\ \omega$ – hemişelik ululyklar. Nokadyň hereketini adaty usul bilen aňladyp, onuň tizligini, galtaşma, normal we doly tizlenmesini tapmaly.

Çözülişi. Nokadyň hereket deňlemeleri koordinatalar usuly bilen berlen. Adaty usula geçmek üçin traýektoriýany bilmeli. Berlen deňlemelerden t wagty ýok edip, traýektoriýany tapýarys, onuň üçin berlen deňlemeleri kwadrata göterip goşýarys:

$$x^2 + y^2 = a^2. \qquad (1)$$



5.17-nji surat

Bu deňleme a radiusly, merkezi koordinatalar başlangyjynda ýerleşen töweregiň deňlemesidir (*5.17-nji surat*).

Başlangyç $t = 0$ wagtda nokadyň ornuny berlen deňlemelerden tapyp bolýar:

$$x_0 = a\cos 0° = a \cdot 1 = a;$$
$$y_0 = a\sin 0° = a \cdot 0 = 0.$$

Diýmek, başlangyç $t = 0$ wagtda nokat M_0 $(a,\ 0)$ nokat bilen gabat gelýär (*5.17-nji surat*). M_0 nokady hasap başlangyjy diýip kabul edip, M nokadyň adaty koordinatasy hökmünde $s = \overset{\frown}{M_0 M}$ dugany alalyň. Položitel ugry sagat diliniň hereketiniň tersine diýip alýarys. Sebäbi berlen deňlemelerde t wagtyň artmagy bilen y artyp, x kemelýär. (18) formuladan peýdalanmak üçin $\dot{x}, \dot{y}$ ululyklary tapalyň:

$$\dot{x} = -a\omega\sin(\omega t); \quad \dot{y} = a\omega\cos(\omega t).$$

Bu bahalary (18) formula goýýarys:

$$s = s_0 + \int_0^t \sqrt{(a\omega\sin\omega t)^2 + (a\omega\cos\omega t)^2}\, dt = s_0 + a\omega t.$$

Başlangyç $t = 0$ wagtda $s_0 = 0$ bolany üçin, nokadyň adaty görnüşdäki deňlemesini şeýle alýarys: $s = a\omega t$ (2).

Nokadyň tizligini (12) formuladan tapýarys:

$$\upsilon = \dot{s} = a\omega.$$

Nokadyň galtaşma tizlenmesi (14) formulanyň esasynda nola deň, sebäbi $\upsilon = \dot{s} = const$. Normal tizlenme (15) formuladan tapylýar. Töweregiň egrilik radiusy töweregiň radiusyna deň bolany üçin $\rho = a$.

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{(a\omega)^2}{a} = a\omega^2; \quad a_n = a\omega^2.$$

Nokadyň doly tizlenmesi diňe normal tizlenmeden ybaratdyr:

$$a = a_n = a\omega^2.$$

5.36-njy mesele. Otly deňhaýallaýan hereket edip, $R = 800\ m$ radiusly tözwerek bilen $s = 800\ m$ ýol geçýär. Onuň başlangyç tizligi $\upsilon_0 = 15\ m/s$ we ahyrky tizligi $5\ m/s$. Otlynyň duganyň başyndaky we ahyryndaky doly tizlenmesini, şeýle hem şu ýoly näçe wagtda geçýändigini kesgitlemeli.

Çözülişi. (5.22), (5.23) formulalardan peýdalanýarys:

$$s = \upsilon_0 t - \frac{a_\tau t^2}{2}, \tag{1}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_\tau \cdot t. \tag{2}$$

Hereket haýallaýandygy üçin minus alamaty goýulýar. Bu deňlemelerden a_τ tizlenmäni ýok edip, geçilen ýol we gözlenýän t wagt arasyndaky baglanyşygy tapýarys:

$$s = \upsilon_0 t - \frac{t^2}{2} \cdot \frac{(\upsilon_0 - \upsilon)}{t} = \upsilon_0 t - \frac{\upsilon_0 t}{2} + \frac{\upsilon t}{2} = \frac{(\upsilon + \upsilon_0)t}{2}.$$

Şertdäki bahalardan peýdalanyp, otlynyň ýoly geçýän wagtyny taparys:

$$t = \frac{2s}{\upsilon + \upsilon_0} = \frac{1600}{5 + 15} = 80; \ \ t = 80s;$$

2-nji formuladan peýdalanyp, a_τ galtaşma tizlenmäni tapalyň:

$$a_\tau = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{t} = \frac{15 - 5}{18} = \frac{10}{80} = 0,125\,\frac{m}{s^2}.$$

Başlangyç we ahyrky wagt pursatlardaky normal tizlenmäni (15) formuladan peýdalanyp tapýarys:

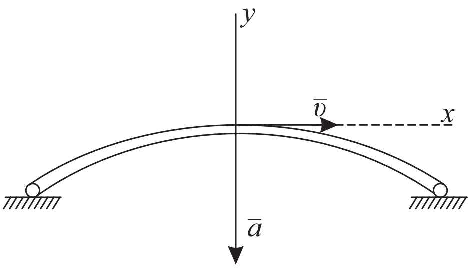
$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = 0,281\frac{m}{s^2} a_\tau = 0,031\frac{m}{s^2}.$$

Ýoluň başyndaky we ahyryndaky doly tizlenmäni (16) formuladan peýdalanyp tapýarys:

$$a_0 = \sqrt{(0,125)^2 + (0,28)^2} = 0,308\frac{m}{s^2};$$

$$a_t = \sqrt{(0,125)^2 + (0,031)^2} = 0,129\frac{m}{s^2}.$$

5.37-nji mesele. Teplowoz $\upsilon = 72$ *km/sag* hemişelik tizlik bilen güberçek köpriniň üsti bilen barýar. Teplowozyň agyrlyk merkezi $y = -0,005x^2$ (x, y metr hasabynda ölçenilýär) parabola boýunça hereket edýär. Köpriniň iň beýik nokadynda teplowozyň agyrlyk merkeziniň tizlenmesini tapmaly (*5.18-nji surat*).



5.18-nji surat

Çözülişi. Tizlik υ =const bolany üçin galtaşma tizlenme nola deň: $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = 0$.

Doly tizlenme diňe normal tizlenmeden durýar: $a = a_n = \frac{\upsilon^2}{\delta}$. Tizligiň $\upsilon = 72$ *km/sag* = 20 *m/s* bahasyny goýsak: $a = \frac{400}{\rho}$.

Indi ρ egrilik radiusyny tapalyň. Traýektoriýanyň deňlemesi berlen, şoňa görä (5.18) formuladan peýdalanýarys. y', y'' ululyklary tapalyň:

$$y' = \frac{dy}{dx} = -0,01x, \qquad y'' = -0,01.$$

Şeýlelikde,

$$\rho = \frac{(1+0,000lx^2)^{\frac{3}{2}}}{0,01} \text{ we } a = \frac{400 \cdot 0,01}{(1+0,0001 \cdot x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{4}{(1+0,0001 \cdot x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

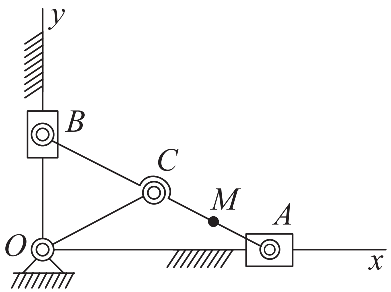
Parabolanyň depesi üçin $x = 0$ bolany sebäpli $a = 4$ m/s^2.

5.8. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Nokadyň tizligi

5.38-nji mesele. Nokat $x = a \sin kt$ kanun boýunça garmoniki yrgyldyly hereket edýär. $x = x_1$ bolanda $\upsilon = \upsilon_1$; $x = x_2$ bolsa $\upsilon = \upsilon_2$ diýip alyp, yrgyldylaryň a amplitudasyny we k aýlaw ýygylygyny kesgitlemeli.

Jogaby: $a = \sqrt{\dfrac{\upsilon_1^2 x_2^2 - \upsilon_2^2 x_1^2}{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2}}; \quad k = \sqrt{\dfrac{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}.$

5.39-njy mesele. Ellipsoidiň çyzgyjynyň uzynlygy AB = 40 *sm*, kriwoşipiň uzynlygy OC = 20 *sm*, $AC = CB$. Kriwoşip O okuň daşynda ω burç tizligi bilen deňölcegli aýlanýar. Çyzgyjyň A ujundan MA =10 *sm* aralykda ýatan M nokadyň traýektoriýasynyň we tizliginiň godografynyň deňlemelerini kesgitlemeli (*5.19-njy surat*).



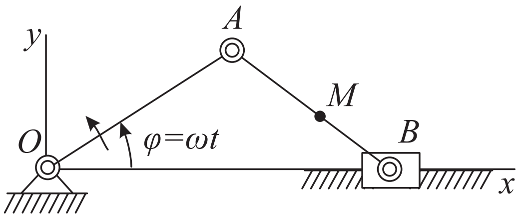
5.19-njy surat

Jogaby: $\dfrac{x^2}{900} + \dfrac{y^2}{100} = 1; \qquad \dfrac{x_1^2}{900\omega^2} + \dfrac{y_1^2}{100\omega^2} = 1.$

5.40-njy mesele. Nokat $x = 2\cos t$; $y = 4\cos 2t$ ($x; y$ – santimetrde; t – sekuntda) deňlemelere degişli Lissažu figurasyny çyzýar. Nokat Oy okda bolanda tizliginiň mukdaryny we ugruny kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $\upsilon = 2$ *sm/s*; $\cos(\upsilon, x) = -1$; 2) $\upsilon = 2$ *sm/s*, $\cos(\upsilon, x) = 1$.

5.41-nji mesele. OA kriwoşip ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Kriwoşip – polzunly mehanizmiň şatunynyň ortasyndaky M nokadyň we polzunyň tizligini wagtyň funksiýasy görnüşde kesgitlemeli. $OA = AB = a$ (*5.20-nji surat*).



5.20-nji surat

Jogaby: $\upsilon_M = \dfrac{a}{2}\omega\sqrt{8\sin^2\omega t + 1}$;   2) $\upsilon_B = 2a\omega\sin\omega t$.

5.42-nji mesele. Dik kenaryň üç nokadyndan 50, 75 we 100 *m/s* gorizontal tizlik bilen birwagtda atylan üç ok suwa birwagtda düşýär. Şu nokatlaryň suwuň derejesinden h_1, h_2 we h_3 beýikliklerini kesgitlemeli. Birinji okuň düşen nokadyndan kenara çenli aralyk 100 *m*. Diňe agyrlyk güýjüniň $g = 9{,}81$ m/s^2 tizlenmesini göz öňünde tutmaly. Şeýle hem oklaryň T uçuş wagtlaryny we olaryň suwa düşen pursadyndaky υ_1, υ_2 we υ_3 tizliklerini kesgitlemeli.

Jogaby: $h_1 = h_2 = h_3 = 19{,}62$ *m*, $T = 2$ *s*; $\upsilon_1 = 53{,}71$ *m/s*,
$\upsilon_2 = 77{,}52$ *m/s*, $\upsilon_3 = 101{,}95$ *m/s*.

5.43-nji mesele. Oky gorizontal ugur bilen 30° burç emele getirýän topdan 500 *m/s* tizlik bilen snarýad atylýar. Snarýad diňe agyrlyk güýjüniň $g = 9{,}81$ m/s^2 tizlenmesine eýe diýip kabul edip, onuň tizliginiň godografyny we godograf çyzýan nokadyň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: Godograf – koordinatalar başlangyjyndan 432 *m* daşlykda duran wertikal göni çyzyk; $\upsilon_1 = 9{,}81$ *m/s*.

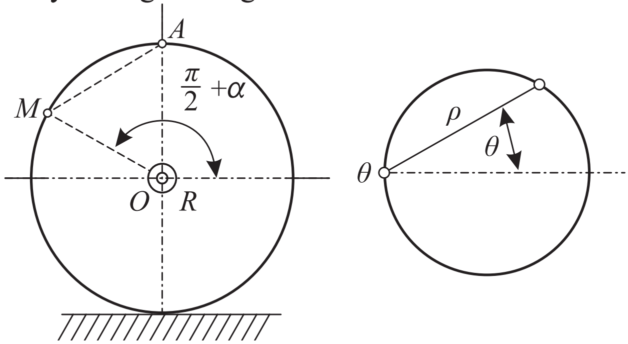
5.44-nji mesele. Radiusy $R = 1$ *m* bolan elektrowozyň tigriniň okdan $a = 0{,}5$ *m* daşlykda ýatan nokadynyň hereket deňlemesini we traýektoriýasyny kesgitlemeli. Tigir gorizontal we gönüçyzykly ýolda typman tigirlenýär diýip hasap etmeli. Tigriň okunyň tizligi $\upsilon = 10$ *m/s*. *Ox* ok rels bilen gabat gelýär, *Oy* ok nokadyň başlangyç aşaky radiusyna gabat gelýär. Şeýle hem, tigriň şu nokadynyň ýatan diametriniň gorizontal we wertikal ýagdaýynda nokadyň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: Gysgaldylan sikloida $x = 10t - 0{,}5\sin 10t$, $y = 1 - 0{,}5\cos 10t$. Tizlik: 1) 11 *m/s*; 18 *m/s*, 2) 5 *m/s*; 15 *m/s*.

5.45-nji mesele. Elektrowozyň tizligi υ_0 = 72 *km/sag*; Tigriň radiusy R = 1 m; Tigir gönüçyzykly demir yolda typman tigirlenýär.

1) Tigriň gurşawyndaky M nokatdaky radiusyň υ_0 tizliginiň ugry bilen $\pi/2+\alpha$ burç emele getirýän pursatda şu nokadyň υ tizliginiň mukdaryny we ugruny kesgitlemeli.

2) M nokadyň tizliginiň godografyny çyzmaly we godograf çyzýan nokadyň tizligini kesgitlemeli.



5.21-nji surat

Jogaby: 1) Tizlik $\upsilon = 40\cos(\alpha/2)$ *m/s* we MA göni çyzyk boýunça ugrukdyrylan.

2) $\rho = 2\,\upsilon_0 \cos\theta$ (bu ýerde $\theta = \alpha/2$), radiusy $r = \upsilon_0$ bolan töwerek (*5.21-nji sur. ser.*); $\upsilon_1 = \upsilon_0^2/R = 400$ m/s^2.

5.46-njy mesele. Nokat şol bir wagtda deňlemeleri $x = Ae^{-ht}\cos(kt+\varepsilon)$, $y = Ae^{-ht}\sin(kt+\varepsilon)$ görnüşdäki iki sany özara perpendikulýar togtaýan yrgyldylara gatnaşýar. Nokadyň tizliginiň dekart we polýar koordinatalardaky proýeksiýalaryny, şeýle hem nokadyň tizliginiň modulyny kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $\upsilon_x = -Ae^{-ht}\,[h\cos(kt+\varepsilon) + k\sin(kt+\varepsilon)]$;

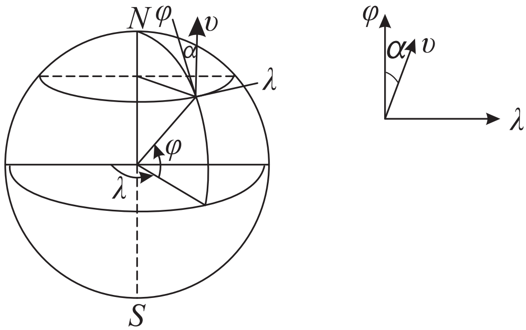
$\upsilon_y = -Ae^{-ht}\,[h\sin(kt+\varepsilon) - k\cos(kt+\varepsilon)]$;

2) $\upsilon_r = -Ahe^{-ht}$, $\upsilon_\varphi = Ake^{-ht}$;

3) $\upsilon = A\sqrt{h^2+k^2}\,e^{-ht} = \sqrt{h^2+k^2}\,r$.

5.47-njy mesele. Geografik meridiana görä özgermeýän α burç bilen gidýän gämi nähili çyzyk çyzar? Gämini Ýer ýüzüniň üstünde hereketlenýän nokat görnüşinde kabul etmeli (*5.22-nji surat*).

Görkezme. r; λ we φ sferik koordinatalardan peýdalanmaly.



5.22-nji surat

Jogaby: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_0}{2}\right)=e^{(\lambda-\lambda_0)\operatorname{ctg}\alpha}$,

bu ýerde φ – geografik giňlik, λ – garalýan pursatda uzaklyk giňişligi (bu çyzyk loksodromiýa diýlip atlandyrylýar).

5.48-nji mesele. M nokadyň töwerek boýunça deňlemesi $r = 2a\cos(kt/2)$, $\varphi = kt/2$ (r, φ – polýar koordinatalar). M nokadyň tizliginiň polýar koordinatalar sistemasyndaky oklara proýeksiýalaryny, tizligiň godografyny çyzýan M_1 nokadyň hereketiniň deňlemelerini we M_1 nokadyň tizliginiň proýeksiýalaryny kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $\upsilon_r = -ak\sin(kt/2)$, $\upsilon_\psi = ak\cos(kt/2)$;

2) $r_1 = ak$; $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{2} + kt$; 3) υ_{r_1}; $\upsilon_{\varphi_1} = ak^2$.

5.49-njy mesele. Gämi gozganmaýan nokada görä alnan α peleng burçuny (tizligiň ugry bilen nokada geçirilen ugruň arasyndaky burç) üýtgetmän hereket edýär. Şu gäminiň çyzýan egri çyzygynyň deňlemesini (r, φ) polýar koordinatalarda tapmaly. α we $r_{\varphi=0} = r_0$. Gämini tekizlikde hereket edýän nokat diýip kabul etmeli we şu tekizlikdäki islendik gozganmaýan nokady polýus diýip almaly. $\alpha = 0$, $\pi/2$ we π bolan hususy ýagdaýlary derňemeli.

Jogaby: logarifmik spiral: $r = r_o e^{-\varphi\operatorname{ctg}\alpha}$. $\alpha = \pi/2$ bolanda $r = r_o$ töwerek; $\alpha = 0$ ýa-da $\alpha = \pi$ bolanda göni çyzyk.

5.9. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Nokadyň tizlenmesi

5.50-nji mesele. Otly 72 *km/sag* tizlik bilen hereket edýär. Togtadylanda ol 0,4 m/s^2 tizlenme bilen haýallaýar. Otlyny stansiýa gelmezinden näçe wagt öň we stansiýadan haýsy daşlykda togtadyp başlamaly?

Jogaby: 50 *s*; 500 *m*.

5.51-nji mesele. Kopýor (sütün kakýan tokmakly maşyn) tokmagy gazyga urup, gazyk bilen bilelikde 0,02 *s* hereket edýär. Gazyk ýere 6 *sm* girýär. Gazygyň hereketini deňölçegli haýallaýan diýip hasaplap, gazygyň başlangyç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: 6 *m/s*.

5.52-nji mesele. Suw damjalary wertikal turbajygyň deşiginden her 0,1 sekuntda bir gezek damýar we 9,81 m/s^2 tizlenme bilen aşak gaçýar. Birinji damja akyp çykan pursatdan 1 *s* geçenden soň birinji we ikinji damjalar arasyndaky uzaklygy kesgitlemeli.

Jogaby: 0,932 *m*.

5.53-nji mesele. Uçaryň ýere gonuş tizligini 400 *km/sag* diýip hasap edip, gonuş wagtynda uçaryň $l = 1200$ *m*-lik ýolda haýallamasyny kesgitlemeli. Haýallamany hemişelik diýip hasaplamaly.

Jogaby: $a = 5{,}15$ m/s^2.

5.54-nji mesele. Kopýor tokmagy 2,5 *m* beýiklikden gaçýar. Ony şol beýiklige götermek üçin, şol ýerden düşüşine garanyňda üç esse köp wagt gidýär. Eger kopýor tokmagy 9,81 m/s^2 tizlenme bilen erkin düşýär diýip hasaplansa, onda ol bir minutda näçe gezek urar?

Jogaby: 21 urgy.

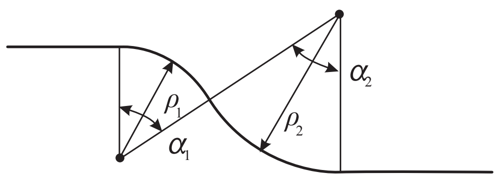
5.55-nji mesele. Polzun gönüçyzykly ugrukdyryjy boýunça $a_x = -\pi^2 \sin\frac{\pi}{2}t \;\; m/s^2$ tizlenme bilen hereket edýär. Eger polzunyň başlangyç tizligi $\upsilon_{0x} = 2\pi \;\; m/s$, başlangyç orny bolsa polzunyň koordinata başlangyjy diýip kabul edilen orta ýagdaýyna gabat gelse, onda polzunyň hereket deňlemesini tapmaly. Aralyklaryň, tizlikleriň we tizlenmeleriň egri çyzyklaryny gurmaly.

Jogaby: $x = 4 \sin \frac{\pi}{2} t \; m$.

5.56-njy mesele. Otlynyň başlangyç tizligi 54 *km/sag* bolup, ol birinji 30 sekuntda 600 *m* ýol geçýär. Otly radiusy $R = 1$ *km* bolan aýlanma ýolda deňüýtgeýän hereket edýär diýip hasaplap, onuň 30-njy sekundyň ahyryndaky tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli.

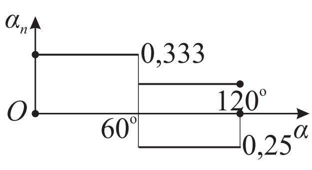
Jogaby: $\upsilon = 25 \; m/s$, $a = 0{,}708 \; m/s^2$.

5.57-nji mesele. Tramwaý ýolunyň egrilik radiuslary $\rho_1 = 300 \; m$ we $\rho_2 = 400 \; m$ bolan iki sany dugadan ybarat. Merkezi burçlar $\alpha_1 = \alpha_2 = 60°$. Şu egrilikden $\upsilon = 36$ *km/sag* tizlik bilen gidip barýan wagonyň normal tizlenmesiniň grafigini gurmaly (*5.23-nji surat*).



5.23-nji surat

Jogaby:



5.58-nji mesele. Nokat $s = \frac{q}{a^2}(at + e^{-at})$ kanun boýunça gönüçyzykly hereket edýär. a we g – hemişelik ululyklar. Nokadyň başlangyç tizligini, şeýle hem onuň tizlenmesini tizliginiň funksiýasy ýaly kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_0 = 0$; $a = g - a\upsilon$.

5.59-njy mesele. Nokadyň hereketi aşakdaky deňlemeler bilen berlen: $x = 10 \cos(2\pi t/5)$; $y = 10 \sin(2\pi t/5)$. (t – sekuntda, x, y – santimetrde berlen). Nokadyň traýektoriýasyny, tizliginiň ululygyny we ugruny, şeýle hem tizlenmesiniň ululygyny we ugruny kesgitlemeli.

Jogaby: Radiusy 10 *sm* bolan töwerek; tizligi $\upsilon = 4\pi$ *sm/s* bolup, Ox okdan Oy oka 90°-a aýlanyp geçiş ugruna galtaşma boýunça ugrukdyrylan; tizlenmesi $a = 1{,}6\ \pi$ m/s^2 bolup, merkeze ugrukdyrylan.

5.60-njy mesele. Işe girişýän döwründe dizel kriwoşipiniň palesiniň hereketi $x = 75\cos 4t^2$, $y = 75\sin 4t^2$ (x, y – santimetr, t – sekunt hasabynda) görnüşdäki deňlemeler bilen berlen. Palesiň tizligini, galtaşma we normal tizlenmesini kesgitlemeli.

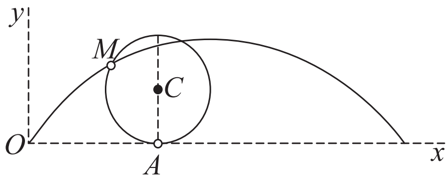
Jogaby: $\upsilon = 600\ t$ *sm/s*; $a_t = 600$ sm/s^2; $a_n = 4800\ t^2$ sm/s^2.

5.61-nji mesele. Nokadyň hereketi aşakdaky deňlemeler bilen berlen: $x = a\ (e^{kt} + e^{-kt})$; $y = a\ (e^{kt} - e^{-kt})$. Bu ýerde a we k- hemişelik ululyklar. Nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini kesgitlemeli, tizligini we tizlenmesini radius- wektoryň funksiýasy ýaly aňlatmaly.

Jogaby: Giperbola $x^2 - y^2 = 4a^2$; $\upsilon = kr$; $a = k^2\ r$.

5.62-nji mesele. $x = -\ a \sin 2\omega t$; $y = -\ a \sin \omega t$ deňlemelere degişli Lissažu şekilini çyzýan nokadyň traýektoriýasynyň $x = y = 0$ ornundaky egrilik radiusyny kesgitlemeli.

Jogaby: $\rho = \infty$.

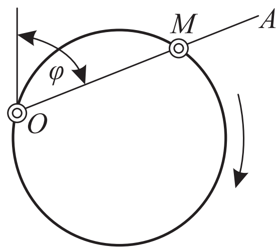


5.24-nji surat

5.63-nji mesele. Ox gorizontal oky boýlap typman tigirlenýän tigriň nokadynyň tizlenmesiniň ululygyny we ugruny hem-de traýektoriýasynyň egrilik radiusyny kesgitlemeli. Nokat aşakdaky deňlemelere görä sikloida çyzýar: $x = 20\,t - \sin 20\,t$, $y = 1 - \cos 20\ t$. ($x;\ y$ – metrde; t – sekuntda berlen). $t = 0$ bolanda ρ egrilik radiusy kesgitlemeli (*5.24-nji surat*).

Jogaby: Tizlenme $a = 400$ m/s^2 bolup, tigriň C merkezine MC boýunça ugrukdyrylan; $\rho = 2\ MA$; $\rho_o = 0$.

5.64-nji mesele. Simden ýasalan töwerege M halka geýdirilen, halkadan töwerekde ýatan O nokadyň daşynda deňölçegli aýlanýan OA steržen geçýär. Töweregiň radiusy 10 *sm*; steržen 5 sekuntda göni burça öwrülýän burç tizlik bilen aýlanýar. Halkanyň υ tizligini we a tizlenmesini kesgitlemeli (*5.25-nji surat*).



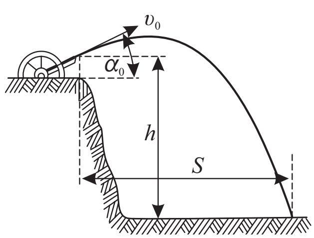
5.25-nji surat

Jogaby: $\upsilon = 2\pi$ *sm/s*; $a = 0{,}4\ \pi^2$ *sm/s*^{2}.

5.65-nji mesele. Snarýad $x = 300\,t$; $y = 400t - 5t^2$ ($x;\ y$ – metrde; t – sekuntda berlen) deňlemeler boýunça wertikal tekizlikde hereket edýär. 1) başlangyç pursatdaky tizligini we tizlenmesini; 2) snarýadyň näçe uzaga gidişini we näçe beýiklige göterilişini; 3) başlangyç pursatda we iň ýokarky nokatda traýektoriýasynyň egrilik radiuslaryny kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_0 = 500$ *m/s*; $a_0 = 10$ *m/s*^{2}; $h = 8$ *km*, $s = 24$ *k/m*; $\rho_0 = 41{,}67$ *km*; $\rho = 9$ *km*.

5.66-njy mesele. Deňiz derejesinden $h = 30$ *m* beýiklikde ýerleşen kenar artilleriýasynyň topundan gorizontal ugra $\alpha_0 = 45°$ burç, $\upsilon_0 = 1000$ *m/s* başlangyç tizlik bilen snarýad atylan. Snarýadyň deňiz derejesindäki nyşana topdan näçe uzaklykda degişini kesgitlemeli (*5.26-njy surat*).



5.26-njy surat

Jogaby: 102 *km*.

5.67-nji mesele. Hereketi $x = \alpha t$, $y = \beta t - 1/2\ gt^2$ deňlemeler bilen aňladylan nokadyň galtaşma we normal tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $a_\tau = \dfrac{q(\beta - qt)}{\upsilon}$, $a_n = \dfrac{qa}{\upsilon}$, bu ýerde υ – nokadyň tizligi.

5.68-nji mesele. Nokat $x = 2\cos 4t$; $y = 2\sin 4t$; $z = 2t$ deňlemeler bilen berlen hyr (wint) çyzygy boýunça hereket edýär. Traýektoriýanyň egrilik radiusyny metrde kesgitlemeli.

Jogaby: $\rho = 2\ {}^1\!/_8\ m$.

5.69-njy mesele. Nokadyň hereketi polýar koordinatalarda $r = ae^{kt}$ we $\varphi = kt$ deňlemeler bilen berlen. a we k − hemişelik ululyklar. Nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini, tizligini, tizlenmesini we traýektoriýasynyň egrilik radiusyny onuň r radius-wektorynyň funksiýasy görnüşde kesgitlemeli.

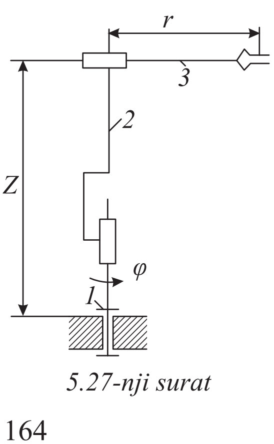
Jogaby: $r = ae^{\varphi}$ – logarifmik spiral; $\upsilon = kr\sqrt{2}$, $a = 2k^2 r$; $\rho = r\sqrt{2}$.

5.70-nji mesele. Nokat $x = 4t$; $y = t^3$. ($x; y$ – santimetrde; t – sekuntda berlen) deňlemeleriň esasynda hereketlenýän bolsa, onuň hereketiniň traýektoriýasyny, tizliginiň godografyny gurmaly we traýektoriýanyň başlangyç pursada degişli nokadynyň egrilik radiuslaryny kesgitlemeli.

Jogaby: Traýektoriýanyň deňlemesi $y = \dfrac{x^2}{64}$ kub parabolasy; tizligiň godografy – υ_y oka parallel göni çyzyk; $\rho_o = \infty$ (traýektoriýanyň başlangyç nokady – öwrüm nokady).

5.71-nji mesele. Nokat hyr (wint) çyzygynyň ugry boýunça hereketlenýär. Silindrik koordinatalar sistemasynda onuň hereket deňlemeleri $r = a$, $\varphi = kt$, $z = \upsilon t$ görnüşe eýe. Nokadyň tizlenmesiniň silindrik koordinatalar sistemasynyň oklaryndaky proýeksiýalaryny hem-de tizlenmäniň galtaşma we normal düzüjilerini we hyr çyzygynyň egrilik radiuslaryny kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $a_r = -ak^2$; $a_\varphi = 0$, $a_z = 0$; 2) $a_\tau = 0$; $a_n = ak^2$;
3) $\rho = (a^2 k^2 + \upsilon^2)/(ak^2)$



5.27-nji surat

5.72-nji mesele. Robot-manipulýatoryň mehanizmi 1 – aýlanyjy desgadan, wertikal göçürmek üçin 2 – kolonnadan (materialy tutup alyp hereketlendiriji) we 3 – goldan ybarat. $\varphi(t)$; $z(t)$; $r(t)$ berlende tutguç mehanizminiň tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli *(5.27-nji surat)*.

Jogaby: $\upsilon = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2}$;

$$a = \sqrt{(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)^2 + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})^2 + \ddot{z}^2}.$$

6. GATY JISIMIŇ HEREKETLERINIŇ ÝÖNEKEÝ GÖRNÜŞLERI. GATY JISIMIŇ ÖŇE HEREKETI. GATY JISIMIŇ GOZGANMAÝAN OKUŇ DAŞYNDAN AÝLANMA HEREKETI

6.1. Gaty jisimiň öňe hereketi

Eger jisimiň islendik iki nokadyny birikdirýän göni çyzyk hemişe özüne parallel hereket etse, onda şeýle herekete *gaty jisimiň öňe hereketi* diýilýär. Öňe herekete mysal edip *liftiň* hereketini getirmek bolar. Subut etmezden, jisimiň öňe bolan hereketi baradaky teoremany getireliň: *gaty jisim öňe hereket edende, onuň hemme nokatlary birmeňzeş traýektoriýalar bilen hereket edip, onuň hemme nokatlarynyň tizlik we tizlenme wektorlary özara deň bolýarlar*.

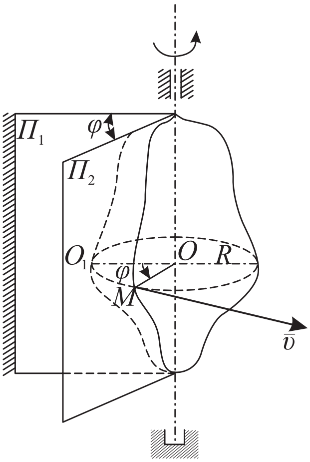
Netije. Gaty jisimiň öňe hereketini öwrenmek üçin, onuň diňe bir nokadynyň hereketini öwrenmek ýeterlikdir.

6.2. Gaty jisimiň gozganmaýan okuň daşyndan aýlanma hereketine degişli nazary maglumatlar

Gaty jisim gozganmaýan z okuň daşyndan aýlanýar diýeliň (*6.1-nji surat*). z oka aýlanma oky diýilýär. Bular ýaly hereketde jisimiň aýlanma okunda ýatmaýan islendik nokady töwerek boýunça hereket edýär. Töweregiň tekizligi aýlanma okuna perpendikulýar bolup, onuň merkezi aýlanma okunda ýatýar.

Jisimiň hereketini matematiki formulalar arkaly öwrenmek üçin z okuň üstünden geçýän iki sany Π_1, Π_2 ýarym tekizlikleri alalyň: Π_1 tekizlik, Π_2 tekizlik-jisime berkidilen we jisim bilen bilelikde aýlanýar. Jisimiň islendik t wagtdaky ornuny bilmek üçin tekizlikleriň arasyndaky φ burçy bilmek ýeterlik (bu burç radian birliginde ölçenilýär) (*6.1-nji surat*). Aýlanma burçy üçin položitel we otrisatel ululyklary anyklamaly. 6.1-nji suratda φ burçuň položitel ugry strelka bilen görkezilen, ýagny z okuna garşy seredýän gözegçi üçin jisim sagat diliniň hereketine garşy hereket edýär.

Wagtyň üýtgemegi bilen φ burç üýtgeýär. Eger t wagta baglylykda φ burçuň üýtgeme kanunyny bilsek, ol aňlatma jisimiň aýlanma hereketiniň deňlemesi bolar. Şeýlelikde,



6.1-nji surat

$$\varphi = \varphi(t). \tag{6.1}$$

deňlige gaty jisimiň gozganmaýan okunyň töwereginde aýlanma hereketiniň deňlemesi ýa-da hereket kanuny diýilýär. φ burça aýlanma burçy diýilýär. $\varphi(t)$ – funksiýa bir bahaly, üznüksiz we iň bolmanda iki gezek differensirlenýän funksiýadyr.

Aýlanma hereketinde ω burç tizligi we ε burç tizlenmesi esasy kinematik ululyklar bolup hyzmat edýär. Jisimiň (6.1) aýlanma hereket kanuny mälim bolsa, onda burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemek bolýar. Burç tizligi φ aýlanyş burçundan wagt boýunça alnan birinji önüme deňdir:

$$\omega = \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{6.2}$$

ω-nyň alamaty jisimiň aýlanma ugruny anyklaýar. Eger $\omega > 0$ bolsa, φ burç wagt geçmegi bilen artýar; $\omega < 0$ bolsa, φ burç kemelýär.

Burç tizligi $= \left[\dfrac{radian}{wagt}\right]$ ýa-da $\left[\dfrac{1}{wagt}\right]$ (sebäbi radian-ölçegsiz ululykdyr) ýaly ölçelýär; ölçeg birligi hökmünde, köplenç, $\dfrac{1}{s} = s^{-1}$ ulanylýar. Burç tizligini $\overline{\omega}$ wektor görnüşinde hem aňlatmak bolýar. Bu wektoryň uzynlygy burç tizliginiň san bahasyny aňladýar. Şu wektora onuň ujundan seredýän gözegçi jisimiň hereketini sagat diliniň hereketine ters ugurda görer ýaly edip, aýlanma okunyň üstünde ýerleşdirýärler (*6.2-nji a surat*). Jisim deňölçegli hereket edende (tehnikada burç tizligini öwrüm aýlanma sany bilen hem ölçeýärler $\left(n\dfrac{öwrüm}{minut}\right)$ ω bilen n arasyndaky baglanyşyk aşakdaky ýalydyr:

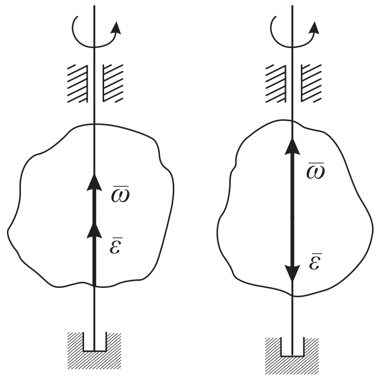
$$\omega = \frac{n\pi}{30}s^{-1} \approx 0,1ns^{-1}. \tag{6.3}$$

Burç tizlenmesi aýlanma burçundan wagt boýunça alnan ikinji önüm ýa-da burç tizliginden alnan birinji önüme deňdir:

$$\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dot{\omega}. \tag{6.4}$$

Burç tizlenmesiniň ölçeg birligi rad/s^2. Burç tizlenmesini hem $\overline{\omega}$ wektor görnüşinde aňladyp bolýar. Eger $\overline{\omega}$ we $\overline{\varepsilon}$ bir tarapa ugrukdyrylan bolsa (alamatlary gabat gelýän bolsa, ýagny $\omega\varepsilon > 0$ bolsa), onda ol tizlenýän hereketi aňladýar (*6.2-nji a surat*), garşylykly tarapa ugrukdylan bolsa $\omega\varepsilon < 0$ haýallaýan hereketi aňladýar (*6.2-nji b surat*).

Jisimiň burç tizligi bilen burç tizlenmesi mälim bolsa, onda aýlanma okunda islendik R uzaklykda ýerleşýän M nokadyň çyzyk tizligini we çyzyk tizlenmesini tapmak bolýar.

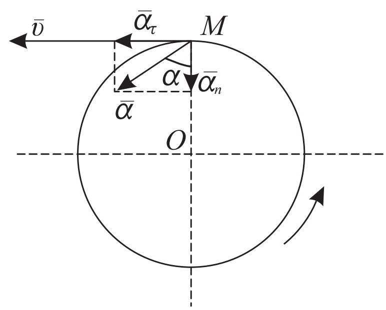


6.2-nji surat

M nokadyň tizliginiň ululygy

$$\upsilon = \omega R. \qquad (6.5)$$

bolup, ol nokadyň traýektoriýasyna galtaşma boýunça jisimiň aýlanýan tarapyna ugrukdyrylandyr (*6.3-nji surat*).



6.3-nji surat

Şu nokadyň $\overline{a_\tau}$ galtaşma tizlenmesi ululygy boýunça

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R \cdot \varepsilon \qquad (6.6)$$

bolýar we nokadyň traýektoriýasyna galtaşýan çyzykda ýatýar.

Tizlenýän hereket üçin $\overline{\upsilon}$ tizlik bilen $\overline{a_\tau}$ tizlenme bir tarapa ugrukdyrylandyr, haýallaýan hereket üçin $\overline{a_\tau}$ tizlenme $\overline{\upsilon}$ tizlige garşy tarapa ugrukdyrylandyr.

Normal tizlenme ululygy boýunça

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 \cdot R \qquad (6.7)$$

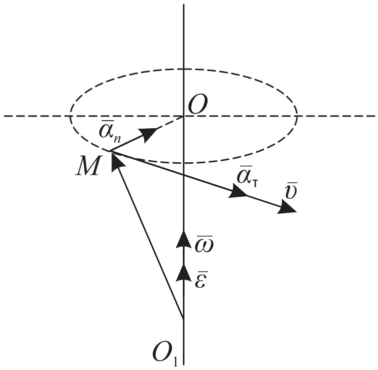
bolup, hemişe aýlanma okuna tarap ugrukdyrylandyr.

Hemişe $\overline{a_\tau} = \overline{a_n}$ bolany üçin, $\overline{a}$ doly tizlenme ululygy boýunça aşakdaky formula bilen tapylýar:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (6.8)$$

Doly tizlenme $\overline{a}$ bilen normal tizlenmäniň $\overline{a_n}$ arasyndaky α burçy aşakdaky ýaly tapylýar:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{|a_\tau|}{a_n} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}. \qquad (6.9)$$



6.4-nji surat

$\overline{\upsilon}$; $\overline{a}_\tau$; $\overline{a}_n$ ululyklary wektorlaýyn köpeltmek hasyllary ýaly edip hem almak bolýar. Ol formulalary aşakda görkezeliň. Nokadyň z okda ýatýan islendik O_1 polýusa görä radius-wektoryny $\overline{r}$ bilen belgilesek (*6.4-nji surat*), tizlik wektory:

$$\overline{\upsilon} = \overline{\omega} \times \overline{r}, \qquad (6.10)$$

galtaşma tizlenmäniň wektory:

$$\overline{a}_\tau = \frac{d\overline{\upsilon}}{dt} = \overline{\varepsilon} \times \overline{r}, \qquad (6.11)$$

normal tizlenmäniň wektory:

$$\overline{a}_n = \overline{\omega} \times \overline{\upsilon} = \overline{\omega} \times (\overline{\omega} \times \overline{\upsilon}), \qquad (6.12)$$

doly tizlenmäniň wektory:

$$\overline{a} = \overline{a}_\tau + \overline{a}_n = \overline{\varepsilon} \times \overline{r} + \overline{\omega} \times \overline{\upsilon} \qquad (6.13)$$

ýaly kesgitlenýärler (*6.4-nji sur. ser.*).

Käbir hususy ýagdaýlara garalyň. Jisim üýtgemeýän ω = cons$t$ (deňölçegli hereket) burç tizligi bilen aýlanýan bolsa, onuň hereket deňlemesi şu aşakdaky ýaly bolýar:

$$\varphi = \varphi_0 = \omega t, \qquad (6.14)$$

bu ýerde φ_0 – başlangyç burç (hereket başlangyjynda Π, Π_1 tekizlikleriň arasyndaky burç).

Jisim deňüýtgeýän (tizlenýän ýa-da haýallaýan) hereket bilen aýlanýan bolsa, burç tizlenmesi üýtgeýän ε = cons$t$ baha eýe bolýar we tizlenýän hereketde $\varepsilon > 0$, haýallaýan hereketde $\varepsilon < 0$ bolýar. Bu ýagdaýda jisimiň aýlanyş kanuny

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad (6.15)$$

formula, burç tizliginiň üýtgeme kanuny

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \qquad (6.16)$$

formula bilen aňladylýar. Bu formulalardan φ_0 – başlangyç burç, ω_0 – başlangyç burç tizligidir.

6.3. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler

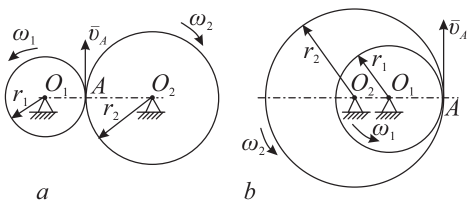
Gozganmaýan okuň töwereginde aýlanýan gaty jisime degişli meseleleri, esasan, üç görnüşe bölmek bolýar.

1) Jisimiň aýlanma kanuny berlip, burç tizlgini, burç tizlenmesini, aýlanma burçuny tapmak talap edilýär. Bu meseleler (6.2), (6.4) formulalardan peýdalanyp çözülýär. Käbir meseläniň şertine seredip, jisimiň aýlanma kanunyny düzmek gerek bolýar.

2) Aýlanýan jisimiň nokadynyň tizligini we tizlenmesini tapmak talap edilýär. Bu meseleler (5.1) – (5.10) formulalardan peýdalanyp çözülýär.

3) Bir jisimiň aýlanma hereketini başga bir jisime geçirmäge, ýagny aýlanma hereketini özgertmäge degişli meseleler. Bu meseleleri çözmek üçin degişli tigirleriň (wallaryň) kömegi bilen bir-birine ilişdirilen ýa-da bir-birine kemer arkaly birikdirilen jisimleriň aýlanma hereketleri üçin degişli formulalary ýazalyň.

Radiuslary r_1 we r_2 bolan gozganmaýan O_1, O_2 oklaryň daşynda aýlanýan dişli tigirler bir-biri bilen daşgyn ilişdirilen bolsunlar (*6.5-nji a surat*). Tigirleriň birinjisi (O_1) itekleýän (aýlaýjy), ikinjisi (O_2) bolsa iteklenýän (aýlanyjy) diýip hasap edeliň (*6.5-nji a, b surat*).



6.5-nji surat

Iki tigir üçin hem umumy bolan *A* nokadyň tizligini şeýle ýazmak bolýar:

$$\bar{\upsilon}_{1A} = \bar{\upsilon}_{2A} = \bar{\upsilon}_A .$$

Bu deňlikde tigirleriň burç tizlikleri we radiuslary arasyndaky baglanyşygy aşakdaky ýaly tapmak bolýar:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

ýa-da

$$\frac{\omega_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{r_1}. \qquad (6.17)$$

Diýmek, itekleýän we iteklenýän tigirleriň burç tizlikleriniň ululyklary radiuslaryň uzynlygyna ters proporsionaldyr.

Iki tigir daşyndan ildirilen bolsalar (*6.5-nji a surat*) ters taraplara, içinden ildirilen bolsalar (*6.5-nji b surat*) bir tarapa aýlanýarlar.

Burç tizlikleriniň gatnaşygyny, tigir dişleriniň sany z_1, z_2 ýa-da minutdaky öwrüm sany n_1, n_2 bilen aňlatmak mümkin.

Onda

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}, \tag{6.18}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \tag{6.19}$$

Itekleýän tigriň burç tizliginiň iteklenýän tigriň burç tizligine gatnaşygyna $\frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{1,2}$ geçirme sany diýilýär.

Tigirler içinden ildirilende geçirme san položitel, daşyndan ildirilende otrisatel bolýar. (6.17) – (6.19) formulalardan peýdalansak, geçirme sany şeýle ýazmak bolýar: $i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{n_1}{n_2}$.

Ilişdirilen tigirler ikiden köp (meselem, n sany, $n > 2$) bolsa, umumy geçirme sany tigirleriň her bir jübütiniň geçirme sanlarynyň köpeltmek hasylyna deň:

$$i_{1,n} = i_{1,2} \cdot i_{2,3} \cdot i_{3,4} \cdots i_{n-1,n},$$

bu ýerden

$$i_{1,n} = (-1)^m \cdot \frac{\omega_1}{\omega_n}, \tag{6.20}$$

bu ýerde m daşyndan ilişdirilen n tigriň jübütleriniň sany.

Umumy geçirme sany tigirleriň radiuslarynyň ýa-da dişleriniň gatnaşygy ýaly aňlatmak bolýar.

Bir-biri bilen ilişip duran hemme tigirleriň dişleriniň sanyny ýa-da radiuslaryny hasaba almaly, ýagny:

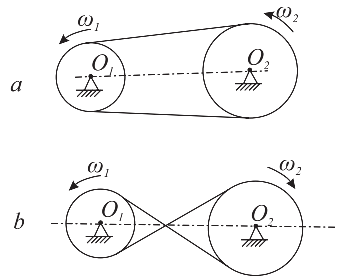
$$i_{1,n} = (-1)^m \left(\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} \cdot \frac{z_4}{z'_3} \cdots \frac{z_n}{z'_{n-1}} \right) \tag{6.21}$$

we

$$i_{1,n} = (-1)^m \left(\frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{r_3}{r'_2} \cdot \frac{r_4}{r'_3} \cdots \frac{r_n}{r'_{n-1}} \right), \tag{6.22}$$

bu ýerde r_k we k_k' – bir oka (wala) birikdirilen dişli tigirleriň radiuslary we z_k we k_k' – olaryň dişleriniň sany (k = 1, 2, ... n).

Hereket kemer arkaly geçirilýän bolsa (*6.6-njy surat*) geçirme sany itekleýän tigriň burç tizliginiň iteklenýän tigriň burç tizligine bolan gatnaşygyna deň.



6.6-njy surat

Bu gatnaşyk aýlanyş sanlarynyň gatnaşygyna göni proporsional, tigirleriň radiuslarynyň gatnaşygyna ters proporsionaldyr:

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{n_1}{n_2}. \qquad (6.23)$$

Tigirleri birleşdirýän kemerler kesişmeseler (*6.6-njy a surat*), tigirler bir tarapa aýlanýar, diýmek, geçirme sany položitel bolýar. Kemerler kesişseler (*6.6-njy b surat*), tigirler ters tarapa aýlanýarlar, diýmek, geçirme sany otrisatel bolýar.

6.4. Gozganmaýan okuň daşyndan aýlanýan gaty jisimiň aýlanma burçuny, burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemek. Mysaly meseleler

6.1-nji mesele. Okuň daşyndan aýlanýan diskiň aýlanma burçy wagtyň kubuna proporsional we t = 3 bolanda burç tizligi $n = 810\ \frac{\textit{öwrüm}}{\textit{minut}}$. Diskiň aýlanma deňlemesini kesgitlemeli.

Çözülişi. Meseläniň şertine görä, hereket kanuny

$$\varphi = kt^3\ rad, \qquad (1)$$

bu ýerde k – üýtgemeýän gözlenýän koeffisiýent.

(1) hereket kanunyndan ω burç tizligini (6.2) formula esasynda tapalyň:

$$\omega = \dot{\varphi} = 3kt^2. \qquad (2)$$

Wagt $t = 3\ s$ bolanda $n = 810\ \frac{\textit{öwr}}{\textit{min}}$ bolýandygy üçin:

$$\omega = \frac{n\pi}{30} = \frac{810\pi}{30} = 27\pi s^{-1}.$$

Ahyrky baha bilen (2) deňlemäni deňeşdirýäris: $27\pi = 3kt^2$.

Wagt $t = 3\ s$ bolany üçin, $27\pi = 3k3^2$, $k = \dfrac{27\pi}{27} = \pi$.

Şeýlelikde, (1) hereket kanuny:

$$\varphi = \pi t^3\ rad.$$

6.2-nji mesele. Motor öçürilenden soň $n = 90\dfrac{öwr}{min}$ burç tizligi bilen aýlanýan wal deňhaýallaýan hereket edip, $t_1 = 40\ s$ geçenden soň togtaýar. Walyň togtaýança näçe öwrüm edendigini hasaplamaly.

Çözülişi. Wal deňhaýallaýan hereket edýänligi üçin ($\varepsilon = const$, $\varepsilon < 0$) (6.15), (6.16) formulalardan peýdalanýarys:

$$\varphi = \omega_o t - \frac{\varepsilon t}{2}, \tag{1}$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t. \tag{2}$$

Başlangyç burç tizligi hökmünde motoryň öçürilen wagtyndaky burç tizligini alýarys, ýagny

$$\omega_0 = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 90}{30} = 3\pi s^{-1}.$$

Wal togtanda, ýagny $t = t_1$ wagtda $\omega_1 = 0$. Bu bahalary (2) deňlemede goýup, ε–y kesgitleýäris:

$$0 = \frac{\pi n}{30} - \varepsilon t_1,\ \varepsilon = \frac{\pi n}{30 t_1}.$$

Wal togtaýança eden öwrüm sanyny N/n bilen gatyşdyrmaly däl. Bu ýerde burç tizliginiň aýlanma burçy $\varphi_1 = 2\pi \cdot Nn$. Tapylýan φ burçy we ε-burç tizlenmäni (1) formulada goýup, alarys:

$$2\pi N = \frac{n\pi}{30}t_1 - \frac{n\pi}{60}t_1 = \frac{n\pi}{60}t_1.$$

Bu ýerden

$$N = \frac{nt_1}{120} = 30N = 30\ öwrüm.$$

6.3-nji mesele. Uçaryň motory öçürilende $n = 1200\ \dfrac{öwr}{min}$ burç tizligi bilen aýlanýan propelleri togtaýança $N = 80$ öwrüm edýär. Eger propelleriň aýlanyşyny deňhaýallaýan diýip hasaplasak motor öçürilenden soň propeller togtaýança näçe wagt geçer?

Çözülişi. Propelleriň aýlanyşy deňhaýallaýan bolany üçin ε = const, $\varepsilon > 0$. $\varphi_0 = 0$ diýip hasap edip, (6.15), (6.16) formulalardan peýdalanýarys:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t. \quad (2)$$

Bu ýerde

$$\omega_0 = \frac{n\pi}{30} = \frac{1200\pi}{30} = 40\pi s^{-1}. \quad (3)$$

Propeller $N = 80$ öwrüm edeni üçin onuň aýlanma burçy $\varphi_1 = 80 \cdot 2\pi = 160\pi$ rad. Propeller togtanda burç tizligi nola deň, ýagny $\omega_1 = 0$. Ýokarkylardan peýdalanyp, (1), (2) deňlemeleri aşakdaky ýaly ýazmak bolýar:

$$40\pi \cdot t_1 - \varepsilon \cdot \frac{t_1^2}{2} = 160\pi.$$

$$40\pi - \varepsilon t_1 = 0.$$

Bu ýerde

$$\varepsilon = \frac{40\pi}{t_1},$$

$$\varepsilon = \frac{40\pi}{t_1} \text{ we } 40\pi t_1 - \frac{40\pi}{t_1} \cdot \frac{t_1^2}{2} = 160\pi.$$

Gözlenilýän t_1 wagty tapýarys:

$$t_1 = \frac{160\pi}{20\pi} = 8s.$$

6.5. Gozganmaýan okuň daşyndan aýlanýan gaty jisimiň nokadynyň tizligini we tizlenmesini tapmak. Mysaly meseleler

6.1-nji mesele. Radiusy $R = 2$ m bolan we dynçlykda duran uly tigir (mahowik) deňtizlenýän hereket edip aýlanýar. Tigriň gurşawynda ýatan nokatlarynyň çyzyk tizligi $t_1 = 10$ sekuntdan soň $\upsilon = 100$ m/s bolýar. Tigriň gurşawyndaky nokadyň wagt $t_2 = 15$ s bolan pursadyndaky tizligini, galtaşma we normal tizlenmelerini kesgitlemeli.

Çözülişi. $t_1 = 10$ s pursatdaky ω_1 burç tizligini (6.5) formuladan tapýarys:

$$\omega_1 = \frac{\upsilon}{R} = \frac{100}{2} = 50s^{-1}.$$

Burç tizlenmäni (6.16) formuladan tapýarys: $\varepsilon = \frac{\omega}{t_1} = 5s^{-1}$.

Diýmek, burç tizliginiň wagta baglylykda üýtgeýşi:

$$\omega = 5t.$$

Bu formuladan peýdalanyp, $t_2 = 15$ sekuntda degişli burç tizligini tapalyň: $\omega_2 = 5 \cdot 15 = 75\ s^{-1}$.

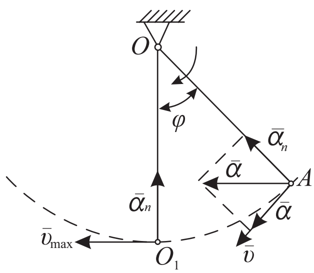
Indi (6.6), (6.7) formulalardan peýdalanyp, galtaşma we normal tizlenmeleri kesgitläliň.

Galtaşma tizlenmesi

$$a_\tau = \mathrm{I} = 5 \cdot 2 = 10\ m/s^2.$$

Normal tizlenme

$$a_n = \omega^2 R = 75^2 \cdot 2 = 11250\ \frac{m}{s^2}.$$



6.7-nji surat

6.2-nji mesele. *A* şarjagaz uzynlygy $l = 398$ *sm* bolan ýüpden asylan. Şarjagaz gozganmaýan gorizontal *O* okuň töweregindäki wertikal tekizlikde $\varphi = \frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$ deňleme boýunça yrgyldaýar (*6.7-nji surat*), (φ – radian, *t-s* hasabynda).

1. Hereket başlanandan soň, şarjagazyň normal tizlenmesiniň nola deň bolýan iň kiçi wagtyny;

2. Şarjagazyň galtaşma tizlenmesiniň nola deň bolýan iň kiçi wagtyny;

3. $t = \frac{1}{2}s$ bolanda şarjagazyň doly tizlenmesini tapmaly.

Çözülişi. (6.2) we (6.4) formulalardan peýdalanyp, burç tizligi bilen burç tizlenmäni tapýarys:

$$\omega = \dot{\varphi} = \frac{\pi^2}{16} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)t; \qquad \varepsilon = \ddot{\varphi} = -\frac{\pi^3}{32} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)t.$$

(6.6) we (6.7) formulalardan

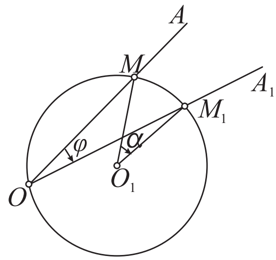
$$a_\tau = -\frac{\pi^3}{32} l\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)t, \qquad a_n = \frac{\pi^3}{256} l\cos^2\frac{\pi}{2}t.$$

$\cos\frac{\pi}{2}t = 0$ bolanda normal tizlenme nola deň bolýar, onda $\frac{\pi}{2}t_1 = \frac{\pi}{2}$, ýagny $t_1 = 1$ s. $\sin\frac{\pi}{2}t = 0$ bolanda galtaşma tizlenme nola deň bolýar, onda $\frac{\pi}{2}\cdot t_2 = \pi$, ýagny $t_2 = 2s$.

$t = -\frac{1}{2}$ bolanda doly tizlenme aşakdaky ýaly tapylýar:

$$a = l\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} = 282,95\ sm/s^2.$$

6.3-nji mesele. Simden ýasalan R *sm* radiusly töwerege M halkajyk geýdirilen. Şol töweregiň üstünde ýatan O nokatdan çykýan OA steržen halkajygyň içinden geçýär. Steržen O nokadyň töwereginde ωs^{-1} burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. M halkajygyň tizligini, galtaşma we normal tizlenmesini kesgitlemeli (*6.8-nji surat*).



6.8-nji surat

Çözülişi. Halkajygyň traýektoriýasy merkezi O_1 nokatda bolýan R radiusly töwerekdir. Steržen deňölçegli aýlanýandygy üçin (ω = const) okuň hereket deňlemesi $\varphi = \omega t$. OA steržen $\varphi = \omega t$ burça aýlananda halkajyk duga boýunça $s = \breve{MM_1} = R\alpha$ aralygy geçýär. $\alpha = 2\varphi$ bolany üçin islendik t wagt üçin halkajygyň geçýän ýoluny ýazalyň:

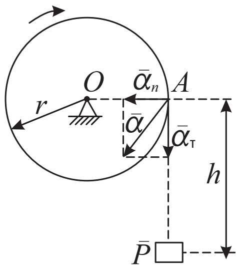
$$s = R\cdot\alpha = 2R\omega t\ sm.$$

Halkajygyň tizligini we tizlenmesini nokadyň kinematikasyna degişli belli formulalar esasynda tapmak bolýar: $\upsilon = \dot{s} = 2R\omega\frac{sm}{s}$; $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = 0$.

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = 4R\omega^2\frac{sm}{s^2},\ a = a_n = 4R\omega^2\frac{sm}{s^2}.$$

Bu ýagdaýda doly tizlenme diňe normal tizlenmä deň bolup, radiusy boýunça halkajykdan O merkeze tarap ugrukdyrylan.

6.4-nji mesele. Gozganmaýan O oka berkidilen r radiusly tigriň daşyna saralan ýüpüň ujuna berkidilen P ýük başlangyç tizliksiz deňtizlenýän hereket bilen tigri aýlaýar (*6.9-njy surat*). P ýük ilkinji



6.9-njy surat

t sekuntda h metr aralyga düşýär. Tigriň burç tizligini we tigriň gurşawyndaky nokadyň doly tizlenmesini tapmaly.

Çözülişi. Ýüpüň tizlenmesini a bilen belgilesek, geçilen ýoluň $h = \frac{at^2}{2}$ bolýandygy bellidir. Tigriň gurşawyndaky nokatlaryň galtaşma tizlenmesiniň ýüküň tizlenmesine deňdigi sebäpli $a_\tau = r\varepsilon = a$. Bu ýerden tigriň burç tizlenmesini tapyp bolýar: $\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2} s^{-2}$. Tigir başlangyç tizliksiz herekete geleni üçin, onuň burç tizligi $\omega = \varepsilon t = \frac{2x}{rt} s^{-1}$.

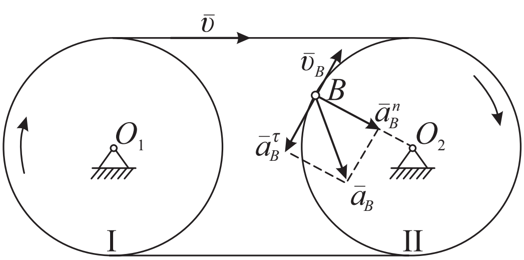
Şeýlelikde, normal tizlenme $a_n = \omega^2 r = \frac{4h^2}{rt^2}$ m/s^2 galtaşma tizlenme $a_\tau = \frac{2h}{t^2} m/s^2$, doly tizlenme:

$$a = \frac{2h}{rt^2}\sqrt{r^4 + 4h^2,}\ m/s^2.$$

6.6. Gaty jisimiň ýönekeý hereketlerini özgertmek. Mysaly meseleler

Aýlanma hereketi bir jisimden başga jisime geçirmek (aýlanma hereketi özgertmek)

6.5-nji mesele. Tükeniksiz kemer bilen birikdirilen r_1, r_2 radiusly iki sany şkiw gozganmaýan O_1, O_2 oklaryň daşynda aýlanýar (*6.10-njy surat*).



6.10-njy surat

I tigir deňüýtgeýän hereket bilen aýlanýar we onuň burç tizligi t_1 sekuntdan soň ω_0-dan ω_1-e ýetýär (ω_0 başlangyç burç tizlik). Hereket başlandan t_2 s geçenden soň II tigriň gurşawynda ýatan B nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli.

$$\omega_0 = 10\pi s^{-1}; \omega_1 = 4\pi s^{-1}; t_1 = 6s; t_2 = 8s; r_1 = 30sm; r_2 = 15sm.$$

Çözülişi. Meseleler çözülende hemişe položitel ugur hökmünde hereketiň ugry kabul edilýär (şu meselede sagat diliniň hereketiniň ugry). Tigirleriň burç tizliklerini we tizlenmelerini, degişlilikde ω_I, ε_I, ω_{II}, ε_{II} bilen belgiläliň. I tigir deňüýtgeýän hereket edýändigi üçin burç tizlenmesi hemişelikdir, ýagny

ε_I = const$t$.

Şeýle hereket üçin (6.16) formulalardan peýdalanýarys:

$$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon I\, t. \tag{1}$$

Şert boýunça t_1 wagtda $\omega_I = \omega_1$ bolany üçin

$$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon_1 t_1.$$

Bu deňlikden ε_1-i tapýarys:

$$\varepsilon_I = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1} = \frac{4\pi - 10\pi}{6} = -\pi s^{-2}.$$

Otrisatel alamat hereketiň haýallaýandygyny aňladýar.

Burç tizligini wagtyň funksiýasy görnüşinde, ýagny (1) deňligi ýazalyň:

$$\omega_I = 10\pi - \pi t = \pi(10 - t).$$

B nokadyň υ_B tizligi ululygy (moduly) boýunça kemeriň islendik nokadynyň tizligine (ýa-da I tigriň gurşawyndaky islendik nokadyň tizligine) deňdir, ýagny:

$$\upsilon_B = 30\,\pi(10 - 8) = 60\pi \; sm/s.$$

Islendik t wagt üçin II tigriň burç tizligini we burç tizlenmesini tapalyň:

$$\omega_{II} = \frac{\upsilon_B}{r_2} = \frac{r_1\omega_1}{r_2} = 2\pi(10 - t)s^{-1},$$

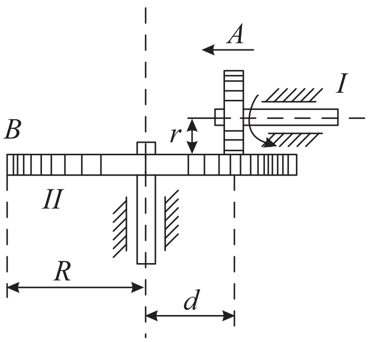
$$\varepsilon = \dot{\omega}_{II} = -2\pi = \text{const}.$$

$t = t_2 = 8$ s pursat üçin:

$\omega_I = 4\pi$ s^{-1}, $\varepsilon_{II} = -2\pi$ s^{-2} bolýar.

B nokadyň tizlenmesini (6.8) formula esasynda kesgitleýäris:

$$a_B = 30\pi\sqrt{64\pi^2 + 1}\ sm/s^2.$$



6.11-nji surat

6.6-njy mesele. Friksion hereket geçirijiniň itekleýji waly (I) minutda 600 öwrüm edip aýlanýar we aýlanma wagtynda süýşýär (süýşme ugry peýkam bilen görkezilen). $d = 10 - 0{,}5t$ sm (t sekunt hasabynda) kanunalaýyklykda üýtgeýär (*6.11-nji surat*).

1) II walyň burç tizlenmesini (d uzaklyga baglylykda),

2) $d = r$ bolan pursatda tigriň gurşawyndaky B nokadyň doly tizlenmesini tapmaly. Berlen friksion tigirleriň radiuslary: $r = 5$ sm, $R = 15$ sm.

Çözülişi. Itekleýji (aýlaýjy) (I) walyň burç tizligini tapalyň:

$$\omega_1 = \frac{n\pi}{30} = 20\pi s^{-1}.$$

(I) we (II) wallaryň diskleriniň ilteşýän nokatlarynyň tizlikleri özara deň. Şondan peýdalanyp, (II) walyň burç tizligini tapalyň:

$$\omega_2\, d = \omega_1\, r.$$

d-niň bahasyny goýup alarys:

$$\omega_2 = \frac{r}{10 - 0{,}5t}\omega_1 = \frac{100\pi}{10 - 0{,}5t}s^{-1}.$$

Bu deňligi wagt boýunça differensirläp, (II) walyň burç tizlenmesini tapýarys:

$$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{50\pi}{(10 - 0{,}5t)^2} = \frac{50\pi}{d^2}s^{-2}.$$

$d = r = 5$ sm bolýan pursady $5 = 10 - 0{,}5t$ deňlemeden tapmak bolýar, ýagny $t_1 = 10$ s. Şu wagtda (II) walyň burç tizligi (1) deňlikden tapylýar:

$$\omega_2 = \frac{100\pi}{10 - 0{,}5 \cdot 10} = 20\pi s^{-1}.$$

Burç tizlenmesi (2) deňlikden tapylýar:

$$\varepsilon_2 = \frac{50\pi}{(10 - 0,5 \cdot 10)^2} = 2\pi s^{-2}.$$

Itekleýän tigriň gurşawyndaky B nokadyň doly tizlenmesi (6.8) formuladan tapylýar:

$$a = 30\pi\sqrt{40\,00\pi^2 + 1}\; sm/s^2.$$

6.7. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Gaty jisimiň gozganmaýan okuň daşyndan aýlanma hereketi

6.7-nji mesele. 1) Sagadyň sekunt diliniň, 2) sagadyň minut diliniň, 3) sagadyň sagat diliniň, 4) Ýer 24 sagatda bir gezek aýlanýar diýip hasaplap, Ýeriň öz okunyň daşynda aýlanyşynyň, 5) minutda 15000 gezek aýlanýan Lawal bug turbinasynyň burç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby:
1) $\omega = \pi/30\ rad/s = 0{,}1047\ rad/s$;
2) $\omega = \pi/1800\ rad/s = 0{,}001745\ rad/s$;
3) $\omega = \pi/21600\ rad/s = 0{,}0001455\ rad/s$;
4) $\omega = \pi/43200\ rad/s = 0{,}0000727\ rad/s$;
5) $\omega = 1571\,\frac{rad}{s}$.

6.8-nji mesele. Bug turbinasynyň diskini işe goýbermek döwründäki aýlanyş deňlemesini ýazmaly. Aýlanma burçy wagtyň kubuna proporsional we $t = 3\ s$ bolanda diskiň burç tizligi $\omega = 27\pi\ rad/s$.

Jogaby: $\varphi = \pi t^3\ rad$.

6.9-njy mesele. AB wertikal okuň daşynda aýlanýan merkezden daşlaşýan regulýatoryň maýatnigi minutda 120 gezek aýlanýar. Başlangyç pursatda aýlanma burçy $\pi/6$ radiana deň. $t = 1/2\ s$ wagtda maýatnigiň aýlanyş burçuny we göçüş burçuny kesgitlemeli.

Jogaby: $\varphi = \frac{13}{6}\pi\ rad$; $\Delta\varphi = 2\pi\ rad$.

6.10-njy mesele. Dynçlykdaky jisim deňtizlenýän aýlanma bilen birinji 2 minutda 3600 gezek aýlanýar. Burç tizlenmäni kesgitlemeli.

Jogaby: $\varepsilon = \pi\ rad/s^2$.

6.11-nji mesele. Dynçlykdaky wal deňtizlenýän hereket bilen aýlanyp başlaýar. Birinji 5 sekuntda 12,5 gezek aýlanýar. 5 sekunt geçenden soň onuň burç tizligi näçe bolar?

Jogaby: $\omega = 10\ \pi\ rad/s^2$.

6.12-nji mesele. Dynçlykdaky mahowik deňtizlenýän hereket bilen aýlanyp başlaýar. Hereket başlanandan 10 minutdan soň onuň burç tizligi 4 π *rad/s* bolýar. Şu 10 minudyň içinde tigir näçe gezek aýlanar?

Jogaby: 600 öwrüm.

6.13-nji mesele. Gozganmaýan okly tigir 2 π *rad/s* bolan başlangyç tizligi alýar we 10 gezek aýlanandan soň podşipniklerdäki sürtülme sebäpli togtaýar. Tigriň burç tizlenmesini hemişelik hasaplap, onuň ε ululygyny kesgitlemeli.

Jogaby: $\varepsilon = 0{,}1\pi\ rad/s^2$, haýallaýan aýlanma.

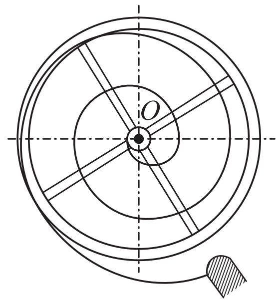
6.14-nji mesele. Motory öçürilen pursadynda 40 π *rad/s* burç tizligi bilen aýlanýan uçaryň propelleri togtaýança 80 gezek aýlandy. Propelleriň aýlanyşyny deňhaýallaýan diýip hasaplap, motor öçürilen pursadyndan propeller togtaýança näçe wagt geçendigini kesgitlemeli.

Jogaby: 8 *s*.

6.15-nji mesele. Jisim gozganmaýan okuň daşynda yrgyldyly hereket edýär. Aýlanma burçy $\varphi = 20°\ \sin\psi$ deňleme bilen berilýär. ψ burç gradusda $\psi = (2t)°$ (t – sekuntda) görnüşde aňladylýar. Jisimiň $t = 0$ pursatdaky burç tizligini, aýlanma ugrunyň üýtgeýän iň ýakyn t_1 we t_2 wagtlaryny hem-de yrgyldynyň T periodyny kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = \dfrac{1}{810}\pi\ rad/s$, $t_1 = 45\ s$, $t_2 = 135\ s$, $T = 180\ s$.

6.16-njy mesele. Sagat sazlaýjysy (balansiri) $T = ½\ s$ period bilen burulma garmoniki yrgyldyly hereket edýär. Sazlaýjynyň gurşawyndaky nokadyň deňagramlylyk ýagdaýyna görä öwrülýän iň uly burçy $\alpha = \pi/2$ *rad*. Sazlaýjy deňagramlylyk ýagdaýyndan geçeninden 2 *s*-den soň sazlaýjynyň burç tizliginiň we burç tizlenmesiniň ulylygyny kesgitlemeli (*6.12-nji surat*).



6.12-nji surat

Jogaby: $\omega = 2\ \pi^2$ *rad/s*, $\varepsilon = 0$.

6.17-nji mesele. Maýatnik wertikal tekizlikde *O* gorizontal okuň daşynda yrgyldaýar. Başlangyç pursatda deňagramlylyk ýagdaýyndan çykyp, 2/3 *s*-den soň $\alpha = \pi/16$ *rad* iň uly burça gyşarýar.

1. Maýatnik garmoniki yrgyldaýar diýip hasaplap, onuň yrgyldama kanunyny ýazmaly.

2. Maýatnik haýsy ornunda iň uly burç tizligini alýar we ol näçä deň?

Jogaby: 1) $\varphi = \dfrac{\pi}{16}\sin\dfrac{3}{4}\pi t\ rad$.

2) Gyraky ýagdaýda: $\omega_{max} = \dfrac{3}{64}\pi^2\ rad/s^2$.

6.18-nji mesele. Ýeriň öz okunyň daşyndan aýlanyşyny hasaba alyp, Ýer ýüzüniň Sankt-Peterburg şäherindäki nokadynyň υ tizligini we a tizlenmesini kesgitlemeli; Sankt-Peterburg şäheri 60° giňişlikde ýerleşýär; Ýeriň radiusy 6370 *km*.

Jogaby: $\upsilon = 232$ *m/s*, $a = 0{,}0169$ *m/s*^{2}.

6.19-njy mesele. Radiusy 0,5 *m* bolan mahowik oz okunyň daşynda deňölçegli aýlanýar. Onuň gurşawyndaky nokatlaryň tizligi 2 *m/s*. Tigir bir minutda näçe aýlaw edýär?

Jogaby: $n = 38{,}2$ *aýl/min*.

6.20-nji mesele. Radiusy $R = 2$ *m* bolan mahowik dynç ýagdaýyndan başlap, deňtizlenýän hereket bilen aýlanýar. Onuň gurşawyndaky nokatlar $t = 10s$-den soň $\upsilon = 100$ *m/s* çyzyk tizlige eýe bolýarlar. Tigriň gurşawyndaky nokadyň $t = 15\ s$ pursatdaky tizligini, galtaşma we normal tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon = 150\ m/s$, $a_n = 11250\ m/s^2$, $a_\tau = 10\ m/s^2$.

6.21-nji mesele. Ekwatorda duran jisime Ýeriň daşynda aýratyn ugrukdyryjylarda ekwatory boýlap deňölçegli hereketlenende erkin gaçyş tizlenmesine eýe bolmagy üçin jisime nähili gorizontal υ tizlik berilmelidigini tapmaly. Şeýle hem, jisim özüniň deslapky ornuna gaýdyp gelinçä geçýän T wagty tapmaly. Ýeriň radiusy $R = 637 \cdot 10^6\ sm$, ekwatorda agyrlyk güýjüniň tizlenmesi $g = 978\ sm/s^2$.

Jogaby: $\upsilon = 7{,}9\ km/s$, $T = 1{,}4\ sag$.

6.22-nji mesele. Mahowigiň gurşawyndaky nokadyň doly tizlenmesi radius bilen 60° burç emele getirýär. Şu pursatda nokadyň galtaşma tizlenmesi $a_\tau = 10\sqrt{3}\ m/s^2$. Aýlanma okundan $r = 0{,}5\ m$ aralykda duran nokadyň normal tizlenmesini kesgitlemeli. Mahowigiň radiusy $R = 1\ m$.

Jogaby: $a_n = 5\ m/s^2$.

6.23-nji mesele. Walyň gurşawyndaky nokatlaryň tizlenmesini daşyň geçen x aralygynyň, tigiriň R radiusynyň we daşyň $\vec{x} = \omega_0 = const$ tizlenmesi arkaly aňladyp, deslapky meseläni umumy görnüşde çözmeli.

Jogaby: $a = a_0\sqrt{1 + 4x^2/R^2}$.

6.24-nji mesele. Galwanometriň 3 sm uzynlykdaky dili gozganmaýan okuň daşynda $\varphi = \varphi_o \sin kt$ kanun bilen yrgyldaýar. Eger yrgyldylaryň periody 0,4 s, burç amplitudasy $\varphi_o = \pi/30$ bolsa, diliň ujunyň orta we çetki orunlaryndaky tizlenmesini, şeýle hem, ω burç tizliginiň we ε burç tizlenmesiniň nola öwrülýän wagtlaryny kesgitlemeli.

Jogaby:

1) Dil ortadaka $a = 8{,}1\ sm/s^2$;

2) Dil çetdekä $a = 77{,}5\ sm/s^2$;

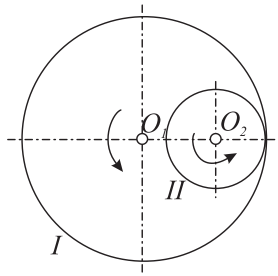
3) $t = (0{,}1 + 0{,}2n)\ s$, ($n = 0,1,2,...$) bolanda $\omega = 0$;

4) $t = 0{,}2\ n,\ s,$ ($n = 0,1,2,...$) bolanda $\varepsilon = 0$.

6.8. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Gaty jisimiň ýönekeý hereketlerini özgertmek

6.25-nji mesele. Diametri $D_1 = 360$ *mm* bolan *I* dişli tigriň burç tizligi $10\ \pi/3$ *rad/s*. *I* tigir bilen içinden ildirilen we burç tizligi oňa garanyňda üç esse uly bolan *II* dişli tigriň diametri näçä deň bolmaly (*6.13-nji surat*)?

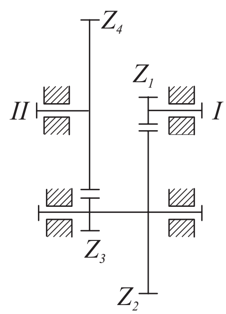
Jogaby: $D_2 = 120$ *mm*.



6.13-nji surat

6.26-njy mesele. *I* walyň aýlanmasyny haýalladýan we aýlanma hereketini *II* wala geçirýän tizlik reduktory dört sany şesternýadan ybarat. Şesternýalaryň dişleriniň sany $z_1 = 10$; $z_2 = 60$; $z_3 = 12$; $z_4 = 70$. Mehanizmiň geçirme gatnaşygyny kesgitlemeli (*6.14-nji surat*).

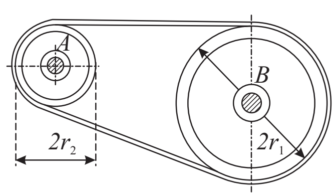
Jogaby: $i_{III} = \omega_I / \omega_{II} = 35$.



6.14-nji surat

6.27-nji mesele. Dynçlyk ýagdaýyndaky *A* şkiwli stanok elektromotoryň *B* şkiwinden üznüksiz çeki bilen herekete getirilýär. Şkiwleriň radiuslary $r_1 = 75$ *sm*, $r_2 = 30$ *sm*. Elektromotoryň herekete getirileninden soňky burç tizlenmesi $0{,}4\ \pi$ *rad/s*^{2}. Çekiniň şkiwleriň ugruna typmasyny hasaba alman, stanok näçe wagtdan soň $10\ \pi$ *rad/s* burç tizligi aljakdygyny kesgitlemeli (*6.15-nji surat*).

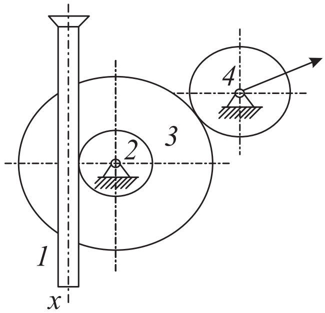
Jogaby: 10 *s*.



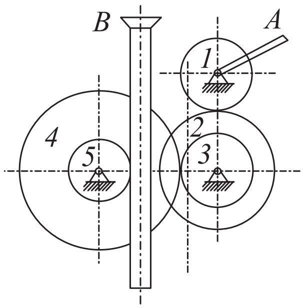
6.15-nji surat

6.28-nji mesele. Dilli indikator mehanizminde hereket ölçeg ştiftiniň 1 reýkasyndan 2 şesternýa geçirilýär. 2 şesternýanyň okuna 3 dişli tigir berkidilen. 3 tigir bolsa dil birikdirilen 4 şesternýa bilen dişleşýär. Eger ştiftiň hereketi $x = a \sin kt$ deňleme bilen berlen bolsa we dişli tigirleriň radiuslary, degişlilikde r_2, r_3 we r_4 bolsa, diliň burç tizligini kesgitlemeli (*6.16-njy surat*).

Jogaby: $\omega_4 = \dfrac{r_3}{r_2 r_4} ak \cos kt$.



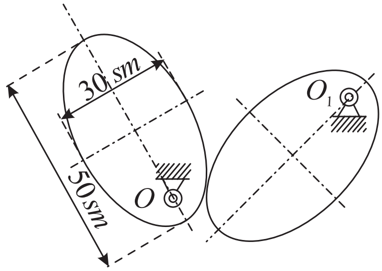
6.16-njy surat



6.17-nji surat

6.29-njy mesele. Domkrat mehanizminde *A* sap aýlananda 1, 2, 3, 4 we 5 şesternýalar aýlanyp başlaýarlar. Olar domkratyň *B* dişli reýkasyny herekete getirýär. Eger *A* sap π *rad/s* burç tizlik bilen aýlansa, dişli reýkanyň tizligini kesgitlemeli. Şesternýalaryň dişleriniň sany: $z_1 = 6$; $z_2 = 24$; $z_3 = 8$; $z_4 = 32$; bäşinji şesternýanyň radiusy $r_5 = 4$ *sm* (*6.17-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_B = 7{,}8$ *mm/s*.

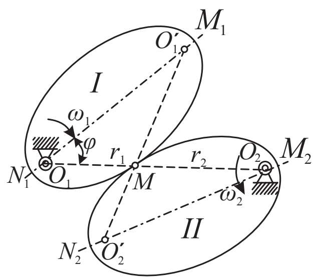


6.18-nji surat

6.30-njy mesele. Periodiki özgerýän burç tizliklerini almak üçin iki sany birmeňzeş elliptik dişli tigirler ildirilen. Olaryň biri *O* okuň daşynda $\omega = 9\pi$ *rad/s* burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar, ikinjisi bolsa birinji tigri O_1 okuň daşynda aýlandyrýar. *O* we O_1 oklar parallel bolup, ellipsleriň fokuslaryndan geçýärler. OO_1 aralyk 50 *sm*, ellipsleriň ýarym oklary 25 *sm* we 15 *sm*. O_1 tigriň iň uly we iň kiçi burç tizliklerini kesgitlemeli (*6.18-nji surat*).

Jogaby: $\omega_{\min} = \pi\ rad/s$; $\omega_{\max} = 81\pi\ rad/s$.

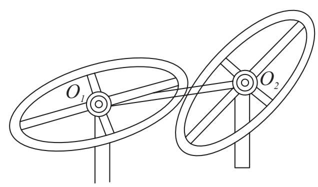
6.31-nji mesele. Ýarym oklary a we b bolan bir jübüt elliptik dişli tigirleriň aýlanma hereketini geçirme kanunyny kesgitlemeli. I tigirleriň burç tizligi $\omega_1 = const$. Oklaryň arasy $O_1\ O_2 = 2a$; φ – aýlanma oklaryny birleşdirýän göni çyzyk bilen I elliptik tigriň uly okunyň arasyndaky burç. Oklar ellipsleriň fokuslaryndan geçýärler (*6.19-njy surat*).



6.19-njy surat

Jogaby: $\omega_2 = \dfrac{a^2 - c^2}{a^2 - 2ac\cos\varphi + c^2}\omega_1$, bu ýerde $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ellipsleriň çyzykly ekssentrisiteti.

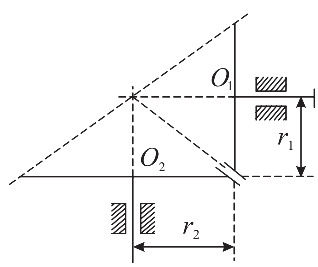
6.32-nji mesele. $8\pi\ rad/s$ burç tizlige eýe bolan O_1 tigir bilen ildirilen O_2 süýri tigriň iň uly we iň kiçi burç tizliklerini kesgitlemeli. Tigirleriň aýlanyş oklary olaryň merkezlerinden geçýärler. Oklaryň arasy 50 *sm*. Tigirleriň ýarym oklary 40 we 10 *sm* (*6.20-nji surat*).



6.20-nji surat

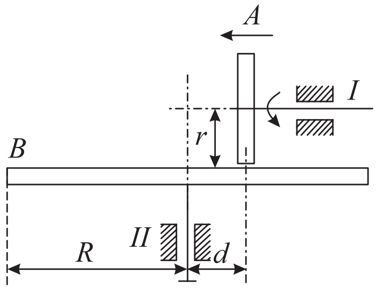
Jogaby: $\omega_{\min} = 2\pi\ rad/s$; $\omega_{\max} = 32\pi\ rad/s$.

6.33-nji mesele. Radiusy $r = 10$ *sm* bolan dişli konus şekilli O_1 tigriň näçe wagtdan soň $144\ \pi\ rad/s$ burç tizlik aljaklygyny kesgitlemeli. Dynçlyk ýagdaýyndaky bu tigri radiusy $r_2 = 15$ *sm* we 4 rad/s^2 burç tizlenmeli deňtizlenýän konus şekilli O_2 tigir aýlaýar (*6.21-nji surat*).



6.21-nji surat

Jogaby: $t = 24\ s$.

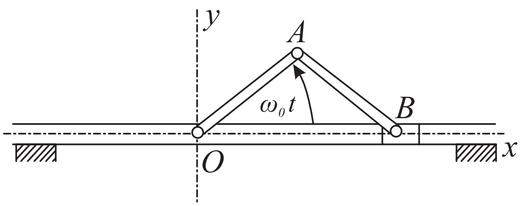


6.22-nji surat

6.34-nji mesele. Friksion geçirijiniň I eýerdiji waly $\omega_1 = 20\pi$ *rad/s* burç tizligi bilen aýlanýar we hereket wagtynda 6.22-nji suratdaky ýaly süýşýär (ugry peýkam bilen görkezilen), aralyk $d = (10 - 0{,}5t)$ *sm* (t – sekuntda) kanuna laýyk özgerýär. 1) II walyň burç tizlenmesini d aralygyň funksiýasy görnüşinde kesgitlemeli; 2) friksion tigirleriň radiuslary $r = 5$ *sm*, $R = 15$ *sm* diýip kabul edip, $d = r$ bolan pursatda tigriň gurşawyndaky nokadyň doly tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $\varepsilon = 50\ \pi/d^2$ *rad/s*^{2}; 2) $a = 30\ \pi\ \sqrt{40000\pi^2 + 1}$ *sm/s*^{2}.

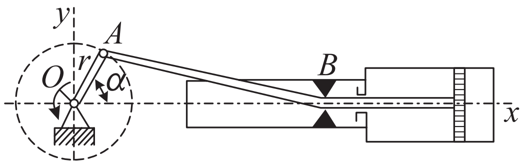
6.35-nji mesele. Kriwoşip-polzunly *OAB* mehanizmiň *B* polzunynyň hereket kanunyny, tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli. Şatun we kriwoşipiň uzynlyklary berlen: $AB = OA = r$. *OA* kriwoşip *O* okuň daşynda $\omega = \omega_0$ burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. *Ox* ok polzunyň ugrukdyryjysynyň ugry boýunça ugrukdyrylan. Aralyklaryň hasap başlangyjy kriwoşipiň *O* aýlanma merkezinde diýip hasaplanýar (*6.23-nji surat*).



6.23-nji surat

Jogaby: $x = 2r\cos\omega_0 t$; $v_x = -2r\omega_0 \sin\omega_0 t$, $a_x = -\omega_0^2 x$.

6.36-njy mesele. *OA* kriwoşip hemişelik ω_0 tizligi bilen aýlanýar. Kriwoşip-polzunly mehanizmiň *B* polzunynyň hereket kanunyny, tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli. Kriwoşipiň uzynlygy $OA = r$, şatunyň uzynlygy $AB = 1$. *Ox* ok polzunyň ugrukdyryjysynyň ugry boýunça ugrukdyrylan. Hasap başlangyjy – kriwoşipiň *O* merkezinde. $r/l = \lambda$ gatnaşygy örän kiçi diýip kabul etmeli: ($\lambda \ll 1$); $\alpha = \omega_0 t$ (*6.24-nji surat*).



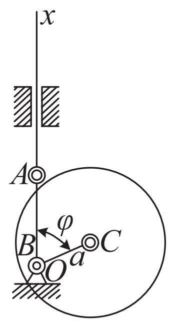
6.24-nji surat

Jogaby: $x = r\,(\cos\omega_0 t + \frac{\lambda}{4}\cos 2\omega_0 t) + l - \frac{\lambda}{4} r;$

$\upsilon_x = -r\,\omega_0\,(\sin\omega_0 t + \frac{\lambda}{2}\sin 2\omega_0 t).$

$a_x = -r\,\omega_0^2(\cos\omega_0 t + \lambda\cos 2\omega_0 t).$

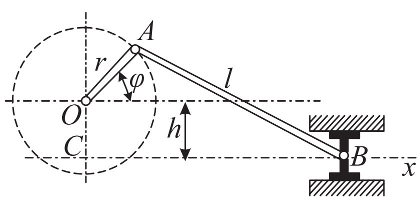
6.37-nji mesele. Ekssentrigiň diametri $d = 2r$, aýlanma oky O bolsa diskiň C okundan $OC = a$ aralykda ýerleşen. Sterženiň hereket kanunyny kesgitlemeli; Ox ok sterženiň ugry boýunça ugrukdyrylan, hasap başlangyjy – aýlanma okunda, $a/r = \lambda$ (*6.25-nji surat*).



6.25-nji surat

Jogaby: $x = a\cos\varphi + r\sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}\,.$

6.38-nji mesele. Merkezleşdirilmedik kriwoşip-polzunly mehanizmiň porşeniniň hereket kanunyny ýazmaly. Kriwoşipiň aýlanma okundan ugrukdyryjy çyzgyja çenli aralyk $h - a$, şatunyň uzynlygy l; Cx ok polzunyň ugrukdyryjysy boýunça ugrukdyrylan. Hasap başlangyjy polzunyň sag çetki ornundan başlanýar; $l/r = \lambda$, $h/r = k$, $\varphi = \omega_0 t$ (*6.26-njy surat*).



6.26-njy surat

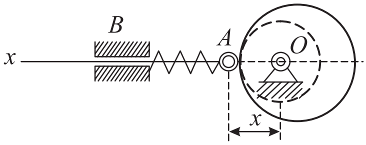
Jogaby: $x = r\left[\sqrt{(\lambda+1)^2 - k} - \sqrt{\lambda^2 - (\sin\varphi + k)^2} - \cos\varphi\right].$

6.39-njy mesele. Kulak O okuň daşynda deňölçegli aýlanyp, AB sterženi deňölçegli öňe-yza herekete getirýär. Kulagyň bir gezek doly aýlanma wagty 8 s, sterženiň şu wagt içindäki hereket deňlemesi aşakdaky görnüşde berlen:

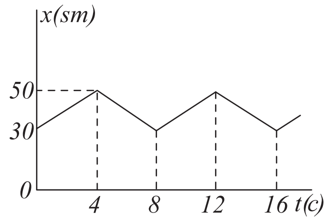
$$x = \begin{cases} 30 + 5t, 0 \le t \le 4; \\ 70 - 5t, 4 \le t \le 8. \end{cases}$$

(x – santimetr, t – sekunt hasabynda). Kulagyň konturynyň deňlemesini tapmaly we sterženiň hereketiniň grafigini çyzmaly (*6.27-nji surat*).

Jogaby: $r = \begin{cases} 30 + \dfrac{20}{\pi}\varphi, 0 \le \varphi \le \pi, \\ 70 - \dfrac{20}{\pi}\varphi, \pi \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$

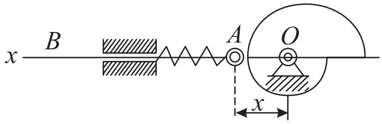


6.27-nji surat

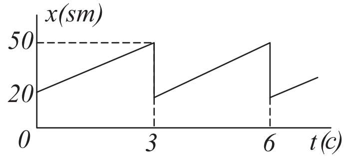


6.39-njy meseläniň jogabynyňky

6.40-njy mesele. Eger kulagyň profili $r = \left(20 + \dfrac{15}{\pi}\varphi\right) sm, 0 < \varphi < 2\pi$ deňleme bilen berlen bolsa, AB sterženiň hereket kanunyny tapmaly we öňe-yza hereketiniň grafigini gurmaly. Kulak 2π rad/s burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar (*6.28-nji surat*).



6.28-nji surat

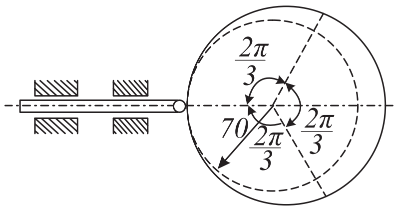


6.40-njy meseläniň jogabynyňky

Jogaby: Kulagyň bir gezek aýlanmadaky wagt (3 s) aralygynda $x = 20 + 10t$, şundan soň hereket periodiki gaýtalanýar.

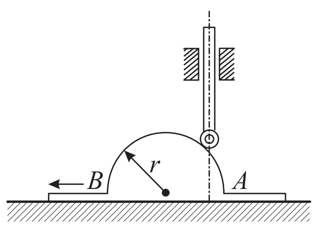
6.41-nji mesele. Sterženiň $h = 20$ *sm* doly ýoly üçden birine gabat gelýär. Sterženiň süýşüşi aýlanma burçuna proporsional bolmaly diýip hasaplap, kulagyň konturynyň deňlemesini ýazmaly. Indiki üçden bir aýlawda steržen gozganmaly däl we aýlawyň soňky üçden birinde birinji üçden birindäki şerti gaýtalap, yza hereket etmeli. Kulagyň merkezinden ujuna çenli iň gysga aralyk 70 *sm*. Kulak minutda 30 gezek aýlanýar (*6.29-njy surat*).

Jogaby: Kulagyň birinji üçden birindäki aýlawyna gabat gelýän kontury $r = \left(\frac{30}{\pi}\varphi + 70\right)$ *sm*-den ybarat Arhimediň spiraly. Kulagyň ikinji üçden birindäki aýlawyna gabat gelýän kontury $r = 90$ *sm* tölegerek. Kulagyň üçünji üçden birindäki aýlawyna gabat gelýän kontury $r = \left(90 - \frac{30}{\pi}\right)$*sm*-den ybarat Arhimediň spiraly.



6.29-njy surat

6.42-nji mesele. Bir ujy kulagyň tölegerek konturyna direlen sterženiň näçe aralyga pese düşüşini kesgitlemeli. Kulagyň konturynyň radiusy $r = 30$ *sm* bolup, kulak $v = 5$ *sm/s* tizlik bilen öňe-yza hereket edýär. Sterženiň düşüş wagty $t = 3$ *s*. Başlangyç pursatda steržen iň ýokarky ýagdaýda bolýar (*6.30-njy surat*).



6.30-njy surat

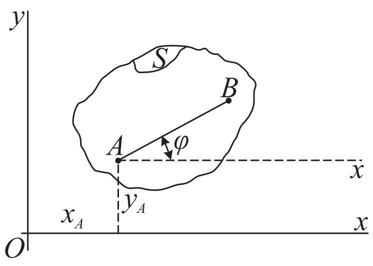
Jogaby: $h = 4{,}020$ *sm*.

6.43-nji mesele. Aýlanyp öňe hereket edýän kulagyň tizlenmesini tapmaly. Onuň başlangyç tizliksiz deňtizlenýän hereketinde steržen iň ýokarky ýagdaýdan 4 sekuntda $h = 4$ sm aşak düşýär. Kulagyň tegelek konturynyň radiusy $r = 10$ *sm* (*6.30-njy sur. ser.*).

Jogaby: $a = 1$ *sm/s*^{2}.

7.1. Tekizparallel hereket edýän figuranyň hereket deňlemeleri. Tekizparallel hereket edýän figuranyň nokatlarynyň tizliklerini tapmak

Gaty jisimiň hemme nokatlary gozganmaýan tekizlige parallel tekizliklerde hereket edýän bolsa, onda şeýle herekete tekizparallel ýa-da tekiz hereket diýilýär. Jisimiň tekizparallel hereketini tekiz figuranyň öz tekizligindäki hereketi bilen çalşyryp bolýandygy nazaryýetden mälimdir. Tekiz (S) figuranyň öz tekizligindäki hereketine garalyň (*7.1-nji surat*). Tekiz figuranyň öz tekizligindäki orny onda alnan islendik AB kesimiň orny bilen doly kesgitlenýär. AB kesimiň orny bolsa A nokat we φ burç bilen kesgitlenýär. Şeýlelikde, tekizparallel hereketiň deňlemeleri aşakdaky ýaly ýazylýar:



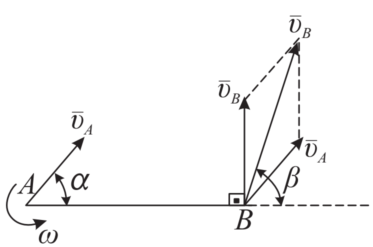
7.1-nji surat

$$\left.\begin{aligned} x_A &= f_1(t); \\ y_A &= f_2(t); \\ \varphi &= f_3(t). \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

bu ýerde x_A; y_A – polýus diýlip atlandyrylan A nokadyň koordinatalary, φ burç AB kesim bilen Ox okuň arasyndaky burç.

Polýus hokmünde figuranyň islendik nokadyny almak bolýar.

Tekiz hereket edýän figuranyň islendik (B) nokadynyň tizligi islendik (A) polýusyň $\overline{\upsilon}_A$ tizligi bilen şol (B) nokadyň polýusyň daşynda aýlanmagyndan emele gelýän $\overline{\upsilon}_{AB}$ aýlanma tizliginiň geometrik jemine deňdir (*7.2-nji surat*).



7.2-nji surat

Ýagny:

$$\overline{\upsilon}_B = \overline{\upsilon}_A + \overline{\upsilon}_{BA} \qquad (7.2)$$

Bu ýerde

$$\upsilon_{BA} = \omega \cdot AB; \ \overline{\upsilon}_{BA} = \overline{AB} \qquad (7.3)$$

bu ýerde ω – tekiz figuranyň pursat (berlen pursatdaky) burç tizligi.

(7.2) deňligi AB göni çyzygyň ugruna proýektirläp alarys:

$$\upsilon_B \cos\beta = \upsilon_A \cos\alpha + \upsilon_{BA} \cos 90°. \qquad (7.4)$$

Başgaça

$$\rho r_{AB}^{\bar{\upsilon}_B} = \rho r_{AB}^{\bar{\upsilon}_A}.$$

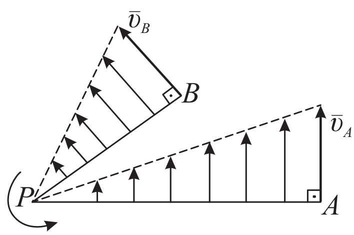
7.2. Tizlikleriň pursat merkeziniň (TPM) kömegi bilen tekiz figuranyň nokatlarynyň tizliklerini tapmak

Islendik pursatda tizligi nola deň bolan bir nokat bar. Şu nokada berlen pursat üçin tizlikleriň pursat merkezi diýilýär (TPM) .

Eger tizlikleriň (P) pursat merkezi polýus edilip alynsa, tekiz figuranyň ähli nokatlarynyň tizlikleri bu nokatlaryň (P) polýusyň daşynda aýlananlaryndaky emele gelýän tizliklerine deňdir, ýagny $\upsilon_B = 0$ bolany üçin (7.2) şeýle ýazylýar:

$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_{BP} \quad \text{ýa-da} \quad \upsilon_B = \omega \cdot BP \qquad (7.5)$$

a) Eger figuranyň A we B iki nokadynyň tizlikleriniň ugry belli bolsa, onda tizlikleriň (P) pursat merkezi $\bar{\upsilon}_A$; $\bar{\upsilon}_B$ tizliklere A we B nokatlarda geçirilen perpendikulýarlaryň kesişme nokadynda ýatýar (*7.3-nji surat*). Şeýle hem

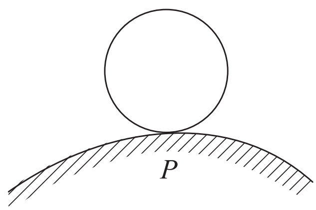


7.3-nji surat

$$\upsilon_A : PA = \upsilon_B : PB = \omega. \qquad (7.6)$$

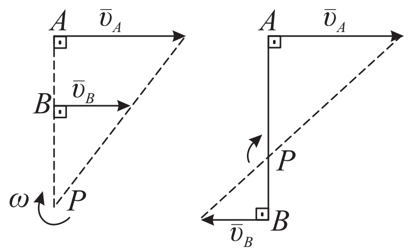
7.4-nji suratda figura typman tigirlenýär diýip hasap edýäris. Tizlikleriň pursat merkezi bolup umumy galtaşma (P) hyzmat edýär.

b) Figuranyň iki nokadynyň tizlikleriniň wektory özara parallel we



7.4-nji surat

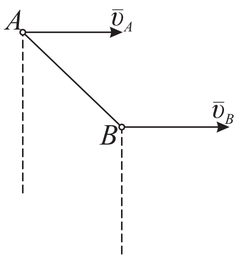
nokatlary birleşdirýän göni çyzyga perpendikulýardyr. Bu halda tizlikleriň pursat merkezi bu nokatlary birleşdirýän göni çyzyk bilen şu nokatlaryň tizlikleriniň wektorlarynyň uçlarynyň üstünden geçirilen göni çyzygyň kesişme nokadynda bolýar (*7.5-nji a, b surat*).



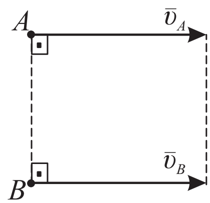
a *b*

7.5-nji surat

ç) Figuranyň iki nokadynyň tizlikleriniň wektorlary özara parallel bolup, olar nokatlary birleşdirýän göni çyzyga perpendikulýar däl. Bu halda tizlikleriň pursat merkezi tükeniksizlikde ýerleşýär we figura garalýan pursat üçin öňe gidýän hereket edýär (*7.6-njy surat*).



7.6-njy surat



7.7-nji surat

d) Tekiz figuranyň iki nokadynyň tizlikleri ululyklary boýunça deň, özara parallel we bu nokatlary birleşdirýän çyzyga perpendikulýar. Figuranyň tizlikleriniň pursat merkezi tükeniksizlikde ýerleşýär, figura berlen pursat üçin öňe gidýän hereket edýär (*7.7-nji surat*).

7.3. Tekizparallel hereket edýän figuranyň nokatlarynyň tizlenmelerini tapmak

Tekiz figuranyň islendik *B* nokadynyň her bir pursatdaky tizlenmesiniň, ýagny polýusyň ($\bar{a}_A$) tizlenmesiniň we figuranyň polýusyň daşyndan aýlanma hereketinde B nokadynyň ($\bar{a}_{AB}$) tizlenmesiniň geometrik jemine deň:

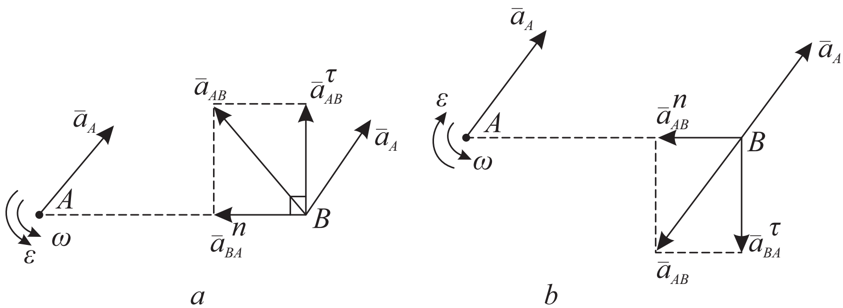
$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}. \tag{7.7}$$

$\bar{a}_{BA}$ wektora aýlanma tizlenmesi hem diýilýär. Öz gezeginde $\bar{a}_{BA}$ aşakdaka deň bolýar: $\bar{a}_{BA} = \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}$, diýmek, (7.7) formulany şeýle ýazmak bolýar:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}. \tag{7.8}$$

$\bar{a}^{n}_{BA}$ wektor B nokadyň A polýusyň daşynda aýlananda emele gelýän normal tizlenmedir. Ol hemişe B nokatdan polýusa tarap ugrugan (*7.8-nji surat*) we ululygy (moduly) boýunça aşakdaky ýaly tapylýar:

$$|\bar{a}^{n}_{BA}| = a^{n}_{BA} = \omega^2 |AB|. \tag{7.9}$$



7.8-nji surat

$\bar{a}^{\tau}_{BA}$ wektoryň ugry ε burç tizlenme bilen kesgitlenýär. Galtaşma tizlenmäniň ululygy şeýle tapylýar:

$$|\bar{a}^{\tau}_{BA}| = \varepsilon |AB|. \tag{7.10}$$

7.4. Tekizparallel hereket edýän figuranyň nokatlarynyň tizlenmeleriniň pursat merkezi

Islendik pursatda tizlenmesi nola deň bolan bir nokat bar. Ol nokada *tizlenmeleriň pursat* merkezi diýilýär.

Eger tizlenmeleriň (Q) pursat merkezi polýus diýlip alynsa, onda figuranyň islendik nokadynyň tizlenmesini tapmak ýonekeýleşýär. $\bar{a}_Q = 0$ bolany üçin islendik B nokadyň tizlenmesi diňe $\bar{a}^{\tau}_{BQ}$ aýlanma tizlenmesinden durýar. Ýagny (7.7) formuladan peýdalanmak bolar:

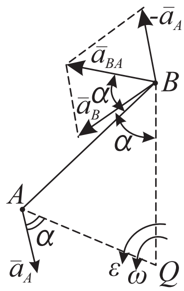
$$\bar{a}_B = \bar{a}_{BQ} = \bar{a}^{\tau}_{BQ} + \bar{a}^{n}_{BQ}. \tag{7.11}$$

B nokadyň tizlenmesiniň ululugy (moduly) aşakdaky ýaly tapylýar:

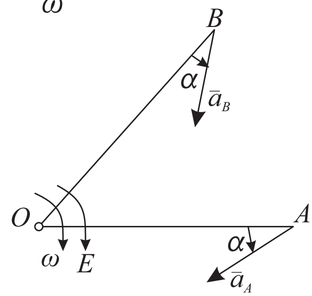
$$a_B = |BQ|\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^4}. \tag{7.12}$$

Garalýan pursatda figuranyň islendik nokadynyň tizlenmesiniň wektory şu nokat we tizlenmäniň pursat merkezini birleşdirýän çyzyk bilen birmeňzeş α burçy emele getirýär (*7.9-njy surat*). Şu burçuň tangensi aşakdaky ýaly hasaplanýar:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2} \tag{13}$$



7.9-njy surat



7.10-njy surat

Tizlenmeleriň pursat merkeziniň mesele şertlerine görä tapylyşynyň hallaryna garalyň.

1. Tekiz figuranyň bir nokadynyň ($\bar{a}_A$) tizlenmesiniň wektory ω burç tizligi (ε) burç tizlenmesiniň ululygy we ugry berlen bolsun.

Bu halda tizlenmeleriň pursat merkezini tapmak üçin *A* nokatdan $\bar{a}_A$ wektor bilen α burçy emele getirýän çyzygy geçirýäris (α burç $\bar{a}_A$ wektordan (ε) burç tizlenmesiniň ugrukdyrylan tarapyna alynýar). Şol göni çyzykda:

$$|AQ| = \frac{a_A}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^4}} \tag{7.14}$$

daşlykda *Q* nokady alarys. *Q* tizlenmeleriň pursat merkezi bolýar.

2. Tekiz figuranyň iki nokadynyň $\bar{a}_A$, $\bar{a}_B$ tizlenme wektorlary we nokatlaryň arasyndaky uzaklyk berlen. Bu halda jisimiň ω burç tizligini we ε burç tizlenmesini tapmaly (*7.10-njy surat*). Berlen tizlenmeleri baglanyşdyralyň:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} \tag{7.15}$$

ýa-da

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_B + (-\bar{a}_A).$$

$\bar{a}_{BA}$ wektor BA çyzyk bilen $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$ formula arkaly kesgitlenýär, α burçy emele getirýär. Şeýlelikde, $\bar{a}_{BA}$ wektory çyzyp, α burçy tapýarys. Soňra $\bar{a}_A$, $\bar{a}_B$ wektorlardan bir ugra (bu ugur ýokarda tapylan α burç bilen kesgitlenýär) göni çyzyklar geçirip, olaryň kesişme nokadyny Q bilen belgileýäris. Q nokat tizlenmeleriň pursat merkezidir.

3. Tekiz figuranyň (7.1) görnüşde hereket deňlemeleri berlen:

$$x_A = f_1(t); \;\; y_A = f_2(t); \;\; \varphi = f_3(t). \tag{7.16}$$

Bu ýagdaýda jisimiň islendik nokadynyň tizlenmesiniň gozganmaýan Oxy koordinatalar sistemasyndaky proýeksiýalary aşakdaky deňlemelerden tapylýar:

$$\begin{cases} a_x = a_{Ax} - \varepsilon(y - y_A) - \omega^2(x - x_A), \\ a_y = a_{Ay} - \varepsilon(x - x_A) - \omega^2(y - y_A). \end{cases} \tag{7.17}$$

Şu deňlemelerde $a_x = a_y = 0$ diýip, jisimiň tizlenmeleriniň pursat merkezini tapýarys:

$$x_Q = x_A + \frac{a_{Ax}\omega^2 - a_{Ay}\varepsilon}{\varepsilon^2 + \omega^4}, \quad y_Q = y_A + \frac{a_{Ax}\varepsilon - a_{Ay}\omega^2}{\varepsilon^2 + \omega^4}. \tag{7.18}$$

4. Garalýan pursat üçin $\varepsilon = 0$, $\omega \neq 0$, bu ýagdaýda $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$, $\alpha = 0$, ýagny tizlenmeleriň pursat merkezi tizlenme wektorlarynyň kesişme nokady bolýar.

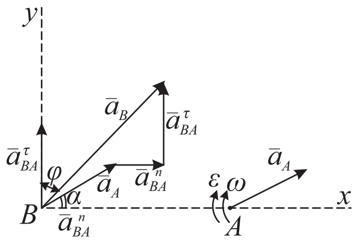
5. $\omega = 0$, $\varepsilon \neq 0$, $\mathrm{tg}\alpha = \infty$.

Bu ýagdaýda $\alpha = 90°$. Tizlenmeleriň pursat merkezi tizlenmelere geçirilen perpendikulýaryň kesişme nokady bilen gabat gelýär.

7.5. Tizlenme tapmagyň mesele çözmekde gabat gelýän käbir hususy ýagdaýlary

Berlen her bir anyk meselede tekiz hereket edýän mehanizmiň nokatlarynyň tizlenmesini we aýry zwenolaryň burç tizlenmesini tapmak usuly meseläniň şertindäki ululyklara baglydyr. Esasan, (7.8) formuladan peýdalanylýar. Mesele çözülende gabat gelýän käbir aýratyn hallara garalyň.

1. Garalýan pursat üçin figuranyň (ýa-da zwenonyň) bir nokadynyň (polýusynyň) tizlenmesi ($\bar{a}_B$), figuranyň burç tizligi (ω) we burç tizlenmesi (ε) berlen. Figuranyň (ýa-da zwenonyň) haýsy-da bolsa bir nokadynyň tizlenmesini tapmaly.



7.11-nji surat

Islendik *B* nokadyň tizlenmesini (7.8) formuladan peýdalanyp, tapýarys:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}. \tag{7.19}$$

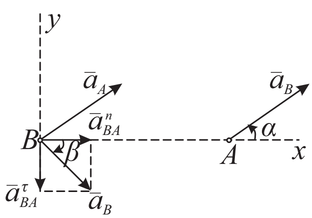
x, y oklary *AB*-niň ugry we oňa perpendikulýar ugur boýunça ugrukdyrýarys we (7.19) deňligi oklara proýektirleýäris (*7.11-nji surat*):

$$a_{Bx} = a_A \cos\alpha + a^{n}_{BA},$$

$$a_{By} = a_A \sin\alpha + a^{\tau}_{BA}.$$

Bulardan $a_B = \sqrt{a_{Bx}^{\ 2} + a_{By}^{\ 2}}$; $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{a_{Bx}}{a_{By}}$.

2. Garalýan pursat üçin figuranyň (ýa-da zwenonyň) bir nokadynyň (polýusynyň) tizlenmesi ($\bar{a}_A$) zwenonyň burç tizligi (ω) we *B* nokadyň gözlenýän tizlenmesiniň ugry (ýagny $\bar{a}_B$ wektoryň ugry) belli, *B* nokadyň (a_B) tizlenmesiniň ululygyny we figuranyň (ε) burç tizlenmesini tapmaly (*7.12-nji surat*).



7.12-nji surat

Islendik *B* nokadyň tizlenmesini formuladan peýdalanyp ýazalyň, (*7.12-nji surat*):

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}. \qquad (7.20)$$

Muny *BA*-nyň ugruna, ýagny *x* oka proýektirleýäris:

$$a_B \cos\beta = a^n_{BA} + a_A \cos\alpha.$$

Bu ýerden

$$a_B = \frac{a^n_{BA} + a_A \cos\alpha}{\cos\beta}.$$

Gözlenilýän tizlenmäniň ululygyny tapdyk. Indi (α) burç tizlenmäni tapmak üçin (7.20) deňlemäni *y* oka proýektirläliň:

$$a_B \sin\beta = a_A \sin\alpha + a^\tau_{BA}.$$

Bu ýerden $a^\tau_{BA} = -a_A \sin\alpha + a_B \sin\beta$.

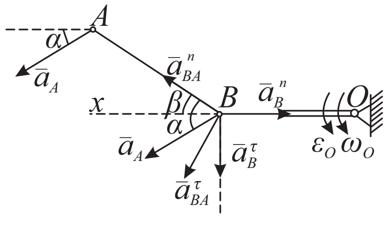
Eger $a^\tau_{BA} < 0$ bolsa, onda $\bar{a}^\tau_{BA}$ wektor suratda görkezilişiniň tersine ugrukdyrylandygyny aňladýar. Tekiz figuranyň burç tizlenmesi (7.10) formula esasynda aşakdaky ýaly tapylýar:

$$\varepsilon = \frac{|\bar{a}^\tau_{BA}|}{|AB|}.$$

3. Garalýan pursat üçin polýusyň tizlenmesi ($\bar{a}_A$), zwenonyň burç tizligi (ω_{AB}) berlen. Bulardan başga-da tizlenmesi gözlenýän *B* nokat burç tizligi ω_0 bolan başga zwenoda ýerleşýär. $\bar{a}_B$ tizlenmäni we *AB* zwenonyň (ε_{AB}) burç tizlenmesini tapmaly (*7.13-nji surat*).

Bu ýagdaýda *B* nokat *AB* we *OB* zwenolara degişlidir (*7.13-nji surat*). *B* nokat *BO* kriwoşipe degişli bolany üçin, onuň tizlenmesini ikä dargadyp bolýar:

$$\bar{a}_B = \bar{a}^n_B + \bar{a}^\tau_B.$$



7.13-nji surat

(7.8) formulany aşakdaky ýaly ýazalyň:

$$\bar{a}^n_B + \bar{a}^\tau_B = \bar{a}_A + \bar{a}^\tau_{BA} + \bar{a}^n_{BA}. \qquad (7.21)$$

Bu formulada iki ululyk ($\bar{a}_B^\tau$; $\bar{a}_{BA}^n$) näbelli. Galanlaryny aňsatlyk bilen tapmak bolýar, ýagny:

$$a_B^n = \omega_0^2 |OB|; \quad a_{BA}^n = \omega_0^2 |AB|.$$

(7.21) deňligi BA-nyň ugruna we oňa perpendikulýar ugra proýektirlemeli, ýagny x, y oklara proýektirläliň (*7.13-nji sur. ser.*):

$$-a_B^n = a_A \cos\alpha + a_{BA}^n \cos\beta + a_{BA}^\tau \sin\beta;$$

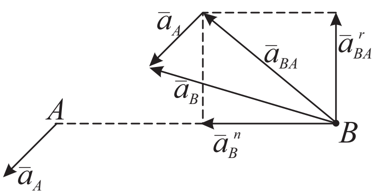
$$a_B^\tau = a_A \sin\alpha - a_{BA}^n \sin\beta + a_{BA}^\tau \cos\beta.$$

Bu deňliklerden a_{BA}^τ we a_B^τ ululyklary, olardan bolsa ε_{AB}; ε_{OB} burç tizlenmeleri tapýarys:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{AB}, \quad \varepsilon_{OB} = \frac{a_B^\tau}{OB}.$$

Indi B nokadyň tizlenmesini tapyp bileris:

$$a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2}.$$



7.14-nji surat

4. Garalýan pursat üçin figuranyň iki nokadynyň tizlenmesi belli. Figuranyň ω burç tizligini, ε burç tizlenmesini we islendik (C) nokadyň tizlenmesini tapmaly (*7.14-nji surat*).

Bu hal birinji hala gelýär. A nokady polýus diýip alyp, B nokadyň belli tizlenmesini (7.8) formula bilen ýazalyň:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n.$$

Bu deňligi AB göni çyzygyň ugruna we oňa perpendikulýar ugra proýektirläp, a_{BA}^n we a_{BA}^τ tizlenmeleri tapýarys. Soňra figuranyň ω burç tizligini we ε burç tizlenmesini belli formulalardan tapýarys:

$$\omega = \sqrt{\frac{a_{BA}^n}{AB}}; \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{a_{BA}^\tau}{AB}}.$$

Indi islendik C nokadyň tizlenmesini birinji haldaky ýaly edip tapmak bolýar. Adatça, analitik usul bilen tapylan netijeleriň dogrulygy geometrik ýol bilen barlanylýar: tizlenmeleriň tapylan bahalaryna seredip (masştabda), tizlenmeler köpburçlugy gurulýar.

7.6. Meseleleri çözmäge degişli usuly görkezmeler

Tekizparallel herekete degişli meseleler, esasan, aşakdaky görnüşlere bölünýär:

Tekizparallel hereket edýän jisimiň hereket deňlemelerini düzmegi talap edýän meseleler.

Tekizparallel hereket edýän jisimiň nokadynyň tizligini tapmagy talap edýän meseleler.

Tekizparallel hereket edýän jisimiň nokadynyň tizlenmesini tapmagy talap edýän meseleler.

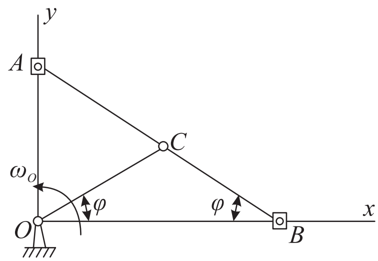
Tekizparallel herekete degişli utgaşdyrylan (kombinirlenen) meseleler.

Köp zwenoly mehanizmleri çözmäge degişli meselelere aýratyn üns bermeli. Mehanizm talap edilýän wagtdaky kabul edýän ýagdaýynda, şol ölçegde gurmaly. Zwenolaryň hereketini aýratynlykda öwrenmeli we hereketi belli bolan zwenodan başlamaly. Bir zwenodan beýleki zweno geçilende, zwenolar üçin umumy nokadyň tizligini we tizlenmesini tapmaly. Tizlikler we tizlenmeler diňe garalýan pursatdadygyny ýatdan çykarmaly däl. Mesele çözülende ýokarda getirilen nazary maglumatlardan peýdalanmaly. Käbir goşmaça maglumatlar gerek bolsa, mesele çözülende ulanarys.

7.7. Tekiz figuranyň hereket deňlemelerini düzmäge degişli meseleler

7.1-nji mesele. Ellipsografyň *AB* çyzgyjy *O* okuň daşynda üýtgemeýän ω_0 = const burç tizligi bilen aýlanýan *OC* kriwoşipiň kömegi bilen herekete getirilýär.

B polzuny polýus hökmünde kabul edip, ellipsografyň çyzgyjynyň hereket deňlemesini tapmaly. $OC = BC = AC = r$ (*7.15-nji surat*).



7.15-nji surat

Çözülişi. Kriwoşipiň deňölçegli aýlanýany üçin $\varphi = \omega_0 t$. *AB* çyzgyjyň aýlanma hereketi hem şu deňleme bilen aňladylýar, sebäbi ΔOCB

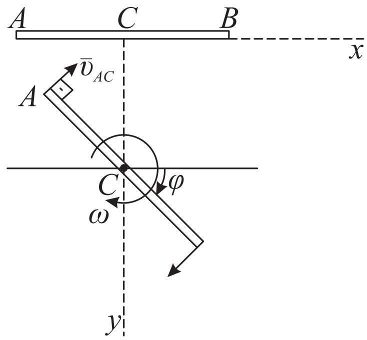
deňýanly. B nokat hemişe x okunyň üstünde bolany üçin $y_B = 0$. ΔOCB-den x_B-ni tapalyň:

$$x_B = 2r\cos\omega_0 t; \quad y_B = 0;$$

$$\varphi = \omega_0 t.$$

Şeýlelikde, gözlenilýän (7.1) deňleme aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$x_B = 2r\cos\omega_0 t; \quad y_B = 0; \quad \varphi = \omega_0 t.$$



7.16-njy surat

7.2-nji mesele. Birjynsly AB steržen dik (wertikal) tekizlikde agramynyň täsiri bilen tekizparallel hereket edip, başlangyç tizliksiz ýokardan gaçýar. Steržen C agyrlyk merkeziniň daşynda üýtgemeýän ω = const burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar *(7.16-njy surat).*

Başlangyç $t = 0$ pursatda AB steržen gorizontal ýagdaýda; Cxy koordinatalar sistemasy suratdaky ýaly alnan; $AB = 2l$, C nokady polýus diýip kabul edip, B nokadyň hereket deňlemelerini ýazmaly.

Çözülişi. C nokat polýus bolsa, B nokadyň tizligini (7.2) formula esasynda ýazalyň: $\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_C + \bar{\upsilon}_{BC}$.

Bu deňligi x, y oklara proýektirläliň:

$$\dot{x}_B = \dot{x}_C + \dot{x}_{BC}, \quad \dot{y}_B = \dot{y}_C + \dot{y}_{BC}. \tag{1}$$

C nokat wertikal boýunça hereket edeni üçin onuň tizliginiň koordinata oklaryna proýeksiýalary şeýle ýazylýar:

$$x_C = 0, \quad y_C = gt. \tag{2}$$

$\bar{\upsilon}_{BC}$ aýlanma tizlik AB steržene perpendikulýar boýunça ugrugyp, ululygy boýunça $\upsilon_{BC} = \omega l$. Steržen C nokadyň daşynda deňölçegli aýlanany üçin $\varphi = \omega t$ bolýar. Diýmek,

$$\dot{x}_{BC} = -\upsilon_{BC}\sin\varphi = -l\,\omega\cos(\omega t). \tag{3}$$

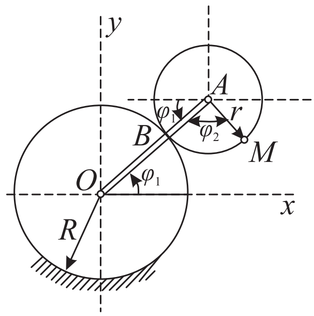
(2), (3) bahalary (1)-e goýýarys:

$$\dot{x}_B = -l\omega\sin(\omega t); \quad \dot{y}_B = gt + l\omega\cos(\omega t).$$

Başlangyç ($t = 0, x_B = l, y_B = 0$) şertleri göz öňünde tutup, integrirlesek, gözleýän deňlemelerimizi alarys:

$$x_B = l\cos(\omega t);\ y_B = gt^2/2 + l.$$

7.3-nji mesele. R radiusly şesternýanyň üstünden typman tigirlenýän r radiusly şesternýa OA kriwoşipiň kömegi bilen herekete getirilýär *(7.17-nji surat).* Gozganmaýan şesternýanyň O okunyň daşynda deňtizlenýän hereket edip, ε_0 burç tizlenmesi bilen aýlanýar. Eger $t = 0$ bolanda, kriwoşipiň burç tizligi $\omega_0 = 0$ we başlangyç aýlanma burçy $\varphi_0 = 0$ bolsa, onda gozganýan şesternýanyň A merkezini polýus diýip kabul edip, onuň hereket deňlemesini düzmeli.



7.17-nji surat

Çözülişi. Kiçi şesternýa tekiz parallel hereket edeni üçin onuň (6.1) görnüşdäki hereket deňlemelerini düzeliň.

Ilki bilen OA kriwoşipiň aýlanma kanunyny tapalyň. Kriwoşip deňtizlenýän hereket edeni üçin onuň aýlanma kanuny aşakdaky ýaly kesgitlenilýär:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_0 t^2}{2}.$$

Kiçi hereket deňlemesini düzmek üçin gozganmaýan Oxy koordinatalar sistemasyny alýarys we A nokady şesternýanyň polýusy diýip kabul edýäris. Islendik t wagt üçin A nokadyň koordinatalary aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$x_A = (R + r)\cos\varphi,\ y_A = (R + r)\sin\varphi. \qquad (2)$$

Kriwoşip φ_1 burça aýlananda, şesternýa onuň bilen birlikde şol burça aýlanýar we öz okunyň töwereginde kriwoşipe görä φ_2 burça aýlanýar.

φ_1 we φ_2 burçlaryň baglanyşygyny kiçi şesternýa uly şesternýanyň üstünden typman tigirlenýändiginden peýdalanyp tapýarys. Başlangyç burç $\varphi_1 = 0$ bolanda kiçi şesternýanyň M nokady gozganmaýan şesternýanyň nokady bilen gabat gelýär. Kiçi şesternýa typman tigirlenýäni üçin $\breve{BM_0} = \breve{BM}$ bolmaly ýa-da $R\varphi_1 = r\varphi_2$. Bu ýerde

$$\varphi_2 = \frac{R\varphi_1}{r} = \frac{R}{r}\cdot\frac{\varepsilon_0 t^2}{2}.$$

Kiçi şesternýanyň gozganmaýan koordinatalar başlangyjy O nokada görä aýlanma burçy φ_1 bilen φ_2 burçlaryň jemine deň:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \left(1 + \frac{R}{r}\right)\varphi_1. \qquad (3)$$

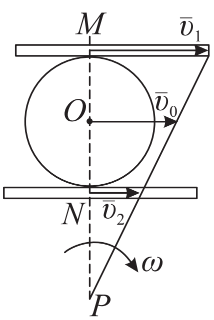
φ_1-iň bahasyny (2), (3) deňlemelere goýsak, gozganýan şesternýanyň hereket deňlemesi gelip çykýar:

$$x_A = (R+r)\cos\left(\frac{\varepsilon_0 t^2}{2}\right);$$

$$y_A = (R+r)\sin\left(\frac{\varepsilon_0 t^2}{2}\right);$$

$$\varphi = \left(1 + \frac{R}{r}\right)\frac{\varepsilon_0 t^2}{2}.$$

7.8. Tekiz figuranyň nokadynyň tizligini tapmaga degişli meseleler



7.18-nji surat

7.4-nji mesele. Iki sany parallel reýka üýtgemeýän $v_1 = 6$ *m/s* we $v_2 = 2$ *m/s* tizlikler bilen bir ugra hereket edýärler. Reýkalaryň arasyndaky gysylan $a = 0{,}5$ *m* radiusly disk typman tigirlenýär. Diskiň burç tizligini we merkeziniň tizligini tapmaly *(7.18-nji surat)*.

Çözülişi. Disk tekiz parallel hereket edýär. v_1, v_2 tizlik wektorlarynyň uçlaryndan we diskiň reýkalara galtaşýan M, N nokatlaryndan geçýän göni çyzyklaryň kesişme P nokady tizlikleriň pursat merkezidir *(7.5-nji a suratyň düşündirişine seret)*. Aşakdaky, aýdyň deňlikleri ýazalyň: $PM - PN = 2a$; $v_1 : v_2 = PM : PN$.

Bu ýerden $PM = 3 \cdot PN$ we $PN = a = 0{,}5$ *m*, $PM = 3 \cdot a = 1{,}5$ *m*.

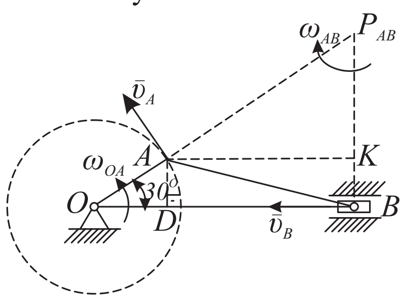
Diýmek, $\omega = \dfrac{v_2}{PM} = \dfrac{6}{1{,}5} = 4\text{s}^{-1}$; $v_0 = \omega \cdot OP = 4$ *m/s*.

7.5-nji mesele. (O) walyň daşynda $\omega = 2s^{-1}$ burç tizligi bilen aýlanýan OA kriwoşipiň 7.19-njy suratda görkezilen ýagdaýy üçin B polzunyň we A nokadyň tizliklerini tapmaly.

Berlen: $|OA| = 40$ *sm*, $|AB| = 80$ *sm*.

Çözülişi. Meseläni çözmek üçin tizlikleriň pursat merkezinden peýdalanalyň. $\overset{\frown}{A_0B}$ burç 30°-dan tapawutly bolan ýagdaýynda hem meseläniň çözüliş tertibi üýtgemeýär.

A nokadyň tizliginiň wektory OA kriwoşipe perpendikulýardyr *(7.19-njy surat),* onuň moduly:



7.19-njy surat

$$\upsilon_A = \omega_{OA} \cdot OA = 80\frac{m}{s}. \tag{1}$$

B polzunyň tizligi gorizontal ugur boýunça ugrukdyrylan. A we B nokatlaryň tizliklerine galdyrylan perpendikulýaryň kesişýän P_{AB} nokadyny alarys.

P_{AB} nokat AB şatunyň tizlikleriniň pursat merkezi bolýar. AB bölegiň ω_{AB} burç tizligini tapýarys:

$$\omega_{AB} = \frac{\upsilon_A}{AP_{AB}}. \tag{2}$$

7.19-njy suratdan görnüşi ýaly,

$$AP_{AB} = AK : \cos 30°;\ AK = \sqrt{AB^2 - AD^2};$$

$$AD = OA \cdot \sin 30° = 40 \cdot 0{,}5 = 20\ sm. \tag{3}$$

Şeýlelikde, (1), (2), (3) aňlatmalardan alarys:

$$AK = \sqrt{80^2 - 20^2} = 77{,}5\ sm;\ AP_{AB} = 77{,}5 : 0{,}87 = 89{,}6\ sm;$$

$$\omega_{AB} = \frac{\upsilon_A}{AP_{AB}} = \frac{80}{89{,}6} = 0{,}89\ s^{-1}.$$

Garalýan pursat üçin AB bölek P_{AB} nokadyň daşynda aýlanýar. Onda B nokadyň tizligi aşakdaky formula bilen tapylýar:

$$\upsilon_B = \omega_{AB} \cdot P_{AB}B.$$

Suratdan $P_{AB}B = (OA + AP_{AB}) \cdot \sin 30° = 64{,}8$ *sm.*

Diýmek, $\upsilon B = 0{,}89 \cdot 64{,}8 = 57{,}67$ *sm/s*.

7.6-njy mesele. Magdany sortlamak üçin ulanylýan eleýji maşynyň OA kriwoşipi O_1 okuň daşynda 60 öwrüm edip, deňölçegli aýlanýar. Ol AB wilkanyň kömegi bilen hereketi O_2 okuň daşynda aýlanýan O_1B kriwoşipe geçirýär *(7.20-nji a surat).*

$$O_1A = O_2B = AB = 10\ sm;\ O_1O_2 = 4\ sm.$$

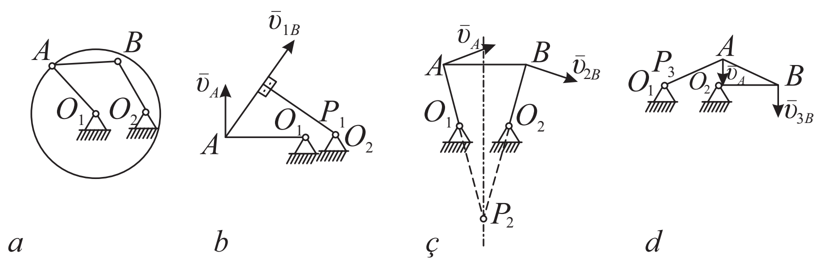
Mehanizmiň üç ýagdaýy üçin, ýagny:

1) A nokat O_1O_2 merkezler çyzygynyň çep tarapynyň dowamynda bolanda;

2) AB wilka merkezler çyzygyna parallel bolanda;

3) B nokat merkezler çyzygynyň sag tarapynyň dowamynda bolan ýagdaýynda B nokadyň çyzyk tizligini tapmaly *(7.20-nji surat).*

Çözülişi. AB wilkanyň tizlikleriniň mgnowen merkezinden peýdalanalyň. Birinji ýagdaýda *(7.20-nji b surat).* Wilkanyň tizlikleriniň mgnowen merkezini tapmak üçin $\bar{\upsilon}_A; \bar{\upsilon}_B$ tizliklere perpendikulýar çyzyklar geçirýäris.



7.20-nji surat

Gözlenýän P_1 nokadymyz O_2 nokat bilen gabat gelýär. (6) formuladan peýdalanýarys

$$\frac{\upsilon_{AB}}{\upsilon_A} = \frac{O_2B}{O_2A}.$$

Bu ýerden

$$\upsilon_{1B} = \upsilon_A \cdot \frac{O_2 B}{O_2 A}.$$

A nokadyň tizligini tapýarys:

$$\upsilon_A = \frac{n \cdot \pi}{30} \cdot O_1 A = \frac{3,14 \cdot 60 \cdot 10}{30} = 62,8\ sm/s^2.$$

Diýmek,

$$\upsilon_{1B} = 62,8 \cdot \frac{10}{14} = 44,9\ sm/s.$$

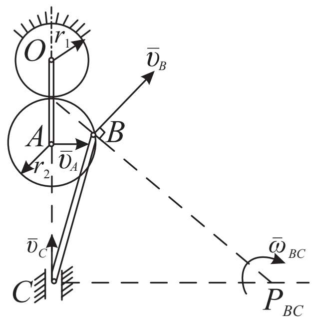
Mehanizmiň ikinji ýagdaýy üçin *(7.20-nji ç surat) AB* wilkanyň tizlikleriniň mgnowen merkezi P_2 nokat bolýar. O_1ABO_2 deňýanly trapesiýa bolup, P_2 nokat AO_1 we BO_2 taraplaryň dowamynda ýatyr. Şonuň üçin $\upsilon_{2B} = \upsilon_A = 62,8\ sm/s$.

Mehanizmiň üçünji ýagdaýy (*7.20-nji d surat*) *AB* wilkanyň tizlikleriniň mgnowen P_3 merkezi O_1 nokat bilen gabat gelýär. *B* nokadyň tizligi aşakdaky ýaly tapylýar:

$$\upsilon_{2B} : \upsilon_A = O_1B : O_1A.$$

Bu ýerden $\upsilon_{3B} = 62,8 \cdot 1,4. = 88\ sm/s$

7.7-nji mesele. Uzynlygy $|OA| = 30\ sm$ bolan kriwoşip *O* okuň daşynda $\omega_{0A} = 0,5\ s$ burç tizligi bilen aýlanýar. Radiusy $r_2 = 20\ sm$ bolan dişli wal radiusy $r_1 = 10\ sm$ bolan gozganmaýan tigriň ugry boýunça typman tigirlenýär we oňa birikdirilen $BC = 20\sqrt{26}\ m$ şatuny herekete getirýär. *AB* radius *OA* kriwoşipe perpendikulýar bolan pursatda şatunyň burç tizligini hem-de *B* we *C* nokatlaryň tizliklerini tapmaly *(7.21-nji surat).*



7.21-nji surat

Çözülişi. *A* nokadyň çyzyk tizligini tapalyň:

$$\upsilon_A = \omega_{0A} \cdot OA = 15\ sm/s.$$

r_2 radiusly tigriň tizlikleriniň mgnowen merkezi r_1 radiusly gozganmaýan tigir bilen galtaşýan *P* nokat bilen gabat gelýär. Diýmek, hereketdäki tigriň (walyň) mgnowen burç tizligi:

$$\omega_P = \frac{\upsilon_A}{AP} = \frac{\upsilon_A}{r_2} = \frac{15}{20} = 0,75s^{-1}.$$

B nokadyň tizligi bolsa:

$$\upsilon_B = \omega_P \cdot BP = \omega_P \cdot r_2 \cdot \sqrt{2} = 21{,}25\ sm/s.$$

$\bar{\upsilon}_B$ we $\bar{\upsilon}_C$ tizliklere perpendikulýar geçirip, *BC* şatunyň tizlikleriniň P_{BC} mgnowen merkezini tapýarys. *BC* şatunyň mgnowen (ω_{BC}) burç tizligini tapalyň:

$$\omega_{BC} = \frac{\upsilon_B}{BP_{BC}} = \frac{\upsilon_B}{PP_{BC} - BP} = \frac{\omega_P r_2 \sqrt{2}}{(PC - r_2)} = \frac{\omega_P r_2}{AC} =$$

$$= \frac{\omega_P r_2}{\sqrt{BC^2 - r^2}} = \frac{075 \cdot 20}{\sqrt{20^2 26 - 20^2}} = 0,15s^{-1}.$$

Indi şatunyň nokadynyň tizligini tapalyň:

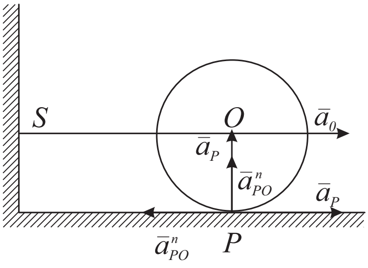
$$\upsilon_C = \omega BC \cdot PBCC = \omega BC \cdot (r2 + AC) = \omega BC =$$

$$= \left(r_2 + \sqrt{BC^2 - r_2^2}\right) = 0{,}15 \cdot 120 = 18;\ \upsilon_C = 18\ sm/s.$$

7.9. Tekiz figuranyň nokadynyň tizlenmesini tapmaga degişli mysaly meseleler

7.8-nji mesele. Ýapgyt tekizlik bilen typman tigirlenýän $R = 16\ sm$ radiusly tigriň merkezi $s = 4t^2 + 16$ (t – sekuntda, s – santimetrde berlen) kanun bilen hereket edýär *(7.22-nji surat).*

$t = 2\ s$ bolanda tigriň tekizlige galtaşýan nokadynyň tizlenmesini tapmaly.



7.22-nji surat

Çözülişi. Tigriň *O* merkezi göni çyzyk bilen hereket edýändigi üçin onuň tizligini we tizlenmesini tapalyň:

$\upsilon_0 = \ddot{s} = 8t,\ a_0 = \dot{\upsilon}_0 = 8;$

$$t = 2\ s \ \text{bolanda}\ \upsilon_0 = 16\ sm/s,$$

$$a_0 = 8\ sm/s^2.$$

Tigir typman tigirlenýändigi üçin onuň tekizlik bilen galtaşýan P nokady tizlikleriň pursat merkezi bolup hyzmat edýär. Şonuň üçin tigriň pursat burç tizligini tapmak bolýar:

$$\omega = v_0 \div OP = \frac{t}{2} s^{-1}.$$

Ýagny ω tizlik wagtyň funksiýasy bolup çykdy. Differensirläp burç tizlenmäni tapalyň:

$$\varepsilon = \dot{\omega} = 0{,}5.$$

Şeýlelikde, garalýan pursatda $\omega = 1s^{-1}$, $\varepsilon = 0{,}5c^{-2}$, P nokadyň tizlenmesini ýazalyň:

$$\bar{a}_P = \bar{a}_0 + \bar{a}^n_{PO} + \bar{a}^\tau_{PO}. \qquad (1)$$

Bu ýerde $a^n_{PO} = \omega^2 \cdot OP = 16\ sm/s^2$, ol P nokatdan O nokada tarap ugrukdyrylandyr:

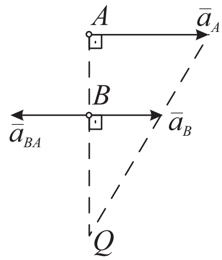
$$a^\tau_{PO}/t = 2 = \varepsilon \cdot OP = 8\ sm/s^2 .$$

Tigir tizlenýän hereket bilen aýlanýandygy üçin (ε bilen ω-nyň alamatlary gabat gelýär). $\bar{a}^\tau_{PO}$ tizlenme tigriň töweregine galtaşma boýunça hereketiň ugruna gönükdirilen. Berlen ýagdaýda $\bar{a}_0 + \bar{a}^\tau_{PO} = O$ bolany üçin (1) deňlikden

$$\bar{a}_P = \bar{a}^n_{PO}.$$

Ýagny $a_p = 16\ sm/s^2$.

7.9-njy mesele. Tekiz figuranyň tizlenmeleriniň pursat merkezini, burç tizligini we burç tizlenmesini tapmaly. Garalýan pursat üçin A we B nokatlaryň tizlenmeleri berlen: $a_A = -15\ sm/s^2$, $a_B = 10\ sm/s^2$; $\bar{a}_A$, $\bar{a}_B$ wektorlar AB kesime perpendikulýar we bir tarapa ugrugan ($AB = 10\ sm$, *7.23-nji surat*).



7.23-nji surat

Çözülişi. (7.7) formuladan peýdalanyp, aýlanma tizlenmesini tapalyň: $\bar{a}_{BA} = \bar{a}_B + (-\bar{a}_A)$ ýa-da $a_{BA} = 10 + (-15) = -5 sm/s^2$.

Bu wektor $\bar{a}_B$ wektoryň garşysyna ugrugan we AB göni bilen burç emele getirýär.

Diýmek,

$$\text{tg}\alpha = \frac{|\varepsilon|}{\omega} = \infty .$$

(2.5)-e görä tekiz figuranyň aýlanma burç tizligi: $\bar{a}_A$ we $\bar{a}_B$ tizlenmeler galtaşma tizlenmeleridir. Tizlenmäniň pursat merkezi AB çyzygyň dowamy bilen tizlenme wektorlarynyň uçlaryndan geçirilen göni çyzygyň kesişme nokadydyr. Nokadyň ornuna üçburçluklaryň meňzeşliginden peýdalanyp tapýarys:

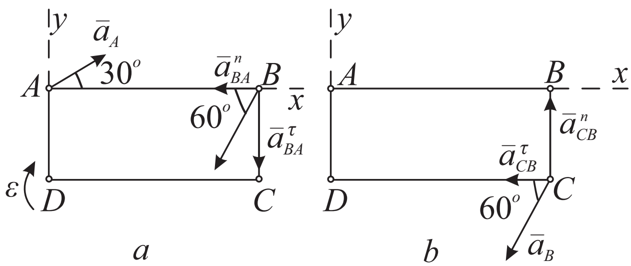
$$\frac{BQ}{AQ} = \frac{a_B}{a_A}, \quad \frac{BQ}{AB + BQ} = \frac{a_B}{a_A}.$$

Bu ýerden

$$BQ = \frac{a_B \cdot AB}{a_A\left(1 - \dfrac{a_B}{a_A}\right)} = 20\ sm; \quad AQ = BQ + AB = 30\ sm.$$

$a_A = \varepsilon \cdot AQ$, (ýa-da $a_B = \varepsilon \cdot BQ$) formuladan peýdalanyp, ε burç tizlenmäni tapýarys: $\varepsilon = a_A : AQ = 15 : 30 = 0{,}5\ s^{-2}$.

7.10-njy mesele. $ABCD$ gönüburçluk tekiz parallel hereket edýär. Garalýan pursat üçin A nokadyň tizlenmesi $a_A = 2\ sm/s^2$ bolup, AB göni çyzyk bilen 30° burç emele getirýär. B nokadyň tizlenmesi $a_B = 6\ sm/s$ bolup, BA göni çyzyk bilen 60° burç emele getirýär. $AB = 10\ sm$, $BC = 5\ sm$ *(7.24-nji a surat)*.



7.24-nji surat

Gönüburçlugyň mgnowen burç tizligini, mgnowen burç tizlenmesini we C nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Çözülişi. A nokady polýus hasap edip, B nokadyň tizlenmesini ýazalyň:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$

Bu deňligi x we y oklara proýektirläliň:

$$-a_B\cos 60° = a_A\cos 30° - a^n_{BA}, \tag{1}$$

$$-a_B \cdot \sin 60° = a_A \sin 30° - a_{BA}^{\tau}. \qquad (2)$$

(1) deňlikden $a_{BA}^{n} = \omega^2$ tizlenmäni tapalyň:

$$a_{BA}^{n} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4{,}73\ sm/s^2.$$

Bu ýerden pursat burç tizligi tapalyň:

$$\omega = \sqrt{\frac{a_{BA}^{n}}{AB}} = \sqrt{\frac{4{,}73}{10}} = 0{,}7\ s^{-1}.$$

(2) deňlikden $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon \cdot AB$ tizlenmäni tapalyň:

$$a_{BA}^{\tau} = 2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6{,}2\ sm/s^2.$$

Bu ýerden pursat burç tizlenmesini tapalyň:

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^{\tau}}{AB} = \frac{6{,}2}{10} = 0{,}62\ s^{-2}.$$

Indi B nokady polýus hasap edip, C nokadyň tizlenmesini tapalyň *(7.24-nji b surat).*

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^{n} + \bar{a}_{CB}^{\tau}.$$

Bu deňligi x, y oklaryna proýektirleýäris:

$$a_{CX} = -a_B \cdot \cos 60° - a_{CB}^{\tau} = -a_B \cdot \frac{1}{2} - \varepsilon \cdot CB = -6{,}1.$$

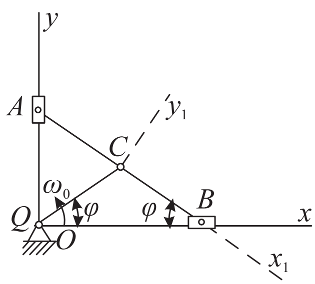
$$a_{CY} = -a_B \cdot \sin 60° + a_{CB}^{n} = -a_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \omega^2 \cdot CB = -2{,}8.$$

Indi C nokadyň tizlenmesini ululygy we ugry boýunça tapmak bolýar:

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = 6{,}7\ sm/s^2.$$

$$\cos(\bar{a}_C, x) = \frac{a_{Cx}}{a_C} = -0{,}91, \qquad \cos(\bar{a}_C, y) = \frac{a_{Cy}}{a_C} = 0{,}42.$$

7.11-nji mesele. Ellipsografyň AB çyzgyjy ($AB = 2l = 20\ sm$) üýtgemeýän $\omega_0 = 2c^{-1}$ burç tizlik bilen aýlanýan OC kriwoşip arkaly herekete getirilýär: $AC = CB = 1$. $\widehat{ABO} = 30°$ bolan pursatda çyzgyjyň tizlenmeleriniň pursat merkezini, onuň A we B uçlarynyň tizlenmelerini tapmaly *(7.25-nji surat).*



7.25-nji surat

14. Sargyt № 2028.

Çözülişi. Tizlenmeleriň mgnowen merkezini (2) formuladan peýdalanyp tapalyň. Gozganýan koordinatalar ulgamy diýip Cxy-i alýarys we $\varepsilon = 0$ bolýandygyny nazarda tutup, (18) formuladan tizlenmeleriň Q (x_Q, y_Q) pursat merkeziniň koordinatalaryny tapalyň:

$$x_Q = x_C + \frac{a_{Cx}}{\omega_0}.$$

$$y_Q = y_C + \frac{a_{Cy}}{\omega_0}. \qquad (1)$$

a_{CX}, a_{CY}-i tapalyň. Suratdan görnüşi ýaly

$$x_C = l \cdot \cos\varphi, \;\; y_C = l \cdot \sin\varphi.$$

Onda

$$a_{CX} = \ddot{x}_C = -l\varphi^2 \cdot \cos\varphi = -l\omega_0^2 \cos\varphi = -\omega_0^2 x_C,$$

$$a_{CY} = \ddot{y}_C = -l\varphi^2 \cdot \sin\varphi = -l\omega_0^2 \sin\varphi = -\omega_0^2 y_C.$$

Tapylan bahalary (1) deňlemelerde goýalyň:

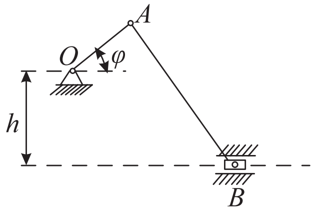
$$x_Q = x_C - \frac{\omega_0 x_C}{\overset{*}{\omega_0}} = 0, \qquad y_q = y_C - \frac{\omega_0^2 y_C}{\omega_0^2} = 0 \;.$$

Diýmek, AB çyzgyjyň tizlenmeleriniň pursat merkezi O nokat bilen gabat gelýär. A we B nokatlaryň tizlenmelerini (12) formuladan peýdalanyp, tapalyň (şert boýunça $\varepsilon = 0$).

$$a_A = |AQ|\omega_0^2 = 2l\omega_0^2 \sin 30^\circ = l\omega_0^2 = 40 \; sm/s^2,$$

$$a_B = |BQ|\omega_0^2 = 2l\omega_0^2 \cos 30^\circ = 2l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \omega_0^2 = 69,3 \; sm/s^2.$$

7.10. Tekizparallel herekete degişli utgaşdyrylan mysaly meseleler



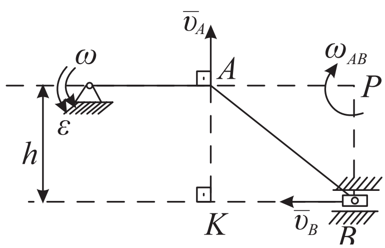
7.26-njy surat

7.12-nji mesele. Merkezleşdirilmedik OAB kriwoşip şatunly mehanizmiň $OA = r$ kriwoşipi ε burç tizlenme bilen aýlanýar (garalýan pursatdaky burç tizligi). $AB = l$ şatun şarnirleriň kömegi boýunça A nokatda we B polzun (süýşüji) bilen birikdirilen.

B nokat *O* okdan *h* uzaklykda ýerleşen gorizontal göni çyzyk boýunça hereket edýär. Garalýan pursat üçin *AB* şatunyň burç tizligini, burç tizlenmesini we *B* nokadyň tizlenmesini tapmaly *(7.26-njy surat)*.

$OA = r = 15\ sm,\ AB = l = 50\ sm,\ \omega = 1s^{-1},\ \varepsilon = 7s^{-2},\ h = 15\ sm,\ \varphi = 0.$

Çözülişi. Berlen bahalara degişlilikde mehanizmiň shemasyny guralyň *(7.27-nji surat)*. *A* we *B* nokatlaryň tizliklerine perpendikulýar çyzyklar geçirip, *AB* şatunyň tizlikleriniň pursat merkezini (*P*-ni) tapýarys. Şatunyň berlen pursatdaky ω_{AB} pursat burç tizligini aşakdaky baglanyşykdan tapýarys:



7.27-nji surat

$$\upsilon_A = \omega \cdot OA = \omega_{AB} \cdot AP.$$

Bu ýerden

$$\omega_{AB} = \frac{\omega \cdot OA}{AP} = \frac{\omega \cdot OA}{KB} = \frac{\omega \cdot OA}{\sqrt{AB^2 - AK^2}} = \frac{15}{47,7} = 0,31,$$

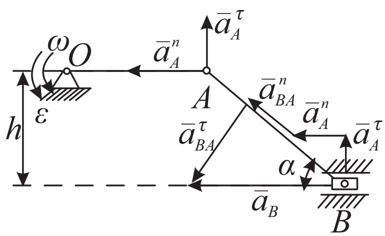
$$\omega_{AB} = 0,31s^{-1}.$$

Tizlenmäni tapmak üçin ahyrky suraty ýene bir gezek (tizlikleri görkezmän) gaýtalalyň *(7.28-nji surat)*. *A* nokadyň tizlenmesini tapalyň:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n \qquad (1)$$

$$\bar{a}_A^\tau = \varepsilon \cdot OA = 105\ sm/s^2$$

$$a_A^n = \omega^2 \cdot OA = 15 sm/s^2$$



7.28-nji surat

A nokady polýus hasap edip, (7.8) formuladan *B* nokadyň tizlenmesini tapalyň:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau.$$

$\bar{a}_{BA}^n$ wektor *BA* boýunça ugrugan we $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB$,

$$\bar{a}_{BA}^\tau \perp \overline{BA} \quad \text{we} \quad a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB.$$

Bulardan başga-da, $\bar{a}_B$ wektoryň gorizontal göni çyzyk boýunça ugruganlygyny belläp (sebäbi B nokat gorizontal ugur boýunça gönüçyzykly hereket edýär), (2) deňligi gorizontal we wertikal ugra proýektirläp alarys:

$$a_B = a_A^n + a_{BA}^n \cdot \cos\alpha + a_{BA}^\tau \cdot \sin\alpha, \tag{3}$$

$$o = a_A^\tau + a_{BA}^n \cdot \sin\alpha - a_{BA}^\tau \cos\alpha. \tag{4}$$

Bu ýerde $\sin\alpha = h : l = 15 : 50 = 0{,}3, \quad \cos\alpha = 0{,}95$

$$a_{BA}^n = AB \cdot \omega_{AB}^2 = 50 \cdot 0{,}1 = 5\ sm/s^2,$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB = 50 \cdot \varepsilon_{AB}.$$

Berlen bahalary ýerine goýup, (3), (4) deňlemeleri göçüreliň:

$$a_B = 15 + 5 \cdot 0{,}95 + 50 \cdot \varepsilon_{AB} \cdot 0{,}3 = 19{,}75 + 15 \cdot \varepsilon_{AB}.$$

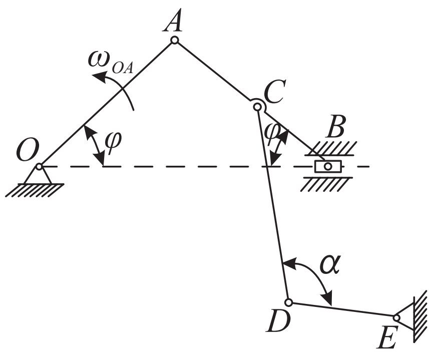
$$0 = 105 + 5 \cdot 0{,}3 - 50 \cdot \varepsilon_{AB} \cdot 0{,}95. \tag{5}$$

Ahyrky deňlikden ε_{AB}-ni tapalyň: $\varepsilon_{AB} = \dfrac{106{,}5}{47{,}5} = 2{,}24\ s^{-2}$.

Bu bahadan peýdalanyp, (5) deňlikden gözlenýän a_B tizlenmäni taparys:

$$a_B = 19{,}75 + 15 \cdot 2{,}24 = 23{,}11,$$

$$a_B = 23{,}11\ sm/s^2.$$



7.29-njy surat

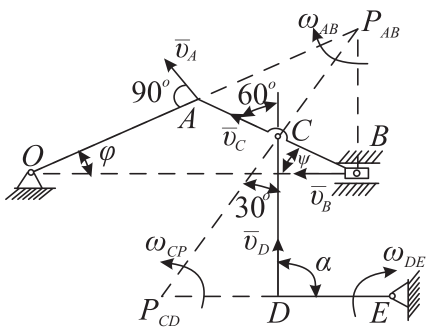
7.13-nji mesele. *OAB* kriwoşip-şatunly mehanizminiň *OA* kriwoşipi üýtgemeýän ω_{OA} burç tizligi bilen aýlanýar. *AB* şatunyň *C* nokadyna *CD* steržen şarnir bilen birikdirilen; *CD* sterženiň *D* ujy bolsa gozganmaýan *E* okuň daşynda aýlanýan *DE* zweno şarnir bilen birikdirilen. *A, B, C, D* nokatlaryň tizliklerini we tizlenmelerini tapmaly *(7.29-njy surat).*

Berlen: $\varphi = \psi = 30°$,
$\alpha = 90°$, $OA = AB = 40\ sm$

$AC = 20\ sm,\ CD = 25\sqrt{3}\ sm,\ DE = 10\sqrt{3}\ sm,\ \omega_{GA} = 4s^{-1}.$

Çözülişi. **1.** Ilki bilen tizlikleri tapalyň. Tizlikler üçin berlen mehanizmiň shemasyny aýratyn alalyň. Şertdäki berlen bahalara laýyklykda gurlan suratda $\bar{\upsilon}_A, \bar{\upsilon}_B, \bar{\upsilon}_D$ tekizlikleriň ugry görkezilen *(7.30-njy surat).* Bu tizlikleriň ugry okyja düşnükli hasap edýäris (*A, D* nokatlar töwerek boýunça, *B* nokat göni çyzyk boýunça hereket edýär). *AB* bölegiň tizlikleriniň mgnowen merkezi $\bar{\upsilon}_A, \bar{\upsilon}_B$ wektorlara galdyrylan perpendikulýarlaryň kesişme P_{AB} nokadynda bolýar. *AB* bölegiň pursat burç tizligini ω_{AB} diýip belgiläliň. (7.6) formuladan peýdalanýarys:

$$\frac{\upsilon_A}{AP_{AB}} = \frac{\upsilon_B}{BP_{AB}} = \frac{\upsilon_C}{CP_{AB}} = \omega_{AB}. \qquad (1)$$



7.30-njy surat

ΔABP_{AB}-deňtaraply üçburçluk bolany üçin:

$$AP_{AB} = AB = BP_{AB} = OA = 40\ sm.$$

$$CP_{AB} = BP_{AB} \cdot \cos 30° = 20\sqrt{3}.$$

Soňky bahalardan peýdalanyp, (1) deňlikden, degişlilikde ω_{AB}, υ_B, υ_C tekizlikleri tapalyň:

$$\omega_{AB} = \frac{\upsilon_A}{AP_{AB}} = \frac{OA \cdot \omega_{OA}}{OA} = 4s^{-1},$$

$$\upsilon_B = BP_{AB} \cdot \omega_{AB} = 40 \cdot 4 = 160\ sm/s,$$

$$\upsilon_C = CP_{AB} \cdot \omega_{AB} = 20 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 80\sqrt{3}\ sm/s.$$

Indi *CD* bölegi derňäliň. Bu bölegiň tizlikleriniň pursat merkezi $\bar{\upsilon}_C$, $\bar{\upsilon}_D$ wektorlara geçirilen perpendikulýarlaryň kesişen P_{CD} nokadynda bolýar. $\bar{\upsilon}_C$ wektoryň *CD* göni çyzyk bilen emele getirýän burçy belli bolany üçin, (7.4) formuladan peýdalanýarys:

$$\upsilon_D = \upsilon_C \cdot \cos 60° = 0{,}5 \cdot \upsilon_C = 40\sqrt{3}\ sm/s.$$

CD bölegiň ω_{CD} mgnowen burç tizligini tapalyň:

$$\omega_{CD} = \frac{\upsilon_C}{CP_{CD}} = \frac{\upsilon_C \cdot \cos 30°}{CD} = \frac{80\sqrt{3}\sqrt{3}}{2 \cdot 25 \cdot \sqrt{3}} = 1{,}6\sqrt{3}\ s^{-1}.$$

DE bölegiň ω_{DE} mgnowen burç tizligi hem ω_{CD} meňzeşlikde kesgitlenýär:

$$\omega_{DE} = \frac{\upsilon_D}{DE} = \frac{40\sqrt{3}}{10\sqrt{3}} = 4\ s^{-1}.$$

2. Indi *A, B, C, D* nokatlaryň tizlenmelerini, *AB* we *CD* bölekleriň burç tizlenmelerini tapalyň *(7.31-nji surat).*

A nokadyň tizlenmesi diňe normal tizlenmeden ybarat, sebäbi *OA* kriwoşip deňölçegli aýlanýar (ε_{OA} = const):

$$a_A = a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 640\ sm/s^2.$$

Indi *AB* bölege geçýäris. *AB* bölegiň nokatlarynyň içinde *B* nokadyň tizlenmesini tapmak aňsat. Sebäbi *B* nokat göni çyzyk boýunça hereket edýändigi üçin onuň tizlenmesi *OB* gönüniň üstünde ýatandygy mälim. Polýus hökmünde *A* nokady alyp, (8) formulanyň esasynda *B* nokadyň tizlenmesini ýazalyň:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n.$$

Bu deňligi *BA*-nyň ugruna we oňa perpendikulýar ugra (*x, y,* oklara) proýektirläliň:

$$a_B \cdot \cos\psi = a_A \cdot \cos(\varphi + \psi) + a_{BA}^n, \tag{1}$$

$$a_B \cdot \sin\psi = a_A \cdot \sin(\varphi + \psi) + a_{BA}^\tau. \tag{2}$$

Bu ýerde $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 16 \cdot 40 = 640\ sm/s^2$ bolany üçin (1) deňlikden a_B tizlenmäni tapalyň:

$$a_B = \frac{640 \cdot 0{,}5 + 640}{0{,}5\sqrt{3}} = 640\sqrt{3}\ sm/s^2.$$

Bu bahany (2) deňlikde goýup, a_{BA}^τ tizlenmäni tapalyň:

$$a_{BA}^\tau = 0{,}5\ (640\sqrt{3} - 640\sqrt{3}) = 0.$$

Şonuň üçin (2,4) formuladan

$$\varepsilon_{AB} = a_{BA}^{\tau} : AB = 0.$$

C nokadyň tizlenmesiniň ugry belli bolmasa-da (suratda ilki A_C görkezilmedik) AB zwenonyň ε_{AB} burç tizlenmesi belli. Şu sebäpli A nokady polýus diýip, (2) formuladan peýdalanýarys:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^{\tau} + \bar{a}_{CA}^{n}. \qquad (3)$$

Bu deňlikde $a_{CA}^{\tau} = \varepsilon_{AB} \cdot CA = 0$ bolýandygy nazarda tutup, (3)-i (x, y oklaryna proýektirleýäris), $a_{CA}^{n} = \omega_{AB}^{2} \cdot CA = 0$,

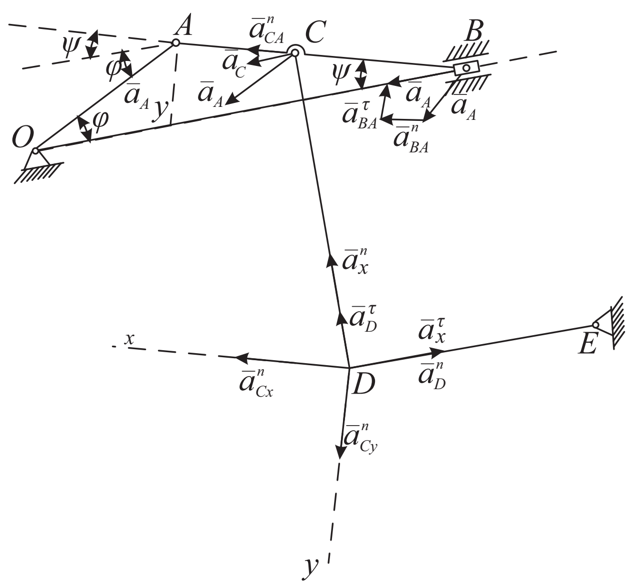
$$a_{Cx} = a_A \cdot \cos(\varphi + \psi) + a_{CA}^{n} = 640 \cdot 0{,}5 + 320 = 640,$$
$$a_{Cy} = a_A \cdot \sin(\varphi + \psi) = 320\sqrt{3}.$$

Bulardan $\bar{a}_C$ wektoryň ululygyny we ugruny kesgitlemek bolýar:

$$a_C = \sqrt{640^2 + 3 \cdot 320^2} = 320\sqrt{7} = 847\ sm/s^2.$$

$$\cos(\bar{a}_C, x) = a_{CX} : a_C = 0{,}76; \qquad (\bar{a}_C, x) = 41°,$$

$$\cos(\bar{a}_C, y) = \sqrt{\frac{3}{7}} > 0.$$



7.31-nji surat

Ýagny $\bar{a}_C$ wektor x oky bilen 41°, y oky bilen 49° burç emele getirýän ekeni.

Indi suratda $\bar{a}_C$-ni görkezmek bolýar.

Indi CD bölege seredeliň. D nokadyň tizlenmesini we CD sterženiň burç tizlenmesini tapalyň. Oklarynyň ugurlaryny öňküligine goýýarys *(7.31-nji surat)*. C nokady polýus diýip, D nokadyň tizlenmesini ýazalyň. D nokadyň tizlenmesine E okuň töwereginde aýlanýan nokadyň tizlenmesi ýaly garap, ony normal we galtaşma tizlenmeleriň jemi hökmünde ýazyp bolýar:

$$\bar{a}_D = \bar{a}_D^n + \bar{a}_D^\tau = \bar{a}_{CX} + \bar{a}_{Cy} + \bar{a}_{DC}^n + \bar{a}_{DC}^\tau. \qquad (4)$$

Bu ýerde $a_D^n = \omega_{DE}^2 \cdot DE = 4^2 \cdot 10\sqrt{3} = 276,8\ sm/s^2$,

$$a_{CD}^n = \omega_{CD}^2 \cdot DC = 332,2\ sm/s^2.$$

(4) deňligi DC-niň ugruna we oňa perpendikulýar ugra proýektirläliň:

$$a_D^\tau = a_{cx} \cdot \cos 60° - a_{cy} \cdot \cos 30° + a_{DC}^n,$$

$$a_D^n = a_{cx} \cdot \sin 60° - a_{cy} \cdot \sin 30° + a_{DC}^\tau.$$

(5) deňlikden $a_D^\tau = \varepsilon_{DE} \cdot |DE|$ tizlenmäni tapalyň:

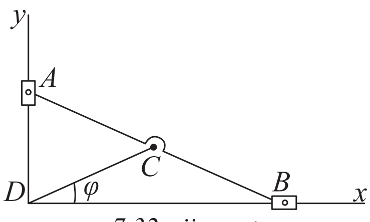
$$a_D^\tau = 640 \cdot 0,5 - 320 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 0,5 + 322,2 = 172,2\ sm/s^2.$$

DE bölegiň burç tizlenmesini tapalyň: $\varepsilon_{DE} = a_D^\tau : DE = 10\ s^{-2}$.

(6) deňlikden $a_{DC}^\tau = \varepsilon_{DC} \cdot |DC|$ tizlenmäni tapalyň:

$a_{DC}^\tau = 1107,2\ sm/s^2, \quad \varepsilon_{CD} = a_{DC}^\tau : DC = 25,6\ s^{-2}$.

7.11. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Tekiz figuranyň hereket deňlemeleri



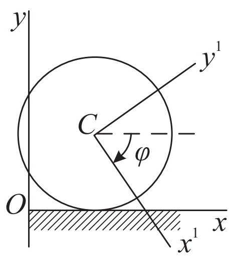
7.32-nji surat

7.14-nji mesele. Ellipsografyň çyzgyjy O okuň daşynda ω_0 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan OC kriwoşipiň ýardamynda herekete getirilýär. B polzuny polýus diýip kabul edip, ellipsografyň çyzgyjynyň tekiz parallel hereketiniň deňlemelerini ýazmaly, $OC = BC = AC = r$. Başlangyç pursatda AB çyzgyç gorizontal ýerleşen *(7.32-nji surat)*.

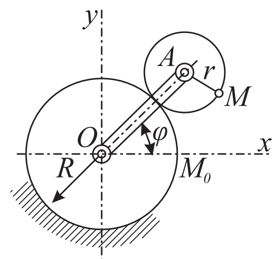
Jogaby: $x_B = 2r \cos \omega_0 t$; $y_B = 0$; $\varphi_B = -\omega_0 t$.

7.15-nji mesele. Radiusy R bolan tigir gorizontal göni çyzygy boýlap typman tigirlenýär. Tigriň C merkeziniň tizligi υ hemişelik. Tigir bilen baglanyşykly y' ok başlangyç pursatda wertikal bolup, y ok şu pursatda tigriň C merkezi arkaly geçýär. C nokady polýus diýip kabul edip, tigriň tekiz parallel hereketiniň deňlemelerini ýazmaly *(7.33-nji surat)*.

Jogaby: $x_C = \upsilon t$, $y_C = R$, $\varphi = \dfrac{\upsilon}{R} t$.



7.33-nji surat



7.34-nji surat

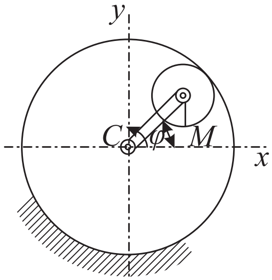
7.16-njy mesele. R radiusy gozganmaýan dişli tigriň ugry boýunça tigirlenýän r radiusy dişli tigir OA kriwoşip bilen herekete getirilýär. Kriwoşip gozganmaýan dişli tigriň O okunyň daşynda ε_0 burç tizlenme bilen deňtizlenýän hereket edýär. Eger $t = 0$-da kriwoşipiň burç tizligi $\omega = 0$ we başlangyç aýlanma burçy $\varphi_0 = 0$ bolsa, gozganýan tigriň hereketiniň deňlemelerini düzmeli (*7.34-nji surat*).

Jogaby: $x_A = (R + r)\cos \dfrac{\varepsilon_0 t^2}{2}$; $y_A = (R + r)\sin \dfrac{\varepsilon_0 t^2}{2}$;

$$\varphi_1 = \left(\frac{R}{r} + 1\right)\frac{\varepsilon_0 t^2}{2},$$

bu ýerde φ_1 – gozganýan dişli tigriň aýlanma burçy.

7.17-nji mesele. R radiusy gozganmaýan dişli tigriň içinde tigirlenýän r radiusy dişli tigir OA kriwoşip bilen herekete getirilýär. Kriwoşip gozganmaýan dişli tigriň O okunyň daşynda hemişelik ω_0

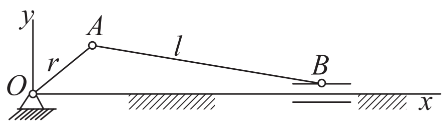


7.35-nji surat

burç tizlik bilen aýlanýar. $t = 0$ bolanda $\varphi_0 = 0$ A merkezi polýus diýip kabul edip gozganýan tigriň hereketiniň deňlemelerini düzmeli (*7.35-nji surat*).

Jogaby: $x_A = (R - r)\cos\omega_0 t$,
$y_A = (R - r)\sin\omega_0 t$, $\varphi_1 = -(R/r - 1)\omega_0$, munda φ_1 – gozganýan tigriň aýlanma burçy. Minus alamaty tigriň aýlanmasy kriwoşipiň aýlanyşyna garşylykly ugur boýunça ugrukdyrylandygyny görkezýär.

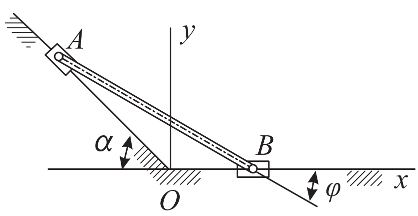
7.18-nji mesele. Eger kriwoşip deňölçegli aýlansa, şatunyň hereketiniň deňlemelerini tapmaly. Kriwoşipiň palesiniň okundaky A nokady polýus diýip almaly; r – kriwoşipiň uzynlygy, l – şatunyň uzynlygy, ω_0 – kriwoşipiň burç tizligi. $t = 0$ bolanda $\alpha = 0$ (*7.36-njy surat*).



7.36-njy surat

Jogaby: $x = r\cos\omega_0 t$, $y = r\sin\omega_0 t$, $\varphi = -\arcsin(\frac{r}{l}\sin\omega_0 t)$.

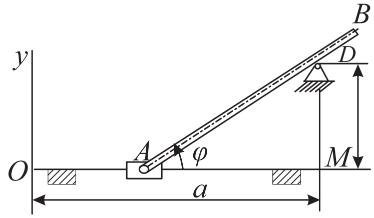
7.19-njy mesele. Gönüçyzykly ugrukdyryjynyň ugry boýunça typýan A we B muftalar l uzynlykly AB steržen bilen birikdirilen. A mufta υ_A hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. A mufta O nokatdan hereketlenip başlady diýip hasap edip, AB sterženiň hereket deňlemelerini ýazmaly. Polýus üçin A nokady almaly. BOA burç $\pi - \alpha$ deň (*7.37-nji surat*).



7.37-nji surat

Jogaby: $x_A = -\upsilon_A t\cos\alpha$, $y_A = \upsilon_A t\sin\alpha$, $\varphi = \arcsin\left(\frac{\upsilon_A t}{l}\sin\alpha\right)$.

7.20-nji mesele. *AB* sterženiň *A* ujy υ hemişelik tizlik bilen gönüçyzykly ugrukdyryjynyň ugry boýunça typýar we steržen hereket wagtynda *D* ştifte daýanýar. Sterženiň we onuň *B* ujunyň hereket deňlemelerini ýazmaly. Sterženiň uzynlygy *l*-e deň, ştift gönüçyzykly ugrukdyryjydan *H* beýiklikde ornaşdyrylan. Hereketiň başynda sterženiň *A* ujy gozganmaýan koordinatalar sistemasynyň başlangyjy *O* nokada gabat gelýär: $OM = a$. *A* nokady polýus diýip almaly (*7.38-nji surat*).



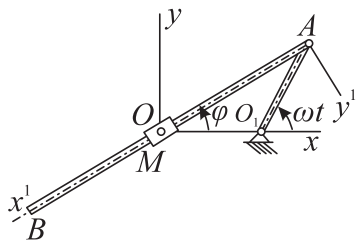
7.38-nji surat

Jogaby: $x_A = \upsilon t, y_A = 0, \varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{H}{a-\upsilon t}, x_B = \upsilon t + l\dfrac{a-\upsilon t}{\sqrt{H^2+(a-\upsilon t)^2}}$,

$$y_B = \frac{Hl}{\sqrt{H^2+(a-\upsilon t)^2}}.$$

7.21-nji mesele. Uzynlygy $a/2$ bolan O_1A kriwoşip hemişelik ω burç tizlik bilen aýlanýar. Kriwoşip bilen *A* nokatda şarnirli birikdirilen *AB* steržen hemişe yranyp duran *O* mufta arkaly geçýär. $OO_1 = a/2$. *AB* sterženiň hereket deňlemelerini we sterženiň *A* şarnirden *a* aralykda bolan *M* nokadynyň traýektoriýasyny (polýar we dekart koordinatalarynda) tapmaly. Polýus üçin *A* nokady almaly (*7.39-njy surat*).

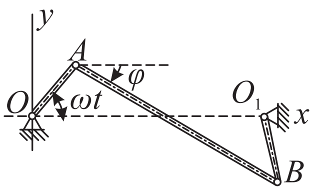
Jogaby: 1) $x_A = \dfrac{a}{2}(1 + \cos \omega t)$; $y_A = \dfrac{a}{2}\sin \omega t$; $\varphi = \dfrac{\omega t}{2}$.



7.39-njy surat

2) $\rho = a(\cos\varphi - 1)$, $\quad x^2 + y^2 = a(x - \sqrt{x^2+y^2})$ – kardioida.

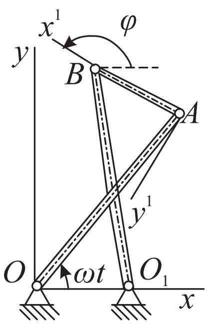
7.22-nji mesele. $OABO_1$ antiparallellogramyň OO_1 uly bölegine goýlan OA kriwoşip ω burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar. Eger $OA = O_1B = a$ we $OO_1 = AB = b$ $(a < b)$ bolsa, A nokady polýus diýip alyp, AB bölegiň hereket deňlemelerini düzmeli. Başlangyç pursatda OA kriwoşip OO_1 boýunça ugrukdyrylan (*7.40-njy surat*).



7.40-njy surat

Jogaby: $x_A = a\cos\omega t$; $y_A = a\sin\omega t$; $\varphi = 2\text{arctg}\,\dfrac{a\sin\omega t}{b - a\cos\omega t}$.

7.23-nji mesele. $OABO_1$ antiparallellogramyň OO_1 kiçi bölegine goýlan OA kriwoşip ω burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar. Eger $OA = O_1B = a$ we $OO_1 = AB = b$ $(a > b)$ bolsa, A nokady polýus diýip alyp, AB bölegiň hereket deňlemelerini düzmeli. Başlangyç pursatda OA kriwoşip OO_1 boýunça ugrukdyrylan (*7.41-nji surat*).



7.41-nji surat

Jogaby: $x_A = a\cos\omega t$; $y_A = a\sin\omega t$;

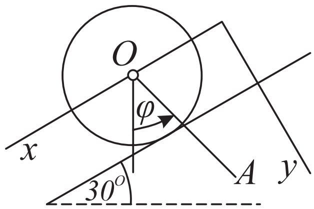
$$\varphi = 2\ \text{arcctg}\,\frac{\cos\omega t - b/a}{\sin\omega t}.$$

7.12. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Tekiz figuranyň nokatlarynyň tizliklerini tapmak. Tizlikleriň pursat merkezi

7.24-nji mesele. Oky tekiz figuranyň islendik nokadynyň tizligine perpendikulýar ugrukdyryp, okda ýatan ähli nokatlaryň tizlikleriniň şu oka proýeksiýalarynyň nola deňligini görkezmeli.

7.25-nji mesele. Tigir gorizontal ugur bilen 30° burç emele getirýän ýapgyt tekizlik boýunça tigirlenýär. Tigriň O merkezi $x_O = 10t^2$ *sm* kanun bilen hereketlenýär, x – ýapgyt tekizlige parallel ugrukdyrylan ok. Tigriň O merkezine uzynlygy 36 *sm* bolan OA steržen asylan.

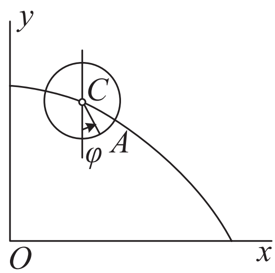
Bu steržen O nokatdan suratyň tekizligine perpendikulýar gorizontal okuň daşynda $\varphi = (\pi/3)\sin\frac{\pi}{6}t\ rad$ kanun boýunça yrgyldaýar. $t = 1\ s$ pursat üçin OA sterženiň A ujunyň tizligini tapmaly (*7.42-nji surat*).



7.42-nji surat

Jogaby: Tizlik 2,8 *m/s* we ýapgyt tekizlige parallel aşak ýönelen.

7.26-njy mesele. Radiusy r = 20 *sm* bolan diskiň xy wertikal tekizlikdäki C merkezi $x_C = 10t\ m$, $y_C = (100 - 4{,}9\ t^2)\ m$ deňlemeleriň esasynda hereketlenýär. Şonuň bilen birlikde, disk, özüniň tekizligine perpendikulýar bolan C gorizontal okuň daşynda *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. $t = 0$ bolan pursatda diskiň gurşawyndaky A nokadyň tizligini kesgitlemeli. A nokadyň diskdäki orny wertikala görä sagat diliniň aýlanyşyna ters ugra hasaplananda $\varphi = \omega t$ burç bilen kesgitlenýär (*7.43-nji surat*).



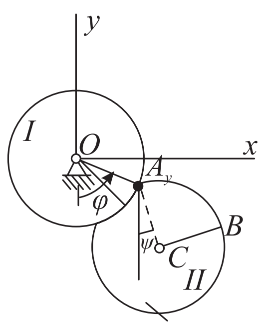
7.43-nji surat

Jogaby: Tizlik gorizontal bilen saga ugrugan we moduly 10,31 *m/s*.

7.27-nji mesele. Deslapky meseläniň şertlerine görä, A nokadyň $t = 1\ s$ pursatdaky tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_{Ax} = 10\ m/s$, $\upsilon_{Ay} = -9{,}49\ m/s$, $\upsilon_A = 13{,}8\ m/s$.

7.28-nji mesele. Her biriniň radiusy r bolan iki sany birmeňzeş disk A silindrik şarnir bilen birikdirilen. I disk O gozganmaýan gorizontal okuň daşynda $\varphi = \varphi\ (t)$ kanuna görä aýlanýar. II disk A gorizontal okuň daşynda $\psi = \psi\ (t)$ kanuna görä aýlanýar. O we A oklar 7.44-nji suratyň tekizligine perpendikulýar. φ we ψ burç-



7.44-nji surat

lar wertikaldan sagat diliniň aýlanyşyna ters ugurda aýlanýarlar. II diskiň C merkeziniň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_{Cx} = r(\dot{\varphi}\cos\varphi + \dot{\psi}\cos\psi)$;

$\upsilon_{Cy} = r(\dot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\psi}\sin\psi)$;

$\upsilon_C = r\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2 + 2\dot{\varphi}\dot{\psi}\cos(\varphi - \psi)}$.

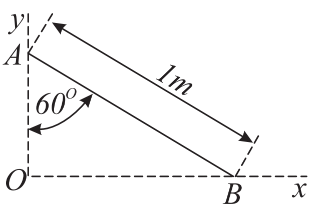
7.29-njy mesele. Deslapky meseläniň şertlerine görä $\angle ACB = \pi/2$ bolsa, II diskiň B nokadynyň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby:

$\upsilon_{Bx} = r[\dot{\varphi}\cos\varphi + \sqrt{2}\,\dot{\psi}\cos(45^\circ + \psi)]$;

$\upsilon_{By} = r[\dot{\varphi}\sin\varphi + \sqrt{2}\,\dot{\psi}\sin(45^\circ + \psi)]$;

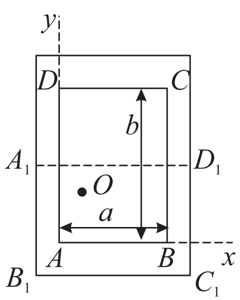
$\upsilon_B = r\sqrt{\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}^2 + 2\sqrt{2}\,\dot{\varphi}\dot{\psi}\cos[45^\circ - (\varphi - \psi)]}$.



7.45-nji surat

7.30-njy mesele. Uzynlygy 1 *m* bolan AB steržen hemişe özüniň uçlary bilen özara perpendikulýar Ox we Oy göni çyzyklara daýanyp hereket edýär. Burç $OAB = 60^\circ$ bolan pursatda tizlikleriň pursat merkeziniň x we y koordinatalaryny kesgitlemeli (*7.45-nji surat*).

Jogaby: $x = 0{,}866\ m$; $y = 0{,}5\ m$.



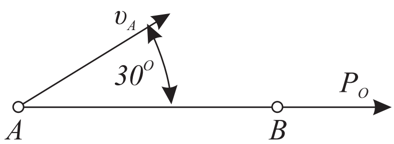
7.46-njy surat

7.31-nji mesele. Düzme stoluň, taraplary a we b bolan gönüburçluk şekilindäki tagtasy O okuň daşynda aýlandyrylyp, $ABCD$ ýagdaýdan $A_1B_1C_1D_1$ ýagdaýa getirilýär we stol ýaýradylanyndan soň taraplary b we $2a$ bolan gönüburçluk emele getirýär. Okuň AB we AD taraplara görä ornuny kesgitlemeli (*7.46-njy surat*).

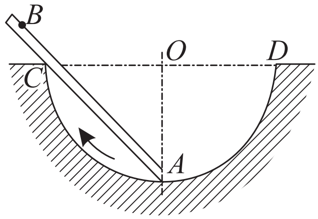
Jogaby: $x_0 = \dfrac{a}{4}$, $\quad y_0 = \dfrac{b}{2} - \dfrac{a}{4}$.

7.32-nji mesele. *AB* göni çyzyk suratyň tekizliginde hereket edýär. Käbir pursatda *A* nokadyň υ_A tizligi 180 *sm/s* bolup, *AB* göni çyzyk bilen 30° burç emele getirýär. Şu pursatda *B* nokadyň tizliginiň ugry *AB* göni çyzygyň ugry bilen gabat gelýär. *B* nokadyň υ_B tizligini kesgitlemeli (*7.47-nji surat*).

Jogaby: υ_A = 156 *sm/s*.



7.47-nji surat

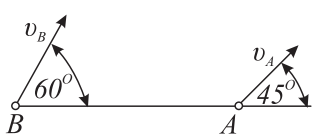


7.48-nji surat.

7.33-nji mesele. *AB* göni çyzygyň *A* ujy 7.48-nji suratyň tekizliginde hemme wagt *CAD* ýarym töwerekde dur, göni çyzygyň özi bolsa hemişe *CD* diametriň gozganmaýan *C* nokadyndan geçýär. *OA* radiusyň *CD*-e perpendikulýar bolan pursadynda göni çyzygyň *C* nokada gabat gelýän nokadynyň tizligini kesgitlemeli. *A* nokadyň υ_C şu pursatdaky tizligi 4 *m/s*.

Jogaby: υ_C = 2,83 *m/s*.

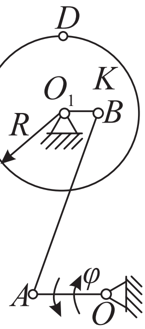
7.34-nji mesele. Uzynlygy 0,5 *m* bolan *AB* steržen 7.49-njy suratyň tekizliginde hereket edýär, $\upsilon_A = 2\ \frac{m}{s}$ tizlik bilen gabatlaşan *x* ok 45° burç emele getirýär. *B* nokadyň υ_B tizligi *x* ok bilen 60° burç emele getirýär. *B* nokadyň υ tizliginiň modulyny we sterženiň burç tizligini kesgitlemeli.



7.49-njy surat

Jogaby: υ_B = 2,82 *m/s*; ω = 2,06 *rad/s*.

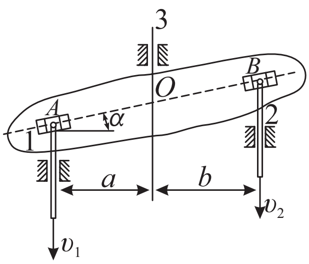
7.35-nji mesele. Ýiteldiji stanok, *O* okuň daşynda $\varphi = \frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{2}t\ rad$ kanun bilen yrgyldaýan *OA* = 24 *sm* pedal bilen herekete getirilýär (φ burç gorizontala görä hasaplanýar). *K* wal-daş *AB* sterženiň köme-



7.50-nji surat

gi bilen O_1 okuň daşynda aýlanýar. O we O_1 oklar 7.50-nji suratyň tekizligine perpendikulýar. $t = 0$ bolan pursatda OA we O_1B bölekler gorizontal ýagdaýda ýerleşen diýip, radiusy $R = 2\ BO_1$ bolan K ýiteldiji daşyň gurşawyndaky D nokadyň şu pursatdaky tizligini kesgitlemeli.

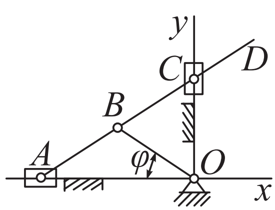
Jogaby: $\upsilon_D = 39{,}44$ *sm/s*.



7.51-nji surat

7.36-njy mesele. 7.51-nji suratda hereketleri goşýan mehanizm şekillendirilen. Mehanizmiň düzüminde wertikal ugrukdyryjylaryň içinde hereketlenýän 1 we 2 sterženler bar. Bu sterženler AB koromyslo onuň ugrukdyryjylarynda typýan silindrik şarnirler arkaly birleşdirilen. Sterženleriň tizlikleri υ_1 we υ_2. AB koromyslonyň O merkezi bilen birleşdirilen we wertikal ugrukdyryjylaryň içinde typýan 3 sterženiň tizliginiň moduly $\upsilon = \dfrac{b}{a+b}\upsilon_1 + \dfrac{a}{a+b}$ bolýandygyny görkezmeli (a we b – suratda görkezilen ölçegler). Şeýle hem, AB koromyslonyň burç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_1 > \upsilon_2$ bolanda $\omega = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{a+b}\cos^2\alpha$.

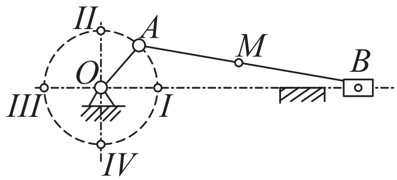


7.52-nji surat

7.37-nji mesele. OB steržen O okuň daşynda hemişelik $\omega = 2\ s^{-1}$ burç tizlik bilen aýlanyp, A nokady Ox gorizontal ok, C nokady bolsa Oy wertikal ok boýunça hereketlenýän AD sterženi herekete getirýär. $\varphi = 45°$ bolanda sterženiň D nokadynyň tizligini kesgitlemeli we şu nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmaly. $AB = OB = BC = CD = 12$ *sm* (*7.52-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_D = 53{,}66$ *sm/s*; $\left(\dfrac{x}{12}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{36}\right)^2 = 1$.

7.38-nji mesele. Kriwoşip mehanizminde kriwoşipiň uzynlygy OA = 40 *sm*, şatunyň uzynlygy $AB = 2\ m$. Kriwoşip 6π *rad/s* burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. AOB burçy, degişlilikde 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ bolan ýagdaýlar üçin şatunyň ω burç tizligini, şatunyň ortasyndaky M nokadyň tizligini kesgitlemeli (*7.53-nji surat*).



7.53-nji surat

Jogaby: I $\omega = -\dfrac{6}{5}\pi$ *rad/s*; $\upsilon_M = 377$ *sm/s*.

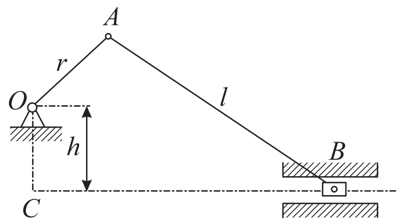
II $\omega = 0$; $\upsilon_M = 754$ *sm/s*.

III $\omega = \dfrac{6}{5}\pi$ *rad/s*; $\upsilon_M = 377$ *sm/s*.

IV $\omega = 0$; $\upsilon_M = 754$ *sm/s*.

ω-nyň bahasyndaky minus alamaty şatunyň kriwoşipiň aýlanýan ugrunyň tersine aýlanýandygyny görkezýär.

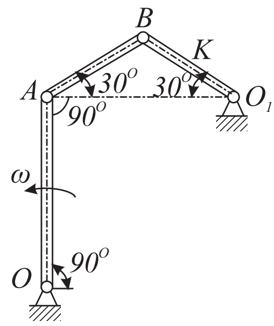
7.39-njy mesele. O walyň daşynda ω = 1,5 *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýan kriwoşipiň iki sany gorizontal we iki sany wertikal ýagdaýlarynda merkezi bolmadyk kriwoşip mehanizminiň B polzunynyň tizligini tapmaly. OA = 40*sm*, AB = 200 *sm*, OC = 20 *sm* (*7.54-nji surat*).



7.54-nji surat

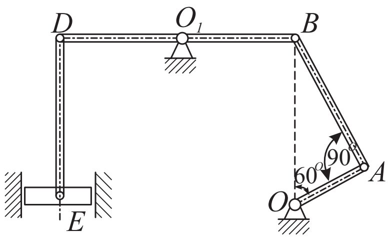
Jogaby: $\upsilon_1 = \upsilon_3$ = 6,03 *sm/s*; $\upsilon_2 = \upsilon_4$ = 60 *sm/s*.

7.40-njy mesele. $OABO_1$ dörtbölekli mehanizmiň K nokadynyň 7.55-nji suratda görkezilen ýagdaýynda tizligini kesgitlemeli. Mehanizmiň OA böleginiň uzynlygy 20 *sm* we şu pursatda 2 *rad/s* burç tizligine eýe. K nokat BO_1 sterženiň ortasynda ýerleşen.



7.55-nji surat

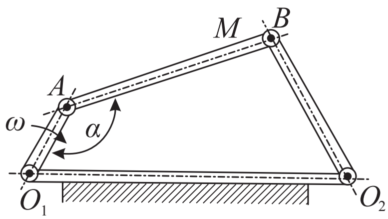
Jogaby: 20 *sm/s*.



7.56-njy surat

7.41-nji mesele. *OA* kriwoşip 2 *rad/s* burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. Eger *OA* =20 *sm*, *OB* = *OD* bolsa, 7.56-njy suratda görkezilen ýagdaý üçin nasosyň ýörediji mehanizminiň *E* porşeniniň tizligini kesgitlemeli.

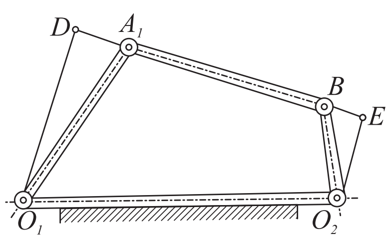
Jogaby: 46,2 *sm/s*.



7.57-nji surat

7.42-nji mesele. *AB* steržene *A* we *B* şarnirler arkaly birleşdirilen O_1A we O_2B sterženler O_1 we O_2 gozganmaýan nokatlaryň daşynda aýlanyp bilýärler. Olar bir tekizlikde ýerleşip, şarnirli dörtbölekli mehanizmi emele getirýärler. Sterženiň uzynlygy $O_1A = a$ we onuň burç tizligi ω berlen. *AB* steržende tizligi şu steržen boýunça ugrugan *M* nokady grafiki usul bilen tapmaly. Şeýle hem, O_1AB burç berlen α baha eýe bolan pursatda *M* nokadyň tizliginiň mukdaryny kesgitlemeli (*7.57-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon = a\omega \sin\alpha$.

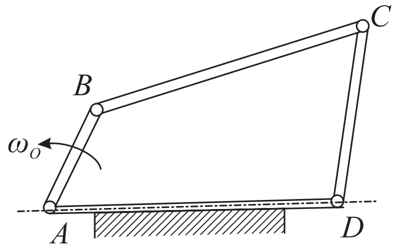


7.58-nji surat

7.43-nji mesele. Şarnirli dörtbölekli mehanizmiň *OA* sterženiniň burç tizligi ω_1. O_2B sterženiň ω_2 burç tizligini O_1A we O_2B sterženleriň aýlanma oklaryndan *AB* şatuna çenli iň gysga O_1D we O_2E aralyklar hem-de ω_1 arkaly aňlatmaly (*7.58-nji surat*).

Jogaby: $\omega_2 = \omega_1 \dfrac{O_1D}{O_2E}$.

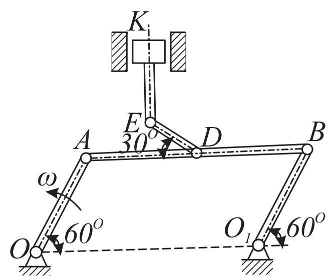
7.44-nji mesele. Şarnirli $ABCD$ dört bölekde eýerdiji AB kriwoşip $\omega_0 = 6\pi$ *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. AB kriwoşip bilen BC sterženbir göni cyzykda ýatan pursadynda CD kriwoşipiň we BC sterženiň pursat burç tizliklerini kesgitlemeli, $BC = 3\ AB$ (*7.59-njy surat*).



7.59-njy surat

Jogaby: $\omega_{BC} = 2\pi$ *rad/s*, $\omega_{CD} = 0$.

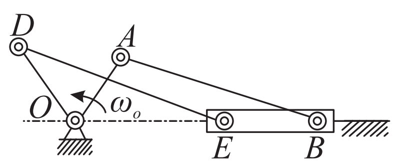
7.45-nji mesele. Şarnirli $OABO_1$ parallelogramyň AB sterženiniň ortasyndaky D nokada K polzuny öňe-yza herekete getiriji DE sterženşarnir arkaly birleşdirilen. Eger $OA = O_1B = 2DE = 20$ *sm* bolsa, mehanizmiň 7.60-njy suratda görkezilen ýagdaýynda K polzunyň tizligini we DE sterženiň burç tizligini kesgitlemeli, OA bölegiň berlen pursatdaky burç tizligi 1 *rad/s*.



7.60-njy surat

Jogaby: $v_K = 40$ *sm/s*,
$\omega_{DE} = 3{,}46$ *rad/s*.

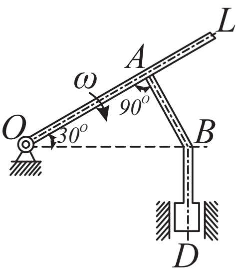
7.46-njy mesele. Ikilenen kriwoşip-polzun mehanizminiň B we E polzunlary BE sterženbilen birikdirilen. OA eýerdiji kriwoşip we OD eýeriji kriwoşip 7.61-nji suratyň tekizligine perpendikulýar bolan umumy O gozganmaýan okuň daşynda aýlanýar. Pursat burç tizligi $\omega_0 = 12$ *rad/s* bolan OA eýerdiji kriwoşip polzunlaryň ugrukdyryjysyna



7.61-nji surat

perpendikulýar bolan pursatda OD eýeriji kriwoşipiň we DE şatunyň pursat burç tizliklerini kesgitlemeli. Ölçegler: $OA = 10\,sm$, $OD = 12\,sm$, $AB = 26\,sm$, $EB = 12\,sm$, $DE = 12\sqrt{3}\,\,sm$.

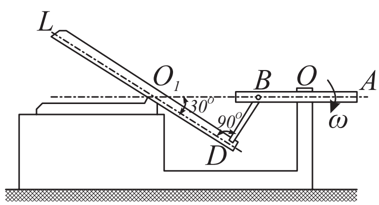
Jogaby: $\omega_{OD} = 10\sqrt{3}\,\,rad/s$, $\omega_{OD} = \dfrac{10}{3}\sqrt{3}\,rad/s$.



7.62-nji surat

7.47-nji mesele. Gidrawlik basgyjyň (presiň) D porşeni $OABD$ şarnir-ryçag mehanizminiň kömegi bilen herekete getirilýär. 7.62-nji suratda görkezilen ýagdaýda OL ryçag $\omega = 2\,rad/s$ burç tizlige eýe bolýar. Eger $OA = 15\,sm$ bolsa, D porşeniň tizligini we AB bölegiň burç tizligini kesgitlemeli.

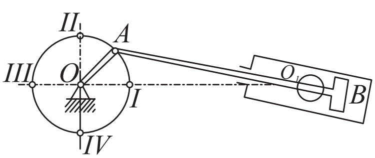
Jogaby: $\upsilon_D = 34{,}6\,sm/s$, $\omega_{AB} = 2\,rad/s$.



7.63-nji surat

7.48-nji mesele. Metal gyrkýan gaýçynyň hereketlenýän L pyçagy $AOBD$ şarnir-ryçag mehanizminiň kömegi bilen herekete getirilýär. Mehanizmiň 7.63-nji suratda görkezilen ýagdaýynda AB ryçagyň burç tizligi, $OB = 5\,sm$, $O_1D = 10\,sm$ bolsa, D şarniriň tizligini we BD bölegiň burç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon D = 8{,}65\,sm/s$; $\omega_{AB} = 0{,}87\,rad/s$.



7.64-nji surat

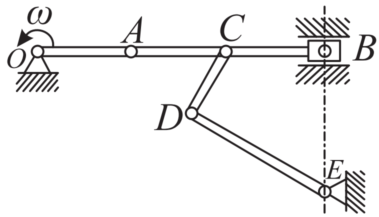
7.49-njy mesele. Yranýan silindrli maşynda kriwoşipiň uzynlygy $OA = 12\,sm$, walyň oky bilen silindriň sapfalarynyň okunyň arasy $OO_1 = 60\,sm$, şatunyň uzynlygy $AB = 60\,sm$. Eger kriwoşipiň burç tizligi $\omega = 5\,rad/s = \text{const}$ bolsa, kriwoşipiň 7.64-nji suratda görkezilen dört ýagdaýy üçin porşeniň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_I = 15\,sm/s$; $\upsilon_{\text{III}} = 10\,sm/s$; $\upsilon_{\text{II}} = \upsilon_{\text{IV}} = 58{,}88\,sm/s$.

7.50-nji mesele. Yranýan silindrli maşyndaky kriwoşipiň uzynlygy OA =15 *sm*; kriwoşipiň burç tizligi $\omega_0 = 5$ *rad/s* = const. Kriwoşip şatuna perpendikulýar bolan pursatda porşeniň tizligini we silindriň burç tizligini kesgitlemeli *(7.49-njy meselä degişli surata seret).*

Jogaby: $\upsilon = 225$ *sm/s*, $\omega = 0$.

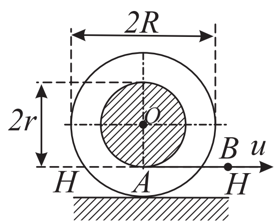
7.51-nji mesele. Kriwoşip mehanizmi şatunyň ortasyndaky C nokatda CD steržen bilen şarnir arkaly birikdirilen. CD steržen bolsa E nokadyň daşynda aýlanyp bilýän DE steržene D şarnir arkaly birikdirilen. Eger B we E nokatlar bir wertikalda ýerleşen bolsa, kriwoşip mehanizminiň 7.65-nji suratda görkezilen ýagdaýynda DE sterženiň burç tizligini kesgitlemeli. OA kriwoşipiň burç tizligi ω = 8 *rad/s*, OA = 25 *sm*, DE = 100 *sm*, $\angle CDE = 90°$ we $\angle BED = 30°$.



7.65-nji surat

Jogaby: $\omega_{DE} = 0{,}5$ *rad/s*.

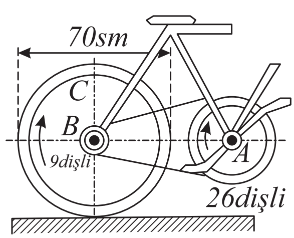
7.52-nji mesele. R radiusly tegek HH gorizontal tekizlikde typman tigirlenýär. Tegegiň r radiusly silindr görnüşli orta bölegine ýüp saralan. Ýüpüň B ujy gorizontal ugur boýunça u tizlik bilen hereket edýär. Tegegiň okunyň υ tizligini kesgitlemeli (*7.66--njy surat*).



7.66-njy surat

Jogaby: $\upsilon = u\,\dfrac{R}{R - r}$.

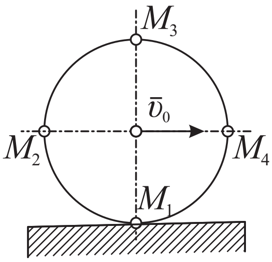
7.53-nji mesele. Tigriň zynjyrly geçirijisi 26 dişli A tigir bilen 9 dişli B şesternýa oralyp duran zynjyrdan ybarat. B şesternýa diametri 70 *sm* bolan C yzky tigre mäkäm birikdirilen. A tigir sekuntda bir gezek aýlananda,



7.67-nji surat

C tigir bolsa gönüçyzykly ýolda typman tigirlense tigriň tizligini kesgitlemeli (*7.67-nji surat*).

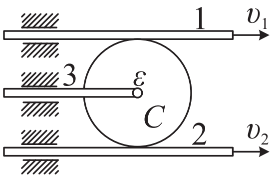
Jogaby: 22,87 *km/sag*.



7.68-nji surat

7.54-nji mesele. R radiusly tigir gönüçyzykly ýol böleginde typman tigirlenlenýär. Tigriň merkeziniň tizligi hemişelik bolup, v_0 = 10 *m/s*. Tigriň wertikal we gorizontal diametrleriniň uçlary bolan M_1, M_2, M_3 we M_4 nokatlarynyň tizliklerini, şeýle hem, tigriň burç tizligini kesgitlemeli (*7.68-nji surat*).

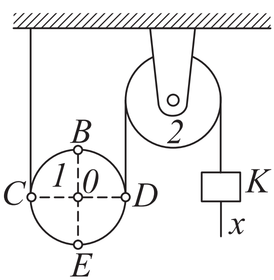
Jogaby: $v_1 = 0$; $v_2 = 14{,}14$ *m/s*; $v_3 = 20$ *m/s*; $v_4 = 14{,}14$ *m/s*; $\omega = 20$ *rad/s*.



7.69-njy surat

7.55-nji mesele. 7.69-njy suratda hereketleri goşýan mehanizm şekillendirilen. Özara parallel 1 we 2 reýkalar v_1 we v_2 hemişelik tizlikler bilen bir tarapa hereketlenýärler. Reýkalaryň arasyna r radiusly, reýkalar boýunça typman tigirlenýän disk oturdylan. Diskiň C okuna berkidilen 3 reýkanyň tizligi 1 we 2 reýkalaryň tizlikleriniň ýarym jemine deňligini görkezmeli. Şeýle hem, diskiň burç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = \dfrac{v_1 - v_2}{2r}$.

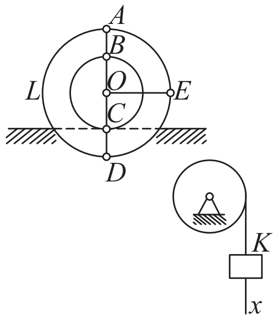


7.70-nji surat

7.56-njy mesele. 1 gozganýan we 2 gozganmaýan bloklar süýnmeýän ýüp bilen birleşdirilen. Ýüpüň ujuna daňlan K ýük $x = 2t^2$ *m* kanun bilen wertikal boýunça aşak düşýär. t = 1*s* bolanda 7.70-nji suratda şekillendirilen ýagdaý üçin gozganýan bloguň gurşawynda ýatan C, D, B we E nokatlaryň tizliklerini kesgitlemeli. Gozganýan 1 bloguň radiusy 0,2 *m*, $CD \perp BE$. Şeýle hem, 1 bloguň burç tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $v_C = 0$; $v_O = 2$ *m/s*; $v_B = v_E = 2\sqrt{2}$; $\omega = 10$ *rad/s*.

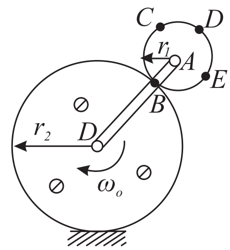
7.57-nji mesele. Süýnmeýän ýüp bilen L tegege baglanan K ýük $x = t^2\ m$ kanun bilen wertikal boýunça aşak düşýär. L tegek gozganmaýan gorizontal demir ýol boýunça typman tigirlenýär. Eger 7.71-nji suratda şekillendirilen ýagdaýda $AD \perp OE$, $OD = 2 \cdot OC = 0{,}2\ m$ bolsa, $t = 1\ s$ pursat üçin tegekdäki C, A, B, O we E nokatlaryň tizliklerini, şeýle hem tegegiň burç tizligini kesgitlemeli.



7.71-nji surat

Jogaby: $v_C = 0$; $v_A = 6\ m/s$; $v_B = 4\ m/s$; $v_O = 2\ m/s$; $v_E = 4{,}46\ m/s$; $\omega = 20\ rad/s$.

7.58-nji mesele. OA kriwoşip radiusy $r_2 = 15\ sm$ bolan gozganmaýan tigriň O okunyň daşynda $\omega_0 = 2{,}5\ rad/s$ burç tizlik bilen aýlanyp, kriwoşipiň A ujuna ornaşdyrylan we radiusy $r_1 = 5\ sm$ bolan tigirjigi herekete getirýär. $CE \perp BD$ diýip, gozganýan tigirjikdäki A, B, C, D we E nokatlaryň tizlikleriniň mukdarlaryny we ugurlaryny kesgitlemeli (*7.72-nji surat*).



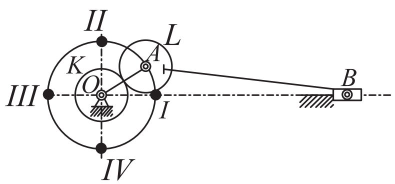
7.72-nji surat

Jogaby: $v_A = 50\ sm/s$, $v_B = 0$, $v_D = 100\ sm/s$, $v_C = v_E = 70{,}7\ sm/s$.

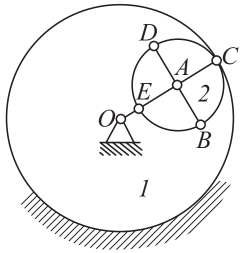
7.59-njy mesele. O oka diametri 20 sm bolan K dişli tigir we uzynlygy 20 sm bolan OA kriwoşip geýdirilen. Tigir bilen kriwoşip bir-birine berkidilmedik. AB şatun bilen L dişli tigir mäkäm berkidilen. L tigriň hem diametri 20 sm, şatunyň uzynlygy $AB = 1\ m$. K tigir $2\pi\ rad/s$ burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar we L tigriň dişlerine ilip, AB şatuny we OA kriwoşipi herekete getirýär. OA kriwoşipiň dört sany – iki sany gorizontal we iki sany wertikal ýagdaýlary üçin onuň burç tizligini kesgitlemeli (*7.73-nji surat*).

Jogaby: I. $\omega_1 = \dfrac{10}{11}\pi\ rad/s$; II. $\omega_1 = \pi\ rad/s$;

III. $\omega_1 = \dfrac{10}{9}\pi\ rad/s$; IV. $\omega_1 = \pi\ rad/s$.



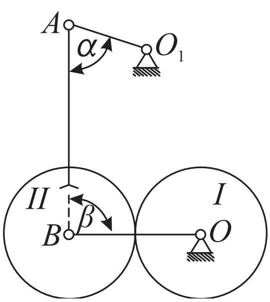
7.73-nji surat



7.74-nji surat

7.60-njy mesele. Uzynlygy 20 *sm* bolan *OA* kriwoşip 7.74-nji suratyň tekizligine perpendikulýar bolan gozganmaýan *O* okuň daşynda 2 *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýar. Onuň *A* ujuna radiusy 10 *sm* bolup, kriwoşip bilen umumy oka eýe bolan, gozganmaýan 1 dişli tigre içki tarapyndan ilişen 2 dişli tigir geýdirilen. $BD \perp OC$ bolsa, 2 dişli tigriň gurşawyndaky *B, C, D* we *E* nokatlaryň tizliklerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_C = 0$, $\upsilon_B = \upsilon_D = 40\sqrt{2}$ *sm/s*, $\upsilon_E = 80$ *sm/s*.



7.75-nji surat

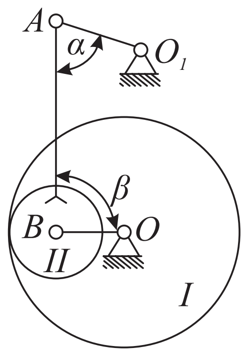
7.61-nji mesele. Uatt mehanizminiň düzümine O_1A koromyslo girýär. O_1 O okuň daşynda yranyp, hereketi *AB* şatunyň kömegi bilen *OB* kriwoşipe geçirýär. Kriwoşip *O* oka erkin geýdirilen. Bu *O* okda *I* tigir ýerleşdirilen. *AB* şatunyň ujuna mäkäm *II* tigir berkidilen. Eger $r_1 = r_2 = 30\sqrt{3}$ *sm*, $O_1A = 75$ *sm*, $AB = 150$ *sm* we koromyslonyň burç tizligi $\omega_0 = 6$ *rad/s* bolsa, $\alpha = 60°$, $\beta = 90°$ ýagdaý üçin *OB* kriwoşipiň we *I* tigriň burç tizligini kesgitlemeli (*7.75-nji surat*).

Jogaby: $\omega_{OB} = 3{,}75$ *rad/s*; $\omega_1 = 6$ *rad/s*.

7.62-nji mesele. Planetar mehanizm *AB* şatundan, *OB* koromyslodan we radiusy $r_1 = 25$ *sm* bolan I dişli tigri herekete getiriji O_1A kriwoşipden ybarat. *AB* şatunyň ujuna radiusy $r_2 = 10$ *sm* bolan II dişli tigir mäkäm berkidilen. Eger $O_1A = 30$ *sm*, $AB = 150$ *sm*, *OB* koromyslonyň burç tizligi $\omega = 8$ *rad/s* bolsa, $\alpha = 45°$, $\beta = 90°$ üçin

O_1A kriwoşipiň we I tigriň burç tizligini kesgitlemeli (*7.76-njy surat*).

Jogaby: $\omega_{O1A} = 4$ *rad/s*; $\omega_1 = 5{,}12$ *rad/s*.



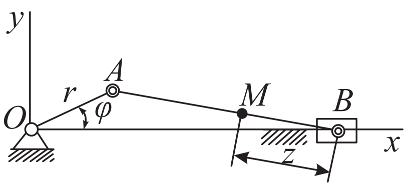
7.76-njy surat

7.63-nji mesele. Yranýan silindrli maşynda $OA = r$, $OO_1 = a$. Kriwoşip hemişelik ω_0 burç tizlik bilen aýlanýar. AB şatunyň ω_1 burç tizligini kriwoşipiň φ aýlanma burçunyň funksiýasy ýaly kesgitlemeli. ω_1 burç tizliginiň iň uly we iň kiçi bahalaryny hem-de φ burçuň haýsy bahasynda $\omega_1 = 0$ bolýandygyny kesgitlemeli *(7.49-njy meseläniň suratyna seret.)*

Jogaby: $\omega_1 = \dfrac{\omega_0 r(a\cos\varphi - r)}{a^2 + r^2 - 2ar\cos\varphi}$; $\varphi = 0$ bolanda $\omega_{1\max} = \dfrac{\omega_0 r}{a - r}$;

$\varphi = \pi$ bolanda $\omega_{1\min} = -\dfrac{\omega_0 r}{a - r}$; $\varphi = \arccos\dfrac{r}{a}$ bolanda $\omega_1 = 0$.

7.64-nji mesele. Kriwoşip mehanizminiň AB şatunyndaky islendik M nokadynyň tizliginiň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny takmynan aňlatmaly. Wal hemişelik ω burç tizligi bilen aýlanýar. Kriwoşipiň r uzynlygyny şatunyň l uzynlygyna görä kiçi diýip hasaplamaly. M nokadyň orny $MB = z$ aralyk bilen kesgitlenýär.



7.77-nji surat

B e l l i k: Mesele çözülende formulalara $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\sin\varphi\right)^2}$ ululyk girizilýär. Bu ýerde $\varphi = \omega t$, AOB burçy aňladýar. Bu aňlatmany hatara dargadyp diňe ilkinji iki agzasyny saklaýarys.

Jogaby: $\upsilon_x = -\omega\left[r\sin\varphi + \dfrac{(l - z)r^2}{2l^2}\sin 2\varphi\right]$; $\upsilon_y = \dfrac{zr}{l}\omega\cos\varphi$.

7.13. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Tekiz figuranyň nokatlarynyň tizlenmelerini tapmak. Tizlenmeleriň pursat merkezi

7.65-nji mesele. Tigir gorizontal ugur bilen 30° burç emele getirýän ýapgyt tekizlik boýunça tigirlenýär *(7.25-nji meseläniň suratyna seret).* Tigriň O merkezi $x_o = 10\ t^2$ sm kanun bilen hereketlenýär. x – ýapgyt tekizlige parallel ugrukdyrylan ok. Tigriň O merkezinden uzynlygy 36 *sm* bolan OA steržen asylan. Bu steržen O nokatdan suratyň tekizligine perpendikulýar gorizontal okuň daşynda $\varphi = (\pi/3)\sin\frac{\pi}{6}t$ *rad* kanun boýunça yrgyldaýar. $t = 1$ *s* pursat üçin OA sterženiň A ujunyň tizlenmesini tapmaly.

Jogaby: $w_{Ax} = 25{,}2\ sm/s^2$; $w_{Ay} = -8{,}25\ sm/s^2$; $w_A = 26{,}4\ sm/s^2$.

7.66-njy mesele. Radiusy $r = 20$ *sm* bolan diskiň C merkezi wertikal tekizlikde $x_C = 10t\ m$, $y_C = (100 - 4{,}9\ t^2)\ m$ deňlemeleriň esasynda hereketlenýär. Şonuň bilen birlikde, disk, özüniň tekizligine perpendikulýar bolan C gorizontal okuň daşynda $\omega = \pi/2\ rad/s$ hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar *(7.26-njy meseläniň suratyna seret).* $t = 0$ bolan pursatda diskiň gurşawyndaky A nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli. A nokadyň diskdäki orny wertikala görä sagat diliniň aýlanyşyna ters ugra hasaplananda $\varphi = \omega t$ burç bilen kesgitlenýär.

Jogaby: Tizlenme wertikal boýunça aşak ugrukdyrylan we bahasy $9{,}31 m/s^2$.

7.67-nji mesele. Deslapky meseläniň şertine görä $t = 1$ *s* pursat üçin A nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_{Ax} = -\ 0{,}49\ m/s^2$; $w_{Ay} = -9{,}8\ m/s^2$; $w_A = 9{,}81\ m/s^2$.

7.67. 1-nji mesele. Her biriniň radiusy r bolan iki sany birmeňzeş disk A silindrik şarnir bilen birikdirilen. I disk O gozganmaýan gorizontal okuň daşynda $\varphi = \varphi(t)$ kanuna görä aýlanýar. II disk A gorizontal okuň daşynda $\psi = \psi\ (t)$ kanuna görä aýlanýar. O we A oklar suratyň tekizligine perpendikulýar. φ we ψ burçlar wertikaldan sagat diliniň aýlanyşyna ters ugra hasaplanýarlar *(7.28-nji meseläniň suratyna seret)*. *II* diskiň *C* merkeziniň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_C = \sqrt{w_{Cx}^2 + w_{Cy}^2}$; bu ýerde

$$w_{C_x} = r(\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi + \ddot{\psi}\cos\psi - \dot{\psi}^2\sin\psi);$$

$$w_{C_y} = r(\ddot{\varphi}\sin\varphi - \dot{\varphi}^2\cos\varphi + \ddot{\psi}\sin\psi - \dot{\psi}^2\cos\psi).$$

7.68-nji mesele. Deslapky meseläniň şertlerini saklap, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ ýagdaý üçin II diskiň *B* nokadynyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_B = \sqrt{w_{Bx}^2 + w_{By}^2}$; bu ýerde

$$w_{B_x} = r[\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi + \sqrt{2}\,\ddot{\psi}\cos(45^\circ + \psi) - \sqrt{2}\,\dot{\psi}^2\sin(45^\circ + \psi)];$$

$$w_{B_y} = r[\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi + \sqrt{2}\,\ddot{\psi}\sin(45^\circ + \psi) + \sqrt{2}\,\dot{\psi}^2\cos(45^\circ + \psi)]$$

7.69-njy mesele. *OA* kriwoşipiň iki sany gorizontal we bir wertikal ýagdaýlarynda 7.64-nji meselä berlen suratda teswirlenen kriwoşip-polzun mehanizminiň *B* polzunynyň tizlenmesini we *AB* şatunyň *K* tizlenmeleriniň pursat merkezini tapmaly. Kriwoşip *O* okuň daşynda ω_0 = 15 *rad/s* hemişelik burç tizligi bilen aýlanýar. Kriwoşipiň uzynlygy *OA* = 40 *sm*, şatunyň uzynlygy *AB* = 200*sm*.

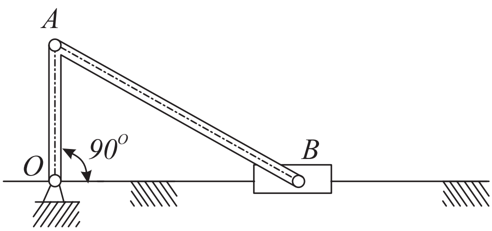
Jogaby: $\varphi = 0$ we $\varphi = 180°$ bolanda *K* tizlenmeleriniň pursat merkezi polzunyň ugrukdyryjysynyň okunda ýatýar.

1) $\varphi = 0$, w_B = 108 m/s^2, *BK* = 12 *m*.

2) $\varphi = 90°$, w_B = 18,37 m/s^2, *BK* = 40 *sm*, *AK* = 196 *sm*.

3) $\varphi = 180°$, w_B = 72 m/s^2, *BK* = 8 *m*.

7.70-nji mesele. Kriwoşip-polzunly mehanizmde *AB* şatunyň uzynlygy *OA* kriwoşipiň uzynlygyndan iki esse uly. *OA* kriwoşip deňölçegli aýlanýar. Kriwoşipiň polzunyň ugrukdyryjysyna perpendikulýar bolan



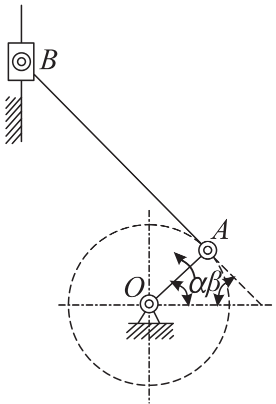
7.78-nji surat

pursadynda *AB* şatunda tizlenmesi şu şatun boýunça ugrukdyrylan nokadyň ornuny kesgitlemeli (*7.78-nji surat*).

Jogaby: *B* polzundan hasaplananda şatunyň uzynlygynyň çärýek bölegine deň aralykda.

7.71-nji mesele. Gidrawlik gysgyjyň (presiň) *D* porşeni *OABD* şarnir-ryçagly mehanizm arkaly herekete getirilýär. Mehanizmiň 7.47-nji meselä degişli suratda görkezilen ýagdaýda *OL* ryçag ω = 2 *rad/s* burç tizlige, ε = 4 *rad/s* tizlenmä eýe we *OA* =15 *sm*. *D* porşeniň tizlenmesini we *AB* bölegiň burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: w_D = 29,4 *sm/s*^{2}, ε_{AB} = 5,2 *rad/s*^{2}.



7.79-njy surat

7.72-nji mesele. Uzynlygy 20 *sm* bolan *OA* kriwoşip ω_0 = 10 *rad/s* burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar we 100 *sm* uzynlykly *AB* şatuny herekete getirýär. *B* polzun wertikal boýunça hereket edýär. Kriwoşip we şatun özara perpendikulýar we gorizontal ok bilen $\alpha = 45^\circ$ hem-de $\beta = 45^\circ$ burçlary emele getiren pursadynda şatunyň burç tizligini, burç tizlenmesini, şeýle hem *B* polzunyň tizlenmesini kesgitlemeli (*7.79-njy surat*).

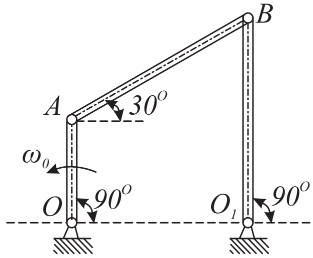
Jogaby: ω = 2 *rad/s*; ε =16 *rad/s*^{2};
w_B = 565,6 *sm/s*^{2}.

7.73-nji mesele. Merkezi bolmadyk kriwoşip mehanizminde *OA* kriwoşip *O* okuň daşynda ω_0 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Kriwoşipiň sag gorizontal we ýokary wertikal ýagdaýlarynda şatunyň burç tizligini, burç tizlenmesini, şeýle hem *B* polzunyň tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli: *OA* = *r*, *AB* = *l* kriwoşipiň *O* okundan polzunyň hereket edýän çyzygyna çenli bolan *OC* aralyk *h (7.39-njy meselä degişli surata seret)*.

Jogaby: $\omega = \dfrac{r\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$; $\varepsilon = \dfrac{h\omega_0^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}}$; $\upsilon_B = \dfrac{hr\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$;

$$w_B = r\omega_0^2\left[1 + \frac{rl^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}}\right].$$

7.74-nji mesele. $OABO_1$ şarnirli dört-bölegiň OA sterženi ω_0 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Eger $AB = 2OA = 2a$ bolsa, suratda görkezilen ýagdaý üçin AB sterženiň burç tizligini we burç tizlenmesini, şeýle hem B şarniriň tizlenmesini kesgitlemeli (*7.80-nji surat*).



7.80-nji surat.

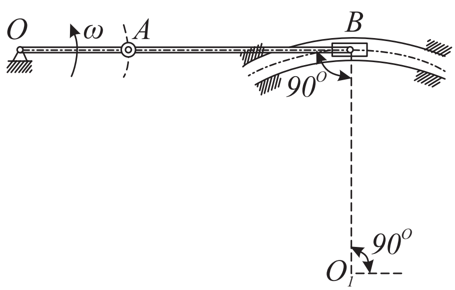
Jogaby: $\omega = 0$; $\varepsilon = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\omega_0^2$;

$$w_B = \frac{\sqrt{3}}{3} a\, \omega_0^2.$$

7.75-nji mesele. Metal gyrkyjy gaýçynyň L hereketlenýän pyçagy $AOBD$ şarnir-ryçagly mehanizm bilen herekete getirilýär. Mehanizmiň 7.48-nji meselä degişli suratda görkezilen ýagdaýynda AB ryçagyň burç tizligi 2 *rad/s*, burç tizlenmesi 4 *rad/s*^{2} we $OB = 5$ *sm*, $O_1D = 10$ *sm* bolsa, D şarniriň tizlenmesini we BD bölegiň burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_D = 32{,}4$ *sm/s*^{2}; $\varepsilon_{BD} = 2{,}56$ *rad/s*^{2}.

7.76-njy mesele. OAB kriwoşip-polzunly mehanizmiň B polzunyny ýaý 7.81-nji suratdaky ugrukdyryjyda hereketlenýär. Eger $OA = 10$ *sm*, $AB = 20$ *sm* bolsa, suratda görkezilen ýagdaý üçin B polzunyň galtaşma we normal tizlenmelerini kesgitlemeli. Kriwoşip şu pursatda $\omega = 1\,\dfrac{rad}{s}$ burç tizlik we $\varepsilon = 0$ burç tizlenme bilen aýlanýar.



7.81-nji surat.

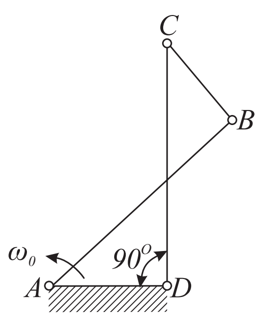
Jogaby: $w_{B\tau} = 15$ *sm/s*^{2}; $w_{Bn} = 0$.

7.77-nji mesele. Deslapky meselede garalan mehanizmiň suratda görkezilen ýagdaýy üçin *OA* kriwoşipiň burç tizlenmesi 2 rad/s^2 bolan ýagdaýynda *AB* şatunyň burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: 1 rad/s^2.

7.78-nji mesele. Ýiteldiji stanok, *O* okuň daşynda $\varphi = \frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{2}t$ *rad* kanun bilen yrgyldaýan *OA* = 24 *sm* pedal bilen herekete getirilýär (φ burç gorizontala görä hasaplanýar). *K* wallaýjy daş *AB* sterženiň kömegi bilen O_1 okuň daşynda aýlanýar. *O* we O_1 oklar suratyň tekizligine perpendikulýar *(7.35-nji meselä degişli surata seret).* O_1B = 12 *sm* diýip, *K* wallaýjy daşyň *B* nokadynyň *t* = 0 pursatdaky tizlenmesini kesgitlemeli. Şu pursatda *OA* we O_1B bölekler gorizontal ýagdaýda ýerleşen bolup, *OAB* = 60º.

Jogaby: w_B = 42,9 sm/s^2.



7.82-nji surat

7.79-njy mesele. Antiparallelogram hersiniň uzynlygy 40 sm-den bolan iki sany *AB* we *CD* kriwoşip we olara şarnirler bilen birikdirilen *BC* sterženden ybarat. *BC* sterženiň uzynlygy 20 *sm*. Gozganmaýan *A* we *D* oklaryň aralygy 20 *sm*. *AB* kriwoşip ω_0 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. *ADC* burç 90° bolan pursadynda *BC* sterženiň burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemeli (*7.82-nji surat*).

Jogaby: $\omega_{BC} = \frac{8}{3}$; haýallaýan aýlanma,

$$\varepsilon_{BC} = \frac{20}{9}\omega_0^2.$$

7.80-nji mesele. O_1 sapfalarda ýatan yranýan silindrli maşynda kriwoşipiň uzynlygy *OA* =12 *sm*, şatunyň uzynlygy *AB* = 60 *sm*; walyň oky bilen silindriň sapfalarynyň okunyň arasy OO_1 = 60 *sm*. 1) Kriwoşip bilen şatun bir-birine perpendikulýar bolanda we 2) kriwoşip *III* orny eýelän pursadynda *B* porşeniň tizlenmesini we onuň traýektoriýasynyň egrilik radiusyny kesgitlemeli; kriwoşipiň burç tizligi $\omega_0 = 5 rad/s = \text{const}$ *(7.49-njy meselä degişli surata seret).*

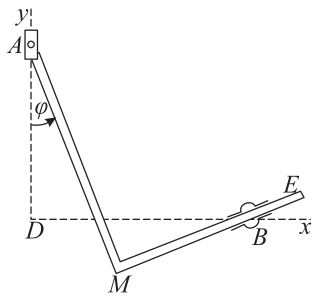
Jogaby: 1) $w = 6{,}12\ sm/s^2$; $\rho = 589\ sm$;

2) $w = 258{,}3\ \dfrac{sm}{s^2}$; $\rho = 0{,}39\ sm$.

7.81-nji mesele. Gaty AME göni burç şekilli mehanizmiň A nokady hemişe gozganmaýan Oy okda galýar, beýleki ME tarapy bolsa, aýlanýan B şarnir arkaly geçýär. Aralyk $MA = OB = a$. A nokadyň υ_A tizligi hemişelik. M nokadyň tizlenmesini φ burçuň funksiýasy görnüşinde kesgitlemeli.

Jogaby: $w_M = \dfrac{\upsilon_A^2 \sqrt{2}}{a}(1 + \sin\varphi)^{3/2}$.

Tizlenmäniň wektory burçuň içine tarap ugrukdyrylan we MA tarap bilen $\alpha = 45° - \varphi/2$ burç emele getirýär (*7.83-nji surat*).

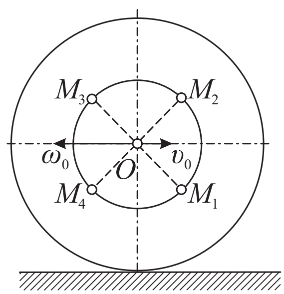


7.83-nji surat

7.82-nji mesele. Gönüçyzykly rels bilen typman tigirlenýän tigriň merkezi υ tizlik bilen deňölçegli hereket edýär. Tigriň radiusy r bolsa, onuň gurşawynda ýatan islendik nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: Tizlenme tigriň merkezine ugrukdyrylan we $\dfrac{\upsilon^2}{r}$-e deň.

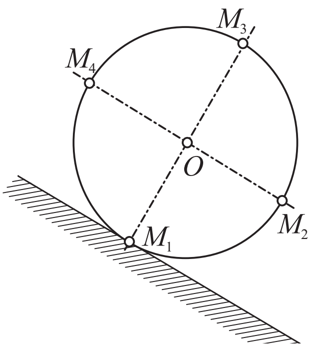
7.83-nji mesele. Tramwaý wagony ýoluň gönüçyzykly böleginde $\omega_D = 2\ m/s^2$ haýallama bilen hereket edýär, bu pursatda onuň tizligi $\upsilon_0 = 1 m/s$. Tigirler relslerde typman tigirlenýärler. Rotoryň wertikal bilen 45° burç emele getirýän iki sany diametriniň uçlarynyň tizlenmelerini kesgitlemeli. Tigriň radiusy $R = 0{,}5\ m$, rotoryň radiusy $r = 0{,}25\ m$ (*7.84-nji surat*).



7.84-nji surat

Jogaby: $w_1 = 2{,}449\ m/s^2$; $w_2 = 3{,}414\ m/s^2$;

$w_3 = 2{,}449\ m/s^2$; $w_4 = 0{,}586\ m/s^2$.



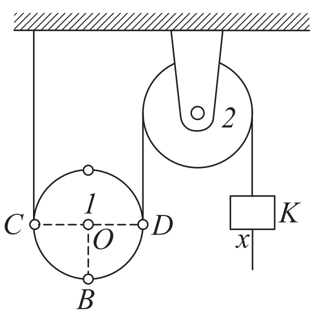
7.85-nji surat

7.84-nji mesele. Tigir wertikal tekizlikde ýapgyt gönüçyzykly ýolda typman tigirlenýär. Iki sany özara perpendikulýar diametrlerden biri relse parallel pursatda olaryň uçlarynyň tizlenmelerini kesgitlemeli. Şu pursatda tigriň merkeziniň tizligi $\upsilon_0 = 1\ m/s$, tizlenmesi $\omega_0 = 3\ m/s^2$; tigriň radiusy $R = 0{,}5\ m$ (*7.85-nji surat*).

Jogaby: $w_1 = 2\ m/s^2$; $w_2 = 3{,}16\ m/s^2$; $w_3 = 6{,}32\ m/s^2$; $w_4 = 5{,}83\ m/s^2$.

7.85-nji mesele. Radiusy $R = 0{,}5\ m$ bolan tigir gönüçyzykly relsde typman tigirlenýär. Şu pursatda tigriň O merkeziniň tizligi $\upsilon_0 = 1 m/s$ we haýallamasy $\omega_0 = 0{,}5\ m/s^2$. 1) Tizlenmeleriň pursat merkezini, 2) tigriň tizlikleriniň pursat merkezi bolan C nokat bilen gabat gelýän nokadyň tizlenmesini, 3) M nokadyň tizlenmesini we 4) M nokadyň traýektoriýasynyň egrilik radiusyny kesgitlemeli; $OM = MC = 0{,}5R$.

Jogaby: 1) $r = 0{,}3536\ m$; $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$; 2) $w_C = 0{,}5\ m/s^2$; 3) $w_M = 0{,}3536\ m/s^2$; 4) $\rho = 0{,}25\ m$.



7.86-njy surat

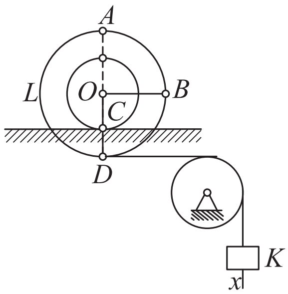
7.86-njy mesele. 1 gozganýan we 2 gozganmaýan bloklar süýnmeýän ýüp bilen birleşdirilen. Ýüpüň ujuna daňlan K ýük $x = 2t^2\ m$ kanun bilen wertikal ugur boýunça aşak düşýär. $t = 1\ s$ pursatda 7.86--njy suratda şekillendirilen ýagdaý üçin gozganýan bloguň gurşawynda ýatan C, B we D nokatlaryň tizlenmelerini kesgitlemeli. $OB \perp CD$ we 1 bloguň radiusy $0{,}2\ m$.

Jogaby: $w_C = 5\ m/s^2$; $w_B = 7{,}29\ m/s^2$; $w_D = 6{,}4\ m/s^2$.

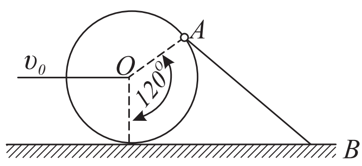
7.87-nji mesele. Süýnmeýän ýüp bilen L tegege berkidilen K ýük $x = t^2\ m$ kanun bilen wertikal boýunça aşak düşýär. L tegek gozganmaýan gorizontal demir ýol boýunça typman tigirlenlenýär. $t = 0{,}5\ s$

pursatda 7.87-nji suratda teswirlenen ýagdaý üçin tegegiň gurşawyndaky *A, B* we *D* nokatlaryň tizlenmelerini, tegegiň burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemeli. $AD \perp OB$ we $OD = 2\ OC = 0{,}2\ m$,

Jogaby: $w_A = 20{,}9\ m/s^2$; $w_B = 22{,}4\ m/s^2$; $w_D = 20{,}1\ m/s^2$;
$\omega = 10\dfrac{rad}{s}$; $\varepsilon = 20\ rad/s^2$.



7.87-nji surat

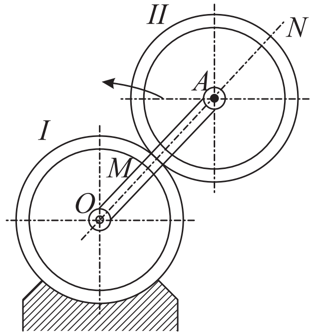


7.88-nji surat

7.88-nji mesele. *R* radiusly tigir tekizlik bilen typman tigirlenýär. Tigriň *O* merkezi υ_0 hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. *A* nokatda uzynlygy $l = 3\ R$ bolan *AB* sterženi şarnir arkaly tigre birikdirilen. Sterženiň ikinji *B* ujy tekizlik boýunça typýar. 7.88-nji suratda görkezilen ýagdaý üçin *AB* sterženiň burç tizligini we burç tizlenmesini, şeýle hem *B* nokadyň çyzyk tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega_{AB} = \dfrac{\upsilon_0}{3R}$, $\varepsilon_{AB} = \dfrac{2\sqrt{3}}{27}\dfrac{\upsilon_0^2}{R^2}$, $\upsilon_B = 2\upsilon_0$, $w_B = \dfrac{5\sqrt{3}}{9}\dfrac{\upsilon_0^2}{R}$.

7.89-njy mesele. Radiusy $R = 12\ sm$ bolan dişli tigir şeýle radiusly gozganmaýan dişli tigriň *O* okunyň daşynda aýlanýan *OA* kriwoşip bilen herekete getirilýär. Kriwoşip şu pursatda $\omega = \dfrac{2rad}{s}$ burç tizligine eýe bolup, $\varepsilon = 8\ rad/s^2$ burç tizlenme bilen aýlanýar. Şu pursatda: 1) gozganýan tigriň tizlikleriniň pursat merkezine gabat gelýän *M* nokadyň tiz-



7.89-njy surat

lenmesini, 2) oňa gapma-garşy bolan N nokadyň tizlenmesini, şeýle hem, 3) tizlenmeleriň K pursat merkezini kesgitlemeli (*7.89-njy surat*).

Jogaby: 1) $w_M = 96$ *sm/s*^{2}; 2) $w_N = 480$ *sm/s*^{2}; 3) $MK = 4{,}24$ *sm*; $\angle AMK = 45°$.

7.90-njy mesele. Radiusy $r_2 = 15$ *sm* bolan gozganmaýan şesterýonkanyň daşynda tigirlenýän $r_1 = 5$ *sm* radiusly iki diametriň uçlary bolan *B, C, D, E* nokatlaryň tizlenmelerini kesgitlemeli. Gozganýan şesterýonka gozganmaýan şesterýonkanyň O merkeziniň daşynda hemişelik $\omega_0 = 3$ *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýan OA kriwoşipiň kömegi bilen herekete getirilýär. Diametrlerden biri OA çyzyk bilen gabat gelýär, ikinjisi oňa perpendikulýar *(7.58-nji meselä degişli surata seret).*

Jogaby: $w_B = 540$ *sm/s*^{2}; $w_C = w_E = 742$ *sm/s*^{2}; $w_D = 900$ *sm/s*^{2}.

7.91-nji mesele. Burç tizligi $\omega = 0$ bolan pursatda tekizparallel hereket edýän kesimiň uçlarynyň tizlenmeleriniň şu kesime proýeksiýalarynyň özara deň bolýandygyny görkezmeli.

7.92-nji mesele. Burç tizlenmesi $\varepsilon = 0$ bolan pursatda tekizparallel hereket edýän kesimiň uçlarynyň tizlenmeleriniň şu kesime perpendikulýar ugra proýeksiýalarynyň özara deň bolýandygyny görkezmeli.

7.93-nji mesele. Tekizparallel hereket edýän 10 *sm* uzynlykdaky AB sterženiň uçlarynyň tizlenmeleri sterženiň ugry boýunça bir-birine tarap ugrukdyrylyp, $w_A = 10$ *sm/s*^{2}, $w_B = 20$ *sm/s*^{2}. Sterženiň burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = \sqrt{3}$ *rad/s*, $\varepsilon = 0$.

7.94-nji mesele. Tekizparallel hereket edýän 12 *sm* uzynlykdaky birjynsly AB sterženiň uçlarynyň tizlenmeleri AB perpendikulýar we bir ugra ugrukdyrylyp, $w_A = 24$ *sm/s*^{2}, $w_B = 12$ *sm/s*^{2}. Sterženiň burç tizligini we burç tizlenmesini, şeýle hem onuň C agyrlyk merkeziniň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = 0$, $\varepsilon = 1$ *rad/s*^{2}, C nokadyň tizlenmesi AB perpendikulýar, A we B nokatlaryň tizlenmeleri ýaly ugrukdyrylan, mukdary 18 *sm/s*^{2} .

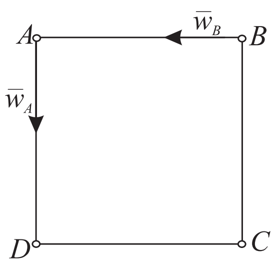
7.95-nji mesele. Uzynlygy 0,2 *m* bolan *AB* steržen tekizparallel hereket edýär. *A* we *B* uçlarynyň tizlenmeleri *AB* perpendikulýar, gapma-garşy ugra ugrukdyrylyp, mukdary 2 m/s^2. Sterženiň burç tizligini, burç tizlenmesini we *C* orta nokadynyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = 0$, $\varepsilon = 20\ rad/s^2$, $w_C = 0$.

7.96-njy mesele. Tekizparallel hereket edýän *ABC* üçburçlugyň *A* we *B* depeleriniň tizlenmeleri wektorlaýyn deň: $\bar{w}_B = \bar{w}_A = \bar{a}$. Üçburçlugyň burç tizligini, burç tizlenmesini we *C* depesiniň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega = 0$; $\varepsilon = 0$; $\bar{w}_C = \bar{a}$.

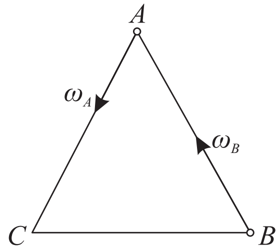
7.97-nji mesele. Taraplary $a = 10$ *sm* bolan *ABCD* kwadrat 7.90-njy suratyň tekizliginde tekizparallel hereket edýär. Eger berlen pursatda kwadratyň iki sany *A* we *B* depeleriniň tizlenmeleri mukdar taýdan birmeňzeş we 10 sm/s^2 bolsa, tizlenmeleriň pursat merkeziniň ornuny hem-de *C* we depeleriniň tizlenmelerini kesgitlemeli. Suratda görkezilişi ýaly, *A* we *B* nokatlaryň tizlenmeleriniň ugurlary kwadratyň taraplaryna gabat gelýär.



7.90-njy surat

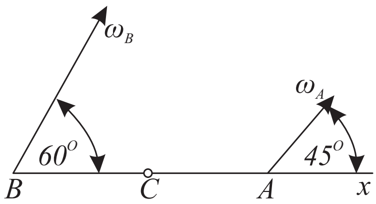
Jogaby: $w_C = w_D = 10\ sm/s^2$ we kwadratyň taraplary boýunça ugrukdyrylan. Tizlenmeleriň pursat merkezi kwadratyň diagonallarynyň kesişme nokadynda ýerleşýär.

7.98-nji mesele. Deňtaraply *ABC* üçburçluk 7.91-nji suratyň tekizliginde hereket edýär. Üçburçlugyň *A* we *B* depeleriniň tizlenmeleri berlen pursatda 16 sm/s^2 bolup, üçburçlugyň taraplary boýunça ugrukdyrylan. Üçburçlugyň üçünji *C* depesiniň tizlenmesini kesgitlemeli.



7.91-nji surat

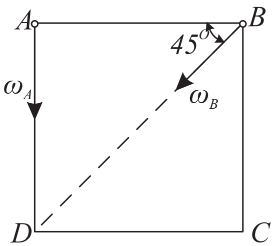
Jogaby: $w_C = 16\ sm/s^2$ we *C*-den *B* tarapa ugrukdyrylan.



7.92-nji surat

7.99-njy mesele. Uzynlygy 0,2 *m* bolan *AB* sterženi 7.92-nji suratyň tekizliginde hereket edýär. Sterženi arkaly ugrukdyrylan *x* ok bilen *A* nokadyň w_A tizlenmesi 45°, *B* nokadyň w_A tizlenmesi bolsa 60° burç emele getirýär we $w_A = 2\ sm/s^2$, $w_B = 4{,}42\ sm/s^2$. Sterženiň burç tizligini, burç tizlenmesini we *C* orta nokadynyň tizlenmesini kesgitlemeli.

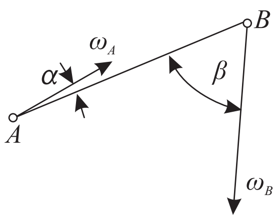
Jogaby: $\omega = 2\ rad/s$, $\varepsilon = 12{,}05\ rad/s^2$, $w_C = 3{,}18\ m/s^2$.



7.93-nji surat

7.100-nji mesele. Taraplary $a = 2\ sm$ bolan *ABCD* kwadrat tekiz parallel hereket edýär. Kwadratyň *A* we *B* depeleriniň şu pursatdaky tizlenmeleri: $w_A = 2\ sm/s^2$, $w_B = 4\sqrt{2}\ sm/s^2$ we 7.93-nji suratda görkezilişi ýaly ugrukdyrylan. Kwadratyň pursatdaky burç tizligini we burç tizlenmesini, şeýle hem *C* nokadyň tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w = \sqrt{2}\,\dfrac{rad}{s}$; $\varepsilon = 1\ rad/s^2$; w_C ($w_C = 6\ sm/s^2$), tizlenmäniň wektory *C*-den *D* tarapa ýönelen.



7.94-nji surat

7.101-nji mesele. *AB* sterženiň uçlarynyň tizlenmeleri $w_A = 10\ sm/s^2$, $w_B = 20\ sm/s^2$ bolup, olaryň *AB* göni çyzyk bilen emele gelýän burçlary $\alpha = 10^{\circ}$ we $\beta = 70^{\circ}$. *AB* sterženiň ortasynyň tizlenmesini kesgitlemeli (*7.94-nji surat*).

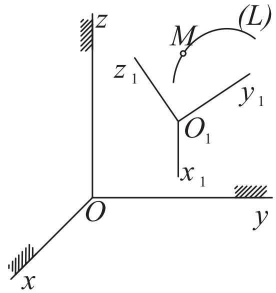
Jogap: $w = \dfrac{1}{2}\sqrt{w_A^1 + w_B^1 - 2w_A w_B \cos(\beta - \alpha)} = 8{,}65\ sm/s^2$.

8. NOKADYŇ DÜZME HEREKETI

8.1. Nokadyň düzme hereketi. Esasy maglumatlar

M nokat $O_1x_1y_1z_1$ koordinatalar sistemasyna görä hereket edýär. Bu nokadyň (*L*) traýektoriýasy koordinatalar sistemasy bilen berk baglanyşykda hasap edilýär.

$O_1x_1y_1z_1$ koordinatalar sistemasy *M* nokat bilen bilelikde gozganmaýan *Oxyz* koordinatalar sistemasyna görä hereket edýär. *M* nokadyň şeýle hereketine düzme hereket diýilýär (*8.1-nji surat*).



8.1-nji surat

M nokadyň $O_1x_1y_1z_1$ gozganýan sistemadaky hereketine görä hereket, onuň bu hereketdäki (*L*) traýektoriýasyna görä traýektoriýa diýilýär.

Garalýan pursatda $O_1x_1y_1z_1$ sistemanyň *M* nokat bilen gabat gelýän nokadynyň gozganmaýan *Oxyz* sistema görä hereketine *M* nokadyň göçürme hereketi diýilýär.

M nokadyň gozganmaýan *Oxyz* sistema görä hereketine düzme ýa-da absolýut hereketi diýilýär.

Nokadyň hereketiniň esasy häsiýetnamasy bolup, tizlik bilen tizlenme hyzmat edeni üçin aşakdakylary tapawutlandyrmaly:

$\bar{\upsilon}_{gr}$, $\bar{a}_{gr}$ – görä tizlik we tizlenme,

$\bar{\upsilon}_{gç}$, $\bar{a}_{gç}$ – göçürme tizlik we tizlenme,

$\bar{\upsilon}_a = \bar{\upsilon}$, $\bar{a}_a = \bar{a}$ – absolýut tizlik we tizlenme.

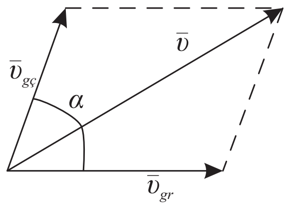
Tizlikleri goşmak teoremasy aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\bar{\upsilon}_a = \bar{\upsilon}_{gç} + \bar{\upsilon}_{gr}, \tag{8.1}$$

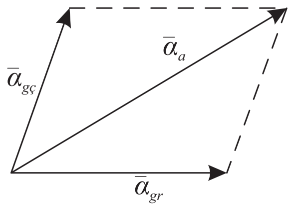
ýagny nokadyň absolýut tizligi göçürme we görä tizlikleriň geometrik jemine deň (*8.2-nji surat*). $\bar{\upsilon}_{gç}$, $\bar{\upsilon}_{gr}$, α ululyklaryň arasyndaky baglanyşyk aşakdaky formula bilen berilýär:

$$\upsilon_a = \sqrt{\upsilon_{gç}^2 + \upsilon_{gr}^2 + 2\,\upsilon_{gç}\,\upsilon_{gr}\cos\alpha}\,. \tag{8.2}$$

Düzme hereket edýän nokadyň absolýut tizlenmesi gözlenende iki sany hal üçin:



8.2-nji surat



8.3-nji surat

1. Göçürme hereket – öňe hereket bolanda;

2. Göçürme hereket – aýlanma hereket bolanda tapawutlandyrmaly.

Birinji ýagdaýda absolýut tizlenme göçürme we görä tizlenmeleriň geometrik jemine deň bolýar (*8.3-nji surat*):

$$\bar{a}_a = \bar{a}_{gç} + \bar{a}_{gr}. \tag{8.3}$$

Eger göçürme hereket we görä hereketiň özleri aýlanma hereket edýän bolsalar, onda $\bar{a}_{gç}, \bar{a}_{gr}$ tizlenmeleri degişlilikde galtaşma we normal tizlenmelere dagytmaly, ýagny

$$\bar{a}_a = \bar{a}^{\tau}_{gç} + \bar{a}^{n}_{gç} + \bar{a}^{\tau}_{gr} + \bar{a}^{n}_{gr}. \tag{8.4}$$

Ikinji ýagdaýda absolýut tizlenme: $\bar{a}_{gç}$ – göçürme tizlenmäniň, $\bar{a}_{gr}$ – görä tizlenmäniň, $\bar{a}_k$ – koriolisiň tizlenmesiniň geometrik jemine deň:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_{gç} + \bar{a}_{gr} + \bar{a}_k \tag{8.5}$$

ýa-da

$$\bar{a}_a = \bar{a}^{\tau}_{gç} + \bar{a}^{n}_{gç} + \bar{a}^{\tau}_{gr} + \bar{a}^{n}_{gr} + \bar{a}_k. \tag{8.6}$$

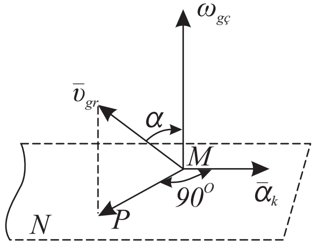
$\bar{a}_k$ tizlenmä öwrülme tizlenme hem diýilýär. Koriolisiň tizlenmesi aşakdaka deň:

$$\bar{a}_k = 2\,\bar{\omega}_{gç} \times \bar{\upsilon}_{gr}, \tag{8.7}$$

ýagny $\bar{\omega}_{gç}$ göçürme burç tizligi bilen $\bar{\upsilon}_{gr}$ görä tizligiň wektorlaýyn köpeldilmeginiň ikeldilenine deň. $\bar{a}_k$ moduly (ululygy) boýunça aşakdaky ýaly hasaplanýar:

$$a_k = 2\omega_{gç}\upsilon_{gr} \sin(\bar{\omega}_{gç}, \bar{\upsilon}_{gr}). \tag{8.8}$$

Koriolisiň tizlenmesiniň wektorynyň ugry (8.7) formuladan tapylýar. Bu wektoryň ugruny aşakdaky usul bilen anyklamak mümkin. Munuň üçin M nokatdan göçürme hereketiň $\bar{\omega}_{gç}$ pursat burç tizligine perpendikulaýar N tekizlik geçirilýär we bu tekizlige $\bar{\upsilon}_{gr}$ görä tizligi proýektirlenýär (8.4-nji suratda bu proýeksiýa MP diýip belgilenen). MP proýeksiýany N tekizlikde jisimiň aýlanýan ugruna 90° burça öwrüp, $\bar{a}_k$ tizlenmäniň ugry kesgitlenilýär.



8.4 -nji surat

$\bar{a}_k$ tizlenme aşakdaky üç ýagdaýda nola öwrülýär:

1. Eger göçürme hereket öňe bolsa, ýagny $\omega_{gç} = 0$ bolsa;
2. Eger $\upsilon_{gr} = 0$ bolsa, ýagny görä hereket togtadylan bolsa;
3. Eger $(\bar{\omega}_{gç}, \bar{\upsilon}_{gr})$ burç 0° ýa-da 180° bolsa.

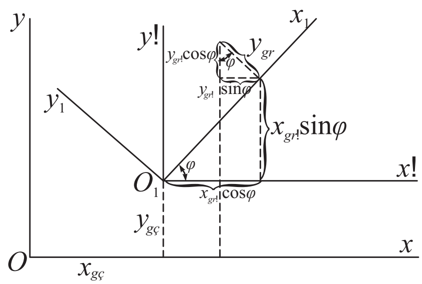
8.2. Mesele çözmäge degişli usuly görkezmeler. Nokadyň hereket deňlemelerini we traýektoriýasyny tapmak. Mysaly meseleler

Mesele çözülende nokadyň haýsy hereketiniň absolýut, görä ýa-da göçürme hereketdigini anyklamaly. Gozganmaýan, gozganýan koordinatalar sistemalaryny almaly. Soňra meseläniň şertine seredip, aralyklar, tizlikler we tizlenmeler arasyndaky baglanyşyklardan peýdalanylýar.

Nokadyň hereket deňlemelerini we traýektoriýasyny tapmak

Meseläniň şertine baglylykda, nokadyň görä we göçürme hereketleri mälim bolsa, absolýut hereketiniň deňlemesi bilen traýektoriýasyny tapmak bolýar. Eger absolýut we göçürme hereketler mälim bolsa, onda görä hereketiň deňlemesini we traýektoriýasyny tapmak bolýar. Göçüriji gurşaw tekizparallel hereket edende *(7-nji bölüme seret)* koordinatalar arasyndaky baglanyşyk şeýle ýazylýar (*8.5-nji surat*):

$$x = x_{gç} + x_{gr} \cos\varphi - y_{gr} \sin\varphi,$$
$$y = y_{gç} + x_{gr} \sin\varphi - y_{gr} \cos\varphi, \quad (8.9)$$



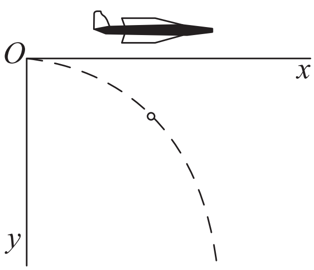
8.5-nji surat

bu ýerde φ – Ox we O_1x_1 oklaryň položitel ugurlarynyň arasyndaky burç; Oxy – absolýut koordinatalar sistemasy, $O_1x'y'$ göçürme koordinatalar sistemasy, $O_1x_1y_1$ görä koordinatalar sistemasy.

$\varphi = 0$ bolan ýagdaýda (göçürme hereket öňe bolanda) formula aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$x_a = x = x_{gç} + x_{gr}, \quad y_a = y = y_{gç} + y_{gr}. \tag{8.10}$$

Nokadyň hereket deňlemelerini we traýektoriýasyny tapmaga degişli mysaly meseleler



8.6-njy surat

8.1-nji mesele. Tizligi $\bar{\upsilon}_0$ bolan uçar h beýiklikde gorizontal ugur boýunça göni çyzyk bilen deňölçegli herekt edýär. Uçardan oklanan ýüküň absolýut traýektoriýasyny tapmaly.

Koordinatalar başlangyjyny ýüküň oklanan nokadynda alyp, x okuny gorizontal ugur boýunça uçaryň barýan ugruna, y okuny dik aşaklygyna ugrukdyrmaly *(8.6-njy surat)*.

Çözülişi. Oxy sistema ýer bilen bagly hasap edilýär. Bu sistema görä ýüküň ýere görä hereketi absolýut hereketdir. Bu hereketi ikä dargadýarys: uçaryň hereketi bilen gorizontal ugur boýunça (göçürme hereket) we dik aşaklygyna gaçmak (görä hereket).

Nokadyň göçürme hereketiniň koordinatalary:

$$x_{gç} = \upsilon_0 t, \quad y_{gç} = 0.$$

Nokadyň görä hereketiniň koordinatalary:

$$x_{gr} = 0, \quad y_{gr} = h = \frac{gt^2}{2}.$$

Nokadyň absolýut hereketiniň koordinatalaryny (8.10) formulalar esasynda ýazmak bolýar:

$$x_{gç} = \upsilon_0 t, \tag{1}$$

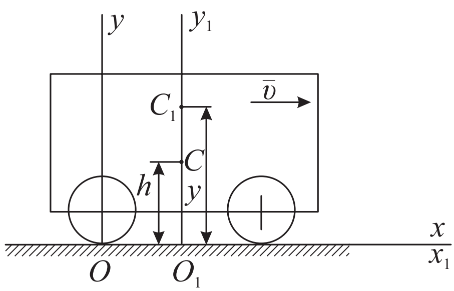
$$h = \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Gözlenýän absolýut traýektoriýany şu deňliklerden t-ni ýok edip (çykaryp) tapmak bolýar:

$$t = x : \upsilon_0, \quad y = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2\upsilon_0^2} x^2,$$

bu parabolanyň deňlemesidir.

8.2-nji mesele. Tramwaý göni ýoluň böleginde $\upsilon = 18$ *km/sag* üýtgemeýän tizlik bilen hereket edýär. Tramwaýyň nowasy (kuzowy) ressorlarda amplitudasy $a = 0{,}8$ *sm* we periody $T = 0{,}5$ *s* bolan garmoniki yrgyldyly hereket edýär. Kuzowyň agyrlyk merkezinden ýol düşegine (polotnosyna) çenli ortaça aralyk $h = 1{,}5$ *m*. Agyrlyk merkeziniň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmaly. $t = 0$ bolanda agyrlyk merkezi orta ýagdaýynda durýar we yrgyldynyň tizligi ýokarlygyna ugrukdyrylan. Ox oky ýol bilen hereketiň ugruna tarap, Oy oky $t = 0$ bolanda agyrlyk merkeziniň üstünden geçer ýaly edip, wertikal boýunça ýokarlygyna gönükdirmeli *(8.7-nji surat)*.



8.7-nji surat

Çözülişi. 8.7-nji suratda Oxy – gozganmaýan (absolýut) koordinatalar sistemasy. $O_1x_1y_1$ – gozganýan (göçürme) koordinatalar sistemasy bolup, öňe hereket edýär. $t = 0$ bolanda bu sistemalar gabat gelýärler we C agyrlyk merkezi Oy okuň üstünde ýatýar. C_1 bilen agyrlyk merkeziň islendik t wagta degişli ornuny görkezdik.

C_1 nokadyň gozganýan sistema görä koordinatalary göräleýin koordinatalar bolup, aşakdaky ýaly hasaplanýar:

$$x_{gr} = 0, \quad y_{gr} = h + a \sin \omega t.$$

Amplituda a = 0,008 m we ýygylygy $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{0,5} = 4\pi\ s^{-1}$ bolany üçin

$$y = 1,5 + 0,008 \sin(4\pi t).$$

O_1 nokadyň gozganmaýan Oxy sistema görä koordinatalary C_1 nokadyň göçürme koordinatalary bolýar:

$$x_{gç} = \upsilon t, \quad y_{gç} = 0.$$

(8.10) formulanyň esasynda C_1 nokadyň absolýut koordinatalaryny ýazmak bolýar:

$$x_a = x = x_{gç} + x_{gr},$$

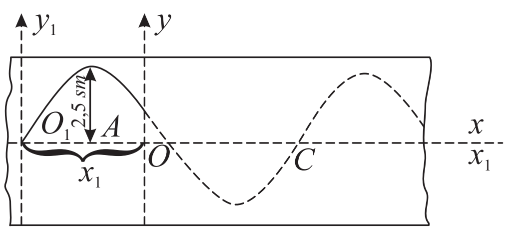
$$y_a = y = y_{gç} + y_{gr},$$

$$x_a = 5t, \quad y_a = 1,5 + 0,008 \sin(4\pi t).$$

Hereket traýektoriýasynyň deňlemesini tapmak üçin ahyrky deňlemelerden t wagty çykarýarys:

$$y_a = 1,5 + 0,008 \sin(4\pi t).$$

8.3-nji mesele. Yrgyldyly hereketleri ýazmak üçin ulanylýan esbabyň lentasy okuň ugry bilen 2 m/s tizlik bilen hereket edýär. O_y okuň ugry boýunça yrgyldaýan jisim lentada sinusoida çyzýar. Sinusoidanyň iň uly ordinatasy AB = 2,5 sm we O_1C = 8 sm. t = 0 pursatda jisimiň başlangyç orny O_1 nokat bilen gabat gelýän bolsa, jisimiň yrgyldyly hereketini kesgitlemeli *(8.8-nji surat)*.



8.8-nji surat

Çözülişi. Oxy koordinatalar sistemasy gozganmaýan sistema – absolýut koordinatalar sistemasy. $O_1x_1y_1$ – koordinatalar sistemasy lenta bilen berkidilen, lentanyň hereketi-göçürme hereket. Lentada çyzylan egri traýektoriýa (sinusoida) nokadyň görä traýektoriýasydyr.

Nokadyň y okunyň boýy bilen yrgyldysy nokadyň absolýut hereketi bolýar.

Ilki bilen nokadyň görä hereketiniň, ýagny $O_1x_1y_1$ koordinatalar sistemasyna görä hereketiniň deňlemelerini düzeliň. Sinusoidanyň umumy görnüşdäki deňlemesi şeýle ýazylýar:

$$y_1 = a \sin (kx_1 + \alpha). \tag{1}$$

a, k, α – üýtgemeýän ululyklary meseläniň şertinden tapalyň. Sinusoidanyň iň uly bahasy 2,5 *sm* bolany üçin, a = 2,5 *sm*. Şert boýunça $t = 0$ pursatda $x_1 = 0$, $y_1 = 0$ (başlangyç pursatda hereket edýän nokat O_1 nokat bilen gabat gelýär). Şonuň üçin $y_1 = a \sin (0 + \alpha)$ ýa-da $\alpha = 0$ (1) deňlik aşakdaky görnüşe gelýär:

$$y_1 = a \sin (kx_1). \tag{2}$$

Indi yrgyldylaryň k ýygylygyny tapalyň. x_1 – göräleýin koordinatanyň l ululyga üýtgemegi sinusyň doly periody döwründe bolup geçýär, ýagny $k_e = 2\pi$ ýa-da $\frac{2\pi}{l}$.

(2) deňlemäni – nokadyň otnositel hereketiniň deňlemelerini ýazalyň:

$$x_{gr} = x_1 = -\upsilon_{gç}t, \quad y_{gr} = y_1 = a \sin (\frac{2\pi}{l} \upsilon_{gç}t). \tag{3}$$

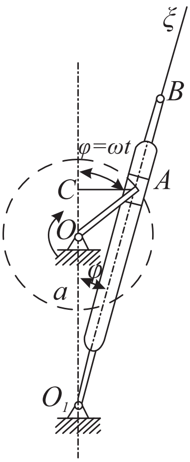
Çekiniň göçürme hereketi öňe hereket bolany üçin we göräleýin x_1 okuň absolýut x ok bilen gabat geleni üçin $y_1 = y$. Başgaça aýdylanda nokadyň görä ordinatasy bilen absolýut ordinatasy deňdir:

$$y = y_1 = a \sin(\frac{2\pi}{l} \upsilon_{gç}t).$$

Şertdäki san bahalary goýýarys:

$$y = 2{,}5 \sin \left(2\pi\frac{200}{8}t\right), \quad y = 2{,}5 \sin (50\pi t) \text{ sm}.$$

8.4-nji mesele. Ýonujy (rendeleýji) stanogyň tizleşdiriji mehanizmi iki sany parallel O, O_1 wallardan, OA kriwoşip we O_1B kulisadan ybarat. OA kriwoşipiň ujy O_1B kulisanyň diligi (kesigi) bilen süýşýän polzun (süýşüji) bilen şarnir arkaly birikdirilen. Uzynlygy r bolan OA kriwoşip hemişelik ω burç tizligi bilen aýlanýar. Polzunyň kulisanyň boýy bilen edýän görä hereketiniň deňlemesini we



8.9-njy surat

kulisanyň aýlanma hereketiniň deňlemesini tapmaly. Wallaryň arasyndaky uzaklyk $OO_1 = a$ *(8.9-njy surat).*

Çözülişi. A polzun kulisanyň diligi bilen gönüçyzykly öňe bolan hereket edýär. Bu görä hereketdir. A nokat kulisa bilen birlikde gozganmaýan O_1 merkeziň daşynda aýlanýar.

Bu hereket A nokadyň göçürme hereketidir. Şeýlelikde, $O_1A = \xi$ koordinata A nokadyň görä hereketini, $\varphi = \angle OO_1A$ koordinata nokadyň göçürme hereketini aňladýar. ΔOO_1A üçburçlukdan kosinuslar teoremasynyň esasynda

$$\xi^2 = (O_1A)^2 = OO_1^2 + OA^2 -$$
$$- 2 \cdot OO^1 \cdot OA \cdot \cos(180^\circ - \varphi_1)$$
$$\text{ýa-da } \xi^2 = \sqrt{a^2 + r^2 + 2ar\cos\omega t}\,.$$

Bu deňlemä görä hereketiň deňlemesidir. Indi φ burçuň t wagta baglylykda üýtgeýşini ýagny $\varphi = \varphi\,(t)$ funksiýany tapalyň. O_1CA gönüburçly uçburçlukdan ($\angle C = 90^\circ$) $\mathrm{tg}\varphi = \dfrac{AC}{CO_1} = \dfrac{r\sin\omega t}{a + r\cos\omega t}$ gelip çykýar. Kulisanyň aýlanma hereketi şeýle ýazylýar:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{r\sin\omega t}{a + r\cos\omega t}.$$

8.5-nji mesele. Nokadyň gönüçyzykly hereketi iki sany $x_1 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, $x_2 = 3\cos\,(\pi t + \pi)$ garmoniki yrgyldynyň jeminden ybarat. Nokadyň gönüçyzykly hereketiniň deňlemesini kesgitlemeli.

Çözülişi. Matematikadan belli getirme formulalaryndan we meseläniň şertinden peýdalanyp, käbir özgertmelerden soň nokadyň gönüçyzykly hereketiniň deňlemesini taparys:

$$x = x_1 + x_2 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 3\cos\,(\pi t + \pi) =$$
$$= -2\sin \pi t - 3\cos \pi t = 3\sin \pi t - 2\sin \pi t.$$

Sebäbi cos jübüt funksiýadyr. Ahyrky aňlatmany $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ ululyga köpeldip we bölüp, köpeltmek hasylyna özgerdeliň:

$$x = \sqrt{13}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\cos \pi t - \frac{2}{\sqrt{13}}\sin \pi t\right).$$

Bu ýerde tg$\alpha = \frac{2}{3}$ (ýa-da cos$\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$, sin$\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$) diýip bel-giläp, soňky aňlatmany göçüreliň:

$$x = \sqrt{13}\ \cos(\pi t + \alpha),\ \text{tg}\ \alpha = \frac{2}{3}.$$

Bu deňleme nokadyň gönüçyzykly hereketiniň deňlemesidir.

8.3. Nokadyň tizliklerini goşmak. Mysaly meseleler

Bu topara degişli meseleleri aşakdaky görnüşlere bölmek bolýar:

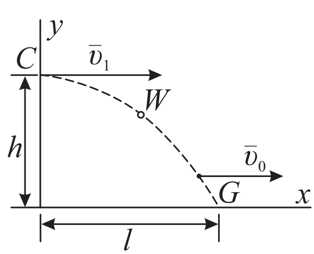
1. Nokadyň göçürme we görä tizligi mälim bolanda absolýut tizligini tapmaly.

2. Nokadyň absolýut tizligi, göçürme we görä tizlikleriniň ugry belli bolanda, göçürme we görä tizlikleriniň ululygyny (modulyny) tapmaly.

3. $\bar{\upsilon}_a$ we $\bar{\upsilon}_{gç}$ wektorlar (ýa-da $\bar{\upsilon}_a$ we $\bar{\upsilon}_{gr}$ wektorlar) belli bolanda $\bar{\upsilon}_{gr}$ wektoryň (ýa-da $\bar{\upsilon}_{gç}$ wektoryň) ugruny hem-de ululygyny (modulyny) tapmaly.

4. $\bar{\upsilon}_{gç}$ wektor (ýa-da $\bar{\upsilon}_{gr}$ wektor) ululygy we ugry boýunça berlen we $\bar{\upsilon}_a \bar{\upsilon}_{gr}$ (ýa-da $\bar{\upsilon}_a$, $\bar{\upsilon}_{gç}$) wektorlaryň ugurlary belli bolanda şu tizlikleriň ululygyny (modulyny) tapmaly.

8.6-njy mesele. Gämi υ_0 tizlik bilen göni çyzyk boýunça hereket edýär. Şol ugur boýunça deňizden h beýiklikde υ_1 tizlik bilen uçar uçup barýar. Uçardan zyňlan wympel gäminiň üstüne düşmegi üçin haýsy l aralykdan taşlamaly. l uzaklygy gorizontal ugur bilen hasaplap, howanyň garşylygyny nazara almaly däl *(8.10-njy surat)*.



8.10-njy surat

Çözülişi. Suratda *G, C, W* nokatlar, degişlilikde gämini, uçary we wympeli aňladýarlar. Islendik t wagt üçin gäminiň we wympeliň koordinatalaryny ýazalyň:

$$x_{gr} = l + \upsilon_0 t, \quad y_{gr} = 0.$$

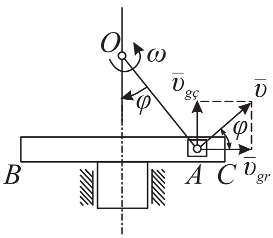
Wympel düzme hereket edýär: uçaryň υ_1 tizligi bilen hereket – göçürme hereket: aşaklygyna erkin gaçmak – görä hereket. Görä tizlik belli: $\upsilon_{gr} = \sqrt{2gh}$.

Wympeliň koordinatalary $x_B = \upsilon_1 t$, $y_B = h - \upsilon_{gr} t = h - t\sqrt{2gh}$. Wympeliň gäminiň üstüne düşmegi matematiki dilde olaryň koordinatalary gabat gelmeli diýmekdir: $x_B = x_{gr}$, $y_B = y_{gr}$. Ýagny $\upsilon_1 t = l + \upsilon_0 t$, $h - t\sqrt{2gh} = 0$. Sistemany çözýäris:

$$t = \frac{h}{\sqrt{2gh}}, \; l = (\upsilon_1 - \upsilon_0)t = (\upsilon_1 - \upsilon_0)\sqrt{\frac{h}{2g}}.$$

Hereket garşylykly bolanda ahyrky formula şeýle ýazylýar:

$$l = (\upsilon_1 + \upsilon_0)\sqrt{\frac{h}{2g}}.$$



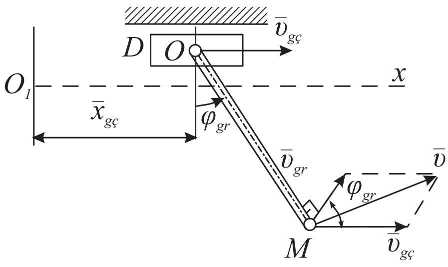
8.11-nji surat

8.7-nji mesele. Kriwoşipli kulisaly mehanizm öňe hereket edýän *BC* kulisadan we l uzynlykly ω = const burç tizligi bilen aýlanýan *OA* kriwoşipden ybarat, *A* süýşüjiniň kömegi bilen *BC* kulisa herekete gelýär. Kulisanyň we *A* süýşüjiniň tizliklerini tapmaly *(8.11-nji surat).*

Çözülişi. *A* süýşüji kriwoşipe berkidileni üçin onuň absolýut hereketi merkezi *O* nokatda bolan l radiusly töwerek boýunça geçýär. *A* nokadyň $\bar{\upsilon}_a$ absolýut tizligi *OA* kriwoşipe perpendikulýar bolup, ululygy boýunça şeýle tapylýar: $\upsilon_a = l\omega$.

A nokadyň hereketini ikä dargatmak bolýar: $\bar{\upsilon}_{gr}$ – tizlik bilen kulisanyň içindäki hereket (görä hereket); $\bar{\upsilon}_{gç}$ – tizlikli kulisa bilen bilelikdäki hereket (göçürme hereket). Tizlikleriň parallelogramyny gurup, $\bar{\upsilon}_{gç}$, $\bar{\upsilon}_{gr}$ tizlikleri tapalyň. $\varphi = \omega t$ bolany üçin $\bar{\upsilon}_{gr} = \upsilon_a \cos\omega t = l\omega \cos\omega t$, $\upsilon_{gç} = \upsilon_a \sin\omega t = l\omega \sin\omega t$.

8.8-nji mesele. *D* jisimiň göçürme hereketiniň, *M* nokadyň görä hereketiniň deňlemeleri berlende, $t = t_1$ pursat üçin *M* nokadyň absolýut tizligini kesgitlemeli *(8.12-nji surat).* Berlen $x_{gç} = 3t^2 + 2t$ – göçürme hereketiň deňlemesi; $\varphi_{gr} = \frac{5}{6}\pi \sin\frac{\pi t}{12}$ – jisimiň görä hereketiniň deňlemesi; $t_1 = 2s$, $OM = R = 20\ sm$.



8.12-nji surat

Çözülişi. *M* nokadyň düzme hereketini ikä dargadýarys: *D* jisim bilen bilelikdäki hereket (göçürme hereket), *O* nokadyň daşyndan aýlanma hereket (görä hereket). $t_2 = 2s$ pursat üçin *M* nokadyň ornuny kesgitläliň:

$$\varphi_{gr} = \frac{5}{6}\pi \sin\frac{\pi \cdot 2}{12} = \frac{5\pi}{12}$$

ýa-da graduslarda $\varphi_{gr} = 75°$.

D jisimiň tizligi *M* nokadyň göçürme tizligi bolany üçin, $\upsilon_{gç} = \dot{x}_{gç}$-ni kesgitläliň:

$$\upsilon_{gç} = \dot{x}_{gç} = 6t + 2. \qquad (1)$$

M nokadyň görä hereketi aýlanma hereket bolany üçin $\upsilon_{gr} = \omega_{gr}R$ formuladan görä tizligi tapýarys:

$$\omega_{gr} = \dot{\varphi}_{gr} = \frac{5}{6}\pi\,\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi t}{12}. \qquad (2)$$

Berlen t_1 pursat üçin $\upsilon_{gç}$, ω_{gr}, υ_{gr} ululyklary tapalyň:

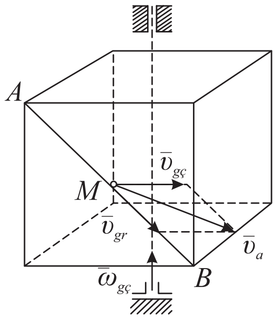
$$\upsilon_{gç} = 6 \cdot 2 + 2 = 14;\ \omega_{gr} = \frac{5\pi^2}{6 \cdot 2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}6;\ \upsilon_{gr} = \omega_{gr}R = 0{,}6 \cdot 20 = 12.$$

(8.2) formulanyň esasynda gözlenilýän absolýut tizligi tapýarys *(8.12-nji surat):*

$$\upsilon_a = \sqrt{\upsilon_{gç}^2 + \upsilon_{gr}^2 + 2\upsilon_{gç}\upsilon_{gr}\cos\varphi_{gr}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 12^2 + 2\cdot 14\cdot 12\cdot \cos 75^\circ} \approx 20{,}6,$$

$$\upsilon_a = 20{,}6\ sm/s.$$



8.13-nji surat

8.9-njy mesele. Gapyrgasy $a = 4\ sm$ bolan kub $\omega_{gç} = 2s^{-1}$ burç tizligi bilen esaslarynyň merkezinden geçýän okuň daşynda aýlanýar. Gapdal üstüň diagonaly bilen, üýtgemeýän $\upsilon_{gr} = 20\ sm/s$ tizlik bilen hereket edýän M nokadyň $AM = MB$ bolýan pursat üçin absolýut tizligini tapmaly *(8.13-nji surat).*

Çözülişi. M nokadyň kub bilen birlikde aýlanmagy – göçürme hereket, AB diagonal bilen hereketi – görä hereket bolýar.

Göçürme hereket – radiusy $\frac{a}{2} = 2\ sm$ bolan töwerek boýunça bolýar.

$$\upsilon_{gç} = \frac{a}{2}\,\omega_{gç} = 4\ sm/s.\ (\bar{\upsilon}_{gr}, \bar{\upsilon}_{gç}) = 45^\circ \text{ bolany üçin,}$$

$$\upsilon_a = \sqrt{4^2 + 20^2 + 2\cdot 4\cdot 20\cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{520} \approx 22{,}9.$$

$$\upsilon_a = 22{,}9\ sm/s.$$

8.4. Göçürme hereket öňe bolanda nokadyň tizlenmelerini goşmak. Mysaly meseleler

Göçürme hereket öňe bolanda absolýut tizlenmäni tapmak

Muňa degişli meseleleri üç topara bölmek mümkin:

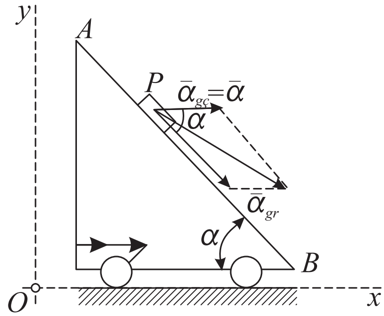
1. Nokadyň göçürme $\bar{a}_{gç}$ we görä $\bar{a}_{gr}$ tizlenmeleri berlende, absolýut $\bar{a}_a$ tizlenmesini tapmaly.

2. Nokadyň absolýut $\bar{a}_a$ we göçürme $\bar{a}_{gç}$ tizlenmeleriniň wektorlary berlende, $\bar{a}_{gr}$ görä tizlenmäni tapmaly.

Nokadyň $\bar{a}_a$ absolýut tizlenmesi we $\bar{a}_{gç}^{\tau}$, $\bar{a}_{gç}^{n}$, $\bar{a}_{gr}^{\tau}$, $\bar{a}_{gr}^{n}$ düzüjileriniň ählisiniň ugry hem-de ikisiniň ululygy mälim bolanda, galan ikisiniň ululygyny tapmaly.

Göçürme hereketi öňe bolanda nokadyň tizlenmelerini goşmaga degişli mysaly meseleler

8.10-njy mesele. Gorizontal ugra α burç bilen ýapgytlanan AB tekizlik üýtgemeýän a sm/s^2 tizlenme bilen gönüçyzykly hereket edýär. Şu tekizlik bilen P nokat $v_{gr} = ct$ sm/s (c = const, t – wagt) görä tizlik bilen süýşýär *(8.14-nji surat)*. Nokadyň absolýut tizlenmesini tapmaly.

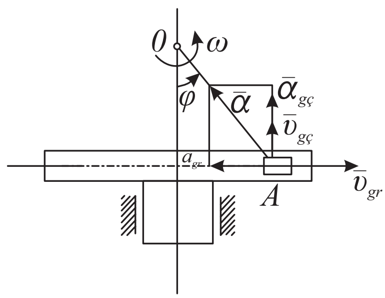


8.14-nji surat

Çözülişi. P nokadyň hereketi düzme hereket bolany sebäpli, ol iki hereketden düzülýär: göçürme hereket (tekizlik bilen birlikde), görä hereket (tekizlige görä hereket). Nokadyň göçürme tizlenmesi AB tekizligiň tizlenmesi bilen gabat gelýär, ýagny $a_{gç} = a$.

Görä tizlenme ($\vec{a}_{gr}$) AB boýunça ugrugan bolup, ululygy boýunça $a_{gr} = \dot{v}_{gr} = c$ ýaly tapylýar. Absolýut tizlenme (8.3) formuladan tapylýar. $a_a = \sqrt{a^2 + c^2 + 2ac\cos\alpha}$.

8.11-nji mesele. 8.7-nji meselede A nokadyň absolýut tizlenmesini tapmaly *(8.15-nji surat)*.



8.15-nji surat

Çözülişi. A nokadyň absolýut tizlenmesini iki $\bar{a}_{gr}$ we $\bar{a}_{gç}$ tizlenmeleriň jemi ýaly tapalyň.

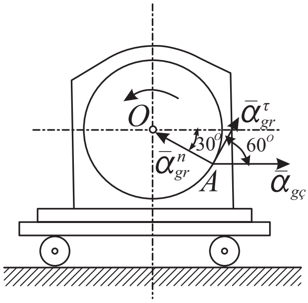
$$a_{gr} = \dot{v}_{gr} = -l\omega^2\sin(\omega t),$$

$$a_{gç} = \dot{v}_{gç} = l\omega^2\cos(\omega t).$$

$$\bar{a}_{gr} \perp \bar{a}_{gç},$$

$$a_a = \sqrt{a_{gc}^2 + a_{gr}^2} = l\omega^2\sqrt{\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)} = l\omega^2.$$

8.12-nji mesele. Çepden saga a = 49,2 sm/s^2 tizlenme bilen araba barýar. Arabanyň üstünde aýlanma kanuny $\varphi = t^2$ bilen aňladylýan jisim berlen, φ – rad, t – sekunt hasabynda t = 1s bolanda A nokat suratda görkezilen ýagdaýda bolsa we $OA = 20\ sm$ bolsa, bu nokadyň absolýut tizlenmesini tapmaly.



8.16-njy surat

Çözülişi. A nokadyň göçürme tizlenmesi arabanyň tizlenmesidir, ýagny $a_{gç} = a = 49{,}2\ sm/s^2$. A nokadyň görä hereketi O nokadyň töwereginden aýlanma hereketidir. Şuňa baglylykda A nokadyň görä tizlenmesi iki tizlenmeden durýar. $\bar{a}^{\tau}_{gr} = \varepsilon\ OA$ – galtaşma tizlenme, $\bar{a}^{n}_{gr} = \omega^2 OA$ – normal tizlenme *(8.16-njy surat)*. Bu ýerde $\omega = \dot{\varphi} = 2t$, $\varepsilon = \dot{\omega} = 2$, $\bar{a}_a = \bar{a}_{gç} + \bar{a}^{\tau}_{gr} + \bar{a}^{n}_{gr}$.

Bu deňligiň iki bölegini hem x, y oklara proýektirläliň:

$$a_x = a_{gç} + a^{\tau}_{gr}\cos 60^{o} - a^{n}_{gr}\cos 30^{o} = 49{,}2 + 2 \cdot 20 \cdot 0{,}5 - 4\,t^2 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$a_y = a^{n}_{gr}\sin 30^{o} + a^{\tau}_{gr}\sin 60^{o} = 2 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4t^2 \cdot \frac{1}{2}.$$

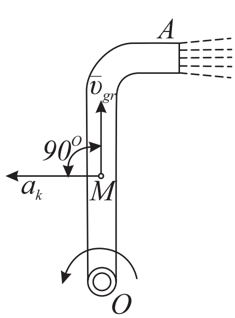
$t = 1s$ wagt üçin bu bahalary hasaplalyň:

$a_x = 69{,}2 - 69{,}2 = 0,$ $\qquad a_y = 20 \cdot \sqrt{2} + 2 = 36{,}6,$

$a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 36{,}6,$ $\qquad a_a = 36{,}6\ sm/s^2.$

8.5. Göçürme hereket aýlanma bolanda nokadyň tizlenmelerini goşmak. Mysaly meseleler

8.13-nji mesele. Gorizontal tekizlikde ýerleşip, $n = 30\ \frac{\text{öwrüm}}{\text{min}}$ üýtgemeýän burç tizligi bilen aýlanýan turbadan suw akýar. Suw akymynyň M nokadyndaky görä tizligi $\upsilon_{gr} = \dfrac{7}{11} m/s$ bolsa şol nokatdaky koriolis tizlenmesini tapmaly (*8.17-nji surat*).



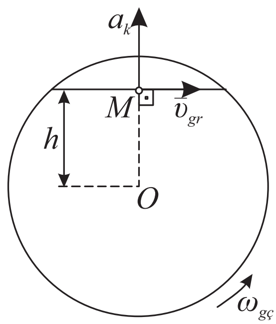
8.17-nji surat

Çözülişi. Meselede göçürme hereket bolup, turbanyň aýlanma hereketi hyzmat edýär. Onda suw akymynyň ugruny

M nokadyň göçürme hereketi diýip, turba bilen bilelikdäki aýlanma hereketini almaly. M nokadyň görä hereketi bolsa suw akymy bilen turba görä hereketi bolýar. Koriolis tizlenmesiniň ugruny 8.4-nji suratdaky ýaly kesgitleýäris, onuň san bahasyny (8.8) formuladan tapýarys:

$$a_k = 2\omega_{gç}\upsilon_{gr}\sin(\overline{\omega}_{gç}, \overline{\upsilon}_{gr}) = 2\cdot\frac{n\pi}{30}\upsilon_{gr}\sin 90°, \quad a_k = 4m/s^2.$$

8.14-nji mesele. M nokat diskiň hordasy $\overline{\upsilon}_{gr}$ görä tizlik bilen deňölçegli hereket edýär. Disk O nokatdan geçýän, özüne perpendikulýar okuň daşynda $\overline{\omega}_{gç}$ burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. M nokat merkeze iň golaý $MO = h$ aralyga baran pursadynda, şol nokadyň koriolis tizlenmesini tapmaly. Diskiň we nokadyň hereket ugurlary 8.18-nji suratda görkezilen.

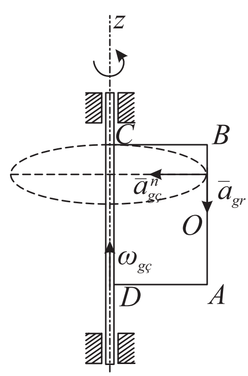


8.18-nji surat

Çözülişi. $\overline{\omega}_{gç}$ wektor diskiň tekizligine perpendikulýar bolup, okyja tarap gönükdirilendir. 8.4-nji suratdaky düzgün bilen koriolis tizlenmesiniň ugruny we ululygyny kesgitleýäris:

$$a_k = 2\omega_{gç}\upsilon_{gr}\sin 90^{\circ}, \qquad ak = 2\omega_{gç}\upsilon_{gr}.$$

8.15-nji mesele. $ABCD$ gönüburçluk z okuň daşyndan $\omega = \frac{\pi}{2}s^{-1} = \text{const}$ burç tizligi bilen aýlanýar. AB-niň ugry bilen M nokat $s = a\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ *sm* kanun bilen hereket edýär. $CB = AD = a$. $t = 1s$ pursat üçin M nokadyň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.19-njy surat*).



8.19-njy surat

Çözülişi. M nokat üçin göçürme hereket bolup gönüburçlugyň aýlanma hereketi hyzmat edýär. Onda $\omega_{gç} = \omega = \text{const}$ bolany üçin, $\varepsilon_{gç} = 0$. $\overline{\omega}_{gç}$ wektor 8.19-njy suratda görkezilendir. M nokadyň göçürme tizlenmesi diňe $\overline{a}^{n}_{gç}$ normal tizlenme bilen çäklenýär:

$$a^{n}_{gç} = \omega^{2}_{gç} \cdot a = \frac{a\pi^2}{4}\,\frac{sm}{s^2}.$$

M nokadyň AB göni çyzyk boýunça hereketi onuň görä hereketidir. t=1s pursat üçin M nokadyň görä hereketiniň kinematikasyny häsiýetlendirýän ululyklary kesgitläliň (orny, tizligi, tizlenmesi):

$$s\,|_{t=1} = a\sin\frac{\pi}{2}a, \qquad \upsilon_{gr} = \dot{s} = \frac{a\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right);$$

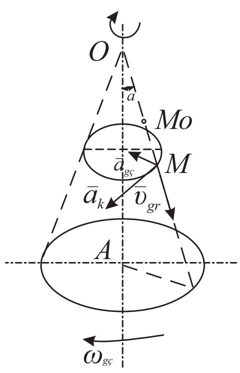
$$\upsilon_{gr}\,|_{t=1} = 0, \qquad a_{gr} = \dot{\upsilon}_{gr} = -\,a\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right), \qquad a_{gr}\,|_{t=1} = -\frac{a\pi^2}{4}.$$

Seredilýän $t = 1s$ pursatda $\dot{\upsilon}_{gr} = 0$ bolany üçin, koriolis tizlenmesi nola deňdir.

$\overline{a}^{n}_{gç} \perp \overline{a}_{gr}$ bolany üçin Pifagoryň teoremasyny peýdalanyp, absolýut tizlenmäni tapýarys:

$$a = \sqrt{a^2_{gr} + a^2_{gç}} = \frac{a\pi^2}{4}\sqrt{2}\,.$$

Absolýut tizlenme $ABCD$ gönüburçlugyň üstünde ýatandyr.



8.20-nji surat

8.16-njy mesele. Konus öz okunyň daşyndan ω burç tizligi bilen deňölçegli aýlanýar. Konusyň emele getirijisi bilen depesinden esasyna tarap $\overline{\upsilon}_{gr}$ = const görä tizlik bilen M nokat hereket edýär. $t = 0$ pursatda $OM_o = a$. Burç $\widehat{MOA} = \alpha$ berlen. t islendik wagt üçin M nokadyň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.20-nji surat*).

Çözülişi. M nokadyň konus bilen bilelikdäki aýlanma hereketi göçürme hereketdir, konusyň emele getirijisi bilen gönüçyzykly hereketi görä hereketdir. t pursatdaky M nokadyň göçürme hereket edende çyzýan töwereginiň radiusyny tapýarys:

$$AM = OM_O + M_OM = (a + \upsilon_{gr}t)\sin\alpha\,.$$

Göçürme hereketdäki normal tizlenme $\overline{a}^n_{gç}$ merkeze tarap gönükdirilip, ululygy boýunça şeýle tapylýar:

$$a^n_{gç} = \omega^2_{gç} \cdot AM = \omega^2_{gç}(a + \upsilon_{gr} t)\sin\alpha .$$

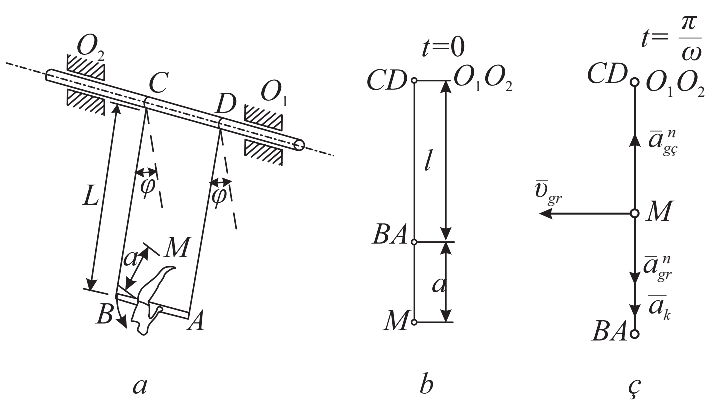
$\overline{a}_k$ Koriolis tizlenmesi 8.20-nji suratdaky ýaly ugrukdyrylyp, ululygy boýunça şeýle tapylýar:

$$a_k = 2\omega_{gç}\upsilon_{gr}\sin\alpha .$$

Absolýut tizlenme $a = \sqrt{(a^n_{gç})^2 + a^2_K}$ formula bilen kesgitlenilýär.

8.17-nji mesele. *ABCD* trapesiýa O_1O_2 gorizontal okuň daşynda $\varphi = \varphi_0$ kanun bilen öwrülýär. Maşk edýän gimnastikaçy *AB* maşk taýagynyň (perekladinanyň) daşyndan ω = const görä burç tizligi bilen aýlanýar, $BC = AD = \mathrm{l}$. Gimnastikaçynyň dabanynyň *AB* maşk taýagyndan daşlykda ýerleşen *M* nokadyň $t = \dfrac{\pi}{\omega} s$ pursatdaky absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.21-nji surat*).

Başlangyç pursatda gimnastikaçynyň kellesi ýokary bolup, wertikal ýerleşen; *ABCD* trapesiýa hem aşaky wertikal ýagdaýy eýeleýär.



8.21-nji surat

Çözülişi. *M* nokat üçin trapesiýanyň hereketi göçürme hereket, gimnastikaçynyň hereketi görä hereketdir. Şu nokadyň absolýut tizlenmesini tapmagyň formulasyny ýazalyň:

$$\overline{a}_a = \overline{a}_{gç} + \overline{a}_{gr} + \overline{a}_k .$$

Göçürme hereket hem, görä hereket hem aýlanma hereket bolany üçin, degişli tizlenmeleri normal we galtaşma tizlenmeleriniň jemi görnüşinde aňladalyň:

$$\overline{a}_a = \overline{a}^{\tau}_{gç} + \overline{a}^{n}_{gç} + \overline{a}^{\tau}_{gr} + \overline{a}^{n}_{gr} + \overline{a}_k.$$

$t = 0$ pursat üçin gimnastikaçynyň we trapesiýanyň orunlary (gapdalyndan görnüşi) 8.21-nji *b* suratda görkezilen. $t = \frac{\pi}{\omega} s$ pursat üçin gimnastikaçynyň we trapesiýanyň orunlaryny kesgitläliň *(8.21--nji ç suratda görkezilen):*

$$\varphi = \varphi_0 \sin\left(\omega \cdot \frac{\pi}{\omega}\right) = 0,$$

ýagny trapesiýa dik aşakdaky orna eýe bolýar.

Gimnastikaçynyň maşk taýaga görä ornuny α burçy bilen kesgitläliň. Onda $\alpha = \alpha t$, we $\alpha = \omega \cdot \frac{\pi}{\omega} = \pi, \quad \alpha = \pi_{\text{rad}}$.

Diýmek, garalýan pursatda gimnastikaçynyň başy aşak, aýagy ýokaryk ýerleşendir (*8.21-nji ç surat).* Formula girýän wektorlaryň ululyklaryny, san bahalaryny kesgitleýäris: $a^n_{gr} = \omega^2 a$, $a^{\tau}_{gr} = 0$ (sebäbi $\omega = 0$):

$$a^n_{gç} = \varphi^2(l-a) = (l-a)[\varphi_0 \omega \cos \omega t]^2 \Longrightarrow;$$

$$a^n_{gç}|_{t=\frac{\pi}{\omega}} = (l-a)\varphi_0^2\omega^2\cos^2\left(\omega \cdot \frac{\pi}{\omega}\right) = (l-a)\varphi_0^2\omega^2;$$

$$a^{\tau}_{gç} = 0; \text{ sebäbi } \varepsilon = \ddot{\varphi} = -\varphi_0\omega^2 \sin \omega t,$$

$$\varepsilon|_{t=\frac{\pi}{\omega}} = -\varphi_0\omega^2\sin\left(\omega\cdot\frac{\pi}{\omega}\right) = 0.$$

Koriolis tizlenmesini kesgitlemek üçin görä tizligi tapalyň, $\upsilon_{gr} = a\omega$. Onda $a_k = 2\omega\upsilon_{gr}\sin(\overline{\omega}, \overline{\upsilon}_{gr})$, $\overline{\omega}$ wektor O_1O_2 okuň üstünde ýatany üçin $(\overline{\omega}, \overline{\upsilon}_{gr}) = 90°$, sin90º = 1 bolýar.

Diýmek, $a_k = 2|\omega| \cdot \upsilon_{gr} = 2a\omega\varphi_0\omega|\cos\pi| = 2\omega^2 a\varphi_0$.

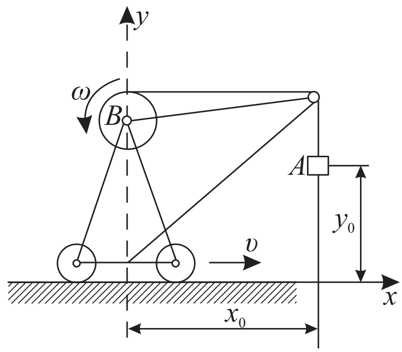
$\overline{a}_k$ wektoryň ugry 8.21-nji *b* suratda görkezilen. Esasy deňligi wertikal oka proýektirläp, absolýut tizlenmäni tapýarys (deňlemä girýän tizlenmeleriň ählisi bir okuň üstünde ýatýar):

$$a = a^n_{gr} + a_K - a^n_{gç} = \omega^2 a + 2\omega^2 a\varphi_0 - \omega^2\varphi_0^2(l-a),$$
$$a = \omega^2[a(2\varphi_0 + 1) - \varphi_0^2(l-a)].$$

Absolýut tizlenmäniň ugry ýaýlaryň içindäki ululygyň alamaty bilen kesgitlenilýär.

8.6. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Nokadyň hereket deňlemeleri

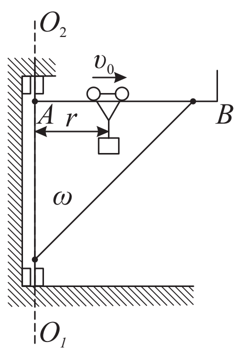
8.18-nji mesele. Ýük göterijí krany süýşüriji mehanizmleriň işleri birleşende A ýük gorizontal we wertikal ugurlarda süýşýär. $r = 0,5\ m$ radiusly B barabana saralan ýüpüň kömegi bilen A ýük saklanýar. B baraban işe girişende $\omega = 2\pi\ rad/s$ burç tizlik bilen aýlanýar. Kran gorizontal ugra $\upsilon = 0,5\ m/s$ hemişelik tizlik bilen süýşýär. Eger ýüküň başlangyç koordinatalary $x_0 = 10\ m$, $y_0 = 6\ m$ bolsa, onda onuň absolýut traýektoriýasyny kesgitlemeli (*8.22-nji surat*).



8.22-nji surat

Jogaby: $y = \dfrac{x - x_0}{\upsilon}\omega r + y_0 = 6,28x - 56,8.$

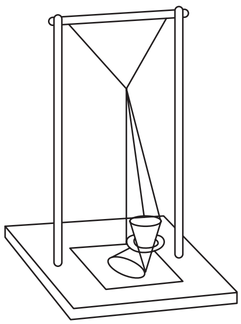
8.19-njy mesele. Aýlanyjy kranyň AB oky (strelasy) O_1O_2 okuň daşynda ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Gorizontal ok boýunça A-dan B tarapa, arabajyk υ_0 hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. Eger başlangyç pursatda arabajyk O_1O_2 okda bolsa, onda onuň absolýut traýektoriýasyny kesgitlemeli (*8.23-nji surat*).



8.23-nji surat

Jogaby: Traýektoriýa $r = \dfrac{\upsilon_0}{\omega}\varphi$ – Arhimediň spiralyndan ybarat. r – aýlanma okundan arabajyga çenli aralyk, φ – kranyň O_1O_2 okunyň daşynda aýlanma burçy.

8.20-nji mesele. Yrgyldy ýygylygy birmeňzeş, emma amplitudasy we fazalary üýtgeşik bolan özara perpendikulýar iki sany garmo-



8.24-nji surat

niki yrgyldyly hereket edýän goşa maýatnigiň ujunyň düzme hereketiniň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmaly (*8.24-nji surat*). Hereket deňlemeleri:

$$x_1 = a\sin(\omega t + \alpha),\ y = b\sin(\omega t + \beta).$$

Jogaby:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$$

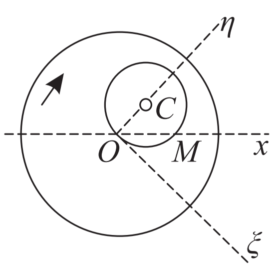
– ellips.

8.21-nji mesele. Goşa maýatnigiň ujy iki sany özara perpendikulýar $x = a\sin 2\omega t$, $y = a\sin\omega t$ garmoniki yrgyldylaryň goşulmagy netijesinde Lissažu şekilini çyzýar. Traýektoriýanyň deňlemesini tapmaly.

Jogaby: $a^2x^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$.

8.22-nji mesele. Demir ýol otlusy 36 *km/sag* tizlik bilen deňölçegli hereket edýär. Ahyrky wagona asylyp goýlan signal çyrasy kronşteýnden sypyp gidýär. Eger çyra ýerden 4,905 *m* belentlikde duran bolsa, onuň absolýut hereketiniň traýektoriýasyny we çyra ýere düşýänçä otlynyň geçýän *s* ýoluny kesgitlemeli.

Jogaby: Wertikal okly parabola,
$y = 0{,}049\,x^2$, $s = 10\ m$ (x, y – metr, t – sekunt hasabynda).

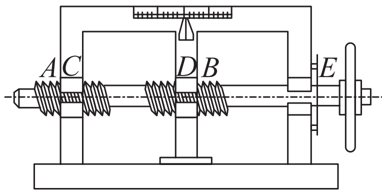


8.25-nji surat

8.23-nji mesele. M kesgiç $x = a\sin\omega t$ kanun boýunça keseligine gaýtalanýan – öňe-yza hereket edýär. Kesgijiň absolýut traýektoriýasyny kesip geçýän O okuň daşynda ω burç tizligi bilen aýlanýan diske görä M kesgijiň ujunyň traýektoriýasynyň deňlemesini tapmaly *(8.25-nji surat)*.

Jogaby: $\xi^2 + (\eta - a/2)^2 = a^2/4$, radiusy $a/2$, merkezi C nokatda bolan töwerek *(8.25-nji surata seret)*.

8.24-nji mesele. Käbir ölçeg we bölüş esbaplarynda görkezgiji süýşürmek üçin A bölekde hyrynyň ädimi h_1 mm, B bölekde bolsa hyrynyň ädimi $h_2 < h_1$ bolan nurbata eýe AB okdan ybarat differensial nurbat ulanylýar. A bölegi C butnamaýan nurbatda aýlanýar, B bölegi bolsa D elementiň arasyndan geçýär. D element aýlanma herket edip bilmeýär we gozganmaýan şkalanyň ugry boýunça typýan görkezgije birikdirilen (*8.26-njy surat*).



8.26-njy surat

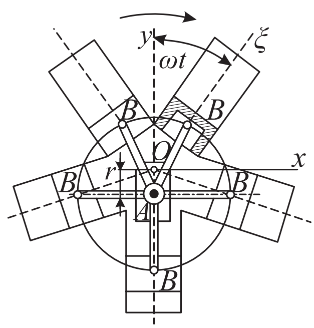
1) Eger n = 200, h_1 =0,5 mm we h_2 = 0,4 mm bolsa, okuň mahowiginiň $1/n$ öwrüminde görkezgijiň näçä süýşjegini kesgitlemeli (degişli şkala E diske çyzylan). Hyrlaryň ikisi hem sagtaraply ýa-da çeptaraplydyrlar.

2) Eger A bölekde çep, B bölekde bolsa sag hyr bolsa, onda esbabyň görkezijisi nähili üýtgär?

Jogaby: 1) $s = \dfrac{1}{n}(h_1 - h_2) = 0{,}0005\ mm$;

2) $s = \dfrac{1}{n}(h_1 + h_2) = 0{,}0045\ mm$.

8.25-nji mesele. 8.27-nji suratda shema görnüşde görkezilen rotatiw hereketlendirijide kartere birikdirilen silindrler karter bilen bilelikde O walyň gozganmaýan okunyň daşynda aýlanýarlar. Porşenleriň şatunlary bolsa gozganmaýan OA kriwoşipiň A palesiniň daşynda aýlanýar. Silindrler ω burç tizlik bilen aýlansalar: 1) porşenlerdaki B nokatlaryň absolýut hereketiniň traýektoriýasyny we 2) B nokatlaryň silindrlere görä hereketiniň deňlemesini görkezmeli. Berlen: $OA = r$ we $AB = l$, Ox we Oy oklar walyň merkezinden başlanýarlar. $\omega = r/l$ kiçi ululyk.



8.27-nji surat

Jogaby: 1) $x^2 + (y + r)^2 = l^2$ – töwerek,

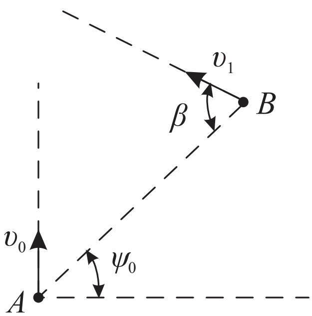
2) $\xi = l\left(1 - \lambda\cos\omega t - \dfrac{\lambda^2}{2}\sin^2\omega t\right)$.

8.26-njy mesele. Otluk meýdanyň ýokarysynda duran dikuçar ýük taşlaýar we şu pursatda özi hem gorizontal üste α burç arkaly υ_0 tizlik bilen hereketlenip başlaýar. Ýüküň dikuçara görä hereket deňlemelerini we traýektoriýasyny tapmaly (görä koordinata sistemasynyň oklary dikuçaryň agyrlyk merkezinden onuň gorizontal ugur bilen wertikal aşaklygyna ugrukdyrylan).

Jogaby: $x_{gr} = -\upsilon_0 t\cos\alpha$, $\quad y_{gr} = gt^2/2 + \upsilon_0 t\sin\alpha$.

Traýektoriýa – parabola: $\quad y_{gr} = x_{gr}\,\mathrm{tg}\alpha + \dfrac{gx_{gr}^2}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha}$.

8.7. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Nokadyň tizliklerini goşmak



8.28-nji surat

8.27-nji mesele. A nokatdan geçýän gämi ugry we ululygy hemişelik bolan υ_0 tizlik bilen hereket edýär. Gaýyk B nokatdan ugry we ululygy hemişelik bolan υ_1 tizlik bilen hereket edip, gämi bilen duşuşmagy üçin AB göni çyzyga görä haýsy β burç bilen hereketlenip başlanmaly? AB çyzyk gäminiň hereket ugruna perpendikulýar ugur bilen ψ_0 burçy emele getirýär (*8.28-nji surat*).

Jogaby: $\sin\beta = \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_1}\cos\psi_0$.

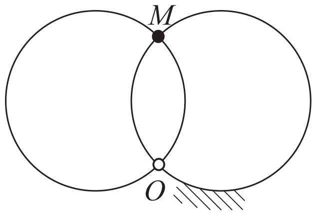
8.28-nji mesele. Deslapky meselede gämi bilen gaýygyň başlangyç aralygy $AB = l$ bolsa, olaryň duşuşmagy üçin gerek boljak T wagty kesgitlemeli.

$$\textit{Jogaby: } T = \frac{l}{\upsilon_0\sin\psi_0 + \sqrt{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2\cos^2\psi_0}} = \frac{l}{\upsilon_0}\,\frac{\sin\beta}{\cos(\psi_0-\beta)} =$$

$$= \frac{l}{\upsilon_1}\,\frac{\cos\psi_0}{\cos(\psi_0-\beta)}.$$

8.29-njy mesele. Simden töwerek özüniň tekizliginde O gozganmaýan şarnire görä ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar

(*8.29-njy surat*). Bu töweregiň şeýle R radiusly, O şarnirden geçýän gozganmaýan tőwerek bilen kesişýän M nokady nähili hereketlener?



8.29-njy surat

Jogaby: Kesişme M nokat töwerekleriň her birini ωR-e deň hemişelik tizlik bilen aýlanyp çykýar.

8.30-njy mesele. Gämi günorta-gündogar ugurda a uzele deň tizlik bilen barýar, şu wagtda maçtadaky flýuger gündogar şemaly görkezýär. Gäminiň tizligini $a/2$ uzele çenli aşakladanlarynda flýuger demirgazyk-gündogar şemaly görkezýär. Şemalyň ugruny we tizligini kesgitlemeli.

Bellik. Ugruň ady gäminiň haýsy tarapa gidýändigini, şemalyň ady onuň haýsy tarapdan öwüsýändigini görkezýär.

Jogaby: 1) Demirgazykdan,
2) $a\sqrt{2}/2$ uzel.

8.31-nji mesele. Şemalda uçaryň hususy tizligini kesgitlemek üçin ýerde belli l uzynlykdaky göni çyzyk belgilenýär. Bu çyzygyň uçlary ýokardan gowy görünmeli. Belgilenen göni çyzygyň ugry şemalyň ugry bilen gabat gelmeli. Şu çyzyk boýunça uçar ilki şemalyň ugruna t_1 s wagt, soňra şemalyň garşysyna t_2 s wagta uçýar. Uçaryň υ hususy tizligini we şemalyň V tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$ m/s, $\quad V = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)$ m/s.

8.32-nji mesele. Gorizontal ýolda 72 *km/sag* tizlik bilen barýan awtomobildäki ýolagçy kabinanyň gapdal aýnasyna düşýän ýagyş damjalarynyň wertikala görä 40º burç bilen ýapgytlanan traýektoriýasyny görýär. Wertikal düşýän damjalarynyň absolýut tizligini kesgitlemeli. Damja bilen ýagyş arasyndaky sürtülme hasaba alynmaly däl.

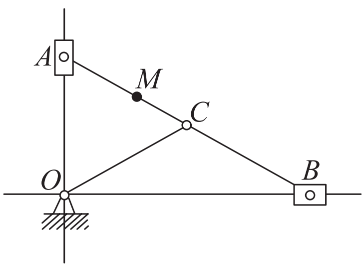
Jogaby: $\upsilon = \frac{\upsilon_{gç}}{\mathrm{tg}40^\circ} = 23{,}8$ m/s.

8.33-nji mesele. Derýanyň kenarlary parallel; gaýyk A nokatdan çykyp, kenara perpendikulýar ugur boýunça herekete başlady we ugranyndan 10 minut geçenden soň aňyrky kenara ýetdi. A nokatdan derýanyň akymy boýunça hasaplananda 120 *m* aşakdaky C nokada geldi. A nokatdan çykyp, kenara perpendikulýar bolan AB göni çyzykda ýatan B nokada gelmek üçin, gaýyk AB göni çyzyga görä nähili burç emele getirip, akyma garşy hereket etmeli. Bu ýagdaýda gaýyk aňyrky kenara 12,5 minutda ýetýär. Derýanyň l giňligini*,* gaýygyň u suwa görä tizligini we derýanyň akymynyň υ tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: $l = 200$ *m*, $u = 20$ *m/min*, $\upsilon = 12$ *m/min*.

8.34-nji mesele. Bir gämi $36\sqrt{2}$ *km/sag* tizlik bilen günorta, ikinji gämi günorta-gündogara tarap 36 *km/sag* tizlik bilen hereket edýär. Birinji gäminiň palubasynda duran gözegçi tarapyndan kesgitlenen ikinji gäminiň tizliginiň ugruny we ululygyny kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_{gr}(\upsilon_{gr} = 36$ *km/sag*) demirgazyk- gündogara ugrugan.



8.30-njy surat

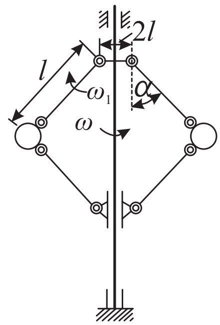
8.35-nji mesele. AB ellipsografyň çyzgyjy, O okuň daşynda ω_0 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan OC steržen arkaly herekete getirilýär. Şeýle hem ähli mehanizm ugrukdyryjylary bilen birlikde O nokatdan 8.30-njy suratyň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda ω_0 burç tizlik bilen aýlanýar. OC steržen bilen ähli mehanizmiň aýlanyşy gapma-garşy bolanda çyzgyjyň islendik M nokadynyň absolýut tizligini $MA = l$ aralygyň funksiýasy görnüşde tapmaly.

Jogaby: $\omega_{gr} = (AB - 2l)\,\omega_0$.

8.36-njy mesele. Uattyň merkezden gaçma sazlaýjysynyň (regulýatorynyň) şarlary wertikal okuň daşynda $\omega = 10$ *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýar. Maşynyň ýüki üýtgäni üçin şarlar bu okdan uzaklaşýarlar. Bu ýagdaýda şarlaryň birikdirilen steržençleriniň asylan oklarynyň daşynda aýlanma burç tizligi $\omega_1 = 1{,}2$ *rad/s*. Steržençleriň uzynlygy

$l = 0{,}5\ m$, olaryň asylan oklarynyň arasy $2\,l = 0{,}1\ m$. Sterženleriň sazlaýjynyň oky bilen emele getirýän burçlary $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 30°$ bolan pursat üçin şarlaryň absolýut tizligini tapmaly (*8.31-nji surat*).

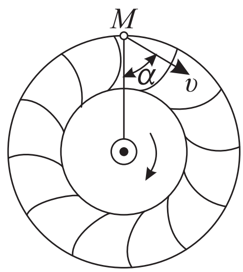
Jogaby: $\upsilon = 3{,}06\ m/s$.



8.31-nji surat

8.37-nji mesele. Gidrawlik turbinada, suw ugrukdyryjy enjamdan aýlanýan işçi tigre düşýär. Suwuň turbina bat bilen girmezligi üçin tigriň pilçeleri girýän suw böleginiň υ_{ot} görä tizligi pilçä galtaşyp ugrugar ýaly ýerleşdirilen. Girýän suw böleginiň absolýut tizligi $\upsilon = 15\ m/s$. Absolýut tizligiň tigriň radiusy bilen emele getirýän burçy $\alpha = 60°$, tigriň burç tizligi $\pi\ rad/s$, suwuň girýän ýeriniň radiusy $R = 2\ m$. Tigriň daşky gurşawyndaky suw böleginiň giriş pursatdaka görä tizligini tapmaly (*8.32-nji surat*).

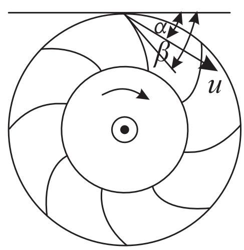
Jogaby: $\upsilon_{gr} = 10{,}06\ m/s$, $(\upsilon_{gr}, R) = 41°50'$.



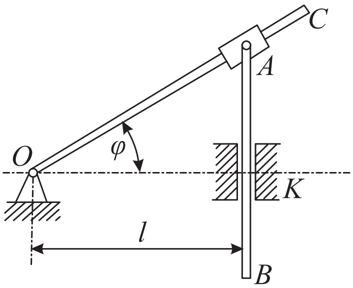
8.32-nji surat

8.38-nji mesele. Suw bölekleri turbina u tizlik bilen girýärler. u tizlik we bölekleriň girýän nokadynda rotora geçirilen galtaşmanyň arasyndaky burç α. Rotoryň daşky diametri D, minutdaky aýlanma sany n. Suwuň turbina erkin z girmegi üçin (girýän suw böleginiň görä tizligi pilçä galtaşyp ugrukmaly) rotoryň pilçesi bilen suwuň giriş nokadyndaky galtaşmanyň arasyndaky β burçy kesgitlemeli (*8.33-nji surat*).

Jogaby: $\mathrm{tg}\beta = \dfrac{60\,u\sin\alpha}{60\,u\cos\alpha - \pi Dn}$.



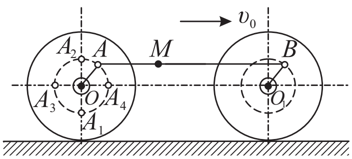
8.33-nji surat



8.34-nji surat

8.39-njy mesele. Kulisaly mehanizmde OC kriwoşipiň 8.34-nji suratyň tekizligine perpendikulýar bolan O okuň daşynda yranmasynyň netijesinde A polzun OC kriwoşip boýunça süýşüp, wertikal K ugrukdyryjyda herekətlenýän AB sterženi herekete getirýär. Aralyk $OK = l$. A polzunyň OC kriwoşipe görä hereketindäki tizligini kriwoşipiň ω burç tizliginiň we φ aýlanma burçunyň funksiýasy ýaly aňlatmaly.

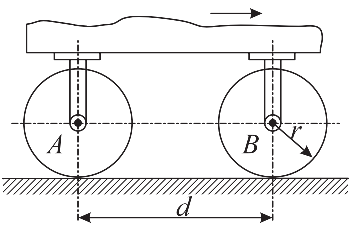
Jogaby: $\upsilon_{gr} = \dfrac{l\omega \operatorname{tg}\varphi}{\cos\varphi}$.



8.35-nji surat

8.40-njy mesele. AB sparnigiň käbir M nokadynyň absolýut tizligini tapmaly. Sparnik O we O_1 oklardaky OA we O_1B kriwoşipleri birleşdirýär. Tigirleriň radiuslary birmeňzeş: $R = 1$ *m*. Kriwoşipleriň radiuslary: $OA = O_1B = 0{,}5$ *m*. Tigirleriň tizligi $\upsilon_0 = 20$ *m/s*. M nokadyň tizligini OA we O_1B kriwoşipleriň wertikal ýa-da gorizontal bolan dört ýagdaýy üçin kesgitlemeli. Tigirler relsde typman tigirlenýärler (*8.35-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_1 = 10$ *m/s*, $\upsilon_2 = 30$ *m/s*, $\upsilon_3 = \upsilon_4 = 22{,}36$ *m/s*.

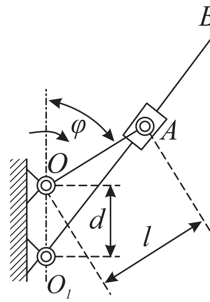


8.36-njy surat

8.41-nji mesele. Gönüçyzykly relsde υ tizlik bilen hereket edýän wagonyň A we B tigirleri rels boýunça typman tigirlenýärler. Tigirleriň radiuslary r, oklarynyň arasy d. B tigir bilen berk baglanyşykly koordinatalar sistemasyna görä A tigriň merkeziniň tizligini kesgitlemeli (*8.36-njy surat*).

Jogaby: Tizlik $\dfrac{\upsilon d}{r}$-e deň, AB-e perpendikulýar we aşak ugrukdyrylan.

8.42-nji mesele. Mehanizm özara parallel iki sany O we O_1 wallardan, OA kriwoşipden we O_1B kulisadan ybarat. OA kriwoşipiň A ujy O_1B kulisanyň kesigi boýunça typýar. Wallaryň oklarynyň arasyndaky OO_1 aralyk a, OA kriwoşipiň uzynlygy l. $l > a$. O wal ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar (*8.37-nji surat*). 1) O_1 walyň ω_1 burç tizligini we A nokadyň O_1B kulisa görä görä tizligini (olar $O_1A = s$ üýtgeýän ululyk arkaly aňladylmaly); 2) bu ululyklaryň iň uly we iň kiçi bahalaryny; 3) $\omega_1 = \omega$ bolanda kriwoşipiň ornuny kesgitlemeli.



8.37-nji surat

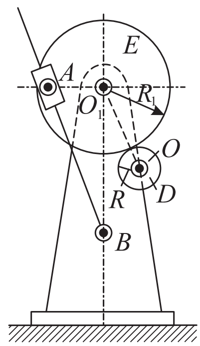
Jogaby: 1) $\omega_1 = \dfrac{\omega}{2}\left(1 + \dfrac{l^2 - a^2}{s^2}\right)$,

$$\upsilon_{ot} = \frac{\omega}{2s}\sqrt{(l+s+a)(l+s-a)(a+l-s)(a+s-l)};$$

$$2)\ \omega_{1\max} = \omega\frac{l}{l-a},\quad \omega_{1\min} = \omega\frac{l}{l+a},\quad \upsilon_{gr\max} = a\omega,\quad \upsilon_{gr\min} = 0;$$

3) $O_1B \perp O_1O$ bolanda $\omega_1 = \omega$.

8.43-nji mesele. Ýonujy stanogyň mehanizminiň yranýan kulisasynyň A daşy dişli geçirme bilen herekete getirilýär. Bu geçirme D we E dişli tigirlerden ybarat. E tigirde A daşyň pales sypatly oky bar. Dişli tigirleriň radiuslary $R = 0{,}1\ m$, $R_1 = 0{,}35\ m$, $O_1A = 0{,}3\ m$, E dişli tigriň O_1 oky bilen kulisanyň B yranma merkeziniň arasy $O_1B = 0{,}7\ m$. Eger D dişli tigir $\omega = 7\ rad/s$ burç tizlige eýe bolsa, onda kulisanyň O_1A kesimi wertikal (ýokarky we aşaky ýagdaýlar) ýa-da AB kulisa perpendikulýar (çep we sag ýagdaýlar) bolan pursatlardaky burç tizligini kesgitlemeli (*8.38-nji surat*).

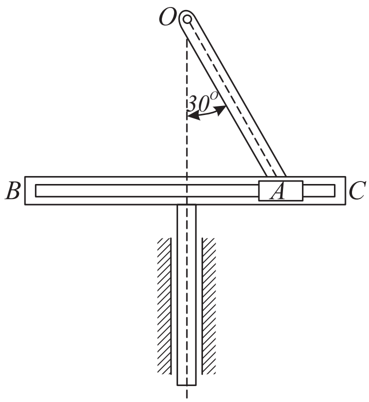


8.38-nji surat

Jogaby: $\omega_{\mathrm{I}} = 0{,}6\ rad/s$, $\omega_{\mathrm{II}} = \omega_{\mathrm{IV}} = 0$, $\omega_{\mathrm{III}} = 1{,}5\ rad/s$.

8.44-nji mesele. Ýere görä M nokadyň tizliginiň gündogar, demirgazyk we wertikal düzüjileri υ_G, υ_D, υ_h. Berlen pursatda nokadyň Ýeriň üstünden beýikligi h, şol ýeriň giňligi υ, Ýeriň radiusy R, burç tizligi υ. Nokadyň absolýut tizliginiň düzüjilerini kesgitlemeli.

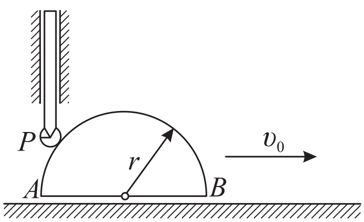
Jogaby: $\upsilon_x = \upsilon_G + (R + h)\,\upsilon\cos\upsilon$, $\upsilon_y = \upsilon_D$, $\upsilon_Z = \upsilon_h$ (x ok gündogara ýönelen, y ok – demirgazyga, z ok – wertikal ýokary ugrukdyrylan).



8.39-njy surat

8.45-nji mesele. Öňe hereket edýän BC kulisaly kriwoşip – kulisaly mehanizmde l = 0,2 m uzynlykdaky OA kriwoşip (kulisanyň arkasynda ýerleşen) 3π rad/s hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Kulisanyň kesiginde typýan daş bilen şarnirli birikdirilen A ujy arkaly kriwoşip BC kulisany öňe-yza herekete getirýär. Kriwoşipiň oky bilen 30° burç emele getirýän pursadynda kulisanyň υ tizligini kesgitlemeli (*8.39-njy surat*).

Jogaby: υ_1 = 0,942 m/s.



8.40-njy surat

8.46-njy mesele. Aşaky ujy tigirçegiň kömegi bilen r radiusly ýarymsilindriň üstüne direlip, steržen wertikal ugrukdyryjylaryň içinde typýar. Ýarymsilindr gorizontal ugurda sag tarapa υ_0 hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. Tigirçegiň radiusy ρ. Steržen başlangyç pursatda özüniň iň ýokarky ýagdaýynda diýip hasaplap, onuň tizligini kesgitlemeli (*8.40-njy surat*).

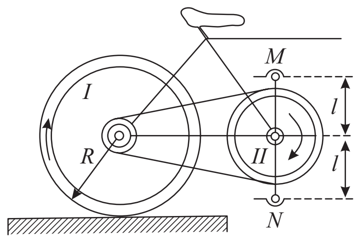
$$Jogaby:\ \upsilon = \frac{\upsilon_0^2 t}{\sqrt{(r+\rho)^2 - \upsilon_0^2 t^2}}.$$

8.47-nji mesele. Tokar stanogynda diametri d = 80 mm bolan silindriň üsti tekizlenende şpindel n = 30 $a\acute{y}l/min$ burç tizlik bilen aýlanýar. Ugruna süýşüriş tizligi υ = 0,2 *mm/s*. Bejerilýän silindre görä kesgijiň tizligini kesgitlemeli.

Jogaby: υ_{gr} = 125,7 *mm/s*, tgα = 628, α – şpindeliň oky bilen υ_{gr}-niň arasyndaky burç.

8.8. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Nokadyň tizlenmelerini goşmak

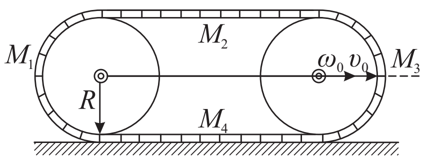
8.48-nji mesele. Welosipedçi gönüçyzykly gorizontal ýoluň käbir böleginde s = 0,1 t^2 (s – metr, t – sekunt hasabynda) kanun bilen hereket edýär. R = 0,35 *m*, l = 0,18 *m*. Dişleriň sany z_1 =18, z_2 = 48. t = 10 s bolanda welosipediň pedallarynyň M we N oklarynyň absolýut tizlenmelerini kesgitlemeli (tigirler typman tigirlenýärler diýip hasap etmeli. Şu pursatda MN kriwoşip wertikal ýerleşen (*8.41-nji surat*).



8.41-nji surat

Jogaby: w_M = 0,860 m/s^2, w_N = 0,841 m/s^2.

8.49-njy mesele. Gönüçyzykly ýol böleginde υ_0 tizlik we w_0 tizlenme bilen typman hereket edýän traktoryň zynjyryndaky M_1, M_2, M_3 we M_4 nokatlarynyň tizligini we tizlenmelerini tapmaly. Traktoryň tigirleriniň radiuslary R. Zynjyryň tigirleriň gurşawyndaky typmalaryny hasaba almaly däl (*8.42-nji surat*).

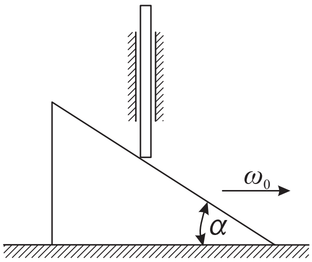


8.42-nji surat

Jogaby: $\upsilon_1 = \upsilon_3 = \upsilon_0\sqrt{2}$, $\upsilon_2 = 2\upsilon_0$, $\upsilon_4 = 0$,

$$w_1 = \sqrt{w_0^2 + \left(w_0 + \frac{\upsilon_0^2}{R}\right)^2}, \qquad w_2 = 2w_0,$$

$$w_3 = \sqrt{w_0^2 + \left(w_0 - \frac{\upsilon_0^2}{R}\right)^2}, \qquad w_4 = 0.$$

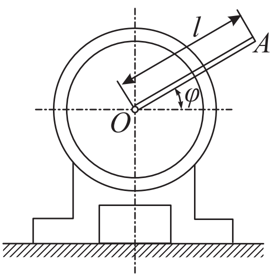


8.43-nji surat

8.50-nji mesele. Sterženʼ aşaky ujy bilen üçburçly prizmanyň ýylmanak ýapgyt tekizligine daýanyp, wertikal ugrukdyryjynyň içinde typýar. Prizma gorizontal ugur bilen sag tarapa w_0 hemişelik tizlenme bilen hereketlenýär. Sterženiň tizlenmesini tapmaly (*8.43-nji surat*).

Jogaby: $w = w_0 \operatorname{tg}\alpha$.

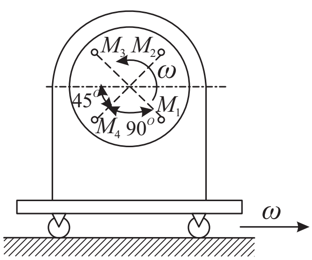
8.51-nji mesele. Koriolisiň tizlenmesiniň haýsy ýagdaýda döremeýändigini esaslandyrmaly.



8.44-nji surat

8.52-nji mesele. $\varphi = \omega t$ (ω = const) kanun boýunça aýlanýan elektrik hereketlendirijiniň walyna uzynlygy l bolan OA srežen göni burç astynda birikdirilip, berkitmesiz goýlan elektrik hereketlendiriji $x = a\sin\omega t$ kanun bilen gorizontal ugur boýunça garmonik yrgyldyly hereket edýär. A nokadyň $t = \dfrac{\pi}{2\omega} s$ pursatdaky absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.44-nji surat*).

Jogaby: $w_A = \omega^2\sqrt{a^2 + l^2}$

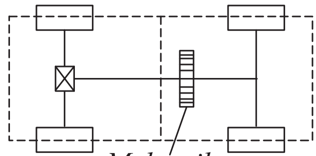


8.45-nji surat

8.53-nji mesele. Üstüne motor oturdylan arabajyk gorizontal ugur boýunça saga w = 0,4 m/s^2 hemişelik tizlenme bilen hereketlenýär. Motor $\varphi = \dfrac{1}{2}t^2$ kanun boýunça aýlanýar. Rotoryň okundan $l = 0{,}2\sqrt{2}$ aralykda duran dört sany M_1, M_2, M_3 we M_4 nokatlarynyň suratda görkezilen orunlary üçin t = 1s pursatdaky absolýut tizlenmelerini kesgitlemeli (*8.45-nji surat*).

Jogaby: $w_1 = 0{,}4\sqrt{2}$ m/s^2, $w_2 = 0$, $w_3 = 0{,}4\sqrt{2}$ m/s^2, $w_4 = 0{,}8$ m/s^2.

8.54-nji mesele. Awtomobil ýoluň gönüçyzykly böleginde $w_0 = 2\ m/s^2$ tizlenme bilen hereket edýär. Awtomobiliň boýuna ugrukdyrylan wala radiusy $R = 0{,}25\ m$ bolan aýlanýan mahowik oturdylan. Onuň şu pursatdaky burç tizligi $\omega = 4\ rad/s$ we burç tizlenmesi $\varepsilon = 4\ rad/s$.



8.46-njy surat

Mahowigiň gurşawyndaky nokatlaryň şu pursatdaky absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.46-njy surat*).

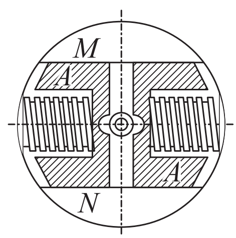
Jogaby: $w = 4{,}58\ m/s^2$.

8.55-nji mesele. Uçar $w_0 = \text{const} = 4\ m/s^2$ tizlenme bilen gönüçyzykly hereket edýär. Onuň diametri $d = 1{,}8\ m$ bolan nurbaty (winti) $60\ \pi$ rad/s burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar. Ýere görä gozganmaýan koordinata sistemasynda (şu koordinata sistemasynyň Ox oky nurbaty okuna gabat gelýär) nurbatyň ujunyň hereket deňlemelerini, tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $x = 2t^2 m$, $y = 0{,}9 \cos 60\ \pi t\ m$, $z = 0{,}9 \sin 60\ \pi t\ m$;

$$\upsilon = \sqrt{16t^2 + 2916\pi^2}\ m/s; \quad w = 31945\ \frac{m}{s^2}.$$

8.56-njy mesele. Hemişelik $\omega = 6\pi\ rad/s$ burç tizlik bilen wertikal okuň daşynda aýlanýan sazlaýjyda (regulýatorda) puržinanyň uçlaryna birikdirilen agyr A daşlar MN yş (paz) boýunça agyrlyk merkezlerinden oka çenli aralyk $x = (0{,}1 + 0{,}5 \sin 8\pi t)\ m$ kanuna laýyk özgerende garmoniki hereket edýär. Koriolisiň tizlenmesi iň uly ýagdaýynda Koriolisiň tizlenmesiniň bahasyny görkezmeli (*8.47-nji surat*).



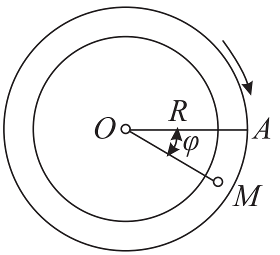
8.47-nji surat

Jogaby: $w_a = 6\pi^2\ m/s^2$, $\quad w_k = 0$.

8.57-nji mesele. Wertikal okuň daşynda $2\pi\ rad/s$ burç tizlik bilen aýlanýan gorizontal OA turbadan suw akýar. Suwuň görä tizligi

υ_{ot}(υ_{ot} = 21/11 *m*/*s*) *OA* boýunça ugrukdyrylan nokadynda w_k Koriolisiň tizlenmesini kesgitlemeli. Takmynan, $\pi = 22/7$ diýip kabul etmeli.

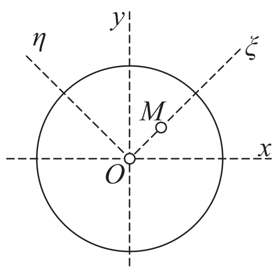
Jogaby: $w_k = 24$ m/s^2.



8.48-nji surat

8.58-nji mesele. Radiusy $R = 1$ *m* bolan tegelek turba gorizontal *O* okuň daşynda sagat diliniň ugruna $\omega = 6\pi$ *rad*/*s* burç tizlik bilen hemişelik aýlanýar. *M* şarjagaz turbadaky *A* nokadyň golaýynda burç $\varphi = \sin \pi t$ kanun bilen yrgyldaýar. $t = 2\frac{1}{6}s$ bolanda şarjagazyň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.48-nji surat*).

Jogaby: $w_\tau = -4{,}93$ m/s^2, $w_n = 13{,}84$ m/s^2.



8.49-njy surat

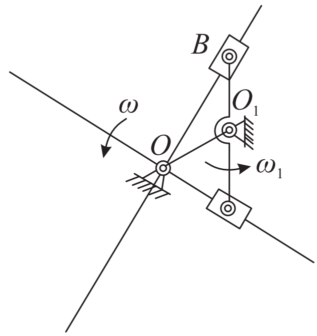
8.59-njy mesele. Disk öz tekizligine perpendikulýar bolan okuň daşynda sagat diliniň ugruna hemişelik $1\frac{rad}{s^2}$ burç tizlenme bilen deň tizlenip aýlanýar. $t = 0$ bolanda onuň burç tizligi nola deň. *M* nokat diskiň bir diametri, ýagny onuň koordinatasy $\xi = \sin \pi t$ *m* kanun boýunça şeýle yrgyldaýar (*t* sekunt hasabynda). $t = 1\frac{2}{3}$ *s* bolanda *M* nokadyň absolýut tizlenmesiniň disk bilen baglanyşykly ξ, η oklardaky proýeksiýalaryny kesgitlemeli (*8.49-njy surat*).

Jogaby: $w_\xi = 10{,}95$ m/s^2, $w_\eta = -4{,}37$ m/s^2.

8.60-njy mesele. Öz tekizligine perpendikulýar bolan *O* okuň daşynda ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan diskiň hordasy bilen bir nokat υ_{ot} görä tizlik bilen deňölçegli hereket edýär. Nokat oka iň ýakyn *h* aralykda bolan pursadynda onuň absolýut tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon = \upsilon_{ot} + h\omega$, $w = \omega^2 h + 2\omega\upsilon_{ot}$.

8.61-nji mesele. Aýlanma hereketi bir waldan oňa parallel bolan ikinji wala geçirmek üçin muftadan peýdalanýarlar. Bu mufta OO_1 kriwoşip berkidilen. Hereketi geçiriji elliptik sirkuldan ybarat AB kriwoşip ω_1 burç tizlik bilen O_1 okuň daşynda aýlanýar we krestowinany ikinji wal bilen bile O okuň daşynda aýlandyrýar, ω_1 = const bolanda krestowinanyň aýlanyşynyň burç tizligini, şeýle hem polzunyň A nokadynyň göçürme we görä (krestowina görä) tizligini hem-de göçürme, görä we Koriolisiň tizlenmesini kesgitlemeli (*8.50-nji surat*):



8.50-nji surat

$OO_1 = AO_1 = O_1B = a.$

Jogaby: $\omega = \frac{\omega_1}{2}$, $\upsilon_{g\c{c}} = a\omega_1 \sin\frac{\omega_1}{2}t$, $\upsilon_{gr} = a\omega_1 \cos\frac{\omega_1}{2}t$,

$$w_{gr} = w_{g\c{c}} = \frac{a\omega_1^2}{2}\sin\frac{\omega_1}{2}t, \quad a_k = a\omega_1^2\cos\frac{\omega_1}{2}t.$$

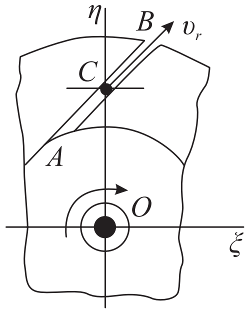
8.62-nji mesele. Welosipedçi wertikal okuň daşynda $\omega\frac{1}{2}$ *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan gorizontal platforma boýunça hereket edýär. Sürüjiden platformanyň aýlanma okuna çenli aralyk üýtgemeýär we $r = 4$ *m*. Welosipedçiniň görä tizligi $\upsilon_{gr} = 4$ *m/s* bolup, platformanyň degişli nokadynyň göçürme tizligine garşylykly ugrukdyrylan. Welosipedçiniň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli. Şeýle hem absolýut tizlenmesiniň nola deň bolmagy üçin, onuň haýsa görä tizlik bilen hereket etmelidigini kesgitlemeli.

Jogaby: 1) $w = 1$ m/s^2, w radius boýunça platformanyň merkezine tarap ugrukdyrylan

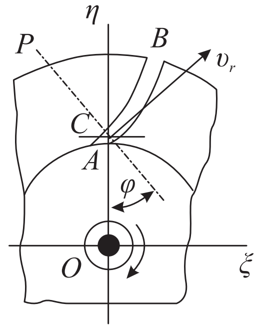
2) $\upsilon_{gr} = 2$ *m/s.*

8.63-nji mesele. Gönüçyzykly kanaly bolan kompressor 8.51--nji suratyň tekizligine perpendikulýar bolan O okuň daşynda ω burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar. Howa kanallarda υ_{ot} hemişelik görä tizlik bilen akýar. AB kanalyň C nokadyndaky howa bölejiginiň absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň koordinata oklaryndaky proýeksiýalaryny tapmaly. Berlen: AB kanal OC radiusa 45º burç bilen ýapgyt, $OC = 0,5\ m$, $\omega = 4\pi\ rad/s$, $\upsilon_{gr} = 2\ m/s$.

Jogaby: $\upsilon_\xi = 7,7\ m/s$, $\upsilon_\eta = 1,414\ m/s$,
$w_\xi = 35,54\ m/s^2$,
$w_\eta = -\ 114,5\ m/s^2$.



8.51-nji surat



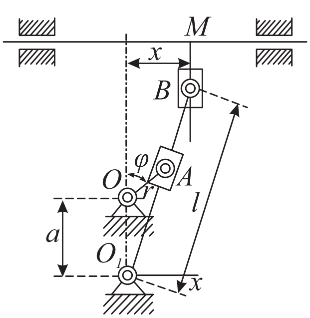
8.52-nji surat

8.64-nji mesele. Deslapky meseläni egriçyzykly kanal üçin çözmeli. Kanalyň egrilik radiusy C nokatda ρ, AB egri çyzyga C nokatda geçirilen normal bilen CO radiusyň arasyndaky burç φ. CO radius r-e deň (*8.52-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_\xi = \upsilon_{gr}\cos\varphi + r\omega$, $\upsilon_\eta = \upsilon_{gr}\sin\varphi$

$$w_\xi = \left(2\upsilon_{gr}\omega - \frac{\upsilon_{gr}^2}{\rho}\right)\sin\varphi,$$

$$w_\eta = -\left[r\omega^2 + \left(2\upsilon_{gr}\omega - \frac{\upsilon_{gr}^2}{\rho}\right)\cos\varphi\right].$$



8.53-nji surat

8.65-nji mesele. Rendeleýji stanogyň O_1B yranýan kulisaly kriwoşip – kulisa mehanizmi bilen herekete getirilýän M supportynyň hereket deňlemesini, tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli. 8.53-nji suratda shemasy görkezilen. Kulisa M supporta B polzun bilen birikdirilen. Polzun supportynyň hereketleniş okuna perpendikulýar bolan ugrukdyryjylarda supporta görä typýar. Berlen: $O_1B = l$, $OA = r$, $r > a : OA$ kriwoşip ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Kriwoşipiň aýlanma burçy wertikaldan başlap hasaplanýar.

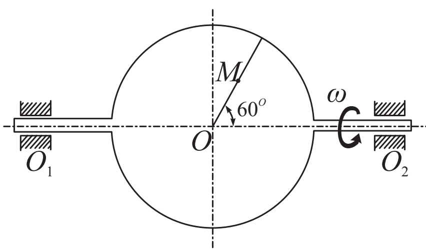
Jogaby: $x = l\dfrac{r\sin\omega t}{\sqrt{a^2 + r^2 + 2ar\cos\omega t}}$,

$$\upsilon = rl\omega\frac{(a + r\cos\omega t)(a\cos\omega t + r)}{(a^2 + r^2 + 2ar\cos\omega t)^{3/2}},$$

$$w = rl\omega^2\frac{a(r^2 + a^2)(a + r\sin\omega t) - r^2(a\cos\omega t + r)^2}{(a^2 + r^2 + 2ar\cos\omega t)^{3/2}}\sin\omega t.$$

Bellik: Koordinata O nokatdan geçýän wertikaldan hasaplanýar.

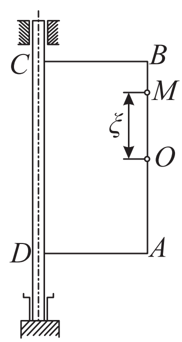
8.66-njy mesele. O_1O_2 okuň daşynda $\omega = 2t$ *rad/s* burç tizligi bilen aýlanýan diskiň radiusy boýunça M nokat diskiň merkezinden onuň gurşawyna tarap $OM = 4t^2$ *sm* kanuna laýyk hereketlenýär. OM – bu ýerde O_1O_2 ok bilen 60º burç emele getirýär. $t = 1$ *s* bolanda M nokadyň absolýut tizlenmesiniň ululygyny kesgitlemeli (*8.54-nji surat*).



8.54-nji surat

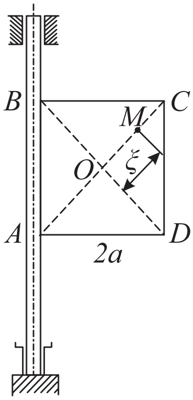
Jogaby: $w_M = 35{,}56$ sm/s^2.

8.67-nji mesele. $ABCD$ gönüburçlyk CD tarapyň daşynda $\omega = \dfrac{\pi}{2}$ *rad/s* = const burç tizligi bilen aýlanýar. M nokat AB tarap boýunça $\xi = a\sin\dfrac{\pi}{2}t$ *m* kanuna laýyk hereketlenýär. Ölçegler: $DA = CB = a$ *m*. $t = 1$ *s* bolanda nokadyň absolýut tizlenmesiniň ululygyny kesgitlemeli (*8.55-nji surat*).



8.55-nji surat

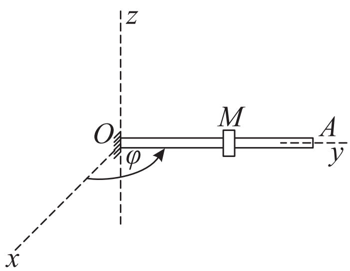
Jogaby: $w_a = \dfrac{a\pi^2}{4}\sqrt{2}$ m/s^2.



8.56-njy surat

8.68-nji mesele. Tarapy $2a$ bolan $ABCD$ kwadrat $\omega = \pi/2\ rad/s$ = const burç tizligi bilen aýlanýar. M nokat AC diagonal boýunça $\xi = a \cos\frac{\pi}{2}t\ m$ kanuna laýyk garmoniki yrgyldyly hereketlenýär. $t = 1\ s$ we $t = 2\ s$ bolanda nokadyň absolýut tizlenmesiniň ululygyny kesgitlemeli (*8.56-njy surat*).

Jogaby: $w_1 = a\pi^2\sqrt{5}\ m/s^2, \quad w_2 = 0{,}44\ a\pi^2.$



8.57-nji surat

8.69-njy mesele. OA steržen O nokatdan geçýän z okuň daşynda $10\ rad/s^2$ burç tizlenme bilen haýallaýan aýlanma hereket edýär. O nokatdan steržen boýunça M şaýba typyp barýar. Şaýba O nokatdan $0{,}6\ m$ aralykda bolup, steržen boýunça edýän hereketinde $1{,}2\ m/s$ tizlik, $0{,}9\ m/s^2$ = tizlenme, eger şu pursatda sterženiň burç tizligi $5\ rad/s$ bolsa, şaýbanyň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.57-nji surat*).

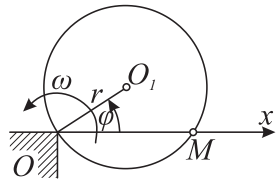
Jogaby: $w_a = 15{,}33\ m/s^2$ we MO ugur bilen 23° burç emele getirýär.

8.70-nji mesele. M şaýba gorizontal steržen boýunça $OM = 0{,}5\ t^2\ sm$ kanuna laýyk hereketlenýär. Şol wagt steržen O nokatdan geçýän wertikal okuň daşynda $\varphi = t^2 + t$ kanun bilen aýlanýar. $t = 2\ s$ bolanda şaýbanyň absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň radial we transwersal düzüjilerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_{gr} = 0{,}02\ sm/s, \qquad \upsilon_{\varphi} = 0{,}1\ sm/s,$

$w_{gr} = -\,0{,}49\ sm/s^2, \qquad w_{\varphi} = 0{,}24\ sm/s^2.$

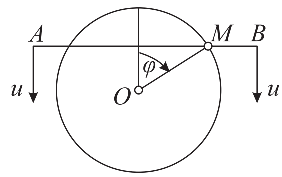
8.71-nji mesele. Radiusy r bolan tegelek, onuň gurşawynda ýatan O gozganmaýan okuň daşynda ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Bu aýlanyşda O nokatdan geçýän gozganmaýan gorizontal göni çyzyk x oky kesip geçýär. Tegelegiň gurşawy we x okuň kesişýän M nokadynyň tegelege görä we x oka görä hereketlerindäki tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli (*8.58-nji surat*).



8.58-nji surat

Jogaby: M nokat Ox oka görä $-\,\omega\sqrt{4r^2 - x^2}$ tizlik we $-\,\omega^2 x$ tizlenme bilen hereketlenýär. Tegelege görä nokat, tegelegiň aýlanyş ugruna ters ugrugyp, hemişelik 2 ωr tizlik we 4 $\omega^2 r$ tizlenme bilen hereketlenýär.

8.72-nji mesele. Gorizontal AB göni çyzyk wertikal ugrukdyrylanda hemişelik u tizlik bilen öz-özüne parallel göçýär we r radiusly gozganmaýan tegelegi kesip geçýär. Göni çyzygyň töwerek bilen M kesişme nokadynyň tegelege we AB göni çyzyga görä hereketlerinde tizligini we tizlenmesini φ burçuň funksiýasy görnüşinde kesgitlemeli (*8.59-njy surat)*.

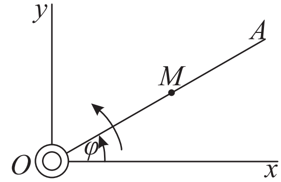


8.59-njy surat

Jogaby: 1) M nokadyň töwerek boýunça hereketinde $\dfrac{u}{\sin\varphi}$ tizlige, $-\dfrac{u^2\cos\varphi}{r\sin^3\varphi}$ galtaşma tizlenmä we $\dfrac{u^2}{r\sin^2\varphi}$ normal tizlenmä eýe.

2) M nokat AB göni çyzyga görä $\dfrac{u\cos\varphi}{\sin\varphi}$ tizlik we $-\dfrac{u^2}{r\sin^3\varphi}$ tizlenme bilen hereketlenýär.

8.73-nji mesele. OA ýarym göni çyzyk 8.60-njy suratyň tekizliginde gozganmaýan O nokadyň daşynda ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. OA boýunça M nokat hereket edýär. OA ýarym göni çyzyk x ok bilen üstme-üst düşen pursadynda M nokat koordinatalar başlangyjynda bolýar. M nokadyň υ absolýut tizligini ululygy boýunça hemişelik hasap edip, nokadyň OA ýarym göni çyzyga görä



8.60-njy surat

hereketini hem-de M nokadyň absolýut hereketiniň traýektoriýasyny we absolýut tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: M nokat OA boýunça $\upsilon_{gr} = \upsilon\cos\omega t$ tizlik bilen hereketlenýär.

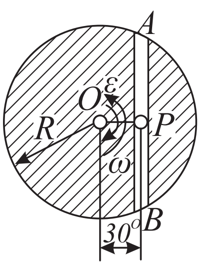
M nokadyň absolýut hereketiniň traýektoriýasy – töwerek, ol polýar koordinatalar sistemasynda $r = \frac{\upsilon}{\omega}\sin\varphi$, dekart koordinatalar sistemasynda bolsa

$x^2 + \left(y - \frac{\upsilon}{2\omega}\right)^2 = \left(\frac{\upsilon}{2\omega}\right)^2$ deňleme bilen aňladylýar.

M nokadyň absolýut tizlenmesi: $w_a = 2\ \omega\upsilon$.

8.74-nji mesele. Nokat diskiň radiusy boýunça υ hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. Disk bolsa merkezinden özüniň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda hemişelik ω burç tizlik bilen aýlanýar. Nokat diskiň aýlanma okundan r aralykda bolan pursadynda onuň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_a = \omega\sqrt{r^2\omega^2 + 4\upsilon^2}$.



8.61-nji surat

8.75-nji mesele. Merkezinden özüniň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda aýlanýan diskiň AB hordasy boýunça A-dan B ugra P şarjagaz hereketlenýär. Şarjagaz diskiň merkezinden 30 *sm*-e deň iň gysga aralykda bolanda onuň absolýut tizlenmesini tapmaly. Şu pursatda diskiň burç tizligi 3 *rad/s*, burç haýallamasy 8 *rad/s*^{2} (*8.61-nji surat*).

Jogaby: $w_a = 10{,}18$ *m/s*^{2}.

8.76-njy mesele. Deslapky meseläni disk AB horda parallel diametriň daşynda aýlanýar diýip çözmeli.

Jogaby: $w_a = 3{,}612$ *m/s*^{2}.

8.77-nji mesele. 8.75-nji meseläni diskiň AB hordasyna perpendikulýar bolan diametrini aýlanma oky diýip çözmeli.

Jogaby: $w_a = 7{,}2$ *m/s*^{2}.

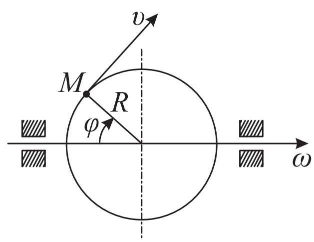
8.78-nji mesele. Ekwatorda bolan gämi demirgazyk-gündogar ugur bilen barýar. Gäminiň tizligi 20 uzele deň. Ýeriň aýlanyşy hasaba alnanda, Ýeriň radiusyny $6{,}378 \cdot 10^6$ *m* diýip hasap edip, gäminiň absolýut tizligini we Koriolisiň tizlenmesini kesgitlemeli (ugruň ady gäminiň nirä gidýändigini görkezýär. Uzel = 1 *deňiz milli/sag* = = 1852 *m/sag* = 0,5144 *m/s*).

Jogaby: $\upsilon_a = 470{,}4\ m/s,\ w_k = 1{,}06 \cdot \frac{10^{-3} m}{s^2}$.

8.79-njy mesele. Gäminiň tizligini hemişelik hasaplap, deslapky meseläniň şertlerinde onuň absolýut tizlenmesini tapmaly.

Jogaby: $w_a = 347{,}766 \cdot 10^{-4}\ m/s^2$.

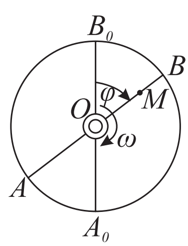
8.80-nji mesele. Diametriň daşynda ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan R radiusly diskiň gurşawy bilen M nokat ululyk taýdan hemişelik υ tizlik bilen hereketlenýär. M nokadyň absolýut tizlenmesini onuň radius wektory bilen aýlanma okunyň arasyndaky φ burçuň funksiýasy görnüşinde tapmaly (*8.62-nji surat*).



8.62-nji surat

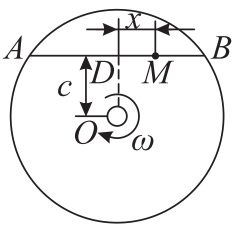
Jogaby: $w_a = \sqrt{\frac{\upsilon^4}{R^2} + \omega^4 R^2 \sin^2\varphi + 2\omega^2\upsilon^2(1+\cos^2\varphi)}$.

8.81-nji mesele. R radiusly disk, merkezinden özüniň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda hemişelik ω burç tizlik bilen aýlanýar. Diskiň diametrlerinden biri boýunça M nokat hereketlenende diskiň merkezinden hasaplanýan OM aralyk $OM = R \sin\omega t$ kanun bilen üýtgeýär. M nokadyň absolýut traýektoriýasyny, absolýut tizligini we absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.63-nji surat*).



8.63-nji surat

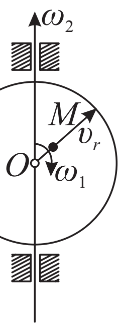
Jogaby: Eger M nokadyň başlangyç orny koordinatalar başlangyjy diýip kabul edilse we y ok M nokadyň hereketlenýän diametriniň başlangyç orny boýunça ugrukdyrylsa, onda nokadyň traýektoriýasy $\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+y^2=\frac{R^2}{4}$ deňleme bilen aňladylýan (merkezi diskiň radiusynyň ortasynda ýerleşen, diskiň radiusynyň ýarsyna deň radiusly) töwerek bolýar. Absolýut tizlik $\upsilon_a = \omega R$. Absolýut tizlenme $w_a = 2\omega^2 R$.



8.64-nji surat

8.82-nji mesele. Disk, merkezinden özüniň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda hemişelik ω burç tizlik bilen aýlanýar. AB hordanyň ortasyndaky D nokatdan u hemişelik görä tizlik bilen M nokat hereketlenýär. Horda diskiň merkezinden c aralykda ýerleşýär. M nokadyň absolýut tizligini we absolýut tizlenmesini $DM = x$ aralygyň funksiýasy görnüşinde tapmaly (*8.64-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_a = \sqrt{\omega^2 x^2 + (u+\omega c)^2}, \quad w_a = \omega\sqrt{\omega^2 x^2 + (2u+\omega c)^2}.$



8.65-nji surat

8.83-nji mesele. Diskiň gozganýan radiusy boýunça onuň merkezinden gurşawyna tarap M nokat υ_{gr} hemişelik tizlik bilen hereketlenýär. Gozganýan radius diskiň tekizliginde ω_1 hemişelik burç tizlik bilen öwrülýär. Diskiň tekizligi özüniň diametriniň daşynda ω_2 hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. $t = 0$ pursatda M nokat diskiň merkezinde, gozganýan radius bolsa diskiň aýlanma oky boýunça ugrukdyrylan diýip, M nokadyň absolýut tizligini tapmaly (*8.65-nji surat*).

Jogaby: $\upsilon_a = \upsilon_{gr}\sqrt{1 + t^2(\omega_1^2 + \omega_2^2 \sin^2\omega_1 t)}.$

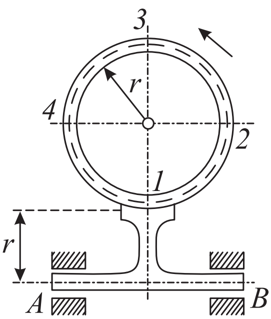
8.84-nji mesele. Diametri 4 m bolan diskiň gurşawyndaky nokat töwerek boýunça 2 m/s görä tizlik bilen hereketlenýär. Disk nokadyň hereketine ters ugurda, berlen pursatda 2 rad/s burç tizlik we 4 rad/s^2 burç tizlenme bilen aýlanýar. Nokadyň absolýut tizlenmesini tapmaly.

Jogaby: $w_a = 8{,}24\ m/s^2$, w_a radius bilen 76º burç emele getirýär.

8.85-nji mesele. Disk, merkezinden özüniň tekizligine perpendikulýar geçýän okuň daşynda $\varphi = \frac{2}{3}t^3$ kanun bilen aýlanýar. Diskiň radiusy boýunça nokat $s = 4t^2 - 10\,t + 8\ sm$ kanun bilen hereketlenýär. s aralyk diskiň merkezinden başlap ölçenilýär. $t = 1\ s$ bolan pursatda nokadyň absolýut tizligini we absolýut tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_a = 4,47\frac{sm}{s}$, $w_a = 0$.

8.86-njy mesele. Radiusy r bolan köwek halka AB wal bilen pugta birikdirilen. Walyň oky halkanyň tekizliginde ýerleşen. Halka suratda görkezilen peýkamyň ýönelişinde hemişelik u görä tizlik bilen hereket edýän suwuklyk bilen doldurylan. Eger aýlanma oky boýunça A-dan B seredilse, AB wal sagat diliniň aýlanýan ugruna aýlanýar. Walyň ω burç tizligi hemişelik. *1, 2, 3* we *4* nokatlardaky suwuklygyň bölekleriniň absolýut tizlenmeleriniň ululyklaryny kesgitlemeli (*8.66-njy surat*).



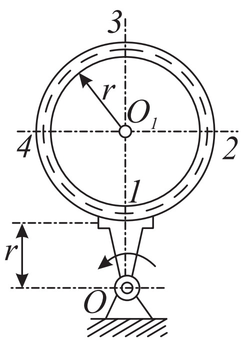
8.66-njy surat

Jogaby: $w_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r}$, $w_2 = w_4 = 2r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$, $w_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$.

8.87-nji mesele. Deslapky meselede halkanyň okunyň tekizligi AB walyň okuna perpendikulýar diýlip hasaplananda (*8.67-nji surat*), şol ululyklary aşakdaky iki ýagdaý üçin kesgitlemeli:

1) göçürme we görä bir ugra ugrukdyrylan;

2) hereketiň düzüjileriniň ugurlary gapma-garşy.



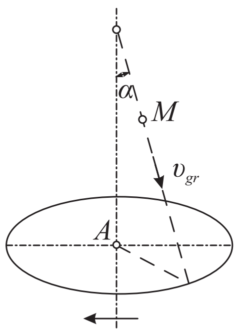
8.67-nji surat

Jogaby: 1) $w_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} - 2u\omega$, $w_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} + 2u\omega$,

$$w_2 = w_4 = \sqrt{\left(\frac{u^2}{r} + 2\omega u + \omega^2 r\right)^2 + 4\omega^4 r^2};$$

2) $w_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} + 2u\omega, \quad w_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} - 2u\omega,$

$$w_2 = w_4 = \sqrt{\left(\omega^2 r + \frac{u^2}{r} - 2\omega u\right)^2 + 4\omega^4 r^2}.$$



8.68-nji surat

8.88-nji mesele. M nokat OA okly tegelek konusyň emele getirijisi boýunça depesinden esasyna tarap υ_{ot} görä tizlik bilen deňölçegli hereket edýär. Burç $MOA = \alpha$; $t = 0$ bolanda aralyk $M_0O = a$. Konus öz okunyň daşynda ω burç tizlik bilen deňölçegli aýlanýar. M nokadyň absolýut tizlenmesini kesgitlemeli (*8.68-nji surat*).

Jogaby: Tizlenme aýlanma okuna perpendikulýar bolan tekizlikde ýatýar we katetleri $w^n_{gç} = \omega^2(a + \upsilon_{gr}t)\sin\alpha$ we $w_k = 2\upsilon_{ot}\,\omega\,\sin\alpha$ bolan gipotenuzasy bolýar.

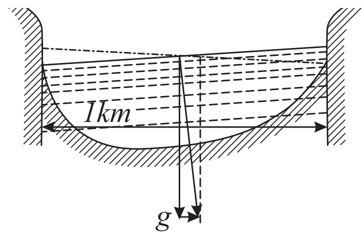
8.89-njy mesele. Deslapky meselede M nokat w_{ot} hemişelik görä tizlenme bilen konusyň emele getirijisi boýunça depesinden esasyna tarap hereket edýär diýip, şu nokadyň $t = 1s$ bolan pursatdaky absolýut tizlenmesiniň ululygyny kesgitlemeli. Berlen: $\alpha = 30^\circ$, $a = 15\ m$, $w_{ot} = 10\ m/s^2$, $\omega = 1\ rad/s$ we $t = 0$ bolan pursatda nokadyň υ_{gr} görä tizligi nola deň.

Jogaby: $w = 14{,}14\ m/s^2$.

8.90-njy mesele. 8.88-nji meselede konus öz okunyň daşynda ε burç tizlenme bilen deňtizlenýän aýlanma hereket edýär diýip hasaplap, M nokadyň $t = 2s$ bolan pursatdaky absolýut tizlenmesini kesgitlemeli. Berlen: $\alpha = 30^\circ\ m$, $a = 0{,}2\ m$, $\upsilon_{ot} = 0{,}3\ m/s$, $\varepsilon = 0{,}5\ rad/s^2$ we $t = 0$ bolan pursatda ω burç tizlik nola deň.

Jogaby: $w = \frac{0{,}64\ m}{s}$.

8.91-nji mesele. Ini 500 m bolan derýa günortadan demirgazyga tarap 1,5 m/s tizlik bilen akýar. 60° demirgazyk giňlikde suw böleginiň w_k Koriolis tizlenmesini kesgitlemeli. Ondan soň, suwuň derýanyň haýsy kenarynda beýikligini we näçe beýikligini kesgitlemeli. Suwuň üsti, Koriolis tizlenmesine deň we oňa garşy ugrukdyrylan wektor bilen agyrlyk güýjüniň g tizlenmesiniň wektorynyň jemine deň bolan wektoryň ugruna perpendikulýar (*8.69-njy surat*).



8.69-njy surat

Jogaby: Koriolis tizlenmesi w_k günbatara ugrukdyrylan we $w_k = 1{,}89 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Suw sag kenarda 0,0096 m beýik.

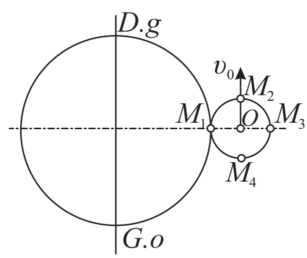
8.92-nji mesele. Otly υ = 90 *km/sag* tizlik bilen demirgazyga tarap hereket edýär. Bu ýeriň giňligi φ = 47º. Otlynyň Koriolis tizlenmesini tapmaly.

Jogaby: $w_k = 2{,}66 \cdot 10^{-3}$ m/s^2.

8.93-nji mesele. Demirgazyk giňlikde parallel boýunça geçirilen demir ýolda otly günbatardan gündogara υ_{gr} = 20 *m/s* tizlik bilen hereket edýär. Otlynyň w_k Koriolis tizlenmesini tapmaly.

Jogaby: $w_k = 2{,}91 \cdot 10^{-3}$ m/s^2.

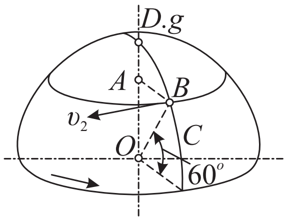
8.94-nji mesele. Meridian boýunça hereketlenýän elektrowoz ekwatory kesip geçýän pursadynda onuň tigrindäki M_1, M_2, M_3 we M_4 nokatlaryň Koriolis tizlenmesini tapmaly. Elektrowozyň tigriniň merkeziniň tizligi υ_0= 40 *m/s* (*8.70-nji surat*).



8.70-nji surat

Jogaby: M_1 we M_2 nokatlar üçin $w_k = 5{,}81 \cdot 10^{-3}$ m/s^2.

8.95-nji mesele. Newa derýasy demirgazyk giňligiň 60º-ly parallelinde gündogardan günbatara υ_{gr} = 1,11 *m/s* tizlik bilen akýar.



8.71-nji surat

Suw bölekleriniň tizlenmeleriniň suwuň akymynyň tizligine bagly bolan düzüjileriniň degişli meridianyň *BC* galtaşmasyndaky proýeksiýalarynyň jemini kesgitlemeli. Ýeriň radiusy $R = 64 \cdot 10^5$ *m* (*8.71-nji surat*).

Jogaby: $w_{BC} = 1{,}385 \cdot 10^{-4}\ m/s^2$.

8.96-njy mesele. Newa derýasy demirgazyk giňligiň 60º-ly parallelinde gündogardan günbatara $\upsilon_{gr} = 1{,}11\ m/s$ tizlik bilen akýar. Suw bölekleriniň tizlenmeleriniň düzüjilerini tapmaly.

Jogaby: $w_{gç} = 1{,}692 \cdot 10^{-2}\ m/s^2$, $w_{gr} = 3{,}86 \cdot 10^{-7}\ m/s^2$,
$w_k = 1{,}616 \cdot 10^{-4}\ m/s^2$.

8.97-nji mesele. Nokat diskiň radiusy boýunça $r = ae^{kt}$ deňlemä laýyk hereketlenýär. Bu ýerde *a, k* – hemişelik ululyklar. Diskiň tekizligine perpendikulýar, merkezden geçýän okuň daşynda disk $\varphi = kt$ deňlemä laýyklykda hereketlenýär. Nokadyň absolýut tizligini, absolýut tizlenmesini, galtaşma we normal tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon = ake^{kt}\sqrt{2}$, $w = 2ak^2e^{kt}$, $w_\tau = ak^2e^{kt}\sqrt{2}$, $w_n = ak^2e^{kt}\sqrt{2}$.

8.98-nji mesele. Ýeriň üstünde *M* nokat hereketlenýär. Hereketiň ugry *k* (demirgazyga tarap ugur bilen nokadyň Ýere görä υ tizliginiň arasyndaky burç), Ýeriň berlen pursatdaky giňligi φ. Nokadyň Koriolis tizlenmesiniň w_{kx} – gündogar, w_{ky} – demirgazyk we w_{kz} – wertikal düzüjilerini kesgitlemeli.

Jogaby: $w_{kx} = -2\upsilon\omega \cos k \sin \varphi$, $w_{ky} = 2\upsilon\omega \sin k \sin \varphi$ $w_{kz} = -2\upsilon\omega \sin k \cos \varphi$, mundaky ω – Ýeriň aýlanma burç tizligi.

8.99-njy mesele. Deslapky meseläniň şertleri esasynda *M* nokadyň Koriolis tizlenmesiniň gorizontal düzüjisiniň ululygyny we ugruny kesgitlemeli.

Jogaby: $w_{kH} = 2\upsilon\omega \sin \varphi$, tizlenmäniň gorizontal düzüjisi *M* nokadyň Ýere görä υ tizligine perpendikulýar we ondan demirgazyk ýarymşarda çepe tarap, günorta ýarymşarda saga tarap ugrukdyrylan.

8.100-nji mesele. M nokadyň Ýeriň üstünden beýikligi h, ýeriniň giňligi φ. Nokadyň Ýeriň aýlanmagy sebäpli döreýän göçme hereketiniň $w_{gçx}$ – gündogar, $w_{gçy}$ – demirgazyk we $w_{gçz}$ – wertikal düzüjilerini kesgitlemeli. Ýeriň radiusy R, burç tizligi ω.

Jogaby: $w_{gçx} = 0, w_{gçy} = (R+h)\,\omega^2 \sin\varphi\cos\varphi,\ w_{gçz} = -(R+h)\,\omega^2\cos^2\varphi$.

8.101-nji mesele. M nokadyň Ýere görä tizliginiiň gündogar, demirgazyk we wertikal proýeksiýalary, degişlilikde $\upsilon_{G.o}$, $\upsilon_{D.g}$ we υ_h. Eger nokadyň Ýer üstünden beýikligi berlen pursatda h, ýeriniň giňligi φ, Ýeriň radiusy R we burç tizligi ω bolsa, nokadyň görä tizlenmesiniň x, y, z koordinata oklaryndaky proýeksiýalaryny kesgitlemeli. x ok – gündogara, y ok – demirgazyga, z ok – wertikal boýunça ugrukdyrylan.

$$\text{Jogaby: } w_{gr,x} = \dot{\upsilon}_{G.o} - \frac{\upsilon_{G.o}\upsilon_{D.g}}{R+h}\operatorname{tg}\varphi + \frac{\upsilon_{G.o}\upsilon_h}{R+h},$$

$$w_{gr,y} = \dot{\upsilon}_{D.g} - \frac{\upsilon_{G.o}^2}{R+h}\operatorname{tg}\varphi + \frac{\upsilon_{D.g}\upsilon_h}{R+h}, w_{gr,z} = \dot{\upsilon}_h - \frac{\upsilon_{G.o}^2 + \upsilon_{D.g}^2}{R+h}.$$

8.102-nji mesele. Deslapky meseläniň şertleriniň esasynda Ýeriň golaýynda hereketlenýän M nokadyň absolýut tizlenmesiniň düzüjilerini kesgitlemeli.

$$\text{Jogaby: } w_x = \dot{\upsilon}_{G.o} - \frac{\upsilon_{G.o}\upsilon_{D.g}}{R+h}\operatorname{tg}\varphi + \frac{\upsilon_{G.o}\upsilon_{D.g}}{R+h} - 2(\upsilon_{D.g}\sin\varphi - \upsilon_h\cos\varphi)\omega,$$

$$w_y = \dot{\upsilon}_{D.g} + \frac{\upsilon_{G.o}^2}{R+h}\operatorname{tg}\varphi + \frac{\upsilon_{D.g}\upsilon_h}{R+h} + (R+h)\omega^2\sin\varphi\cos\varphi + 2\upsilon_{G.o}\omega\sin\varphi,$$

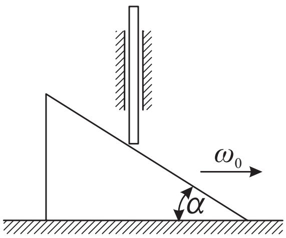
$$w_z = \dot{\upsilon}_h - \frac{\upsilon_{G.o}^2 + \upsilon_{D.g}^2}{R+h} - (R+h)\omega^2\cos^2\varphi - 2\upsilon_{G.o}\cos\varphi.$$

8.103-nji mesele. Özüniň AB diametriniň ugruna hemişelik υ_0 tizlik bilen typyp öňe hereket edýän kulak ýarymdiskiň şekiline eýe (8.46-njy meseläniň suratyna seret). AB diametre perpendikulýar bolup, wertikal ugrukdyryjy bilen erkin typyp, kulaga daýanan ýagdaýynda hereketlenýän sterženiň tizlenmesini kesgitlemeli. Roligiň radiusy ρ. Steržen başlangyç pursatda özüniň iň ýokarky ýagdaýynda bolýar.

$$\text{Jogaby: } w = \frac{\upsilon_0^2(r+\rho)^2}{[(r+\rho)^2 - \upsilon_0^2 t^2]^{3/2}}.$$

8.104-nji mesele. Tokar stanogynda diametri 80 *mm* bolan silindr ýonulýar. Şpindel 30 *aýl/min* burç tizlik bilen aýlanýar. Boýuna süýşüriş tizligi hemişelik we 0,2 *mm/s*. Bejerilýän silindre görä kesgijiň tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_{gr} = 125{,}7\ mm/s,\ w_{gç} = 789{,}5\ m/s^2,\ w_{gr} = w_k = 394{,}8\ mm/s^2.$



8.72-nji surat

8.105-nji mesele. Steržen aşaky ujy bilen üçburçly prizmanyň ýylmanak ýapgyt tekizligine daýanyp, wertikal ugrukdyryjynyň içinde typýar. Prizma gorizontal bilen sag tarapa w_0 hemişelik tizlenme bilen hereketlenýär. Sterženiň tizlenmesini tapmaly (*8.72-nji surat*).

Jogaby: $w = w_0 \text{tg}\alpha$.

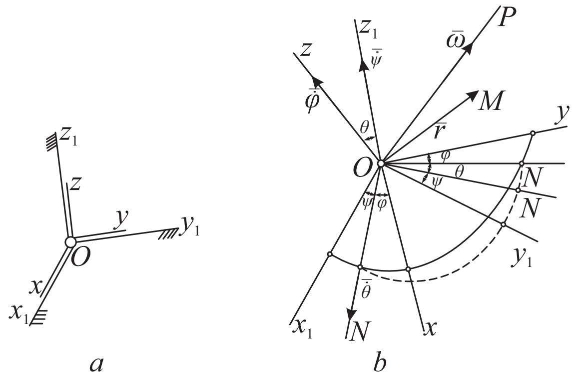
9. GATY JISIMIŇ GOZGANMAÝAN NOKADYŇ DAŞYNDAN HEREKETI

9.1. Umumy maglumatlar. Mysaly meseleler

Gaty jisimiň gozganmaýan nokadyň daşyndaky hereketini ýazmak üçin 9.1-nji surata ýüzleneliň. O – gozganmaýan nokat, $Oxyz$ – jisime berkidilen gozganýan koordinatalar sistemasy, $Ox_1y_1z_1$ – gozganmaýan koordinatalar sistemasy. Başlangyç pursatda koordinatalar sistemalary gabat gelýärler (*9.1-nji a surat*).

Eýleriň teoremasyna görä jisimiň gozganmaýan nokadyň daşyndaky islendik ornuny şol nokatdan geçýän üç sany oklaryň daşyndan aýlamak bilen almak bolýar.

*9.1-nji b surat*da gozganýan koordinatalar sistemasynyň islendik t wagtdaky eýelän orny görkezilendir. Şol orny başlangyç orundan nähili alyp bolýandygyny görkezeliň. Eýleriň burçlary diýlip atlandyrylýan ψ, θ, φ burçlary, yzygiderlilikde z_1, N we z oklaryň daşyndan aýlap, *9.1-nji b* suratdaky ýagdaýa gelinýär. Şu öwrümleri aşakdaky shema bilen düşündirmek bolýar.



9.1-nji surat

Başlangyç ýagdaý:	I öwrüm:	x ok N orna
9.1-nji a surat. Koordinata oklary gabat gelýärler	z_1 okuň daşynda ψ burça öwürýäris.	y ok N' orna eýe bolýar. z ok deslapky ýerinde galýar
$x_1 \equiv x$,		$x \to N$,
$y_1 \equiv y$,		$y \to N'$,
$z_1 \equiv z$,		$z_1 \equiv z$.

II öwrüm:	N – üýgemeýär,	III öwrüm:	b suratdaky ahyrky ýagdaýy alýarys,
N okuň daşynda θ burça öwürýäris	$N' \to N_1$	z okuň daşynda φ burça öwürýäris	x,
	z – ahyrky ornuna barýar		y,
			z.

Eýleriň burçlarynyň üýtgeýän çäkleri:

$$0 \le \psi \le 2\pi, \qquad 0 \le \theta \le \pi, \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi.$$

OP – (mgnowen) aýlanma oky, $\overline{\omega}$ – pursat burç tizligi. ON – oka düwünler çyzygy diýilýär.

$$\overline{\omega} = \overline{\dot{\psi}} + \overline{\dot{\theta}} + \overline{\dot{\varphi}}\,. \tag{9.1}$$

$\bar{\dot\psi}, \bar{\dot\theta}, \bar{\dot\varphi}$ degişli öwrümdäki burç tizlikler. (9.1) deňligi gozganýan we gozganmaýan oklara proýektirläp, Eýleriň kinematiki formalaryny alýarys:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot\psi \sin\varphi \sin\theta + \dot\theta \cos\varphi, \\ \omega_y &= \dot\psi \cos\varphi \sin\theta - \dot\theta \sin\varphi, \\ \omega_z &= \dot\psi \cos\theta + \dot\varphi. \end{aligned} \tag{9.2}$$

$$\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot\theta \cos\psi + \dot\varphi \sin\psi \sin\theta, \\ \omega_{y_1} &= \dot\theta \sin\psi - \dot\varphi \cos\psi \sin\theta, \\ \omega_{z_1} &= \dot\psi + \dot\varphi \cos\theta. \end{aligned} \tag{9.3}$$

Pursat burç tizliginiň ululygy (moduly) şeýle tapylýar:

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \sqrt{\dot\psi^2 + \dot\varphi^2 + 2\dot\psi\dot\varphi\cos\theta}. \tag{9.4}$$

Islendik M nokadyň tizligi aşakdaky formula blen tapylýar:

$$\bar\upsilon = \bar\omega \times \bar r. \tag{9.5}$$

Tizligiň gozganýan we gozganmaýan oklara proýeksiýalaryny ýazalyň:

$$\upsilon_x = \omega_y z - \omega_z y, \quad \upsilon_y = \omega_z x - \omega_x z, \quad \upsilon_z = \omega_x y - \omega_y x, \tag{9.6}$$

$$\upsilon_{x_1} = \omega_{y_1} z_1 - \omega_{z_1} y_1, \quad \upsilon_{y_1} = \omega_{z_1} x_1 - \omega_{x_1} z_1, \quad \upsilon_{z_1} = \omega_{x_1} y_1 - \omega_{y_1} x_1. \tag{9.7}$$

Pursat aýlanma okunyň gozganýan sistema görä deňlemeleri şeýle ýazylýar:

$$\frac{x}{\omega_x} = \frac{y}{\omega_y} = \frac{z}{\omega_z}. \tag{9.8}$$

Pursat burç tizlenmesiniň wektoryny $\bar\varepsilon$ bilen belgilesek, ol $\bar\omega$ wektoryň ujunyň tizligi ýaly kesgitlenýär:

$$\bar a_M = \bar a = \bar\varepsilon \times \bar r + \bar\omega \times (\bar\omega \times \bar r) = \bar a_\tau + \bar a_n. \tag{9.9}$$

bu ýerde $\bar a_\tau = \bar\varepsilon \times \bar r$ – aýlanma tizlenmesi, $\bar a_n = \bar\omega \times (\bar\omega \times \bar r)$ – oka ymtylýan tizlenme diýilýär.

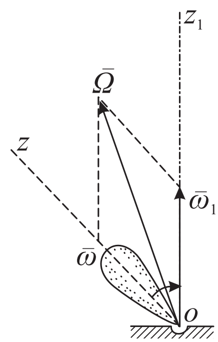
Eger (9.9) deňlemäniň iki bölegini hem gozganýan oklara proýektirlesek, onda tizlenmäniň proýeksiýalaryny alarys:

$$a_x = \varepsilon_y z - \varepsilon_z y + \omega_x(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) - x\omega^2,$$
$$a_y = \varepsilon_z x - \varepsilon_x z + \omega_y(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) - y\omega^2, \qquad (10.10)$$
$$a_z = \varepsilon_x y - \varepsilon_y x + \omega_z(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) - z\omega^2.$$

Gozganmaýan oklara proýeksiýalary hem şuňa meňzeşlikde tapyp bolýandygy üçin ýazmaýarys.

9.1-nji mesele. Wolçogyň z oky deňölçegli aýlanyp, z_1 wertikal okuň daşynda, depesindäki burçy 2θ bolan tegelek konusy çyzýar. Wolçogyň z_1 okuň daşynda aýlanmasyndaky burç tizligi $\bar{\omega}_1$, öz okunyň daşyndan aýlanmasyndaky burç tizligi $\bar{\omega}$. Wolçogyň absolýut hereketindäki Ω burç tizliginiň ululygyny we ugruny tapmaly.

Çözülişi. Wolçok gozganmaýan O nokadyň daşynda aýlanany üçin onuň her pursatdaky hereketini Ω absolýut burç tizlik bilen O nokatdan geçýän pursat aýlanma okuň daşynda aýlanýan ýaly garamak bolýar. Bu herekete başgaça-da garamak mümkin. Wolçogyň hereketini iki sany aýlanma hereketiň jemi ýaly almak bolýar: $\bar{\omega} = \bar{\omega}_{gr}$ burç tizlikli görä aýlanma hereketi we $\bar{\omega} = \bar{\omega}_{gç}$ burç tizlikli göçürme aýlanma hereketi. Aýlanma oklary kesişýän iki sany aýlanma hereketi goşmak hakyndaky teoremadan peýdalanýarys: $\bar{\omega}_a = \bar{\omega}_{gr} + \bar{\omega}_{gç}$ ýa-da biziň belgilerimizde $\bar{\Omega} = \bar{\omega} + \bar{\omega}_1$. Gözlenýän $\bar{\Omega}$ burç tizligimiziň ululygyny (modulyny) we ugruny tapýarys (*9.2-nji surat*).

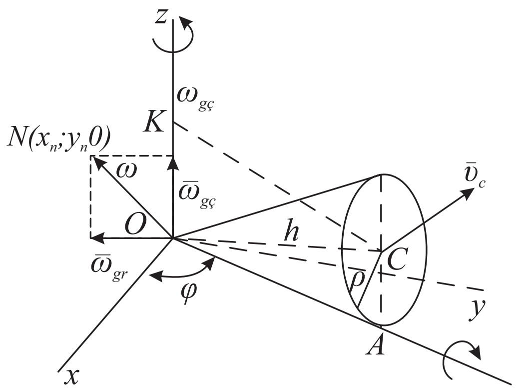


9.2-nji surat

9.2-nji mesele. Beýikligi $h = 4$ *sm*, esasynyň radiusy $r = 3$ *sm* we depesi gozganmaýan O nokatda ýatan konus tekizlikde typman tigirlenýär (*9.3-nji surat*). Konusyň esasynyň C merkeziniň tizligi $v_c = 48$ *sm/s.* Konusyň burç tizligini, burç tizligiň godografyny çyzýan nokadyň koordinatalaryny we burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Çözülişi. Puassonyň teoremasynyň esasynda tassyklaýarys: *Oxy* tekizlik hereketsiz aksoid, konusyň gapdal üsti hereketdäki aksoiddir. Konusyň *Oxy* tekizlige galtaşyp duran *OA* çyzygy onuň pursat aýlanma oky bolýar. $\overline{\omega}$ absolýut pursat tizlik 9.3-nji suratda görkezilendir. C nokadyň ρ pursat aýlanma radiusyny OAC gönüburçly üçburçlukdan tapýarys. ρ – göni burçuň C depesinden gipotenuza inderilen perpendikulýardyr:

$$\rho = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4\, sm.$$



9.3-nji surat

Pursat burç tizligi tapalyň:

$$\omega = \frac{\upsilon_c}{\rho} = \frac{48}{2,4} = 20; \qquad \omega = 20\ s^{-1}.$$

Burç tizliginiň godografyny çyzýan $N(x_N,\ y_N,\ 0)$ nokadyň koordinatalaryny tapmak üçin godografyň özüni gurýarys. Godograf merkezi O nokatda ýerleşen radiusy $\omega = 20\ s^{-1}$ bolup, Oxy tekizlikde ýatan töwerekdir. Şu töweregiň deňlemesini ýazmak üçin $N(x_N,\ y_N)$ nokadyň koordinatalarynyň t wagta baglylykda üýtgeýşini kesgitlemeli. Konusyň z okuň daşyndan aýlanmagyny onuň göçürme hereketi deregine almak bolýar. Onda $\omega_{gç}$ göçürme burç tizligini tapalyň:

$$\omega_{gç} = \frac{\upsilon_c}{KC} = \frac{\upsilon_c}{OC} = \frac{\upsilon_c}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = \frac{48}{\sqrt{4^2 - (2,4)^2}} = 15; \ \ \omega_{gç} = 15\ s^{-1}.$$

Şeýlelikde, $\varphi = 15 \cdot t$. Onda

$$x_N = \omega_x = -20\cos(15t), \quad y_N = \omega_y = -20\sin(15t), \quad z_N = 0.$$

t wagty şu deňlemelerden çykarsak, gözlenýän deňlemäni alarys:

$$x_N^2 + y_N^2 = 20^2.$$

$\overline{\varepsilon}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ burç tizlenmäni tapalyň:

$\varepsilon x = \dot{\omega}_x = 300\sin(15t)$, $\varepsilon_y = -300\cos(15t)$, $\varepsilon_z = 0$;

$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} = 300\ s^{-2}$.

$\overline{\varepsilon} \perp \overline{\omega}$, bolany üçin $\overline{\varepsilon}$ töwerege galtaşýan çyzyk bilen ugrukdyrylandyr.

9.3-nji mesele. Konus gozganmaýan O nokadyň daşynda typman tigirlenýär. Konusyň beýikligi $CO = 18$ *sm*; $\angle AOB = 90°$. Konusyň esasynyň C merkezi deňölçegli hereket edip, t_1=1 sekuntda bir öwrüm edýär (*9.4-nji surat*). AB diametriň B ujunyň tizligini, konusyň ε burç tizlenmesini, A we B nokatlaryň tizlenmelerini tapmaly.

Çözülişi. Konus typman tigirleneni üçin onuň tekizlige galtaşýan OA çyzygy pursat aýlanma oky bolýar. $\overline{\omega}$ pursat tizlik 9.4-nji suratda görkezilendir. Konusyň absolýut hereketi OA çyzygyň daşyndan $\overline{\omega}$ burç tizlik bilen aýlanmagydyr. Şu absolýut herekete iki sany aýlanma hereketiň netijesi ýaly garamak bolýar: ω_1 burç tizligi bilen OB-niň daşynda aýlanmak (göçürme hereketi) we ω_2 burç tizlik bilen konusyň OC okunyň daşynda aýlanmak (görä hereket).

Şeýlelikde, $\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2$.

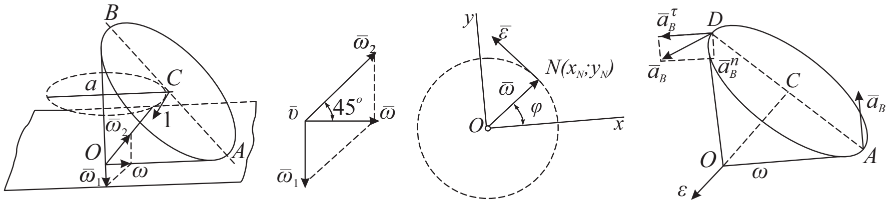
Şert boýunça C nokat $t_1 = 1\ s$ wagtda bir öwrüm edýär, $2\pi = \omega_1 t_1$; $\omega_1 = 2\pi\ s^{-1}$. 9.4-nji b suratdan $\omega_2 = \omega_1\sqrt{2}\ s^{-1}$.

B nokadyň υ_B tizligi: $\upsilon_B = \omega \cdot OB = \omega \cdot \dfrac{OC}{\sin 45°} = \dfrac{2\pi \cdot 18 \cdot 2}{\sqrt{2}} =$
$= 36\pi\sqrt{2} = 160$ *sm/s*.

$\overline{\omega}$ burç tizligiň godografyny çyzýan $N(x_N, y_N)$ nokadyň koordinatalaryny t wagta baglylykda ýazalyň:

$(\varphi = \omega_1 t = 2\pi t)$, $x_N = \omega_x = \omega \cdot \cos\varphi = 2\pi \cdot \cos(2\pi t)$, $y_N = 2\pi\sin(2\pi t)$. Bu deňliklerden t wagty çykaryp, N nokadyň traýektoriýasynyň deňlemesini ýazarys: $x_N^2 + y_N^2 = (2\pi)^2$.

Bu deňleme 2π radiusly töweregiň deňlemesidir. $\overline{\varepsilon}(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ burç tizlenmäni tapalyň: $\varepsilon_x = -4\pi^2 \cdot \sin(2\pi t)$, $\varepsilon_y = 4\pi^2 \cdot \cos(2\pi t)$, $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} = 4\pi^2 s^{-2}$ wektor OA we OB $\overline{\varepsilon}$ çyzyklara perpendikulýardyr.



9.4-nji surat

$\overline{\varepsilon}$ wektor OA we A, B nokatlaryň tizlenmelerini kesgitläliň. A nokat pursat aýlanma okunda ýerleşeni üçin okuň tizlenmesini diňe $\overline{a}_A^{\tau}$ aýlanma tizlenmeden durýar ($a_A^n = 0$).

$$a_A = \varepsilon \cdot OA = 4\pi^2 \cdot \frac{OC}{\cos 45^\circ} = 4\pi^2 \cdot 18 \cdot \sqrt{2} = 1000\ sm/s^2.$$

B nokadyň tizlenmesi iki tizlenmeden durýar, (9.9) formula esasynda

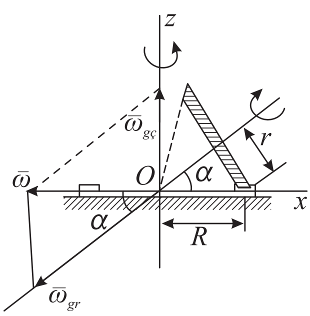
$$\overline{a}_B = \overline{a}_B^{\tau} + \overline{a}_B^{n}, \quad a_B^{\tau} = \varepsilon \cdot OB = 1000\ sm/s^2,$$

$$a_B^n = \omega^2 \cdot OB = 1000\frac{sm}{s^2}, \quad \overline{a}_B^{\tau} \perp \overline{a}_B^{n} \text{ bolany üçin}$$

$$a_B = \sqrt{(a_B^{\tau})^2 + (a_B^{n})^2} = 1000\sqrt{2}\ sm/s^2.$$

$$\mathrm{tg}(\overline{a}, \overline{a}^{\tau}) = \frac{a^n}{a^{\tau}} = 1, \quad (\overline{a}, \overline{a}^{\tau}) = 45^\circ.$$

9.4-nji mesele. Konus şekilli dişli tigir tekizlikdäki daýanç şesternýany bir minutda bäş gezek aýlanyp çykýar. Konus şekilindäki tigriň oky daýanç dişli walyň geometriki oky bilen onuň O merkezinde kesişýär. Daýanç şesternýanyň radiusy tigriň radiusyndan iki esse uly ($R = 2r$) bolsa, tigriň öz okunyň daşynda aýlanma ω_r burç tizligini we pursat okuň daşynda aýlanma ω burç tizligini kesgitlemeli (*9.5-nji surat*).



9.5-nji surat

Çözülişi. Konusyň hereketine çylşyrymly hereket görnüşinde garamak bolýar. Konus bilen tekizligiň umumy çyzygy pursat aýlanma oky bolup, $\overline{\omega}$ absolýut tizlik şu okda ýatýar. Konusyň öz okunyň daşynda aýlanmagy görä hereket bolup, $\overline{\omega}_{gr}$ görä burç tizligi şu okuň üstünde ýatýar. Konusyň wertikal okuň daşyndan $\overline{\omega}_{gç}$ burç tizligi bilen aýlanmagy göçürme hereket bolýar.

Burç tizlikleri goşmak hakyndaky teoremadan peýdalanýarys: $\overline{\omega} = \overline{\omega}_{gç} + \overline{\omega}_{gr}$.

Şert boýunça burç tizligiň ululygyny tapalyň:

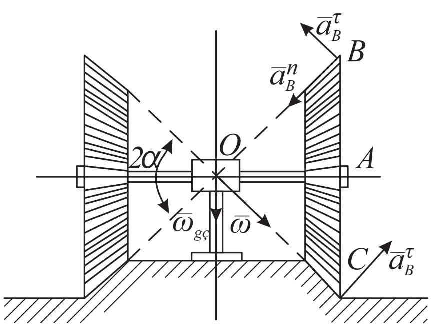
$$\varphi_{gç} = \omega_{gç} t \Rightarrow \omega_{gç} t = \frac{2\pi \cdot 5}{60} = \frac{\pi}{6} s^{-1}.$$

9.5 -nji suratdan peýdalanýarys:

$$\omega = \omega_{gç} \cdot \mathrm{ctg}\alpha = \omega_{gç} \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{r} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} = 0{,}907\ s^{-1},$$

$$\omega_{gr} = \sqrt{\omega_{gç}^2 + \omega^2} = \frac{\pi}{3} = 1{,}047\ s^{-1}.$$

9.5-nji mesele. Konus görnüşindäki katok gorizontal tekizlikdäki konus görnüşli daýanç üsti bilen typman tigirlenýär. *BOC* konusyň esasynyň radiusy $R = 10\sqrt{2}$ *sm*, depesindäki burçy $2\alpha = 90^{\circ}$ esasynyň *A* merkeziniň traýektoriýa boýunça hereketdäki tizligi v_A = 20 *sm/s* bolsa, *C* we *B* nokatlaryň tizliklerini we tizlenmelerini tapmaly (*9.6-njy surat*).



9.6-njy surat

Çözülişi. *OC* çyzyk jisimiň pursat aýlanma okudyr, $\overline{\omega}$ – pursat burç tizlik (absolýut hereketde). Depeden seredilende katok sagat diliniň ugry bilen hereket edýär diýip hasap etdik. $\overline{\omega}_{gç}$ – göçürme hereketiň burç tizligi, onuň ululygyny (modulyny) tapalyň: $\omega_{gç} = \upsilon_A : OA$. Pursat burç tizligiň ululygyny tapalyň:

$$\omega = \frac{\upsilon_A}{OA\sin\alpha}.$$

$\overline{\omega}$ wektoryň ujy radiusy $\omega\cos\alpha$ bolan töwerek çyzýar. Şol nokadyň tizligi $\overline{\varepsilon}$ burç tizlenmäniň ululygy bolýar, ýagny

$$\varepsilon = \omega_{gç} \cdot \omega \cdot \cos\alpha = \frac{\upsilon_A}{OA} = \frac{\upsilon_A \cdot \cos\alpha}{OA \cdot \sin\alpha}.$$

$\alpha = 45^{\circ}$ bolany üçin $\cos\alpha = \sin\alpha$, onda $\varepsilon = \dfrac{\upsilon_A^2}{OA^2} = 2\ s^{-2}$.

$\overline{\varepsilon}$ wektor O nokatda goýlup $\overline{\omega}_{gç}$, $\overline{\omega}$ wektorlara perpendikulýardyr. C, B nokatlaryň tizliklerini tapalyň $\upsilon_c = 0$:

$$\upsilon_B = \omega \cdot OB = \frac{\upsilon_A \cdot 2R\cos\alpha}{OA \cdot \sin\alpha}, \qquad \upsilon_B = 2\upsilon_A = 40\frac{sm}{s}.$$

Tizlenmeleri tapmak üçin (9) formuladan peýdalanýarys. C nokadyň oka ymtylýan tizlenmesi nola deň, $a_c^n = 0$.

$$a_c^{\tau} = \varepsilon \cdot OC = 2 \cdot 2R \cdot \cos 45^{\circ} = 40\frac{sm}{s^2},$$

$$a_c = a_c^{\tau} = 40\frac{sm}{s^2}, \qquad \overline{a}_c^{\tau} \parallel OB.$$

B nokadyň aýlanma tizlenmesi ululygy boýunça C nokadyň aýlanma tizlenmesine deň: $a_B^{\tau} = a_c^{\tau} = 40\ sm/s^2$ we OC çyzyga paralleldir. B nokadyň oka ymtylýan tizlenmesi BO çyzyk bilen ugrukdyrylan we ululygy boýunça şeýle tapylýar:

$$a_B^n = \omega^2 \cdot OB = 80\frac{sm}{s^2}.$$

B nokadyň doly tizlenmesiniň ululygyny tapalyň:

$$a_B = \sqrt{a_B^{\tau\,2} + a_B^{n\,2}} = \sqrt{40^2 + 80^2} = 40\sqrt{5}\,\frac{sm}{s^2}.$$

9.6-njy mesele. Jisimiň burç tizligi $\omega = 7\ s^{-1}$; şu pursatda onuň pursat aýlanma oky gozganmaýan koordinata oklary bilen α, β, γ burçlaryny emele getirýär:

$$\cos\alpha = \frac{2}{7}, \quad \cos\gamma = \frac{6}{7}.$$

Jisimiň $M(0, 2, 0)$ nokadynyň tizligini we şu nokatdan pursatlaýyn oka çenli d aralygy tapmaly (*koordinatalar metr ölçeginde berlendir).*

Çözülişi. $\cos\beta$-ny tapalyň:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1, \qquad \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{4}{49} - \frac{36}{49}} = \frac{3}{7}.$$

$\overline{\omega}$ burç tizligiň gozganmaýan x_1, y_1, z_1 oklara proýeksiýalaryny tapalyň:

$$\omega_{x_1} = \omega \cdot \cos\alpha = 2\ s^{-1}, \qquad \omega_{y_1} = 3\ s^{-1}, \qquad \omega_{z_1} = 6\ s^{-1}.$$

(9.7) formulalardan peýdalanyp, tizligiň gozganmaýan oklara proýeksiýalaryny kesgitleýäris:

$$\upsilon_{x_1} = 3 \cdot 0 - 6 \cdot 2 = -12\frac{m}{s}, \qquad \upsilon_{y_1} = 6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 = 0,$$

$$\upsilon_{z_1} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 0 = 4\ m/s.$$

Tizligiň ululygyny (modulyny) tapalyň:

$$\upsilon = \sqrt{(-12)^2 + 4^2} = 12{,}65\ m/s.$$

M nokatdan pursatlaýyn oka çenli aralygy aşakdaky deňlikden taparys:

$$\upsilon = \omega \cdot d, \qquad d = \frac{\upsilon}{\omega} = \frac{12{,}65}{7} = 1{,}82\ m.$$

9.7-nji mesele. Jisimiň gozganmaýan nokadyň daşyndaky hereketi Eýleriň burçlary bilen aňladylýar:

$$\psi = \frac{\pi}{2} - 2t, \qquad \theta = \frac{\pi}{3}, \qquad \varphi = 4t.$$

Jisimiň x_1, y_1, z_1 gozganmaýan oklara görä burç tizliginiň godografyny çyzýan nokadyň koordinatalaryny, burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemeli.

Çözülişi. (9.3) formula goýmak üçin burçlaryň önümlerini tapalyň:

$$\dot{\psi} = -2, \quad \dot{\theta} = 0, \quad \dot{\varphi} = 4.$$

Onda

$$\omega_{x_1} = 4\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2t\right)\cdot\sin\frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}\cos(2t),$$
$$\omega_{y_1} = -4\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2t\right)\cdot\sin\frac{\pi}{3} = -2\sqrt{3}\sin(2t),$$
$$\omega_{z_1} = -2 + 4\cos\frac{\pi}{3} = -2 + 4\cdot\frac{1}{2} = 0,$$
$$\omega = \sqrt{4\cdot 3\cdot\cos^2(2t) + 4\cdot 3\cdot\sin^2(2t)} = 2\sqrt{3}\,s^{-1}.$$

$\overline{\varepsilon}$ burç tizlänmäni tapalyň:

$$\varepsilon_{x_1} = -4\sqrt{3}\cdot\sin(2t), \quad \varepsilon_{y_1} = -4\sqrt{3}\cdot\cos(2t), \quad \varepsilon_{z_1} = 0,$$

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{x_1}^2 + \varepsilon_{y_1}^2 + \varepsilon_{z_1}^2} = 4\sqrt{3}\,s^{-1}$$

ω wektoryň ujunyň koordinatalary şeýle ýazylýar:

$$x_1 = \omega_{x_1} = 2\sqrt{3}\cos(2t), \quad y_1 = \omega_{y_1} = -2\sqrt{3}\sin(2t), \quad z_1 = 0.$$

Şu deňliklerden t wagty çykarsak, gözleýän traýektoriýamyzy alarys:

$$x_1^2 + y_1^2 = (2\sqrt{3})^2, \qquad z_1 = 0.$$

Bu deňleme x_1Oy_1 tekizlikde ýatan töweregiň deňlemesidir.

9.8-nji mesele. Gozganýan koordinatalar sistemasyna görä $M_1(x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 2)$ nokadyň tizliginiň proýeksiýalary $\upsilon_x = 1\frac{m}{s}$, $\upsilon_y = 2\frac{m}{s}$, $\upsilon_z = 0$, $M_2(x_2 = 0, y_2 = 1, z_2 = 2)$ nokadyň tizliginiň ugrukdyryjy kosinuslary $\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ berlen.

Pursat okuň deňlemesini we $\overline{\omega}$ burç tizligiň ululygyny kesgitlemeli.

Çözülişi. (9.6) formulalardan M nokat üçin peýdalanýarys:

$$\begin{cases} \upsilon_x = \omega_y\cdot 2 - \omega_z\cdot 0 = 1, \\ \upsilon_y = \omega_z\cdot 0 - \omega_x\cdot 2 = 1, \\ \upsilon_z = \omega_x\cdot 0 - \omega_y\cdot 0 = 0, \end{cases} \qquad \omega_y = \frac{1}{2}s^{-1}, \qquad \omega_x = -1\,s^{-1}.$$

Tapan ululyklarymyzy ulanyp, M_2 nokat üçin tizligiň proýek-siýalaryny ýazalyň:

$$\upsilon_{x2} = \omega_y z_2 - \omega_z y_2 = \frac{1}{2}\cdot 2 - \omega_z \cdot 1 = 1 - \omega_z,$$

$$\upsilon_{y_2} = \omega_z \cdot 9 - (-1)\cdot 2 = 2,$$

$$\upsilon_{z_2} = -1\cdot 1 - \frac{1}{2}\cdot 0 = -1.$$

M_2 nokadyň tizliginiň ululygyny tapalyň:

$$\upsilon_{M_2} = \sqrt{(1-\omega_z)^2 + 5}.$$

Ugrukdyryjy kosinuslardan peýdalanyň:

$$\frac{\upsilon_{x_2}}{\upsilon_{M_2}} = \frac{1-\omega_z}{\sqrt{(1-\omega_z)^2+5}} = -\frac{2}{3},$$

$$\frac{\upsilon_{y_2}}{\upsilon_{M_2}} = \frac{2}{\sqrt{(1-\omega_z)^2+5}} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{\upsilon_{z_2}}{\upsilon_{M_2}} = \frac{-1}{\sqrt{(1-\omega_z)^2+5}} = -\frac{1}{3}.$$

Ahyrky deňlikden taparys:

$$9 = 5 + (1-\omega_z)^2, \quad 1 - \omega z = \pm 2.$$

Alamaty takyklamak üçin deňliklerden birinjisine ýüzlenýäris: $\frac{\upsilon_{x_2}}{\upsilon_{M_2}} < 0$.

Şonuň üçin $1 - \omega_z < 0$. Şeýlelikde, $1 - \omega_z = -2$. $\omega_z = 3\ s^{-1}$.

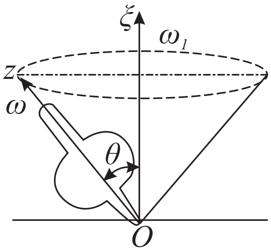
Pursat burç tizliginiň ululygyny kesgitleýäris:

$$\omega = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3^2} = 3,2s^{-1}.$$

Pursatlaýyn aýlanma okuň deňlemesini (9.8) görnüşde ýazalyň:

$$\frac{x}{-1} = \frac{y}{0,5} = \frac{z}{3}.$$

9.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Bir gozganmaýan nokady bolan gaty jisimiň hereketi



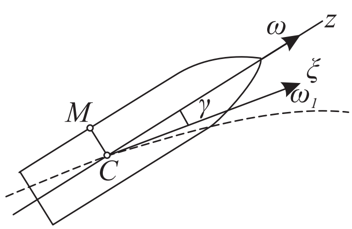
9.7-nji surat

9.9-njy mesele. Wolçogyň z oky wertikal $O\xi$ okuň daşynda deňölçegli hereketlenip, depedäki burçy 2θ bolan tegelek konus çyzýar. Wolçogyň okunyň ξ okuň daşynda aýlanmasynyň burç tizligi $\overline{\omega}_1$.

Wolçogyň öz okunyň daşynda aýlanmasynyň hemişelik burç tizligi $\overline{\omega}$. Wolçogyň $\overline{\Omega}$ absolýut tizliginiň ululygyny we ugruny kesgitlemeli (*9.7-nji surat*).

Jogaby: $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos\theta}$,

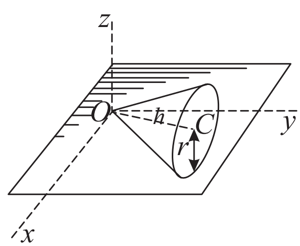
$$\cos(\Omega, z) = \frac{\omega + \omega_1 \cos\theta}{\sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos\theta}}.$$



9.8-nji surat

9.10-njy mesele. Top snarýady atmosferada hereketlenende z okuň daşynda $\overline{\omega}$ burç tizligi bilen aýlanýar. Şol bir wagtda snarýadyň z aýlanma oky onuň C agyrlyk merkeziniň traýektoriýasyna geçirilen galtaşma boýunça ugrukdyrylan ξ okuň daşynda $\overline{\omega}_1$ burç tizligi bilen aýlanýar. $CM = r$, CM kesim z oka perpendikulýar hem-de z we ξ oklaryň arasyndaky γ burça deň diýip, snarýadyň aýlanma hereketinde onuň M nokadynyň tizligini kesgitlemeli (*9.8-nji surat*).

Jogaby: $v_M = (\omega + \omega_1 \cos\gamma)r$.



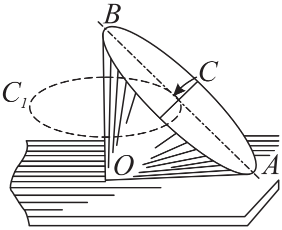
9.9-njy surat

9.11-nji mesele. Beýikligi $h = 4$ *sm*, esasynyň radiusy $r = 3$ *sm* we depesi gozganmaýan O nokatda bolan konus tekizlikde typman tigirlenýär. Eger konusyň esasynyň merkeziniň tizligi

$v_C = 48$ *sm/s* = const bolsa, konusyň burç tizligini, burç tizliginiň godografyny çyzýan nokadyň koordinatalaryny we konusyň burç tizlenmesini kesgitlemeli (*9.9-njy surat*).

Jogaby: $\omega = 20\ rad/s$, $x_1 = 20 \cos 15t$, $y_1 = 20 \sin 15t$, $z_1 = 0$, $\varepsilon = 300\ rad/s^2$.

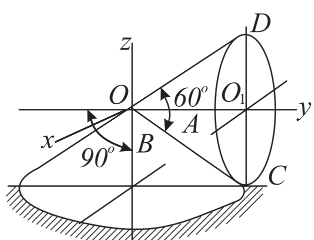
9.12-nji mesele. *O* depesi gozganmaýan konus tekizlikde typman tigirlenýär. Konusyň beýikligi $CO = 18$ *sm*, depesindäki burç $AOB = 90^o$. Konusyň esasynyň merkezi bolan *C* nokat hemişelik tizlik bilen hereket edýär we 1 sekuntdan soň özüniň başlangyç ornuna gelýär. *AB* diametriň *B* ujunyň tizligini, konusyň burç tizlenmesini we *A*, *B* nokatlaryň tizlenmelerini kesgitlemeli (*9.10-njy surat*).



9.10-njy surat

Jogaby: $v_B = 36\pi\sqrt{2}\ sm/s = 160\ sm/s$, $\varepsilon = 39{,}5\ rad/s^2$, $\overline{\varepsilon}$ wektor *OA* bilen *OB* gönülere perpendikulýar ugrukdyrylan. $a_A = 1000\ sm/s^2$. $\overline{a}_A$ wektor *OB* gönä parallel ugrukdyrylan. $a_B = 1000\sqrt{2}\ sm/s^2$, $\overline{a}_B$ wektor *AOB* tekizlikde ýatýar we *OB* bilen 45^o burçy emele getirýär.

9.13-nji mesele. *A* konus gozganmaýan *B* konusy bir minutda 120 gezek aýlanyp çykýar. Konusyň beýikligi $OO_1 = 10$ *sm*. Konusyň *z* okuň daşynda aýlanmasynyň $\omega_{gç}$ göçürme burç tizligini, OO_1 okuň daşynda aýlanmasynyň ω_{gr} görä burç tizligini, konusyň ω_a absolýut burç tizligini we ε_a absolýut burç tizlenmesini kesgitlemeli (*9.11-nji surat*).

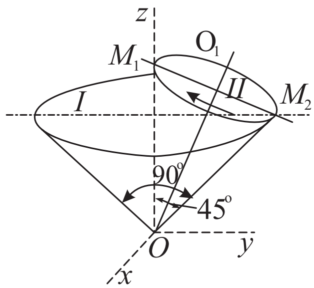


9.11-nji surat

Jogaby: $\omega_{gç} = 4\pi\ rad/s$, $\omega_{gr} = 6{,}92\pi\ rad/s$, $\omega_a = 8\pi\ rad/s$, $\overline{\omega}_a$ wektor *Oc* boýunça ugrukdyrylan; $\varepsilon = 27{,}68\pi^2\ rad/s^2$, ε *x* oka parallel ugrukdyrylan.

9.14-nji mesele. Deslapky meseläniň şertlerine görä gozganýan konusyň we D nokatlarynyň tizliklerini we tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_C = 0$, $\upsilon_D = 80\pi \frac{sm}{s}$; $\overline{\upsilon}_D$ wektor x oka parallel ugrukdyrylan; $a_C = 320\pi^2\ sm/s^2$; $\overline{a}_C$ wektor Oyz tekizlikde O perpendikulýar ugrukdyrylan. D nokadyň tizlenmesiniň proýeksiýalary: $a_{Dy} = -480\pi^2\ sm/s^2$, $a_{Dz} = -160\sqrt{3}\,\pi^2\ sm/s^2$.



9.12-nji surat

9.15-nji mesele. Depedäki burçy $\alpha_2 = 45^0$ bolan II konus, depedäki burçy $\alpha_1 = 90^o$ bolan I gozganmaýan konusyň içki tarapynda typman tigirlenýär. Gozganýan konusyň beýikligi $OO_1 = 100\ sm$. Gozganýan konusyň esasynyň merkezi O_1 nokat 0,5 sekuntda töwerek çyzýar. II konusyň z okuň daşyndaky göçürme, OO_1 okuň daşyndaky örä herketleriniň burç tizliklerini we absolýut burç tizligini, şeýle hem onuň absolýut burç tizlenmesini kesgitlemeli (*9.12-nji surat*).

Jogaby: $\omega_{gç} = 4\pi\ rad/s$, $\overline{\omega}_{gç}$ wektor z oky boýunça ugrukdyrylan; $\omega_{gr} = 7{,}39\pi\ rad/s$, $\overline{\omega}_{gr}$ wektor OO_1 ok bilen ugrukdyrylan; $\omega = 4\pi\ rad/s$, $\overline{\omega}$ wektor OM_2 ok boýunça ugrukdyrylan; $\varepsilon = 11{,}3\pi^2\ rad/s^2$, $\overline{\varepsilon}$ wektor x oky boýunça ugrukdyrylan.

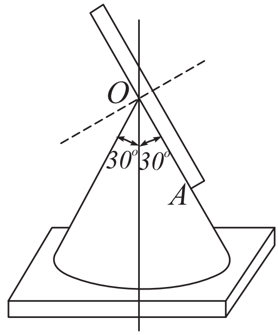
9.16-njy mesele. Deslapky meseläniň şertlerine görä gozganýan konusyň O_1, M_1 we M_2 nokatlarynyň tizliklerini we tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\upsilon_0 = 153{,}2\pi \frac{sm}{s}$, $\upsilon_1 = 306{,}4\pi \frac{sm}{s}$; $\overline{\upsilon}_0$, $\overline{\upsilon}_1$ wektorlar Ox okuň otrisatel ugruna parallel ugrukdyrylan. $\upsilon_2 = 0$, $a_0 = 612{,}8\pi^2\ sm/s^2$, $\overline{a}_0$ wektor O_1-den O_z-e geçirilen perpendikulýar boýunça ugrukdyrylan. M_1 nokadyň tizlenmeleriniň proýeksiýalary:

$a_{1y} = -362\pi^2\ sm/s^2$, $a_{1z} = -865\ \pi^2\ sm/s^2$, $a_2 = 1225\ \pi^2\ sm/s^2$, $\overline{a}_2$ wektor $OO_1\ M_2$ tekizlikde ýatyr we OM_2-ä perpendikulýar ugrukdyrylan.

9.17-nji mesele. Radiusy $R = 4\sqrt{3}$ *sm* bolan disk gozganmaýan O nokadyň daşynda aýlanyp, depesindäki burçy 60° bolan gozganmaýan konusyň üstünde tigirlenýär. Diskiň öz simmetriýa okunyň daşynda aýlanmagyndaky burç tizligini kesgitlemeli. Diskiň A nokadynyň ω_A tizlenmesi mukdar taýdan hemişelik bolup, 48 *sm*/*s*² (*9.13-nji surat*).

Jogaby: $\omega = 2$ *rad/s*.

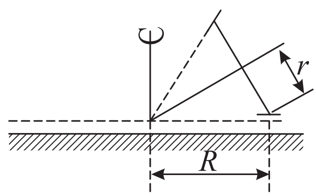


9.13-nji surat

9.18-nji mesele. Jisim gozganmaýan nokadyň daşynda hereket edýär. Bir pursatda onuň burç tizliginiň koordinata oklaryndaky proýeksiýalary $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ bolan wektor bilen aňladylýar. Şu pursatda jisimiň koordinatalary $\sqrt{12}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{28}$ bolan nokadynyň υ tizligini tapmaly.

Jogaby: $\upsilon = 0$.

9.19-njy mesele. Konus şekilindäki dişli tigir tekiz daýanç şesternýany bir minutda bäş gezek aýlanyp çykýar. Konus şekilindäki tigriň oky daýanç şesternýanyň geometrik oky bilen onuň merkezinde kesişýär. Eger daýanç şesternýanyň radiusy tigriň radiusyndan iki esse uly: $R = 2r$ bolsa, onda tigriň öz okunyň daşynda aýlanma ω_{gr} burç tizligini we aýlanmanyň pursat okunyň daşyndaky burç tizligi $-$ ω-ny kesgitlemeli (*9.14-nji surat*).



9.14-nji surat

Jogaby: $\omega_{gr} = 1{,}047$ *rad/s*, $\omega = 0{,}907$ *rad/s*.

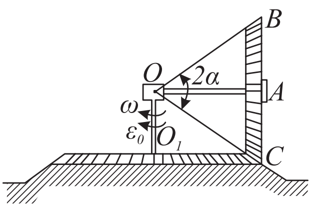
9.20-nji mesele. Jisimiň burç tizligi $\omega = 7$ *rad/s*. Şu pursatda onuň aýlanma pursat oky gozganmaýan koordinata oklary bilen α, β, γ ýiti burçlary emele getirýär: $\cos\alpha = 2/7$, $\cos\gamma = 6/7$. Şu pursatda jisimdäki metrde aňladylan koordinatalary 0, 2, 0 bolan nokadyň υ tizligini we bu tizligiň koordinata oklaryndaky proýeksiýalaryny: υ_x, υ_y, υ_z, şeýle hem şol nokatdan aýlanma pursat okuna çenli d aralygy tapmaly.

Jogaby: $\upsilon_x = -12$ *m/s*, $\upsilon_y = 0$, $\upsilon_z = 4$ *m/s*; $\upsilon = 12{,}65$ *m/s*, $d = 1{,}82$ *m*.

20. Sargyt № 2028.

9.21-nji mesele. Eger jisimiň $M_1(0, 0, 2)$ nokadynyň tizliginiň jisim bilen bagly koordinata oklaryndaky proýeksiýalary $v_{x_1} = 1$ *m/s*, $v_{y_1} = 2$ *m/s*, $v_{z_1} = 0$ bolsa, onda $M_2(0, 1, 2)$ nokadyň tizliginiň ugrunyň koordinata oklary bilen emele getirýän burçlarynyň kosinuslary 2/3, +2/3, –1/3 ýaly kesgitlense, jisimiň aýlanma pursat okunyň deňlemesini we ω burç tizliginiň ululygyny kesgitlemeli.

Jogaby: $x + 2y = 0, \quad 3x + z = 0, \quad \omega = 3{,}2$ *rad/s*.



9.15-nji surat

9.22-nji mesele. *OA* kriwoşipe erkin ornadylan konus görnüşli dişli tigir, gozganmaýan dişli konussypat esasyň üstünde tigirlenýär. Gozganmaýan O_1O okuň daşynda aýlanýan *OA* kriwoşipiň burç tizliginiň we burç tizlenmesiniň (olaryň ugry suratda görkezilen) bahalary, degişlilikde ω_0 we ε_0. Tigirlenýän tigriň ω burç tizligini we ε burç tizlenmesini kesgitlemeli (*9.15-nji surat*).

Jogaby: $\bar{\omega} = \dfrac{\omega_0}{\sin\alpha}\bar{e}_1, \ \bar{\varepsilon} = \dfrac{\varepsilon_0}{\sin\alpha}\bar{e}_1 + \omega_0^2 \operatorname{ctg}\alpha\, \bar{e}_2$. Bu ýerde $\bar{e}_1$ – *O* nokatdan *C* nokada ugrukdyrylan birlik wektor, $\bar{e}_2$ bolsa *OAC* tekizlige perpendikulýar görnüşde ugrukdyrylan birlik wektor.

9.23-nji mesele. Deslapky meseläniň şertlerine görä gozganmaýan konusyň esasynyň radiusy *R* diýip, *C* we *B* nokatlaryň tizlenmelerini kesgitlemeli.

Jogaby: $\bar{a}_C = \dfrac{R\omega_0^2}{\sin\alpha}\bar{e}_3, \ \bar{a}_B = 2R\varepsilon_0\bar{e}_2 + \dfrac{R\omega_0^2}{\sin\alpha}(\bar{e}_4 - 2\bar{e}_3)$. Bu ýerde $\bar{e}_3$ we $\bar{e}_4$, degişlilikde *OC* we *OB* göni çyzyklara perpendikulýar bolup, suratyň tekizliginde ýatan birlik wektorlar (birlik wektorlaryň ikisi hem ýokaryk ugrukdyrylan).

10. GATY JISIMIŇ DÜZME HEREKETI

10.1. Gaty jisimiň düzme hereketi. Umumy maglumatlar. Episiklik mehanizmler. Mysaly meseleler

Gaty jisimiň öňe hereketi we gozganmaýan okuň daşynda aýlanma hereketi ýönekeý hereketlerdir. Emma, edil nokadyň düzme hereket edişi ýaly jisim hem düzme hereket edip bilýär. Onda jisim üçin hem (nokadyňka meňzeşlikde) görä, göçürme we absolýut hereketleri kesgitleýäris. Jisimiň absolýut we görä hereketindäki kinematiki häsiýetlendirijileriniň arasyndaky baglanyşygy öwrenmek esasy meseledir.

Amatlylygyna garap, käbir meselelerde jisimiň düzme hereketi düzüji hereketlere dargadylýan bolsa, başga bir meselelerde düzme herekete has ýönekeý hereketleriň jemi görnüşinde alynýar.

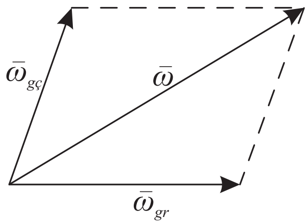
Iň ähmiýetli hasaplanýan hereketlere garamak bilen çäkleneliň, ýagny görä we göçürme hereketler aýlanma hereket bolan hallaryna garalyň. Jisimiň aýlanma oklary parallel ýa-da kesişýän bolmaklary mümkin. Aýlanma oklary kesişýän ýagdaýa seredilýän meseleleriň käbiri size geçen paragrafda gabat gelendir.

Bir-biri bilen kesişýän iki okuň daşynda aýlanýan jisimiň hereketleri goşulandaky netijesi ýene-de aýlanma hereket bolýar we onuň pursat absolýut burç tizligi şeýle tapylýar:

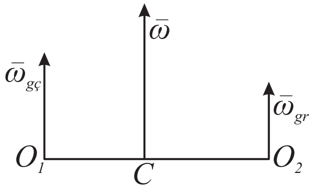
$$\bar{\omega}_a = \bar{\omega} = \bar{\omega}_{gç} + \bar{\omega}_{gr}, \qquad (10.1)$$

bu ýerde $\bar{\omega}_a$, $\bar{\omega}_{gç}$, $\bar{\omega}_{gr}$ – degişlilikde absolýut, göçürme we görä burç tizlikler *(10.1-nji surat)*.

$$\omega_a = \sqrt{\omega_{gç}^2 + \omega_{gr}^2 + 2\omega_{gç}\,\omega_{gr}\cos(\bar{\omega}_{gç},\bar{\omega}_{gr})}\,. \qquad (10.2)$$



10.1-nji surat



10.2-nji surat

Iki parallel okuň daşynda aýlanýan jisimiň hereketlerini goşmak. Ozalka meňzeş belgileri girizeliň: $\bar{\omega}_{gr}$ – jisimiň görä hereketiniň (öz okunyň daşyndaky hereketiniň) burç tizligi; $\bar{\omega}_{gç}$ – göçürme hereketdäki burç tizlik; $\bar{\omega} = \bar{\omega}_a$ – absolýut burç tizlik.

Üç aýratyn ýagdaýa garalyň.

1) $\bar{\omega}_{gç}$, $\bar{\omega}_{gr}$ bir tarapa ugrugan *(10.2-nji surat)*. Bu ýagdaýda

$$\omega = \omega_{gç} + \omega_{gr}, \tag{10.3}$$

$$\frac{\omega}{O_1O_2} = \frac{\omega_{gç}}{O_1C} = \frac{\omega_{gr}}{CO_1}. \tag{10.4}$$

2) $\bar{\omega}_{gç} \neq \bar{\omega}_{gr}$ we garşylykly tarapa ugrukdyrylan. Kesgitlilik üçin $\bar{\omega}_{gr} > \bar{\omega}_{gç}$ diýeliň *(10.3-nji surat)*. Bu ýagdaýda

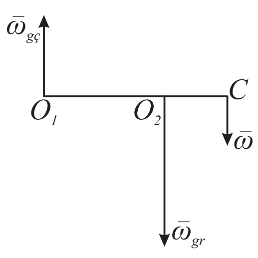
$$\omega = \omega_{gç} - \omega_{gr}. \tag{10.5}$$

$\bar{\omega}$-nyň ugry burç tizlikleriň ulusynyň ugry bilen gabat gelýär. C nokat O_1O_2 kesimi daş tarapyndan ters proporsional böleklere bölýär *(10.3-nji surat)*. (10.4) formula güýjünde galýar.

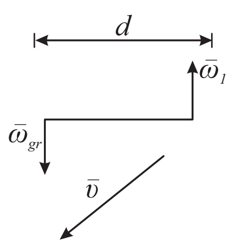
3) Jübüt aýlanyş. $\bar{\omega}_{gç} = \bar{\omega}_{gr}$ bolup hem-de garşylykly tarapa ugruganda jübüt aýlanyş bolýar. Jübüt aýlanyşyň hereketi öňe bolup, onuň tizligi ($\bar{\omega}_{gç}$, $\bar{\omega}_{gr}$) jübütiň momenti ýaly kesgitlenýär *(10.4-nji surat):*

$$\bar{v} = \bar{m}(\bar{\omega}_{gç}, \bar{\omega}_{gr}) \Rightarrow v = \omega d.$$

d – jübütiň egni.



10.3-nji surat



10.4-nji surat

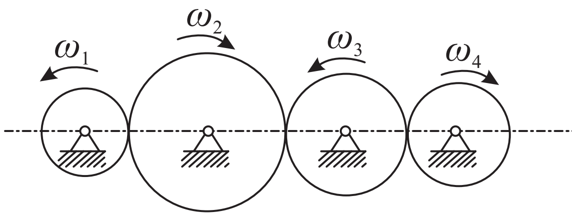
Episiklik mehanizmler

VI bölümde gozganmaýan, özara parallel oklaryň daşyndan aýlanýan n sany bir-biri bilen degşirilen tigirleriň hereketine garapdyk. 10.5-nji suratda daşgyn baglanyşan n = 4 sany tigir berlen.

Käbir belli maglumatlary ýatlalyň. Hereketi başlaýan (adatça) birinji tigir) tigre itekleýji tigir diýilýär.

Burç tizlikleriň gatnaşygyna geçirme sany diýilýär we «i» bilen belgilenýär. Mysal üçin:

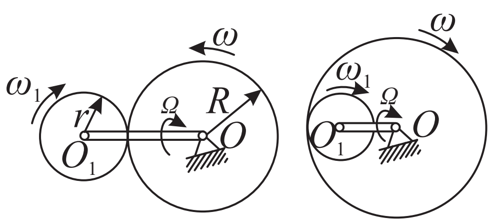
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$



10.5-nji surat

Bu formulada z – tigriň dişleriniň sany, r – tigriň radiusy. n sany tigir üçin 6 bölümiň (6.19) – (6.23) formulalaryndan peýdalanmaly.

Hereket edýän OO_1 kriwoşipe ornadylan we parallel oklaryň daşynda aýlanýan iki (ýa-da n sany) tigirden düzülen mehanizme episiklik mehanizm diýilýär *(10.6-njy surat)*. OO_1 kriwoşipe äkidiji diýilýär. Episiklik mehanizmde çetki tigriň oky gozganmaýan bolmaly. Tigirleriň birleşmeleri daşky ýa-da içki bolmagy mümkin. Oklary hereket edýän tigirlere **satellit** diýilýär.



10.6-njy surat

10.6-njy surata degişli kinematiki ululyklaryň arasyndaky gatnaşyklary ýazmak üçin belgileri girizeliň: ω gozganmaýan okuň daşynda aýlanýan tigriň burç tizligi, äkidijiniň (wodilonyň) burç tizligi, ω_1 satellitiň burç tizligi, r, R tigirleriň radiuslary. Willisiň usulyndan peýdalansak düzme (çylşyrymly) hereket 10.5-nji suratdaky ýaly ýönekeý görnüşe gelýär. Bu usula «saklamak» ýa-da «togtatmak» usuly hem diýilýär. Mehanizmiň ähli böleklerine äkidijiniň Ω burç tizligine deň we oňa gapma-garşy ($-\Omega$) burç tizligi berýäris. Bu halda äkidiji gozganmaýar. Netijede gozganýan oklaryň daşynda aýlanýan tigirleri alýarys. Bu tigirleriň absolýut burç tizlikleri degişlilikde $\omega - \Omega$ we $\omega_1 - \Omega$ bolýar. Belli (6.17) formulany aşakdaky ýaly ýazarys:

$$\frac{\omega - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \pm \frac{r}{R}. \tag{10.6}$$

Şu usuly n sany tigir üçin hem ulanmak bolýar:

$$\frac{\omega - \Omega}{\omega_n - \Omega} = (-1)^n i_{1,n}, \tag{10.7}$$

bu ýerde ω_n – n-nji tigriň burç tizligi, m – daşgyn ilişdirilen tigirleriň jübütleriniň sany.

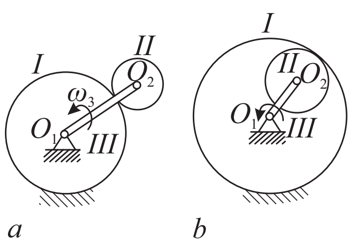
Burç tizlikler boýunça mehanizmi häsiýetlendireliň:

$\omega \neq 0, \Omega \neq 0$ – differensial mehanizm;

$\omega = 0, \Omega \neq 0$ – planetar mehanizm;

$\omega \neq 0, \Omega = 0$ – ýönekeý mehanizm.

10.1-nji mesele. *III* äkidiji iki sany *I* we *II* dişli tigirleriň oklaryny birleşdirýär. Tigirleriň daşgyn ýa-da içgin ilişmekleri mümkin *(10.7-nji surat)*. *I*-nji tigir gozganmaýar, *III* äkidiji O_1 okuň daşynda ω_3 burç tizlik bilen aýlanýar. Tigirleriň radiuslary r_1, r_2 bolsa, II tigriň ω_2 absolýut burç tizligini we onuň äkidijä görä ω_3 görä burç tizligini tapmaly *(10.7-nji surat)*.



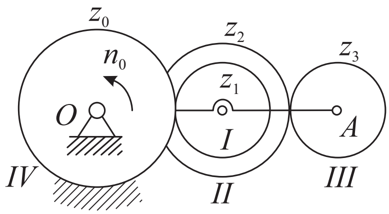
10.7-nji surat

Çözülişi. Meseläni a – surat üçin çözüp, b – suratdaky ýagdaýy okyja çözmegi maslahat bereliň.

Äkidijiniň hereketi göçürme hereketdir we onuň burç tizligi ω_3-dir. *II* tigriň äkidijä görä hereketi görä hereketdir we *I* tigre görä hereketi absolýut hereketdir. Degişlilikde görä we absolýut burç tizlikleri ω_3 hem-de ω_2 bilen belgiläliň. (10.6) formuladan peýdalansak, onda $\Omega = \omega_3$, $\omega = 0$ bahalary ulanmaly bolýarys:

$$\frac{-\omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = -\frac{r_2}{r_1}, \quad \omega_2 = \omega_3 \frac{r_1 + r_2}{r_2} s^{-1}, \quad \omega_2 - \omega_3 = \omega_{23} = \omega_3 \frac{r_1}{r_2} s^{-1}.$$

10.2-nji mesele. *OA* äkidiji, dişleriniň sany $z_0 = 60$ bolan gozganmaýan dişli tigriň *O* okunyň daşynda $n_0 = 30$ öwr/min gabat gelýän burç tizlik bilen aýlanýar. *OA* äkidijä $z_1 = 40$, $z_2 = 50$ dişli iki gat tigirleriň oky we $z_3 = 25$ dişli tigriň oky berkidilen. *III* tigriň minutda näçe aýlanýandygyny kesgitlemeli *(10.8-nji surat)*.



10.8-nji surat

Çözülişi. Meseläni Willisiň usulyndan peýdalanyp çözeliň. Degişli tigirleriň absolýut burç tizliklerini belgiläliň $n_4 = 0$, $n_1 = n_2$, n_3, n_4 gozganmaýan tigriň burç tizligi. Ähli mehanizme $(-n_0)$ burç tizligi berip, görä tizlikleri ýazalyň:

$$n_4 = n_0, \quad n_1 - n_0 = n_2 - n_0, \quad n_3 - n_0.$$

(10.6) formulalardan yzygiderli peýdalanyp, ýönekeý özgertmelerden soň, şu netijäni alarys:

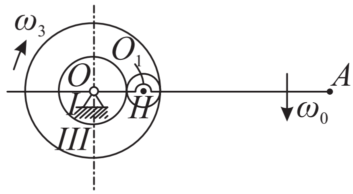
$$\frac{n_1 - n_0}{z_1} = -\frac{n_1 - n_0}{z_0}, \quad \frac{n_2 - n_0}{z_3} = \frac{-n_3 - n_0}{z_2},$$

$$\frac{z_0}{z_1} \cdot n_0 = [n_1 - n_0 = n_2 - n_0] = -\frac{z_3(n_3 - n_0)}{z_2} \Rightarrow n_3 =$$

$$= n^0\left(1 - \frac{z_0 z_2}{z_1 z_3}\right) = -60 \text{ öwr/min}.$$

Bu tizlik *III* tigriň absolýut tizligidir.

10.3-nji mesele. Dişleri içinden oýulan, r_3 radiusly *III* tigriň *O* merkezine ok geçireliň. Bu oka r_1 radiusly dişli tigir we *OA* akidiji oturdylan. *OA* äkidijä O_1 nokatda r_2 radiusly tigir ornaşdyrylan. Bu tigir *I* tigir bilen daşky görnüşde, *III* tigir bilen içki görnüşde ilteşen. *OA* äkidijiniň we *III* tigriň burç tizlikleri ω_0, ω_3 bolsalar, onda *I*-nji tigriň ω_1 burç tizligini tapmaly *(10.9-njy surat)*.



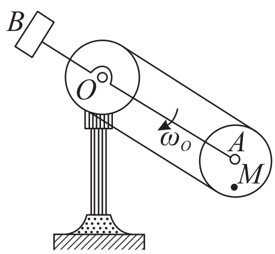
10.9-njy surat

Çözülişi. Mehanizmiň ähli zwenolaryna ($-\omega_0$) burç tizligini berip, Willisiň usulyndan peýdalanýarys. *I, II* we *II, III* tigirler üçin (10.6) formulany ýazarys:

$$\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_2 - \omega_0} = -\frac{r_2}{r_1}, \quad \frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_3 - \omega_0} = \frac{r_3}{r_2}.$$

Bu deňlikleri agzama-agza köpeldýäris:

$$\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_3 - \omega_0} = -\frac{r_3}{r_1}, \quad \omega_1 = \omega_0\left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) - \omega_3 \cdot \frac{r_3}{r_1}.$$



10.10-njy surat

10.4-nji mesele. $OA = l$ kriwoşip B agramlyk bilen birlikde gozganmaýan tigriň O okunyň daşynda $\omega_0 = \text{const}$ burç tizligi bilen aýlanyp, A ujunda özi ýaly tigri alyp barýar. Tigirler zynjyr bilen birleşdirilen. Hereketdäki tigriň burç tizligini, burç tizlenmesini, şeýle hem onuň islendik M nokadynyň tizligini we tizlenmesini kesgitlemeli *(10.10-njy surat).*

Çözülişi. Mehanizmiň ähli böleklerine ($-\omega_0$) burç tizligini berip, Willisiň usulyndan peýdalanýarys. Zynjyryň islendik nokady üçin tizligiň deňdigini ulanýarys:

$$(\omega_A - \omega_0) \cdot r = -\omega_0 \cdot r,$$

bu ýerde r – tigirleriň radiusy. Bu deňlikden tapýarys:

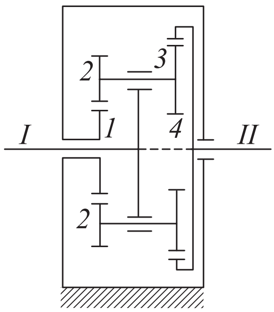
$$\omega_A = 0, \quad \varepsilon_A = \frac{d\omega_A}{dt} = 0.$$

Diýmek, A tigir öňe hereket edýär. Beýle hereketde tigriň ähli nokatlarynyň tizlikleri we tizlenmeleri birmeňzeş bolýar:

$$v_M = v_A = \omega_0 l, \quad a_M = a_A = \omega_0^2 l.$$

A tigriň öňe hereketi jübüt aýlanyşynyň netijesidir. Hakykatdan hem A tigriň göçürme burç tizligi ω_0 bolýar. Onuň görä burç tizligi $\omega_A - \omega_0 = -\omega_0$. Şeýlelikde, $(\bar{\omega}_0, -\bar{\omega}_0)$ aýlanyş jübüti döreýär.

10.5-nji mesele. Tizlikleriň reduktory radiusy $r_1 = 40$ *sm* bolan gozganmaýan şesternýadan, bir-birine berkidilen, radiuslary $r_2 = 20$ *sm* hem-de $r_3 = 30$ *sm* bolan iki sany aýlanýan şesternýadan we dişleri içki tarapynda bolup, radiusy $r_4 = 90$ *sm* hem-de itekleniji wala ornadylan şesternýadan ybarat. Itekleýji wal $n_I = 1800$ öwr/min burç tizligi bilen aýlanýan bolsa, itekleýän walyň burç tizligini tapmaly *(10.11-nji surat)*.



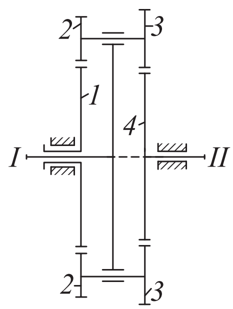
10.11-nji surat

Çözülişi. Willisiň usulyndan peýdalanalyň. Tigirleriň ählisine äkidiji walyň burç tizligine ters bolan burç tizligi bereliň we belli gatnaşyklardan peýdalanalyň:

$$r_1 \cdot n_I = (n_2 - n_I) \cdot r_2,\ (n_3 - n_I) \cdot r_3 = (n_{II} - n_I) \cdot r_4,\ n_2 = n_3, \text{ bolany üçin}$$

$$\frac{r_1 n_I}{r_2} = \frac{(n_{II} - n_I)}{r_3}, \quad n_{II} = n_I\left(1 + \frac{r_1 r_3}{r_3 r_4}\right), \quad n_{II} = 3000 \text{ öwr/min}.$$

10.6-njy mesele. Differensial geçirijili reduktoryň itekleýän walynyň ω_{II} burç tizligini tapmaly. $\omega_I = 120 s^{-1}$ burç tizlik bilen aýlanýan itekleýji wala berkidilen kriwoşipiň ujuna iki sany özara bagly şesternýa ornaşdyrylan. I tigir $\omega_1 = 180 s^{-1}$ burç tizlik bilen walyň aýlanýan ugruna aýlanýar. Tigirleriň dişleriniň sany berlen: $z_1 = 80$, $z_2 = 20$, $z_3 = 40$, $z_4 = 60$ *(10.12-nji surat)*.



10.12-nji surat

Çözülişi. Willisiň usulyny ulanmak üçin mehanizmiň ähli böleklerine itekleýji walyň ω_I burç tizligine deň we oňa garşylykly tarapa ugrukdyrylan tizligi berip, belli gatnaşyklardan peýdalanýarys:

$$\frac{\omega_2 - \omega_I}{\omega_1 - \omega_I} = -\frac{z_1}{z_2},$$

$$\frac{\omega_{II} - \omega_I}{\omega_3 - \omega_I} = -\frac{z_3}{z_4}.$$

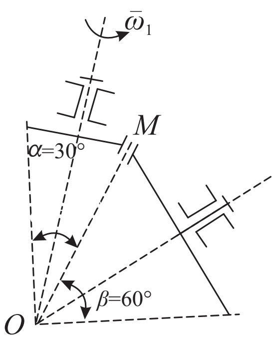
$\omega_2 = \omega_3$ nazarda tutup, bu deňlikleri agzama-agza köpeldip, gözlenýän ululygymyzy tapalyň:

$$\frac{\omega_{II} - \omega_I}{\omega_1 - \omega_I} = -\frac{z_1 z_3}{z z_4},$$

$$\omega_{II} = \omega_I + (\omega_1 - \omega_I)\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4};$$

$$\omega_{II} = 280\ s^{-1}.$$

10.7-nji mesele. Depelerindäki burçlary α, β bolan, oklary gozganmaýan iki sany konus görnüşli dişli tigirler berlen. Birinji tigir ω_1 burç tizligi bilen aýlansa ikinji tigriň ω_2 burç tizligini tapmaly *(10.13-nji surat);* $\alpha = 30^o$, $\beta = 60^o$, $\omega_1 = 10 s^{-1}$.

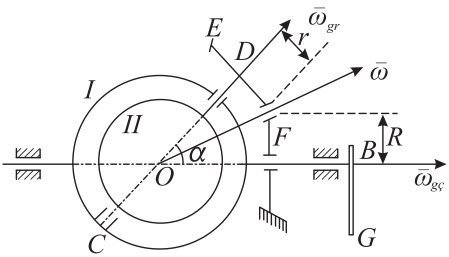


10.13-nji surat

Çözülişi. Tigirleriň M umumy nokadynyň tizligini deňeşdirýäris: $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \Rightarrow$

$\omega_2 = \omega_1 \dfrac{\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\beta}{2}} = 5{,}16\ s^{-1}$, bu ýerde r_1, r_2 – degişli tigirleriň esaslarynyň radiuslary.

10.8-nji mesele. Şarly owradyjy CD oka berkidilen II içi boş şardan ybarat (onda şarlar we owradylmaly jisim ýerleşýär); C oka r radiusly konus şekilli E dişli tigir berkidilen. CD we AB ok bilen bitewi bolup G sapyň (rukoýatkanyň) täsiri bilen herekete getirilýän I çartçuwadaky (ramadaky) podşipniklerde oturýar, r radiusly E tigir R radiusly F tigre ilteşýär. Eger sap ω_0 burç tizligi bilen aýlansa, onda şarly owradyjynyň absolýut burç tizligini tapmaly, AB we CD oklaryň arasyndaky burç α. Şeýle hem sapyň burç tizligi $\omega_0 = \text{const}$ bolanda şarly owradyjynyň absolýut burç tizlenmesini kesgitlemeli *(10.14-nji surat).*

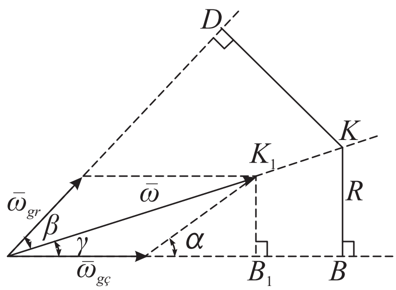


10.14-nji surat

Çözülişi. Sapyň aýlanma ugruny 10.14-nji suratdaky ýaly kabul edeliň. I çarçuwanyň AB okuň daşynda aýlanmagy göçürme hereket bolýar. Onda $\omega_{gç} = \omega_0$ I çarçuwa AB okuň daşynda aýlananda II owradyjy CD okuň daşynda aýlanýar we bu aýlanyş görä hereket bolýar. $\bar{\omega}_{gr}$ görä burç tizlik suratda görkezilen. E we F tigirleriň galtaşýan K nokady hereketsiz bolany üçin pursat aýlanma oky O we K nokatlaryň üstünden geçýär. $\bar{\omega}_a$ absolýut burç tizligi 10.15-nji suratdan peýdalanyp tapalyň.

$$\frac{\omega_{gr}}{\sin\gamma} = \frac{\omega_{gc}}{\sin\beta}, \quad \omega_{gr} = \omega_{gc}\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}, \quad \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{R}{OK} : \frac{r}{OK} = \frac{R}{r},$$

$$\omega_{gç} = \omega_0 \text{ bolan üçin } \omega_{gr} = \omega_0\frac{R}{r}.$$



10.15-nji surat

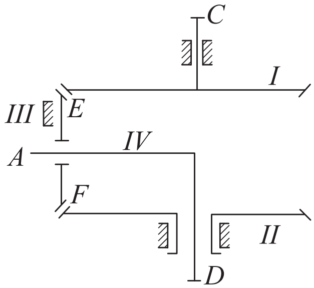
Owradyjynyň absolýut burç tizligini kosinuslar teoremasyndan peýdalanyp tapalyň:

$$\omega_a = \sqrt{\omega_{gc}^2 + \omega_{gr}^2 + 2\omega_{gc}\omega_{gr}\cos\alpha},$$

$$\omega_a = \frac{\omega_0}{r}\sqrt{r^2 + R^2 + 2Rr\cos\alpha}.$$

$\bar{\varepsilon}$ burç tizlenme $\bar{\omega}_a$ wektoryň K ujunyň tizligi ýaly tapylýar:

$\varepsilon = \omega_0 \cdot K_1B_1 = \omega_0\omega_r, \sin\alpha = \omega_0^2\frac{R}{r}\sin\alpha; \; \varepsilon = \omega_0^2\frac{R}{r}\sin\alpha.$



10.16-njy surat

10.9-njy mesele. Differensial geçiriji gozganmaýan CD okuň daşyndan aýlanýan IV kriwoşipe erkin geýdirilen konus şekilli III dişli tigirden (satellit) ybarat. Satellit I we II konus şekilli dişli tigirler bilen ilişýär. Bu tigirler CD okuň daşynda $\omega_1 = 5s^{-1}$, $\omega_2 = 3s^{-1}$ burç tizlikleri bilen bir ugra aýlanýar. Satellitiň radiusy $r = 2$ *sm*. I, II tigirleriň özara radiuslary özara deň we $R = 7$ *sm*. IV kriwoşipiň ω_4 burç tizligini, ω_{34} satellitiň kriwoşipe görä burç tizligini we A nokadynyň tizligini kesgitlemeli *(10.16-njy surat).*

Çözülişi. Meseläniň Willisiň saklama usulyndan peýdalanyp çözeliň. Kriwoşipe $(-\omega_4)$ burç tizligini berip, ony togtadalyň. I, II tigirleriň burç tizlikleri $\omega_1 - \omega_4$ we $\omega_2 - \omega_4$ bolýarlar. III tigriň I we II tigirler bilen galtaşýan E, F nokatlarynyň tizlikleri deň we garşylykly tarapa ugrukdyrylandyrlar. Olary deňeşdirýäris:

$$(\omega_1 - \omega_4) \cdot R = -(\omega_2 - \omega_4) \cdot R, \ \omega_1 - \omega_4 = -\omega_2 + \omega_4,$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = 4s^{-1}.$$

$$\omega_4 = 4s^{-1}$$

Indi satellit bilen I tigriň umumy E nokadynyň tizligini deňeşdireliň:

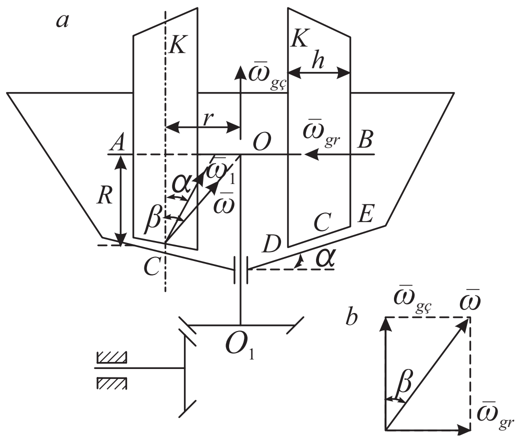
$$\omega_{34} \cdot r = (\omega_1 - \omega_4) \cdot R \Rightarrow \omega_{34} = \frac{(\omega_1 - \omega_4)R}{2} = \frac{1}{2}(5 - 4) \cdot 7 = 3{,}5\ s^{-1}$$

$$\omega_{34} = 3{,}5s^{-1}$$

Satellitiň A merkeziniň tizligini tapalyň

$$\upsilon_A = \omega_4 \cdot \mathrm{R} = 4 \cdot 7 = 28,\ \upsilon_A = 28\ sm/s.$$

10.10-njy mesele. Magdany owratmak üçin konus şekilli gapda polat gurşawly çoýun tigirler – süýbekler ulanylýar. Süýbekler AOB gorizontal okuň daşynda aýlanýarlar. AOB ok bolsa şu ok bilen bitewi bolan wertikal OO_1 okuň daşynda aýlanýar. Süýbegiň pursat aýlanma oky onuň gabyň düýbi bilen galtaşýan çyzygynyň C ortasyndan geçýär diýip kabul edip, gurşawyň *D, E* nokatlarynyň tizliklerini kesgitlemeli. Süýbegiň wertikal okuň daşyndan aýlanma tizligi $\omega_{gç} = 1s^{-1}$. Süýbegiň ini $h = 50$ *sm*, ortaça radiusy $R = 1$ *m*, aýlanyşynyň orta radiusy $r = 60$ *sm*, tg $\alpha = 0{,}2$ *(10.17-nji surat)* .



10.17-nji surat

Çözülişi. *K, K* süýbekler *AB* okuň daşyndan $\bar{\omega}_{gr}$ görä burç bilen aýlanýar. $\bar{\omega}_e$ – göçürme hereketiň burç tizligidir. $\bar{\omega}_a$ – absolýut burç tizlik gozganmaýan *O* nokadyň üstünden geçýär. Pursat aýlanma oky *O* nokadyň we haýsy-da bolsa bir *C* nokadyň üstünden geçýär. Umuman aýdylanda berlen $\bar{\omega}_{gç}$ üçin *C* nokadyň umumy galtaşýan *DE* çyzygyň niresinde ýerleşýändigi näbellidir. Şonuň üçin süýbekler typyp tigirlenýärler diýen netijä gelýäris. $DC = CE$ diýip kabul edilen. tg$\beta = \frac{r}{R}$ bolany üçin 10.17-nji suratdan tapýarys:

$$\omega_r = \omega_{gç} \text{tg}\beta = \omega gç \frac{r}{R}.$$

ω_a absolýut burç tizligini tapalyň: $\omega_a = \dfrac{\omega_{gc}}{\cos\beta} = \omega_{gc}\sqrt{1 + \dfrac{r^2}{R^2}}$.

D we *E* nokatlaryň tizliklerini tapmak üçin $\bar{\omega}_a$ tizligiň *DE* çyzyga perpendikulýar bolan $\bar{\omega}_1$ düzüjisini tapalyň:

$$\omega_1 = \omega_a \cdot \cos(\beta - \alpha) = \omega_{gç} \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos\beta}.$$

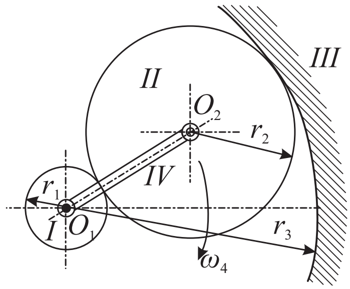
Suratdan tapýarys: $DE = \dfrac{h}{\cos\beta}$,

$$v_D = v_E = \omega^1 \frac{DE}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\cos\alpha} \cdot \omega_{gç} \cdot \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos\beta} = \frac{1}{2}\omega_{gç} h(1 + \mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta).$$

Berlen bahalary ornuna goýup taparys: $\mathrm{tg}\beta = 0{,}6$

$$v_D = v_E = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0{,}5(1 + 0{,}2 \cdot 0{,}6) = 0{,}28, \; v_D = v_E = 0{,}28 \; m/s = 28 \; sm/s.$$

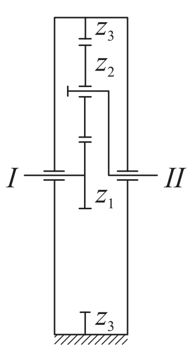
10.2. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Jisimiň tekiz hereketleriniň goşulyşy



10.18-nji surat

10.11-nji mesele. Walyň daşyny tiz aýlandyryjy ilteşme şeýle düzülen: *IV* steržen aýratyn sapyň kömeginde O_1 okuň daşynda ω_4 burç tizlik bilen aýlanýar. Sterženiň O_2 ujunda palesi bolup, oňa r_2 radiusy *II* tigir erkin geýdirilen. Sap aýlandyrylanda pales *II* tigri *III* tigriň içinde typman tigirlendirýär; *III* tigir gozganmaýan bolup, onuň radiusy r_3. Sürtülme netijesinde *II* tigir walyň oky bilen mäkäm baglanan *I* tigri typman tigirlendirýär. *I* tigriň radiusy r_1 bolup, ol O_1 oka erkin ornaşdyrylan. Daşky gozganmaýan gurşawyň r_3 radiusyny bilip, r_1-iň $\omega_1/\omega_4 = 12$ bolandaky bahasyny tapmaly. Şonda wal ony herekete getiriji sapa garanyňda 12 esse tiz aýlanmaly *(10.18-nji surat)*.

Jogaby: $r_1 = \dfrac{1}{11} r_3$.

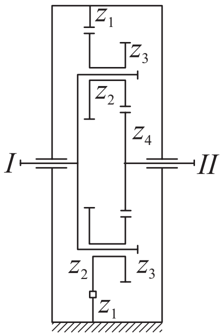


10.19-njy surat

10.12-nji mesele. Tizlikleriň reduktory üç sany tigirden ybarat. Birinji tigir (dişleriniň sany $z_1 = 20$) burç tizligi $n_1 = 4500$ *aýl/min* bolan I wala ornadylan, ikinjisi ($z_1 = 25$) eýeriji *II* wala mäkäm berkidilen oka erkin ornadylan, iç tarapky dişleri bilen ilteşýän üçünji tigir gozganmaýar. Eýeriji walyň we aýlanyjy tigriň bir minutda näçe gezek aýlanyşyny tapmaly *(10.19-njy surat)*.

Jogaby: $n_{II} = 1000$ *aýl/min*, $n_2 = -1800$ *aýl/min.*

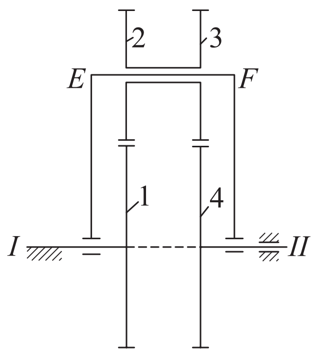
10.13-nji mesele. Reduktoryň *I* eýerdiji walynyň burç tizligi $n^I = 1200$ *aýl/min*. Eger iç tarapyndan dişleri ilteşýän gozganmaýan tigriň dişleri $z_1 = 180$, bir-birine birikdirilen aýlanýan şesterýonkalaryň dişleri $z_2 = 60$ we $z_3 = 40$, eýeriji wala berkidilen şesterýonkanyňky $z_4 = 80$ bolsa, *II* walyň minutdaky aýlanyş sanyny tapmaly *(10.20-nji surat)*.



10.20-nji surat

Jogaby: $n_{II} = 3000$ *aýl/min.*

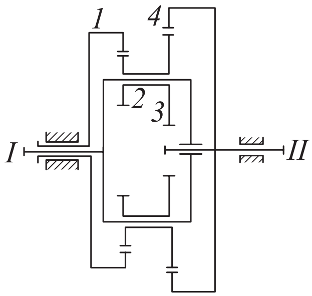
10.14-nji mesele. Planetar geçirijili tizlikleriň reduktory *I* wal bilen berk birikdirilen gozganmaýan 1 tigirden, *I* we *II* oklaryň daşynda Ω burç tizlik erkin aýlanýan çarçuwadan, özara mäkäm birikdirilen we *EF* oka erkin ornaşdyrylan, çarçuwa bilen bilelikde aýlanýan 2 hem 3 dişli tigirler we *II* wal bilen mäkäm berkidilen 4 dişli eýeriji tigirden düzülýär. Eger tigirlerde dişleriň sany $z_1 = 49$, $z_2 = 50$, $z_3 = 51$, $z_4 = 50$ bolsa, II walyň burç tizliginiň çarçuwanyň burç tizligine gatnaşygyny kesgitlemeli *(10.21-nji surat)*.



10.21-nji surat

Jogaby: $\omega_{II}/\Omega = 1/2500$.

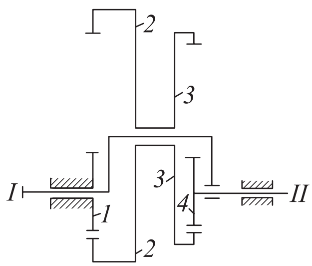
10.15-nji mesele. Differensial geçirijili tizlikleriň reduktory dört sany dişli tigirlerden ybarat. Bulardan birinjisi içki tarapdan ilteşip, burç tizligi 160 *aýl/min.* Dişleriniň sany $z_1 = 70$; ikinji we üçünji tigirler bir-birine berkidilen. Olar minutda 1200 aýlanýan *I* eýerdiji walyň okunyň daşynda wal bilen bile aýlanýan oka ornaşdyrylan. Dişleriniň sany $z_2 = 20$, $z_3 = 30$; içki tarapdan ilteşýän dördünji ti-



10.22-nji surat

gir eýeriji wala mäkäm ornaşdyrylyp, dişleriniň sany z_4 = 80. Eýeriji walyň bir minutda näçe gezek aýlanyşyny tapmaly. *I* wal we *I* tigir bir-birine gapma-garşy ugra aýlanýarlar *(10.22-nji surat)*.

Jogaby: n_{II} = 585 *aýl/min.*

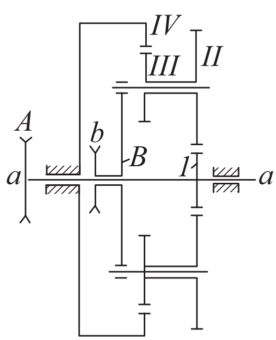


10.23-nji surat

10.16-njy mesele. Tizlikleriň reduktorynyň düzümine 1 gozganmaýan şesterýonka, özara birikdirilen we içki tarapdan ilteşýän 2 we 3 gozganýan şesterýonkalar we eýeriji wala berkidilen 4 şesternýa girýär. Eger dişleriň sany z_1 = 30, z_2 = 80, z_3 = 70, z_4 = 20 bolsa, onda eýeriji walyň bir minutda näçe gezek aýlanýandygyny tapmaly. Eýerdiji wal n_I = 1200 *aýl/min*-a gabat gelýän burç tizlik bilen aýlanýar *(10.23-nji surat)*.

Jogaby: n_{II} = –375 *aýl/min.*

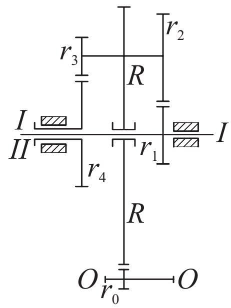
10.17-nji mesele. «Tripleks» sistemasyndaky blokda *a – a* zynjyrly *A* blok berk ornaşdyrylan. Şol wala göteriji zynjyry we ýüki bolan *b* wtulka erkin ornaşdyrylan. Wtulka *B* sapa mäkäm berkidilen. Sapyň her bir palesine özara birikdirilen iki sany *II* we *III* şesternýalar erkin geýdirilen. *II* şesternýa *a – a* wala berkidilen *I* şesternýa bilen dişleşýär. *III* şesterýonkalar gozganmaýan IV dişli tigir bilen dişleşýär. Eger *I, II, III* we *IV* dişli tigirleriň dişleriniň sany, degişlilikde z_1 = 12, z_2 = 28, z_3 = 24, z_4 = 54 bolsa, onda *a – a* walyň we *b* wtulkanyň aýlanma burç tizlikleriniň gatnaşygyny kesgitlemeli *(10.24-nji surat)*.



10.24-nji surat

Jogaby: $\dfrac{\omega_a}{\omega_b} = 10.$

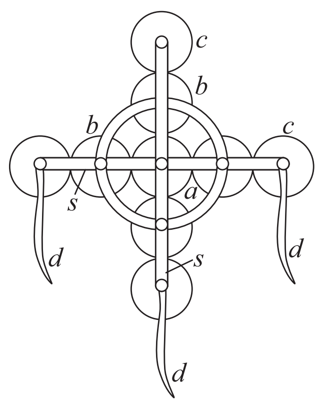
10.18-nji mesele. Silindrik differensialda *I–I* wala radiusy R bolan dişli tigir erkin geýdirilip, oňa r_2 we r_1 radiusly özara birikdirilen şesternýalar ornaşdyrylan. R radiusly tigir r_0 radiusly şesterýonka bilen herekete getirilýär. r_2 we r_3 radiusly şesterýonkalar degişlilikde *I–I* we *II* wallara mäkämlenen r_1 we r_4 radiusly şesterýonkalar bilen ilişdirilen. *I–I* we *O–O* wallaryň aýlanma burç tizlikleri n_1 we n_0-a deň diýip, *II* walyň burç tizligini tapmaly. *I–I* we *O–O* wallar bir ugra aýlanýarlar *(10.25-nji surat)*.



10.25-nji surat

$$Jogaby:\ n_2 = \left(n_1 + n_0 \frac{r_0}{R}\right)\frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} - n_0 \frac{r_0}{R}.$$

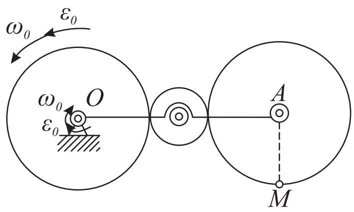
10.19-njy mesele. Ýeralma köwleýän maşynyň planetar geçirijisinde merkezi a şesterýonka gozganýan c şesterýonkalara b parazit şesterýonkalaryň ýardamynda goşulan. a şesterýonka öz oky bilen birlikde gönüçyzykly deňölçegli öňe hereket edýär. c şesterýonkalaryň wtulkalaryna d ganatlar berkidilen. b we c şesterýonkalaryň oklary merkezi a şesterýonkanyň okunyň daşynda ω_0 burç tizlik bilen aýlanýan S wodila ornaşdyrylan. Eger ähli radiuslary birmeňzeş bolsa, onda şesterýonkalaryň absolýut burç tizliklerini, şeýle hem ganatlaryň hereketiniň häsiýetini kesgitlemeli *(10.26-njy surat)*.



10.26-njy surat

Jogaby: $\omega = 0$; ganatlar c şesterýonkalaryň merkezleri bilen birlikde öňe sikloidal hereket edýär.

10.20-nji mesele. Episiklik geçirijide radiusy R bolan eýerdiji şesternýa sagat diliniň aýlanyşynyň ters ugruna ω_0 burç tizlik we ε_0 burç

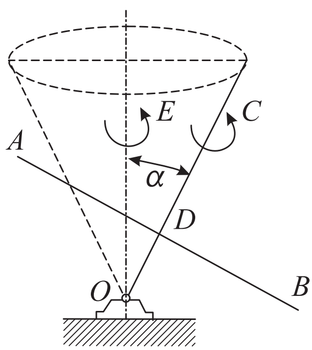


10.27-nji surat

tizlenme bilen aýlanýar. Uzynlygy $3R$ bolan kriwoşip onuň okunyň daşynda sagat diliniň aýlanyş ugruna şeýle burç tizlik we burç tizlenme bilen aýlanýar. Radiusy R bolan eýeriji şesternýanyň şu pursatda kriwoşipe perpendikulýar bolan diametriniň ujunda duran M nokadynyň tizligini we tizlenmesini tapmaly *(10.27-nji surat)*.

Jogaby: $v = R\omega_0\sqrt{10}$, $\quad w = R\sqrt{10(\varepsilon_0^2 + \omega_0^4) - 12\omega_0^2\varepsilon_0}$.

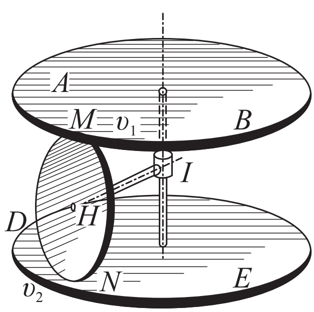
10.3. Özbaşdak çözmek üçin meseleler. Jisimiň giňişlik hereketleriniň goşulyşy



10.28-nji surat

10.21-nji mesele. Karusel tegelek AB meýdançadan ybarat. BA meýdança D merkezinden geçýän OC okuň daşynda 6 *aýl/min* burç tizlik bilen aýlanýar. OC ok bolsa şol tarapa OE wertikalyň daşynda 10 *aýl/min* burç tizlik bilen aýlanýar. Oklaryň arasyndaky burç $\alpha = 20°$, AB meýdançanyň diametri 10 m, OD aralyk 2 m. B nokat iň pes orny eýelän pursadynda onuň v tizligini kesgitlemeli *(10.28-nji surat)*.

Jogaby: $v = 8{,}77$ *m/s*.



10.29-njy surat

10.22-nji mesele. Differensial geçiriji iki sany AB we DE disklerden ybarat. Diskleriň merkezleri olaryň umumy aýlanma okunda ýatyrlar. Bu diskler MN tigri gysyp durýar, tigriň HI oky diskleriň okuna perpendikulýar. Eger tigriň diskler bilen galtaşma nokatlarynyň tizlikleri: $\upsilon_1 = 3$ *m/s*, $\upsilon_2 = 4$ *m/s*, tigriň radiusy $r = 0{,}05$ *m* bolsa, *MN* tigriň *H* merkeziniň υ tizligini we *HI* okuň daşyna görä aýlanma ω_{gr} burç tizligini kesgitlemeli *(10.29-njy surat).*

Jogaby: $\upsilon = 0{,}5$ *m/s*, $\omega_{gr} = 70$ *rad/s.*

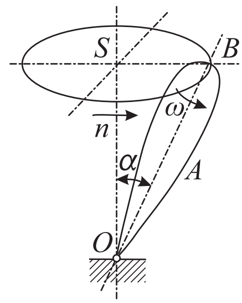
10.23-nji mesele. Deslapky meseläniň şertlerini saklap, uzynlygy $HI = 1/14$ diýip hasaplap, *NM* tigriň absolýut burç tizligini we absolýut burç tizlenmesini kesgitlemeli:

Jogaby: $\omega = \sqrt{4949}$ *rad/s*, $\varepsilon = 490$ *rad/s*^{2}.

10.24-nji mesele. *A* wolçok özüniň *OB* simmetriýa okuna görä ω_1 *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. *OB* ok deňölçegli hereket bilen konus şekilini çyzýar. Wolçogyň *B* depesi 1 minutda *n* gezek aýlanýar. Burç $BOS = \alpha$. Wolçogyň ω burç tizligini we ε burç tizlenmesini tapmaly *(10.30-njy surat).*

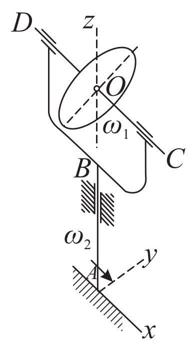
Jogaby: $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 + 2\omega_1 \frac{\pi n}{30}\cos\alpha}$,

$$\varepsilon = \omega_1 \frac{\pi n}{30} \sin\alpha.$$



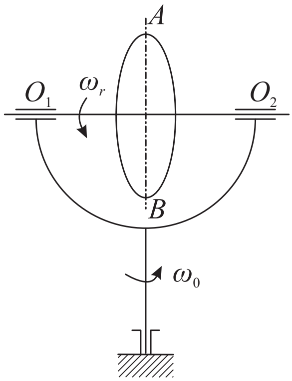
10.30-njy surat

10.25-nji mesele. Tegelek disk *CD* gorizontal okuň daşynda ω_1 burç tizlik bilen aýlanýar. Şol bir wagtda *CD* ok diskiň *O* merkezi arkaly geçýän *AB* wertikal okuň daşynda ω_2 burç tizlik bilen aýlanýar. Eger $\omega_1 = 5$ *rad/s*, $\omega_2 = 3$ *rad/s* bolsa, diskiň $\bar{\omega}$ pursat burç tizliginiň we $\bar{\varepsilon}$ pursat burç tizlenmesiniň mukdaryny we ugruny tapmaly *(10.31-nji surat).*



10.31-nji surat

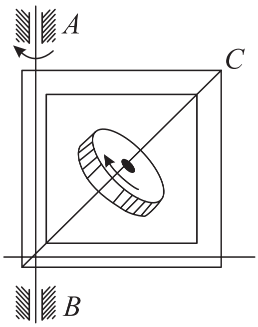
Jogaby: $\omega = 5{,}83$ *rad/s*, $\bar{\omega}$ – *x, z* oklaryň položitel ugurlary bilen $\alpha = 30°58'$ we $\beta = 59°2'$ burçlary emele getirýär; $\varepsilon = 15$ *rad/s*^{2}, $\bar{\varepsilon}$ bolsa *y* ok boýunça ugrukdyrylan.



10.32-nji surat

10.26-njy mesele. Radiusy R bolan disk ω_{gr} hemişelik burç tizlik bilen gorizontal O_1O_2 okuň daşynda aýlanýar. Bu ok öz nobatynda wertikal okuň daşynda $\omega_{gç}$ hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Diskiň wertikal diametriniň uçlaryndaky A we B nokatlaryň tizlik we tizlenmelerini tapmaly *(10.32-nji surat).*

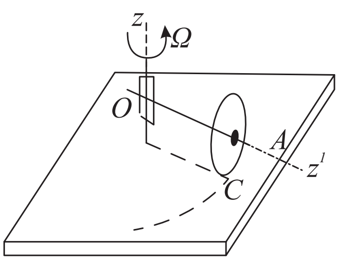
Jogaby: $\upsilon_A = \upsilon_B = R\omega_{gr}$, $a_A = a_B =$
$$= R\omega_{gr}\sqrt{4\omega_{gç}^2 + \omega_{gr}^2}.$$



10.33-nji surat

10.27-nji mesele. Kwadrat çarçuwa (rama) AB okuň daşynda 2 *aýl/min* burç tizlik bilen aýlanýar. Çarçuwanyň diagonaly boýunça geçýän BC okuň daşynda disk minutda 2 gezek aýlanýar. Diskiň absolýut burç tizligini we burç tizlenmesini kesgitlemeli *(10.33-nji surat).*

Jogaby: $\omega = 0{,}39$ *rad/s*, $\varepsilon = 0{,}031$ *rad/s*^{2}.

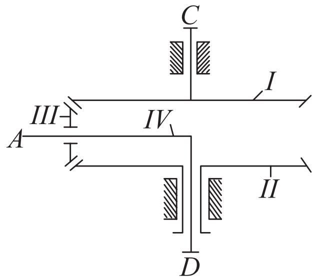


10.34-nji surat

10.28-nji mesele. Degirmen begunynyň OA oky wertikal Oz okuň daşynda Ω hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Okuň uzynlygy $OA = R$, begunynyň radisy $AC = r$. Begundaky C nokadyň tizligini şu pursatda nola deň diýip hasaplap, begunyň ω burç tizligini, pursat okunyň ugruny, gozganýan we gozganmaýan aksoidleri kesgitlemeli *(10.34-nji surat).*

Jogaby: $\omega = \dfrac{\sqrt{R^2 + r^2}}{r}\Omega$; pursat ok – OC göni çyzyk; aksoidler – depeleri O nokatda bolan konuslar; gozganýan aksoidiň depesindäki $z'OC$ burç $\operatorname{arctg}\dfrac{r}{R}$, gozganmaýan aksoidiň depesindäki zOC burç $\operatorname{arctg} \pi - \operatorname{arctg}\dfrac{r}{R}$.

10.29-njy mesele. Differensial geçiriji gozganmaýan *CD* okuň daşynda aýlanyp bilýän *IV* kriwoşipe erkin ornaşdyrylan konus şekilli *III* dişli tigirden ybarat. Tigir şol *CD* okuň daşynda $\omega_1 = 5$ *rad/s* we $\omega_2 = 3$ *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýan konus şekilli *I* we *II* dişli tigirler bilen birleşdirilen. *I* we *II* dişli tigirler bir ugra aýlanýarlar. Tigriň radiusy $r = 2$ *sm*, *I* we *II* dişli tigirleriň radiuslary birmeňzeş we $R = 7$ *sm*. *IV* kriwoşipiň ω_4 burç tizligini, tigriň kriwoşipe görä ω_{34} burç tizligini we *A* nokadyň tizligini kesgitlemeli *(10.35-nji surat)*.



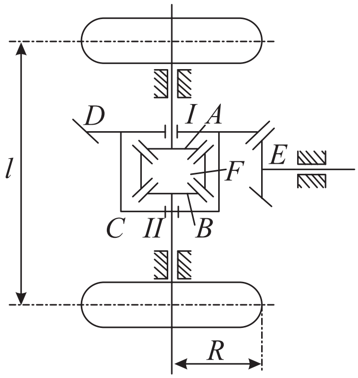
10.35-nji surat

Jogaby: $v_A = 0{,}28$ *m/s*, $\omega_4 = 4$ *rad/s*, $\omega_{34} = 3{,}5$ *rad/s*.

10.30-njy mesele. Deslapky meseledäki differensial mehanizmde konus şekilli *I* we *II* dişli tigirler $\omega_1 = 7$ *rad/s* we $\omega_2 = 3$ *rad/s* burç tizlikler bilen garşylykly ugrukdyrylan. Eger $R = 5$ *sm*, $r = 2{,}5$ *sm* bolsa, onda v_A, ω_4 we ω_{34}-iň näçe bolýandygyny kesgitlemeli.

Jogaby: $v_A = 0{,}1$ *m/s*, $\omega_4 = 2$ *rad/s*, $\omega_{34} = 10$ *rad/s*.

10.31-nji mesele. Awtomobil egri ýoldan barýarka onuň daşky tigirleri köp ýol geçýärler we az ýol geçýän içki tigirlere garanyňda olaryň tiz aýlanmaklary gerek. Awtomobiliň yzky eýerdiji okunyň synmazlygy üçin differensial geçirme diýip atlandyrylýan dişli geçirmeden peýdalanýarlar. Bu geçirmäniň düzülişi aşakdaky ýaly: iki sany tigir yzky ok aýry-aýry bolan iki sany *I* we *II* böleklerden ýasalan. Bu bölekleriň ujuna iki guty konus şekilli *D* tigir bilen bilelikde podşipniklerde aýlanýar. *D* tigir *C* guty bilen mäkäm birikdirilen. *C* guty motor bilen herekete gutynyň aýlanyşy konus şekilli iki sany *F* şesterýonkalar (satellitler) arkaly *A* we *B* dişli tigirlere geçirilýär. Şesterýonkalar awtomobiliň *I–II* yzky okuna perpendikulýar edip guta berkidilen oklaryň daşynda erkin aýlanýar. Awtomobiliň yzky tigirleriniň burç tizliklerini *C* gutynyň aýlanyşynyň burç tizliginiň funksiýasy görnüşde tapmaly we tigriň guta görä ω_{gr} burç tizligini kesgitlemeli. Awtomobil ortaça radiusy $\rho = 5$ *m* bolan egri ýolda

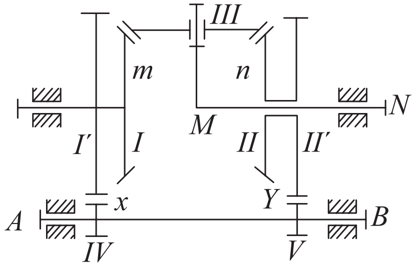


10.36-njy surat

$v = 36$ *km/sag* tizlik bilen hereket edýär. Yzky okuň tigirleriniň radiusy $R = 0{,}5\ m$, olaryň arasyndaky uzaklyk $l = 2\ m$. A we B dişli tigirleriň radiuslary tigirleriň radiuslaryna garanyňda iki esse uly: $R_0 = 2r$ *(10.36-njy surat).*

Jogaby: $\omega_1 = 24$ *rad/s*, $\omega_2 = 16$ *rad/s*, $\omega_{gr} = 8$ *rad/s.*

10.32-nji mesele. AB we MN oklardan aýlanma sanlarynyň berlen gatnaşygyny almak üçin differensial dişleşmeden peýdalanýarlar. Onuň konus şekilli I we II tigirlerlerine silindr şekilli I' we II' tigirler mäkäm birikdirilen. I' we II' tigirler AB oka mäkäm berkidilen IV we V şesterýonkalar bilen dişleşýärler. Eger I we II tigirleriň radiuslary birmeňzeş, I', II', IV we V tigirleriň dişleriniň sanlary, degişlilikde m, n, x, y bolsa, onda AB we MN wallaryň burç tizliklerini, ω_0 bilen ω-nyň arasyndaky gatnaşygy tapmaly *(10.37-nji surat).*



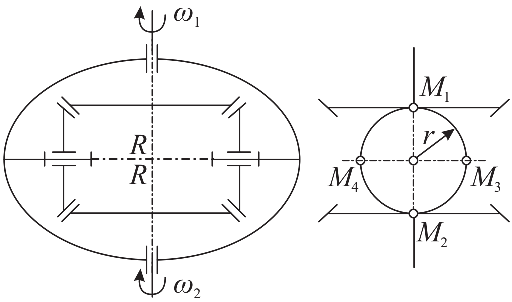
10.37-nji surat

Jogaby: $\dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n}\right).$

10.33-nji mesele. Deslapky meseledäki differensial geçirmede I' we IV dişli tigirler arasyna aýlanma oky gozganmaýan parazit tigir girizilen. Meseläniň başga şertlerini özgertmän AB we MN wallaryň burç tizlikleriniň, ω_0 bilen ω-nyň arasyndaky gatnaşygy tapmaly.

Jogaby: $\dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{m} - \dfrac{y}{n}\right).$

10.34-nji mesele. Awtomobiliň yzky okunyň iki ýarpysyny baglaşdyrýan differensial geçirme radiusy R = 6 *sm* radiusly iki sany birmeňzeş şesterýonkalardan ybarat. Şesterýonkalar ýarymoklara ornaşdyrylyp, awtomobil öwrülende özleri dürli, ululyklary bolsa hemişelik bolan ω_1 = 6 *rad/s* we ω_2 = 4 *rad/s* burç tizlik bilen bir ugra aýlanýar. Şesterýonkalaryň arasyndaky oka erkin ornaşdyrylan we radiusy r = 3 *sm* bolan aýlanýan tigir berkidilen. Tigriň oky guta mäkäm ornaşdyrylyp, onuň bilen birlikde awtomobiliň yzky okunyň daşynda aýlanyp bilýär. Tigriň suratdaky ýaly iki diametriniň ujunda ýatan dört sany M_1, M_2, M_3 we M_4 nokatlaryň awtomobiliň korpusyna görä tizlenmelerini tapmaly *(10.38-nji surat)*.



10.38-nji surat

Jogaby: a_1 = 2,1 m/s_2, a_2 = 0,91 m/s^2, $a_3 = a_4$ = 1,73 m/s^2.

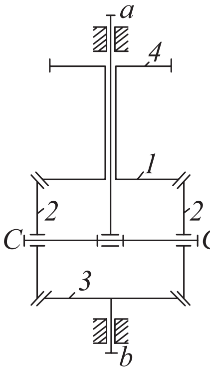
10.35-nji mesele. Diş kesýän stanogyň differensialynda tizlendiriji 4 tigir özüne mäkäm birikdirilen 1 tigir bilen birlikde eýerdiji *a* wala erkin ornaşdyrylan. Eýerdiji *a* walyň ujunda 2–2 tigriň *CC* oky geçýän golowka bar. Aşakdaky bäş ýagdaýda eýeriji *b* walyň we oňa mäkäm birikdirilen 3 tigriň burç tizligini kesgitlemeli:

1) Eýerdiji walyň burç tizligi ω_a, tizlendiriji tigriň burç tizligi $\omega_4 = 0$.

2) Eýerdiji walyň burç tizligi ω_a, tizlendiriji tigir ω_4 burç tizlik bilen eýerdiji walyň aýlanýan ugruna aýlanýar.

3) Tizlendiriji tigir we eýerdiji wal birmeňzeş $\omega_4 = \omega_a$, burç tizlik bilen bir ugra aýlanýar.

4) Tizlendiriji tigir we eýerdiji wal bir ugra aýlanýar, emma $\omega_4 = 2\omega_a$.



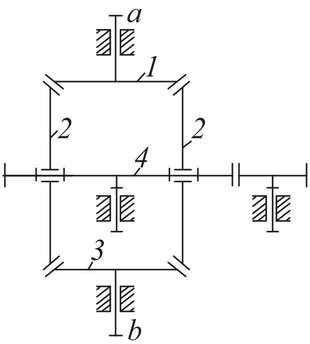
10.39-njy surat

5) Eýerdiji walyň burç tizligi ω_a tizlendiriji tigriň burç tizligi ω_4 burç tizlik bilen garşylykly tarapa aýlanýar *(10.39-njy surat)*.

Jogaby: 1) $\omega_b = 2\omega_a$; 2) $\omega_b = 2\omega_a - \omega_4$;
3) $\omega_b = \omega_a$; 4) $\omega_b = 0$;
5) $\omega_b = 2$.

10.36-njy mesele. Deslapky meselede teswirlenen diş kesýän stanogyň differensialynda eýerdiji walyň burç tizligi n_a = 60 *aýl/min.* Eýeriji walyň gozganman galmagy üçin tizlendiriji tigriň burç tizliginiň näçe bolmalydygyny kesgitlemeli.

Jogaby: ω_4 = 120 *aýl/min.*



10.40-njy surat

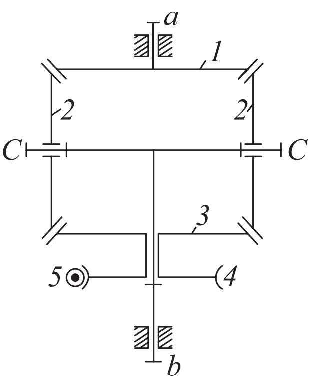
10.37-nji mesele. Diş kesýän stanogyň differensialyndaky tizlendiriji 4 tigir satellitleriň okuny göterýär. Eýerdiji walyň burç tizligi ω_a. Aşakdaky üç ýagdaýda eýeriji walyň burç tizligini kesgitlemeli:

1) Tizlendiriji 4 tigir $\omega_4 = \omega_a$ burç tizlik bilen eýerdiji walyň aýlanýan tarapyna aýlanýar.

2) $\omega_4 = \omega_a$, emma eýerdiji wal we tizlendiriji tigir garşylykly tarapa aýlanýar.

3) Satellitleriň oky we tizlendiriji tigir gozganmaýarlar *(10.40-njy surat)*.

Jogaby: 1) $\omega_a = \omega_a$, 2) $\omega_b = -3\omega_a$,
3) $\omega_b = -\omega_a$.

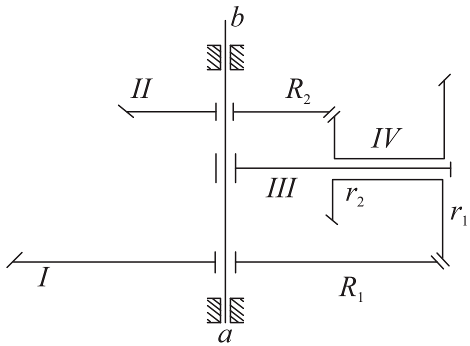


10.41-nji surat

10.38-nji mesele. Stanok differensialynda konus şekilli 1 tigir eýerdiji *a* wala pahnalanan. Eýeriji *b* walyň ujunda 2–2 satellitleriň *CC* oky ornaşdyrylan golowka bar. Şol wala 4 çerwýak bilen bir bitewi bolan 3 konus şekilli tigir erkin otyr. Eger konus şekilli ähli tigirleriň radiuslary birmeňzeş bolsa, 5 çerwýak, diýmek, 4 we 3 tigirler gozganman duran pursatyndaky geçirme sanyny kesgitlemeli *(10.41-nji surat).*

Jogaby: $\omega_b/\omega_a = 0{,}5$.

10.39-njy mesele. Goşa differensial gozganmaýan *ab* okuň daşynda aýlanyp bilýän *III* kriwoşipden ybarat. Kriwoşipe *IV* satellit erkin ornaşdyrylan. Satellit bir-birine mäkäm birikdirilen, $r_1 = 5$ *sm* we $r_2 = 2$ *sm* radiusly konus şekilli iki sany dişli tigirden ybarat. Bu tigirler *ab* okuň daşynda aýlanýan, emma kriwoşip bilen berkidilmedik konus şekilli iki sany *I* we *II* dişli tigirler bilen birleşdirilen. *I* we *II* dişli tigirleriň radiuslary $R_1 = 10$ *sm* we $R_2 = 5$ *sm*, burç tizlikleri, degişlilikde $\omega_1 = 4{,}5$ *rad/s* we $\omega_2 = 9$ *rad/s.* Eger iki tigir hem bir ugra aýlansa, kriwoşipiň burç tizligi ω_3 we satellitiň kriwoşipe görä ω_{43} burç tizligini kesgitlemeli *(10.42-nji surat).*



10.42-nji surat

Jogaby: $\omega_3 = 7$ *rad/s*, $\omega_{43} = 5$ *rad/s.*

10.40-njy mesele. Deslapky meselede *I* we *II* tigirler dürli ugra aýlananlarynda meseläni çözmeli.

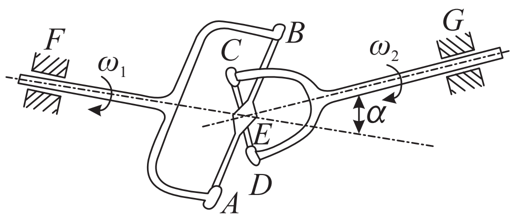
Jogaby: $\omega_3 = 3$ *rad/s*, $\omega_{43} = 15$ *rad/s*.

10.41-nji mesele. Kesişýän oklaryň arasynda aýlanmany geçirmekde ulanylýan Kardan-Guk uniwersal şarniriniň *ABCD* krestowinasy ($AB \perp CD$) gozganmaýan *E* nokadyň daşynda aýlanýar. Krestowina bilen birleşdirilen walyň burç tizlikleriniň ω_1/ω_2 gatnaşygyny aşakdaky iki ýagdaý üçin tapmaly:

1) *ABF* wilkanyň tekizligi gorizontal, *CDG* wilkanyň tekizligi wertikal bolanda;

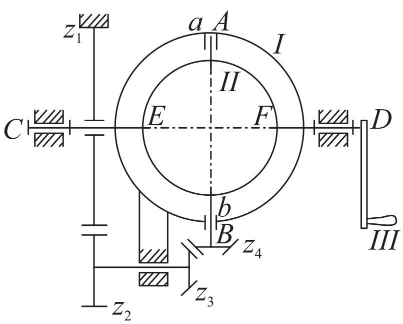
2) *ABF* wilkanyň tekizligi wertikal, *CDG* wilkanyň tekizligi gorizontal bolanda.

Wallaryň arasyndaky burç hemişelik: $\alpha = 60°$ *(10.43-nji surat).*



10.43-nji surat

Jogaby: 1) $\omega_1/\omega_2 = 1/\cos\alpha = 2$; 2) $\omega_1/\omega_2 = \cos\alpha = 0{,}5$.

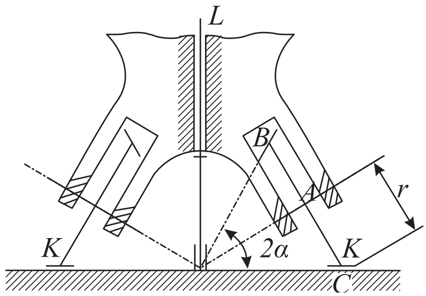


10.44-nji surat

10.42-nji mesele. Şarly owratgyjyň diametri d = 10 *sm* bolup, *AB* oka ornaşdyrylan köwekçi şardan ybarat. *AB* oka dişleriniň sany z_4 = 28 bolan tigir berkidilen. *AB* ok *I* aýlanyjy çarçuwa *a* we *b* podşipnikler bilen berkidilen. *I* çarçuwa *III* sap bilen aýlandyrylýan *CD* ok bilen bitewi edilip birleşdirilen. Şarly owratgyç, dişleriniň sany z_1 = 80, z_2 = 43, z_3 = 28 bolan tigirleriň ýardamy bilen *AB* okuň daşynda aýlandyrylýar. Birinji tigir gozganmaýar. Eger sap ω = 4,3 *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlandyrylsa, owratgyjyň absolýut burç tizligini, burç tizlenmesini we berlen pursatdan *CD* okda ýatan iki sany *E* we *F* nokatlaryň tizlik we tizlenmelerini kesgitlemeli *(10.44-nji surat).*

Jogaby: ω_a = 9,08 *rad/s*, ε = 34,4 *rad/s*^{2},
$\upsilon_E = \upsilon_F$ = 0,4 *m/s*, $a_E = a_F$ = 4,68 *m/s*^{2}.

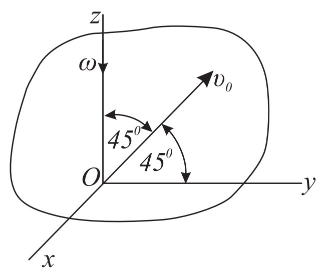
10.43-nji mesele. Köpriniň aýlanýan bölegi konus şekilli K dişli tigirler görnüşdäki katoklarda ornaşdyrylan. Tigirleriň oky halkaly L çarçuwa olaryň dowamy K dişli tigirleriň ýöreýän tekiz daýanç şesternýanyň geometrik merkezinde kesişer ýaly edip ornaşdyrylan. Konus şekilli katogyň burç tizligi we burç tizlenmesi hem-de A, B, C nokatlaryň tizlik we tizlenmelerini tapmaly (A – konus şekilli dişli B A C tigriň merkezi). Katogyň esasynyň radiusy $r = 0{,}25$ *m*, depesindäki burçy 2α, şeýle hem $\cos\alpha = 84/85$. Halkaly çarçuwanyň wertikal okuň daşynda aýlanma burç tizligi $\omega_0 = \text{const} = 0{,}1$ *rad/s (10.45-nji surat).*



10.45-nji surat

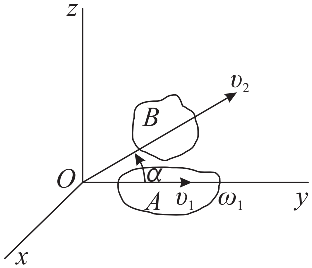
Jogaby: $\omega = 0{,}646$ *rad/s*, $\varepsilon = 0{,}0646$ *rad/s*^{2}, $\upsilon_A = 0{,}16$ *m/s*, $\upsilon_B = 0{,}32$ *m/s*, $\upsilon_C = 0$, $a_A = 0{,}016$ *m/s*^{2}, $aB = 0{,}11$ *m/s*^{2}, $a_C = 0{,}105$ *m/s*^{2}.

10.44-nji mesele. Jisim giňişlikde hereketlenýär, şeýle hem garalýan pursatda onuň ω burç tizliginiň wektory z ok boýunça ugrukdyrylan. Jisimiň O nokadynyň tizligi υ_0 bolup, y we oklar bilen birmeňzeş 45° burç emele getirýär. Jisimiň iň kiçi tizlige eýe bolan nokadyny we bu tizligiň ululygyny kesgitlemeli *(10.46-njy surat).*



10.46-njy surat

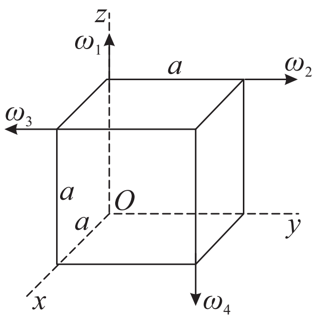
Jogaby: $\upsilon_C = \upsilon_0 \cos 45°$. Koordinatalary $x = \dfrac{\upsilon_0 \cos 45°}{\omega}$, $y = 0$ bolan nokatdan z oka parallel geçýän pursat nurbat okunyň nokatlarynyň tizlikleri şuňa deň.



10.47-nji surat

10.45-nji mesele. *A* gaty jisim *y* okuň daşynda ω_1 burç tizlik bilen aýlanýar we v_1 tizlik bilen şu okuň ugruna öňe hereket edýär. *B* jisim *y* ok bilen burç emele getirýän v_2 tizlik bilen öňe hereket edýär. v_1/v_2 nähili bolanda *A* jisimiň *B* jisime görä hereketi sap aýlanma bolýar? Munda aýlanma oky nirede ýatar? *(10.47-nji surat).*

Jogaby: $v_1/v_2 = \cos\alpha$ bolanda *A* jisimiň *B* jisime görä hereketi *y* oka parallel okuň daşyndaky sap aýlanmadan ybarat. Aýlanma oky öňe hereketiň tizliginiň v_2 sinα düzüjisi boýunça ugrukdyrylan *y* oka geçirilen perpendikulýar arkaly hasaplanylan $l = \dfrac{v_2 \sin\alpha}{\omega_1}$ aralykdan geçýär.



10.48-nji surat

10.46-njy mesele. Taraplary $a = 2$ *m* bolan kub şekilli gaty jisim burç tizlikleri $\omega_1 = \omega_4$ *rad/s*, $\omega_2 = \omega_3$ *rad/s* bolan dört sany aýlanma bir wagtyň özünde gatnaşýar. Jisimiň netijeleýji hereketini kesgitlemeli *(10.48-nji surat).*

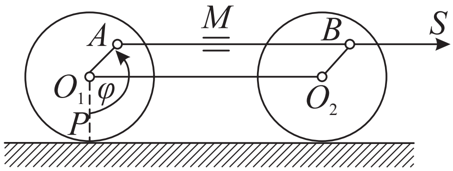
Jogaby: Jisim *v* tizlik bilen öňe hereket edýär. Onuň proýeksiýalary $v_x = -12$ *m/s*, $v_y = 12$ *m/s*, $v_z = -8$ *m/s*.

11. ÖZBAŞDAK ÇÖZMEK ÜÇIN MESELELER

Nokadyň we jisimiň düzme hereketlerine degişli garyşyk meseleler

11.1-nji mesele. Parowozyň tigirleri *AB* sparnik bilen birleşdirilen. $r = 80$ *sm* radiusly tigirler relsler boýunça çep tarapa typman tigirlenýärler. Tigirler dynçlykdan hereketlenip başlanlarynda $\varphi = \angle PO_1A$ aýlanma burçy $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}t^2$ rad kanun esasynda özgerýär.

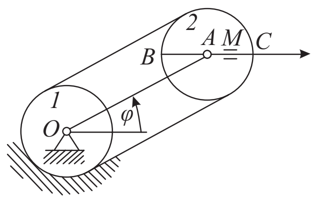
AB sparnigi boýunça M polzun $s = AM = (10 + 40t_2)$ sm deňlemä laýyklykda hereketlenýär. Eger $O_1O_2 = AB$, $O_1A = O_2B = r/2$ bolsa, $t = 1s$ pursatda M polzunyň absolýut tizligini we absolýut tizlenmesini tapmaly *(11.1-nji surat)*.



11.1-nji surat

Jogaby: $v_M = 450$ sm/s, $a_M = 1170$ sm/s^2.

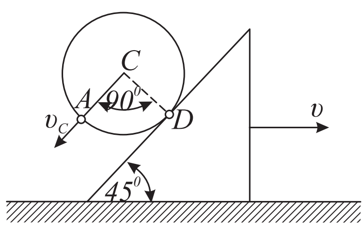
11.2-nji mesele. Gozganmaýan 1 dişli tigir özi bilen birmeňzeş radiusly 2 dişli tigre zynjyr bilen birleşdirilen. 2 dişli tigir sagat diliniň aýlanyşynyň tersine tarap ugrukdyrylanda $\varphi = \frac{\pi}{6}t$ rad kanun bilen aýlanýan $OA = 60$ sm uzynlykdaky kriwoşipiň kömegi bilen herekete getirilýär. $t = 0$ pursatda OA kriwoşip sag tarapdaky gorizontal halatda bolýar. 2 dişli tigriň s ok bilen gabatlaşan BC gorizontal ugrukdyryjysy boýunça A merkeziň daşynda $s = AM = 20 \sin\frac{\pi}{2}t$ sm kanuna görä yrgyldaýan M polzun hereketlenýär. $t_1 = 0$ we $t_2 = 1$ s pursatlar üçin M polzunyň absolýut tizligini we absolýut tizlenmesini tapmaly *(11.2-nji surat)*.



11.2-nji surat

Jogaby: $v_{M_0} = 44{,}1$ sm/s, $v_{M_1} = 31{,}4$ sm/s,
$w_{M_0} = 16{,}5$ sm/s, $w_{M_0} = 64{,}2$ sm/s.

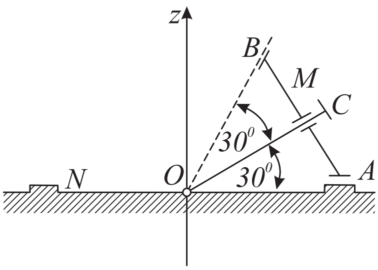
11.3-nji mesele. Gorizontal ugur bilen 45° burç emele getirýän üçburçly prizma sag tarapa gorizontal tekizlik boýunça v ($v = 2t$ sm/s) tizlik bilen typýar. Prizmanyň ýapgyt grany boýunça tegelek silindr typman tigirlenýär. Silindriň C inersiýa merkeziniň prizma



11.3-nji surat

görä tizliginiň moduly $\upsilon_C = 4t$ *sm/s*. Eger $t = 1$ *s* pursatda $\angle ACD = 90$ bolsa, silindriň gurşawyndaky *A* nokadyň absolýut tizligini we absolýut tizlenmesiniň ululygyny kesgitlemeli *(11.3-nji surat)*.

Jogaby: $\upsilon_A = 6$ *sm/s*, $a_A = 5{,}6$ *sm/s*^{2}.



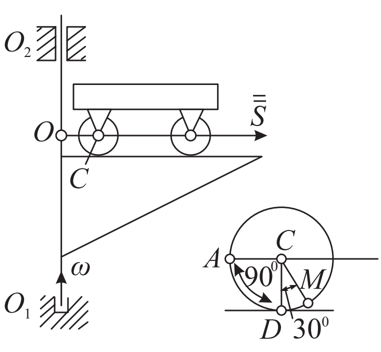
11.4-nji surat

11.4-nji mesele. *M* konus şekilli şesternýa *N* dişli şesternýa boýunça, *O* nokatda berkidilen we *z* wertikal okuň daşynda 2 *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan *OC* okuň kömegi bilen herekete getirilýär. *N* dişli şesternýa berkidilen *P* gorizontal platforma şu pursatda $\upsilon = 80$ *sm/s* tizlik we $w = 80\sqrt{3}$ *sm/s*^{2} tizlenmä eýe bolanda wertikal boýunça aşak tarapa tizlenýän hereket edýär. Burç $BOA = 60^o$. *M* dişli şesternýanyň *A* we *B* nokatlarynyň absolýut tizligini we tizlenmesini tapmaly *(11.4-nji surat)*.

Jogaby: $\upsilon_A = 8$ *sm/s*, $\upsilon_B = 100$ *sm/s*, $a_A = 0$,
$aB = 302$ *sm/s*^{2}, $a_A = 0$, $a_B = 302$ *sm/s*^{2}.

11.5-nji mesele. Deslapky meselede *OC* ok wertikal *z* okuň daşynda $2t$ *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýar diýip, $t = 1$ *s* pursat üçin *M* konus şekilli şesternýanyň *A* we *B* nokatlarynyň absolýut tizlenmelerini tapmaly.

Jogaby: $a_A = 0$, $a_B = 308$ *sm/s*^{2}.

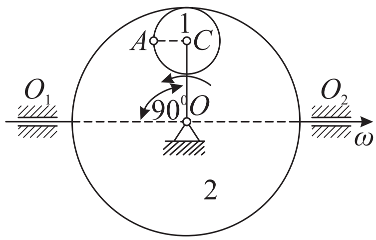


11.5-nji surat

11.6-njy mesele. Aýlanýan kran O_1O_2 gozganmaýan wertikal okuň daşynda ω ($\omega = 1$ *rad/s*) burç tizlik bilen aýlanýar. *s* ok bilen gabat gelýän, kranyň gorizontal strelasy boýunça arabajyk typman tigirlenýärler. Onuň 10 *sm* radiusly yzky tigriniň *C* massalar merkezi $s_c = OC = 60(1 + t)$ *sm* kanun boýunça hereketlenýär. $t = 1$ *s* pursatda $\angle MCD = 30^{\circ}$ bolsa, tigriň gurşawyndaky M nokadyň absolýut tizliginiň ululygyny kesgitlemeli. Şeyle hem $t = 1$ *s* pursatda $\angle ACD = 90^{\circ}$ bolsa, tigriň gurşawyndaky A we D nokatlaryň absolýut tizlenmeleriniň ululygyny kesgitlemeli *(11.5-nji surat)*.

Jogaby: $\upsilon_M = 129$ *sm/s*, $a_A = 278$ *sm/s*^{2}, $a_D = 380$ *sm/s*^{2}.

11.7-nji mesele. Radiusy 10 *sm* bolan 1 şesternýa radiusy 40 sm bolan 2 şesternýanyň içinde $\omega_0 = 2$ *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan OC kriwoşipiň kömegi bilen herekete getirilýär. Öz nobatynda 2 şesternýa gozganmaýan O_1O_2 gorizontal okuň daşynda $\omega = 2$ *rad/s* hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Eger $\angle OCA = \angle O_1OC = 90^{\circ}$ bolsa, 1 şesternýanyň gurşawyndaky A nokadyň absolýut tizligini we tizlenmesini tapmaly *(11.6-njy surat)*.



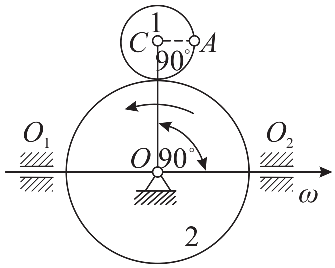
11.6-njy surat

Jogaby: $\upsilon_A = 103{,}8$ *sm/s*, $a_A = 494$ *sm/s*^{2}.

11.8-nji mesele. Deslapky meselede 2 şesternýanyň gozganmaýan O_1O_2 gorizontal okuň daşynda aýlanyşy ω ($\omega = (2 - t)$ *rad/s* üýtgeýän burç tizlikli diýip, A nokadyň $t = 2$ *s* pursat üçin absolýut tizlenmesiniň modulyny tapmaly. $t = 2$ *s* pursatda A nokat deslapky meselä berlen suratda görkezilen ornuny eýeleýär diýip hasap etmeli.

Jogaby: $a_A = 455$ *sm/s*^{2}.

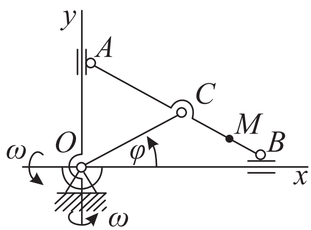
11.9-njy mesele. Radiusy 10 *sm* bolan 1 şesternýa $0 = t$ *rad/s* burç tizlik bilen aýlanýan OC kriwoşipiň kömegi bilen 20 *sm* radiusly 2 şesternýanyň üstünde herekete getirilýär. Öz nobatynda 2 şesternýa gozganmaýan O_1O_2 gorizontal okuň daşynda $\bar{\omega}$ ($\omega = 2$ *rad/s*)



11.7-nji surat

hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. $t = 1\ s$ pursatda $\angle O_2OC = \angle OCA = 90^o$ diýip hasaplap, 1 şesternýanyň gurşawyndaky A nokadyň şu pursatdaky absolýut tizligini we absolýut tizlenmesiniň modulyny kesgitlemeli *(11.7-nji surat)*.

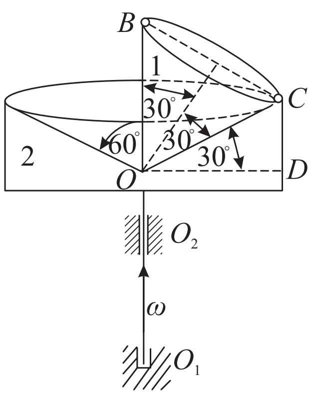
Jogaby: $\upsilon_A = 73{,}5\ sm/s$, $a_A = 207\ sm/s^2$.



11.8-nji surat

11.10-njy mesele. OC kriwoşip AB sterženiň kömegi bilen özara perpendikulýar x we y ugrukdyryjylar boýunça typýan A we B polzunlary herekete getirýär. Öz nobatynda bu ugrukdyryjylar O okuň daşynda sagat diliniň hereketiniň ters ugruna ω ($\omega = \dfrac{\pi}{2}\ rad/s$) hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. OC kriwoşipiň x okdan sagat diliniň hereketiniň ters ugruna aýlanma burçy $\varphi = \dfrac{\pi}{4} t\ rad$ kanuna görä üýtgeýär. Eger $OC = AC = CB = 2BM = 16\ sm$ bolsa, $t = 0$ pursat üçin AB çyzgyjyň M nokadynyň absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň modullaryny tapmaly *(11.8-nji surat)*.

Jogaby: $\upsilon_M = 44\ sm/s$, $a_M = 93{,}8\ sm/s^2$.



11.9-njy surat

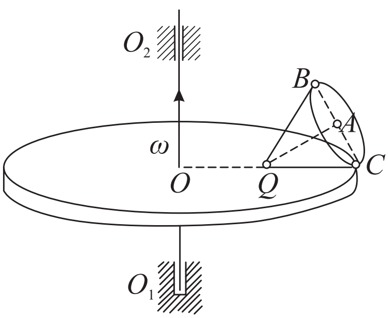
11.11-nji mesele. O depesindäki burçy 60^o bolan 1 konus, depesindäki burçy 120^o bolan 2 konusyň içinde typman tigirlenýär. 2 konus öz nobatynda gozganmaýan O_1O_2 wertikal okuň daşynda ω ($\omega = 3\ rad/s$) hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. 1 konusyň esasynyň gurşawyndaky B nokat O_1O_2 ok arkaly geçýän wertikal tekizlikdäki BC diametrde ýatyr. B nokadyň tizligi hemişelik bolup, $60\ sm/s$ we OBC tekizlige perpendikulýar hem-de suratyň tekizligine tarap ugrukdyrylan. $OB = OC = 20$ *sm*, $\angle COD = 30^{o}$. 1 konusyň B we C nokatlarynyň absolýut tizlenmeleriniň modullaryny kesgitlemeli *(11.9-njy surat)*.

Jogaby: $a_A = 497$ *sm/s*^{2}, $a_C = 316$ *sm/s*^{2}.

11.12-nji mesele. Deslapky meselede B nokadyň tizligi özgerýän we $60\ t$ *sm/s*-digine garamazdan $t = 1$ *s* pursat üçin 1 konusyň absolýut tizlenmeleriniň üýtgemeýän nokatlarynyň geometrik ornuny kesgitlemeli.

Jogaby: 1 konusyň OC emele getirijisi bilen gabatlaşan nokatlar.

11.13-nji mesele. Gorizontal diskiň üstünde oňa Q depesi bilen birikdirilen tegelek konus typman tigirlenýär. Öz nobatynda disk hem gozganmaýan O_1O_2 wertikal okuň daşynda $\bar{\omega}$ ($\omega = 2$ *rad/s*) hemişelik burç tizlik bilen aýlanýar. Dynçlykda duran diske görä, konusyň esasynyň A merkeziniň tizliginiň ululygy 15 *m/s* bolup, suratyň tekizligine perpendikulýar görnüşde ugrukdyrylan. Eger $OQ = QC = QB = BC = 10$ *sm* bolsa, konusyň esasynyň disk bilen galtaşan C nokadynyň absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň modullaryny tapmaly *(11.10-njy surat)*.

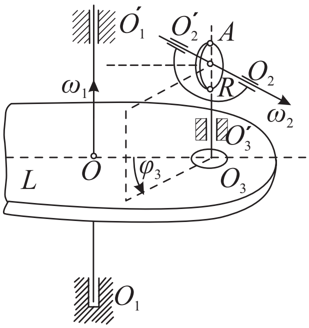


11.10-njy surat

Jogaby: $v_C = 40$ *sm/s*, $a_C = 105$ *sm/s*^{2}.

11.14-nji mesele. Deslapky meselede disk $\bar{\varepsilon}$ ($\varepsilon = 2t$ *rad/s*^{2}) burç tizlenme bilen tizlenip aýlanýar diýip hasap edip, C nokadynyň absolýut tizlenmesiniň modulyny $t = 1$ *s* pursat üçin kesgitlemeli. Başlangyç pursatda burç tizliginiň ululygy 2 *rad/s*.

Jogaby: $a_C = 197$ *sm/s*^{2}.

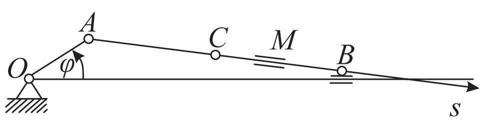


11.11-nji surat

11.15-nji mesele. Giroskop $O_1O'_1$ wertikal okuň daşynda ω_1 ($\omega_1 = 2\pi$ *rad/s*) hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan gorizontal L platformanyň üstüne ornaşdyrylan. Gorizontal $O_2O'_2$ okuň daşynda ω_2 ($\omega_2 = 8\ \pi$ *rad/s*) hemişelik burç tizlik bilen aýlanýan $r = 10$ *sm* radiusly K disk giroskop bolup hyzmat edýär. $O_2O'_2$ ok öz nobatynda wertikal $O_3O'_3$ okuň daşynda $\varphi_3 = 2\pi t^2$ *rad* kanuna laýyklykda aýlanýar. $t = 0$ pursatda K disk $O_1O'_1$ ok bilen bir wertikal tekizlikde bolýar. φ_3 burç şu tekizlikden başlap, suratda görkezilen ugurda üýtgeýär. $O_2O'_2$ we $O_3O'_3$ oklar K diskiň merkezinde kesişýärler. Özara parallel $O_1O'_1$ we $O_3O'_3$ oklaryň arasyndaky uzaklyk $OO_3 = 30$ *sm* bolsa, K diskiň AB wertikal diametriniň ýokary ujundaky A nokadynyň $t = 1$ *s* pursatdaky absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň modullaryny tapmaly *(11.11-nji surat)*.

Jogaby: $v_A = 314$ *sm/s*, $a_A = 7170$ *sm/s*^{2}.

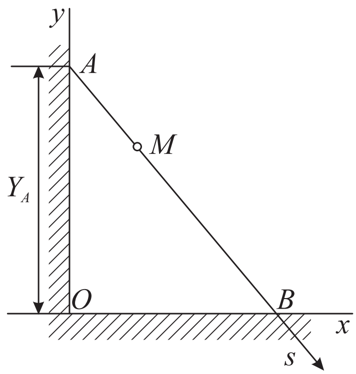
11.16-njy mesele. OAB kriwoşip-polzun mehanizminiň AB şatuny boýunça onuň C nokadynyň golaýynda M mufta $s = CM = 20 \sin\frac{\pi}{2} t$ *sm* (AB şatuny boýunça ugrykdyrylan s okuň başlangyjy şatunynyň merkezindäki C nokatda) kanun boýunça yrgyldaýar. OA kriwoşip suratyň tekizligine perpendikulýar bolan O gorizontal okuň daşynda, sagat diliniň hereketiniň ters ugruna aýlanma burçy $\varphi = \frac{\pi}{2} t$ rad kanun bilen aýlanýar. Eger $OA = 10$ *sm*, $AC = CB = AB/2 = 20$ *sm* bolsa, M muftanyň $t = 0$ pursatdaky absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň modullaryny kesgitlemeli *(11.12-nji surat)*.



11.12-nji surat

Jogaby: $v_M = 32{,}3$ *sm/s*, $a_A = 37{,}2$ *sm/s*^{2}.

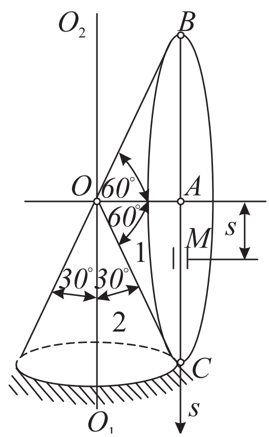
11.17-nji mesele. Uzynlygy $4\sqrt{2}$ *m* bolan *AB* sterženiň *A* ujy *y* ok boýunça aşak, *B* ujy bolsa, *x* ok boýunça sag tarapa typýar. *A* nokat $y_A = (5 - t^2)$ *m* kanun bilen hereketlenýär. Şol bir wagtda sterženiň *A* nokadyndan *B* nokadyna tarap *M* nokat typýar. *M* nokadyň steržen bilen gabatlaşan oka görä hereketi $s = AM = 2\sqrt{2}\,t^2$ *m* deňleme bilen aňladylýar. $t = 1$ *s* pursat üçin *M* nokadyň absolýut tizliginiň we absolýut tizlenmesiniň modullaryny kesgitlemeli *(11.13-nji surat).*



11.13-nji surat

Jogaby: $v_M = 7{,}05$ *sm/s*, $a_M = 8{,}06$ *sm/s*^{2}.

11.18-nji mesele. Depesindäki burçy 120º bolan 1 tegelek konus, depesindäki burçy 60º bolan 2 gozganmaýan konusyň depesine *O* şarnir bilen berkidilen we onuň üstünde typman tigirlenýär. Şeýle hem 1 konusyň *OA* oky O_1O_2 wertikal okuň daşynda sekuntda bir gezek aýlanýar. 1 konusyň esasynyň $BC = 20$ *sm* diametri boýunça *M* polzunyň typýan ugrukdyryjysy geçirilen. *M* polzun *A* merkeziň golaýynda $s = AM = 10\sin 2\pi t$ *sm* kanun boýunça yrgyldaýar. $t = 0$ başlangyç pursatda *BC* ugrukdyryjy *O* şarnir bilen bir wertikal tekizlikde ýerleşýär. $t = 0$ pursat üçin *M* nokadyň absolýut tizlenmesiniň modulyny tapmaly *(11.14-nji surat).*



11.14-nji surat

Jogaby: $a_M = 572$ *sm/s*^{2}.

PEÝDALANYLAN EDEBIÝATLAR

1. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. I tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2008.
2. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. II tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2009.
3. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. III tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2010.
4. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. IV tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2011.
5. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. V tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2012.
6. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. VI tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2013.
7. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. VII tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2014.
8. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. VIII tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2015.
9. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. IX tom. Aşgabat. Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2016.
10. Ataýew H. we başg. Nazary mehanika dersiniň nusgalyk okuw maksatnamasy. Aşagabat. Ylym, 2001.
11. Атаев Х. Теоретики механикадан барлаг ишлерини ерине етирмегиң методикасы. I бөлүм. Статика. Ашгабат, 1977.

12. Атаев Х., Гылыҗов Д., Дөвлетов М. Теоретики механикадан меселелери чөзмек методикасы. Нокадың кинематикасы. Ашгабат, 1977.
13. Атаев Х. Теоретики механикадан меселелери чөзмек методикасы. Гаты җисимиң гозганмаян окуң дашында айланмагы ве текиз параллел херекети. Ашгабат, 1978.
14. Атаев Х. Теоретики механикадан меселелери чөзмек методикасы. Материал нокадың динамикасы. Ашгабат, 1980.
15. Атаев Х. Теоретики механикадан меселелер чөзмек үчин методик голланма. Статика ве кинематика. «Магарыф» нешириряты, 1991.
16. GylyjowD., Akmuhammedow A. A., AtaýewH. Nazary mehanika, Aşgabat, 2003.
17. Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике. – М., 1986.
18. Бутенин Н. В., Лунс Й. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики.– М., 1985. Т.1-2.
19. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. – М., 1990.
20. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. – М., 1986.
21. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Часть I – М., 1963.
22. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Часть II – М., 1963.
23. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Учебное пособие – М., 1982. Т. I.
24. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Учебное пособие – М., 1983.Т II.
25. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Келзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М., 1967. Т. I.
26. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Келзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М., 1964. Т. II.

MAZMUNY