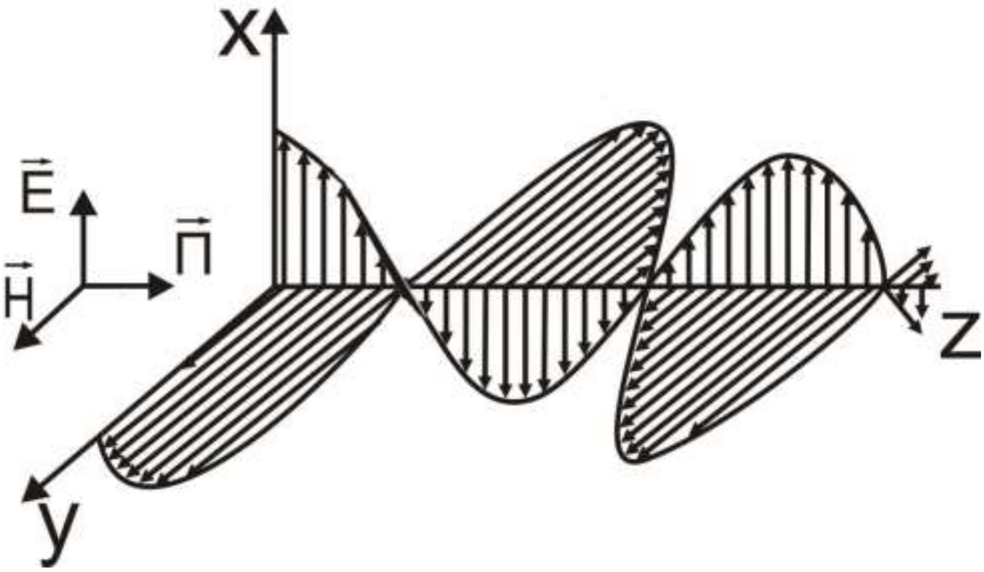
ELEKTROTEHNIKANYŇ NAZARY ESASLARY

Ü Ç Ü NJI BÖ LÜ M



ALYHAN Ö KDIROW, GURBANMUHAMMET GULMAJOW

ELEKTROTEHNIKANYŇ NAZARY ESASLARY

(Ü Ç Ü NJI BÖ LÜ M)

Ý okary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby

Türkmenistanyň bilim minstrligi tarapyndan hödürlenildi

$$rot\vec{H} = \gamma\vec{E} + \varepsilon_a \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$rot\vec{E} = -\mu_a \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$divB = 0$$

$$divE = \frac{\rho_{erkin}}{\varepsilon_a}$$

AŞGABAT
Türkmen döwlet neşirýat gullygy 2013

BBK 31.21 Ý a73
Ö 49

Ö kdirow A, Gulmajow G.
Ö 49 Elektortehnikanyň nazary esaslary. Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby.
-Ö Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2013

Bu okuw kitaby wektorly analizden käbir düşünjeler, elektrostatiki meýdan, hemişelik toguň elektrik we magnit meýdanlary hem-de üýtgeýän toguň elektromagnit meýdany hakynda esasy kanunlar we olary hasaplamak üçin giňden ulanylýan usullar ýerleşdirildi.

Kitap ýokary okuw mekdeplerinde okaýan talyplara we önümçilikde işleýän energetika bilen bagly inženerlere, hünärmenlere öz bilimlerini artdyrmak üçin niýetlenilýar.

Ö 2202020000 BBK31.21Ý a73

SÖZBAŞY

Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedow Garaşsyz, baky Bitarap Türkmenistan döwletimizi mundan beýläk-de ösdürmekde, bilim ulgamyny düýpli özgertmekde we kämilleşdirmekde, ýaşlara berilýän bilimiň dünýä derejesine laýyk bolmagyny gazanmakda ägirt uly işleri alyp barýar.

Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedowyň "Biz Garaşsyz baky Bitarap Türkmenistanda ruhubelent, sazlaşykly, adalatly, ösen jemgyýeti gurmaga çalyşýarys. Şonuň üçinem biziň ählimiziň öňümizde ýurdumyzyň ykdysady, jemgyýetçilik durmuşyny özgertmek boýunça bilelikde edilmeli uly işler bar" diýen sözlerine jogap edip, ýokary okuw mekdepleri üçin "Elektrotehnikanyň nazary esaslary" okuw kitabynyň üçünji bölümi taýýarlanyldy.

Elektrotehnikanyň nazary esaslary okuw kitabynyň birinji we ikinji bölümleri 2001-nji ýylda neşir edildi.

Elektrotehnikanyň nazary esaslary atly üçünji kitabynda ýerleşdirilen baplar, talyplardan diňe birinji we ikinji kitaplardaky materiallary özleşdirendiklerinden başga-da, ýokary matematikanyň integral-differensial amallaryny, analitiki geometriýany, wektorly algebrany we matematik analizi ýeterlik derejede bilmeklerini talap edýär.

Şu nukdaýnazardan ugur alyp, eliňizdäki üçünji bölümde, ilki bilen wektorly algebradan we matematik analizden käbir düşünjeleri ýerleşdirmek makul bilindi.

Elektromagnit hadysalarynyň kada-kanunlaryna, fiziki manysyna düşünmeklik irginsiz köp zähmeti, çuň pikirlenmegi, esasan-da akyl ýetirmekligi, ukyplylygy talap edýär.

Elektromagnit energiýasynyň elektromagnit meýdany bilen baglanyşykdalygy sebäpli, şol meýdana elektrik we magnit meýdanlarynyň energiýalarynyň jemi hökmünde seredilýär. Başgaça aýdylanda, hereket edýän koordinatalar sistemasynda elektromagnit meýdanynyň (energiýasy) özboluşly bir bitewi materiýanyň görnüşidigi aýan. Şeýle-de bolsa, otnositel hereketsiz koordinatalar sistemasynda elektrik hem-de magnit meýdanlary diýlip ikä bölmeklik arkaly bir bitewiligi, ýagny elektromagnit meýdanyny (onuň energiýasyny) öwrenmegiň bolmagy üçin edilýän synanşyklardygyny ýatlamak ýerliklidir.

Her bir talyp, elektromagnit meýdanynyň massasy hakdaky düşünjesini beýleki jisimleriň massalary bilen deňeşdirip, olarda materiýa mahsus bitewiligiň barlygy hakda belli bir netijä gelip, öz pikirlerini aýtmagy, utgaşdyrmagy başarmalydyr. Meselem, birlik göwrümde ýerleşdirilen elektromagnit meýdanynyň massasy şeýle bir kiçi welin, ol massany bize belli bolan jisimleriň islendiginiň massasy bilen ölçäp deňeşdirseň, massalaryň arasyndaky tapawutlary juda uludyr. Meselem, $1m^3$ – birlik göwrümdäki elektromagnit meýdanyň massasy takmynan $10^{-17}...10^{-12}$ kg/m^3 töweregidir. Deňeşdirmek üçin $1m^3$ göwrümdäki suwuň massasynyň 10^3 kg/m^3 deňdigini ýatlatmak ýeterlikdir.

Elektromagnit meýdanyň massasynyň şeýle ujypsyzdygyna garamazdan, onuň fizikiasyna degişli, tebigatda duş gelýän birnäçe jedelli meseleleriň, ylmy tarapdan dogry çözülmeklerine esas bolup hyzmat edýär. Elektromagnit energiýasynyň meýdanynyň inersiýalylygy, onuň giňişliklerde ýaýramak tizliginiň çäkliligi (wakuumda ϑ=300.000 km/s) belli. Şeýlelikde, meýdanyň diskret gurluşy (kwantlygy) ýa-da üznüksiz ýaýraýyşy, ýa bolmasa elektromagnit energiýasynyň başga bir jisimlere berlişi, jisimleriň-de gerek ýerinde elektromagnit energiýasyna (meýdanyna) öwrülmekligi olaryň tebigatyna mahsus bolan adaty hadysalardyr. Meselem, elektron - pozitron jübüti elektromagnit şöhlesiniň iki kwantyna öwrülýär ýa-da bir fotonyň dargamagy elektron - pozitron jübütiniň döremegine sebäp bolýar. Şular ýaly mysallar tebigatda juda köpdür.

Elektromagnit meýdanyny öwrenmek, talyplaryň dünýä garaýyşlaryny giňeldýär, hem-de olaryň ylym ýoluna ilkinji gadam basmaklaryna goltgy berip, ylym älemine aralaşmaklary üçin olarda ummasyz mümkinçilikler döredýär. Mysal üçin, awtomatikanyň elektromagnit energiýasy bilen baglanyşykly elementlerini, elektrik maşynlaryny, hasaplaýjy tehnikanyň magnit we elektrik düzüjilerini, radio-telewideniýe nähili elementlerini, olaryň aşa ýokary geçirijiliginde dogry hasaby çykarmaly bolanda, elektromagnit meýdanyň energiýasy diýilýän düşünjesi hemme taraplaýyn öwrenijilere esas bolup hyzmat edýär.

Elektromagnit meýdanyndaky hadysalara doly göz ýetirmek üçin üçünji bölüm (kitap) aşakdaky yzygiderlikde ýazyldy:

1. Wektorly algebradan we analizden käbir düşünjeler.
2. Elektrostatika (dynçlykdaky zarýadlaryň) meýdany.
3. Hemişelik toguň (hereketdäki zarýadlaryň) elektrik meýdany.
4. Hemişelik toguň (hereketdäki zarýadlaryň) magnit meýdany.
5. Üýtgeýän toguň elektromagnit meýdany.

Kitap baradaky hoşniýetli belliklerini düzedişlerini Türkmen döwlet binagärli-gurluşyk institutynyň „Elektrotehnika“ kafedrasyna iberenlere awtorlar çäksiz minetdardyrlar.

ÝIGRIM IKINJI BAP

WEKTORLY ALGEBRADAN WE MATEMATIKI ANALIZDEN KÄBIR DÜŞÜNJELER

22.1. WEKTOR BIRLIKLERI

Skalýar ululygyň - diňe san bahasy we wektor ululygyň – ugry we san bahasy bilen kesgitlenýändigini ýatlalyň.

Islendik wektor ululyklary ýönekeý harplar bilen belgiläp, üstlerinde wektordygyny aňladýan ujy ýiteldilen çyzyk goýýarlar ýa-da ýogyn harplar bilen aňladýarlar. Meselem, islendik bir wektor ululyk A ýa-da $\vec{A}$ görnüşinde aňladylýar, ýagny

$$\mathrm{A} = \vec{A} = A \cdot \vec{1}_A \qquad (22.1)$$

bu ýerde A - wektoryň san, ýagny skalýar bahasy, $\vec{1}_A$ - birlik wektordyr (ort). birlik wektory hem edil $\vec{A}$ - wektor ýaly ugrukdyrylan wektordyr.

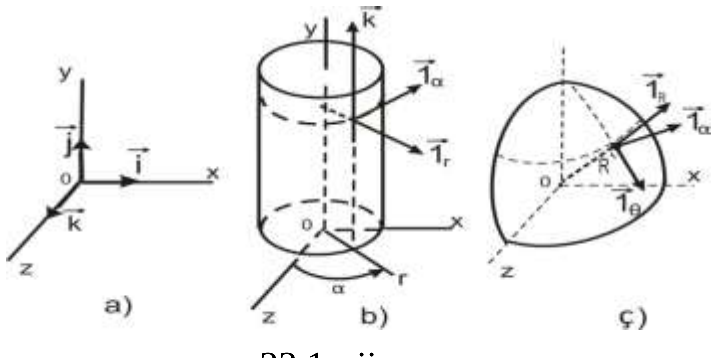
Eliňizdäki kitapda, wektor ululyklary üstlerinde ujy ýiteldilen çyzyk goýlan harplar bilen aňlatmak kabul edildi.

Köp halatda, birlik wektorlary, giňişlikde kabul edilen koordinata görä ýazýarlar, meselem:

1) Dekartyň (gönüburçly sistema) koordinatynda birlik wektorlar:
x – oky üçin $\vec{i}$; y – oky üçin $\vec{j}$; z – oky üçin $\vec{k}$ görnüşde kabul edildi (22.1-nji a çyzgy):

2) Giňişligiň silindrik görnüşli koordinatynda birlik wektorlar: radiusy ösdürýän r – oky üçin $\vec{1}_r$, silindiriň üstüni emele getirýän α - oky üçin $\vec{1}_\alpha$, silindiriň uzynlygyny ösdürýän Z – oky üçin bolsa $\vec{k}$ (22.1-nji b çyzgy) kabul edilendir;

3) Giňişligiň sfera, ýagny şar görnüşli koordinatynda birlik wektorlar: şaryň radiusyny ösdürýän R – oky üçin $\vec{1}_R$, ekwator üsti ösdürýän α - oky üçin $\vec{1}_\alpha$, meridiana üsti ösdürýän θ - oky üçin $\vec{1}_\theta$ - kabul edilýär (22.1-nji ç çyzgy)



22.1-nji çyzgy

Eger $\vec{A}$ wektor Dekartyň koordinatynda ýeleşdirilse, onda onuň uzynlygy hem-de ugry, x, y, z oklara görä A_x, A_y, A_z proýeksiýalarynyň üsti bilen aňladylýar. Bu üç wektorlar goşulanlarynda hakyky $\vec{A}$ wektory emele getirýärler.

$$\vec{A} = A_x \cdot \vec{i} + A_y \cdot \vec{j} + A_z \cdot \vec{k} \qquad (22.2)$$

Görşümiz ýaly, A_x x – okunda, A_y y - okunda, A_z – wektor bolsa z – okunda degişlilikde ugrukdyrylandyrlar.

Iki sany biratly birlik wektorlaryň özara skalýar köpeltmek hasyllary birlik sana deňdir,

$$i \cdot i = 1 \qquad j \cdot j = 1 \qquad k \cdot k = 1 \qquad (22.3)$$

Iki sany dürliatly birlik wektorlaryň özara skalýar köpeltmek hasyllary nula deňdir, ý

$$i \cdot j = 0 \qquad i \cdot k = 0 \qquad j \cdot k = 0 \qquad (22.4)$$

Iki sany biratly birlik wektorlaryň özara wektor köpeltmek hasyllary nula deňdir, ýagny

$$[\vec{i} \cdot \vec{i}] = 0 \qquad [\vec{j} \cdot \vec{j}] = 0 \qquad |\vec{k} \cdot \vec{k}] = 0 \qquad (22.5)$$

Iki sany dürliatly birlik wektorlaryň özara wektor köpeltmek hasyllary üçülenji birlik wektoryna deňdir, ýöne üçülenji birlik wektoryň ugry saga towlanýan burawjagazyň ugry bilen anyklanylýar

$$[i \cdot j] = \vec{k} \qquad [j \cdot k] = \vec{i} \qquad [k \cdot i] = \vec{j}$$

$$[j \cdot i] = -\vec{k} \qquad [k \cdot j] = -\vec{i} \qquad [i \cdot k] = -\vec{j} \qquad (22.6)$$

Edil şular ýaly, wektor amallarynyň özboluşly köpeldiliş düşünjeleri silindriki hem-de sferiki (şar) görnüşli giňişlikleriň koordinatalaryndaky b i r l i k wektorlarynyň köpeldilişlerine hem degişlidir.

22.2. ELEKTROTEHNIKADA WEKTOR HEM-DE SKALÝ AR ULULYKLAR

Halkara kabul edilen ölçeg birliklerine laýyklykda elektrotehnikadaky esasy fiziki ululyklar olaryň harplar bilen häzirki döwürde aňladylyşlary we ölçeg birlikleri 22.1-nji tablisada ýerlşdirildi.

22.1-nji tablisa

t/n	Fiziki ululyklar	Belgilenişi	Ö lçeg birlikleri
1. WEKTOR ULULYKLAR			
1	Elektrik meýdanyň dartgynlygy	$\vec{E}$	wolt/metr (W/m)
2	Magnit meýdanyň dartgynlygy	$\vec{H}$	amper/metr (A/m)
3	Magnit meýdanyň induksiýasy	$\vec{B}$	tesla (Tl). W.s/m^2
4	Elektrik meýdanyň induksiýasy	$\vec{D}$	kulon/metr^2 (K/m^2)
5	Polýarlanmagyň wektory	$\vec{P}$	kulon/metr^2 (K/m^2)
6	Jisimiň magnitleniş wektory	$\vec{J}$	amper/metr (A/m)
7	Toguň dykyzlygy	$\vec{\delta}$	amper/metr^2 (A/m^2)
8	Wektorly potensial	$\vec{A}$	wolt·sek/m(W·c/m)
9	Kulonyň güýji	$\vec{F}_1$	nýuton (K·W/m)
10	Lorensiň güýji	$\vec{F}_2$	nýuton (K·W/m)

1. SKALÝ AR ULULYKLAR

1	Elektrik zarýady	Q, q	kulon (Kl)
2	Tok (toguň güýji)	i, I	amper (A)
3	Elektrik potensialy (naprýaženiýe)	φ, U	wolt (W) (potensiallaryň tapawudy)
4	Magnit potensialy, magnitleniş güýç	φ_m, U_m, F	amper·sarym (A·sar)
5	Elektrik garşylyklary	r, R, x, X, z, Z	om (Om)
6	Elektrik geçirijilikleri	g, b, y	simens (Sm)
7	Elektrik sygymy	C	farada (F)
8	Induktiwlik, özara induktiwlik	L, M	genri (Gn)
9	Magnit garşylygy	R_m	1/genri (1/Gn)
10	Magnit geçirijiligi	G_m	genri (Gn)
11	Absolýut dielektrik syzyjylyk	ε_a	farada/metr (F/m)
12	Absolýut magnit syzyjylyk	μ_a	genri/metr (Gn/m)
13	Elektrik akymy	ψ	kulon (K)
14	Magnit akymy	Ф	weber (W·s),(Wb)
15	Energiýa	W	joul (J)
16	Kuwwat	P	Watt (Wt)
17	Elektrik hemişeligi	$\varepsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12}$	farada/metr (F/m)
18	Magnit hemişeligi	$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}$	genri/ metr (Gn/m)

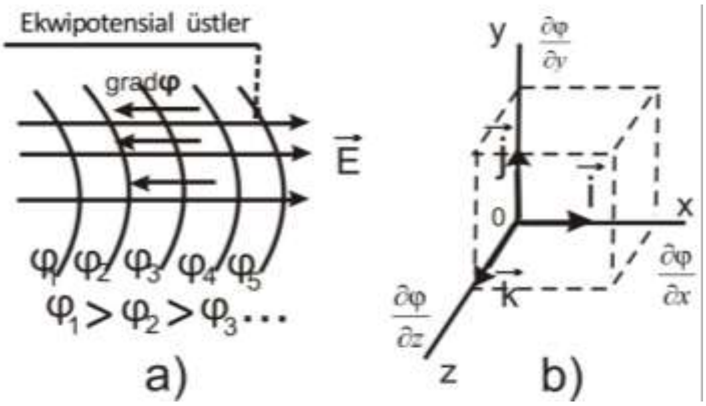
22.3. POTENSIAL. POTENSIALYŇ GRADIÝ ENTI

Wektorlaryň emele getiren meýdanyna olaryň potensial meýdany ýa-da güýç meýdany diýilýär. Potensial - latyn sözi bolup türkmençe toplanan güýç diýmekdir. Şonuň üçin-de islendik giňişlikde wektorlaryň emele getirýän meýdanyny şol meýdanyň (wektoryň) skalýar potensialy diýilýän düşünje bilen häsiýetlendirmek bolýar. Elektrostatik meýdanynda hem giňişligiň islendik nokadyny şol meýdana mahsus potensialy bilen häsiýetlendirýärler.

Başgaça aýdanymyzda, p o t e n s i a l elektrostatik meýdanynda potensilay n u l a deň diýip şertli kabul edilen nokatdaky dynçlykda ýerleşen bi r l i k zarýady, dynçlyk ýagdaýdan beýleki bir nokada süýşürmek üçin harçlanmaga ukyply işdir. Bu (işe ukyply) meýdana köwlenmeýän, ýagny potensially meýdan diýilýär.

Skalýar potensiallary özara deň bolan birnäçe nokatlary, köwlenmeýän meýdanda biri-birinden tapawutlandyryp anyklamak mümkin. Deňpotensially şeýle nokatlar göni, egri çyzyklary, dürli meňzeş bolmadyk üstleri (tekizlikleri) emele getirip bilýärler. Olary özara tapawutlandyrmak üçin ekwipotensial çyzyk, (ekwipotensial liniýa) ekwipotensial tekizlik ýa-da ekwipotensial üst diýilýän adalgalar peýdalanylýar. Ekwi latyn sözi bolup türkmençe geçireniňde, d e ň diýmekdir.

Derňelýän meýdanyň giňişlik ölçeginde (tutuşlygyna) iň ýokary ýa-da çalt üýtgeýiş tizligine şol potensialyň g r a d i ý e n t i diýilýär. Potensialyň gradiýenti $grad\,\varphi$ görnüşde simwoliki (şertli) belgilenýär, gysgaça $\vec{\nabla}\varphi$ görnüşde-de aňladýarlar. Potensialyň gradiýentini san bahasy, absolýut ululygy uly boldugyça, şonça-da ekwipotensial üstler biri-birine görä dykyzdyrlar (golaý ýerleşendirler) (22.2-nji a çyzgy)



22.2-nji çyzgy

Dekartyň gönüburçly koordinatynda (22.2-nji b çyzgy) potensialyň gradientiniň düşündirilişi:

$$grad\varphi = \vec{\nabla}\varphi = \vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad (22.7)$$

Potensialyň gradientiniň silindrik we sferik koordinatalarynda dargadylyşy 14-nji goşmaçada ýerleşdirildi. Giňişligiň islendik nokadynda potensialyň gradiýenti ekwipotensial üste perpendikulýar, meýdanyň güýç çyzyklarynyň ugruna ters we oňa galtaşýan görnüşde şekillendirilýär. Mysal hökmünde 22.2-nji a çyzgyda görkezilen potensialyň gradiýentiniň we elektrostatik meýdanyň $\vec{E}$ - güýjenmesiniň ugurlaryna serediň. Onda, $\vec{E} = -grad\varphi$ diýip ýazmaga esas döreýär.

Eger elektrostatik meýdanyň potensialyny φ harpy bilen belgilesek, onda elektrik meýdanyň güýjenmesini

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\,\boldsymbol{\varphi}. \qquad (22.8)$$

görnüşde ýazyp bileris.

Potensialyň düzümine islendik hemişelik sany goşanymyz bilen , elektrostatik meýdanyň güýjenmesi üýtgemeýär, sebäbi hemişelik sanyň x- e, y – e we z – e görä önümleri nula deňdir, onda

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}(\varphi + const) \qquad (22.9)$$

Hemişelik sanlaryň bahalary araçäk şertleriniň kömegi bien anyklanylýar. Elektrik (ýa-da magnit) meýdanyň dartgynlyk wektorlary, islendik nokatdaky güýç çyzyklaryna görä geçirilen galtaşýan çyzyk bilen ugurdaş bolmalydyr.

22.4. GAMILTONYŇ DIFFERENSIAL OPERATORY

Gradienti hasaplamak üçin skalýar potensialyň funksiýasyny koordinatlara görä differensirlemelidigini ýokardaky paragrafda özleşdirdik. Şeýle differensirlemegi gysgaça $\vec{\nabla}$ (nabla) harpy bilen belgileýärler we oňa Gamiltonyň differensial operatory diýýärler. Operator latyn sözi bolup türkmençe geçireniňde işgär, ýerine ýetiriji diýmekdir. Diýmek, nabla – haýsy-da bolsa bir skalýaryň wektor operatorydyr (işi ýerine ýetirijidir).

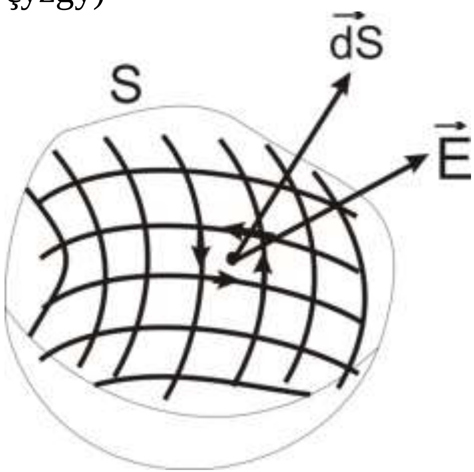
Dekartyň gönüburçly koordinatynda differensialyň operatoryny simwoliki wektor ululyk hökmünde seredýärler, ýagny

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad (22.10)$$

Şonuň üçin-de, gradientiň deňlemesi diýlip kabul edilen (22.7) deňleme differensialyň operatory hasaplanýan operator $\vec{\nabla}$ - „wektory“, skalýar φ - potensialyň ululygyna bolan köpeltmek hasyly diýip düşündirilýär.

22.5. WEKTORLARYŇ AKYMY

Islendik V göwrüm S üst bilen çäklenýär. Meselem, Ýer şarynyň V göwrümi Ýeriň S –üstüniň içindedir.Diýmek, ýer üstüniň islendik elementar bölejigini t e k i z l i k diýip kabul edip bileris we $d\vec{S}$ bilen belgileýäris (22.3-nji çyzgy)



22.3-nji çyzgy.

$d\vec{S}$ - üst wektor ululykdyr, bu üstüň ugry saga tarap towlanýan burawjagazyň düzgüni bilen düşündirilýär. Eger-de, seredilýän göwrüm $\vec{E}$ - wektoryň meýdanynda ýerleşdirilen bolsa, onda $d\vec{S}$ üstden (tekizlikden) böwsüp çykýan (ýa-da gysylyp girýän) $\vec{E}$ wektorlaryň ululygyny $d\vec{S}$ üste köpeltsek, şol wektorlaryň akymynyň ululygyny alarys. $d\psi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$, onda

$$\psi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cdot dS \cdot \cdot \cos\alpha \qquad (22.11)$$

bu ýerde ψ - wektorlaryň, ýagny elektrik meýdanyň akymydyr.

Umuman, geljekde düşnüksizligiň bolmazlygy üçin, islendik wektoryň $d\vec{S}$ - üste bolan skalýar köpeltmek hasyly şol wektoryň akymyny berýär. Eger-de, üstüň tutuş meýdany boýunça ol aňlatmany integrirlesek, onda alnan göwrümden böwsüp çykýan (ýa-da göwrüme gysylyp girýän) wektorlaryň doly akymyny alarys

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} \to \psi \qquad (22.12)$$

bu ýerde ψ - wektorlaryň doly akymy.

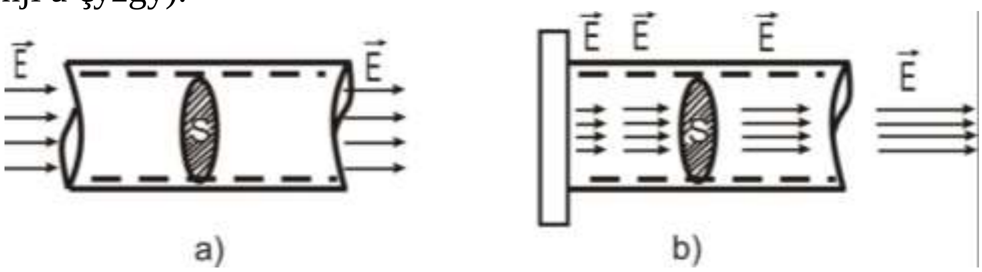
Integraldaky kiçijik töwerejik, göwrümiň tutuş ýapyk üst boýunça integrirlenýändigini aňladýar.

Wektor akymy skalýar ululykdyr. Wektor akymyny ýapyk däl üst (tekizlik) üçin-de aňlatmak bolýar. Derňelýän meýdanda üstden böwsüp çykýan güýjüň wektor mukdaryny, ýagny näçe sanydygyny aňladýan san bahasyny-da wektorlaryň akymy diýip düşündirse bolar.

22.6. WEKTOR MEÝDANYŇ DIWERGENSIÝASY

Diwergensiýa latyn sözi bolup türkmençe böleklenmek, dargamak, tozanlanmak ýaly manylary aňladyp biler. Fizikada diwergensiaýa sözi g ö z b a ş y (başlanýan ýa-da gutarýan ýeri) manysynda-da ulanylýar.

Haýsy-da bolsa bir V – göwrümiň ýapyk S – üstünden böwsüp çykýan wektorlaryň d o l y akymy nula deň ýa-da deňdäl hem bolup biler. Eger-de, wektorlaryň akymy nula deň bolsa, onda şol göwrümde wektoryň gözbaşysy ýok diýilýär. Diýmek, şol göwrüme gelip girýän wektorlaryň başlanýan we gutarýan ýerleri ýokdur (22.4-nji a çyzgy), ýöne, a çyzgyda şekillendirilen göwrümiň S – üstüni meýdanyň güýç çyzyklary iki gezek kesip geçýärler. Diýmek, şular ýaly S-tekizligiň içindäki V – göwrümiň düzüminde zarýadlaryň dykyzlygy nula deňdir (22.4-nji a çyzgy).



22.4-nji çyzgy

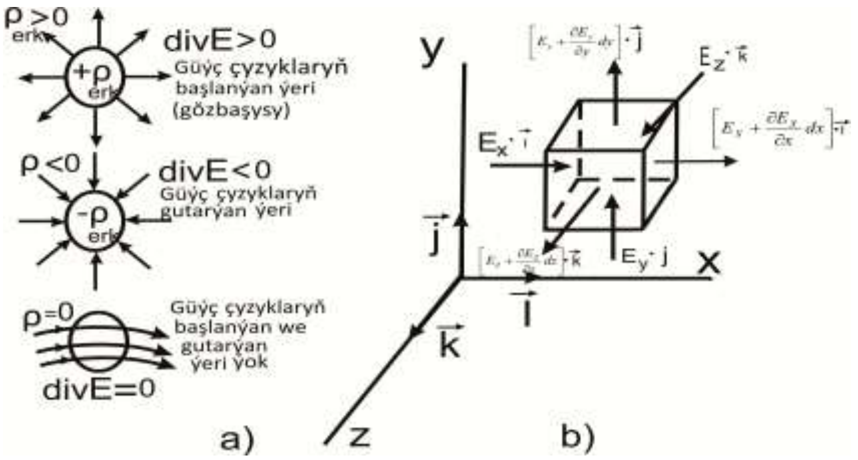
Eger-de, wektorlaryň akymy nula deň bolmasa, onda şol göwrümde wektorlaryň gözbaşysy bardyr ýa-da şol göwrüme akyp gelýän wektorlaryň gutarýan (ýygnalýan) ýeridir.

Wektoryň doly akymynyň girýän ýa-da çykýan ýeri bolan ΔS - üstüň çäklendirýän ΔV göwrümine gatnaşygynyň, şol ΔV göwrümiň kiçelip bir nokada çenli ymtylmagyndaky predeline, şol wektoryň diwergensiýasy diýilýär, meselem $\vec{E}$ wektor üçin diwergensiýanyň ýazylyşy

$$div\, E = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_{\Delta S} E \cdot dS}{\Delta V} \qquad (22.13)$$

Diwergensiýa skalýar ululykdyr, sebäbi integralyň astyndaky (içindäki) $(\vec{E} \cdot d\vec{S})$ wektorlaryň akymy bilen drobyň maýdalawjysyndaky dv - göwrüm skalýar ululykdyrlar.

Eger meýdanyň güýç çyzyklary dv - göwrümden başlanýan bolsalar, onda bu-göwrüm üçin wektorlaryň diwergensiýasy $div\vec{E} > 0$, plýusdyr.



22.5-nji çyzgy

Eger meýdanyň güýç çyzyklary dv - göwrümde ýygnalýan bolsalar, onda bu göwrüm üçin wektorlaryň diwergensiýasy $div\vec{E} < 0$, minusdyr.

Indi bolsa, $div\vec{E}$ - niň Dekartyň gönüburçly koordinaty üçin işlenip çykarlyşyny öwreneliň (22.5-nji b çyzgy)

Ü ç ölçegli dx, dy,dz okjagazlar bilen häsiýetlendirilýän ΔV - göwrümdäki $\vec{E}$ - wektory $\vec{i}E_x$, $\vec{j}E_y$, $\vec{k}E_z$ düzüjilere dargadýarys. Meselem, x – okuna görä göwrümiň çep tarapy üçin $\vec{i}E_x$ wektor bolsa, onda dx aralykdan soň göwrümiň sag tarapynda

$i \cdot E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x} dx \cdot \vec{i}$ bolar. Bu ýerde $\frac{\partial E_x}{\partial x}$, x – okuna görä E_x ululygyň üýtgeýiş tizligidir. Edil şular ýaly düşünjeler y we z – oklary üçin-de dogrudyr.

Bu akymlaryň (degişlilikdäki dS – üstden böwsüp geçenlerinden soň) orun-üýtgemelerini elementar göwrüm üçin şeýle ýazyp bileris:

x – oky üçin,

$$-E_X \cdot dy \cdot dz + \left[E_X + \frac{\partial E_X}{\partial x} dx\right] dy \cdot dz = \frac{\partial E_X}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial E_X}{\partial x} dV$$

y – oky üçin

$$-E_y \cdot dx \cdot dz + \left[E_y + \frac{\partial E_y}{\partial y} dy\right] dx \cdot dz = \frac{\partial E_y}{\partial y} dy \cdot dx \cdot dz = \frac{\partial E_y}{\partial y} dV \qquad (22.14)$$

z – oky üçin $-E_Z \cdot dx \cdot dy + \left[E_Z + \frac{\partial E_Z}{\partial z} dz\right] dx \cdot dy = \frac{\partial E_z}{\partial z} dz \cdot dx \cdot dy = \frac{\partial E_z}{\partial z} dV$

Eger (22.14) deňlemeler toparyny ΔV göwrüme bölüp, soňra tutuş göwrüm üçin goşup işlesek, onda Dekartyň gönüburçly koordinatyndaky diwergensiýasyny alarys

$$div\, E = \frac{\partial E_X}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \qquad (22.15)$$

(22.15) deňlemäniň sag tarapyny ∇ bilen $\vec{E}$ - niň, ýagny iki sany wektoryň skalýar köpeltmek hasyllary hökmünde seretse bolýar

$$div\, E = \nabla \cdot E \qquad (22.16)$$

Diwergensiýanyň silindriki we sferiki koordinatlarynda dargadylyşy 14-nji goşmaçada ýerleşdirildi.

Diwergensiýanyň fiziki manysyny 22.4-nji çyzgyda görkezilen iki sany mysalda düşündirilen:

Birinji mysal: 22.4-nji a çyzgydaky görkezilen trubanyň içinden suw akyp geçýär diýeliň. Bu çyzgy üçin wektorlaryň akymynyň bir sekuntdaky tizligi, islendik ***S*** – kese-kesik üstden böwsüp geçýän suwuklygyň, şol üste degişli göwrümindäki suwuklyga deňligidir, sebäbi ideal suwuklygyň gysylmak häsiýetiniň ýoklugy, hem-de wakuumyň döremekligine hiç hili mümkinçiligiň-de bolamaýanlygy sebäpli, göwrümdäki suwuklyk hemişelik üýtgewsiz ululygynda saklanýar. Şonuň üçin-de bu suwuklygyň ***S*** – kese-kesikli üstdäki akymy nula deňdir. Diýmek, suwuklygyň akyş tizliginiň diwergensiýasy-da nula deňdir, ýagny şol ***S*** – üstüň çäginde gözbaşy ýokdur.

Ikinji mysal: 22,4-nji b çyzgydaky görkezilen bir tarapy ýapyk trubanyň içi gaz bilen ýokary basyşda gysylyp doldyrylan diýeliň, soňra ol trubanyň sag tarapyndan hyrly gapagyny aýyrsak, onda gysylan gaz daşyna atmosfera çykyp başlar, şol pursatdan turbanyň içinde gysylan gazyň giňelmegi bolup geçer.

Eger-de, gazyň hereketini tizlik wektorlarynyň meýdany bilen baglanyşdyrsak, onda tizligiň diwergensiýasy nula deň-däldir, sebäbi wagtyň geçmegi bilen trubanyň içinde görkezilen S – üstüň gurşap alan göwrümindäki gazyň mukdary hemişelik ululygynda saklanmaz. Şeýlelikde, gazyň giňelmegi bilen gazyň mukdary azalar.

Diwergensiýanyň nula deň-däldigi, ýagny diwergensiýa bar diýildigi meýdanyň wektor çyzyklarynyň gözbaşysy (başlanýan ýa-da gutarýan ýeri) bar diýildigidir (22.5-nji b çyzgy).

Meselem, elektrostatik meýdanda (+) alamatly zarýadlar wektor çyzyklarynyň, ýagny diwergensiýanyň başlanýan ýeri, (-) alamatly zarýadlar bolsa, wektor çyzyklarynyň, ýagny diwergensiýanyň ýygnalýan (gutarýan) ýeridir. Diýmek, elektron zarýadlarynyň ýok ýerinde, wektoryň diwergensiýasy-da n u l a deňdir.

Magnit meýdanyny häsiýetlendirýän induksiýa wektorynyň diwergensiýasy hemişe nula deňdir, sebäbi tebigatda elektrik zarýadlary ýaly (+) ýa-da (-) "magnit zarýadlary" hem bar diýlip geçirilen ençeme ylmy tejribeler, magnit zarýadlaryň ýokdugyny ykrar edýär. Şonuň üçin-de, Makswelliň üçünji deňlemesi magnit akymynyň hemişe üznüksizdigini aňladýar (27.4-nji formula seret).

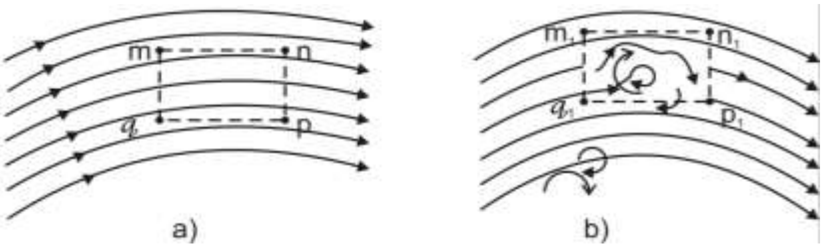
Ömrüniň her pursadyny, her sagadyny bilime, ylma sarp etmek ynsan üçin iň uly bagtdyr.

Türkmenistanyň Prezidenti
Gurbanguly Berdimuhamedow:

Tema: KÖ WLENÝ Ä N MEÝ DAN . WEKTORLY MEÝDANYŇ ROTORY

1. Güýç çyzyklar
2. Wektoryň köwlenmesiniň bahasy
3. Operatoryň özara w e k t o r köpeltmek hasyllary

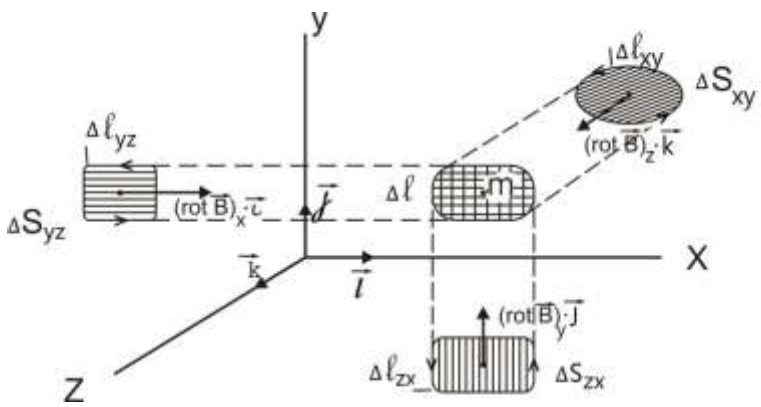
Elektrik, şeýle-de magnit meýdanlaryndaky güýç çyzyklar tebigatda iki görnüşde duş gelýärler: 1) Köwlenmeýän (22.6-njy a çyzgy) we 2) köwlenýän, ýagny rotor meýdanly (22.6-njy b çyzga seret).



22.6-njy çyzgy

R o t o r – latyn sözünden türkmençä geçireniňde: aýlanýan, pyrlanýan, köwlenýän, towlanýan, tüweleý ýaly manylary berýär. Şonuň ýaly meýdanda $\oint_{d\ell} \vec{B}d\vec{\ell} \neq 0$, ýagny, magnit meýdanyň induksiýa wektorynyň çyzyklaýyn köwlenmesi nula deň däldir.

Mysal hökmünde, 22.7-nji çyzgyda görkezilen "m" nokat üçin $\Delta\ell$ - konturyň içindäki meýdanyň wektorynyň köwlenişiniň, ýagny rotorynyň deňlemesini çykaralyň



22.7-nji çyzgy.

Meselem, $\vec{B}$ - wektoryň köwlenmesiniň (rotorynyň) bahasy $\Delta\ell$ - konturyň proeksiýasy bolan kömekçi $\Delta\ell_{yz}$ - konturda, Dekartyň koordinatyndaky "y0z" – tekizlik üçin şu aşakdaky ýaly ýazyp bileris,

$$(rot\ \ B)_X = \lim_{\Delta S yz \to 0} \frac{\oint\limits_{\Delta\ell yz} B d\vec{\ell}}{\Delta S_{yz}} \qquad (22.17)$$

Görşümiz ýaly $\Delta\ell_{yz}$ - konturdaky $\vec{B}$ - wektoryň bahasy ΔS_{yz} - tekizligi, gurşap alan $\Delta\ell_{yz}$ - konturyň kiçelip güýjemeginiň (ýa-da büzülmeginiň predeline (ýagny tükeniksiz kiçijik nokada öwrülýänçä ΔS_{yz} - meýdanyň büzülmegine) şol konturyň rotory diýilýär. Integraldaky kiçijik töwerejik, derňelýän ΔS - üst, $\Delta\ell$ - ýapyk kontury boýunça doly integrirlenýär diýmekdir.

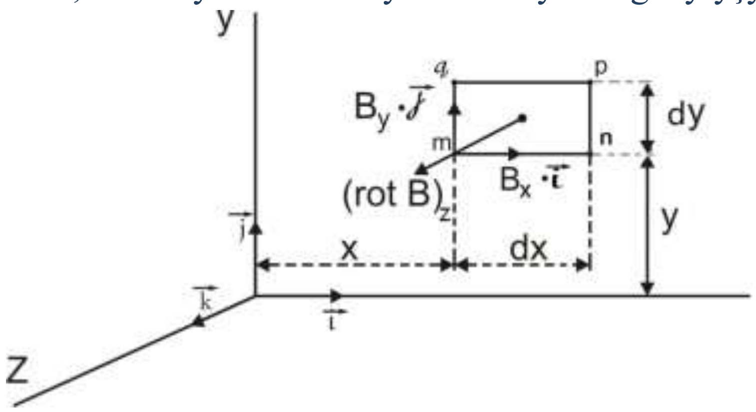
Şeýle meňzeş netijeleri "x0y", "z0x" tekizliklerdäki proeksiýalar üçin-de ýazyp bileris. Eger-de, hemmesini geometriki , ýagny wektor görnüşinde jemläp ýazsak, onda B – wektoryň rotorynyň doly bahasyny alarys.

$$rot\ \ B = \lim_{\Delta S yz \to 0} \frac{\oint B \cdot d\vec{\ell}}{\Delta S_{yz}} \vec{\imath} + \lim_{\Delta S zx \to 0} \frac{\oint B \cdot d\vec{\ell}}{\Delta S_{zx}} \vec{\jmath} + \lim_{\Delta S xy \to 0} \frac{\oint B \cdot d\vec{\ell}}{\Delta S_{xy}} \cdot \vec{k} \qquad (22.18)$$

Netijelerden gelip çykyşyna görä, r o t o r örän çylşyrymly funksiýadyr.

$$rot\vec{B} = (rot\vec{B})_X \cdot \vec{\imath} + (rot\vec{B})_Y \cdot \vec{\jmath} + (rot\vec{B})_Z \cdot \vec{k} \qquad (22.19)$$

Meselem, Dekartyň koordinatynda rotoryň dargadylyşyna seredeliň (22.8-nji çyzgy)



22.8-nji çyzgy.

(22.19) deňlemäniň her bir goşulmasyny aýratynlykda aşakdaky ýaly ýazyp bileris:

$$\left.\begin{aligned} (rot\ \ B)_X \cdot \vec{\imath} &= \left(\frac{\partial B_Z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right) \cdot \vec{\imath} \\ (rot\ \ B)_y \cdot \vec{\jmath} &= \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_Z}{\partial x}\right) \cdot \vec{\jmath} \end{aligned}\right\} \qquad (22.20)$$

$$(rot\ \ B)_Z \cdot \vec{k} = (\frac{\partial B_Y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}) \cdot \vec{k}$$

Munuň şeýledigini subut etmek üçin aýratynlykda çyzylan 22.8-nji çyzgyda görkezilen "x o y" tekizlikdäki proýeksiýa boýunça $(rot\vec{B})_Z \cdot \vec{k}$ - goşulmanyň çykarlyşyny özleşdireliň. Çyzgyda $mnpqm$ gönüburçly kontur ýerleşdirildi. Bu kontury sagat okunyň aýlanşynyň tersine yzarlap, $\vec{B}$ - wektoryň köwlenýän (rotor) deňlemesini düzeliň. Deňleme düzülende bir nokatdan beýleki bir nokada geçilende $\vec{B}$ - wektoryň üýtgeýşi (orun üýtgetmesi) hasaba alynmalydyr. Meselem, „m“ – nokat üçin $\vec{B}$ - wektoryň x we y oklaryna bolan proýeksiýalaryny degişlilikde B_X we B_Y diýip belgilesek, onda „n“ nokat üçin x – okuna $\vec{B}$ - wektoryň orun üýtgetmesi

$$\vec{B}_x + \frac{\partial B_x}{\partial x} dx\,, \text{ y – okuna bolsa } \vec{B}_y + \frac{\partial B_y}{\partial x} dx \quad \text{bolar.}$$

q – nokat üçin

$$\vec{B}_y + \frac{\partial B_y}{\partial y} dy \quad \text{we} \quad \vec{B}_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} dy$$

p – nokat üçin

$$B_x + \frac{\partial B_x}{\partial y} dy + \frac{\partial B_x}{\partial x} dx \qquad \text{hem-de} \qquad B_y + \frac{\partial B_y}{\partial y} dy + \frac{\partial B_y}{\partial x} dx$$

Derňelýän mnpqm konturda $\vec{B}$ - wektoryň köwlenmegini (rotoryny) hasaplamak üçin bu kontury sagat okunyň aýlawynyň tersine yzarlaýarys. Konturdaky mn hem-de pq aralyklarda $\oint_\ell \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ integral hasaplananda $\vec{B}$ - wektoryň diňe x – e görä B_X - düzüjini nazarda tutýarys, sebäbi y- okuna görä B_y - wektoryň dx – e bolan skalýar köpeltmek hasyly (dx – uzynlyk üçin) nula deňdir (22.4-nji deňlemä esaslanýarys), olar özara perpendikulýardyrlar!

Gözlenýän B_x - wektoryň mn – aralykdaky ortaça bahasy:

$$B_x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot dx$$

pq – aralyk üçin

$$B_x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial B_x}{\partial y} dy$$

Gözlenýän B_y - wektoryň np – aralykda ortaça bahasy:

$$B_y + \frac{\partial B_y}{\partial x} \cdot dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} dy$$

$$B_y + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot dy$$

q m – aralykda

Bu alnan bahalary "*mn*" aralykda dx-e, "*np*" – aralykda dy – e, " *pq*"- aralykda (-dx) – e, "*qm*" – aralykda bolsa (-dy) – e köpeltmeli, şonda $\vec{B}$ - wektoryň *mnpqm* ýapyk kontur üçin integral deňlemesini alarys

$$\oint_{mnpqm} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial B_x}{\partial y} dxdy + \frac{\partial B_y}{\partial x} dx \cdot dy \qquad (22.21)$$

Bu deňlemedäki dxdy=dS, seredilýän proeksiýanyň $d\vec{\ell}$ kontur bilen çäklendirilen üstüň (ýa-da tekizligiň) meýdanydyr. Eger-de, (22.21) deňlemäni dS=dxdy meýdana bölsek, onda

$$rot_Z \vec{B} = \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right) \qquad (22.22)$$

Bu alan netijämiz 22.7-nji çyzgyda m – nokadyň töweregindäki $\Delta\ell$ konturyň diňe "x0y" tekizlige bolan proeksiýasynyň kömekçi $\Delta\ell_{xy}$ - konturyň emele getirýän rotorydyr. Edil şular ýaly "y0z" we "z0x" tekizlikler üçin-de rotoryň proýeksiýalarynyň deňlemeleri çykarylýar. Dekartyň koordinatynda rotoryň doly (gutarnykly) deňlemesi

$$rot\vec{B} = \vec{i}\left(\frac{\partial Bz}{\partial y} - \frac{\partial By}{\partial z}\right) + j\left(\frac{\partial Bx}{\partial z} - \frac{\partial Bz}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial By}{\partial x} - \frac{\partial Bx}{\partial y}\right) \qquad (22.23)$$

Bu deňlemäni $\vec{B}$ - wektor bilen $\vec{\nabla}$ - differensial operatoryň özara w e k t o r köpeltmek hasyllary hökmünde-de seretse bolar ýagny,

$$rot\vec{B} = \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{B}\right] \qquad (22.24)$$

(22.23) bilen (22.24) deňlemeleri k e s g i t l e ý j i n i ň usuly bilen aňlatmak has amatlydyr

$$rot\vec{B} = \left[\vec{\nabla}\vec{B}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix} = \vec{i}\left(\frac{\partial Bz}{\partial y} - \frac{\partial By}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial Bx}{\partial z} - \frac{\partial Bz}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial By}{\partial x} - \frac{\partial Bx}{\partial y}\right) \qquad (22.25)$$

Rotoryň silindrik we sferik (şar) görnüşli koordinatalarynda aňladylyşlary 14-nji goşmaçada ýerleşdirildi.

Adamzat jemgiýeti hiç wagt ylymsyz ýaşap bilmez, ylym ynsanyýetiň iň uly baýlygydyr.

Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedow:

Tema: SKALÝARYŇ LAPLASIANY (OPERATORY)

1.Wektoryň laplasiany (operatory)
2. Meýdanyň potensially bolmagynyň şerti
3. Meýdanyň potensial bolmagynyň birinji we ikinji şerti

Fransuz matematigi Laplas, XVIII – asyrda ýaşap geçen beýik matemetikleriň biridir. Onuň hödürlän iki gezek differensirlemek usuly, elektromagnit meýdanyny hasaplamakda bahasyna ýetip bolmajak ähmiýeti bardyr (meselem, gradienti diwergensiýa götermek, ýagny $div \cdot grad \cdot \varphi$ amaly işlemek). Dogrudan-da, $div \sim \nabla$ bilen $grad \sim \vec{\nabla}$ diýip çalşyrsak, onda

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} \cdot \varphi) \quad \text{ýa-da} \quad \vec{\nabla}^2 \cdot \varphi \qquad (22.26)$$

ýazgyny alarys. Bu ýerde $\vec{\nabla}^2$ - operatora skalýaryň laplasiany diýilýär. Kähalatlarda laplasiany $\vec{\nabla}^2 = \Delta$ görnüşde-de belgileýärler.

Ýokarda özleşdirilen (22.10) deňlemeden peýdalanyp skalýaryň laplasianyny Dekartyň koordinatynda aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \qquad (22.27)$$

Skalýar laplasianyň silindrik we sferik görnüşli koordinatalarda aňladylyşlary 14-nji goşmaçada ýerleşdirildi.

1. Wektoryň laplasiany (operatory)

Islendik $\vec{A}$ - wektor ululyk üçin wektoryň laplasiany diýlip aşakdaky matematiki ýazylşa düşünilýär.

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \nabla^2 \cdot A_X \cdot \vec{i} + \nabla^2 \cdot A_y \cdot \vec{j} + \nabla^2 A_z \cdot \vec{k} \qquad (22.28)$$

Laplasianyň wektor görnüşdäki ýazylyşynyň manysy islendik $\vec{A}$ - wektoryň üç sany skalýar laplasianyň düzüjileriniň geometriki jemidir. Wektorly algebradan belli bolşy ýaly

$$(\vec{B} \cdot \vec{C}) \cdot \vec{A} = \vec{B} \cdot (\vec{C} \cdot \vec{A}) - \left[\vec{C} \cdot \left[\vec{B} \cdot \vec{A}\right]\right] \qquad (22.29)$$

Eger-de, $\vec{B}=\vec{\nabla}$ we $\vec{C}=\vec{\nabla}$ diýip kabul edilse, onda

$$\vec{\nabla}^2\vec{A}=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A})-\left[\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right]\right] \qquad (22.30)$$

Wektoryň laplasiany, $\vec{A}$ - wektoryň gradientiniň diwergensiýasy bilen, şol $\vec{A}$ - wektoryň iki gezek rotorynyň tapawudyna deňdir

$$\vec{\nabla}^2\vec{A}=di\vartheta\cdot grad\cdot\vec{A}-rot\cdot rot\cdot\vec{A}$$

2.Meýdanyň potensially bolmagynyň şerti

Islendik wektoryň öz-özüne wekor köpeltmek hasyly nula deňdir. Şeýle netijäni $\vec{\nabla}$ - wektor (operator)üçin-de kabul edip bileris, onda

$$\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\right]=0 \qquad (22.31)$$

Şonuň üçin-de, skalýar ululyklaryň gradiýentiniň rotory hemişe nula deňdir.

$$rot\cdot(grad\varphi)=\left[\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\varphi)\right]=0 \qquad (22.32)$$

Rotory bolmadyk islendik $\vec{M}$ - wektor ululyk, haýsy-da bolsa bir skalýar meýdanyň gradiýentidir, şonuň üçin-de rotory bolmadyk $\vec{M}$ - wektora meýdanyň skalýar potensialy diýilýär.

3. Meýdanyň potensial bolmagynyň birinji we ikinji şerti

Rotoryň bolmazlygy, meýdanyň potensial bolmagynyň birinji **şertidir.** Diýmek, meýdanyň güýç çyzyklary köwlenmeýän bolmalydyrlar (22.6-njy a çyzgy).

Ozal belläp geçişimiz ýaly, elektrostatik meýdandaky güýç çyzyklar (+Q) zarýadlardan başlap, (-Q) zarýadlardan bolsa gutarýarlar.

Meýdanyň potensially bolmagnynyň **ikinji** şerti (+Q) hem-de (-Q) zarýadlaryň bar ýerinde wektoryň diwergensiýasy nula deň däldir.

Aýdylanlardan netijeler çykarsak, onda meýdanyň potensially bolmagy hakdaky şertleri şeýle häsiýetlendirip bileris:

1) Rotoryň bolmazlygy (köwlenýän meýdan bolmaly däldir);
2) Hiç bolmanda käbir nokatlarda diwergensiýanyň barlygy;
3) Skalýar potensialyň bolmagy.

$$\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{M}\right]=0\,; \quad \nabla\cdot M\neq 0\,; \quad \vec{M}=\vec{\nabla}\cdot\varphi \qquad (22.33)$$

10-njy umumy okuw

Biziň ýaşaýan asyrymyz ylym, bilim asyrydyr.

Türkmenistanyň Prezidenti
Gurbanguly Berdimuhamedow:

Tema: KÖ WLENÝ Ä N MEÝDANYŇ DÖREMEGINIŇ ŞERTI

1. Wektoryň diwergensiýasy
2. Wektorly potensial
3. kwazywektorly potensial

Islendik rotorly wektoryň diwergensiýasy nula deňdir. Munuň şeýledigini (22.31) deňlemeden hem görse bolýar.

$$di\vartheta \cdot (rot\ \vec{A}) = \nabla \cdot [\nabla \cdot \vec{A}] = [\nabla \cdot \nabla] \cdot \vec{A} = 0 \qquad (22.34)$$

Diwergensiýanyň n u l a deňligi (diwergensiýanyň bolmazlygy) köwlenýän (rotorly) meýdanyň ýagny solenoid görnüşli meýdanyň döremeginiň birinji şertidir.

Dogrudan-da, $\vec{\nabla}\vec{B} = 0$ bolmagy $\vec{B}$ - wektoryň gözbaşysynyň ýoklugynyň nyşanydyr, ýagny meýdanyň güýç çyzyklarynyň başlanýan ýa-da gutarýan ýeriniň ýokdugyny aňladýar. Diýmek, şeýle meýdan üçin tebigatda (+) ýa-da (-) zarýadlar hem ýokdyr, şeýle güýç çyzyklary hemişe ýapyk kontury emele getirýärler.

Ý öne, $\vec{B}$ - wektoryň rotory, hiç bolmanda käbir nokatlarda nula deň bolmaly däldir, bu bolsa köwlenýän (rotorly) meýdanyň döremeginiň ikinji şertidir.

Wektorlaryň köwlenýän meýdanynyň skalýar potensialy bolmaýar. Beýle diýildigi $\vec{B}$ - wektory skalýaryň gradiýentiniň üsti bilen aňladyp bolmaýar diýildigidir, diýmek $\vec{B}$ - wektory (22.32) deňleme görnüşinde aňlatmaklyk ýalňyşdyr. Şeýlelikde, köwlenýän (rotorly) meýdany şeýle häsiýetlendirip bileris:

1) Diwergensiýanyň bolmazlygy (ýoklygy bilen);
2) Giňişligiň, hiç bolmanda käbir nokatlarynda rotoryň bolmagy;
3) Skalýar potensialyň bolmazlygy (ýoklugy bilen).

$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0 \qquad\qquad [\vec{\nabla}\vec{B}] \neq 0 \qquad\qquad (22.35)$$

Köwlenýän (rotorly) meýdan, potensially meýdanyň ýok ýerinde wektorly potensial diýilýän ululyk bilen häsiýetlendirilýär.

Köwlenýän (rotorly) meýdanyň mysalynda magnit meýdanlaryny görkezse bolar, meselem geçiriji simden i - tok akanda onuň töwereginde emele gelýän aýlanýan magnit meýdany burawjagazyň düzgüni bilen düşündirilýär.

WEKTORLY POTENSIAL

Eger-de, haýsy-da bolsa bir wektoryň (meselem $\vec{B}$ wektoryň) diwergensiýasy bolmasa (nula deň bolsa), onda bu wektory başga bir $\vec{A}$ - wektoryň rotory bilen aňladyp bolýar. Dogrudan-da, eger B=0 bolsa, anda

$$\vec{B}\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right] \quad \text{ýa-da} \quad \vec{B}=rot\cdot\vec{A} \qquad (22.36)$$

bu ýerde, $\vec{A}$ - wektora $\vec{B}$ - rotoryň wektor potensialy diýilýär.

Wektorly $\vec{A}$ - potensial bir wagtyň özünde birnäçe bahalara eýe bolup bilýän matematiki funksiýadyr, şonuň üçin-de (22.32) deňlemäniň esasynda islendik gradiýentiň rotory n u l a deňdigini nazarda tutsak, onda (22,36) deňlemä islendik hemişelik potensial funksiýany goşup bileris, sebäbi islendik hemişeligi goşanmyz bilen differensialyň hasylynyň (önüminiň) netijesi üýtgemez, onda

$$\vec{B}=\left[\vec{\nabla}(\vec{A}+\vec{\nabla}\cdot\varphi+const)\right] \qquad (22.37)$$

deňlemedäki $(\vec{A}+\vec{\nabla}\varphi)$ - funksiýa käwagt k w a z y w e k t o r l y hem diýilýär. (Kwazi – latyn sözünden göýäki diýmegi aňladýar). Diýmek, kwazywektorly potensial – hamala (göýäki) wektorly ýaly potensial diýmekdir.

Fiziki meselelerde bular ýaly wektorly potensiallar hiç wagt tükeniksize ymtylmaýan funksiýa hökmünde seredilýär. Meselem magnit induksiýasynyň B – wektorynyň bahasy tükeniksiz däldir ýagny gutarnyklydyr(çägi bardyr).

Eger-de, ýokarda aýdylanlardan netije çykarsak, onda wektorly $\vec{A}$ - potensial hakda şeýle kesgitlemäni aýdyp bileris: - Magnit meýdanynda $\vec{A}$ - wektoryň potensialy diýlip haýsy-da bolsa bir üznüksiz funksiýanyň bir nokatdan beýleki bir nokada emaý bilen süýşüp üýtgeýän funksiýa aýdylýar.

Kitap eneň-ataň ýaly terbiýeçidir.

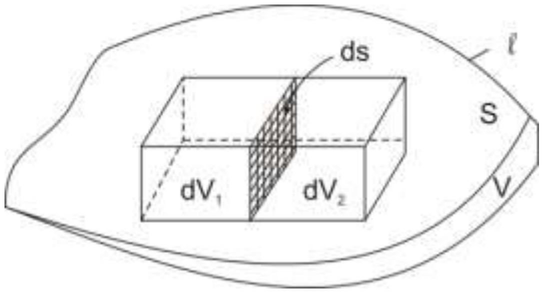
Türkmenistanyň Prezidenti
Gurbanguly Berdimuhamedow:

TEMA: KOWÇ UM MEÝ DANLAR

Kowçum - bilelikde diýmekdir, meselem kowçum bolup ýaşamak.
Giňişlikde skalýar hem-de wektor meýdanlaryň bilelikde duş gelmeklerine kowçum meýdanlar diýilýär. Kowçum meýdanlara kä halatlarda utgaşýan (garyşan) meýdanlar hem diýýärler. Bular ýaly meýdanlar, haçanda giňişligiň ähli nokatlarynda diwergensiýasynyň hem-de rotoryň ýok ýerunde döreýär. Şular ýaly kowçum meýdanlarda geregiçe ekwipotensial üstler we ekwipotensial çyzyklar (liniýalar) emele gelýärler.
Meýdanyň gözbaşysynyň hem-de diwergensiýasynyň ýokduklary sebäpli, her bir nokatdan geçiriljek skalýar potensialyň gradiýentiniň ugry, ýapyk (üznüksiz) kontury emele getirýän meýdanyň güýç çyzyklaryna görä bolmalydyr.
Emma, kowçum meýdanlaryň rotory-da bolmaly däldir, diýmek üznüksiz ýapyk kontur diýilýäni nirede bolsa hem meýdanyň bir nokadynda köwlenýänligi (rotory) emele getirmeli däldir, sebäbi islendik üznüksiz ýapyk konturyň büzülmegi şol ýerde rotoryň döremegine getirýär. Diýmek, meýdanyň ähli güýç çyzyklary ýapyklygyna galyp, gutarnykly uzynlykdadyrlar. Bular ýaly meýdany induktiw tegeklerden tok akanda, tegegiň içinden akyp geçýän güýç çyzyklaryň döredýän meýdanyny göz öňüne getirmek bolar.

Tema: OSTROGRADSKIÝ – GAUSSYŇ TEOREMASY

Ýokarda belläp geçişimiz ýaly (22.5-ni paragrafa seret) islendik dV – göwrüm özüne mahsus bolan dS – üstüň içinde ýerleşýär. Diýmek, praktikada göwrümden üste we tersine üstden göwrüme geçilmek mümkinçilikleriniň zerur gerekdigi ýaly, matematiki amallarda-da, meselem göwrümiň integralyndan ü s t integralyna we tersine üst integralyndan göwrümiň integralyna geçiş amallarynyň zerurlygyna duş gelýäris.
Ostrogradskiý – Gaussyň teoremasy, diwergensiýanyň teoremasy bolup, onuň düýp manysy islendik wektoryň diwergensiýasynyň göwrüm boýunça integrirlenmegini, şol göwrümdäki wektorlary gurşap alýan üst integraly bilen çalyşmakdyr.
Aýdylanlary delillendirmek maksady bilen 22.9-njy çyzga seredeliň. Çyzgyda V – göwrümiň bir-birine ýanaşyp duran iki sany dV_1 we dV_2 göwrümler görkezildi.



22.9-njy çyzgy.

Diwergensiýanyň kesgitlemesine laýyklykda, 22.13-nji deňlemä esaslanyp $\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\cdot dV_1=\int\limits_{dV} di\vartheta\vec{D}dV_1=\int\limits_{dS}\vec{D}\cdot d\vec{S}$ birinji dV_1 – göwrümdäki wektorlaryň elementar akymydygy ýagny diňe şol göwrümi gurşap alan dS_1 – üstden çykýanlygy düşnüklidir.

Ikinji dV_2 – göwrümdäki wektorlaryň elementar akymy bolsa diňe şol ikinji göwrümi gurşap alan dS_2 – üstden çogup çykýanlygy düşnüklidir.

$$\int\limits_{dV_1}\nabla\cdot\vec{D}\cdot dV_2=\int\limits_{dS_2}\vec{D}\cdot d\vec{S}$$

Şular ýaly meňzeş deňlemeleri islendik elementar göwrüm üçin ýazyp bileris. Eger-de, ähli elementar göwrümdäki wektorlaryň akymlaryny jemläp ýazsak, onda

$$\sum\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\cdot dV_n=\sum\oint\limits_{dSn}\vec{D}dS \qquad (22.38)$$

Iki göwrümiň araçägindäki (22.9-njy çyzga seret) umumy $d\vec{S}$ meýdanda bir göwrümden beýleki bir göwrüme akymlaryň geçişi özara kompensirlenýärler. Meselem, dV_1 - göwrümden akyp geçýän wektorlaryň akymy, şol tekizlige ýanaşyk (galtaşýan) dV_2 - göwrümden akyp gelýän wektorlaryň akymyna deňdir. Şular ýaly kompensirlenmek beýleki araçäklerde-de ýagny ýanaşyk tekizlikleriň meýdanlarynda-da bolup geçýär. Netije-de (22.38) deňlemäniň sag bölegi predele geçirilende, tutuş göwrümiň diňe daşky kompensirlenmedik S – üstünden çogup çykýan wektor akymlarynyň hasabyny çykarýar. Bu netijäni bolsa üst boýunça integrirläp

$\oint\limits_{S}\vec{D}\cdot d\vec{S}$ görnüşde-de hasaplap bileris.

Eger-de, (22.38) deňlemäniň çep bölegini predele geçirsek (götersek), onda göwrüm boýunça diwergensiýanyň integralyna öwrülýär.

$$\int\limits_{V}\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\cdot dV=\int\limits_{V}di\vartheta\cdot\vec{D}\cdot dV$$

Şeýlelikde, Ostrograd-Gaussyň teoremasyny alarys

$$\int\limits_{V}di\vartheta\cdot\vec{D}\cdot dV=\int\limits_{S}\vec{D}\cdot d\vec{S} \qquad (22.39)$$

22.15. OSTROGRADSKIÝ – STOKSYŇ TEOREMASY

Eger-de, islendik göwrüm özüne mahsus bolan S – üst bilen çäklendirilýändigini Ostrogradskiý-Gaussyň teoremasy subu tedýän bolsa, onda Ostrogradskiý-Stoks islendik üst (ýa-da tekizlik) özüne mahsus bolan ýapyk ℓ - konturyň içinde ýerleşýändigini subut edýär.

Ostrogradskiý-Stoksyň teoremasy, rotoryň teoremasy bolup, onuň düýp manysy islendik wektoryň rotorynyň tekizlik boýunça integrirlenmegini, şol tekizligiň parametri hasaplanýan konturyň integraly bilen çalşyrmakdyr. Meselem,

$$\oint_S rot\ HdS = \oint_\ell Hd\vec{\ell} = i$$

Aýdylanlary delillendirmek maksady bilen 22.10-njy çyzga seredeliň. Çyzgyda islendik görnüşdäki S – tekizlik haýsy-da bolsa bir wektoryň, meselem $\vec{B}$ - wektoryň meýdanynda ýerleşdirilen diýip kabul edeliň. Çyzgydaky S – üsti birnäçe dS_1, dS_2.... ýaly kiçijik meýdançalara böleliň. Onda, rotoryň kesgitlemesine laýyklykda (22.17-nji deňlemä seret)

$$\left[\nabla\vec{B}\right]dS_1 = \int_{d\ell_1} \vec{H}\cdot d\vec{\ell}$$

köpeldiji $\vec{B}$ - wektoryň dS_1 – meýdançany gurşap alan $d\ell_1$ - kontur üçin köwlenişini (rotorlygyny) aňladýar. Edil şular ýaly meňzeşlikde $\vec{B}$ - wektoryň dS_2 – meýdançany gurşap alan $d\ell_2$ kontur üçin,

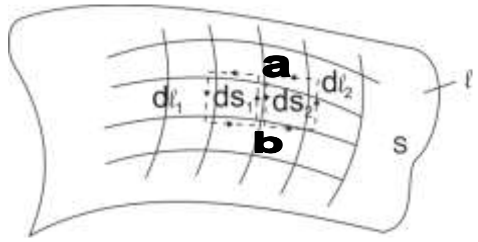
$$\left[\nabla\cdot\vec{B}\right]dS_2 = \oint_{d\ell_2} \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$$

köpeldijini alarys we ş.m.

Eger-de, ähli elementar köwlenmeleri jemläp ýazsak, onda

$$\sum\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right]dS_k = \sum\oint_{d\ell_k} \vec{B}\cdot d\vec{\ell}_k \qquad (22.40)$$

Iki meýdançanyň araçägindäki (22.10-njy çyzga seret) umumy a b – aralykda dS_1 we dS_2 üstler üçin köwlenmeleriň (rotorlaryň) ugurlary sagat okunyň aýlanyşynyň tersine kabul edilen bolsa onda ab – aralykda ýanaşyk dS_1 we dS_2 meýdançalara $d\ell_1$ we $d\ell_2$ konturlaryň rotorlary özara gapma-garşy hemde ululyk bahalary boýunça deňdirler. Netijede (22.40) deňlemäniň sag bölegi predele geçirilende tutuş tekizligiň diňe kompensirlenmedik daşky ℓ - konturynyň köwlenmesiniň (rotorynyň) hasabyny çykarýar, bu netijäni bolsa kontur boýunça integrirläp $\oint_\ell \vec{B}d\vec{\ell}$ görnüşde-de hasaplap bileris.



22.10-njy çyzgy.

Eger-de, (22.40) deňlemäniň çep tarapyny predele geçirsek, onda S – üst boýunça

$\vec{B}$ - wektoryň rotoryna öwrülýär

$$\int_S \left[\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right] d\vec{S} = \int_\ell \vec{B}\cdot d\vec{\ell} \qquad (22.41)$$

Bu bolsa Ostrogradskiý-Stoksyň teoremasydyr.

Ü st boýunça integrirlemek dürli-dürli formada bolup biler. Meselem, eger tekizligiň üsti ýapyk bolsa, ýagny tekizligiň gyrasy bolmasa, onda (22.41) deňlemäniň sag tarapy n u l a öwrüler. Diýmek, ýapyk üst boýunça islendik rotoryň integraly nula deňdir!

22.16. GRINIŇ TEOREMASY

Islendik S – üst bilen çäklendirilen V – göwrümde haýsy-da bolsa bir wektor, meselem $\vec{D}$ - wektor üznüksiz üýtgäp bilýän bolsa, onda bular ýaly wektory ψ - ululyk bilen $grad\varphi$ ululygyň köpeltmek hasyllary görnüşinde aňlatmak bolar.

$$D = \psi\cdot grad\varphi = \psi\cdot\nabla\varphi \qquad (22.42)$$

Bu deňlemedäki φ hem-de ψ skalýardyrlar, olar hem $\vec{D}$ - wektor ýaly V – göwrümde üznüksizdirler, hatda birinji we ikinji derejeli differensirläniňde-de, üznüksizliginde galýarlar.

Eger-de, Ostrogradskiý-Gaussyň (22.39) formulasyndan peýdalansak, onda integralyň içindäki $di\vartheta\cdot\vec{D}$ ululygy $\nabla\cdot\vec{D}$ bilen çalşyryp, şeýle netijä geleris

$$\nabla\cdot D = \nabla(\psi\cdot\nabla\varphi) = \nabla\psi\cdot\nabla\varphi + \psi\cdot\nabla^2\cdot\varphi$$

(22.43)

Islendik çäklendirilen dS – üstden böwsüp geçýän wektorlaryň (az mukdardaky) akymyny şu aşakdaky görnüşde hiç hili şübhesiz ýazyp bileris

$$\vec{D}\cdot d\vec{S} = \psi(\vec{\nabla}\cdot\varphi)_n\cdot d\vec{S} = \psi\frac{\partial\varphi}{\partial n}\cdot dS$$

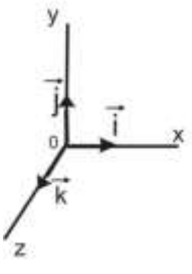
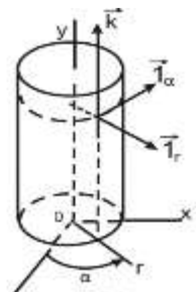
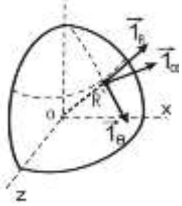
Deňlemedäki $(\vec{\nabla}\varphi)_n \to \varphi$ - potensialyň gradientiniň $d\vec{S}$ - üste görä normalynyň proeksiýasydyr

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \oint_S \psi\frac{\partial\varphi}{\partial n}d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\varphi + \psi\cdot\vec{\nabla}^2\varphi)dV \qquad (22.44)$$

Bu deňlemä Griniň teoremasy diýilýär. Griniň teoremasynyň düýp manysy, göwrümde üznüksiz üýtgeýän islendik wektory iki sany ψ we $grad\varphi$ ýaly ululyklaryň köpeltmek hasyly bilen çalşyryp bolýandygyny, olary birinji, gerek bolsa ikinji derejeli-de differensirläp V – göwrüm boýunça integrirlenişini öwredýär, ýagny üste görä integrirlemekden göwrüm boýunça integrirlenişe geçilýändigini aňladýar.

14-GOŞMAÇA

WEKTORLY ALGEBRADAN MAGLUMATLAR

Amallaryň ady we şertli belgilenişi	Dekartyň gönüburçly koordinaty x; y; z	Silindrik giňişligiň koordinaty r; α ; z	Sferiki (şar) giňişligiň koordinaty R; θ ; α
Birlik wektorlar	$\vec{i}\,;\quad \vec{j};\quad \vec{k}$	$\vec{1}_r\,;\quad \vec{1}_\alpha\,;\quad \vec{k}$	$\vec{1}_R\,;\quad \vec{1}_\theta;\quad \vec{1}_\alpha$
Gradiýent $grad\varphi = \vec{\nabla}\varphi$	$\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}$	$\vec{1}_r\,\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \vec{1}_\alpha\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}$	$\vec{1}_R\,\frac{\partial\varphi}{\partial R} + \vec{1}_\theta\,\frac{1}{R}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} +$ $+\vec{1}_\alpha\,\frac{1}{R\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}$
Diwergensiýa $di\vartheta\vec{D} = \nabla\cdot\vec{D}$	$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\,\frac{\partial(r\cdot Dr)}{\partial r} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial D_\alpha}{\partial\alpha} +$ $\frac{\partial D_z}{\partial z}$	$\frac{1}{R^2}\,\frac{\partial(R^2 D_R)}{\partial R} + \frac{1}{R\sin\theta}\cdot$ $\cdot\frac{\partial(D_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} +$ $+\frac{1}{R\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial D_\alpha}{\partial\alpha}$
Rotor $rot\vec{B} = \vec{\nabla}\vec{A}$	$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_Z \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{1}{r}\cdot\vec{1}_r & \vec{1}_\alpha & \frac{1}{r}\cdot\vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\alpha} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_r & r\cdot B_\alpha & B_Z \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{\vec{1}_R}{R^2\cdot\sin\theta} & \frac{\vec{1}_\theta}{R\cdot\sin\theta} & \frac{\vec{1}_\alpha}{R} \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\alpha} \\ B_R & RB_\theta & RB_\alpha\sin_\alpha \end{vmatrix}$
Skalýarly Laplasian $\vec{\nabla}^2\varphi$	$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} +$ $+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) +$ $+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right) +$ $+\frac{1}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) +$ $+\frac{1}{R^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}$
Wektorly Laplasian $\vec{\nabla}^2\vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A})$ $-\left[\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right]\right]$	$\nabla^2 A_x\cdot\vec{i} + \nabla^2 A_y\cdot\vec{j} +$ $+\nabla^2 A_Z\cdot\vec{k}$	$\left\{\nabla^2 A_r - \frac{1}{r^2}\left(A_r - 2\frac{\partial A_\alpha}{\partial r}\right)\right\}\vec{1}_r$ $+\left\{\nabla^2 A_\alpha - \frac{1}{r^2}\left(A_\alpha - 2\frac{\partial A_z}{\partial\alpha}\right)\right\}$ $+\nabla^2 A_Z\cdot\vec{k}$	
Giňişlikler	 a)	 b)	 ç)

ÝIGRIM ÜÇÜNJI BAP

ELEKTROSTATIK MEÝDAN

23.1. ELEKTROSTATIK MEÝDANY HÄSIÝETLENDIRÝÄN ESASY FIZIKI ULULYKLAR

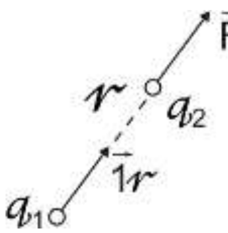
Ozaly bilen elektrostatik meýdany döredýän çeşmeler, ýagny elektrik zarýadlary hakdaky düşünjämizi has çuňlaşdyrmak zerurdyr. Fizikia kursyndan belli bolşy ýaly, zarýady $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Kulona deň bolan minus alamatly elektronyň massasy $m = 9.1 \cdot 10^{-28}$ grama deňdir. Elektronyň massasy, iň ýeňil atom bolan wodorodyň atomynyň ýadrosyndan (bir protondan) takmynan 2000 esse kiçidir. Eger-de, Mendeleýewiň tablisasyndaky beýleki 109 sany elementleriň atomlary bilen-de şeýle deňeşdirmeleri dowam etsek, onda ol elementleriň atomlarynyň tertipleri ýokary galdygyça, olaryň massalarynyň gatnaşyklary-da has ulalýandygy düşnüklidir.

Eger-de, islendik elementiň atomy zarýadlaryň alamatlaryna görä neýtraldygyny ýatlasak, onda elementleriň atom agyrlyklaryna (massalaryň artýanlygyna) garamazdan islendik atomyň orbitasynyň bir ýa-da iki elektronyň ýetmeýändigini ýa bolmasa artykmaçdygyny anyklanlaryndan soň, olaryň giňişlikdäkii döredýän meýdanyny bir elektronyň ýa-da bir protonyň döredýän meýdany hökmünde seredip bileris.Şeýle-de bolsa, bir elektronyň ýa-da bir protonyň döredýän elektrik meýdanlarynyň mehaniki täsirini, potensialyny hasaba alýan ölçeýji abzallary döretmeklik praktiki tarapdan ähmiýetsiz hasap edilýär. Şonuň üçin-de, elektrik zarýady diýlende onuň mehaniki täsiri, potensialy, meýdany ýa-da güýç çyzyklary hakda gürrüň edilse, bir elektronyň ýa-da bir protonyň döredýän meýdany, potensialy hakda däl-de, eýsem tutuş, ýagny ummasyz köp zarýadlary özünde toplan jisimleriň meýdany, potensialy diýip düşünmelidir.

Şeýlelikde, geljekki paragraflarda we baplarda bir elektronyň ýa-da bir protonyň meýdany hakda gürrüň gitmän, eýsem geometriýasyny ölçäp bolýan plýus ýa-da minus zarýadlanan jisimleriň döredýän meýdany, şol meýdanyň potensialy, mehaniki täsiri (güýji), güýjemegi hakda gitjekdir.

Şular ýaly ýönekeý düşünjeleri özleşdirenimizden soň, elektrostatiki meýdany häsiýetlendirýän esasy fiziki ululyklary aýdyňlaşdyrmak ýerliklidir:

1) Elementar zarýadlar (elektronyň we protonyň zarýadlary) diňe bir öz döredýän elektrik meýdany bilen berk baglanşykda bolman, eýsem özge elektrik meýdanlary bilen-de özara mehaniki güýç bilen baglanşykdadyrlar. Ol mehaniki güýje Kulonyň gýüji diýilýär we $\vec{F}_1$ - harpy bilen belgilenýär. Fizikanyň elektriçestwo bölüminde b i r i n j i güýç diýlip adygan bu mehaniki güýjüniň kesgitlenişi Kulonyň formulasy bilen düşündirilýär.



$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \vec{1}_r \qquad (23.1)$$

3.1-nji çyzgy

Deňlemedäki q_1 bilen q_2 wakuumda ýerleşdirilen nokatlanç zarýadlardyr, Kl;

$\vec{1}_r$ - iki zarýady birleşdirýän göni çyzygyň, r – iň üstünde ýatan birlik wektordyr: onuň ugry mehaniki $\vec{F}_1$ - güýjüň ugry bilen gabat gelýär; $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ F/m – elektrik hemişeligidir.

Fizikada nokatlanç(*) zarýady diýlip, haçanda zarýady p l ý u s alamatly jisimleriň ölçegleri (meselem-diametri) olaryň r – aradaşlygyndan birnäçe esse kiçi bolanda aýdylýar.

Deňlemeden görnüşi ýaly, Kulonyň $\vec{F}_1$ - güýji iki jisimiň q_1 q_2 zarýadlarynyň köpeltmek hasyllaryna göni, olaryň r – aradaşlykalrynyň kwadratyna bolsa ters proporsionaldyr.

(*) - nokatlanç zarýadyň plýus alamatly diýlip alynmagynyň sebäbi, diňe matematiki nukdaý nazardandyr. Eger-de, nokatlanç zarýady minus alamatly diýip alsak, onda deňlemelerde gerekmezek minus alamatlarynyň dörejekdigi düşnüklidir.

2) Islendik elektrostaik meýdany, ýagny bize görä hereketsiz zarýadlaryň döredýän meýdany mehaniki güýçden başga-da meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy (güýjenmesi) we meýdanyň φ – potensialy diýilýän fiziki ululyklar bilen hzsiýetlendirilýär.

Elektrostatik meýdanyň dartgynlygy – wektor ululykdyr. Bu ululyk, meýdanyň islendik nokadynda käbir san ululygy hem-de ugry bilen aňladylýar. Emma, meýdanyň potensialy diňe käbir san ululygy bilen aňladylýanlygy üçin oňa skalýar ululyk diýilýär.

Eger-de, elektrostatik meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy bilen onuň φ – potensialy anyklanylan bolsa, onda şol meýdanyň doly anyklanyldygydyr.

Eger-de, güýçli (ýa-da kuwwatly) elektrostatikanyň meýdanyna bir sany nokatlanç zarýady emaý bilen ýerleşdirsek, onda şol nokatlanç zarýadyň örän kiçijikdigi sebäpli ol özüniň meýdany bilen daşyndaky elektrostatikanyň meýdanyna hiç hili şikes ýetirmeýär diýip şertli kabul edip bileris. Şular ýaly kyn şertde Kulonyň $\vec{F}_1$ - güýüiniň bu nokatlanç zarýadyň nula ymtylmagyndaky predeline bolan gatnaşygyna şol meýdanyň dartgynlygy (güýjenmesi) diýilýär.

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q} \qquad (32.2)$$

Eger-de. q – birlik zarýad bolsa, onda $\vec{F}$ - güýç, san bahasy boýunça $\vec{E}$ - dartgynlyga deňdir. Dogrudan-da, $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ deňlemeden q=1 diýip kabul etsek, onda $\vec{E} = \vec{F}$ bolar.

Eger-de, elektrostatiki meýdan birnäçe q_1. q_2.q_3….. zarýadlar bilen döredilen bolsa, onda şol döredilen meýdanyň elektrik dartgynlygy her bir zarýadyň döreden meýdanlarynyň elektrik dartgynlyklarynyň geometriki goşulmalarynyň jemine deňdir

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots.. \qquad (23.3)$$

Bu ýerde,

$$\vec{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_1^2} \cdot 1_r; \qquad \vec{E}_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_2^2} \cdot 1_r; \qquad \vec{E}_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_3^2} \cdot 1_r \qquad (23.24)$$

Eger-de, islendik zarýady bir nokatdan başga bir nokada geçirmeli bolsa, onda şol zarýady ýerinden gozgamak üçin, belli bir derejede energiýanyň mukdary harçlanmaly bolýar, diýmek A – iş edilýär. Bu A- iş zarýadyň geçen $d\ell$ - ýolunyň Kulonyň $\vec{F}$ - güýjine bolan köpeltmek hasylyna deňdir. Ony geçilen $d\ell$ - ýoljagazlara görä integrirleýärler

$$A=\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{\ell}=\int_1^2 q\cdot\vec{E}\cdot d\vec{\ell} \qquad (23.35)$$

Deňlemedäki q – zarýad islendik sana deň bolup biler. Eger-de, q =1 Kl bolsa, onda 1 we 2 nokatlaryň aralaryndaky potensiallaryň tapawutlaryny

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{\ell} \qquad (23.6)$$

görnüşde ýazmak bolar.

Eger-de $\varphi_2=0$ diýip kabul edilse, onda

$$\varphi_1=\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{\ell} \qquad (23.7)$$

Diýmek, elektrostatik meýdanynyň islendik nokadyndaky potensialyň ululygy dynçlyk ýagdaýda duran birlik zarýadyň bir nokatdan başga bir nokada geçirmek üçin harçlanan iş mukdary hökmünde hasaplasa bolar.

Netije: Wakuum giňişliginde elektrostatik meýdany häsiýetlendirýän esasy fiziki ululyklar diýlip $\vec{E}$, φ ululyklara aýdylýar. Soňra Kulonyň güýji $\vec{F}_1=q\cdot\vec{E}$ görnüşde aňsatlyk bilen hasaplanylýar.

23.2. DIELEKTRIKLERIŇ POLÝARLANMAGY. POLÝ ARLANMAGYŇ $\vec{P}$ - WEKTORY. ELEKTRIK INDUKSIÝASYNYŇ $\vec{D}$ - WEKTORY

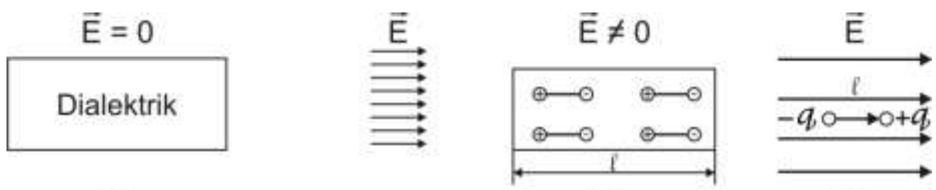
Dielektriklerde erkin zarýadlaryň juda azlygy sebäpli, olaryň hereketi kän bir hasaba alynmaýar, şonuň üçin-de dielektriklere degişli mysallar işlenende, olardaky az mukdarly erkin zarýadlaryň döredýän togy ýok diýlip kabul ediljekdir.

Erkin zarýadlar diýlip islendik jisimiň içinde, daşyndaky meýdanyň täsirinden erkana hereketlenip bilýän zarýadlara aýdylýar. Beýle diýildigi, erkin zarýadlaryň hereketi jisimdäki molekulalaryň içki dartylmak güýçleri bilen çäklendirilmeýär diýildigidir. Olar içki molekulýar güýçleriň dartyş güýçlerinden bagly däldirler.

Dielektriklerde zarýadlaryň süýşmegi bolup geçýär. Bu hadysany şeýle düşündirmek bolar:

- Jisimdäki zarýadlar molekulalaryň içki dartylmak güýçleri bilen çäklenip, öz atomlary bilen berk baglanşykdadyrlar. Şular ýaly berk baglanşykly (bendilikdäki) zarýadlar, dielektriki jisimden bölünägeden aýrylyp bilmeýärler. Umuman, baglanşykdaky plýus zarýadlaryň mukdary baglanşykdaky minus zarýadlaryň mukdaryna deňdir.

Eger-de, haýsy-da bolsa bir dielektrigi (23.2-nji a çyzgy) elektrostatik meýdanda ýerleşdirsek, onda dielektrik polýarlanýar, ýagny dielektriklerdäki minus alamatly zarýadlar meýdanyň ýokary potensialyna tarap, plýus alamatly zarýadlar bolsa meýdanyň pes potensialyna tarap süýşýärler (23.2-nji b çyzgy). Şeýle süýşmeklik içki molekulýar güýçleriň berk täsir etmekleri netijesinde bolup geçýär.



a) b) c)

23.2.-nji çyzgy

Iki sany ters alamatly zarýadlaryň belli bir ℓ - aralykda özara dartgynly (çekeleşikli ýagdaýda) durmaklaryna dipol diýilýär. Bir dipolyň q – zarýadynyň şol dipolyň ℓ - uzynlygyna köpeltmek hasylyna $(q \cdot \ell)$ elektrik momenti diýilýär. Elektrik momenti wektor ululyk bolup, onuň ugry minus alamatly zarýadlardan plýus alamatly zarýadlara tarap ugrukdyrylandyr (23.2-nji ç çyzgy)

Bir sany dipolyň elektrik meýdany ýa-da onuň potensialy praktiki tarapdan ähmiýetsizdir. Şonuň üçin-de, tutuş dielektrigiň V – göwrümindäki ähli dipollaryň emele getiren elektrik momentleriniň jemine – bütewi seretmeklik praktiki tarapdan ähmiýetlidir.

Dielektrikdäki dipollaryň hemmesi elektrik meýdanynyň daşyndan täsir etmegi netijesinde, daşky elektrik meýdanyň ugruna tarap gyşaryp, hatda oňa parallel pozisiýany eýeleýär (23.2-nji ç çyzgy). Tutuş göwrüm boýunça dipollaryň emele getirýän elektrik momentleriniň şol göwrümiň nula ymtylýan predeline bolan gatnaşygyna dielektrigiň polýarlanmagynyň wektory diýilýär
we uly $\vec{P}$ - harpy bilen belgilenýär, ölçeg birligi K/m^2.

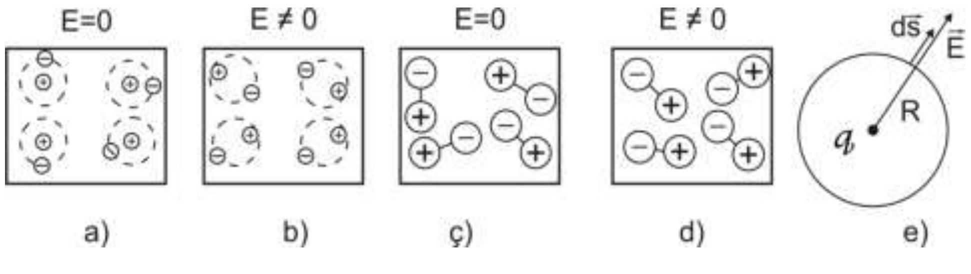
$$\vec{P} = \lim_{V \to 0} \frac{\sum q\vec{\ell}}{V} \qquad (23.8)$$

Birnäçe dielektrikler üçin $\vec{P}$ - wektor elektrostatiki meýdanynyň dartgynlygyna göni baglydyr (proporsionaldyr)

$$\vec{P} = æ \cdot \vec{E} \qquad (23.9)$$

Deňlemedäki æ - göni baglanyşygy aňladýan proporsionallyk koeffisiýentidir, ol öz gezeginde $æ = \varepsilon_0 \cdot \chi$ (χ – elektrik syzyjylyk, onuň ölçeg birligi ýokdyr).
Dielektriklerde polýarlanmagy iki topara bölmek bolýar:

Birinji topara, haçanda daşky elektrik meýdan ýok $(\vec{E} = 0)$ bolanda, **plýus** we **minus** zarýadlaryň geometriki oklarynyň merkezleri gabat gelýänler (wodorod, azot, parafin ýaly elementler) degişlidirler (23.3-nji a çyzgy).



23.3-nji çyzgy

Birinji topara degişli elementler polýarlanan wagty ýokarda agzalan plýus zarýadyň geometriki okunyň merkeze daşky $\vec{E}$ meýdanyň ugruna görä süýşýän bolsa, minus zarýadyň orbitasynyň merkezi daşky $\vec{E}$ meýdanyň tersine tarap süýşýär (23.3-nji b çyzgy). Molekulalaryň zarýadlarynyň şeýle süýşmekleri daşky E meýdanyň ululygyna göni baglydyr (proporsionaldyr), emma içki molekulýar güýçler bilen gapma-garşydyrlar.

Ikinji topara haçanda daşky elektrik meýdan ýok $(\vec{E}=0)$ bolanda-da dielektrikleriň molekulalary **dipol** ýagdaýdadyrlar, ýagny plýus w minus zarýadlaryň geometriki oklarynyň merkezleri gabat gelmeýän elementler (hlorly wodorod) degişlidir. Ýylylyk täsirleri netijesinde dipollar haos (bitertip) ýagdaýdadykalry üçin şeýle dilektrikler meýdan ýok wagty neýtraldyrlar (23.3-nji ç çyzgy).

Ikinji topara degişli elementler polýarlananda daşky $\vec{E}$ - meýdanyň täsirinden, ýokarda agzalan dipollaryň gyşarmaklary netijesinde, olaryň elektrik momentleri daşky $\vec{E}$ meýdanyň ugruna tarap ugrukdyrylýarlar (23.3-nji d çyzgy).

Eger-de, polýarlanmak hakda ýokarda aýdylan düşündirişleri üns berip özleşdirilse, onda şu aşakdaky netijeleri alyp bileris:

1) Wakuum giňişliginde (dielektrik jisimleriň ýok wagty) elektrostatikanyň meýdany $\vec{E}$, φ fiziki ululyklar bilen häsiýetlendirilýär. Öz gezeginde bu ululyklary kesgitlänlerinde Gaussyň teoremasyndan peýdalanýarlar (23.3-nji paragrafa seret).

2) Wakuum giňişligine dielektrik jisimleri ýerleşdirip oňa özge meýdan bilen täsir edilse, onda dielektrikler polýarlanarlar.Bu ýagdaýda polýarlanmagyň wektory diýilýän üçinji bir fiziki $\vec{P}$ - ululyk girizilýär. Dielektriklerdäki dipollar daşky elektrik meýdanyň täsirinden gyşaryp belli bir tarapa süýşýärler we nyzama durýarlar. Netijede birlik göwrümdäki elektrik momentleriniň emele getiren umumy $\vec{P}$ - wektory daşky $\vec{E}$ meýdanyna (23.9) göni baglydyr (proporsionaldyr).

3) Diýmek $\vec{P}$ - wektor daşky elektrik meýdanyna täsir eder. Netijde, daşky meýdanyň güýçlenmegi ýa-da tersine, gowşamagy mümkin. Meýdanyň gowşamagyny ýa-da güýçlenmegini $\vec{D}$ - harpy bilen belgilesek, onda ölçeg birliklerini nazarda tutup, şu aşakdaky deňlemäni ýazyp bileris.

$$\vec{D}=\varepsilon_0\cdot\vec{E}+\vec{P} \quad \text{kl/m}^2 \qquad (23.10)$$

Eger-de, (23.9) deňlemäni hasaba alsak, onda

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+æ\cdot\vec{E}=\varepsilon_0\cdot\vec{E}(1+\frac{æ}{\varepsilon_0})=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon_a\cdot\vec{E} \qquad (23.11)$$

Deňlemedäki $\varepsilon_a=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r$ dielektrigiň absolýut syzyjylygy, F/m

$1+\frac{æ}{\varepsilon_0}=\varepsilon_r$ - dielektrigiň otnositel syzyjylygy (ölçeg birligi ýokdyr)

$\vec{D}$ - elektrik meýdanyň induksiýasy, ýa-da meýdanyň wektorlarynyň **elektrik süýşmekleri.**

Umuman, elektrik induksiýasy diýilýän $\vec{D}$ - wektor (23.10) dielktrikdäki elektrik induksiaýanyň wakuumdaky elektrik induksiýadan $(\pm)$ näçe esse tapawudynyň bardygyny görkezýär.

23.3. GAUSSYŇ TEOREMASYNYŇ INTEGRAL WE DIFFERENSIAL GÖ RNÜ ŞDE AŇLADYLYŞY

Gaussyň teoremasy elektrostatikada esasy teoremalaryň biridir. Bu teorema Kulonyň kanunyna esaslanyp, superpozisiýa prinsipini-de kanagatlandyrýar. Integral

ýa-da differensial görnüşinde ulanylyşyna garamazdan Gaussyň teoremasy üç usulda aňladylýar:
1) Islendik ýapyk S –üsti böwsüp geçýän elektrik meýdanyň $\vec{D}$ - induksiýasynyň akymy, şol ýapyk S – üstüň içinde toplanan erkin $\sum Q_{erk}$ zarýadlaryň jemine deňdir (22.3nji d çyzga seret we 22.12 deňleme bilen 23.12-nji deňlemäni özara deňleşdirip görüň),

$$\oint \vec{D}d\vec{S} = \sum Q_{erk}. \qquad (23.12)$$

(23.12 deňlemeden görnüşine görä, $\vec{D}$ - wektoryň akymy erkin zarýadlar bilen kesgitlenýär we şol göwrümdäki dielektrikleriň häsiýetlerine bagly däldir.
2)Ýokarda belläp geçişimiz, ýaly $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$ görnüşde aňlatsak, onda (23.12) deňlemäni şeýle görnüşde ýazyp bileris

$$\Psi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{erk}}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \qquad (23.13)$$

Bu deňlemäni şeýle teswirlemek bolar:
Islendik ýapyk S – üsti böwsüp geçýän elektrik meýdanynyň $\vec{E}$ - dartgynlyk wektorynyň akymy, şol ýapyk S – üstüň içinde toplanan erkin $\sum Q_{erk}$ zarýadlaryň jeminiň , dielektrigiň absolýut $(\varepsilon_a = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r)$ syzyjylygyna bolan gatnaşygyna deňdir.
Deňlemeleri özara deňeşdirip netije çykarsak, onda (23.13) deňlemedäki dartgynlygyň $\vec{E}$ - wektory (23.12) deňlemedäki induksiýanyň $\vec{D}$ - wektorynyň tapawudy, $\vec{E}$ -wektoryň absolýut ε_a syzyjylygyndan baglydygy bilen düşündirilýär.
3) Giňişliklerde döreýän elektrostatik meýdany diňe bir erkin zarýadlar döretmän, eýsem molekulalary bilen berk baglanşykda bolan tabynlykdaky (bendilikdäki) bagly zarýadlar hem öz goşantlaryny goşýarlar.
Bendilikdäki zarýadlaryň döredýän meýdanynyň polýarlanyşyny $\vec{P}$ - wektor bilen aňlatsak, onda $\vec{P}$ - wektoryň jemine $\vec{E}$ wektor bilen ugurlarynyň tersdigini nazarda tutup, şu aşakdaky deňlemäni ýazyp bileris.

$$\sum Q_{bendi} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \qquad (23.13a)$$

Integralyň öňündäki minus alamat kompensirlenmedik minus zarýadlaryň agdyklyk edýändikleri bilen hem düşündirilýär, onda (23.12) deňlemäni şu aşakdaky ýaly ýazyp bileris

$$\oint \vec{D}d\vec{S} = \oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})d\vec{S} = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint \vec{P} \cdot d\vec{S} = \sum Q_{erk.} \quad \text{ýa-da}$$

$$\varepsilon_0 \oint E d\vec{S} = \sum Q_{erk} - \oint \vec{P} \cdot d\vec{S} = \sum Q_{erk.} + \sum Q_{bendi}.$$

ýa-da

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{erk} + \sum Q_{bendi}}{\varepsilon_0} \qquad (23.14)$$

(23.13) bilen (23.14) deňlemeler özleriniň sag tarapdaky bölegi bilen tapawutlanýarlar.
Ozal belläp geçişimiz ýaly (§ 22.6), meselem Gaussyň (23.12) integral görnüşli deňlemesi, $\vec{D}$ - wektoryň V – göwrümi gurşap alan S – üst bilen özara baglanşyklaryny anyklaýar, munuň şeýledigini integraldaky S – üstüň barlygy-da ýokardaky aýdylanlary tassyklaýar. Emma, Gaussyň integral deňlemeleriniň üsti

bilen $\vec{E}$ (ýa-da $\vec{D}$ parhy ýok) wektoryň şol meýdany döredýän gözbaşy (çeşmesi) bilen meýdanyň her bir nokadynda nähili baglanşykdadygyna jogap berip bilmeýär. Şonuň üçin-de, bu deňlemeleri differensial görnüşde aňladýarlar. Integral görnüşli deňlemelerden differensial görnüşe geçirilişi 22.6-njy paragrafda has giňişleýin düşündirlendigi üçin, biz ahyrky netijeleri ýazmak bilen çäklenýäris, meselem (23.12) deňlemniň differensial görnüşi

$$di\vartheta\cdot\vec{D}=\rho_{erk.} \qquad (23.15)$$

deňlemedäki $\rho_{erk.}$ - nula ymtylýan göwrümiň içindäki zarýadlaryň göwrüm dykyzlygydyr

$$\rho_{erk.}=\ell im_{V\to 0}\frac{\sum Q_{erk.}}{V}$$

Edil şular ýaly meňzeşlikde, Gaussyň beýleki integral deňlemelerini-de ýazyp bileris. Ikinji (23.13) görnüşli deňlemesi

$$di\vartheta\vec{E}=\frac{\rho_{erk.}}{\varepsilon_a} \qquad (23.16)$$

Üçünji (23.14) görnüşli deňlemesi

$$di\vartheta\cdot\vec{E}=\frac{\rho_{erk}+\rho_{bendi}}{\varepsilon_0} \qquad (23.17)$$

Gaussyň toeremalaryny integral görnüşinden ilkinji bolup differensial görnüşe geçirmegi iňlis fizigi Makswell tarapyndan teklip edilendigi sebäpli soňky differensial görnüşli deňlemelere Makswelliň postulatlary hem diýilýär. Postulat – -latyn sözünden türkmençä geçireniňde, hiç hili subut etmezden, nusga hökmünde ykrar edilýän deňlemeler (ýa-da teoremalar) diýilýän düşünjäni berýär.

23.4. ELEKTROSTATIK MEÝDAN ÜÇIN PUASSONYŇ WE LAPLASYŇ DEŇLEMELERI

Elektrostatikada esasy differensial deňlemeler hasaplanýan Puassonyň we Laplasyň deňlemeleri, Gaussyň differensial görnüşdäki deňlemelerinden gelip çykýar. Gaussyň deňlemesinden Puassonyň (ýa-da Laplasyň) deňlemesine geçilýänliginiň sebäbi, ol hem $\vec{E}$ - wektoryň üç sany E_x, E_y we E_z düzüjilerini hasaplanyňdan, diňe φ – potensialy anyklap, soňra bu φ – potensialyň üsti bilen $\vec{E}$ -wektory tapmaklyk has ýeňildigi bilen düşündirilýär. Dogurdan-da $\vec{E}=-grad\varphi$ bolýandygyny nazarda tutsak (22.3-nji paragrafa seret), onda Gaussyň (23.16) deňlemesinden

$$di\vartheta\cdot\vec{E}=di\vartheta(-grad\varphi)=\frac{\rho_{erk.}}{\varepsilon_a} \quad \text{ýa-da} \quad di\vartheta\cdot grad\varphi=-\frac{\rho_{erk}}{\varepsilon_a}$$

Eger-de, $di\vartheta$ - nyň deregine differensial ∇

- operatory we *grad* – niň deregine-de differensial $\vec{\nabla}$ - operatory ulansak, onda

$$\nabla(\vec{\nabla}\cdot\varphi)=-\frac{\rho_{erk.}}{\varepsilon_a} \qquad \text{(ýa-da)}$$

$$\vec{\nabla}^2\varphi = -\frac{\rho_{erk.}}{\varepsilon_a} \tag{32.18}$$

Bu deňlemä Puassonyň deňlemesi diýilýär.

Eger-de, erkin zarýadlaryň göwrüm dykyzlygy $\rho_{erk.} = 0$ bolsa, onda Puassonyň deňlemesiniň sag tarapy nula deň bolýar.

$$\vec{\nabla}^2\varphi = 0 \tag{23.19}$$

Bu deňlemä bolsa Laplasyň deňlemesi diýilýär.

Görşümiz ýaly Laplasyň deňlemesi Puassonyň differensial deňlemesinden gelip çykýar we Puassonyň deňlemesininiň bir görnüşidir.

Puasssonyň deňlemesi ikinji derejeli differensial deňlemäniň x, y, z oklara görä böleklenýän önümleri (22.27-nji deňlemä seret) bolup, zarýadlaryň göwrüm, üst ýa-da inçeden uzyn liniýalardaky dykyzlyklary bilen giňişligiň islendik nokadyndaky φ – potensialyň özara baglanşyklaryny görkezýär. Puassonyň (23.18) deňlemesi ilkinji gezek 1812-nji ýylda elektrik hem-de magnit meýdanlarynyň potensiallaryny anyklamak üçin ulanylýar, we häzire çenli öz güýjüni ýitirmän gelýär.

Puassonyň ikinji derejeli differensial deňlemesiniň çözgüdi, umumy görnüşde ähli dykyzlyklardaky zarýadlary hasaba almalydyrlar,

1) **Göwrümdäki** zarýadlaryň dykyzlygyndan döreýän potensial

$$\varphi_V = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_V \frac{\rho\cdot dV}{R} \quad \text{bu ýerde} \quad \rho = \frac{dq}{dV}$$

2) **Tekizlikdäki** zarýadlaryň dykyzlygyndan döreýän potensial

$$\varphi_S = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_S \frac{\vec{\sigma}\cdot d\vec{S}}{R} \quad \text{bu ýerde} \quad \sigma = \frac{dq}{dS}$$

2) **Uzyn we inçe** geçiriji simlerdki zarýadlaryň dykyzlygyndan döreýän potensial

$$\varphi_\ell = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_S \frac{\vec{\tau}\cdot d\ell}{R} \quad \text{bu ýerde} \quad \tau = \frac{dq}{d\ell}$$

Netijede, φ – potensialyň doly bahasy ähli dykyzlyklaryň döredýän potensiallarynyň jemi hökmünde anyklanylmalydyr

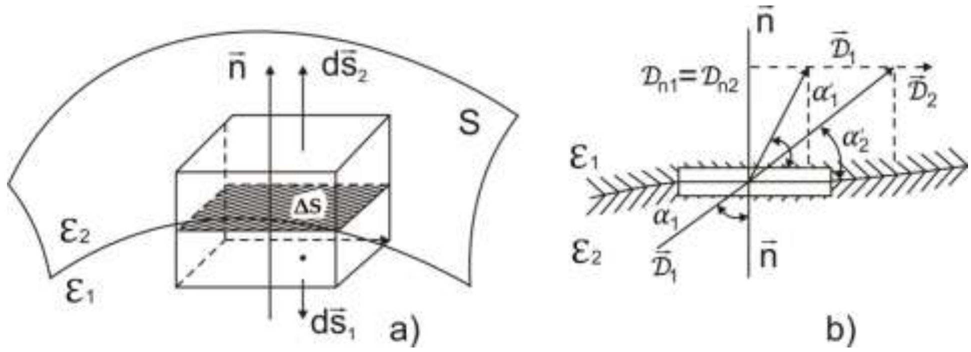
$$\varphi = \varphi_V + \varphi_S + \varphi_\ell \quad \text{ýa-da}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_V \frac{\rho\cdot d_V}{R} + \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_S \frac{\vec{\sigma}\cdot d\vec{S}}{R} + \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_a}\int_S \frac{\vec{\tau}\cdot d\ell}{R} \tag{23.20}$$

formuladaky ρ, σ, τ dykyzlyklar R – radiuysyň funksiýalarydyrlar.

23.5. ELEKTROSTATIK MEÝDANDA ARAÇÄK ŞERTLERI

Elektrostatikanyň meýdanynda giňişligi emele getirýän iki sany jisimiň galtaşýan ýerine (araçägine) seredeliň (23.4-nji a çyzgy)



23.4-nji çyzgy

Şular ýaly araçäkler emele gelende tebigy taýdan iki sany şert döreýär. Ol şertleriň birinjisini aýdyňlaşdyrmak üçin 23.4-njii a çyzgyda görkezilen $d\vec{S}_1$ we $d\vec{S}_2$ üstlere seredeliň. Çyzgydaky elementar $d\vec{S}$ - üstde elementar dq zarýadlaryň ýerleşýändigine düşünmek kyn däldir. Onda, Gaussyň teoremasyna laýyklykda, şol $d\vec{S}$ üstden geçýän $\vec{D}$ - wektoryň akymy üst integraly bilen anyklanylýar.

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \Delta \text{q}$$

$\vec{D}$ - wektoryň akymynyň hemmesi prizmanyň esasyndan süzülip geçýär diýsek kän bir ýalňyşlyk bolmaz, sebäbi prizmanyň gapdallaryndan ýanaşyp geçýän $\vec{D}$ - wektoryň akymlarynyň juda azlygy üçin hasaba almasak-da bolar,onda

$$\oint_{\Delta S} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \vec{D}_1\cdot\Delta\vec{S}_1 + \vec{D}_2\cdot\Delta\vec{S}_2 = \Delta q$$

Deňlemäniň harplaryna degişli 1 –lik ýa-da 2-lik belgiler, fiziki ululyklaryň haýsy giňişlige (dielektrige) degişlidigini aňladýar. Emma $d\vec{S}_1$ bilen $d\vec{S}_2$ modullary boýunça özara takmynan deňdirler ýagny $d\vec{S}_1 \approx d\vec{S}_2$. Çyzgyda görkezilen $d\vec{S}_1$; $d\vec{S}_2$ üstleriň we $\vec{n}$ normalyň ugurlaryny hasaba alsak, $\vec{n}$ - normal bilen $d\vec{S}_2$ wektoryň ugurlary gabat gelýärler, emma n – normal bilen $d\vec{S}_1$ wektoryň ugurlary tersdirler onda bu üstler ululyklary (modullary) boýunça özara deňdirler.

$$d\vec{S}_1 = -\vec{n}\cdot dS\;; \quad d\vec{S}_2 = \vec{n}\cdot dS_2$$

Diýmek, $\vec{D}$ - wektroyň akymlary-da özara deňdirler.

$$-\vec{D}_1\cdot\vec{n}\cdot dS + \vec{D}_2\cdot\vec{n}\cdot dS = \Delta q$$

Eger-de, deňligiň çep we sag taraplaryny dS üste bölüp hem-de nula ymtylýan $\Delta S \to 0$ predele geçsek, onda deňlemäniň çep tarapy üçin

$$n(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = D_{n2} - D_{n1}$$

sag tarapy üçin bolsa

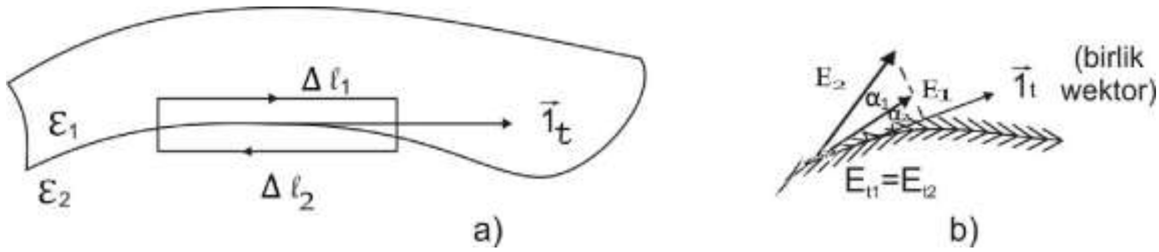
$$\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} = \sigma$$

netijeleri alarys. Deňlemedäki σ - seredilýän nokat (üstjagaz) üçin toplanan erkin zarýadlaryň dykyzlygydyr, ýagny

$$D_{n2} - D_{n1} = \sigma \qquad (23.21)$$

Soňky (23.21) deňlemä araçäkde döreýän birinji şert diýilýär hem-de $\vec{D}$ - wektroryň diwergensiýasyny aňladýar. Kä halatlarda (23.21) deňlemä $\vec{D}$ - wektoryň tekizlikdäki diwergensiýasy-da diýilýär.

Araçäkde döreýän ikinji şert, uzynlygyň integraly bilen anyklanylýar. Eger-de, araçäkdäki derňelýän nokady gönüburçlyk bilen gurşap alsak (23.5-nji a çyzgy), onda şol gönüburçlygyň iki gapdaly $d\vec{S}$ - üste perpendikulýar bolup, özleri-de $\Delta\ell$ - uzynlyklar bilen deňeşdireniňde juda kiçidir, şonuň üçin-de



23.5-nji çyzgy.

$\vec{E}$ - wektoryň sirkulýasyýasy (köwlenmesi) gönüburçlygyň perimetrine görä iki sany goşulmanyň netijesi diýsek, onda olaryň jemi nula deň bolýar

$$\oint_{\ell} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \vec{E}_1\cdot\Delta\vec{\ell}_1 + \vec{E}_2\cdot\Delta\vec{\ell}_2 = 0$$

Çyzgyda görkezilen birlik $\vec{1}_t$ - wektor iki sany $d\vec{S}_1$ we $d\vec{S}_2$ üstleriň tangens düşünjesini, ýagny galtaşýan ýerini we ugruny görkezýän görkezijidir, onda $\Delta\ell_2$ bilen $\Delta\ell_1$ uzynlyklar $\vec{1}_t$ - birlik wektora görä

$$\Delta\vec{\ell}_2 = \vec{1}_t\cdot\Delta\ell; \qquad \Delta\vec{\ell}_1 = \vec{1}_t\cdot\Delta\ell \qquad \text{bolarlar.}$$

Eger-de, $\Delta\ell_1$ bilen $\Delta\ell_2$ uzynlyklaryň özara deňliklerinden ugur alsak, onda $\vec{E}$ wektoryň köwlenmesi

$$-\vec{E}_1\cdot\vec{1}_t\cdot\Delta\ell + \vec{E}_2\cdot\vec{1}_t\cdot\Delta\ell = 0$$

Bu deňlemäni $\Delta\ell$ - uzynlyga bölüp $(\Delta\ell\to 0)$ predele geçsek, onda

$$E_{2t} - E_{1t} = 0 \qquad (23.22)$$

Deňlemede E_{1t} ýa-da E_{2t} görnüşde belgilenmekleri $\vec{E}$ - wektoryň iki tekizligiň araçägine görä galtaşýan düzüjilerini aňladýar.

Praktikada duş gelýän araçäkler, umuman iki görnüşde bolup bilerler, olar: 1) dielektrik bilen dielektrigiň üstleriniň araçakleri; 2) dielektrik bilen geçirijiniň üstleriniň araçäkleri. Olaryň her birini aýratyn paragraf hökmünde özleşdireliň.

23.6. IKI DIELEKTRIGIŇ ÜSTLERINIŇ ÝANAŞÝAN ÝERINDE DÖ REÝ Ä N ARAÇÄK ŞERTLER

Ideal dielektriklerde erkin zarýadlaryň ýoklugy sebäpli, zarýadlaryň üst dykyzlygy $\sigma = 0$, onda (23.21) deňleme has ýönekeý görnüşe eýe bolar (23.4-nji „b“ çyzga seret)

$$D_{n1} = D_{n2} \qquad (23.23)$$

Emma, (23.22) deňlemede hiç hili üýtgeşiklik bolmaz

$$E_{t1} = E_{t2} \qquad (23.24)$$

Bu iki deňleme üçin aşakdaky kesgitlemäni aýdyp bileris:
Iki dielektrigiň araçäginde $\vec{D}$ - wektoryň normal (üste perpendikulýar) düzüjileri, $\vec{E}$ - wektor üçin bolsa tangensial (üste galtaşýan) düzüjileri deňdirler, ýagny D_n bilen E_t böküp (atylyp) üýtgemeýärler. Eger-de, (23.23) deňlemäni başga görnüşde ýazsak, meselem

$$\varepsilon_1 \cdot E_{n1} = \varepsilon_2 \cdot E_{n2} \qquad (23.25)$$

Eger $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ bolsa, onda, $E_{n1} \neq E_{n2}$ deňsizligi alarys.
Eger-de, (23.24) deňlemäni-de başga görnüşde ýazsak, onda

$$\frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2} \quad \text{ýagny} \quad D_{t1} \neq D_{t2} \qquad (23.26)$$

Diýmek, E_n bilen D_t böküp üýtgeýärler. Şonuň üçin-de wektor güýç çyzyklarynyň araçäkde bir dielektrikden beýlekä geçende döwülmeklerini-de $D_{t1} \neq D_{t2}$, $E_{n1} \neq E_{n2}$ deňsizlikleriň üsti bilen düşündirilýär.

Ozal belläp geçişimiz ýaly (23.3-nji paragrafdaky 23.13a deňlemä seret) $P_n = -\sigma_{bendi}$ bolýanlygy üçin iki dielektrigiň araçägindäki bendi zarýadlaryň jemini hem anyklap bileris

$$\sigma_{bendi} = \varepsilon_0 (E_{n2} - E_{n1}) = -(P_{n2} - p_{n1}) = \sigma_{bendi2} - \sigma_{bendi1} \qquad (23.27)$$

Eger-de, (23.24) deňlemäni (23.25) deňlemä bölüp alsak, onda

$$\varepsilon_1 \frac{E_{t2}}{E_{n2}} = \varepsilon_2 \frac{E_{t1}}{E_{n1}} \qquad (23.28)$$

deňligi alarys.

Dielektrigiň araçägine düşýän we araçäginde döwülýän burçlary n – normala görä ölçeýärler (23.4-nji „b“ çyzga seret)

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha'_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad (23.29)$$

α_1 - güýç çyzyklarynyň düşýän burçy,
α'_1 - güýç çyzyklarynyň döwülýän burçy.

Araçäk şertlerini dielektrikdäki φ_1 we φ_2 potensiallar bilen-de aňladyp bolýar.
Eger-de, (23.23) bilen (23.25) deňlemeleriň özara ekwiwalentliklerini nazarda tutsak, onda

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \qquad (23.30)$$

Potensiallar üçin has ýönekeý deňligi (23.24) deňlemeden ýazyp bileris

$$\varphi_1 = \varphi_2 \qquad (23.31)$$

23.7. GEÇ IRIJI BILEN DIELEKTRIGIŇ ÜSTLERINIŇ ÝANAŞÝAN ÝERINDE DÖ REÝ Ä N ARAÇ Ä K ŞERTLERI

Geçirijiden tok akmaýan wagty (elektrostatika şertinde) geçiriji bilen dielektrigiň üstleriniň ýanaşýan ýerinde iki şert döreýär:

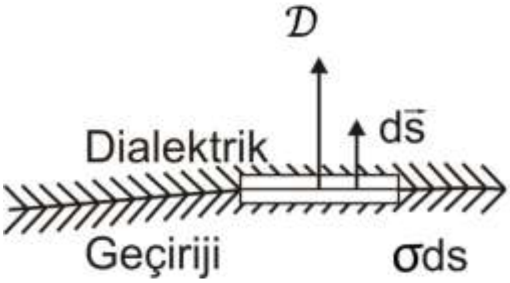
1) Geçiriji bilen dielektrigiň araçäginde elektrostatika meýdanyň $\vec{E}$ dartgynly-gynyň tangensial (galtaşýan) düzüjisi n u l a deňdir, sebäbi geçirijiden t o k akmaýan wagty, geçirijiniň üsti ekwipotensialdyr (deň potensialdyr).

$$E_t = 0 \qquad (23.32)$$

Şonuň üçin-de, geçirijiniň üstünde islendik golaý nokatlaryň aralaryndaky potensiallaryň tapawudy nula deňdir (ýagny $d\varphi = 0$). Potensialyň orun üýtgetmeginiň nula deňdigi $d\varphi = E_t \cdot d\ell$ deňlemeden hem subut etse bolýar, sebäbi elementar $d\ell$ - uzynlygy nul diýip bolmaz, diýmek $d\varphi = 0$ bolmak üçin hökmän $E_t = 0$ bolmalydyr.

2) Dielektrik bilen geçiriji özara galtaşanlarynda olaryň araçägindäki islendik nokatda örän täsin deňlik emele gelýär. Ol deňlik dielektrikdäki elektrik induksiýanyň şol dielektrige galtaşýan geçirijide toplanan zarýadlaryň üst dykyzlygyna deňdir.

$$D = \sigma \qquad (23.33)$$



23.6-njy çyzgy

Bu deňligi subut etmek üçin 23.6-njy çyzgyda görkezilen örän ýukajyk we kiçijik ds – üste dielektrik tarapyndan, soňra geçiriji tarapdan seredip göreliň.

Dielektrik tarapdan seredenimizde $\vec{D}$ wektoryň akymyny göreris, sebäbi dielektriklerde erkin zarýadlar ýokdyr. Geçriji tarapdan $d\vec{S}$ - üste seredenimizde zarýadlaryň σ - dykyzlygyny göreris.

Netijede, $DdS = \sigma dS$ deňligi alarys, sebäbi bir tarapdan Gaussyň teoremasyna laýyklykda $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q$, ikinji bir tarapdan bolsa, erkin zarýadyň ululygyny $q = \oint_S \sigma d\vec{S}$ görnüşde aňladyp bileris. Eger-de, q – zarýadyň $\oint \sigma d\vec{S}$ bahasyny Gaussyň

toremasynda goýsak, onda biz (23.33) deňlemäni alarys, sebäbi $DdS = \sigma dS$, bu ýerden $D = \sigma$ deňlige geleris.

23.8. MESELELERI ÇÖZMEGIŇ ÝEKE-TÄK TEOREMASY

Elektrostatik meýdan ýa Laplasyň ýa-da Puassonyň deňlemeleri bilen häsiýetlendirilýär. Ol deňlemeleriň ikisi-de, ikinji derejeli diifferensial deňlemäniň x, y, z oklara laýyklykda böleklere bölünip işlenýän önümi bolup, beýleki adaty differensial deňlemelerden ol önümiň tapawudy, ol hem böleklere bölünip işlenýän differensial deňlemeleriň bir-birinden bagly bolmadyk birnäçe göniçyzykly çözgütleriniň bolup bilýänligidir.

Islendik takyk praktiki mysalyň ýeke-täk meýdany we şol meýdanyň ýeke-täk şekili bolup biler, ýagny ýeke-täk dogry çözgüdiniň bardygy ikiuçsyzdyr. Laplasyň ýa-da Puassonyň differensial deňlemeleriniň bolup biläýjek birnäçe çözgütleriniň içinden iň dogrysy, ýagny hakyky çözgüdi, araçäk şertlerini kanagatlandyryp bilýän çözgütdir.

Eger-de, haýsy-da bolsa bir funksiýa, berlen meýdanda Puassonyň ýa Laplasyň deňlemesini hem-de araçäk şertlerini kanagatlandyrýan bolsa, onda şol funksiýa meseläniň ýeke-täk çözgüdidir. Şular ýaly netijä, meseleleri çözmegiň ýeke-täk çözgüdiniň teoremasy diýilýär.

Ý okardaky aýdylýan netijäni subut etmek üçin, haýsy-da bolsa bir meseläniň iki sany çözgüdi bar diýeliň

Birinjisi φ'; $\vec{E}^{1} = -gard\varphi^{1}$; $\vec{D}' = \varepsilon_a \cdot \vec{E}'$

Ikinjisi φ''; $\vec{E}^{11} = -gard\varphi^{11}$; $\vec{D}'' = \varepsilon_a \cdot \vec{E}''$

Deňlemeleriň ikisi-de meýdana degişli deňlemelerdir hem-de araçäk şertleri kanagatlandyrýarlar diýeliň. Eger-de, bu iki çözgütleriň tapawutlaryna seredip görsek,

$$\varphi = \varphi' - \varphi'';\qquad \vec{E} = \vec{E}' - \vec{E}'' = -grad\varphi$$
$$\vec{D} = \vec{D}' - \vec{D}'' = \varepsilon_a \cdot \vec{E}$$

onda olaryň tapawutlarynyň berýän netijeleri birjynsly araçäk şertlerini kanagatlandyrýarlar: ozal belläp geçişimiz ýaly birjynsly araçäklerde φ; E_t'; D_n funksiýalar üznüksizdirler, ýagny böküp üýtgemeýärler. Emma, iki çözgüdiň döremegi birjynslydäl, ýöne araçäk şertleri bar diýildigidir, sebäbi olaryň netijesi nula deňdir. Dogrudan-da:

a) geçirijileriň üstünde $\varphi'_{\text{geçiriji}}$ hem-de $\varphi''_{\text{geçiriji}}$ potensiallaryň ululyklary boýunça deňdirler, sebäbi geçiriji materiallaryň üstleri hemişe ekwipotensialdyrlar, şonuň üçin-de elektrostatiki meýdanda olaryň tapawudy nula deňdir φ=φ'-φ''=0.

b) edil şular ýaly düşünjeler bilen çemeleşilse, onda araçäkdäki toplanan zarýadlaryň-da tapawutlary nula deňdir $q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$. Şonuň üçin-de meýdanyň energiýalarynyň tapawutlary-da nula deňdir

$$W_{el.} = \frac{1}{2}\sum \varphi_{ge?r} \cdot q = 0 \qquad \text{ýa-da}$$

$$W_{el.} = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon_a E^2 dV = 0$$

Integralda görkezilen ε_a bilen dV hakyky sanlardyrlar, fiziki nukdaý nazardan olaryň nula deň bolmaklary asla mümkin däldir, diýmek energiýanyň nul bolmagy üçin potensiallaryň tapawudy, ýagny meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň tapawudy nula deň bolýanlygy düşnüklidir.

Netije: iki çözgütli diýilýän $\vec{E}'$ bilen $\vec{E}''$ üýtgeşik diýlip kabul edilen hem bolsa, olar deňgüýçlidirler. Şol deňgüýçlilik hem islendik meseläniň hemişe ýeke-täk çözüliş teoremasynyň bardygynyň subutnamasydyr.

23.9. ELEKTROSTATIKADAKY MESELELERIŇ HÄ SIÝ ETLENDIRILIŞLERI WE OLARY ÇÖZMEGIŇ USULLARY

Durmuşda gabat gelýän islendik mesele, berlen parametrleriň üsti bilen şol meseläni aýdyňlaşdyrmak üçin şol mesledäki näbellini anyklamakdyr. Şonuň üçin-de, elektrostatikada duş gelýän meseleler çözmeli bolanda, nämeler berlen we nämeleri tapmaly diýen soraga juda jogapkärli seretmelidiris. Ynha şular ýaly seresaplylyk bilen seredenlerinde elektrostatikadaky meseleleri umuman üç görnüşe bölýärler.

Meseleleriň birinji görnüşi: Giňişligiň islendik nokadynda φ(x; y; z) potensialyň üýtgeýiş kanuny belli bolup, şol nokatdaky potensialy we meýdany döredýän erkin zarýadlaryň üýtgeýiş kanunlaryny anyklamaly. Şuňa meňzeş meseleleriň ählisini Puassonyň ikinji derejeli differensail deňlemesi bilen çözüp bolýar. Elbet-de, şeýle tertipdäki meseleleriň hemmesi, elektrostatik meýdanda iň ýönekeý (aňsat) meselelerdirler. Şeýle meselä degişli bir mysal işläp göreliň.

23.1-nji mesele. Giňişlikde x – okuna görä potensialyň üýtgeýiş kanuny $\varphi = 5 \cdot x^3 - 60x^2$ deňleme görnüşinde berlen

Puassonyň deňlemesi Dekartyň koordinatasynda

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho_{erkin}}{\varepsilon_a}$$

görnüşinden peýdalanyp $\rho_{erk.}$ - zarýadlaryň üýtgeýiş kanunyny anyklamaly?

Ç özülişi: Potensialyň diňe x – okdan baglylygy sebäpli

$\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0$; $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$ bolar, onda bölekleýin önümden doly önüme geçip bileris

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho_{erk.}}{\varepsilon_a}$$

Berlen deňlemäni iki gezek differensirlänimizden soň, şeýle netijä geleris

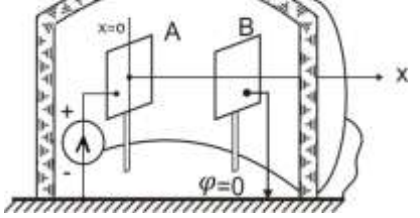
$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 30 \cdot x - 120$$

Onda

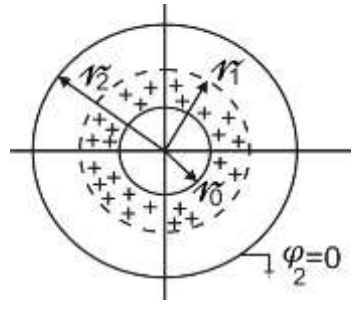
$$\rho_{erk.} = \varepsilon_a(-30 \cdot x + 120) \qquad \text{Kl/m}^3$$

Meseleleriň ikinji görnüşi: Ikinji meseläniň çözgüdi birinji meseläniň tersinedir, ýagny koordinatalar boýunça $\rho_{erk}(x; y; z)$ - zarýadyň üýtgeýşiniň kanuny belli bolup, giňişligiň islendik nokadynda potensialyň bahasyny anyklamaly. Bular ýaly meseleleri-de Puassonyň ikinji derejeli differensial deňlemesinden peýdalanyp işleýärler. Emma ikinji görnüşli deňlemesi birinji görnüşli deňleme bilen deňeşdireniňde meseläniň çözülişi has çylşyrymlydyr. Birnäçe meselelere seredeliň:

23.2-nji mesele. Wakuum giňişliginde 2 sm aralykda iki sany tekiz elektrodlar (plastinalar) ýerleşdirilen. Olaryň biri EHG-si 220 W deň bolan çeşmä birikdirilip beýlekisi bolsa ýere berkidilen (zeminlenen) (23.7-nji çyzga seret)



23.7-nji çyzgy



23.8-nji çyzgy

A – plastinka gyzdyrylanda ondan elektronlar bölünip çykyp, B – plastina tarap hereket edýärler. Praktikada ulanylýan elektronly çyralaryň ählisiniň işleýişleri elektronlaryň uçup gitmek düzgünine esaslanandyr. Netijede wakuumdaky elektrodlaryň aralarynda zarýadlaryň göwrüm dykyzlygynyň ululygy $\rho = -a \cdot \varepsilon_0 \cdot x$ görnüşde üýtgeýär. Deňlemedäki a=30kW/sm^3 . Koordinatyň x – okuna görä potensialyň üýtgeýiş kanunynyň deňlemesini işläp çykarmaly?

Çözülişi: Elektrodyň geometriki ölçegleri olaryň aradaşlygyna görä örän ullakan diýip düşünmeli. Koordinatyň x – okunyň ugry çyzgyda görkezilen.

Potensialyň diňe x –e görä üýtgeýänligi üçin, Puassonyň deňlemesini aşakdaky ýaly ýazyp bileris

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{a \cdot \varepsilon_0 \cdot x}{\varepsilon_0} = a \cdot x$$

x – e görä bir gezek integrirlänimizden soň $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{a \cdot x^2}{2} + c_1$

integrirlänimizden soň şeýle netijäni alarys $\varphi = \frac{a \cdot x^3}{6} + C_1 \cdot x + C_2$

Integrirlemegiň netijesinden emele gelen C_1, C_2 hemişelik koeffisiýentleri, araçägiň şertlerinden anyklarys:

1) x=0 bolanda φ=220 W, diýmek C_2=220 W;
2) x=2 sm bolanda φ=0, onda $\varphi = 0 = 220 + 2 \cdot C_1 + \frac{30 \cdot 8 \cdot 10_3}{6}$

Bu ýerden C_1= - 20110 W sm

Diýmek

$$\varphi = (30 \cdot 10^3 \cdot x^3)\frac{1}{6} - 20110 \cdot x + 220 = 5000 \cdot x^3 - 20110 \cdot x + 220 \text{ W}$$

23.3-nji mesele. Silindrik görnüşli kondensatoryň içki elektrodynyň daş-töweregi zarýadlaryň ρ - göwrüm dykyzlygyna öwrülen koronasy (türkmençe – täji diýmekdir, ýagny elektrodyň üsti zarýadlar bilen örtülen manysynda) bilen gurşap alan içki elektrodyň radiusy r_0 , daşky elektrodyň radiusy r_2, koronanyň radiusy r_1 (23.8-nji çyzgy).1) Içki we daşky elektrodlaryň arasynda izolýasiýa bolup howa hyzmat edýär. Potensialyň üýtgeýiş kanunynyň deňlemesini işläp çykarmaly.

Çözülişi: 1) Içki (birinji) elektrod üçin

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (r\frac{d\varphi_1}{dr}) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Iki gezek r – radiusa görä integrirlänimizden soň

$$\varphi_1 = -\frac{\rho \cdot r^2}{4 \cdot \varepsilon_0} + C_1 \cdot \ln r + C_2$$

2) Elektrodlaryň aralygy ($r_1 < r < r_2$) üçin

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (r\frac{d\varphi_2}{dr}) = 0 \quad \text{onda} \quad \varphi_2 = C_3 \cdot \ln r + C_4$$

Dört sany C_1,C_2, C_3, C_4 nabelli koeffisiýentleri tapmak üçin dört deňleme gerek, olaryň tapylyşy:

a) $r=r_0$ bolanda $\varphi_1 = \varphi_0$ şonuň üçin

$$\varphi_0 = -\frac{\rho \cdot r_0^2}{4\varepsilon_0} + C_1 \cdot \ln r_0 + C_2 \qquad \text{(a)}$$

b) $r = r_1$ bolanda $\varphi_1 = \varphi_2$ şonuň üçin

$$-\frac{\rho \cdot r_1^2}{4\varepsilon_0} + C_1 \cdot \ln r_1 + C_2 = C_3 \ln r_1 + C_4 \qquad \text{(b)}$$

ç) r = r_1 bolanda $\varphi_2 = 0$, onda $\quad 0 = C_3 \cdot \ln r_2 + C_4 \qquad$ (ç)

d) r = r_1 bolanda $\vec{D}$ - wektoryň normal düzüjileri özara deňdirler

$$\varepsilon_0 \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right)_{r=r_1} = \varepsilon_0 \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \right)_{r=r_2} \quad \text{ýa-da} \qquad \text{(d)}$$

$$C_3 = C_1 - \frac{\rho \cdot r_1^2}{2\varepsilon_0} \qquad \text{(e)}$$

Eger-de, a, b, ç, d deňlemeleri özara işlesek, onda

$$C_1 = \frac{\frac{\rho}{4\varepsilon_0}(r_1^2 - r_0^2) + \frac{\rho r_1^2}{2\varepsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - \varphi_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Soňra C_3 – i (e) deňlemeden, C_4 –di (b) deňlemeden, C_2 -ni (a) deňlemeden anyklaýarys.

Meseleleriň üçünji görnüşi: Birinji we ikinji görnüşdäki meseleler praktikada az duş gelýärler. Meseleleriň iň köp ýaýrany üçünji görnüşidir. Meseleleriň üçünji görnüşiniň şerti, köplenç ýagdaýda potensialy ýa-da tutuş zarýady hem-de meýdany döredýän jisimiň geometriýasy belli bolup, giňişligiň islendik nokady üçin $\vec{E}$ dartgynlygyň ýa-da φ – potensialyň üýtgeýiş kanunyny anyklamaly bolýar. Mundan beýläk işlenilip görkeziljek meseleleriň hemmesi diýen ýaly, meseleleriň üçünji görnüşine degişlidir.

Meseleleriň üçünji görnüşini işlemeli bolanda duş gelýän birnäçe adaty ýagdaýlara ýa-da şertlere nähili çemeleşmelidigine seredeliň:

Eger-de, giňişlikdäki elektrostatikanyň meýdany birjynsly bolmasa, onda tutuş giňişligi birnäçe birjynsly böleklere bölüşdirip, her bölek üçin aýratynlykda meýdanyň hasabyny çykarýarlar we iň soňundan giňişligiň islendik nokady üçin şol birjynsly bölekleriň näçeräk dahylynyň bardygyny anyklaýarlar we ahyrky netijäni jemleýärler.

Her bir bölegiň döredýän meýdany Laplasyň deňlemesi bilen hasaplananda, oňa täsirini ýetiräýjek ähli bölekler bilen ylalaşyklar gazanylmalydyr, meselem şol birjynsly diýlip kabul edilen bölekleriň aralarynda döreýän araçäk şertleri hasaba alynmalydyr.

Meseläniň üçünji görnüşini analitiki ýa-da grafiki görnüşlerde hem çözmek bolýar, kä halatlarda (eger-de mümkinçilik bar bolsa) meýdany modulirlemek usuly has ähmiýetlidir.

Analitik usul bilen ýönekeý, hemme taraplaýyn simmetriki meseleler işlänlerinde Gaussyň integral görnüşli deňlemesinden peýdalanýarlar. Eger-de, meseleler belli bir derejede kynçylyklar döretseler, onda Laplasyň (ýa-da Puassonyň) deňlemesine geçirýärler.

Meseleleri analitiki usulda işlänlerinde, olary iki topara bölýärler. Birinjisi Laplasyň deňlemesini integrirlemek bilen meseleleri çözmekdir, ikinjisi bolsa zarýady optiki şekillendirip emeli zarýadlary döredýärler (24.7-nji paragrafa seret). Aslyýetinde emeli zarýadlar araçäkdäki dielektrikleriň polýarlanmagy netijesinde döreýän bendi (dipol) zarýadlary ýa-da elektriki induksiýasyny aňladýarlar.

Eger-de, potensial koordinatyň diňe bir okuna görä üýtgeýän bolsa, onda Laplasyň deňlemesi iň ýönekeý görnüşe eýe bolar.

Eger-de, potensial koordinatyň iki ýa-da üç oklaryna görä üýtgeýän bolsa, onda Laplasyň ikinji derejeli differensial deňlemesini integrirlemek üçin Furýeniň usulundan peýdalanýarlar. Furýeniň usulynyň düýp manysy Laplasyň deňlemesine täze, biri-birinden bagly bolmadyk özgertmeler girizip Laplasyň deňlemesini iki ýa-da üç sany deňlemelere dargatmakdan ybaratdyr (25.2-nji paragrafa seret)

Elektrostatik meýdanlary grafiki usul bilen işlemek hem praktikada juda köp ulanylýar. Bu usulda, ençeme elektrostatiki meýdan güýç çyzyklary we ekwipotensial üstler (çyzyklar manysynda) bilen aňladylýar. Meýdanyň grafik şekilini gurmak, ýagny meýdany grafiki şekillendirmek üçin ýörite tertipleşdirilen düzgünlerden peýdalanýarlar (25.8-nji paragrafa seret)

Elektrostatik meýdany modulirlemek usuly, iň gowy usullaryň biridir. Bu usulda $\vec{E}$ bilen φ ululyklary hasaplamakdan başga-da, elektrostatiki meýdan bilen hemişelik toguň elektrik (hat-da magnit) meýdanlary bilen özara deňeşdirmekde, olaryň fizikasyna (tebigatyna) meselem meňzeşlik alamatlaryna akyl ýetirmek üçin bahasyna ýetip bolmajak ähmiýeti bardyr. Bu usul bilen meseleleriň üçinji görnüşlerini işlänlerinde superpozisiýa (aşa ýokary pozisiýaly) prinsipinden peýdalanylýandygyny ýatladýarys.

Iň soňunda ähli meseleleri jemläp netije çykarsak, onda elektrostatikanyň dürli-dürli meselelrinde meýdanyň dartgynlygynyň $\vec{E}$ - wektoryny ýa-da φ – potensialyny ýa integrirläp tapylýandygyny ýa bolmasa giňişligiň islendik nokady üçin differensirlenilýändigine nazar ýetirmek kyn däldir.

23.10. ELEKTROSTATIK MEÝDANDA ENERGIÝA WE MEHANIKI GÜÝÇ

Elektrostatikada islendik mesele çözülende, esasy fiziki ululyklar hökmünde $\vec{D}$; $\vec{E}$; $\vec{P}$; φ ululyklary anyklaýarlar. Emma, praktiki tarapdan şol meýdanyň energiýasyny bilmeklik ýa bolmasa başga bir zarýadly jisime täsir edýän mehaniki güýjüni anyklamaklyk örän ähmiýetlidir, hatda derňelýän meýdanyň dogry çözülendigine, ulanylan deňlemeleriň dogrudygyna, fiziki nukdaý nazardan baha bermäge giň ýol açýar.

Elektrik meýdanyň elementar dV –göwrümdäki energiýasynyň hasaplanyşy

$$\frac{dW_{el}}{dV}=\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}=\frac{\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}^2}{2}=\frac{\vec{D}^2}{2\cdot\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0} \qquad (23.34)$$

Eger-de, bu deňlemäni tutuş göwrüm boýunça integrirlesek, onda şol göwrüm üçin doly energiýany alarys

$$W_{el}=\int_V\frac{1}{2}\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}^2dV \qquad (23.35)$$

Ozal bize belli bolşy ýaly

$$\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}^2=\vec{D}\cdot\vec{E}=-\vec{D}\cdot grad\varphi=-di\vartheta(\varphi\cdot\vec{D})$$

sebäbi göwrümde zarýadyň ýok wagty

$di\vartheta\cdot(\varphi\cdot\vec{D})=\varphi\cdot di\vartheta\vec{D}+\vec{D}\cdot grad\varphi$ Şonuň üçin-de $di\vartheta\vec{D}=0$ onda

$$\frac{1}{2}\int_V\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}^2dV=-\frac{1}{2}\int_V di\vartheta(\varphi\cdot\vec{D})dV \qquad (23.36)$$

Bu deňlemäniň sag tarapyny Ostrogradskiý-Gaussyň teoremasy boýunça özgertsek

$$-\frac{1}{2}\int_V di\vartheta(\varphi\cdot\vec{D})dV = -\frac{1}{2}\oint_S \varphi\cdot\vec{D}\cdot d\vec{S} \qquad (23.37)$$

Onda tutuş göwrüm boýunça doly energiýa

$$\frac{1}{2}\int \varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\vec{E}^2 dV = -\frac{1}{2}\int_{S\infty}\varphi_\infty\cdot D_n\cdot dS + \sum -\frac{1}{2}\int_{Sgecir}\varphi_{gecir}\cdot D_n\cdot dS \qquad (23.38)$$

Deňlemedäki S_∞ göwrümi gurşap alýan sferanyň üsti, S $_{\text{geçir}}$ - zarýadlanan geçirijileriň üstleri.

Umuman, energiýanyň hasaplanyşy (23.35) deňlemä laýyklykda

$W_{el.} = \frac{1}{2}\sum\varphi_{ge?r.}\cdot q$ diýip aňladyp bileris.

Elektrostatik meýdanyň güýji (potensialy), meselem zarýadlanan geçirijilere täsir edýän güýji adaty mehaniki düşünje bilen hem düşündirmek bolýar.

Eger-de, gözlenýän güýjüň täsiri netijesinde, zarýadlanan geçiriji dx aralyga süýşdi diýsek, onda $F_x\cdot dx$ - ululyga deň iş ýerine ýetirilýär diýildigidir. Diýmek, meýdanyň energiýasy şonça-da azalýar

$$F_x\cdot dx = -\frac{\partial w}{\partial x}dx \qquad (23.40)$$

Bu deňlikden güýjüň x – okuna görä düzüjisi $F_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$ (23.41)

Koordinatanyň beýleki oklaryna görä-de güýçleriň anyklanyşlary birmeňzeşdir.

$$\vec{F} = -(\vec{i}\frac{\partial W}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial W}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial W}{\partial z}) = -drad\cdot W$$

Eger-de, mehaniki güýjüň S – üst boýunça dykyzlygyny bilmeklik gerek bolsa, onda $\vec{F}\cdot d\vec{S}$ görnüşinde aňladylýar.

Bu güýç dykyzlygynyň bitiren işi $\vec{F}\cdot d\vec{S}\cdot d\vec{\ell}$ görnüşde aňladyp bileris

Ähli işi tapmak üçin integrala geçmelidiris

Integralyň astyndaky $F = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ deňdir (23.42)

ýagny geçirijiniň üstündäki islendik nokatda mehaniki güýjüň ululygy şol nokatdaky energiýanyň göwrüm dykyzlygyna deňdir.

Elementar güýç $FdS = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}\cdot d\vec{S}$ deň bolup elementar $\delta\cdot dS = DdS$ zarýada täsir edende, meýdanyň E – dartgynlygynyň ýarty bahasy, ýagny $\frac{1}{2}$E – bilen çäklenýär.

Şeýleleikde, zarýadly geçirijiniň islendik nokadynda meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň deň ýarysy geçirijiniň öz nokatlanç zarýady bilen, beýleki deň ýarysy bolsa, başga zarýadlar bilen döredilýär diýen netijä gelýäris.

23.11. TEKIZLIGI – PARALLEL, TEKIZLIGI – MERIDIAN HEM-DE DEŇÖLÇEGLI MEÝDANLAR HAKDA GYSGAÇA MAGLUMATLAR

Okuw kitaplarynda we ylmy makalalarda duş gelýän tehniki terminleriň arasynda parallel tekizlikli, meridian tekizlikli ýa-da deňölçegli meýdan ýaly düşünjelere juda köp duş gelinýär.

Bularyň hersi hakda gysgajyk maglumatlar bilmeklik ähmiýetlidir:

1) Parallel tekizliikli meýdan diýlip, meýdanyň şekili, ýagny ekwipotensialyň we güýç çyzyklarynyň toplymy – Dekartyň koortinatynda haýsy-da bolsa bir oka görä (meselem z – oka görä) hemişeligini we perpendikulýarlygyny saklap, ähli tekizliklerde ýoýulman gaýtalanýan bolsa aýdylýar. Mysal hökmünde iki sany sim geçirijiniň meýdanyny göz öňüne getirip görüň. Eger-de, haýsy-da bolsa bir simiň okuny z – oky bilen utgaşdyrsak, onda meýdanyň φ – potensialy z – oka görä hemişelik ululykda galar.

2) Meridian tekizlikli meýdan diýlip, meýdanyň şekili , ýagny ekwipotensialyň we güýç çyzyklarynyň toplumy – silindriki we sferiki koordinatalarynda α - okuna görä hemişeligini we perpendikulýarlygyny saklap, ähli meridian tekizliklerde ýoýulman gaýtalanýan bolsa aýdylýar. Mysal hökmünde deňölçegli meýdanda şary ýerleşdirilenden soň emele gelen meýdanyň şekili (25.2-nji çyzga seret), ýa-da 24.4-nji çyzgyda görkezilen **dipolyň** meýdany. Şol iki mysal-da φ-potensial r - radiusdan we θ-ekwatordan baglylykda üýtgäp, α-dan bagly däldir.

Meridian tekizligi emele getirýän meýdan kä halatlarda diňe bir koordinatadan baglylykda üýtgemegi-de mümkindir.

3) Deňölçegli meýdan diýlip, giňişligiň ähli nokatlarynda meýdanyň $\vec{E}$ - dart - gynlyklary birmeňzeş bolanda aýdylýar. Mysal hökmünde kondensatoryň gatlaklarynyň aralarynda erkin zarýadlaryň ýok wagty döreýän elektrik meýdanyny getirmek bolar, elbetde kondensatoryň gatlakalarynyň gyraçetlerindäki meýdanyň ýoýulmaklaryny hasaba almazlyk şerti bilen.

Praktikada duş gelýän tehniki mysallaryň köpüsinde ne parallel tekizlikli, ne meridian tekizlikli meýdan ne-de deňölçegli meýdan duş gelýär. Şonuň üçin-de, mysallary işlänlerinde grafiki usullardan peýdalanýarlar. Grafiki usul bilen elektrostatiki meýdanlaryň hasaplanyşlary 25.8-nji paragrafda seredildi.

23.4-nji mesele. Izolýasiýasy iki gatdan gurnalan tekiz kondensatoryň (23.9-njy çyzga seret) gatlaklarynyň aralaryndaky E - dartgynlygyny, C - sygymyny anyklamak üçin degişli deňlemelerini işläp çykarmaly.

Meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň, $\vec{D}$-elektrik induksiýasynyň hem-de φ-potensialynyň X-okuna görä grafiklerini gurmaly.

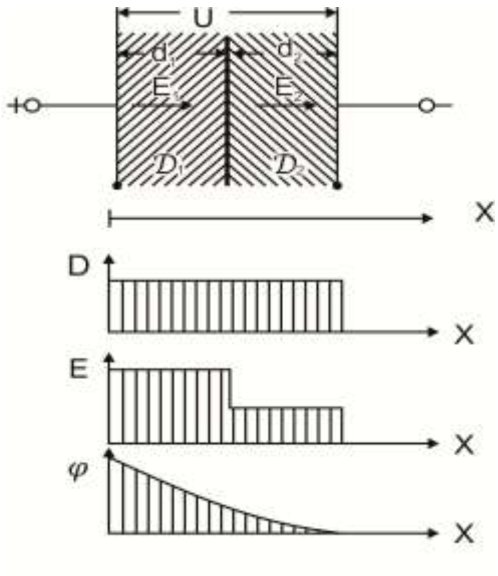
Kondensatoryň içindäki dielektrikleriniň birinji gatynyň galyňlygy d_1: ikinji gatynyň galyňlygy d_2 . Şol gatlaklardaky dielektrikleriň absolýut dielektrik syzyjylyklary degişlilikde ε_{a1} we ε_{a2}. Deňlemeler çykarlanda $\varepsilon_{a1} = 2\varepsilon_{a2}$; $d_2 = d_1 \cdot 1{,}5$ diýip kabul etmeli.

Çözülişi: Kondensatoryň birinji gatlagyna degişli ululuyklary 1-lik, ikinji gatlagyna degişli ululyklary 2-lik sanlar bilen belgileýäris. Goý kondensatordaky naprýaženiýe U bolsun. Gatlaklarynyň gyralaryndaky meýdanyň ýoýulmalaryny hasaba almaýarys. Şeýle şertlerde biz deňölçegli meýdany alarys.

Araçäk şertlerine esaslanyp $D_{n1} = D_{n2}$ ýa-da $\varepsilon_{a1} \cdot E_{1n} = \varepsilon_{a2} E_2$ (a)

Şeýleleikde, dartgynlyklaryň $\frac{E_{1n}}{E_{2n}}$ gatnaşyklary dielektriki syzyjylyklaryň $\frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{a2}}$ gatnaşyklaryna ters proporsionaldyrlar.

23.9-njy çyzgydaky ekwiwalent shema laýyklykda



23.9-njy çyzgy.

$$\int_0^{d1}\vec{E}\cdot d\vec{x}+\int_{d1}^{d1+d2}\vec{E}_2\cdot d\vec{x}=U \qquad \text{ýa-da}$$

$$\vec{E}_1\cdot d_1+\vec{E}_2\cdot d_2=U \quad \text{(b)}$$

(a)bilen (b) deňlemeleri özara işlesek, onda

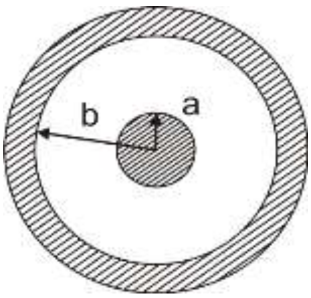
$$E_1=\frac{U}{d_1+\frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{a2}}\cdot d_2}$$

Kondensatoryň sygymynyň anyklanyşy

$$C=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{S}{\frac{d_2}{\varepsilon_{a2}}+\frac{d_1}{\varepsilon_{a1}}}$$

$\vec{D}$; $\vec{E}$; φ ululyklaryň umumy görnüşdäki grafikleri 23.9-njy çyzgyda ýerleşdirildi

<u>23.5-nji mesele</u> . Içki we daşky elektrodlaryň aralary howa bilen doldurylan simmetriki silindrik görnüşde ýasalan kondensatoryň (23.10-njy çyzga seret) içki elektrodynyň radiusy a=1 sm, daşky elektrodynyň (gabygyň) radiusy b = 2 sm. Kondensatoryň uzynlygy $\ell=20$ sm, Gatlaklaryndaky toplanan zarýadlaryň mukdary $Q=6{,}36\cdot10^{-9}$ Kl. Elektrodlaryň aralarynda döreýän meýdanyň E – dartgynlygyny, D – elektrik induksiýasyny (elektrik süýşmegini), P – polýarlanyşyny anyklamaly.



23.10-njy çyzgy.

<u>Çözülişi</u>: Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp a < r < b aralyk üçin deňleme ýazýarys.

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S}=\oint_S DdS=D\oint_S dS=2\pi\cdot r\cdot\ell\cdot D=Q$$

Onda

$$D=\frac{Q}{2\pi r\ell}=\frac{6{,}36\cdot10^{-9}}{2\cdot3{,}14\cdot20\cdot r}=\frac{5{,}11\cdot10^{-9}}{r} \qquad \frac{Kl}{m^2}$$

$$E=\frac{D}{\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0}=\frac{5{,}11\cdot10^{-9}}{1\cdot8{,}86\cdot10^{-12}\cdot r}=\frac{578}{r}\frac{W}{sm}$$

$P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\cdot E=0$ sebäbi $\varepsilon_r=1$

23.6-njy mesele. Ý okarda seredilen 23.5-nji mesele üçin silindrik görnüşli kondensatoryň elektrodlarynyň aralarynda döreýän potensiallaryň tapawudyny ýagny naprýaženýäni hasaplamaly.
Çözülişi: (28.7)-nji deňlemä esaslanyp naprýaženýäni hasaplaýarys

$$U=\int_a^b Edr=\int_a^b\frac{578}{r}dr=578\ell n\frac{b}{a}=400\ \text{W}$$

23.7-nji mesele. Ý ene-de 23.5-nji mesele üçin silindrik kondensatoryň elektrodlaryndaky meýdanyň dartgynlygyny $E=400\frac{W}{sm}$ ululykda hemişelik saklamak üçin gatlaklarynyň arasyndaky dielektrik syzyjylygy nähili kanuna laýyklykda üýtgetmeli ?
Ç özülişi: $D=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot E$ formuladan dielektrik syzyjylygy alýarys,

$$\varepsilon_r=\frac{D}{\varepsilon_0\cdot E}=\frac{\frac{5.31\cdot10^{-11}}{r}}{8.86\cdot10^{-12}\cdot400}=\frac{1.44}{r}$$

Şeýle bolanda naprýaženiýe üýtgemän, hemişeliginde galýar, sebäbi

$$U=(b-a)\cdot E=(2-1)\cdot400=400\ \text{W}$$

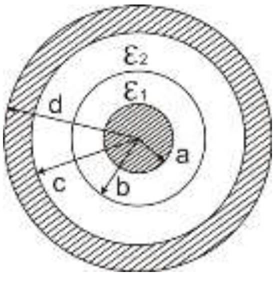
23.8-nji mesele. Koaksal kabeliň ýokary temperaturada işlemäge mejbur bolýandygy sebäpli, onuň elektrodlarynyň aralaryndaky gaty dielektrikde $\varepsilon_r=6$, howa boşlugy emele gelipdir (23.11-nji çyzgy). Howa boşlugynyň giňligi b-a = 0,5 sm. Elektrodlaryň radiuslary a=0,5 sm; c=2 sm; d=2,5 sm.
Kabeliň birlik uzynlygy üçin C – sygymy hasaplamaly.

Çözülişi: Ilki bilen kabeliň içki elektrodynda Q-zarýadyň toplanmagy bar diýip kabul edýäris.

Soňra daşky we içki elektrodlara görä potensiallaryň tapawudyny kesgitläp C-sygymy anyklaýarys. $C=\frac{Q}{U}$

Gaussyň teoremasyna laýyklykda

$$\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int EdS\cos\alpha=\oint EdS=E\cdot S==E\cdot2\pi r\cdot\ell=\frac{Q}{\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0}$$



Howa boşlygy üçin ($\varepsilon_1=\varepsilon_r=1$), onda

$$E_1=\frac{Q}{2\pi\cdot\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot r\cdot\ell}=\frac{\tau}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot r}$$

Gaty izolýasiýa üçin

$$E_2=\frac{Q}{2\pi\cdot\varepsilon_2\cdot\varepsilon_0\cdot r\cdot\ell}=\frac{\tau}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_2\cdot\varepsilon_0\cdot r}$$

23.11-nji çyzgy.

Kabeliň içki elektrodyndan tä daşky gatlagyna çenli islendik nokatda potensialyň anyklanyşy $\varphi = \int_r^c E dr$

Onda, $b \le r \le c$ aralyk üçin

$$\varphi_2 = \int_r^C E_2 dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0}\int_r^C \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0}\ell n\frac{c}{r}$$

$a \le r \le$ b aralyk üçin

$$\varphi_1 = \int_r^C E dr = \int_r^b E_1 dr + \int_b^c E_2 dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ell n\frac{b}{r} + \frac{1}{\varepsilon_2}\ell n\frac{c}{b}\right)$$

Kabeliň daşky gatlagy Ýere birkdirilende $U = (\varphi\ )_{r=a}$ deň bolar, onda

$$U = (\varphi_1)_{r=a} = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0}\left(\ell n\frac{b}{a} + \frac{1}{\varepsilon_2}\ell n\frac{c}{b}\right)$$

Soňra, kabeliň birlik uzynlygy üçin sygymy anyklaýarys

$$C_0 = \frac{c}{\ell} = \frac{Q}{\ell \cdot U} = \frac{\tau}{U} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ell n \, b/a + 1/\varepsilon_2 \cdot \ell n \, c/b} = \frac{2\pi \cdot 8.86 \cdot 10^{-12}}{\ell n\frac{1}{0.5} + \frac{1}{6}\ell n\frac{2}{1}} = 68.8 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$

ÝIGRIM DÖRDÜNJI BAP

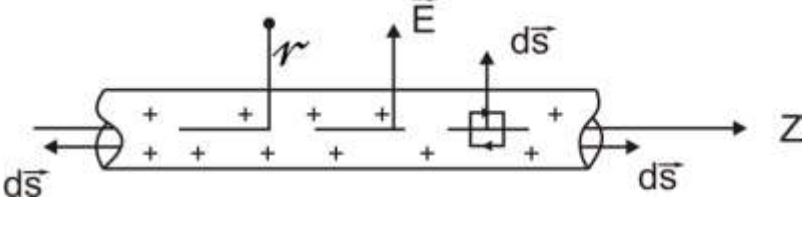
ELEKTROSTATIKADAKY DEŇLEMELERIŇ INTEGRAL GÖRNÜŞDE PEÝDALANYŞY

24.1. ZARÝADLY SIMIŇ MEÝDANY

Telegraf ýa-da elektrik simleri buludyň, ýeliň sürtülmekleri netijesinde artykmaç zarýadlary özünde saklamaga ukyplydyrlar. Şular ýaly geçiriji simlere zarýadly simler diýilýär. Eger-de, geçiriji (zarýadly) simiň uzynlygy tükeniksize ymtylsa, onda zarýadlanan sime zarýadlanan ok hem diýýärler.

Gaussyň teoremasynyň integral görnüşli deňlemesi haýsy-da bolsa simmetriýanyň bir görnüşine eýe bolanda, meselem deňlemäniň tekizlige ýa nokada (merkeze) ýa bolmasa uzyn simiň okuna görä simmetriki bolanda peýdalanýarlar.

Ilkinji mysal hökmünde zarýadlanan okuň, ýagny uzynlygy tükeniksizlige ymtylýan inçe simiň meýdanyny özleşdireliň (24.1-nji çyzgy)



24.1-nji çyzgy.

Çyzgyda geçiriji simiň oky silindriň koordinatynyň z – okuna gabat getirildi, sebäbi uzyn geçiriji simiň daşyndan üst emele getirsek, biz uzyn silindr alarys. Geometriýadan belli bolşy ýaly silindiriň üstüniň meýdany $S = 2\pi r \cdot \ell$. Bu ýerde r – zarýadyň okundan tä giňişlikdäki islendik nokada çenli aralygy aňlatsa, ℓ - silindriň boýuna görä uzynlygydyr.

Çyzgydan görnüşine görä, elektrostatikada meýdanyň E – dartgynlygy simiň uzynlygynda hemişelik saklanyp, diňe silindriň (zarýadyň okunyň) keseligine ýagny r – radiusa görä ugrukdyrylandyr. Netijede, zarýadly okuň birlik uzynlygy üçin (meselem 1 m ýa-da 1 km) Gaussyň teoremasyny birjynsly giňişlik üçin şeýle ýazyp bileris

$$\oint_{S.} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S} EdS = E \cdot S = E \cdot 2\pi r\ell = \frac{Q}{\varepsilon_a} \qquad (24.1)$$

Eger-de, $\frac{Q}{\ell} = \tau$ ululygy, zarýadyň uzynlyk dykyzlygy diýip kabul etsek, onda giňişligiň islendik nokady üçin meýdanyň dartgynlygy

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (24.2)$$

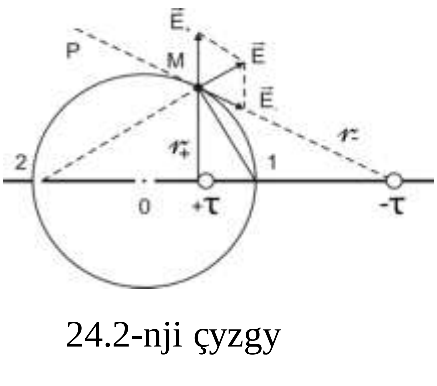
Görşümiz ýaly, meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy r - radiusa ters proporsionaldyr. Zarýadly simiň meýdanynda islendik nokat üçin potensialyň anyklanyşy

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d = -\int \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ell nr + c = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ell n \frac{1}{r} + c \qquad (24.3)$$

Potensial zarýadlaryň emele getiren okuna görä natural logorifmiň kanunyna görä üýtgeýär.

24.2 IKI SANY ZARÝADLANAN SIMIŇ MEÝDANY

Eger-de, iki sany simiň birinjisi zarýadlaryň - τ dykyzlygy, beýlekisi zarýadlaryň $+\tau$ dykyzlygy bilen zarýadlanan bolsalar (24.2-nji çyzga seret), onda Gausyň teoremasy boýunça, giňişligiň islendik M nokadyndaky potensial zarýadly oklaryň her biriniň aýratynlykda döredýän potensiallaryň netijelerinden jemlenýär. Çyzgyda r_- ýa-da r_+ giňişlikde görkezilen M - nokatdan $(-\tau)$ we $(+\tau)$ zarýadlaryň oklaryna çenli aralyklardyrlar.



24.2-nji çyzgy

$$\varphi_M = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ell n \frac{1}{r_-} + \frac{-\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ell n \frac{1}{r_+} + C =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ell n \frac{r_-}{r_+} + C \qquad (24.4)$$

Iki sany zarýadlanan simiň emele getirýän ekwi(deň) - potensial meýdany, $\frac{r_-}{r_+} =$ $const$ hemişelik gatnaşyk bilen düşündirilýär. Ekwipotensial diýlip hemme ýerde potensiallary deň bolan meýdana (ýa-da üste) aýdylýar.

Geometriýadan Apollonyň teoremasy hemmä bellidir. Şol teoremada, iki sany okdan (merkezden) gaýdýan radiuslaryň gatnaşygy hemişelikliginde saklansa, onda şol gatnaşygyň hereketiniň netijesi töweregi emele getirýändigi subut edilýär. Şonuň üçn-de, iki sany zarýadly okuň $\frac{r_-}{r_+} = const$ gatnaşygynyň emele getirýän ekwipotensialy töwerekdir. Şol ekwipotensial üsti (ýagny töweregi) nähili gurmaly? Giňişlikde görkezilen M – nokady $-\tau$ we $+\tau$ uzynlyk dykyzlyklarynyň oklary bilen birleşdirýäris, soňra (r_+, M, r_-) hem-de (pMr_+) burçlara bissektrisalar geçirýäris. Bissektrisalaryň x – oky bilen kesişýän ýerlerini 1 we 2 sanlar bilen belgilesek töweregiň diametrini alarys. M, 1 we 2 nokatlar töweregiň üstünde ýatýarlar. Töweregiň merkezini tapmak üçin 1 we 2 nokatlaryň aralygynyň ýarysyny almak ýeterlikdir.

24.3. ZARÝADLY KESIMIŇ MEÝDANY

Zarýadlanan kesimiň meýdany, diňe bir elektrostatik meýdany bilen çäklenmän, eýsem elektromagnit meýdanlarynda-da juda köp duş gelýän meseleleriň biridir (meselem, elektromagnit tolkunlaryny şöhlelendirjiler, antenalar, rezonatorlar we ş.m).

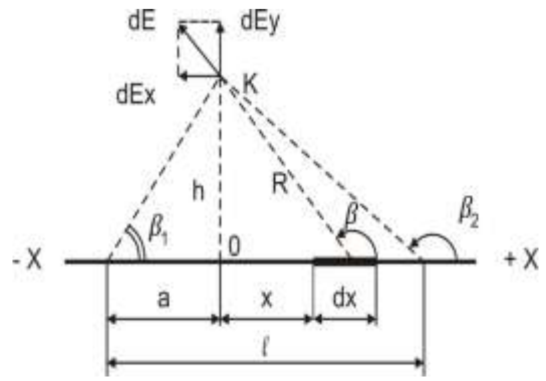
24.3-nji çyzgyda uzynlygy ℓ - e deň bolan geçiriji simiň zarýadlanan oky görkezilen giňişligiň islendik k – nokadynda meýdanyň E – dartgynlygynyň we φ – potensialynyň deňlemesini çykarmaly.

Dekartyň gönüburçly koordinatyny kabul edýäris we çyzgydaky ýaly ýerleşdirýäris. Uzynlygy „dx” deň bolan kiçijik kesimi öz islegimiz boýunça saýlap alýarys. Bu elementar kesimiň juda kiçiligi sebäpli, belli bir uzaklykdan ony nokatlanç zarýad hökmünde seredip bileris. Onda k – nokada degişli nokatlanç zarýad üçin Gaussyň teormasyny ýazalyň

$$dE = \frac{\tau \cdot dx}{4\pi \cdot \varepsilon_a \cdot R^2} \qquad (24.5)$$

dE – wektoryň x – oka görä proýeksiýasynyň tapylyşy

$$dE_x = dE \cdot \cos(180^0 - \beta) = -\frac{-\tau \cdot dx \cdot \cos\beta}{4\pi\varepsilon_a R^2} \qquad (24.6)$$



24.3-nji çyzgy

Çyzgyda β – burçuň hasaby R – radiusa çenli plýus +x - okdan başlanýar. dE_y – wektoryň y-oka bolan proeksiýasy

$$dE_y = dE \cdot \sin(180^0 - \beta) = \frac{\tau \cdot dx \cdot \sin\beta}{4\pi \cdot \varepsilon_a \cdot R^2} \qquad (24.7)$$

Eger-de, $R = \frac{h}{\sin\beta}$; $x = -h \cdot ctg\beta$; $dx = \frac{h \cdot d\beta}{\sin^2\beta}$ diýip belgilesek, onda E dartgynlygyň: x – okuna proeksiýasynyň tapylyşy

$$E_x = \frac{-\tau}{4\pi\varepsilon_a \cdot h}\int_{\beta 1}^{\beta 2}\cos\beta \cdot d\beta = \frac{\tau}{4\tau\varepsilon_a \cdot h}(\sin\beta_1 - \sin\beta_2) \qquad (24.9)$$

y – okuna proeksiýasynyň tapylyşy

$$E_y = \frac{-\tau}{4\pi\varepsilon_a \cdot h}\int_{\beta 1}^{\beta 2}\sin\beta \cdot d\beta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_a \cdot h}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2) \qquad (24.9)$$

Onda bu iki proeksiýalaryň (düzüjileriň) jemi Pifogoryň teoremasyna laýyklykda

$$E = \sqrt{E_x{}^2 + E_x{}^2} \qquad (24.10)$$

Giňişligiň islendik k – nokadynda nokatlanç zarýadyň potensialy

$$d\varphi = \frac{\tau \cdot dx}{4\pi\varepsilon_a \cdot R} - \frac{\tau \cdot d\beta}{4\pi\varepsilon_a \cdot \sin\beta} \qquad (24.11)$$

$$\int_{\beta 1}^{\beta 2}\frac{d\beta}{\sin\beta} = -Arcsh \cdot (ctg\beta)\Big|_{\beta 1}^{\beta 2}$$

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_a}(Arc \cdot sh\frac{\ell - a}{h} + Arcsh\frac{a}{h}) \qquad (24.12)$$

<u>24.1-nji mesele.</u> Uzynlygy ℓ, radiusy r-e deň bolan τ – zarýadly ýeke-täk uzyn simiň sygymyny anyklamaly.

<u>Çözülişi:</u> Giňişligiň islendik nokady üçin (24.12) deňlemeden peýdalanyp K nokatdaky potensialy ýazarys (meselem, simiň üstünde h = r diýip kabul edýäris.)

$$\varphi_{ort} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_a} \cdot \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell}\left(Arcsh\frac{\ell - a}{r} + Arcsh\frac{a}{r}\right)da = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\ell}\int_0^{\ell}Arcsh\frac{a}{r}da$$

$$\int Arc \cdot shx \cdot dx = x \cdot Arc \cdot shx - \sqrt{1 + x^2} \qquad \text{onda}$$

$$\varphi_{ort.} = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_a}\left[Arcsh\frac{\ell}{r} - \sqrt{1 + (\frac{r}{\ell})^2} + \frac{r}{\ell}\right]$$

Ý eke-täk simiň sygymynyň tapylyşy $C = \frac{\tau \cdot \ell}{\varphi_{ort.}}$

Şonuň üçinde, bir sany silindrik şekilli simiň sygymy

$$C = 2 \cdot \pi\varepsilon_0\ell\left[arcsh\frac{\ell}{r} - \sqrt{1 + (\frac{r}{\ell})^2} + \frac{r}{\ell}\right]$$ kwadrat skobkanyň içini ýönekeýleşdirip

bolýar, sebäbi

$Arcshx = \ell n(x + \sqrt{1 + x^2})$ bolýanlygy üçin x>>1; $Arcshx \approx \ell n 2x$

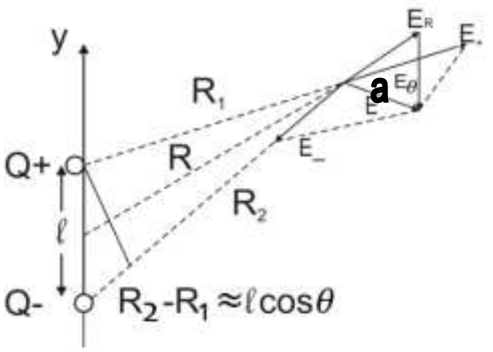
we $\frac{\ell}{r}$ >>1 bolanda skobka $\ell n\frac{\ell}{r} + \ell n2 - 1$ deň. Netijede

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot \ell}{\ell n \frac{\ell}{2} - 0.307}$$

24.4. DIPOLYŇ MEÝDANY

Ýokarda belläp geçişimiz ýaly, iki sany ters alamatly zarýadlaryň belli bir ℓ - aralykda (özara dartgynly ýagdaýda) durmaklaryna dipol diýilýär (24.4-nji çyzga seret). Dipola degişli meseleler çözülende sferiki sistema koordinatadan peýdalanýarlar. Ç yzgyda görkezilen R_1 we R_2 „a“ nokatdan +Q bilen –Q zarýadlara çenli degişlilikdäki radiuslardyr. Radiuslaryň ortaça aralygy R. Eger-de, y – oky R – radiusyň aralaryndaky emele gelýän burçy θ bilen belgilesek, onda „a“ nokatda potensialyň tapylyşy

$$\varphi = -\int_{R_1}^{R_2} Edr = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2}$$



24.4-nji çyzgy.

Eger-de, R>>ℓ bolsa, onda $R_1 \cdot R_2 \approx R^2$; $R_2 - R_1 = \ell \cdot \cos\theta$ diýip bileris. Şonuň üçin-de

$$\varphi = \frac{Q \cdot \ell \cdot \cos\theta}{4\pi \cdot \varepsilon_a \cdot R^2} \qquad (24.13)$$

Meýdanyň „a“ nokadynda dartgynlygyň R – radial we θ - meridian düzüjileri

$$E_R = -\frac{\partial\varphi}{\partial R} = \frac{Q \cdot \ell \cdot \cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 \cdot R^3} \qquad (24.14)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{R}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = \frac{Q \cdot \ell \cdot \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^3} \qquad (24.15)$$

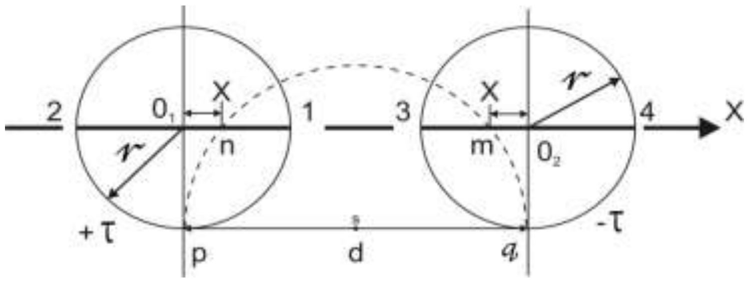
Pifogoryň teoremasyna laýyklykda

$$E = \sqrt{E^2 + E^2{}_\theta} = \frac{Q \cdot \ell}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_3}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta} \qquad (24.16)$$

Şeýlelikde, dipolyň meýdanynda: φ – potensial R – radiusyň kwadratyna ters proporsional üýtgeýän bolsa, onda E – dartgynlyk şol radiusyň kubuna ters proporsional üýtgeýär.

24.5. IKI SANY ZARÝADLANAN GEÇIRIJI LINIÝANYŇ MEÝDANY WE OLARYŇ ARASYNDAKY ELEKTRIK SYGYMY

Şular ýaly goşa (jübüt) liniýanyň elektrik meýdany dwigatelleriň, transformatorlaryň, generatorlaryň sarymlarynyň aralarynda, ýa bolmasa özara juda golaý ýerleşdirilen liniýalarda, kabellerde duş gelýär (24.5-nji çyzga seret)



24.5-nji çyzgy

Simleriň geometriki merkezlerine görä özara d – aradaşlyklary, olaryň r- radiuslary berlen ýagdaýda, simlerde toplanan zarýadlaryň elektrik oklaryny (m,n nokatlary) tapmaly,

Eger-de, d – aradaşlyk uly (d>>r) bolsa, onda geometriki we elektriki oklar gabat gelýärler, ýagny „n“ nokat „0_1“ nokat bilen „m“ nokat bolsa „O_2“ bilen gabat gelýärler. Tersine „d“ aradaşlyk näçe ýakynlaşdygyça zarýadlaryň merkezleriniň oky, geometriki oklardan aýrylyp süýşüp başlaýarlar, meselem „n“ – ok 1-nji nokada tarap, „m“ ok bolsa 3-nji nokada tarap süýşýärler.

Çyzgyda görkezilen bu iki simiň özara simmetriýa ýagdaýdadyklaryndan peýdalanyp 1;2 nokatlar üçin $\frac{r_-}{r_+} = const$ gatnaşygy ýazalyň

1-nji nokat üçin $\frac{r_-}{r_+} = \frac{d-r-x}{r-x}$ 3-nji nokat üçin $\frac{r_-}{r_+} = \frac{r-x}{d-r-x}$

2-nji nokat üçin $\frac{r_-}{r_+} = \frac{d+r-x}{r+x}$ 4-nji nokat üçin $\frac{r_-}{r_+} = \frac{r+x}{d+r-x}$

Eger-de, elektrostatik meýdanda geçiriji simiň üsti ekwipotensialdygyny nazarda tutsak, onda 1 we 2 nokatlar üçin gatnaşyklary özara deňläp, soňra x – näbellini anyklap bileris.

$$\frac{d-r-x}{r-x} = \frac{d+r-x}{r+x} \quad \text{ýa-da} \quad x = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - r^2} \qquad (24.17)$$

Zarýadlaryň elektrik oklarynyň ýerleşýän ýerlerini (x-okuna görä) grafiki usul bilen-de anyklamak bolýar, onuň üçin p; q – nokatlary birleşdirýän aralyga deň bolan töwerek geçirýäris, onda bu töwerek absissa oky iki gezek kesip geçer we netijede "m" bilen "n" oklaryň ýagdaýlaryny görkezer.

Bular ýaly goşa (jübüt) simiň aralaryndaky sygymy anyklamak gerek bolsa, onda 1 we 3 bilen bellenen nokatlardaky potensiallar üçin deňlemeleri işläp çykarmaly, onda

$$U_{1;3} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ell n\frac{d-r-x}{r-x} - \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ell n\frac{r-x}{d-r-x} = \varphi_1 - \varphi_3$$

haçanda d>>r; x<<r bolanda

$$U_{1;3} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\cdot 2\ell n\frac{d}{r} = \frac{\tau}{\pi\varepsilon_0}\ell n\frac{d}{r} \qquad (24.18)$$

Soňra, $C = \frac{\tau}{U_{13}}$ deňlemäniň esasynda bu iki geçiriji simiň elektrik sygymyny anyklap bileris

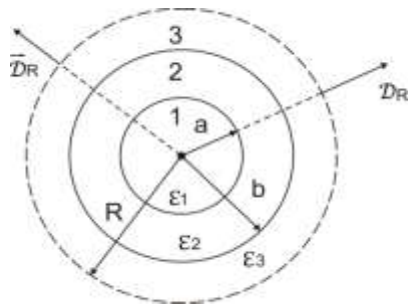
$$C = \frac{\tau}{U_{13}} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ell n \frac{d}{r}} \qquad (24.19)$$

(24.19) deňlemeden şeýle netijä gelýäris: Iki sany zarýadlanan simleriň özaralaryndaky sygymy ol simlerdäki zarýadlaryň τ uzynlyk dykyzlygyndan we potensiallaryň tapawudyndan bagly bolman, diňe olaryň geometriki (d; r) ölçeglerinden we şol simleri gurşap alan giňişlikleriň dielektriki ε_a - syzyjylygyndan baglydyr.

24.6. ZARÝADLANAN ŞARYŇ MEÝDANY

Islendik şaryň geometriýasy simmetrikdir. Şonuň üçin-de, zarýadly şaryň meýdany Gaussyň teoremasynyň integral görnüşi bilen hiç hili şübhesiz anyklap bolýar (24.6-njy çyzga seret).

Birjynsly dielektrigiň giňişliginde göwrüm dykyzlygy ρ – ululyga deň bolan zarýadly şar ýerleşdirilen. Ol şaryň daş töweregi-de dielektrik bilen sferiki görnüşde gurşalan. Sferiki giňişligiň islendik böleginde meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygyny we φ – potensialyny tapmaly.Şara degişli meseleleri çözmek üçin sferiki koordinatyň merkezini şaryň merkezi bilen gabat getirip işlemek ähmiýetlidir. Şular ýaly simmetriki şaryň (sferanyň) üstünde $\vec{D}$ - wektoryň diňe radial düzüjisi bolýar, ýagny $D=D_R$. Gaussyň teoremasy



24.6-njy çyzgy

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int D_R \cdot dS = D_R \int dS = D_R \cdot 4\pi R^2 = Q \qquad (24.20)$$

Zarýadlaryň göwrüm dykyzlygy

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

onda $D_R \cdot 4\pi \cdot R^2 = \frac{4}{3}\pi a^3 \cdot \rho$ (24.21)

Edil şeýle-de, meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň-da diňe radial düzüjisi bolar.

$$E_R = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad (24.22)$$

Bu deňlemeden giňişligiň islendik nokady üçin potensialy anyklarys

$$\varphi = -\int E_R \cdot dR$$

Sferik giňişligiň 1-nji böleginde (24.21) deňlemäniň esasynda $(0 \le R \le a)$

$$D_1 \cdot 4\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

Elektrik induksiýasy $D_1 = \frac{\rho R}{3}$

Elektrik meýdanyň dartgynlygy

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \frac{\rho \cdot R}{3\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1}$$ bolar.

Elektrik potensialyň anyklanyşy

$$\varphi_1 = -\int E_1 \cdot dR = -\int \frac{\rho \cdot R}{3\varepsilon_0 \varepsilon_1} \cdot dR = -\frac{\rho \cdot R^2}{6\varepsilon_0 \varepsilon_1} + A_1 \qquad (24.23)$$

Bu ýerde A_1 – integrirlenmegiň hemişelik koeffisiýenti

<u>2-nji oblastda</u> $(a \le R \le b)$

$$D_2 \cdot 4\pi \cdot R^2 = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho = Q$$

Elektrik induksiýasy, şeýle-de elektrik dartgynlygy degişlilikde

$$D_2 = \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot R^2}; \qquad E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot R^2}$$

Elektrik potensialy

$$\varphi_2 = -\int E_2 \cdot dR = -\int \frac{Q \cdot dR}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_2 R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_2 R} + A_2 \qquad (24.24)$$

Bu ýerde A_2 - integrirlenmegiň hemişelik koeffisiýenti.

<u>3-nji oblastda</u> $(b \le R \le \infty)$ $\quad D_3 \cdot 4\pi R^2 = Q$

Elektrik induksiýasy bilen elektrik dartgynlygy

$$D_3 = \frac{Q}{4\pi R^2}; \quad E_3 = \frac{D_3}{\varepsilon_0 \varepsilon_3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_3 R^2}$$

Elektrik potensialy

$$\varphi_3 = -\int E_3 \cdot dR = -\int \frac{Q \cdot dR}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_3 R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_3 R} + A_3 \qquad (24.25)$$

Bu ýerde A_3 – integrirlenmegiň hemişelik koeffisiýenti. Integrirlenmegiň hemişelik koeffisiýentlerini anyklanlarynda araçäk şertlerine esaslanýarlar, meselem

R=a bolanda $\varphi_1 = \varphi_2$

R=b bolanda $\varphi_2 = \varphi_3$

Haýsy-da bolsa hemişelik bir koeffisiýente, öz islegimiz boýunça erkin baha berilýär. Köplenç halda bu hemişeligi tükeniksiz uzak aralyk üçin nola deňleýärler. Biziň seredýän mysalymyz üçin $R = \infty$ bolanda $\varphi_3 = 0$ bolýar, diýmek $A_3 = 0$ diýip bileris, onda R=b araçäkde $\varphi_2 = \varphi_3$ deňligi alarys, ýagny

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot b} + A_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_3 \cdot b}, \qquad \text{ýa-da}$$

$$A_2 = \frac{Q(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{4\pi\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot b}$$

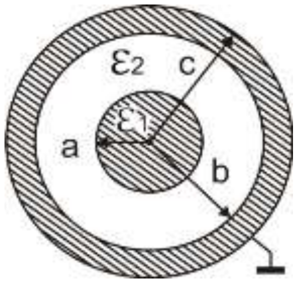
(24.23) deňlemedäki A_1 – koffisiýenti tapmak üçin bolsa R=*a* araçäkde $\varphi_1 = \varphi_2$ şertden peýdalanýarys, onda

$$-\frac{\rho\cdot a^2}{6\cdot\varepsilon_a\cdot\varepsilon_1}+A_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2\cdot a}+A_2$$

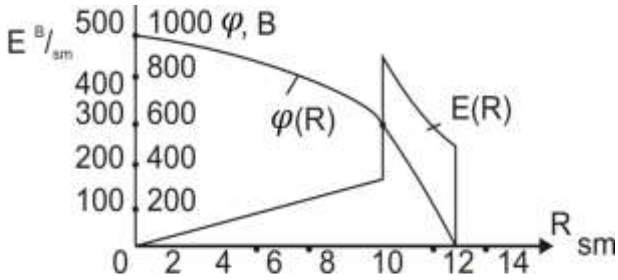
Eger-de, A_2 – koeffisiýentiň bahasyny ornunda goýsak, onda

$$A_1=\frac{\rho\cdot a^2}{6\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_1}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2\cdot a}+\frac{Q(\varepsilon_2-\varepsilon_3)}{4\pi\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2\cdot\varepsilon_0\cdot b}\quad \text{bolar.}$$

24.2-nji mesele. Radiusy *a*=10 sm, göwrüm dykyzlygynyň zarýady $\rho=10^{-11}$ Kl/m^3 deň bolan şar, başga bir içi boş şaryň merkezinde ýerleşdirilen. Daşky şaryň radiuslary b=12 sm; c=15 sm deň bolup, özi-de Ý ere birikdirilen (24.7-nji çyzga seret). Bu iki şaryň aralyklary howa bilen çäklenýär, diýmek $\varepsilon_2=1$. Içki şar üçin $\varepsilon_1=6$.



24.7-nji çyzgy



24.8-nji çyzgy

Çözülişi: Meseläni çözmek üçin (24.23) bilen (24.24) deňlemelerden hem-de R=b we R=a araçäk şertlerinden peýdalanýarys. Dogrudanda, R=b bolanda $\varphi_2=0$; R=a bolanda $\varphi_1=\varphi_2$ bolýar onda, (24.24) deňlemeden

$$A_2=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2\cdot b}=\frac{\frac{4}{3}\pi a^3\cdot\rho}{4\pi\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2\cdot b}=\frac{\rho\cdot a^3}{3\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2\cdot b}=\frac{10^{-17}\cdot10^{-3}}{3\cdot6\cdot8.86\cdot10^{-12}}=524\quad \text{W}$$

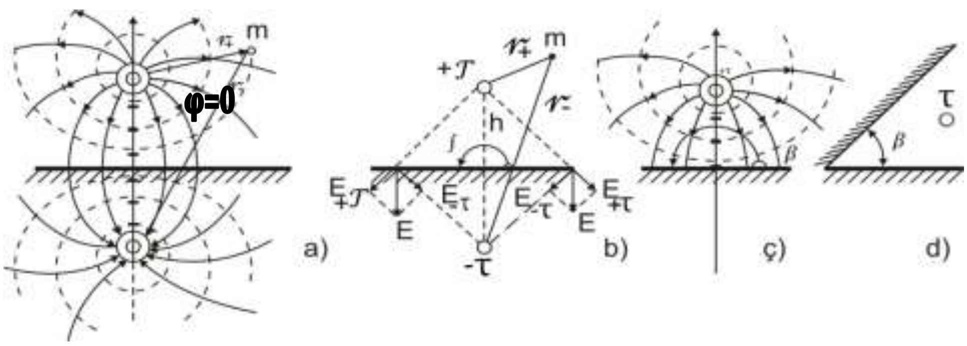
Ikinji araçäk şertinden bolsa (24.23) we (24.24) deňlemeleri özara deňläp A_1 – koeffisiýenti anyklalyň

$$A_1=\frac{\rho\cdot a^2}{6\varepsilon_1\cdot\varepsilon_0}+\frac{\rho\cdot a^2}{3\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2}+A_2=3034\quad \text{W}$$

Hemişelik koeffisiýentler tapylandan soň φ – potensial bilen $\vec{E}$ - dartgynlygy kesgitlemek we olaryň grafiklerini gurmak hiç hili kynçylyklary döretmeýär. 24.8-nji çyzgyda bu ululyklaryň R – radiusa görä grafiklerini görkezmeklik makul bilindi.

24.7. OPTIKI ŞEKILLENDIRMEGIŇ USULY

Eger-de, biz ýüz görülýän aýna seretsek, öz şekilimizi görýäris hem-de çep we sag taraplarymyzyň özara ýerleriniň simmetriki çalyşýandyklarynyň şaýady bolýarys. Elbetde, optikadaky şeýle hadysalary linzalaryň kömegi bilen aňsat düşündirilýär. Elektrostatikanyň meýdanynda welin, optikadaky ýaly meňzeşlikleri görmek mümkinçiligi bolmasa-da, olaryň täsirlerini duýmak we meýdanlaryň grafiklerini gurmak başardýar. Mysal üçin, 24.9-njy çyzgyda görkezilen



24.9-njy çyzgy.

a; b; ç; d çyzgylara seredip, olaryň meýdanlarynyň meňzeşliklerini gözlesek, onda 24.9-njy a çyzgynyň ýokarky tekizligindäki böleginiň "ç" çyzga meňzeşligini görse bolýar. Eger-de, a çyzgydaky meýdan, iki sany zarýadyň meýdanynyň grafiki şekillendirilişini aňladýan bolsa, onda "ç" çyzgydaky meýdan, islendik geçirijiniň S – tekizliginden h – aralykda ýerleşdirilen (+τ) zarýadyň döredýän meýdanynyň grafigini aňladýar. Ondan başga-da, geçiriji tekizligiň üsti ekwipotensialdyr, diýmek a çyzgydaky (φ=0) ekwipotensial üst "ç" – çyzgydaky geçirijiniň üstüne ekwiwalentdir.

Şeýle meňzeşlikleriň esasynda biz aýgytly bir netijä gelip bilýäris, ýagny ç çyzgydaky giňişligiň islendik m – nokadynda φ_m – potensialy ýa-da $\vec{E}$ - dartgynlygy iki sany zarýadyň döredýän meýdanynyň netijesi hökmünde seredip bilýäris (b – çyzga seret).

Bu çyzgyda görkezilen (+τ) – hakyky zarýad, (-τ) bolsa hyýaly, ýagny, emeli zarýaddyr. Şeýle netijä gelmäge geçiriji tekizligiň üstünde elektrostatiki induksiýanyň döremegi, ýagny minus alamatly zarýadlaryň toplanmagy sebäp bolýar.

Şeýle emeli usula optiki şekillendirmegiň usuly diýilýär. Bu optiki usuly hemişelik toguň elektrik hem-de magnit meýdanlarynda-da giňden ulanýarlar.

Zarýadlary optiki şekillendirmegiň dogry usuldygyny, araçäk şertleriniň ýerine ýetirilýändigi we meýdany Laplasyň (ýa-da Puassonyň) deňlemesi arkaly aňladyp bolýandygy bilen subut edilýär, ýagny meseleleri çözmegiň ýeke-täk teoremasy bilen düşündirilýär.

Şu ýerde bir zady belläp geçmeklik örän möhümdir: - emeli zarýadlaryň sany geçiriji tekizlikleriň geometriýalaryna baglylykda bir ýa-da birnäçe bolup biler. Meselem, tekizligiň üsti $\beta = 180^0$ bolsa, onda zarýadlaryň sany 360^0 / β gatnaşyk bilen tapmaklyk maslahat berilýär, ýagny zarýadlaryň sany $n=360^0:180^0=2$ deň bolmalydyr. Diýmek, 24.9-njy çyzgyny b çyzgydaky zarýadlaryň ýerleşdirilişleri kanagatlandyrýar, sebäbi tekizligiň üsti 180^0 deňdir. Eger-de, $\beta=90^0$ deň bolsa, onda zarýadlaryň sany n=4 , $\beta=60^0$ deň bolsa n = 6 we ş.m

24.8. GEÇ IRIJI TEKIZLIGIŇ GOLAÝ YNDAKY ZARÝ ADLY GEÇIRIJI SIMIŇ MEÝ DANY

Birlik uzynlykdaky, dykyzlygy τ – zarýadly ok, dielektriki giňişlikde geçiriji üstden h – aralykda ýerleşdirilen diýeliň (24.9-njy „b“ cyzga seret). Onuň uzynlygy geçiriji üste hemişe parallel diýip ideallaşdyrýarys. Geçiriji üst hökmünde ýa Ýeriň üsti ýa-da metaldan ýasalan giden bir tekizlik bolup biler.

Ýokardaky giňişligi emele getirýän dielektrigiň islendik nokadynda meýdanyň ýagdaýyny anyklamaly, ýagny φ – potensialyň ýa-da $\vec{E}$ - dartgynlygyň hasaplanyş deňlemelerini çykarmaly.

Elektrostatik induksiýanyň döremegi netijesinde x - geçirijiniň üstüne belli mukdarda zarýadlar çykýarlar. Ol zarýadlaryň dykyzlygy – koordinatanyň süýnmegi bilen üýtgeýär. Şonuň üçin-de dielektriki giňişlikde emele gelen meýdan diňe bir zarýadly okuň döreden meýdany bilen kesgitlenmän, eýsem elektrostatiki induksiýanyň netijesinde geçirijiniň üstündäki toplanan zarýadlaryň dörediýän meýdany bilen-de kesgitlenýär.

Eger-de, biz aşakdaky ýarymgiňişlikde hyýaly (alamaty boýunça ters) zarýad ýerleşdirsek, onda biz hakyky τ – zarýadyň optiki şekilini alarys. Emeli (hyýaly) zarýadyň moduly hakyky zarýadyň modulyna deňdir emma alamatlary boýunça tersdirler. Ýöne, hemme meselelerde hakyky zarýad bilen hyýaly zarýadyň modullarynyň deňligi hökmän däldir. Meselem, iki sany dielektriki jisimler araçäkleşenlerinde, emeli zarýadlar islendik baha we alamata eýe bolup bilerler.

Geçirijiniň üsti bilen dielektrigiň galtaşýan ýerinde, ýagny araçäginde $\vec{E}$ - dartgynlygyň diňe normal (üste perpendikulýar) düzüjisiniň bardygy, emma $\vec{E}$ - wektoryň galtaşýan (tangensial) düzüjisiniň nula deňligi kanunydyr (27.3-nji paragrafa hem-de 24.9-njy b çyzgy). Dogrudan-da, 24.9-njy b çyzgyda $\vec{E}$ - wektoryň tangensial düzüjileri $\vec{E}_{t1}$ bile $\vec{E}_{t2}$ özara modullary boýunça deň bolup, emma alamatlary boýunça tersdirler.

Esasy bir üns berilmeli pursat, ol hem dielektrik giňişligiň islendik nokadynda potensial

$$\varphi = -\int E d\ell = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{1}{r+} + C \qquad (24.26)$$

görnüşde anyklanyp, Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesiniň silindriki koordinatanyň sistemasyndaky ýazgysyny kanagatlandyrýar

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \qquad (24.27)$$

Aýdylanlary subut etmek üçin (24.26) deňlemäni (24.27) deňlemede goýup differensirlesek, onda Laplasyň $\nabla^2\varphi$ - deňlemesiniň nula deň bolýandygynyň şaýady bolarys, dogrudan-da

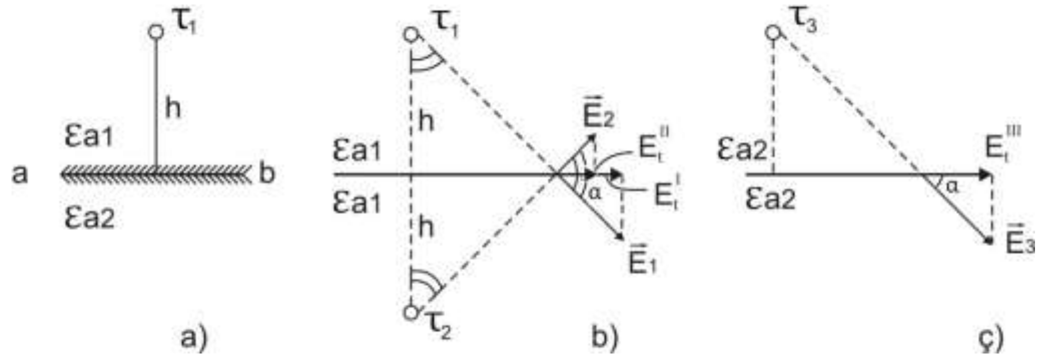
$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\tau}{2\pi r}\ell n\frac{1}{r+}\right)\right] = 0$$

Görşümiz ýaly, her bir zarýadly okuň potensialy giňişligiň islendik nokadynda Laplasyň deňlemesini hem-de araçäk şertlerini kanagatlandyrýar, şonuň üçin-de, meseleleri çözmegiň ýeke-täk teoremasynyň esasynda, çykaran netijelerimiz we deňlemelerimiz hakykydyr.

Meýdanyň grafigi gurlanda $\vec{E}$ - dartgynlygyň güýç çyzyklary geçiriji üste hem-de ähli ekwipotensial liniýalar bilen perpendikulýar kesişýärler. Emele gelen gözenekleriň (kletkalaryň) meýdanlary kwadrada golaý bolmalydyrlar. Geçirijiniň üstündäki minus alamatlar, elektrostatiki induksiýanyň esasynda minus alamatly zarýadlaryň toplanýandygyny aňladýar.

24.9. SYZYJYLYKLARY DÜRLI DIELEKTRIKLERIŇ ARAÇÄKLERININŇ GOLAÝYNDA ÝERLEŞDIRILEN ZARÝADLY OKUŇ MEÝDANY. (SIRLANYŇ USULY)

Amerikan alymy Syrla tarapyndan hödürlenilen bu emeli usula, oňa bolan hormat hökmünde Sirlanyň meselesi ýa-da Sirlanyň usuly hem diýilýär.



24.10-njy çyzgy.

Bu usulda meseläniň işleniş yzygyderligini özleşdirmek üçin 24.10-njy a çyzgydaky berilen τ_1 zarýadyň nädip 24.10-nj b, soňra ç çyzgylardaky ýaly emeli zarýadlar bilen şekillendirişlerini öwrenmelidiris. Ilki bilen ýokarky ýarymgiňişlik we aşaky ýarymgiňişlik diýilýän täze düşünjäni kabul edeliň. Ýokarky ýarymgiňişlik diýlip τ_1 – zarýadyň ýerleşdirilen (dielektrik syzyjylygy ε_{a1} deň bolan) ab – çyzykdan ýokardaky giňişlige düşünmeli (24.10-njy a çyzgy). Aşaky ýarymgiňişlik diýlip, dielektrik syzyjylygy ε_{a2} - deň boan ab – çyzykdan aşakdaky giňişlige düşünmeli (ýende-de 24.10-njy a çyzgy).

Berlen τ_1 – zarýadly okuň täsiri netijesinde ab – çyzyk bilen görkezilen iki dilektrigiň araçägine dielektrikleriň polýarlanmaklary bolup geçýär, sebäbi şol ýerde (ýagny a b araçäkde) içkimolekulýar güýçlere bendi (bagly) zarýadlar "dyzaşyp" özleriniň täsirini ýetirip başlaýarlar. Ynha, şol dielektrikleriň polýarlanmagy netijesinde döreýän elektrik meýdanyny we polýarlanmagyň täsiri iki sany näbelli τ_2 we τ_3 zarýadlaryň üsti bilen aňlatmak bolýar.

Öňdäki 24.8-nji paragrafda bir sany emeli zarýad girizilipdi, sebäbi geçiriji-dielektrik diýilýän araçäkde bary-ýogy $(\vec{E}_t = 0)$ bir şert bar. Ol hem $\vec{E}$ - wektoryň tangensial (galtaşýan) düzüjisi nula deňdir (23.7-nji paragrafdaky 23.32-nji deňlige seret). Beýle diýildigi bir deňlemä bir näbellini girizip bolýandygyny aňladýar, diýmek çyzgyda bir näbelli zarýady emeli şekillendirip bolýar diýildigidir.

Emma, häzirki meselede, ýagny 24.10-njy a çyzgyda görkezilen dielektrik- - dielektrik diýilýän ab – araçäkde welin fiziki hadysa düýbünden başgaçadyr. Bular ýaly meselelerde her bir dielektrigiň polýarlanmagyny hasaba almaly bolýarys, sebäbi dielkertrik-dielektrik araçäkde (23.6-njy paragrafdaky 23.23 we 23.24

deňliklere seret) iki sany şertiň döreýänligi üçin, iki deňleme ýazyp bilýäris, diýmek her bir deňlemä bir näbelli girizip bilýäris, bu bolsa 24.10-njy çyzgyda iki sany, häzirlikçe näbelli τ_2 we τ_3 emeli zarýadlary şekillendirp bilýändigimizi aňladýar. Bu emeli τ_2 we τ_3 zarýadlary ýalňyşman çyzgyda öz ýerlerinde görkezmeklik hem möhüm meseleleriň biridir.

Eger-de, ýokarky ýarymgiňişlikde meýdany hasaplamaly bolsa, onda ikisany zarýadyň 24.10-njy „b“ çyzgydaky ýaly giňişligiň astyny üstüni ε_{a1} - bilen doldurlan diýlip kabul edýärler, aşaky ýarymgiňişlikde meýdany hasplamaly bolsa, onda bir zarýadyň meýdany hökmünde 24.10-njy "ç" çyzgydan peýdalanyp giňişligiň astyny-üstüni ε_{a2} - bilen doldurlan diýlip kabul edýärler.

Çyzgylarda görkezilen τ_2 we τ_3 zarýadlaryň bahalaryny tapmak üçin iki sany deňleme düzeliň:

1) Iki dielektrigiň araçäginde meýdanyň elektrik $\vec{E}$ - dartgynlygynyň a b araçäginde tangensial düzüjileriniň deňlik şertinden

$$E_t^{I} + E_t^{II} = E_t^{III}$$

deňlemäni ýazyp bileris. Eger-de, bu deňlemäni has aýdyňlaşdyryp ýazsak, onda

$$\frac{1}{2\pi\varepsilon_{a1}r}[\tau_1 + \tau_2]\cos\alpha = \frac{1}{2\pi\varepsilon_{a2}r}\cdot\tau_3\cdot\cos\alpha \qquad \text{ýa-da}$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau_3\cdot\frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{a2}} \tag{24.28}$$

2) Iki dielektrigiň araçäginde elektrik induksiýanyň ab – araçäginiň üstüne bolan normal (perpendikulýar) düzüjileriniň deňligi şertinden

$$D_n^{I} - D_n^{II} = D_n^{III}$$

deňlemäni ýazyp bileris. Eger-de, bu deňlemäni has aýdyňlaşdyryp ýazsak, onda

$$\frac{1}{2\pi r}(\tau_1 - \tau_2)\sin\alpha = \frac{1}{2\pi r}\cdot\tau_3\sin\alpha \qquad \text{ýa-da}$$

$$\tau_1 - \tau_2 = \tau_3 \tag{24.29}$$

(24.28) bilen (24.29) deňlemeleri özara işlesek, onda

$$\tau_2 = \frac{\varepsilon_{a1} - \varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}\cdot\tau_1 \tag{24.30}$$

we

$$\tau_3 = \frac{2\cdot\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}\cdot\tau_1 \tag{24.31}$$

Ýokarky deňlemelerden şeýle netijeleri çykaryp bileris:

a) Eger-de, $\varepsilon_{a1} > \varepsilon_{a2}$ bolsa, onda τ_2 - zarýadyň alamaty τ_1 – zarýad bilen gabat gelýär;

b) Eger,de $\varepsilon_{a1} < \varepsilon_{a2}$ bolsa, onda τ_2 - zarýadyň alamaty τ_1 – zarýad bilen gabat gelmez, ýagny τ_1 –iň ters alamaty bolar:

ç) τ_3 – zarýadyň alamaty hemişe τ_1 – zarýadyň alamaty bilen gabat gelýär.

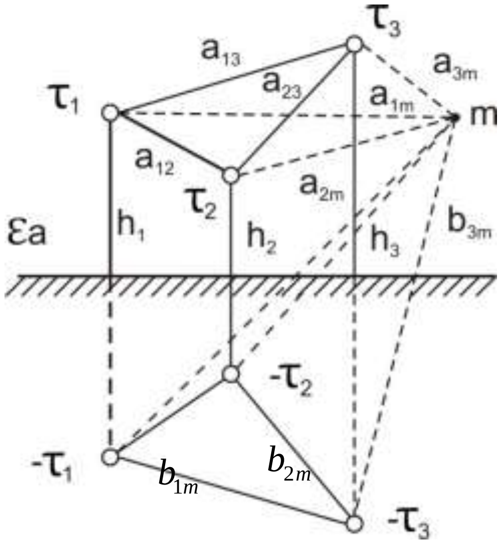
Eger -de, meýdan nokatlanç Q zarýad bilen emele gelýän bolsa, onda oklary döredýän τ_1, τ_2 we τ_3 uzynlyk dykyzlykly zarýadlaryny degişlilikde Q_1, Q_2 we Q_3 nokatlanç zarýadlar bilen çalşyrmak ýeterlikdir, onda (24.30) we (24.31) deňlemeleri

$$Q_2 = \frac{\varepsilon_{a1} - \varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}\cdot Q_1; \qquad Q_3 = \frac{2\cdot\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}\cdot Q_1$$

görnüşde ýazyp bileris.

24.10. GEÇIRIJI TEKIZLIGIŇ GOLAÝYNDA ÝERLEŞDIRILEN BIRNÄÇE ZARÝADLY OKLARYŇ ELEKTROSTATIK MEÝDANY

Mysal hökmünde üç sany sim geçirijilere seredeliň. Ol simleriň üçüsi-de inçeden örän uzyn bolup, olardaky toplanan zarýadlaryň uzynlyk dykyzlyklary $\frac{Q}{\ell}$ - gatnaşyk bilen aňladylýar we olara uzynlyk dykyzlyklary diýilýär. Her bir simiň radiusynyň, birlik uzynlygy üçin zarýadlaryň dykyzlyklary we ol zarýadlaryň ýokarky ýarymgiňişlikde ýerleşdirişleriniň koordinatlary belli bolanda giňişligiň islendik, meselem m – nokady üçin meýdany hasaplamaly.



Ýokarda belläp geçişimiz ýaly, islendik
m – nokatdaky potensial hemme zarýadlaryň (hatda olaryň emeli şekilleriniň) döredýän potensiallarynyň goşulmaklarynyň netijeleridir. Meselem, birinji simiň τ_1 – zarýadyň m – nokatda döredýän potensialynyň tapylyşy

$$\varphi_{m1} = \tau_1 \frac{1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{1m}}{a_{1m}}$$

bu ýerde b_{1m} – emeli ($-\tau_1$) zarýaddan tä m – nokada çenli aralyk,
a_{1m} - hakyky τ_1 zarýaddan tä m –nokada çenli aralyk.

24.11-nji çyzgy

Geçiriji simler Ýeriň üstünden has uzakdalygy üçin, olaryň geometriki we elektriki oklary gabat gelýärler diýip kabul edýäris. Ikinji simdäki zarýadlaryň m – nokatda döredýän potensialy

$$\varphi_{m2} = \tau_2 \frac{1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{2m}}{a_{2m}}$$

Şeýlelikde, m – nokatdaky potensial $\varphi_m = \varphi_{m1} + \varphi_{m2} + \varphi_{m3} + ...$ ýa-da

$$\varphi_m = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{1m}}{a_{1m}} + \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{2m}}{a_{2m}} + \frac{\tau_3}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{3m}}{a_{3m}} + ... \qquad (24.32)$$

24.11. POTENSIAL KOEFFISIÝENTLER ÝA-DA MAKSWELLIŇ BIRINJI TOPAR FORMULASY

Giňişlikdäki seredilýän m – nokat islendik ýerde bolup biler, şol sanda I – nji ýa

2 –nji simiň ýa-da 3-nji simiň üstlerinde-de bolup biler. Meseläniň şeýle goýulmagy praktiki tarapdan has ähmiýetlidir, sebäbi simleriň üstündäki potensiallar hemişe gyzyklandyrýarlar we şolar ölçenilýär hem-de degişli netijeler çykarylýar.

Eger-de, m – nokat birinji simiň üstünde ýerleşen bolsa, onda

$\varphi_m = \varphi_1$; $b_{m1} = 2h_1$; $a_{m1} = r_1$; $b_{m2} = b_{12}$; $a_{m2} = a_{12}$ we ş.m.

bolarlar, netijede (24.32) deňlemäni özgerdip şeýle ýazyp bileris

$$\varphi_1 = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{2\cdot h_1}{r_1} + \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{12}}{a_{12}} + \frac{\tau_3}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{13}}{a_{13}} + ... \qquad (24.33)$$

Eger-de, zarýadlara degişli köpeldijileri gysgaldyp ýazmak maksady bilen gelejekde $\alpha_{11}, \alpha_{12}\alpha_{,13}$, ... belgileri girizsek, onda

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \tau_1\alpha_{11} + \tau_2\cdot\alpha_{12} + \tau_3\cdot\alpha_{13}.... \\ \varphi_2 &= \tau_1\alpha_{21} + \tau_2\cdot\alpha_{22} + \tau_3\cdot\alpha_{23}.... \\ \varphi_3 &= \tau_1\alpha_{31} + \tau_2\cdot\alpha_{32} + \tau_3\cdot\alpha_{33}.... \end{aligned}\right\} \qquad (24.34)$$

bu ýerde $\alpha_{km} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{km}}{a_{km}}$; $\alpha_{kk} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{2h_k}{r_k}$ (24.35)

Edil şeýle-de

$\alpha_{mk} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{mk}}{a_{mk}}$ sebäbi çyzgyda görkezilişine görä

$b_{mk}=b_{km}$; $a_{mk}=a_{km}$; diýmek $\alpha_{mk}=\alpha_{km}\left[\frac{m}{F}\right]$

Makswell tarapyndan oýlanyp tapylan (24.34) formulular toparyna, beýik alymyň adyna bolan hormat hökmünde, Makswelliň birinji topar formulasy diýilýär (Okyjylaryň dykgatyna! – Makswelliň birinji topar formulularyny 27.2-nji paragrafdaky Makswelliň birinji deňlemesi bilen bulaşdyrmaň).

Formuladaky α – harplaryň hemmesine potensialyň koeffisiýentleri diýilýär, ölçeg birlikleri $\left[\frac{m}{F}\right]$; Bu α – koeffisiýent hemişe nuldan uludyr, sebäbi natural logarifmiň öňündäki drobyň (gatnaşygyň) sanawjysy maýdalawjydan ep-esliden gowrak uludyr. α – koeffisiýent hakda şu aşakdaky interpretasiýany (latyn sözünden – manysyny düşündirmek diýmekdir) aýdyp bileris: - Meselem, birinji simiň zarýadyndan başga beýleki simleriň zarýadlary nula deň bolsun diýeliň, ýagny $\tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$, ondan başga-da birinji simdäki zarýad $\tau_1 = 1$, ýagny birlik zarýad diýsek, onda $\varphi_1 = \alpha_{11}$ bolýar hem-de α_{11} - san bahasy boýunça birinji simiň potensialyna deň bolýar.

Bu ajaýyp netijäni α_{21}, α_{13} ýaly koeffisiýentler üçin-de peýdalansa bolýar. Meselem α_{21} - koeffisiýent şol birmeňzeş şertlerde ikinji simiň potensialyna deňdir.

Netije: (24.34) formulany, haçanda jisimleriň zarýadlary belli bolup, olaryň näbelli potensiallaryny anyklamak gerek bolanda ulanýarlar. Praktikada ters meselelere-de duş gelinýär, ýagny jisimlerdäki potensiallar belli bolup, olardaky zarýadlary anyklamak gerek bolýar.

24.12. SYGYM KOEFFISIÝENTLERI ÝA-DA MAKSWELLIŇ IKINJI TOPAR FORMULASY

Eger-de, jisimlerdäki potensiallar belli bolsa, onda (24.34) deňlemeler toparyny ýagny Makswelliň birinji topar formulasyny τ_1, τ_2, τ_3.... zarýadlara görä işläp, täze bir görnüşde deňlemeler toparyny alýarys.

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= \beta_{11}\cdot\varphi_1+\beta_{12}\cdot\varphi_2+\beta_{13}\cdot\varphi_3+.....\\ \tau_2 &= \beta_{21}\cdot\varphi_1+\beta_{22}\cdot\varphi_2+\beta_{23}\cdot\varphi_3+.....\\ \tau_3 &= \beta_{31}\cdot\varphi_1+\beta_{32}\cdot\varphi_2+\beta_{33}\cdot\varphi_3+....\\ &.. \end{aligned}\right\} \qquad (24.36)$$

Deňlemelerdäki $\beta_{km}=\dfrac{\Delta km}{\Delta}$, bu ýerde Δ - (24.34) deňlemäniň kesgitleýjisidir.

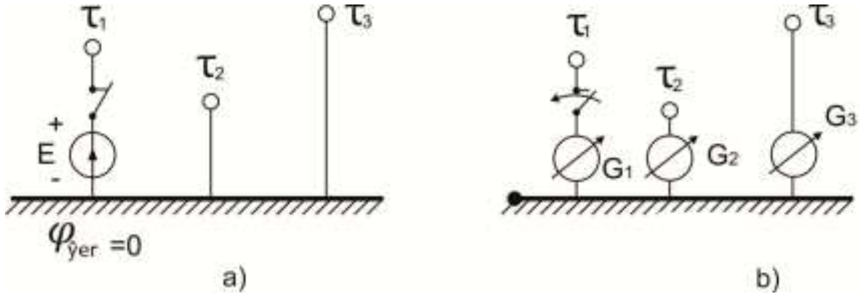
$$\Delta=\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}... \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}... \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}$$

Algebraiki goşulmalar hasap edilýän Δ_{km} - iň ululygyny Δ - kesgitleýjiniň k – setirlerindäki m – sütüniniň üstlerinden çyzyşdyryp, galan çyzylmadyk setir we sütünlerini bolsa $(-I)^{k+n}$ sazlaşdyrjy sana ýagny minora (minora – fransuz sözünden – - hatarlanşyk, ylalaşyk, oňşuk, sazlaşyk ýaly manylary berýär) köpeldýärler.

Makswell tarapyndan oýlanyp tapylan (24.36) formulular toparyna Makswelliň ikinji topar formulasy diýilýär. Formuladaky β – harplaryň hemmesine sygym koeffisiýentleri diýilýär, ölçeg birligi $\left[\dfrac{F}{m}\right]$ potensial koeffisiýentiniň tersinedir.

Δ - kesgitleýjiniň esasy dioganallara görä simmetrikligi üçin, algebraiki goşulmalar Δ_{kn} bilen Δ_{nk} özara deňdirler, ýagny $\Delta_{kn}=\Delta_{nk}$, onda $\beta_{kn}=\beta_{nk}$ diýip bileris. Biratly belgili (indeksli) ähli β_{kk} - sygym koeffisiýentleri plýus baha, emma dürli indeksli β_{kn} - sygym koeffisiýentleri bolsa minus baha eýedirler.

Aýdylanlaryň dogrudygyny ýagny $\beta_{kk}>0$, $\beta_{kn}<0$ bolýandyklaryny subut etmek üçin, 24.12-nji çyzgyda görkezilen shemalary özleşdireliň.



24.12-nji çyzgy

Çyzgydaky görkezilen τ_2, τ_3..... zarýad oklaryny (meýdany ýoýmazlyk maksady bilen) „gyldan hem inçe“ simler bilen Ýere birikdireliň (24.12-nji a çyzgy). Şol bir wagtyň özünde, birinji simi hemişelik çeşmäniň kömegi bilen plýus alamatly zarýadlandyrýarys, onda (24.36) formula şu aşakdaky görnüşe eýe bolar.

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= \beta_{11}\cdot\varphi_1 \\ \tau_2 &= \beta_{21}\cdot\varphi_1 \\ \tau_3 &= \beta_{31}\cdot\varphi_1 \end{aligned}\right\} \qquad (24.37)$$

Birinji sim üçin $\tau_1>0$; $\varphi_1>0$. Emma, çeşmäniň minus gysgyjy Ýere birikdirilendigi sebäpli 2-nji, 3-nji... simler minus zarýadlanýarlar, şonuň üçin-de

$\tau_2<0$; $\varphi_2=0$

$\tau_3<0$; $\varphi_3=0$

bolýandyklaryny nazarda tutsak, onda

$$\beta_{11}=\frac{\tau_1}{\varphi_1}>0; \qquad \beta_{21}=\frac{\tau_2}{\varphi_1}<0; \qquad \beta_{31}=\frac{\tau_3}{\varphi_1}<0$$

Ynha şeýle prinsipden peýdalanyp sygym koeffisiýentlerini tejribe arkaly-da anyklap bolýar. Meselem, 24.12-nji çyzgydaky k – açary ýazdyragadan çeşmäniň deregine galwanometr birleşdirsek, edil şular ýaly 2;3 – simleri-de galwonometr bilen üpjün etsek, soňra k – açary gaýtadan birleşdirsek, onda simler zarýadsyzlanyp başlaýarlar, netijede G_1 - birinji simiň τ_1 – zarýadyny, G_2 – ikinji simiň τ_2 zarýadyny, G_3 – üçinji τ_3 – zarýadyny ölçeýärler, soňra

$$\beta_{11}=\frac{\tau_1}{\varphi_1}; \qquad \beta_{21}=\frac{\tau_2}{\varphi_1}; \qquad \beta_{31}=\frac{\tau_3}{\varphi_1}$$

netijelerden peýdalanyp, sygym koeffisiýentlerini anyklaýarys.

24.13. BÖLEJIK SYGYMLAR ÝA-DA MAKSWELLIŇ ÜÇÜNJI TOPAR FORMULASY

Hemmämize belli bolşuna görä, ölçeýji woltmetrler hemişe naprýaženýeleri ölçeýärler, ýagny potensiallaryň tapawutlaryny ölçemäge niýetlenen abzallardyrlar. Şonuň üçin-de φ – potensially deňlemeler toparyny U – naprýaženiýeleriň üsti bilen aňlatmaklyk praktiki tarapdan has ähmiýetlidir.

Meselem, haýsy-da bolsa bir k – jisim (ýa-da τ_K zarýadly k – ok) üçin (24.36) deňlemä esaslanyp şeýleräk ýazyp bileris.

$$\tau_K=\beta_{KK}\cdot\varphi_K+\sum_{\substack{m=1\\ m\neq k}}^{m=n}\beta_{km}\cdot\varphi_m \qquad (24.38)$$

Eger-de, summadaky φ_m potensiala φ_k potensialy hem goşup hem-de aýyrsak, onda

$$\beta_{Km}\cdot\varphi_m=\beta_{km}(\varphi_m-\varphi_K+\varphi_K)=-\beta_{Km}\cdot U_{Km}+\beta_{Km}\cdot\varphi_K \qquad \text{bolar,}$$

şonuň üçin-de (24.38) deňlemäni

$$\tau_K=\varphi_K\cdot\beta_{KK}+\varphi_K\sum_{\substack{m=1\\ m\neq k}}^{m=n}\beta_{Km}-\sum_{\substack{m=1\\ m\neq k}}^{m=n}\beta_{Km}\cdot U_{Km}=\varphi_K\sum_{m=1}^{m=n}\beta_{Km}+\sum_{\substack{m=1\\ m\neq k}}^{m=n}(-\beta_{Km})U_{Km}$$

görnüşde özgerdip ýazyp bileris

Eger-de, özümiz üçin amatly belgiler girizsek, meselem:

$$C_{KK}=\beta_{K1}+\beta_{K2}+...+\beta_{KK}+\beta_{Kn}=\sum_{m=1}^{m=n}\beta_{Km} \qquad (24.39)$$

hem-de

$$C_{Km}=-\beta_{Km} \qquad (24.40)$$

onda (24.38) deňlemäni bizi kanagatlandyrýan görnüşde özgerdip ýazylyşy şu aşakdaky deňleme ýaly bolar

$$\tau_K=\varphi_K\cdot C_{KK}+U_{K1}\cdot C_{K1}+U_{K2}\cdot C_{K2}+U_{K3}\cdot C_{K3}=$$

$$=\varphi_K\cdot C_{KK}+\sum_{\substack{m=1\\ m\neq k}}^{m=n}U_{Km}\cdot C_{Km} \qquad (24.41)$$

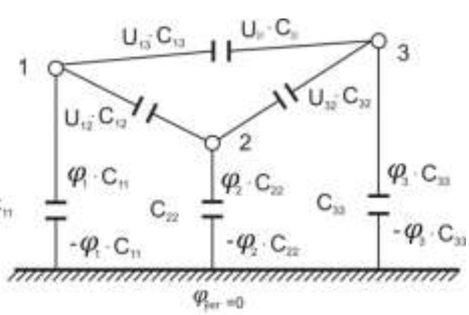
Eger-de k – koeffisiýente 1,2,3,... bahalar berişdirsek, ondan

$$\left.\begin{aligned}\tau_1&=\varphi_1C_{11}+U_{12}C_{12}+U_{13}C_{13}+....\\ \tau_2&=U_{21}\cdot C_{21}+\varphi_2\cdot C_{22}+U_{23}\cdot C_{23}+...\\ \tau_3&=U_{31}\cdot C_{31}+U_{32}\cdot C_{32}+\varphi_3\cdot C_{33}+...\end{aligned}\right\} \qquad (24.42)$$

Makswell tarapyndan oýlanyp tapylan (24.42) formulular toparyna Makswelliň üçünji topar formulasy diýilýär. Formuladaky C – harplaryň hemmesine bölejik sygymlar diýilýär, ölçeg birligi $\left[\frac{F}{m}\right]$, şol sanda biratly $C_{11}\cdot C_{22},....C_{KK}$ sygymlara şahsy (ýa-da hususy), ýagny öz bölejik sygymlary diýilýän bolsa, onda dürliatly $C_{12}=C_{21}$; $C_{13}=C_{31}$; $C_{Kn}=C_{nK}$ sygymlara özara bölejik sygymlary diýilýär.

Ä hli bölejik sygymlar nuldan uludyr, ýagny $C_{kk}>0$; $C_{km}=C_{mk}>0$, sebäbi $C_{km}=-\beta_{km}$, öz gezeginde $\beta_{km}<0$, diýmek $C_{km}>0$. Munuň şeýledigini subut etmek ücin tejribä ýüzleneliň: Ä hli geçiriji simleri k – geciriji sim bilen, meýdany ýoýmazlyk maksady bilen, gyldan hem inçe geciriji simler arkaly birikdireliň, onda $U_{km}=0$ bolar, sebäbi birleşdirji simler $\varphi_k=\varphi_m$ deňligiň döremegini üpjün edýärler, onda (24.41) deňlemeden $\tau_K=\varphi_k\cdot C_{kk}$ deňligi alarys.

Eger-de, K – simi Ý ere plýus zarýadlandyrsak hem-de Ýeriň potensialyny nula deň diýip kabul etsek, onda $\tau_k>0$, $\varphi_k>0$ bolar, şol sebäpli-de $C_{kk}=\frac{\tau_k}{\varphi_k}>0$.



24.13-nji çyzgy

Bölejik C_{kk} – sygymlaryň düzümlerinde minus alamatly ($-\beta_{Km}$) – sygym koeffisiýentleriň bardyklaryna garamazdan, hemişe $C_{kk}>0$ bolar, sebäbi $\beta_{kk}>\sum_{m=1}^{m=n}\beta_{km}$ $_{m\neq k}$

ondan başga-da k- jisimdäki (τ_K-zarýadly oka) doly (tutuş) zarýad (24.42) deňlemä laýyklykda ähli zarýadlaryň jemine deňdir.

Meselem, $\varphi_K\cdot C_{KK}$ - zarýad k – jisim bilen Ýeriň arasyndaky potensiallaryň tapawudyndan döreýär. Şonuň üçin-de bölejik C_{km} – özara sygymlara şeýleräk düşündiriş bermek bolar:

Eger-de, $U_{km} \cdot C_{km}$ - k – jisim bilen m – jisimiň aralaryndaky potensiallaryň tapawutlary netijesinde döreýän zarýad diýip düşünsek, onda özara bölejik C_{km} - sygym U_{km} - naprýaženýäniň esasynda döreýän k – jisimiň zarýadynyň şol U_{km} - naprýaženiýä bolan gatnaşygy bilen anyklanylýar.

Bu aýdylanlary 24.13-nji çyzgyda görkezilen üç sany sim toparlarynyň Ýere görä ýerleşdirilişlerinden we bölejik sygymlaryň ekwiwalent şertli shemasyndan düşündirse bolýar. Meselem 1-nji sim hamala üç sany kondensatoryň gatlaklary (plastinalary) bilen özara birleşdirilendirler. Şol 1-nji sime görä kondensatorlaryň plastinkalaryna degişli zarýadlar $\varphi_I \cdot C_{11}$; $U_{12} \cdot C_{12}$; $U_{13} \cdot C_{13}$. Kondensatorlaryň beýleki plastinkalaryndaky zarýadlary 24.13-nji çyzgyda görkezmek bilen çäklenildi.

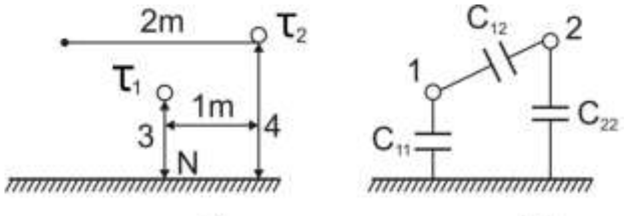
Makswell tarapyndan oýlanyp tapylan we hödürlenilen bu üç sany topar formulalar, geometriýasy islendik formadaky jisimler üçin-de hakykatdyr we dogrudyr. Ý öne, jisimler erkin formalarda bolan ýagdaýlarynda potensialyň α – koeffisiýentlerini (24.35) deňlemeler ýaly hasaplamak ýalňyşlyk bolar, sebäbi (24.35) – deňleme özara parallel, göni we örän uzyn liniýalar üçin niýetlenendir. Şonuň üçin-de, jisimler erkin formalarda bolanlarynda olary β – sygym koeffisiýentlerini we bölejik C – sygymlaryny tejribe arkaly anyklamak maslahat berilýär.

Bölejik C – sygymlar, diňe bir elektrostatiki meýdanlary hasaplamak üçin çäklenmän, eýsem elektrik zynjyrlarynda tiz bolup geçýän proseslerde-de, has ýokary woltly liniýalarda-da, elektronly çyralaryň we tranzistorlaryň – elektrodlaryň aralaryndaky esay parametrleriň biri hökmünde-de ulanylýandyklaryny ýatladýarys:

Makswelliň toparlaýyn formulalarynyň üçisine-de degişli meseleleri özleşdireliň.

24.3-nji mesele . Uzak aralyga çekilen iki sany sim geçiriji liniýanyň her metri üçin bölejik sygymlary hasaplamaly hem-de 1-nji we 2-nji simleriň arasyndaky sygymyň formulasynyň çykarlyşyny-da görkezmeli we san bahalaryny anyklamaly. Simleriň ikisiniň-de radiusy r = 6 mm, geometriki ýerleşdirilişleri 24.14-nji "a" çyzgyda görkezildi. Simleriň Ýere görä we özara ýerleşdirilişleri metr ölçg birliginde diýip kabul etmeli.

Çözülişi. (24.34) formulular topary esasynda



$$\varphi_1 = \alpha_{11} \cdot \tau_1 + \alpha_{12} \cdot \tau_2$$

$$\varphi_1 = \alpha_{21} \cdot \tau_1 + \alpha_{22} \cdot \tau_2$$

24.14-nji çyzgy.

Eger-de, simlerdäki potensiallar belli bolsa, onda potensiallaryň koeffisiýentlerini tapagadan τ_1 we τ_2 zarýadlary anyklarys. Meselem,

$$\tau_1 = \frac{\begin{vmatrix} \varphi_1 & \alpha_{12} \\ \varphi_2 & \alpha_{22} \end{vmatrix}}{\Delta} = \varphi_1 \cdot \beta_{11} + \varphi_2 \cdot \beta_{12} \quad \text{bolar,}$$

Bu ýerde $\beta_{11} = \frac{\alpha_{22}}{\Delta}$; $\beta_{12} = -\frac{\alpha_{12}}{\Delta}$; $\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}$

Şeýlelikde

$$\tau_1 = \beta_{11} \cdot \varphi_1 + \beta_{12}(\varphi_2 + \varphi_1 - \varphi_1) = U_1(\beta_{11} + \beta_{12}) - \beta_{12} \cdot U_{12} =$$

$$= U_1 \cdot C_{11} + U_{12} \cdot C_{12}$$ ($\varphi_1 = U_1$ diýip kabul edildi)

Onda, iki sany sim geçiriji liniýanyň her bir metr uzynlygy üçin bölejik sygymlaryň çykarylyş formulalary degişlilikde

$$C_{11} = \beta_{11} + \beta_{12} = \frac{\alpha_{22} - \alpha_{12}}{\Delta}; \quad C_{12} = -\beta_{12} = \frac{\alpha_{12}}{\Delta}$$

Şeýlelikde, potensial koeffisiýentleri (24.35) deňlemeleriň esasynda hasaplalyň

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{2 \cdot h_1}{r} = 12.4 \cdot 10^{10} \quad \frac{m}{F}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{2 \cdot h_2}{r} = 12.9 \cdot 10^{10} \quad \frac{m}{F}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_a} \ell n \frac{b_{12}}{\alpha_{12}} = 2.9 \cdot 10^{10} \quad \frac{m}{F}$$

Deňlemeleriň Δ - kesgitleýjisi

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = 151.6 \cdot 10^{20} \quad \frac{m^2}{F^2}$$

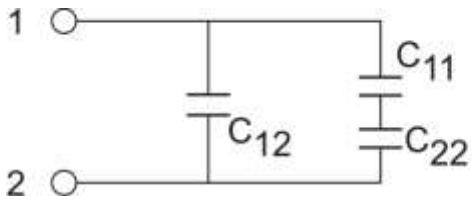
Bölejik sygymlaryň san bahalary:

$$C_{11} = \frac{\alpha_{22} - \alpha_{12}}{\Delta} = 0.659 \cdot 10^{-11} \quad \frac{F}{m}$$

$$C_{22} = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{21}}{\Delta} = 0.626 \cdot 10^{-11} \quad \frac{F}{m}$$

$$C_{12} = \frac{\alpha_{12}}{\Delta} = 0.191 \cdot 10^{-11} \quad \frac{F}{m}$$

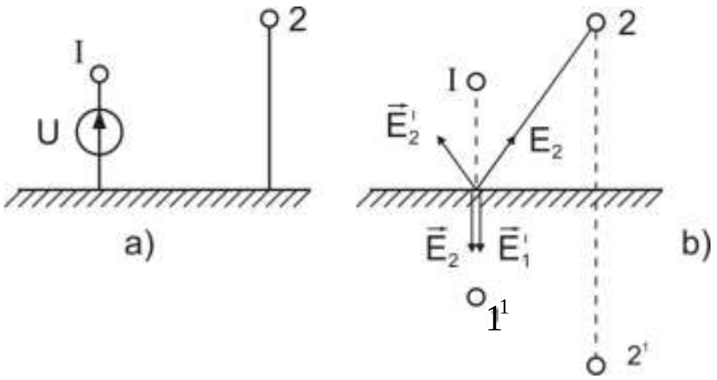
1-nji bilen 2-nji simleriň aralaryndaky umumy sygym baglanşygy 24.15-nji çyzgydaky ýaly ekwiwalent shema hökmünde seredilmelidir (bu shemany 24.14-nji b çyzgy bilen deňeşdirip görüň-de, degişli netijeler çykaryň)



$$C = C_{12} + \frac{C_{11} \cdot C_{22}}{C_{11} + C_{22}}$$

24.15-nji çyzgy.

<u>24.4-nji mesele.</u> Ýene-de şol iki sany geçiriji liniýanyň her bir metr uzynlygy üçin zarýadlaryň τ – dykyzlyklaryny hasaplamaly. Birinji liniýa Ýere U=127 V napräýaženiýa çeşmesiniň üsti bilen, ikinji liniýa bolsa göni Ýere birikdirilýär 24.16-njy a çyzga seret



24.16-njy çyzgy.

Çözülişi: (24.36) formuladan φ_2=0 bolanda τ_1 bilen τ_2 zarýadlaryň anyklanyşy

$$\tau_1 = \varphi_1 \cdot \beta_{11} \qquad \tau_2 = \varphi_1 \cdot \beta_{12}$$

bu deňlemelerdäki koeffisiýentler

$$\beta_1 = \frac{\alpha_{22}}{\Delta} = \frac{12.9 \cdot 10^{10}}{151.6 \cdot 10^{20}} = 0.852 \cdot 10^{-11} \quad \frac{F}{m} \qquad \beta_{12} = -\frac{\alpha_{12}}{\Delta} = -0.191 \cdot 10^{-11} \quad \frac{F}{m}$$

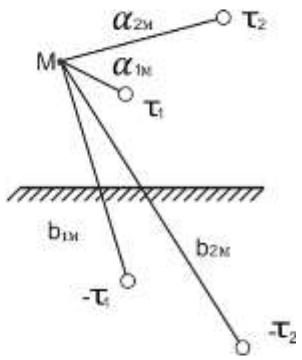
Şeýlelikde, birinji we ikinji simleriň zarýadlary

$$\tau_1 = 127 \cdot 0.852 \cdot 10^{-11} = 1.08 \cdot 10^{-9} \qquad \frac{Kl}{m}$$

$$\tau_2 = -0.191 \cdot 10^{-11} \cdot 127 = -0.242 \cdot 10^{-9} \qquad \frac{Kl}{m}$$

24.5-nji mesele. Uzynlygy tükeniksize çenli uzalyp gidýän simiň bir metr uzynlygynda toplanan zarýadlaryň dykyzlygy 1-nji sim üçin $2 \cdot 10^{-9}$ $\frac{Kl}{m}$ 2-nji sim üçin -10^{-9} $\frac{Kl}{m}$ (24.15-nji a çyzgy). Ýokarky ýarymgiňişlikde görkezilen erkin M – nokatdaky potensialy anyklamaly. Mesele çözülende Ýeriň potensialy nula deň diýip kabul etmeli. Geometriki ýerleşdirilişleriniň ölçeglerini 24.14-nji a çyzgydan almaly.

Çözülişi: (24.32) formula laýyklykda



24.17-nji çyzgy

$$\varphi_M = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{1M}}{a_{1M}} + \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon_a}\ell n\frac{b_{2M}}{a_{2M}} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 8.86 \cdot 10^{-12}}\ell n\frac{\sqrt{7^2+1^2}}{\sqrt{2}} -$$

$$-\frac{10^{-9}}{2\pi \cdot 8.86 \cdot 10^{-12}}\ell n\frac{\sqrt{8^2+2^2}}{2} = 30.6 \qquad W$$

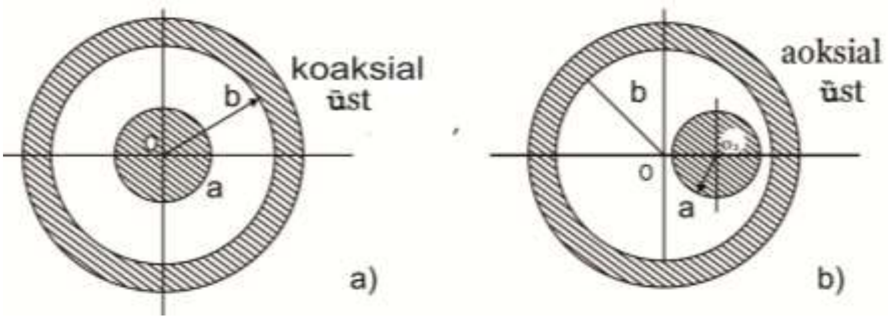
24.6-nji mesele. Ý ene-de24.14-nji çyzgyda görkezilen iki sany geçiriji liniýalaryň Ýer bilen ýokarky ýarymgiňişligiň araçägindе elektrostatiki induksiýanyň netijesinde döreýän zarýadlaryň üst dykyzlygyny N – nokatda anyklamaly. Zarýadlaryň uzynlyk dykyzlyklarynyň bahalaryny 24.5-nji meseleden almaly.

Çözülişi (23.33) formula laýyklykda, geçiriji-dielektrik araçäk şertleriniň $D = \sigma$ deňligini $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} = \sigma$ diýip ýazyp bilýäris. Meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy dört sany zarýadlaryň döredýän dartgynlyklarynyň geometriki jemine deňdir. Meselem, N - nokatda $\vec{E}_1$ we $\vec{E}_1{}'$ bilen $\vec{E}_2$ we $\vec{E}'_2$ wektorlaryň jemine deňdir (24.16-njy b çyzga seret). Çyzgyda $\vec{E}_1$ we $\vec{E}_1{}'$ wektorlar üste perpendikulýar bolup, ugurlary boýunça gabat gelýärler we y okunyň üstünde ýatyrlar. Beýleki $\vec{E}_2$ we $\vec{E}_2'$ wektorlaryň perpendikulýar (ýagny y okuna görä proeksiýalaryna) düzüjilerini tapmak üçin şol $\vec{E}_2$ we $\vec{E}'_2$ wektorlary $\cos\alpha$ köpeltmelidiris. Onda, N – nokatda zarýadlaryň üst dykyzlygy

$$\sigma = 2 \cdot \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0 \cdot h} \cdot \varepsilon_a - 2 \cdot \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon\sqrt{h_2{}^2 + a^2}} \cdot \varepsilon_a \frac{h_2}{\sqrt{h_2{}^2 + a^2}} = 0.1375 \cdot 10^{-9} \qquad \frac{Kl}{m^2}$$

24.14. KOAKSIAL KABELIŇ ELEKTROSTATIK MEÝDANY WE SYGYMY

Geometrik oklary gabat getirilip ýerleşdirilen slindriki üstlere koaksial üstler (elektrik kabeli) diýilýär (24.18-nji a çyzga seret).



24.18-nji çyzgy

Eger-de, geometrik oklary süýşüp, merkezleri gabat gelmeseler, onda aoksial üstler (kabeller) diýilýär (24.18-nji b çyzga seret). Koaksial – latynçadan türkmençä geçireniňde birleşen, birigen, soýuz ýaly manylary berse, aoksial – geometriki merkezleri süýşen, birleşmedik, soýuz däl diýmekdir.

Geometrik oklary gabat getirilip, iki sany silindrik görnüşli geçririji simler özara izolirlenip, biri beýlekisiniň içinde ýerleşdirilende (24.18-nji a çyzga seret), olara silindir görnüşli ýa-da kaoksial kabeller diýilýär.

Bary - ýogy bir gat izolýasiýa bilen üpjün edilen kaoksial kabele seredeliň (24.18-nji a çyzgy). Içki we daşky silindirleriň radiuslary degişlilikde r = a we r = b, olaryň aralaryndaky dielektriki syzyjylyk ε_a bolsun.

Eger-de silindrler özara koaksial bolsalar, onda olaryň döredýän meýdanlarynyň-da umumy bir geometriki oklary bolýar. Şular ýaly ajaýyp şert dörän wagty elektrostatik meýdanyň diňe bir normal (ýagny radial) düzüjisi bolýar. Olar:

Elektrik meýdanyň induksiýasy

$$\vec{D} = D_r = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Elektrik meýdanyň dartgynlygy

$$E = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_a \cdot r}$$

Onda, iki silindriň aralaryndaky döreýän napryýaženiýe

$$U = \int_a^b E \cdot dr = \int_a^b \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_a \cdot r} \cdot dr = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_a} \cdot \ln \frac{b}{a} \qquad (24.44)$$

Sygymy $$C = \frac{\tau}{U} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_a}{\ell n \frac{b}{a}} \qquad (24.45)$$

Elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň iň maksimal bahasy içki silindriň üstünde bolar.

$$E_{maks.} = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_a \cdot a}$$

Ý a-da zarýadlaryň τ uzynlyk dykyzlygyny U – napryýaženiýe bilen aňlatsak, onda

$$E_{maks.} = \frac{U}{a \cdot \ell n \frac{b}{a}} \qquad (24.46)$$

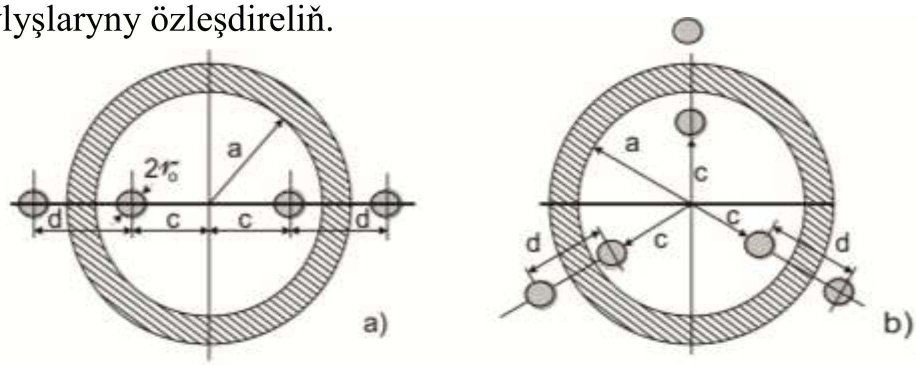
Eger-de, şular ýaly şertlerde içki silindriň radiusyny üznüksiz üýtgetsek, onda (24.46) deňlemäniň maýdalaýjysy belli bir bahada maksimumdan geçer, diýmek E_{maks} – özüniň iň kiçi bahasyna $a=a_{optimal}$ bolanda ýetýär, ony tapmak üçin (24.46) deňlemäni nula deňläp, „a“ radiusa görä differensirlemek ýeterlikdir.

$$\frac{d}{da}(a \cdot \ell n \frac{b}{a}) = 0 \qquad \text{diýmek} \quad \ell n \frac{b}{a} = 1 \quad \text{onda} \quad \frac{b}{a} = e = 2.7$$

Şeýlelikde, $\frac{b}{a} = e = 2.7$ bolanda, ýagny radiuslaryň şeýle gatnaşyklary ýerine ýetirlende, kabeliň elektriki berkliginiň iň maksimal bahasy anyklanylýar.

24.14. IKISIMLI WE ÜÇSIMLI KABELLERIŇ POTENSIAL KOEFFISIÝENTLERI

Praktikada ulanylýan ikisimli we üçsimli kabelleriň tehniki ähmiýetlerini nazarda tutup, olar üçin potensial koeffisiýentleriniň formulalarynyň getirilip (işläp) çykarylyşlaryny özleşdireliň.



24.19-njy çyzgy.

Kabeliň içindäki tokgeçiriji simleri çyglylykdan, suwdan, tozandan goramak maksady bilen kabeliň daşky gatlagy hemişe gurşun bilen örtülýär. Şonuň üçin-de, kabeliň daşky gatlagy silindriki hem-de ekwipotensial üstdir. Şeýle nukdaýnazardan ugur alsak, onda 24.19-njy a hem-de b çyzgylarda görkezilen ikisimli we üçsimli kabelleriň daşky gatlaklarynyň içki radiusyny a – harpy bilen belgilesek, onda her bir zarýadly okuň optiki şekilleri degişlilikde d aralykda ýerleşerler. (d-entek näbelli aralyk).

Eger-de, çyzgyda görkezilen kabelleriň a – radiusy we geometriki merkeze görä c aralyk belli bolsa, onda d – aralygy hemmä belli formuladan anyklaýarlar, ýagny

$$c\cdot(c+d)=a^2 \quad \text{bu ýerden} \quad d=\frac{a^2-c^2}{c} \tag{24.47}$$

Onda, iki jisimli kabel üçin, potensial koeffisiýentleriň anyklanyşlary (24.19-njy a çyzgy)

$$\alpha_{11}=\alpha_{22}=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\ell n\frac{d}{r}$$

$$\alpha_{12}=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\ell n\frac{2\cdot c+d}{2\cdot c}$$

Ü çsimli kabel üçin (24.19-njy b çyzgy)

$$\alpha_{11}=\alpha_{22}=\alpha_{33}=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\ell n\frac{d}{r_0}$$

$$\alpha_{12}=\alpha_{23}=\alpha_{31}=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\ell n\frac{\sqrt{3\cdot c^2+3cd+d^2}}{c\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}\ell n\left(\frac{d^2}{3c^2}+\frac{d}{c}+1\right)$$

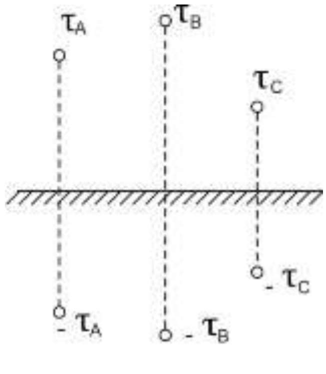
Kabelleriň içindäki simleriň (fazalaryň) r_0 – radiuslary özara ýerleşdirilişlerine görä $2\cdot c$ aralykdan näçe kiçi bolsa, şonça-da potensial koeffisiýentleriň formulalarynyň netijeleri hakykata ýakyndyr.

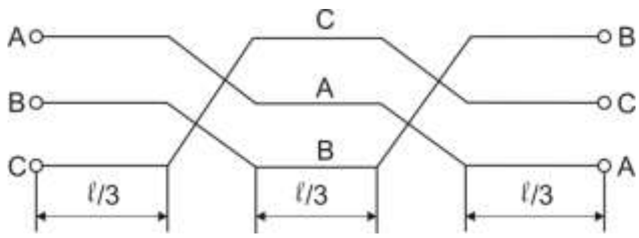
24.14. TRANSPONIRLENÝÄN ÜÇFAZALY LINIÝALARYŇ SYGYMY

Transponirlenýän üçfazaly liniýalaryň ekwiwalent shemalary hakda dokuzynjy babyň 9.8-nji paragrafynda seredilipdi. Häzirki paragrafda bolsa, her bir fazanyň döredýän sygymlarynyň hasaplanylyşyny özleşdirjekdiris. Mysal hökmünde 24.20-nji çyzgyda görkezilen üçfazaly liniýalara seredeliň. Üç fazaly liniýalaryň transponirlenişleri 24.21-nji çyzgyda görkezildi.

Nähili şertlerde islendik simiň potensialy diňe öz fazasyndaky uzynlyk dykyzlygyna bagly bolýar ?

Bu soraga jogap bermek üçin, birnäçe ýönekeýleşdirmeler kabul edilýär, meselem:





24.20-nji çyzgy 24.21-nji çyzgy.

1) Ü çfazaly liniýa zarýadlanan, ýöne elektrostatiki düzgünde dur diýmeli;
2) fazalaryň her biriniň potensialy we uzynlyk dykyzlygy liniýalaryň ähli uzynlygynda hemişelik saklanýarlar diýmeli; 3) Ähli fazalardaky uzynlyk dykyzlyklarynyň jemi nula deň bolmaly

$$\tau_A + \tau_B + \tau_C = 0 \qquad (24.48)$$

4) Üçfazaly çeşmäniň neýtraly Ýere birikdirilmedik, ýagny zeminlenmedik bolmaly.

Eger-de, (24,32) deňlemä esaslansak ýa-da (24.34) formuladan birinji deňlemesini göçürüp ýazsak, onda

$$\varphi_1 = \alpha_{11} \cdot \tau_1 + \alpha_{12} \cdot \tau_2 + \alpha_{13} \cdot \tau_3 \qquad (24.49)$$

(24.48) deňlemäni peýdalanyp (24.49) deňlemeden τ_2 – ni ýa-da τ_3 – i (parhy ýok) gysgaltsak, onda

$$\varphi_1 = (\alpha_{11} - \alpha_{12})\tau_1 + (\alpha_{13} - \alpha_{12})\tau_3 \qquad (24.50)$$

Görşümiz ýaly, eger-de $\alpha_{13} = \alpha_{12}$ bolsa, onda φ diňe τ_1 – zarýaddan baglylykda bolar. Netijede, birinji fazanyň döredýän bölejik sygymlarynyň jemi

$$C = \frac{\tau_1}{\varphi_1} = \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} = \frac{1}{\alpha_{şahsy} - \alpha_{?ara}} \qquad (24.51)$$

Eger-de, fazalar özara bissemetriki ýerleşseler, onda $\alpha_{12} \neq \alpha_{13}$ Liniýalardan şular ýaly bissimmetriýa döreýänligi üçin, olary özara kompensirlemek maksady bilen üçfazaly liniýalaryň pozisiýalaryny transponirleýärler (24.21-nji çyzgy). Şeýle edilende $\alpha_{şahs}$ bilen $\alpha_{özara}$ koeffisiýentlere liniýanyň ähli uzynlygy boýunça ortaça bahasy diýip düşünmeli, ýagny

$$\alpha_{şahsy} = \frac{1}{3}(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}) \qquad \text{we} \qquad \alpha_{?ara} = \frac{1}{3}(\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{31})$$

Onda, birinji simiň potensialy (24.50) formula laýyklykda (24.20-nji çyzga hem seret)

$$\varphi_1 = \underbrace{(\alpha_{11} - \alpha_{12}) \cdot \frac{\tau_1}{3} + (\alpha_{13} - \alpha_{12}) \cdot \frac{\tau_2}{3} +}_{\text{Birinji transpozisiýa çenli}}$$

$$\underbrace{+ (\alpha_{22} - \alpha_{23}) \cdot \frac{\tau_1}{3} + (\alpha_{21} - \alpha_{23}) \cdot \frac{\tau_2}{3} +}_{\text{Birinji transpozisiýadan soň}}$$

$$\underbrace{+ (\alpha_{33} - \alpha_{31}) \cdot \frac{\tau_1}{3} + (\alpha_{32} - \alpha_{31}). \frac{\tau_2}{3}}_{\text{Ikinji transpozisiýadan soň}} = \left(\frac{\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}}{3} - \frac{\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{31}}{3} \right) \cdot \tau_1 =$$

$$= \left(\alpha_{hususy} - \alpha_{?ara} \right) \cdot \tau_1$$

Eger-de, goňşy simleriň aralaryndaky a_{12}; a_{23};a_{31};. Ýeriň üstünden geçiriji simlere çenli beýiklikleri degişlilikde h_1, h_2, h_3 olaryň şekillerine çenli aradaşlyklary b_{12}; b_{23}; b_{31} geçiriji simleriň radiuslaryny r_0 diýip belgilesek, onda

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{2\cdot h_1}{r_0};\ \alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{2\cdot h_2}{r_0};$$

$$\alpha_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{2\cdot h_3}{r_0}; \qquad \alpha_{12} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{b_{12}}{a_{12}};$$

$$\alpha_{23} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{b_{23}}{a_{23}}; \qquad \alpha_{31} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{b_{31}}{a_{31}}$$

Şeýelelikde,

$$\alpha_{şahsy} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{3}(\ell n\frac{2\cdot h_1}{r_0} + \ell n\frac{2\cdot h_2}{r_0} + \ell n\frac{2\cdot h_3}{r_0}) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{3}\ell n\frac{2^3\cdot h_1\cdot h_2\cdot h_3}{r_0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\ \frac{2\sqrt[3]{h_1\cdot h_2\cdot h_3}}{r_0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{2\cdot h}{r_0}$$

bu ýerde $h = \sqrt[3]{h_1\cdot h_2\cdot h_3}$ - beýiklikleriň özara ortaçalaşdyrylan geometriki bahasy

$$\alpha_{?ara} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{3}(\ell n\frac{b_{12}}{a_{12}} + \ell n\frac{b_{23}}{a_{23}} + \ell n\frac{b_{31}}{a_{31}}) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{\sqrt[3]{b_{12}\cdot b_{23}\cdot b_{31}}}{\sqrt[3]{a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31}}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ell n\frac{b}{a}$$

Bu ýerde b hem-de a aradaşlyklaryň özara ortaçalaşdyrylan geometriki bahasy. Diýmek, bir fazanyň doly sygymy (24.51-nji formula seret)

$$C = \frac{2\cdot\pi\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}{\ell n\frac{2h}{r_0} - \ell n\frac{b}{a}} = \frac{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}{\ell n\frac{2\cdot h\cdot a}{r_0\cdot b}} \qquad (24.52)$$

ÝIGRIM BÄŞINJI BAP

ELEKTROSTATIKADAKY DEŇLEMELERIŇ DIFFERENSIAL GÖRNÜŞDE PEÝDALANYLYŞY

25.1. KOORDINATANYŇ SFERIK SISTEMASYNDA PUASSONYŇ WE LAPLASYŇ BIRÖLÇEGLI DEŇLEMELERINE MYSAL

Puassonyň we Laplasyň differensial deňlemeleri islendik sistema koordinatada **üçölçeglidir,** meselem 14-nji goşmaça seret! Dekartyň koordinatasy üçin x, y, z üç ölçeg bolýan bolsa, onda sferik koordinata üçin R; θ; α; slindrik koordinata üçin bolsa r; α; z oklar üçölçegliligi aňladýarlar.

Derňelýän funksiýa, ýagny φ –potensial Puassonyň ýa-da laplasyň differensial deňlemeleri bilen işlenende, bu üç sany ölçegleriň üçisinden-de bagly bolmagy mümkindir. Meselem, sferiki sistema koordinatada φ – potensial R- radiusydan, θ – meridian we α – ekwator burçlardan bagly bolmagy mümkin. Emma kä halatlarda potensial bir oka görä, hatda iki oka görä-de hemişelik bolup, diňe bir okdan baglylykda üýtgäp bilýär.

14-nji goşmaçadan Puassonyň we Laplasyň differensial deňlemelerini koordinatanyň sferiki sistemasy üçin göçürip ýazalyň. Puassonyň deňlemesi

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial R}) + \frac{1}{R^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}) + \frac{1}{R^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r} \qquad (25.1)$$

Laplasyň deňlemesi $\nabla^2\varphi = 0$

$$\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial R}) + \frac{1}{R^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}) + + \frac{1}{R^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} = 0 \qquad (25.2)$$

Eger-de, potensial θ – meridian we α – ekwator burçlara görä hemişelik bolsa, onda potensialyň bu oklara görä $\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}$ we $\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}$ önümleri nula deň bolýar, netijede Puassonyň we Laplasyň differensial deňlemeleri ýönekeýleşip diňe R – radiusa görä bolup galar, ýagny

$$\frac{1}{R^2}\frac{d}{dR}\left(R^2\cdot\frac{d\varphi}{dR}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \qquad (25.1a)$$

$$\frac{1}{R^2}\frac{d}{dR}\left(R^2\cdot\frac{d\varphi}{dR}\right) = 0 \qquad (25.2a)$$

Dogrudan-da, eger seredilýän meseläniň geometriki ölçegleri we ýerleşdirilişi simmetrik bolsa (meselem 24.6-njy paragrafa seret), onda meýdanyň potensialyny (25.1a) ýa-da (25.2a) görnüşdäki sadalşdyrylan ikinji derejeli doly differensial deňlemeler bilen hem işlemek bolýar.

Sferiki simmetriýalaryň bolmagy, üçölçegli koordiantalary tä bir koordinata çenli gysgaltmaga (azaltmaga) mümkinçilik berýär. Mysal hökmünde 24.6-njy paragrafda seredilen zarýadly şaryň meýdanyny ýene-de bir gezek özleşdireliň

Zarýadly şar üçin Puassonyň deňlemesinden peýdalanýarys, onda simmetriki şar üçin $\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = 0$ we $\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = 0$ bolýandyklaryny nazarda tutsak (25.1a) deňligi

$$\frac{1}{R^2}\cdot\frac{d}{dR}(R^2\cdot\frac{d\varphi}{dR}) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$ alarys

$R^2\cdot dR$ - köpeldijä köpeldip, soňra integrirlesek

$$R^2\cdot\frac{d\varphi}{dR} = \int -\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}R^2 dR = -\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{R^3}{3} + B$$ ýa-da

$$\frac{d\varphi}{dR}=-\frac{\rho R}{3\varepsilon_0\varepsilon_r}+\frac{B}{R^2} \qquad (25.3)$$

Ý ene-de bir gezek integrirlesek, onda

$$\varphi=\int\left(-\frac{\rho R}{3\varepsilon_0\varepsilon_r}+\frac{B}{R^2}\right)dR=-\frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0\varepsilon_r}-\frac{B}{R}+A \qquad (25.4)$$

Puassonyň we Laplasyň differensial deňlemeleri, giňişlik hasap edilýän dielektrik diňe birjynsly bolan ýgadaýynda dogrudygy üçin (25.4) deňlemäni her bir oblast üçin aýratynlykda ýazmaly bolýarys

Dogrudan-da,

$$E=E_R=-\frac{d\varphi}{dR}=\frac{\rho\cdot R}{3\varepsilon_0\varepsilon_r}+\frac{B}{R^2} \qquad (25.55)$$

bolýandygyny nazarda tutsak, onda:

<u>Birinji giňişlik üçin</u> $(0\le R\le a)$

$$\varphi_1=-\frac{\rho\cdot R^2}{6\cdot\varepsilon_0\varepsilon_1}-\frac{B_I}{R}+A_I; \qquad E_1=-\frac{\rho\cdot R^2}{3\cdot\varepsilon_0\varepsilon_1}-\frac{B_I}{R}$$

A_I – koeffisiýenti nula deň diýip kabul etmeli, sebäbi R = 0 bolanda (şaryň merkezinde) $\frac{B_I}{R}\to\infty$ - e ymtylýar, bu bolsa fiziki nukdaý tarapyndan seredeniňde, asla mümkin däldir. Beýleki B_1 koeffisiýenti R=a araçäk şertlerinden anyklaýarlar.

$$\oint_S \vec{D}_1 d\vec{S}=Q=\frac{4}{3}\pi\cdot a^3\cdot\rho$$

Şeýlelikde,

$$\varphi_1=-\frac{\rho\cdot R^2}{6\cdot\varepsilon_0\varepsilon_1}+A_I \qquad (25.\ 6)$$

$$E_1=-\frac{\rho\cdot R}{3\cdot\varepsilon_0\varepsilon_1} \qquad (25.7)$$

<u>Ikinji giňişlik üçin</u> $(a\le R\le b)$, zarýadlaryň göwrüm dykyzlygy ρ = 0, şonuň üçin

$$\varphi_2=-\frac{B_2}{R}+A_2 \qquad (25.8)$$

$$E_2=-\frac{B_2}{R^2} \qquad (25.9)$$

<u>Ü çünji oblast üçin</u> $(a\le R\le\infty)$, bu oblast üçin-de ρ=0 şonuň üçin

$$\varphi_3=-\frac{B_3}{R}+A_3 \qquad (25.10)$$

$$E_3=-\frac{B_3}{R} \qquad (25.11)$$

Hemişelik koeffisiýentleri anyklanlarynda olaryň tapylyşy ähli araçäk şertleri kanagatlandyrmalydyr, ýagny ähli oblastlaryň araçäklerinde $\vec{D}$ - wektoryň normal (üste perpendikulýar) düzüjilri bilen potensiallar özara deň bolmalydyrlar. Meselem, R=a bolanda $D_{n1}=D_{n2}$ ýa-a $\varepsilon_1\cdot E_1=\varepsilon_2\cdot E_2$ ýa-da (25.7) bilen (25.9) deňlemelere gaýdyp gelsek, onda

$$\frac{\rho\cdot a}{3\cdot\varepsilon_0}=-\frac{\varepsilon_2\cdot B_2}{a^2} \quad \text{bu ýerden} \quad B_2=-\frac{\rho\cdot a^3}{3\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2}$$

Eger-de, $Q = \frac{4}{3}\pi a^3 \cdot \rho$ formulany nazarda tutsak, onda

$$\varphi_2 = \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 R} + A_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 R} + A_2 \qquad (25.12)$$

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 R^2} \qquad (25.13)$$

R=b bolanda $\varepsilon_2 \cdot E_2 = \varepsilon_3 \cdot E_3$ ýa-da (25.11) bilen (25.13) deňlemeleri peýdalansak onda,

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b^2} = -\frac{\varepsilon_3 \cdot B_3}{b^2} \quad \text{ýa-da} \quad B_3 = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_3} \quad \text{onda}$$

$$\varphi_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_3 R} + A_3 \qquad (25.14)$$

$$E_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_3 R^2} \qquad (25.15)$$

Deňlemelerdäki A we B – koeffisiýentleriň tapylyşy 24.6-njy paragrafdaky koeffisiýentleriň anyklanylyşyna meňzeşdir.

Eger-de, φ – potensial diňe θ – burçuna görä üýtgeýän bolsa, onda umumy görnüşde Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesiniň esasynda şeýle netijeleri alardyk

$$\frac{1}{R^2 \cdot \sin\theta} \cdot \frac{d}{D\theta}\left(\sin\theta \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) = 0$$

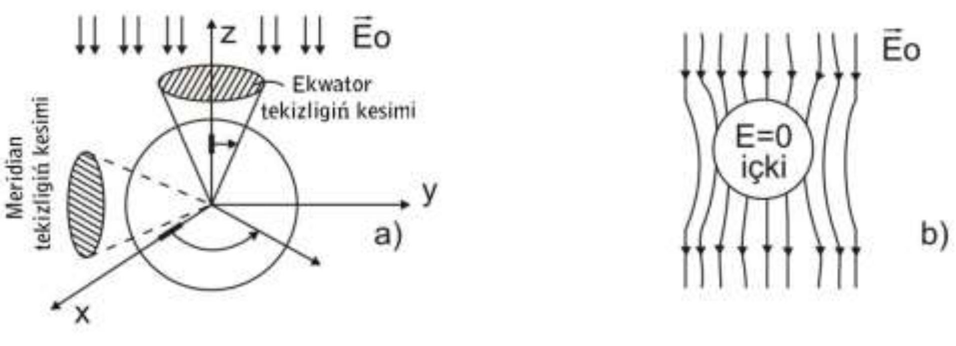
ýa-da

$$\varphi = \int \frac{A}{\sin\theta} d\theta = A \cdot \ell n \cdot tg\frac{\theta}{2} + B \quad \text{hem-de}$$

$$E_\theta = -\frac{\partial\varphi}{R \cdot d\theta} = -\frac{A}{R \cdot \sin\theta} \quad \text{görnüşe eýe bolar.}$$

25.2. DEŇÖLÇEGLI ELEKTROSTATIK MEÝDANYNDA ŞAR, ÝA-DA SFERIK SISTEMA KOORDINATADA LAPLASYŇ IKIÖLÇEGLI DEŇLEMESINE MYSAL

Eger-de, deňölçegli meýdanyň $\vec{E}_0$ - dartgynlyk wektoryny +z – okunyň tersine ugrukdyrsak (25.1-nji a çyzga seret) we şol meýdana geçiriji ýa bolmasa dielektrik materialdan (parhy ýok) ýasalan şar ýerleşdirilse, onda şaryň golaý töwereginde deňölçegli meýdanyň ýoýulmagy bolup geçýär (25.1-nji "b" çyzga seret).



25.1-nji çyzgy.

Meýdanyň beter ýa-da çalaja ýoýulmagy şaryň goemetriki ölçegine we onuň ε_r - elektrik syzyjylygyna baglydyr.

Eger-de şar geçiriji materialdan ýasalan bolsa, onda meýdanyň güýç çyzyklary onuň üstüne perpendikulýar bolmalydyrlar. Eger-de, geçiriji materialdan ýasalan şar zarýadlanmadyk bolsa, onda elektrostatikanyň induksiýa hadysasy netijesinde şaryň üstünde zarýadlaryň bölünmekleri bolup geçýär. Netijede, meýdanyň güýç çyzyklary şaryň bir tarapyna 90^0 – burç bilen düşýän bolsalar, beýleki bir tarapdan şol 90^0– burç bilen çykyp gidýärler (25.1-nji b çyzgy).

Eger-de, geçiriji materialdan ýasalan şar zarýadlanan bolsa, ýagny özünde zarýadlar agdyklyk (artykmaçlyk) edýän bolsalar, onda ol zarýadlar hem şaryň üstünde bolarlar we bölünerler! Ý ene-de 25.1-nji b çyzgydaky meňzeşiräk meýdanyň ýoýulmagy bolup geçer!

Eger-de, şar dielektrikden ýasalan bolsa, onda daşky meýdanyň täsiri netijesinde dielektrik şar polýarlanýar. Polýarlanmagyň netijesinde şaryň üstüne çykan zarýadlar daşky E_0 meýdanyň deňölçegliligini ýoýýar.Daşky meýdanyň güýç çyzyklary dielektrik şaryň üstüne golaýlaşanda we şaryň üstünden çykyp gidende, araçäk şertleri ýerine ýetirilmelidir (25.2-nji b; ç çyzgylar).

Meselem: a) şar metaldan bolanda $E_t = 0$; $D = \sigma$ b) şar dielektrikden bolanda $E_{t1} = E_{t2}$; $D_{n1} = D_{n2}$ şertler kanagatlandyrylmalydyrlar.

Ý ene-de bir bilmeli zat, ol hem şar geçiriji materialdan ýasalan bolsa, onuň üsti ekwipotensialdyr hem-de şaryň içinde $E_{içki}=0$ bolýar. Şonuň üçin-de ölçeýji abzallary daşky (özge) meýdanlardan goramak üçin, metaldan ýasalan ýörite ekranlar praktikada giňden ulanylýar. Meselem, özge meýdanyň täsirinden goramak üçin ýokarky ýygylykda işleýän elektronly çyralaryň hemmesi diýen ýaly silindir görnüşde ýasalan metallar bilen ekranlanýarlar.

Şeýlelikde, şarlar geçiriji ýa-da dielektrik materiallardan ýasalandyklaryna garamazdan, olary gurşap alýan daşky giňişlikde erkin zarýadlar ýokdurlar. Şonuň üçin-de, şaryň daşyny gurşap alýan meýdany Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesi bilen düşündirilýär. Eger-de, şarda zarýadlar agdaklyk (artykmaçlyk) etse, onda Puassonyň deňlemesine geçmeklik maslahat berilýär.

Görşümiz ýaly, elektrostatikanyň meýdanynda duş gelýän meseleleri işlemek üçin Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ görnüşli differensial deňlemesini integririlemeli bolýarys. Şeýle meseleleri adata öwürlen meseleler hasap edýärler.

Islendik meseleler çözülende, olary etaplara bölmeklik maslahat berilýär. Meselem, birinji etap hökmünde koordinatany saýlap seçmeklik maslahat berilýär. Koordianata saýlanyp seçilende araçäk şertlerinden ugur alýarlar. Biziň seredýän mysalymyzy, ýagny şary doly suratlandyryp hem-de kanagatlandyryp biljek sferiki sistema koordinatadyr.Sebäbi şaryň üstü sferadyr.

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right) + \frac{1}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} = 0$$

Ikinji etap hökmünde simmetriýa düzgüni göz öňünde tutulýar, ýagny özleşdirýän meýdanymyzyň haýsy-da bolsa bir simmetriýasy bar bolsa, şondan peýdalanmak maslahat berilýär. Meselem, 25.1-nji "a" çyzga üns berip seretseňiz, onda daşky meýdanyň z – okunyň ugruna ugrukdyrylandygyny, şeýlelikde

α – düzüjisine görä kesigiň üsti ekwipotensial (ýagny φ_α=const) bolýandygyny görmek kyn däl. Netijede $\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}=0$ bolup, Laplasyň üçölçegli deňlemesinden ikiölçegli deňlemesine geçýäris, onda

$$\nabla^2\varphi=\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right)+\frac{1}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right)=0 \qquad (25.16)$$

Şeýlelikde 25.16 - njy deňlemäniň $\frac{1}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}$ düzüjisini nula deňleýändigimiz sebäpli, potensial φ – ekwator düzüjisinden, ýagny ekwator tekizliginden baglylykda üýtgemän hemişeligine galýar.

Differensial deňlemeleri, meselem (25.16) deňlemäniň böleklenen önümlerini integrirlänlerinde Furýeniň usulyndan peýdalanýarlar. Bu usulyň düýp manysy, gözlenýän (biziň mysalymyzda φ – potensial) funksiýany tä mesele çözülup gutarýança belli bolmadyk iki sany näbelli funksiýalar bilen aňlatmakdan durýar, meselem M, N funksiýalardan. Bu ýerde M(R) diňe R – den, M(θ) bolsa diňe θ – den baglydyr.

$$\varphi=M(R)\cdot N(\theta)=M\cdot N \qquad (25.17)$$

M, N – funksiýalar nähili funksiýalardygyny biz mundan beýläk ulanyljak amallarymyzyň üsti bilen anyklamalydyrys. Potensial (25.17) deňlemedäki ýaly iki sany näbelli M; N funksiýalar bilen aňladylmagy netijesinde önümlere böleklenýän (25.16) differensial deňlemeden iki sany özara garaşsyz differensial deňlemelere alyp barýar. Ol differensial deňlemeleriň biri M – funksiýany, beýlekisi bolsa N – funksiýany häsiýetlendirmelidir. (25.17) deňlemedäki φ – potensialyň bahasyny (25.16) deňlemedäki φ – niň deregine goýanymyzda

$$\frac{\partial\varphi}{\partial R}=N\cdot\frac{\partial M}{\partial R} \quad \text{hem-de} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\theta}=M\cdot\frac{\partial N}{\partial\theta}$$

bolýandygyny-da nazarda tutsak, onda

$$\frac{N}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial M}{\partial R})+\frac{M}{R^2\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial N}{\partial\theta})=0 \qquad (25.18)$$

Eger-de,(25.18) deňlemäni $\frac{R^2}{MN}$ ululyga köpeltsek, onda

$$\frac{1}{M}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial M}{\partial R})+\frac{1}{N\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial N}{\partial\theta})=0 \qquad (25.19)$$

Soňky (25.19) deňlemäniň bir gowy tarapy, ol hem bu deňlemäniň birinji bölegi diňe R – iň funksiýasy M – i, ikinji bölegi bolsa diňe θ – niň funksiýasy N – i häsiýetlendirýär. Ondan başga-da (25.19) deňlemedäki iki sany goşulmalar özara garaşsyzdyrlar. Ý ene-de bir bellemeli zat , ol hem (25.19) deňlemäniň nähili ýagdaýlarda nula deň bolup bilýändigindedir:

birinji ýagdaý – (25.19) deňlemäniň goşulmalarynyň hersi aýratynlykda nula deň bolanda

$$\frac{1}{M}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial M}{\partial R})=0 \quad \text{we} \quad \frac{1}{N\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial N}{\partial\theta}\right)=0 \qquad (25.20a)$$

ikinji ýagdaý - (25.19) deňlemäniň goşulmalary islendik erkin baha eýe bolup bilerler, meselem birinji goşulma p – erkin baha deň bolsa, onda ikinji goşulma (-p) baha deň bolmalydyr, ýagny

$$\frac{1}{M}\cdot\frac{\partial}{\partial R}(R^2\cdot\frac{\partial M}{\partial R}) = p \quad \text{we} \quad \frac{1}{N\cdot\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial N}{\partial\theta}\right) = -p \qquad (25.20b)$$

Bu ýerde p – häzirlikçe näbelli san.

Görşümiz ýaly, (25.16) differensial deňlemäni (25.20a) bilen (25.20.b) görnüşde aňladyp, bu deňlemeleri integrirlemegi derejä getirdik. Şonuň üçin-de, (25.17) deňlemede görkezilen potensialyň umumy çözgüdi (25.20.a) bilen (25.20.b) deňlemeleriň çözgütleriniň köpeltmek hasyllaryndan kemala gelmelidir.

Ilki (25.20a) deňlemeleriň çözgütlerine nazar ýetireliň: Ozaly bilen M – funksiýanyň R – den, N – funksiýanyň θ – deň baglydyklaryndan ugur alsak, onda (25.20a) soňra (25.20b) deňlemeleri adaty differensiala geçirip ýazyp bileris, meselem (25.20a) deňlemäni aşakdaky ýaly ýazarys

$$\frac{1}{M}\cdot\frac{d}{dR}(R^2\cdot\frac{dM}{dR}) = 0; \qquad \frac{1}{N\cdot\sin\theta}\cdot\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{dN}{d\theta}\right) = 0$$

Birinji deňleme doly integrirlenenden soň

$$M = \frac{A_1}{R} + A_2 \qquad (25.21)$$

Şeýlede ikinji deňleme doly integrirlenenden soň alarys

$$\sin\theta\frac{dN}{d\theta} = A_3; \quad \frac{dN}{d\theta} = \frac{A_3}{\sin\theta} \quad \text{ýa-da} \quad N = A_3\ell n tg\frac{\theta}{2} + A_4 \qquad (25.22)$$

Bu deňlemedäki A_3 koeffisiýenti nula deň diýip kabul edilmelidir sebäbi diňe $A_3 = 0$ bolanda $A_3\cdot\ell n\cdot tg\frac{\theta}{2} = 0$ bolup biler, meselem $\theta = 0$ bolanda $tg\frac{\theta}{2} = 0$ bolýandygy üçin $\ell n 0 = \infty$ bolýar. Onda $A_3\cdot\ell n\cdot tg\frac{\theta}{2} = -\infty$ netijäni alarys, bu bolsa fiziki nukdaý nazardan asla mümkin däldir, şonuň üçin-de $A_3=0$ diýip kabul edilýär.

Şeýlelikde (25.20a) deňlemelerden gelip çykyşyna görä φ – potensialyň (25.17) deňlemä laýyklykda ilkinji çözgüdini alarys

$$\varphi = M\cdot N = \frac{C_1}{R} + C_2 \qquad (25.23)$$

bu ýerde $C_1 = A_1\cdot A_4$; $C_2 = A_2\cdot A_4$ diýlip belgilenildi.

Indi (25.20.b) deňlemeleriň çözgütlerine nazar ýetireliiň;

Onda, (25.20b) deňlemeleri adaty differensial deňleme görnüşde ýazyp bilýäris

$$\frac{1}{M}\cdot\frac{d}{dR}(R^2\cdot\frac{dM}{dR}) = p; \qquad \frac{1}{N\cdot\sin\theta}\cdot\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{dN}{d\theta}\right) = -p$$

Eger-de, deňlemäniň R – e görä önümini alsak, şeýle netijä geleris

$$2\cdot R\frac{dM}{dR} + R^2\cdot\frac{d^2 M}{dR^2} = p\cdot M$$

Bu deňlemäni soňuna çenli çözmek üçin, Eýleriň $M = C\cdot R^n$ görnüşli formulasyndan peýdalanmak maslahat berilýär, onda;

$$\frac{dM}{dR} = n\cdot C\cdot R(n-1); \qquad \frac{d^2M}{dR^2} = n(n-1)C\cdot R^{n-2}$$

bahalaryny ýerli-ýerinde goýuşdyrsak, onda

$$2\cdot R\cdot n\cdot C\cdot R^{n-1} + R^2\cdot n(n-1)\cdot C\cdot R^{n-2} = p\cdot C\cdot R^n \qquad \text{ýa-da}$$

$$n^2 + n - p = 0$$
görnüşdäki kwadrat deňlemäni alarys. Bu kwadrat deňlemäniň kökleri
$$n_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + p} \qquad (25.24)$$
Kök aşagyndaky p –niň san bahasyny anyklamak üçin (25.20b) deňlemeleriň ikinjisinden peýdalanýarys
$$\frac{1}{N \cdot \sin\theta} \cdot \frac{d}{d\theta}(\sin\theta \frac{dN}{d\theta}) = -p \qquad (25.20^*)$$
Bu formulanyň çözgüdini $N = B \cdot \cos\theta$ görnüşli deňleme doly kanagatlandyrýar. Munuň şeýledigine göz ýetrimek üçin (25.20) deňlemäni differensirläp göreliň, onda

$$\frac{d}{d\theta}\left(\sin\vartheta \cdot \frac{dN}{d\theta}\right) = -p \cdot N \cdot \sin\theta \qquad \text{ýa-da}$$
$$\frac{d}{d\theta} \cdot [\sin\theta(-B \cdot \sin\theta)] = -p \cdot B \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \qquad \text{ýa-da}$$
$$-\cos\theta \cdot B \cdot \sin\theta - \sin\theta \cdot B \cdot \cos\theta = -p \cdot B \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta$$
$-2 = -p$ gutarnykly bahasy p=2

Şeýlelikde, p – niň san bahasy anyklanylandan soň (25.24) deňlemeden n_1=1; we n_2= - 2 bolýandygyny hasaplaýarys we (25.17) deňlemeden peýdalanyp, potensialyň $\varphi = (C_3 \cdot R + \frac{C_4}{R_2})\cos\theta$ bolýandygyny subut etmek kyn däldir.

Netijede (25.16) deňlemäniň doly çözgüdi
$$\varphi = \frac{C_1}{R} + C_2 + \left(C_3 \cdot R + \frac{C_4}{R^2}\right)\cos\theta \qquad (25.25)$$
görnüşe eýe bolýar. Bu deňlemedäki dört sany C_1; C_2; C_3 we C_4 koeffisientleriň anyklanyşlary diňe bir aracäk şertlerinden bagly bolman, eýsem şarlaryň metaldan ýa-da dielektrikden ýasalyşlaryna-da baglydyrlar.

25.3. DEŇÖLÇEGLI ELEKTROSTATIK MEÝDANDA GEÇIRIJI ŞAR

Geçiriji şarlar hakdaky düşünjeleri giňeltmegiň praktiki tarapdan ähmiýeti uludyr. Meselem, ýörite niýetlenilen ýaglara çümdürilip işledilýän güýçli (kuwwatly) transformatorlaryň içine wagtyň geçmegi bilen suw damjalarynyň izolýasiýalaryndan syzylyp sarymlara aralaşýan wagty juda köp duş gelýär. Suw damjalary ýagyň içinde şar görnüşine eýe bolup, transformatorlar üçin howply pursatlary döredýär. Şol sebäpli-de, (25.25) deňlemäni geçiriji şar üçin özgerdip ýazmaklyk, islendik şular ýaly meňzeş meseleleri çözmegi aýdyňlaşdyrýar. Deňlemelerdäki dört sany C_1; C_2; C_3 C_4 hemişelik koeffisiýentleri anyklamak üçin şaryň üstündäki diňe bir araçäk şertleri kanagatlandyrmak bilen çäklenmän, eýsem tükeniksizligiň şertlerinden, fiziki aňşyrmalardan geregiçe peýdalanýarlar. Mysal üçin, şardan juda uzaklykdaky nokatlary tükeniksizdäki nokatlar diýip şertli kabul edip bileris.

Eger-de, metaldan ýasalan şar zarýadlanmadyk bolsa, onda XOY tekizligi emele getirýän ähli nokatlary ekwipotensialdyrlar. Ynha, şol ekwipotensialy φ_0 – diýip belgiläp bileris. Ýa bolmasa, şardan (z – oky boýunça) näçe uzaklaşdygymyzça (a – radiusy bilen deňeşdirilende birnäçe esse uzaklykda) şaryň meýdana bolan täsiri şonça-da peselýär, eger-de täsiri bolaýanda-da edil nokatlanç zarýadyňky ýaly juda ujypsyz bolýar, onda uzak aralyga daşlaşdygymyzça derňelýän meýdana $\vec{E}_0$ - wektoryň täsiri $E_0 \cdot z = E_0 \cdot R \cdot \cos\theta$ görnüşde aňladylýar. Eger-de, şar zarýadlanan bolsa, onda giňişligiň islendik nokadynda zarýadlanan şardan potensialyň anyklanylyşy

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R}$$ görnüşde aňladylýar.

Şeýlelikde, şaryň üstünden ep-esli uzak aralykda, potensialyň anyklanylyşynyň formulasy häzirlikçe

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} + \varphi_0 + E_0 \cdot R \cdot \cos\theta \qquad (5.26)$$

görnüşde ýazyp bileris.

Eger-de(25.26) deňlemäni (25.25) deňleme bilen ünüs berip özara deňeşdirsek, onda:

$$C_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot}; \qquad C_2 = \varphi_0; \qquad \text{we} \qquad C_3 = E_0$$

Gözlenýän deňliklerdigini hiç hili ikirjiňlenmän aýdyp bileris.

Netijede, bary-ýogy bir näbellini, ýagny bir koeffisiýenti ol hem C_4 – i anyklamak galýar. Ý okarda belläp geçişimiz ýaly, geçiriji-dielektrik jisimleriň özara galtaşýan ýerlerinde ýeke-täk araçäk şerti bardyr, ol hem $E_t=0$, ýagny elektrostatiki meýdanyň E – dartgynlygynyň, geçirijiniň üstüne görä, tangensial (galtaşýan) düzüjisi nula deňdir, onda

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} + \varphi_0 + (E_0 \cdot R + \frac{C_4}{R^2}) \cdot \cos\theta = const$$

deňleme hemişelik ululykda diňe $(E_0 \cdot R + \frac{C_4}{R^2}) \cdot \cos\theta = 0$ bolanda alnyp biler. Şeýle şert diňe şaryň üstünde, haçanda R=a bolanda (araçäkde) ýerine ýetirilýär, ýagny

$(E_0 \cdot a + \frac{C_4}{a^2}) \cdot \cos\theta = 0$; bu ýerden $C_4 = -E_0 \cdot a^3$ bolar.

Şeýlelikde, geçiriji şary gurşap alan dielektrik giňişligiň islendik nokadynda potensialyň anyklanyşynyň formulasy

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} + \varphi_0 + E_0(R - \frac{a^3}{R^2}) \cdot \cos\theta \qquad (25.27)$$

Görşümiz ýaly, dielektriki giňişlikde potensial koordinatyň iki ölçeginden, ýagny R bilen θ – den baglylykda üýtgeýär, şonuň üçin-de meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy-da şu iki ölçege görä üýtgär, ýagny

$$\left.\begin{aligned} E_R &= \frac{\partial\varphi}{\partial R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R^2} - E_0 \cdot (1 + \frac{2 \cdot a^3}{R^3}) \cdot \cos\theta \\ E_\theta &= -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = E_0(1 - \frac{a^3}{R^3}) \cdot \sin\theta \end{aligned}\right\} \qquad (25.28)$$

Eger-de Q=0 bolsa, onda R=a bolanda, ýagny şaryň „meridian“ üstlerinde $E_R = -3 \cdot E_0 \cdot \cos\theta$ bolýar. Ondan başga-da: θ=0 bolanda $E_R = -3 \cdot E_0$ hem-de $\theta = 180^0$ bolanda bolsa $E_R = 3 \cdot E_0$ bolýar, ýagny şaryň daşyndaky deňölçegli meýdandan E_R üç esse köp bolýar, ýokarda belläp geçişimiz ýaly, beýle hadysa, meselem transformatorlaryň sarymlarynyň arasynda döräýse, örän howply ýagdaýlary döredip, transformatorlaryň köýüp hatardan (sandan) çykmagyna getirýär. Şaryň ekwatorynda bolsa, ýagny θ=90^0 bolanda dartgynlyk $\vec{E}=0$ bolar.

25.4. DEŇÖLÇEGLI ELEKTROSTATIK MEÝDANDA DIELEKTRIK ŞAR

Erkin zarýady bolmadyk dielektrik şar elektrostatikanyň meýdanynda ýerleşdirilende, şaryň daşyny gurşap alan giňişligiň meýdany we dielektriki şaryň içindäki dörän meýdany Laplasyň deňlemesi bilen aňladýarlar. Onda (25.25) deňlemäniň doly (gutarnykly) çözülmegi dielektriki şar üçin-de ýaramlydyr.

Şaryň içki giňişligini "i" harpy, daşky gurşaýan giňişligini bolsa e harpy bilen belgilesek, onda (25.25) deňlemäni şaryň içki giňişligi üçin şeýle ýazyp bileris.

$$\varphi_i = \frac{C_{1i}}{R} + C_{2i} + \left(C_{3i} \cdot R + \frac{C_{4i}}{R^2} \right) \cdot \cos\theta \qquad (25.29)$$

daşky giňişligi üçin bolsa

$$\varphi_e = \frac{C_{1e}}{R} + C_{2e} + \left(C_{3e} \cdot R + \frac{C_{4e}}{R^2} \right) \cdot \cos\theta \qquad (25.30)$$

deňlemeleri alarys we integrirlemegiň netijelerinden emele gelen jemi sekiz sany hemişelik koeffisiýentlerini anyklamaly bolýarys.

Tükeniksizdäki potensialyň deňlemesi $\varphi = \varphi_0 + E_0 \cdot R \cdot \cos\theta$. Bu deňlemäni (25.30) deňleme bilen deňeşdirip görsek, onda $C_{2e} = \varphi_0$; $C_{3e} = E_0$ deňlikleri göreris.

Ýokarda belläp geçişimiz ýaly, nokatlanç zarýadyň döredýän potensialy R – aralyga görä ters proporsionallykda üýtgeýär (24.25)-nji formula seret). Şonuň üçin-de (25.30) deňlemedäki $\frac{C_{1e}}{R}$ goşulyjy nokatlanç zarýadyň döredýän potensialydyr. Dielektriki şarda erkin zarýadlaryň ýoklugy sebäpli $\frac{C_{1e}}{R}=0$ diýip bileris, diýmek $C_{1e}=0$. Onda, (25.30) deňlemäni şeýle ýazyp bileris.

$$\varphi_e = \varphi_0 + \left(E_0 \cdot R + \frac{C_{4e}}{R^2} \right) \cdot \cos\theta \qquad (25.30a)$$

Şaryň içki giňişliginiň potensialy üçin mesele 25.25-nji deňleme ýeňilleşýär, sebäbi $C_{1i}=0$; $C_{4i}=0$. Eger-de, C_{1i} bilen C_{4i} koeffisiýentleri nula deňläp almasak, R=0 bolanda şol goşulmalar tükeniksize öwrülýärler, bu bolsa fiziki nukdaý nazardan asla mümkin däldir. Ýöne, potensial anyklanylanda, hasabyň düzümine XOY tekizligi emele getirýän ekwipotensial nokatlaryň potensialy hem girizilýär, ol φ_0 – potensialdyr, onda (25.29) deňleme

$$\varphi_i = \varphi_0 + C_{3i} \cdot R\cos\cdot\theta \qquad (25.29a)$$

görnüşe eýe bolar.

Şeýlelikde, bary-ýogy iki sany näbelli koeffisiýent galdy, olar (25.29a) deňlemedäki C_{3i} we (25.30a) deňlemedäki C_{4e} - koeffisiýentlerdir. Bu koeffisiýentleri dielektrik-dielktrik araçäk şertlerinden anyklaýarys:

1) Potensiallaryň deňligi şertinden $\varphi_i = \varphi_0$ deňligi (şaryň üstünde R = a bolanda) peýdalanýarys. Bu deňlik E_{t1}=E_{t2} deňlige ekwiwalentdir (deňgüýçlidir) , onda

$$C_{3i}\cdot a = E_0\cdot a+\frac{C_{4e}}{a^2}$$

2) Ý ene-de araçäkde elektrik induksiýanyň normal (üste perpendikulýar) düzüjileriniň deňliginden $D_{n1}=D_{n2}$ ýa-da

$$\varepsilon_i\cdot\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial R}\right)_{R=a}=\varepsilon_e\left(\frac{\partial\varphi_e}{\partial R}\right)_{R=a}\quad \text{ýa-da}$$

$$\varepsilon_i\cdot C_{3i}=\varepsilon_e\left(E_0-\frac{2\cdot C_{4e}}{a^3}\right)$$

Bu iki deňlemäni C_{3i} bilen C_{4e} koeffisiýentlere görä işlesek, onda

$$C_{3i}=E_0\cdot\frac{3\cdot\varepsilon_e}{2\cdot\varepsilon_e+\varepsilon_i};\qquad C_{4e}=a^3\cdot E_0\cdot\frac{\varepsilon_e-\varepsilon_i}{2\cdot\varepsilon_e+\varepsilon_i}$$

Netijede, şaryň içki giňişligi üçin potensialyň deňlemesi

$$\varphi_i=\varphi_0+E_0\cdot R\cdot\frac{3\cdot\varepsilon_e}{2\varepsilon_e+\varepsilon_i}\cdot\cos\theta=\varphi_0+E_0\cdot\frac{3\cdot\varepsilon_e}{2\varepsilon_e+\varepsilon_i}\cdot Z \qquad (25.31)$$

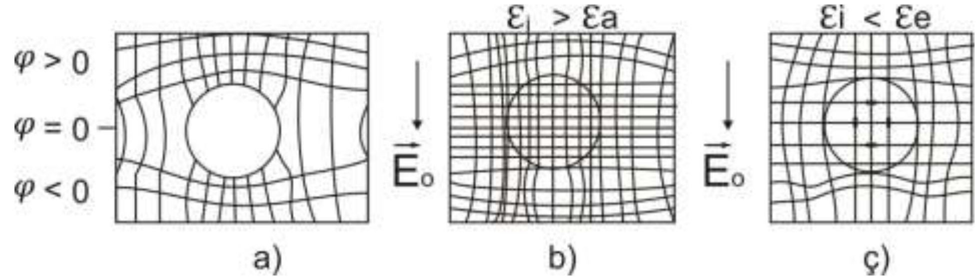
Şaryň daşky giňişligi üçin bolsa potensialyň deňlemesi

$$\varphi_e=\varphi_0+E_0\cdot\left(R+\frac{a^3}{R^3}\cdot\frac{\varepsilon_e-\varepsilon_i}{2\cdot\varepsilon_e+\varepsilon_i}\right)\cdot\cos\theta \qquad (25.32)$$

Şaryň içinde meýdanyň dartgynlygy

$$E_Z=-\frac{\partial\varphi_i}{\partial z}=-E_0\cdot\frac{3\cdot\varepsilon_0}{2\cdot\varepsilon_e+\varepsilon_i} \qquad (25.33)$$

Bu aňlatmadaky $\vec{E}$ - dartgynlyk Z – okuna görä ugrukdyrlandyr, şonuň üçin-de koordinatanyň nokatlaryndan bagly däldir. Beýle diýildigi, şaryň içinde meýdanyň deňölçeglidigini aňladýar. 25.2-nji çyzgyda üç sany bolubiläýjek ýagdaýlar üçin, meýdanyň elektrik induksiýasynyň grafikleri görkezildi.
a)Deňölçegli meýdanda metaldan ýasalan zarýadsyz şar ýerleşdirilende (25.2-nji „a“ çyzga seret):



25.2-nji çyzgy

b) Deňölçegli meýdanda dielektrik şaryň ε_i - elektrik syzyjylygy daşky giňişligiň ε_e - syzyjylygyndan uly bolanda, ýagny $\varepsilon_i>\varepsilon_e$ (25.2-nji b çyzgy):
ç) Deňölçegli meýdanda dielektrik şaryň ε_i - elektrik syzyjylygy daşky giňişligiň ε_e - syzyjylygyndan kiçi bolanda, ýagny $\varepsilon_i<\varepsilon_e$ (25.2-nji ç çyzgy)

Wektor $\vec{D}$ - ni häsiýetlendirýän güýç çyzyklar erkin (+) zarýadlardan başlanýarlar. Ol güýç çyzyklary geçiriji şarlaryň üstünde kesilýän (gutarýan) bolsalar (25.2-nji a çyzga seret), dielektriki şarlarda güýç çyzyklar kesimden döwülip şaryň içinden geçip gidýärler (25.2-nji b , ç çyzgylara seret)

Eger-de 25.2-nji b, ç çyzgylarda $\vec{D}$ - wektoryň deregine $\vec{E}$ - wektor çyzylan bolsady, onda $\vec{E}$ - wektoryň diňe bir döwülýändigini däl, eýsem $\vec{E}$ - wektoryň üzülýändigini-de görkezmeli bolardy, sebäbi $\vec{E}$ - wektoryň güýç çyzyklarynyň çeşmesi bolup diňe bir erkin zarýadlar bolman, eýsem bagly (polýarlanan) zarýadlar hem $\vec{E}$ - wektora öz gatançlaryny goşýarlar (23.15 bilen 23.17 deňlemeleri özara deňeşdirip görüň !)

25.5. SILINDRIK SISTEMA KOORDINATADA PUASSONYŇ WE LAPLASYŇ BIRÖLÇEGLI DEŇLEMELERINE MYSAL

14 – nji goşmaçadan Puassonyň we Laplasyň üçölçegli differensial deňlemelerini silindriki sistema koordinata üçin göçürip ýazalyň: Puassonyň

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$ deňlemesi ýa-da

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}$$

Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesi, ýa-da

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0$$

25.1-nji mesele. Mysal hökmünde 23.10-nji çyzgyda görkezilen koaksal kabeliň degişli deňlemelerini çykaralyň.

Kabeliň gyzmagy netijesinde emele gelen howa boşlugynda toplanan erkin zarýadlaryň göwrüm dykyzlygy $\rho=10^{-6}$ Kl/ m^3 . Kabel çeşmeden öçürilenden soň onuň içindäki sim ýere birikdirilýär, diýmek $\varphi_1=0$.

Kabeliň simmetrik ýagdaýyny nazarda tutsak, onda $\frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha}=0$; $\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0$. Howa boşlugy üçin $\varepsilon_r=1$, onda Puassonyň deňlemesi sadalaşar. Meselem, birinji $a \le r \le b = 1$ sm aralykda

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)=-\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (25.34)$$

Bu deňlemäni integrirlesek

$$r\cdot\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}=-\frac{\rho\cdot r^2}{2\cdot\varepsilon_0}+A_1$$

Soňra, deňlemeden silindriň birinji bölegi üçin meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy

$$E_1=-\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}=+\frac{\rho\cdot r}{2\cdot\varepsilon_0}-\frac{A_1}{r} \qquad (25.35)$$

φ_1 – potensialy

$$\varphi_1=-\frac{\rho\cdot r^2}{4\cdot\varepsilon_0}+A_1\cdot\ell n r+B_1 \qquad (25.36)$$

Ikinji $B \le r \le c$ aralykda zarýadlaryň dykyzlygy nula deňdir, şonuň üçin-de Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesinden peýdalanýarys, onda

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi_2}{\partial r}\right) = 0$$

Bu deňlemäni integrirlänimizden soň, meýdanyň $\vec{E}_2$ - dartgynlygy

$$E_2 = -\frac{A_2}{r} \qquad (25.37)$$

φ – potensialy

$$\varphi_2 = A_2 \cdot \ell n r + B_2 \qquad (25.38)$$

A, B koeffisiýentleri araçäk şertlerinden anyklaýarlar.

<u>Çözülişi</u>: Meselem r = a bolanda $\varphi_1 = 0$ bolýar, sebäbi, geçiriji kabel çeşmeden öçürilen dessine onuň içki simi ýere birleşdirilýär. r = b bolanda $\varphi_1 = \varphi_2$;

$$\varepsilon_1 \cdot E_1 = \varepsilon_2 \cdot E_2$$

r = c bolanda $\varphi_2 = 0$

Eger-de, ýokardaky deňlemelerden peýdalansak, onda

$$-\frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0} + A_1 \cdot \ell na + B_1 = 0$$

$$-\frac{\rho b^2}{4\varepsilon_0} - A_1 \cdot \ell nb + B_1 = A_2 \cdot \ell nb + B_2 \qquad (*)$$

$$\frac{\rho b}{2\varepsilon_0} - \frac{A_1}{b} = -\frac{\varepsilon_2}{b}\cdot A_2$$

$$A_2 \cdot \ell nc + B_2 = 0$$

Bu deňlemeleri özara işlesek, koeffisiýentleriň bahalaryny taparys

$$B_1 = \frac{\rho \cdot a^2}{4\cdot\varepsilon_0} - A_1 \cdot \ell na; \qquad A_2 = \frac{A_1}{\varepsilon_2} - \frac{\rho b^2}{2\varepsilon_2\cdot\varepsilon_0}$$

$$B_2 = -A_2 \cdot \ell nc = \left(\frac{\rho\cdot b^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_2} - \frac{A_1}{\varepsilon_2}\right)\cdot \ell nc$$

B_1; B_2 we A_2 koeffisiýentleriň bahalaryny (*) deňlemede goýuşdyrsak, şeýle deňligi alarys:

$$-\frac{\rho b^2}{4\varepsilon_0} + A_1 \cdot \ell nb + \frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0} - \ell na = \left(\frac{A_1}{\varepsilon_0} - \frac{\rho\cdot b^2}{2\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2}\right)\ell nb + \left(\frac{\rho\cdot b^2}{2\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2} - \frac{A_1}{\varepsilon_2}\right)\cdot \ell nc$$

Bu deňlemeden A_1 – koeffisiýenti anyklaýarys

$$A_1 = \frac{\dfrac{\rho\cdot b^2}{4\varepsilon_0} - \dfrac{\rho\cdot a^2}{4\varepsilon_0} - \dfrac{\rho\cdot b^2}{2\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2}\cdot\ln b + \dfrac{\rho\cdot b^2}{2\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2}\cdot\ell nc}{\ell nb - \ell na - \dfrac{1}{\varepsilon_0}\ell nb + \dfrac{1}{\varepsilon_2}\ell nc} = \frac{\dfrac{b^2}{4\varepsilon_0}\cdot\varepsilon_2\left(1 - \dfrac{a^2}{b^2}\right) + 2\cdot\ell n\dfrac{c}{b}}{\varepsilon_2\cdot\ell n\dfrac{b}{a} + \ell n\dfrac{c}{b}} = 3.42 \quad \text{W};$$

Degişlilikde: $B_1 = \dfrac{\rho\cdot a^2}{4\varepsilon_0} - A_1\cdot\ell na = 19.8$ W ;

$A_2 = \dfrac{A_1}{\varepsilon_2} - \dfrac{\rho b^2}{2\varepsilon_0\cdot\varepsilon_2} = -0.435$ W ; $\qquad B_2 = -A_2\cdot\ell nc = -1.7$ W ;

Iň soňky deňlemeler:

a) howa bilen doldurlan boşlukda $(a \le r \le b)$

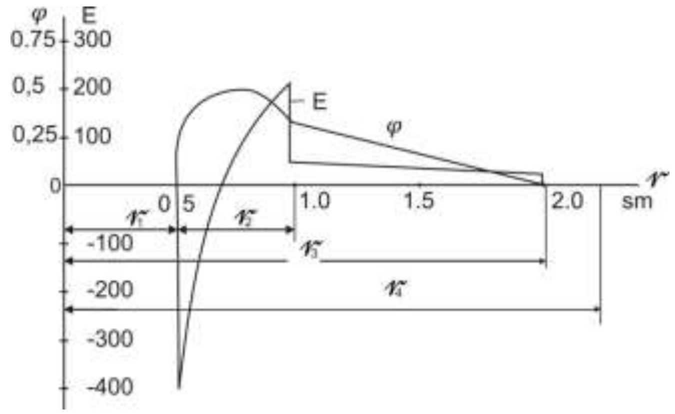
$$\varphi_1 = -\frac{\rho \cdot r^2}{4\varepsilon_0} + A_1 \cdot \ell n r + B_1 = 19.8 + 3.42 \cdot \ell n r - 2.83 \cdot 10^4 \cdot r^2 \quad \text{W ;}$$

$$E_1 = 5.66 \cdot 10^4 \cdot r - \frac{3.42}{r} \quad \text{W/m}$$

b) gaty izolýasiýaly aralykda $(b \le r \le c)$

$$\varphi_2 = -0.435 \cdot \ell n r - 1.7 \quad \text{W ;} \qquad E_2 = \frac{0.435}{r} \quad \text{W/m}$$

φ – potensialyň we meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň r – aralykdan baglanşygynyň grafigi 25.3-nji çyzgyda görkezilde



25.3-nji çyzgy.

Silindrik üstde induksirlenen, alamaty minus bolan erkin zarýadlaryň r = a araçäkdäki dykyzlygy

$$\sigma_1 = D_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 E_1 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 401 = 3.55 \cdot 10^{-9} \quad \text{Kl/m}^2$$

Silindriň daşky gatlagynyň içinde (r = c)

$$\sigma_2 = D_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 E_2 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 21{,}75 = 1{,}15 \cdot 10^{-9} \quad \text{Kl/m}^2$$

r = b bolanda bendilikdäki (baglanyşykly) zarýadlaryň dykyzlygy

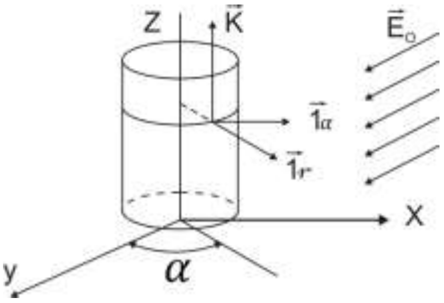
$$\sigma'_2 = \rho'_2 = (\varepsilon_2 - 1) \cdot \varepsilon_0 \cdot E'_2 = (6-1) \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 43{,}5 = 1{,}92 \cdot 10^{-9} \quad \text{Kl/m}^2$$

r=c bolanda (araçäkde) bendilikdäki (baglanyşykly) zarýadlaryň dykyzlygy

$$\sigma'' = P_2'' = (\varepsilon_2 - 1) \cdot \varepsilon_0 E_2 = (6-1) \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 21{,}75 = 0{,}96 \cdot 10^{-9} \quad \text{Kl/m}^2$$

25.6 SILINDRIK SISTEMA KOORDINATADA LAPLASYŇ IKIÖLÇEGLI DEŇLEMELERINE MYSAL

Eger-de, deňölçegli meýdanyň $\vec{E}_0$ - dartgynlyk wektoryny Y – okuna görä ugrukdyrsak (25.4-nji çyzga seret) we şol meýdanda geçirijiden ýa-da dielektrikden (parhy ýok) ýasalan silindir ýerleşdirsek, onda silindriň golaý töwereginde deňölçegli meýdanyň ýoýulmagy bolup geçer. Meýdanyň çalaja ýa-da beter ýoýulmagy silindriň geometrik ölçegine we onuň ε_r - elektrik syzyjylygyna baglydyr.



Eger-de, silindir geçiriji jisimden ýasalan bolsa, onda meýadnyň güýç çyzyklary onuň üstüne perpendikulýar bolmalydyrlar (25.1-nji b çyzgy).

Eger-de, geçiriji metal jisimden ýasalan silindir zarýadsyz bolsa, onda elektrostatik induksiýa hadysasy netijesinde silindriň üstünde zarýadlaryň bölünmekligi bolup geçýär.

25.4-nji çyzgy

Netijede meýdanyň güýç çyzyklary silindriň bir tarapyna 90^0 burç bilen düşýän bolsalar, beýleki bir tarapyndan şol 90^0 burç bilen çykyp gidýärler (25.1-nji b çyzgy).

Eger-de, geçiriji jisimden ýasalan silindir zarýadlanan bolsa, ýagny özünde zarýadlar agdyklyk edýän bolsa, onda ol zarýadlar hem silindriň üstünde bölünerler hem-de elektrostatik meýdanyň ýoýulmagyna sebäp bolarlar.

Eger-de, silindir dielektrik jisimden ýasalan bolsa, onda daşky (özge) meýdanyň täsiri netijesinde dielektrik silindir polýarlanar. Polýarlanmagyň netijesinde silindiriň üstüne çykan zarýadlar daşky meýdanyň deňölçegliligini ýoýar.

Daşky meýdanyň güýç çyzyklary dielektrik silindriň üstüne golýalaşanda we silindriň üstünden çykyp gidende araçäk şertleri ýerine ýetirilmelidir (25.2-nji b, ç çyzgylara seret). Meselm, silindir geçiriji jisimden ýasalan bolanda: 1) $E_t = 0$; 2) $D = \sigma$ dilektrik jisimden bolanda 1) $E_{t1}=E_{t2}$: 2) $D_{n1}=D_{n2}$ şertler kanagatlandyrylmalydyrlar.

Görşümiz ýaly, elektrostatikanyň meýdanynda duş gelýän islendik meseleleri işlemek üçin ýene-de Laplasyň $\nabla^2\varphi = 0$ deňlemesini yzly-yzyna iki gezek integrirlemeli bolarys. Bu meselede hem edil 25.2-nji paragrafdaky ýaly çözülişiň yzygyderligini etaplara bölýärler. Meselem, birinji etap hökmünde koordinatany saýlamakdyr, soňra ikinji etap we ş.m.

Biziň seretjek mysalymyzy kanagatlandyryp biljek silindrik sistema koordinatadyr

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{d\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

Ikinji etap hökmünde simmetriýa göz öňünde tutulýar, ýagny özleşdirilýän meýdanyň haýsy-da bolsa bir simmetriýasy bar bolsa, şondan peýdalanmak maslahat berilýär. Meselem 25.4-nji çyzgyda silindriň daşyndaky $\vec{E}_0$ - meýdan Y – oky boýunça ugrukdyryldy. Şeýle ýagdaýda Z – okuna görä silindriň üsti ekwipotensial (deňpotensial) bolar, diýmek $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$, sebäbi φ_z=const. Onda, Laplasyň ücölçegli differensial deňlemesi ikiölçegli görnüşe eýe bolar.

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{d\alpha^2} = 0 \qquad (25.39)$$

Mundan beýläk (25.39) ikinji derejeli differensial deňlemesiniň böleklenen önümlerini integrirlänlerinde Furýeniň usulundan peýdalanýarlar. Şeýle meseläniň matematiki nukdaý nazardan has takyk işlenen yzygyderligini 25.2-nji paragrafda özleşdirendigimiz sebäpli, (25,39) deňlemäniň diňe ahyrky netijelerini ýazmak bilen çäklenýäris:

1) silindir geçiriji jisimden ýasalan bolsa, onda onuň a – radiusyna görä potensialynyň tapylyşy

$$\varphi_0 = C_0 + \left(\frac{a^2}{r} - r\right) \cdot E_0 \cdot \cos\alpha \qquad (25.40)$$

Eger-de, silindir zarýadlanan bolsa, onda onuň potensialy

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \ell n \frac{1}{r} + C_0 + \left(\frac{a^2}{r} - r\right) \cdot E_0 \cdot \cos\alpha \qquad (25.41)$$

2) silindr dielektrik jisimden ýasalan bolsa, onda;

a) silindriň içki giňişligi (dünýäsi) üçin

$$\varphi_i = -\frac{2\cdot\varepsilon_e}{\varepsilon_e + \varepsilon_i} \cdot E_0 \cdot r \cdot \cos\alpha + C_0 = \frac{2\cdot\varepsilon_e}{\varepsilon_e + \varepsilon_i} \cdot E_0 \cdot Z + C_0 \qquad (25.42)$$

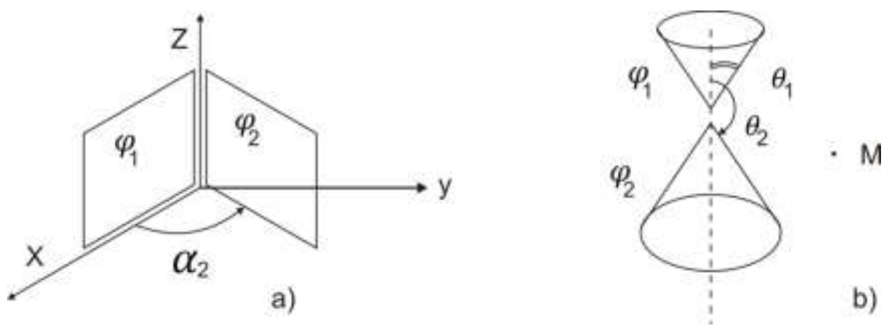
b) Silindiriň daşyndaky giňişlik üçin

$$\varphi_e = \left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + \varepsilon_e} \cdot \frac{a^2}{r} - r\right) \cdot E_0 \cdot \cos\alpha + C_0$$

Deňölçegli (birjynsly) meýdanyň giňişlikde döredýän potensialy

$$\varphi_0 = -E_0 \cdot Z + C_0 = -E_0 \cdot r \cdot \cos\alpha + C_0 \qquad (25.43)$$

25.2-nji mesele. Uzynlygy tükeniksize çenli uzalyp gidýän metaldan ýasalan iki sany plastinkalaryň howa giňişliginde özara ýerleşdirilişleri 25.5-nji a çyzgyda görkezildi



25.5-nji çyzgy

Çyzga üns berip seretseňiz z – okunda olar birleşdirilmändirler. Şonuň üçin-de her plastinka degişlilikde φ_1 we φ_2 potensiallary bilen aňladylýar. Giňişlikde bu plastinalar özara α_2 - burç bilen ýerleşdirýärler. Iki eginli (ganatly) α – burçy emele getirýän giňişligiň islendik nokady üçin φ-potensialyň we $\vec{E}$ - dartgynlygyň hem-de plastinalardaky toplanan zarýadlaryň üst dykyzlygynyň deňlemelerini çykarmaly. Çykarylan deňlemeler üçin $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 100$ W; $\alpha_2 = 30^0$ bolanda san bahalaryny anyklamaly.

Çözülişi : Plastinalaryň α_2 – burça görä hereketleri (aýlanmagy) silindirik üsti emele getirýändikleri üçin, silindirik sistema koordinatadan peýdalanýarys. Potensialyň diňe α – burçdan baglydygyny nazarda tutsak, onda Laplasyň deňlemesi $\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} = 0$ görnüşde bolar. Bu deňlemäni iki gezek integrirlänimizden soň $\varphi = C_1 \cdot \alpha + C_2$ netijäni alarys. Meseläniň şertine görä $\alpha = 0$ bolanda $\varphi = \varphi_1 = 0$; $\alpha = \alpha_2 = 30^0$ bolanda $\varphi = \varphi_2 = 100$ W. Şeýlelikde, $C_2 = 0$; $C_1 = \frac{100}{\pi/6} = \frac{600}{\pi}$ we $\varphi = \frac{600}{\pi} \cdot \alpha$. Meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň diňe α – bilen ölçenilýän düzüjisi bardyr.

$$E_\alpha = -\frac{\partial\varphi}{r\cdot\partial\alpha} = -\frac{600}{r\cdot\pi} \qquad \text{W/m}$$

Zarýadlaryň üst dykyzlygy

$$\sigma = D = \varepsilon_0 \cdot E_\alpha = -\frac{600 \cdot \varepsilon_0}{\pi r}$$

Meselem, r = 2 sm bolanda, $\sigma = D = -8{,}48 \cdot 10^{-8}$ Kl/m^2

<u>25.3-nji mesele.</u> Metaldan ýasalan iki sany konus görnüşli guýguçlar giňişlikde bir-birine garşy ugrukdyrylan, olar bir-birine degmeýärler (25.5-nji b çyzga seret). Konuslary emele getirýän meridian burçlar, degişlilikde $\theta_1 = 30^0$ we $\theta_2 = 135^0$, birinji guýgujyň potensialy $\varphi_1 = 0$. Ikinji guýgujyň potensialy $\varphi_2 = 100$ W. Iki guýgujyň aralyklaryndaky emele gelýän giňişlik üçin potensial φ bilen meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň deňlemelerini çykarmaly. Şol çykarylan deňlemeleriň esasynda M – nokadyň koordinatalaryna görä (R=2 sm we θ=120^0) φ bilen $\vec{E}$ - ni anyklamaly.

<u>Çözülişi:</u> Sferik görnüşli sistema koordinatadan peýdalanýarys, sebäbi islendik guýgujyň üstüni sferik koordinata kanagatlandyrýar. Guýguçlaryň arasyndaky giňişlikde zarýadlaryň göwrüm dykyzlygy ýoklugy sebäpli Laplasyň deňlemesinden peýdalanýarys.

Simmetriýanyň ýerine ýetirilýänligi sebäpli, giňişliklerdäki meýdanyň potensialy diňe θ – burçdan baglylykda üýtgeýär, onda $\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta \cdot \frac{d\varphi}{d\theta}\right) = 0$. Birinji gezek integrirlänimizden soň $\sin\theta \cdot \frac{d\varphi}{d\theta} = C_1$. Ikinji gezek integrirlänimizden soň bolsa $\varphi = C_1 \cdot \ell n \cdot tg\frac{\theta}{2} + C_2$ netijäni alarysHemişelik C_1 bilen C_2 koeffisiýentleri anyklaýarys

$\theta = 30^0$ bolanda φ=0,

θ = 135^0 bolanda φ=1000 W

Şeýlelikde, $0 = C_1 \cdot \ell n tg 15^0 + C_2$ we $1000 = C_1 \cdot \ell n \cdot tg 67{,}5^0 + C_2$

Bu iki deňlemäni özara çözsek:

$$C_1 = 461 \text{ W}; \quad C_2 = 608 \text{ W bolar}$$

Giňişlikde görkezilen M – nokadyň potensialy degişlilikde

$$\varphi_M = 461 \cdot \ell n \cdot tg 60^0 + 608 = 856{,}5 \text{ W}$$

Meýdanyň E – dartgynlygy diňe θ – düzüjiden durýar, onda

$$E_\theta = -\frac{d\varphi}{R \cdot d\theta} = -\frac{C_1}{R \cdot \sin\theta} = -\frac{461}{0{,}02 \sin 120^0} = -26{,}6 \qquad \text{kW/m}$$

25.7. KOMPLEKS POTENSIAL WE ONY DÜ ZÜ JILER

Mysal hökmünde Laplasyň deňlemesini Dekartyň sistema koordinatynda seredeliň

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

Eger-de, φ - potensial z – okuna görä hemişelik saklansa, onda $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$ bolar.

Şonuň üçin-de Laplasyň deňlemesi

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 \qquad (25.44)$$

görnüşe eýe bolar. Şeýlelikde, parallel tekizligiň meýdany (potensialy) iki sany koordinatadan, ýagny x – den we y – den baglylylkda üýtgeýär.

Eger-de, deňlemäniň ikinji goşulmasyny deňligiň sag tarapyna geçirsek, hem-de $(-1)=\left(\sqrt{-1}\right)^2=j^2$ bolýandygyny nazarda tutsak, onda

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial(jy)^2} \qquad (25.45)$$

görnüşli deňlemäni alarys.

Bu deňlemäniň çözgüdini islendik iki gezek differensirlenýän funksiýa kanagatlandyryp biler, ýöne şol argumentiň düzümindäki üýtegýän x bilen j y, bilen deňgüýçli goşulmalar hökmünde bolmalydyrlar, ýagny

$$w=w(x+j\cdot y) \qquad (25.46)$$

Dodrudan-da, bu deňlemäni iki gezek integrirlesek, meselem iki gezek x – e iki gezek y – e görä ýa-da iki gezek umumy z – e görä $(z=x+j\cdot y)$ differensirlesek, onda iň soňundan emele gelýän netijelriň hemmesi birzat (birmeňzeş) bolar

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial(jy)^2}=\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \qquad \text{ýa-da} \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \qquad (25.47)$$

ýagny, üýtgeýän $w(z)=w(x+j\cdot y)$ görnüşli kompleks funksiýa Laplasyň deňlemesini kanagatlandyrýar. Soňky (25.47) deňlemäniň hakyky bölegini u (x; y), hyýaly bölegini bolsa $\vartheta(x;y)$ bilen aňladyp aýratynlykda jemläp ýazsak, onda

$$w=u+j\cdot\vartheta \qquad (25.48)$$

görnüşli kompleks netijäni alyp bileris.

Elbetde, u(x;y) biilen $\vartheta(x;y)$ hakyky w - argumentiň hakyky funksiýalarydyrlar. Eger-de, (25.48) deňlemäni (25.47) deňlemä goýup, iki gezek differensirlesek, onda differensirlemegiň netijesinden emele gelen iki sany nula deňlenen özbaşdak böleklenen diffrensial deňlemeleri alarys. Olaryň biri differensirlenen deňlemäniň hakyky bölegini aňlatsa, beýlekisi hyýaly bölegini aňladar.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\\ &\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}=0\end{aligned}\right\} \qquad (25.49)$$

Başgaça aýdanymyzda, bu deňlemeleriň ikisi-de Laplasyň deňlemesini kanagatlandyrýarlar.

Potensialyň u (x;y) we $\vartheta(x;y)$ düzüjileri özara baglanşykdadyrlar. Olaryň özara baglanyşyklaryny aýdyňlaşdyrmak kynçylyk döretmeýär. Meselem, $w=u+j\cdot\vartheta$ deňlemäni u – funksiýa ýa-da ϑ - funksiýa görä (parhy ýok) differensirlänimizde, iň soňundan birmeňzeş netijäni alýanlygymyz, kompleks potensialyň düzüjileriniň özara baglanşykdadyklarynyň nyşanydyr. Şular ýaly hasiýetde üýtgeýän kompleksli funksiýalara analitik funksiýalar diýilýär,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(u+j\cdot\vartheta\right)=\frac{\partial}{\partial(jy)}(u+j\vartheta)=\frac{\partial}{\partial z}(u+j\cdot\vartheta) \qquad \text{ýa-da}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+j\frac{\partial\vartheta}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial(jy)}+j\frac{\partial\vartheta}{\partial(jy)} \qquad (25.50)$$

Bu deňlemäniň çep tarapyndaky hakyky we hyýaly goşulmalaryny özara deňleşdirip aýratynlykda ýazsak, onda

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \end{aligned}\right\} \qquad (25.51)$$

Matematikadan belli bolşyna görä, bu (25.51) deňlemä Koşi - Rimanyň şerti diýilýär. Deňlemeler x we y ýaly iki sany funksiýalara baglylykda üýtgäp, ýöne olar x+jy kompleks görnüşli argumenti emele getirip (25.51) formulany kanagatlandyrmalydyrlar. Şular ýaly x+jy argumentli analitik funksiýalar çatyk (soprýažon) funksiýalardyr.

Şeýlelikde, şular ýaly hakyky we hyýaly goşulmalardan düzülen islendik kompleks $\underline{Z}$ sany $\underline{Z} = x + jy$ görnüşli analitik funksiýalaryň kömegi bilen elektrostatik meýdany we onuň potensialyny, dartgynlygyny anyklap bolýar.

Eger-de, u(x, y) = const ýa-da $\vartheta(x; y) = const$ görnüşdäki ekwipotensial üstler praktiki tarapdan gyzyklandyrýan bolsalar, onda olary zarýadlanan okuň (zarýadly inçejik simiň) üsti hökmünde seredip bileris, ýöne zarýadly okuň döredýän meýdanyny $w = u + j\vartheta$ görnüşli kompleks funksiýa bilen aňladyp bolýan bolmaly we ähli araçäk şertleri kanagatlandyrmalydyr (hatda tükeniksizdäki şertler hem kanagatlandyrylmalydyrlar).

Çatyk funksiýalaryň ikisine-de meýdanyň kompleks dartgynlyklary degişlidirler, meselem:

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_U &= E_{ux} + j \cdot E_{uy} = -\frac{\partial u}{\partial x} - j \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \\ \vec{E}_\vartheta &= E_{\vartheta x} + j \cdot E_{\vartheta y} = -\frac{\partial \vartheta}{\partial x} - j \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \end{aligned}\right\} \qquad (25.52)$$

Eger-de, haýsyda bolsa bir çatyk funksiýa bilen, meselem u – bilen potensialy aňladyp bolýan bolsa, onda beýleki çatyk funksiýany-da hiç hili ikirjeňlenmän, potensial üçin ulanmak bolýar. Olar bilen: 1) güýç çyzyklaryň deňlemesini; 2) inçejikden uzyn simiň zarýadyny anyklasa bolýar. Ondan başga-da u=const we $\vartheta = const$ çyzyklar özara ortogonaldyrlar (dogrudyrlar ýagny perpendikulýardyrlar). Onuň üçin $\vec{E}_U$ bilen $\vec{E}_\vartheta$ wektorlaryň özara skalýar köpeltmek hasyllarynyň nula deňdiklerine göz ýetirmek ýeterlikdir

$$\vec{E}_U \cdot \vec{E}_\vartheta = E_{UX} \cdot E_{\vartheta X} + E_{UY} \cdot E_{\vartheta y} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = 0$$

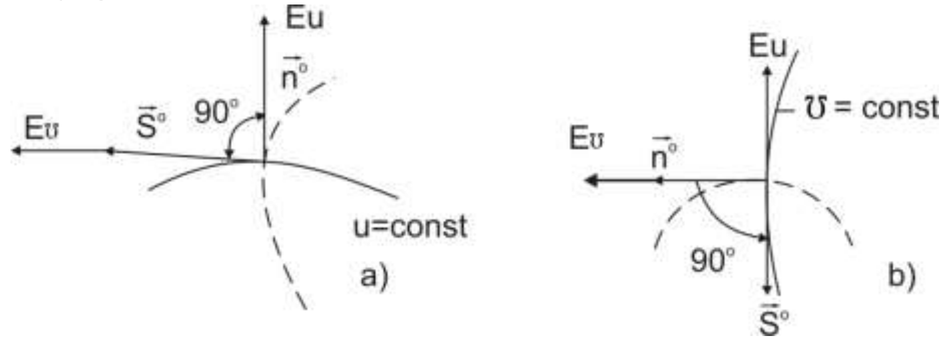
Sebäbi şeýle deňleme Koşi-Rimanyň şertinden gelip çykýar. Şu şertleriň we (25.52) deňlemeleriň üsti bilen şu aşakdaky önümli deňlemäni ýazyp bileris

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\overset{*}{\vec{E}}_u = -j\,\overset{*}{\vec{E}}_\upsilon \qquad (25.53)$$

$\overset{*}{\vec{E}}_u$, $\overset{*}{\vec{E}}_\vartheta$ meýdanyň kompleks dartgynlyklarydyrlar. Wektorlaryň üstündäki ýyldyzjagaz şol wektorlary çatyk kompleks görnüşde almalydygyny aňladýar. Soňky deňleme giňişligiň belli bir nokadynda üç sany wektorlar modullary boýunça deňdiklerini-de ündeýär.

$$\left|\frac{\partial w}{\partial z}\right| = E_u = E_\vartheta$$

Ikinji tassyklamany subut etmek üçin, zarýadlandyrylan simiň üstünde $\vec{n}^0$ - normal bilen $\vec{S}^0$ - galtaşýan birlik wektorlar özara 90^0 burç bilen görkezildi (25.6-njy a çyzga seret).



25.6-njy çyzgy

Eger-de, üsti emele getirýän nokatlar u = const deňlemäni kanagatlandyrýan bolsalar, onda 25.6-njy "a" çyzgyny göz öňüne getirmeli

$$E_u = -\frac{\partial u}{\partial n} = E_\vartheta = -\frac{\partial \vartheta}{\partial S} = \frac{\sigma_u}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

Zarýadlaryň uzynlyk dykyzlygy (ýa-da oňa deň bolan elektrik meýdanyň induksiýasy) ϑ_1 we ϑ_2 güýç çyzyklarynyň aralarynda tapylyşy

$$\tau_u = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sigma_u \cdot dS = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} -\frac{\partial \vartheta}{\partial S} dS = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r (\vartheta_1 - \vartheta_2) \qquad (25.54)$$

Eger-de. üsti emele getirýän nokatlar $\vartheta = const$ deňlemäni kanagatlandyrýan bolsalar, onda 25.6-njy „b“ çyzgyny göz – öňüne getirmeli

$$E_\vartheta = -\frac{\partial \vartheta}{\partial h} = E_U = +\frac{\partial U}{\partial S} = \frac{\sigma_\vartheta}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

Zarýadyň uzynlyk dykyzlygynyň U_1 bilen U_2 güýç çyzyklarynyň aralygynda tapylyşy

$$\tau_u = \int_{u_1}^{u_2} \sigma_u \cdot dS = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \int_{u_1}^{u_2} \frac{\partial \vartheta}{\partial S} dS = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r (u_2 - u_1) \qquad (25.55)$$

$w = u + j\vartheta$ funksiýa <u>kompleksli potensial</u> diýilýär. Bu funksiýanyň birine potensialyň funksiýasy diýilse, beýlekisine meýdanyň akymynyň potensialy diýilýär.

Üýtegeýän kompleks görnüşli analitik funksiýalaryň ýene-de bir wajyp häsiýetini belläp geçmegimiz zerurdyr. Goý Z – tekizligiň islendik Z_0 nokadyndan iki sany elementar kesimler geçirilen bolsun. Ol kesimleriň biri dZ_1, beýlekisi dZ_2 – kesime görä α – burç boýunça süýşürilen (meselem,α>0 bolanda çep tarapa bolýar), onda α – argumentiň anyklanylyşy

$$\alpha = \arg \cdot \frac{dZ_1}{dZ_2}$$

Eger-de, Z – tekizligiň islendik Z_0 – nokadyndaky elektrik meýdanyň dartgynlygy

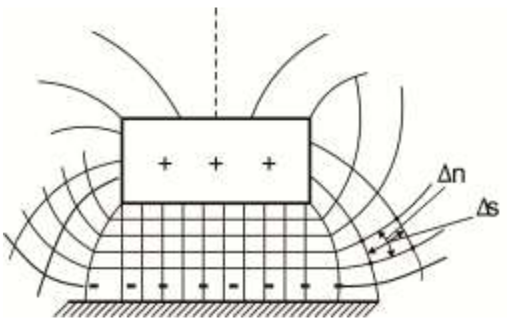
$$\frac{dw}{dz_{(z-z_0)}} = G$$

nula ýa-da tükeniksize deň bolmasa, onda kompleksli potensial özüniň üstüne elementar goşulmalaryň $dw_1 = G_0 \cdot dZ_1$ we $dw_2 = G_0 \cdot dZ_2$ görnüşde alyp biler. Şular ýaly kiçijik orun üýtgetmeleri (goşulmalary) potensialyň w - tekizliginiň islendik w_0 nokadyndan hem iki sany elementar (u we $j\vartheta$ oklary bilen) kesimler geçirip bileris. Şeýlelikde, potensialyň dw_1 kesimi beýleki dw_2 kesimden α – burç boýunça süýşirilgi bolar, onda α – argumentiň anyklanylyşy

$$\alpha = \arg\frac{dw_1}{dw_2} = \arg\frac{G_0 \cdot dZ_1}{G_0 \cdot dZ_2}$$

Islendik kompleks görnüşli üýtgeýän analitik funksiýalaryň æ (ζ) α – burçlarynyň şeýle konserwatizimligi (latyn, fransuz sözünden türkmençä geçireniňde saklanmak ukyby) æ – tekizlikde kesişýän iki egriçyzygyň arasyndaky burç ugry we ululygy boýunça beýleki ζ – tekizlikdäki degişli egriçyzyklaryň emele getirýän burçuna deňdir. Şular ýaly şekillendirmelere konformly şekillendirme diýilýär. (Konform- latyn sözünden türkmençä geçireniňde meňzeşlik, diýmekdir).

25.8. ELEKTROSTATIK MEÝDANY HASAPLAMAKDA GRAFIKI USUL



25.7-nji çyzgy

Analitik deňlemeler arkaly elektrostatik meýadnlarynyň hasplanyşlaryny birnäçe mysallaryň üsti bilen öňdäki paragrafda özleşdirdik..

Eger-de, zarýadlanan üstleriň geometriýasy ýagny formalary çylşyrymly bolsa, onda meýdany analitiki usul bilen hasaplamakdan daşda (gaça) durýarlar, sebäbi analaitik hasaplaryň netijeleri şol çylşyrymly meýdanyň talaplaryny ödemeýär.

Şular ýaly ýagdaýlarda, meýdany grafiki şekillendirip, soňra hasap-hesibe geçmeklik maslahat berilýär. Kähalatlarda zarýadlanan üstler juda çylşyrymly bolanda jisimiň üstlerini böleklere bölüp, her bölek üçin takmynan (mümkingadar takyk) meýdanyň grafiki şekillerini gurup işlemeli bolýar.

Grafiki usulyň düýp manysy ekwipotensial (u=const) liniýalar bilen meýadanyň dartgynlygynyň $\vec{E}$ - güýç çyzyklarynyň $(\vartheta = const)$ özara perpeendikulýar çyzylmaklaryndan ybaratdyr. Grafik gurmaklygyň şertleri ýalňyşsyz ýerine ýetirlende, meýdanyň islendik nokadynda dartgynlygyň, potensialyň we şol meýdandaky sygymyň takyk san bahalaryny kesgitlemäge mümkinçilik döreýär.

Meýdanyň grafiklerini dogry gurmak üçin, şu aşakdaky şertler ýalňyşsyz ýerine ýetirilmelidir:

1) geçiriji üstlere meýdanyň dartgynlygynyň $\vec{E}$ - güýç çyzyklary perpendikulýar, ýagny 90^0 burç bilen kesişmelidirler:

2) ekwipotensial φ we $\vec{E}$ güýç çyzyklar özara perpendikulýar, ýagny 90^0 burç bilen kesişmelidirler:
3) ekwipotensial we güýç çyzyklarynyň özara kesişmeklerinden emele gelen gözenekler(ýaçeýkalar) mümkingadar kwadrat bolmalydyrlar, ýagny $\frac{\Delta\delta}{\Delta S} \approx 1$ töweregi üpjin edip bilseňiz dogry (takyk) netijelere getirýär (25.7-nji çyzga seret!)

Grafiki usulyň esasynda $E = -\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial \vartheta}{\partial S}$ görnüşli takyk differensial deňlemäni $E = \left|\frac{\Delta u}{\Delta n}\right| = \left|\frac{\Delta \vartheta}{\Delta S}\right|$ görnüşli takmynan deňleme bilen çalşyrmak ýatyr. Δu bilen $\Delta\vartheta$ liniýalar geçirlende olar hemişelik bolmalydyrlar, ýagny $\Delta u \approx const$ we $\Delta\vartheta \approx const$. Şeýle edilende ΔS bilen Δn kesimler-de özleriniň $\frac{\Delta n}{\Delta S} = 1$ hemişelik gatnaşyklaryny saklaýarlar. Gözenekleriň ölçegleri dürli görnüşdediklerine garamazdan, islendik gözenek üçin $\frac{\Delta n}{\Delta S} \approx 1$ bolmalydyr.

Meýdan gurulyp başlananda birjynsly we deňölçeglиräk ýerinden başlansa çekiljek zähmet ýeňilleşýär. Şeýle edilende emele gelýän gözenekleri sazlaşdyrmaga medet berilýär. Mysal üçin, $\varphi_1 - \varphi_2$ naprýaženýesi bolan iki elektrodyň aralyklary n – sany deň bölege bölünen bolsun, onda

$$\Delta U = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{N} \qquad (25.56)$$

Giňişligiň haýsy-da bolsa bir nokady üçin meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň anyklanyşy

$$E = \frac{1}{\Delta n} \cdot \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{N} \qquad (25.57)$$

Eger-de, $\vartheta = const$ liniýalaryň sany M diýsek, onda birlik uzynlykda ýerleşýän zarýadlaryň dykyzlygy

$$\tau = M \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \Delta S \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta n \cdot N} = \frac{M}{N} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r (\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (25.58)$$

Meýdanyň sygymy

$$C = \frac{\tau}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{M}{N} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \qquad (25.59)$$

Biziň mysalymyzda N=5; M=15

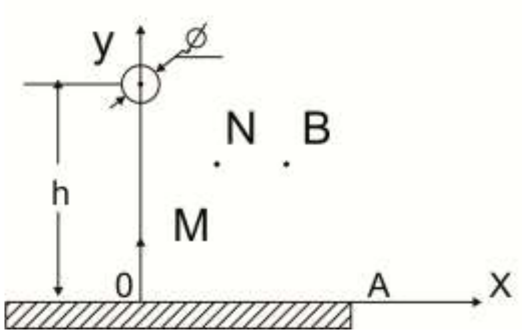
15-njy GOŞMAÇA

GEÇILEN SAPAKLARY ÖZLEŞDIRMEK ÜÇIN 13-nji TÜRGENLEŞIK IŞI

25.1 – tablisa

Wari-antlar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Işlen-meli mese-leler	1a 5ç	2a 6ç	3a 7ç	4a 8ç	5a 1d	6a 2d	7a 3d	8a 4d	1b 5d	2b 6d	3b 7d	4b 8d	5b 1e	6b 2e	7b 3e	8b 4e	1ç 5e	2ç 6e	3ç 7e	4ç 8e

Her bir talyp öz wariantyny we işlemeli meselesini 25.1-nji tablisadan anyklaýar.



1-nji çyzgy

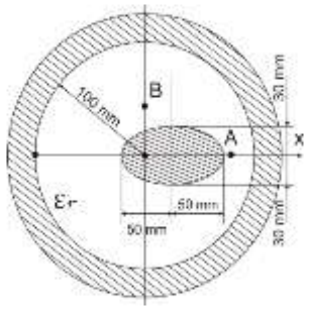
1-nji mesele. Plýus zarýdlanan üste parallel h= 4 sm beýiklikde ýerleşdirilen uzyn simiňdiametri d=2 mm. Geçiriji sim bilen listiň potensiallarynyň tapawudy U=400 W (1-nji çyzga seret) Giňişligiň elektrik syzyjylygy $\varepsilon_r = 1$

1) Grafiki usula esaslanyp, elektrostatiki meýdanyň hil grafigini gurmaly.

2) Birlik uzynlyk üçin, sim bilen metal tekizligiň arasyndaky elektrik sygymyny hasaplamaly.

3 a) Tekizligiň üstünde görkezilen A (x_A=4 sm y_A=0); nokatda üst dykyzlygyny hasaplamaly;
3b) Giňişlikde görkezilen B(x_B=3 sm; y_B=2 sm) nokatdaky φ – potensialy we E_B dartgynlygy anyklamaly. 3ç) Metal tekizligiň üstünde zarýadlaryň dykyzlygynyň iň maksimal bahalaryny anyklamaly. 3d) M bilen N – nokatlaryň aralaryndaky döreýän $U_{MN} = \varphi_M - \varphi_N$ naprýaženýäni tapmaly. Nokatlaryň koordinatalary N ($x_N = 2$ sm; y_N=2 sm); M(x_M=0; y_M=o sm); 3e) M – nokatda E_M- dartgynlygy tapmaly. Metal listiň üsti üçin x – okuna görä $\sigma(x)$ baglanşygyny gurmaly.

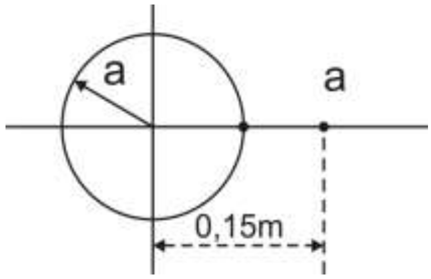
2-nji mesele. Ö lçegleri 2-nji çyzgyda görkezilen silindriň içinde dielektrik syzyjylyk $\varepsilon_r = 5$. Uzynlygy tükeniksize gidýän bu silindriň içinde ellips şekilli sim geçirilen. Olar özara paralleldirler.
1) Silindriň içinde elektrik meýdanyň grafigini gurmaly (grafiki usula seret!)
2a) U=1000 W bolanda $E_{maks.}$ – tapmaly 2b) U=500 W bolanda U_{AB} –naprýaženiýäni tapmaly (x_A=80 mm; y_A=0; x_B=0, y_B=40 mm)
2ç) U=1000 W bolanda $E_{min.}$ – tapmaly. 2d) U=1000 W bolanda ellips simiň üstünde zarýadlaryň maksiaml dykyzlygynyň bahasyny tapmaly



2e) U=1000 W bolanda birlik uzynlyk üçin toplanan elektrik energiýany tapmaly. .

2-nji çyzgy

<u>3-nji mesele.</u> Howa giňişliginde duran şaryň radiusy a=0,1 m. Şaryň merkezinden 0,15 m uzaklykda $Q=10^{-12}$ Kl nokatlanç zarýadly ýerleşdirilen. Soraglardaky berilen koordinatalar üçin meýdanyň φ – potensialyny we E – dartgynlygyny anyklamaly.

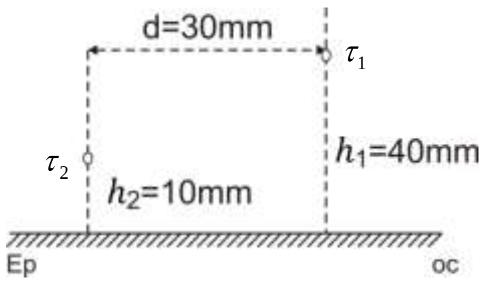


a) zarýadsyz we Ý ere bireleşdirilmedik şar üçin (x=0,1 m; y=0,1 m) bolanda b)zarýady $Q=-10^{-12}$ Kl. Ý ere birikdirilmedik şar üçin (x=0,1 m; y=0,1 m):
ç) Zarýady $Q=-10^{-12}$ Kl.
Ýere birikdirilmedik şar üçin
(x= - 0,1 m; y = -0,1 m):

3-nji çyzgy

d) zarýadsyz we ýere birikdirilen şar üçin (x= - 0,1 m; y=0,1 m);
e) zarýady $2\cdot10^{-12}$ Kl. Ý ere birikdirilmedik (x=0,1 m; y= - 0,1 m);
<u>Bellik:</u> Eger şar ýere birikdirilmedik bolsa, onda şaryň zarýady iki sany zarýad bilen: biri Q1 zarýadyň hyýaly şekili, beýlekisi şaryň merkezinde Q ýerleşdirýärler. Bu zarýadlaryň $Q_1+Q_2=Q$ jemi bolmalydyr (Q - berlen zarýad).

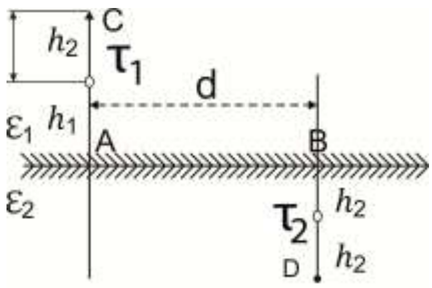
<u>4-nji mesele:</u> Ýeriň üstünde beýikikleri h_1 =40 sm, h_2=10 sm deň bolan simlerdäki zarýadlaryň uzynlyk dykyzlyklary $\tau_1=10^{-8}$ Kl/m, we $\tau_2=-0.6\cdot10^{-8}$ kl/m deň. Geçiriji simleriň. diametrleri $D_1=D_2$=10 mm .



1) Zarýadlaryň üst dykyzlygynyň ýaýraýyş grafigini (X= - 40 sm; X= + 60 sm) aralykda gurmaly.
2a) Bölejik C_{11}, C_{22}, C_{12} sygymlary tapmaly:
2b) A(X_A=40 sm; Y_A=10 sm) nokatda φ_A – potensialy tapmaly:

4-nji çyzgy

2ç) ikinji simiň birinji sime bolan mehaniki täsirini (F) tapmaly
2d) Iki simiň arasyndaky $U_{12}=\varphi_1-\varphi_2$ naprýaženýäni tapmaly:
2e) Birlik uzynlyk üçin iki simiň döreden energiýasyny anyklamaly.
<u>5-nji mesele.</u> Iki sany dielektrik giňişlik özara galtaşýarlar. Olaryň hersinde bir sany zarýadlanan geçiriji ok ýerleşdirlipdir, zarýadlary $\tau_1=10^{-11}$ Kl/m; $\tau_2=3\cdot10^{-11}$ Kl/m.

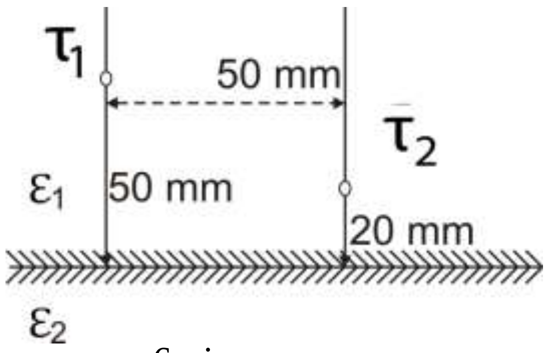


5-nji çyzgy

Geometriki ölçegleri r_0=1 mm; h_1=50 mm; h_2=30 mm; d=100 mm; $\varepsilon_1 = 7$; $\varepsilon_2 = 2$
a) Birinji sim bilen A(x=0; y=0) nokadyň aralaryndaky potensiallaryň tapawudyny tapmaly;
b) C – nokatda E_0 – dartgynlygy tapmaly;
ç) Birinji sime bolan mehaniki F– güýji tapmaly;

d) B (x_B=100 mm; y_B=0) bilen ikinji simiň aralarynda döreýän potensiallaryň tapawudyny tapmaly;
e) D– nokatda E – dartgynlygy tapmaly

<u>6-nji mesele</u>. Iki sany dilektriki giňişlik özara galtaşýarlar. Birinji giňişlikde iki sany geçiriji oklar ýerleşdirilipdir.

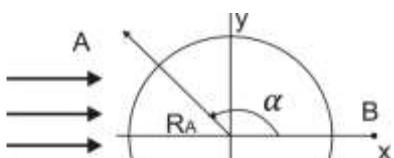


6-njy çyzgy.

Olaryň arasyndaky naprýaženiýe U_{12}=10 kW, dielektrik syzyjylyklary $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 6$.
a) Birlik uzynlyk üçin iki simiň aralaryndaky sygymy tapmaly:
b) Simlerdäki uzynlyk τ – dykyzlyklary tapmaly; r =1 mm.

$\tau = -28.5 \cdot 10^{-9}$ Kl/m bolanda simleriň arasyndaky naprýaženiýäni tapmaly;
d) Simiň birlik uzynlygy üçin $\tau = 28.5 \cdot 10^{-9}$ kl/m bolanda mehaniki güýji tapmaly.
e) $\tau_1 = -\tau_2 = 28{,}5 \cdot 10^{-9}$ Kl/m bolanda, birlik uzynlyk üçin elektrik energiýany tapmaly;

<u>7-nji mesele.</u> Ü ç sany geçiriji jisimler $Q_1 = 10^{-9}$ Kl; $Q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Kl; $Q_3 = 3 \cdot 10^{-9}$ kl, bilen zarýadlandyrylan. Olaryň bölejik sygymlary tejribe arkaly anyklanlarynda
$C_{11} = 10^{-11}$ F; $C_{22} = 2 \cdot 10^{-11}$ F; $C_{33} = 3 \cdot 10^{-11}$ F;
$C_{12} = 4 \cdot 10^{-11}$ F; $C_{23} = 5 \cdot 10^{-11}$ F; $C_{23} = 6 \cdot 10^{-11}$ F; deň bolýar.
Soňra 1 bilen 2 jisimleri geçiriji sim bilen gysga utgaşdyrýarlar. Netijede zarýadlar täzeden özara paýlanýarlar;
a) Gysga utgaşmadan soň 1 we 2 jisimlerdäki zarýadlary tapmaly;
b) Gysga utgaşmadan soň ähli jisimlerdäki potensiallary tapmaly;
ç) Gysga utgaşmadan soň elektrik energiýany tapmaly;
d) Gysga utgaşma çenli we soňky jisimler arasyndaky naprýaženýeleri tapmaly;
e) Gysga utgaşma çenli jizimlerdäki elektrik energiýany naprýaženýeleri tapmaly;
<u>8-nji mesele.</u> Deňölçegli E_0=50 V/m meýdanda radiusy a=1 sm deň bolan misden ýasalan silindir ýerleşdirlipdir.Tekizligiň ikinji kwadratynda görkezilen A(R_A=1,3 sm; α_A=120^0) nokadyň üstünden geçýän ekwipotensial üsti gurmaly;
2a) Silindriň üstünde α – burçuň bahasyna laýyklykda üst dykyzlygynyň grafigini gurmaly;



2b) Silindriň çep böleginde birlik uzynlyk üçin induktirlenen zarýadlaryň dykyzlygyny tapmaly

8-nji çyzgy

2ç) Elektrik meýdanda E – dartgynlygyň maksimal bahasyny anyklamaly we onuň daşky meýdandan näçe esse köp bolýandygyny hasaplap çykarmaly. E(x) baglanşygyny gurmaly;
2d) Çyzgyda görkezilen A bilen B nokatlaryň arasynda döreýän $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ naprýaženýäni tapmaly A($R_A = 1{,}3$ sm; $\alpha_A = 120^0$), B(R_B=2 sm; α_B=0)
2e) E (y) baglanşygy gurmaly.

ÝIGRIM ALTYNJY BAP

HEMIŞELIK TOGUŇ ELEKTRIK MEÝDANY

26.1 HEMIŞELIK TOGUŇ ELEKTRIK MEÝDANYNY HÄSIÝETLENDIRÝÄN ESASY FIZIKI ULULYKLAR TOK WE TOGUŇ DYKYZLYGY

Hemişelik toguň elektrik meýdanyny häsiýetlendirýän esasy fiziki ululyklar hökmünde, elektrik meýdanynyň $\vec{E}$ - dartgynlygyna we toguň $\vec{\delta}$ - dykyzlygyna düşünilýär.

Meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygy elektrostatikadaky ýaly öz fiziki manysyny we harp bilen belgilenişini ýitirmän, hemişelik toguň elektrik meýdanynda-da şol bir düşünje bilen seredilýär. Ýöne, $\vec{E}$ wektor öňki ýaly hereketsiz zarýadlar bilen dälde, hereket edýän zarýadlar (togyň dykyzlygy) bilen baglanyşygy aňladýar.

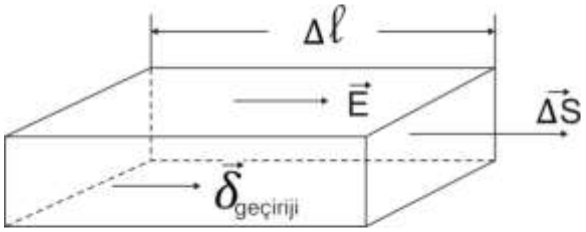
Toguň $\vec{\delta}$ dykyzlygy wektor ululyk bolup, plýus alamatly zarýadlaryň ugry we birnäçe zarýadlaryň sany (mukdary) bilen anyklanylýar. Dogurdan-da, togyň dykyzlygy diýlip, 1 sekuntda $d\vec{s}$ birlik üstden geçýän zarýad akymlarynyň şol $d\vec{s}$ üste bolan gatnaşygyna aýdylýar. Toguň dykyzlygynyň ölçeg birligi A/m^2 .

Elektrik togy bir $d\vec{s}$ üstden süzüp geçýän tok (akýan zarýadlaryň) dykyzlygynyň **akymydyr.** Tok skalýar ululykdyr.

$$I = \int \cdot \vec{\delta} d\vec{s} , \qquad (26.1)$$

bu ýerde $\vec{\delta} = \dfrac{\sum_k Q_k \cdot \vec{\vartheta}_k}{V}$, V - göwrümi eýeleýän toguň dykyzlygydyr.

Umuman, geçirijileriň içinden we daşyndan (parhy ýok) hemişelik tok akanda, **hemişelik tok** elektrik meýdanyndan başga-da magnit meýdanyny döredýär, ýöne meýdanlar wagt boýunça üýtgemeýändikleri üçin (hereketsiz sistema koordinatada seredilýänligi üçin), meýdanda elektromagnit induksiýa hadysasy döremeýär, ýagny hemişelik toguň döreden magnit meýdany şol toguň elektrik meýdanyna we tersine öz täsirlerini ýetirmeýärler diýen düşünjeden ugur alýarlar. Şonuň üçin-de hemişelik toguň döredýän elektrik we magnit meýdanlaryny aýratynlykda seretmeklik hakyky ýagny hemişe üýtgäp durýan bütewi elektromagnit meýdanyna nazar ýetrirmek üçin bahasyna ýetip bolmajak, örän şowly synanyşykdyr.



26.1 – nji çyzgy

26.2. OMUŇ WE KIRHGOFYŇ IKINJI KANUNYNYŇ DIFFERENSIAL GÖRNÜŞDE AŇLADYLYŞLARY

Geçirijilerdäki erkin zarýadlaryň hereketleri gözenekleriň düwünlerinde ýerleşen ionlaryň emele getirýän gözenekleriniň tolkun atyp, çaýkanyp, yrgyldap durmaklary netijesinde, zarýadlaryň hereketlerine garşylyk görkezýärler. Kä zarýad çakyşsa-da öz ugruny ýitirmän öňe hereket edip bilýän bolsa, kä biri gözenegi emele getirýän ionlar bilen çakyşyp, hatda yzyna dolanyp beýleki gelýän zarýadlar bilen çakyşmaga-da mejbur bolýarlar. Geçiriji materiallarda erkin zarýadlaryň şeýle mejbury hereketlerine geçirijilerdäki tok diýilýär.

Geçirijilerdäki erkin zarýadlaryň tizligi takmynan 10^6 m/s=10^3 km/s. töweregi diýlip çäk edilýär. Deňeşdirip görmek üçin dürli tizliklerde hereket edýän jisimleri mysal getireliň:

1. Ýeňil awtomobiliň tizligi 25 m/s = $25\cdot10^{-3}$ km/s.
2 . Asmanda uçýan reaktiw uçarlaryň tizligi 800 m/s = 0,8 km/s.
3. Elektromagnit tolkunlaryň tizligi $3\cdot10^8$ m/s = $3\cdot10^5$ km/s.

Görşümiz ýaly, erkin zarýadlaryň geçiriji jisimlerdäki hereket tizligi elektromagnit tolkunlaryň tizliginden takmynan 300 we ondan-da köp esse kiçi-de bolsa, örän uly tizlikdir!

Her bir giňişlige mahsus bolan häsiýete, şol giňişligiň tok geçirijilik ukybyny häsiýetlendirýän γ – udel geçirijiligi diýilýär. Udel geçirijilik diýilýän ululyk, geçiriji materialyň fiziki häsiýetine, temperatura baglylykda üýtgäp, $(\text{Om}\cdot\text{m})^{-1}$ = Sm·m ölçeg birligi bilen aňladylýar.

Geçiriji giňişlikden, kiçijik $\Delta\ell$ - uzynlykdaky parallelopipede seredeliň (26.1-nji çyzga seret). Parallelopipediň keseligine kesigini $\Delta\vec{s}$ bilen belgiläliň. Zarýadlaryň hereketi elektrik meýdanyň täsiri astynda bolup geçýär. Meýdanyň $\vec{E}$ dartgynlygynyň wektory geçirijidäki $\vec{\delta}_{ge?r.}$ toguň dykyzlygynyň ugry bilen gabat gelýär.

Eger-de parallelopipediň geometriki ölçeglerini örän kiçijik $\Delta\vec{s}, \Delta\vec{\ell}$ görnüşde aňlatsak, onda $\vec{E}$ bilen $\vec{\delta}_{ge?r.}$ wektor ululyklary şol kiçijik parallelopipetde hemişelik fiziki ululyklary hökmünde seredip bileris. Onda toguň ululygy

$$\Delta I = \vec{\delta}_{ge?r} \cdot \Delta\vec{S}$$

Şol parallelopipediň $\Delta\ell$ uzynlygyna görä düşýän ΔU- naprýaženiýe

$$\Delta U = \vec{E} \cdot \Delta\vec{\ell}$$

Parallelopipediň geçirijiligi $G = \dfrac{\Delta I}{\Delta U} = \dfrac{\vec{\delta}_{ge?r.} \cdot \Delta\vec{s}}{\vec{E} \cdot \Delta\vec{\ell}}$

Geçirijiligiň başga görnüşdäki anyklanylyşy $G = \dfrac{1}{R} = \dfrac{\gamma \cdot \Delta\vec{s}}{\Delta\vec{\ell}}$

bu ýerde γ-geçiriji materialyň (jisimiň) udel geçirijiligidir. Eger-de, bu deňlemeleri özara işläp toguň $\vec{\delta}_{ge?r.}$ - geçirijilerdäki dykyzlygyna görä aňlatsak, onda

$$\vec{\delta} = \gamma \cdot \vec{E} \qquad (26.2)$$

görnüşli formulany alarys. Bu formula Omuň kanunynyň differensial görnüşde aňladylyşydyr. Birjynsly hem-de izotrop geçirijide toguň $\vec{\delta}$ - dykyzlygy meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň wektoryna göni proporsionaldyr. Ozal belläp geçişimiz ýaly, eger elektrostatik meýdanda geçiriji material ýerleşdirsek, onda geçirijidäki zarýadlar ýerlerinden gozganyp, ýokary potensiala tarap minus alamatly, pes potensiala tarap plýus alamatly zarýadlar süýşýärler.

Eger-de, geçirijiden elektrik toguny yzygiderli (hemişe) akdyrjak bolsak, onda zarýadlary dyngysyz iterip durýan nähili-de bolsa daşyndan bir güýç gerek bolýar.

Zarýadlara itergi berip durýan elektrik meýdanyny hemişe saklamak üçin, gelip çykyşlaryna görä elektrostatikdäl meýdany döredýän çeşmeler bilen üpjün edýärler (meselem: himiki, termoelektriki, akkumulýatorlar we. ş.m. çeşmeler). Bular ýaly meýdana ö z g e elektrik meýdany diýilýär.

Geçirijiden tok akanda ondaky elektrik energiýanyň belli bir mukdary ýylylyk energiýasyna öwrülmegi hemişe bolup geçýär, şonuň üçin-de ýitirilýän elektrik energiýasynyň ö w e z i n i dolmak üçin ö z g e çeşmeleriň kömegi bilen üsti ýetirilip durulýar. Diňe şeýle edilende geçirijilerden hemişe tok akdyryp bolýar. Şonuň üçin-de, özge meýdanlar hemişe özge çeşmeler bilen baglydyrlar. Eger-de geçirijilerdäki zarýadlara özge meýdan täsir edýän bolsa, onda özge meýdanyň dartgynlygyny $\vec{E}_{\text{özge}}$ görnüşde belgileýärler. Dogrudan-da, eger zarýada özge güýç täsir edýän bolsa, onda çeşmäniň döredýän $\vec{E}_{\text{özge}}$ – dartgynlygyny

$$\vec{E}_{?ge} = \lim_{Q\to 0}\frac{F_{?ge}}{Q}$$

görnüşde anyklap bileris.

Eger-de, geçirijilerdäki zarýadlara elektrostatik hem-de özge güýçler täsir edýän bolsalar, onda dartgynlyklaryň jemi iki sany wektoryň goşulmaklaryndan emele geler.

$$\vec{E}_{\text{jemi}} = \vec{E}_{\text{st}} + \vec{E}_{\text{özge}}$$

Şeýle ýagdaýlarda, ýagny statiki hem-de özge çeşmäniň meýdanlarynyň bar ýerlerinde, Omuň kanuny-da has umumy görnüşe eýe bolar. Onda, Omuň kanuny differensial görnüşde birneme baýlaşar.

$$\vec{\delta} = \gamma(\vec{E}_{st} + E_{?ge}) \qquad (26.3)$$

Eger-de, (26.3) formulanyň iki tarapyndan-da ýapyk kontur boýunça integrirlesek , onda Kirhgofyň ikinji kanunyny alarys, dogrudan-da

$$\oint_l \frac{\vec{\delta}\cdot d\vec{l}}{\gamma} = \oint_l (\vec{E}_{st} + \vec{E}_{?ge})d\vec{\ell} = \oint_\ell \vec{E}_{st}.d\vec{\ell} + \oint_l \vec{E}_{?ge}\cdot d\vec{\ell}$$

Kulonyň meýdanynyň ekwipotensial (deňpotensial) häsiýete eýe bolýanlygy üçin

$$\oint_\ell \vec{E}_{st}.d\vec{\ell} = 0$$

onda

$$\frac{\vec{\delta}\cdot d\vec{l}}{\gamma}\cdot\frac{d\bar{s}}{d\bar{s}} = \frac{\vec{\delta}}{d\bar{s}}\cdot\frac{d\vec{l}\cdot d\bar{s}}{\gamma} = I\cdot dR$$

ýa-da

$$\oint_l \frac{\vec{\delta}\cdot d\vec{\ell}}{\gamma} = \oint_l \vec{E}_{?ge}\, d\vec{\ell}$$

Bu deňlemäniň sag tarapy EHG-dir, onda $\oint \vec{E}_{?ge}\cdot d\vec{\ell} = e$ (e - EHG diýip düşünmeli).

Deňlemäniň çep tarapy bolsa, elektrik ýüküne ýagny kabuledijä düşýän naprýaženýedir, dogrudan-da

$$\frac{\vec{\delta}\cdot d\vec{\ell}}{\gamma} = I\oint_l dR = I\int dR_{?s} + I\int dR_{稀k} = I(R_{?s} + R_{y?})$$

Görşümiz ýaly, (26.3) deňlemeden Kirhgofyň integral görnüşdäki ikinji kanuny gelip çykýar, şonuň üçin- de (26.3) deňlemä Kirhgofyň ikinji kanunynyň differensial görnüşi-de diýilýär. Jemläp aýtsak, Kirhgofyň ikinji kanuny (düzgüni!) Omuň kanunyna baglydyr.

26.3. JOUL-LENSIŇ KANUNYNYŇ DIFFERENSIAL GÖRNÜŞDE AŇLADYLYŞY

Geçirijiden tok akyp geçende, ondan belli bir mukdarda ýylylyk energiýasy bölünip çykýar. Şol bölünip çykýan ýylylyk energiýasynyň mukdary Joul-Lensiň kanuny bilen aňladylýar. Eger-de, R-garşylygy bar bolan geçirijiden hemişelik I-tok aksa, onda bir sekundyň dowamynda bölünip çykýan ýylylyk energiýasy $R \cdot I^2$ - a deňdir. Edil şular ýaly-da bir sekundyň dowamynda geçirijiniň birlik göwrüminden bölünip çykýan energiýa

$$W_{\acute{Y}} = \frac{I^2 \cdot R}{V} = \frac{(\delta \cdot \Delta S)^2}{\Delta\ell \cdot \Delta S} \cdot \left(\frac{\Delta\ell}{\gamma \cdot \Delta S}\right) = \frac{\delta^2}{\gamma} = \gamma \cdot E^2 \qquad (26.4)$$

Bu formula, Joul-Lensiň kanunynyň differensial görnüşidir

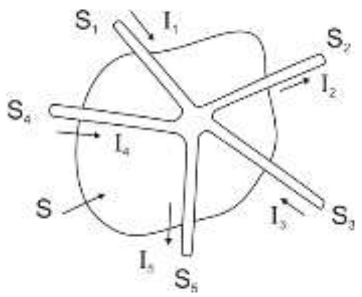
Görşümiz ýaly, ýylylylga öwrülýän energiýa geçirijiniň γ – udel geçirijiligine we meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň kwadratyna göni proporsionaldyr.

26.4 . KIRHGOFYŇ BIRINJI KANUNYNYŇ DIFFERENSIAL GÖRNÜŞDE AŇLADYLYŞY

Eger-de, birnäçe tok-geçiriji şahalar, haýsy-da bolsa bir S- üstüň içinde özara çatylan bolsalar (26.2-nji çyzga seret) ýagny düwün emele getirseler, onda bu üste akyp gelýän toklaryň jemi şol üstden akyp gidýän toklaryň jemine deňdir.

$$I_1+I_3+I_4=I_2+I_5$$

Eger-de, gecirijilerdäki toklary öz dykyzlyklarynyň üsti bilen aňlatsak,



26.2-nji çyzgy.

$$I_1 = -\int \vec{\delta} \cdot d\vec{S}; \qquad I_2 = \int_{S2} \vec{\delta} \cdot d\vec{S} \qquad I_3 = -\int_{S3} \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

$$I_4 = -\int_{S4} \vec{\delta} \cdot d\vec{S} \qquad I_5 = \oint_{S5} \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

Onda $\int\limits_{S_1+S_2+S_3+S_4+S_5} \vec{\delta}\cdot d\vec{S}=0$ görnüşli deňlemäni alarys.

Emma, $S_1+S_2+....S_5$ üstlerden başga-da beýleki toklaryň-da dykyzlyklary nula deňdigi sebäpli, integrallaryň netijelerini ähli S-üst üçin-de kabul edip bileris, ýagny

$$\oint\limits_{S} \vec{\delta}\cdot d\vec{S}=0 \qquad (26.5)$$

Eger-de (26.5) deňlemäniň çep we sag taraplaryny birlik dV göwrüme bölsek, ýene-de şol bir netijäni alarys

$$\frac{\oint\limits_{s} \vec{\delta}\cdot d\vec{S}}{dv}=0$$

Bu deňleme ds-üstüň içinde ýerleşen dV – göwrümjagaza-da degişlidir.

$$\lim_{v\to 0}\frac{\oint \vec{\delta}\cdot d\vec{S}\cdot}{V}=div\vec{\delta}=0$$

Netijede, geçirijilerden hemişelik tok akanda Kirhgofyň birinji kanunynyň ýazylyşy (differensial görnüşde)

$$div\vec{\delta}=0 \qquad (26.6)$$

Bu deňleme, Kirhgofyň birinji kanunynyň differensial görnüşdäki aňladylyşydyr. Deňlemäniň düýp manysy, mejbury düzgünde geçiriji giňişligiň islendik nokadynda $\vec{\delta}$ - togyň başlanýan ýa-da gutarýan ýeri (gözbaşysy) ýokdyr. diýmek, (26.6) deňleme t o g u ň ü z n ü k s i z funksiýadygyny aňladýan formuladyr.

Eger-de zarýadyň dykyzlygy wagta görä üýtgeýän bolsa, meselem $\frac{\partial\rho}{\partial t}$ tizlik bilen, onda $di\vartheta\vec{\delta}\neq 0$. Sebäbi göwrümiň içine girýän her bir elementar zarýad meýdanyň güýç çyzyklarynyň başlanýan ýa-da gutarýan ýerini aňladýar.

26.5 . Ä KIDILÝ Ä N (GÖ Ç Ü RILÝ Ä N) TOK

Toklaryň özboluşly bir görnüşi, ol hem äkidilýän (göçürilýän) tokdyr. Şular ýaly togyň bardygyny aýtmaklyk, onuň fizikasyna nazar ýetirmegimiz hökmanydyr.
Ä kidilýän (göçürilýän) tok diýlip, nähili-de bolsa bir hereket edýän jisimiň mehanik ϑ_{meh} - tizligini, şol jisimde toplanan erkin zarýadlaryň ρ – dykyzlygyna bolan köpeltmek hasylyna deňdir.

$$\vec{\delta}_{?id}=\rho\cdot\vec{\vartheta}_{meh} \qquad (26.7)$$

Ýöne, şol hereket edýän jisimiň üstündäki zarýadlaryň dykyzlyklary topar-topar bolup, şol toparlaryň käbiri plýus alamatly, käbiri bolsa minus alamatly bolup bilerler. Şonuň üçin-de (26.7) deňlemäni zarýadlaryň plýus we minus alamatly dykyzlyklarynyň hasabynda aňlatmalydyrys.

$$\vec{\delta}_{?id}=\rho_{+}\vartheta+\rho_{-}\cdot\vec{\vartheta} \qquad (26.8)$$

Ä kidilýän toga halkara dilinde konwension tok diýilýän bolsa Rus dilinde oňa "tok perenosa" diýilýär (türkmençe äkidikýän, göçürilýän ýaly manylary berýär!)

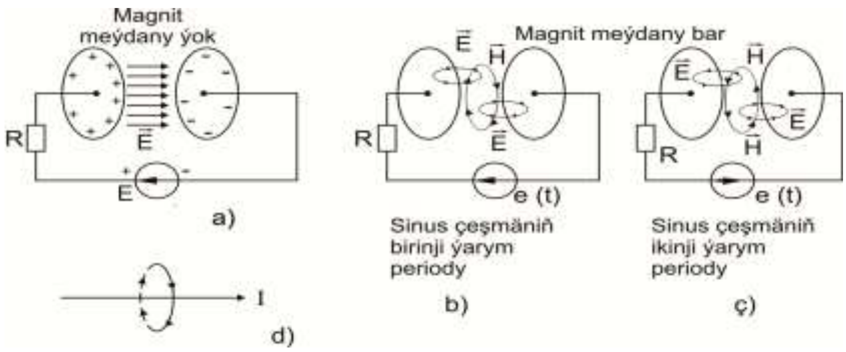
Tebigatda duş gelýän „göçürilýän“ toga mysal hökmünde, asmandan süýşüp gelýän, juda köp zarýadlary toplan bulutlary getirmek bolar. Süýşüp gelýän bulutlary giden bir giňişligiň (jisimiň) tizligi diýip kabul etsek, onda "göçürilýän" togyň täsiri diňe şol giňişligiň tizligine baglydyr. Diýmek, jisimiň tizligi $\vartheta_{meh} = 0$ bolsa, onda $\delta_{äkid.} = 0$ bolar. Äkidilýän togyň zarýadlary hemişe hereket edýän jisimleriň üstünde bolýarlar. Şonuň üçin-de äkidilýän toga "göçürilýan" diýilse-de özüniň fiziki manysyny ýitirmeýär.

Eger-de hereket edýän elektronlaryň, atomlaryň massalaryna jisim hökmünde garasak, onda olaryň ϑ - tizlik bilen alyp barýan ρ – zarýadlaryna elektronyň ýa-da atomyň massasy arkaly äkidilýän tok diýip bileris (meselem, elektronly çyralardaky katoddan anoda tarap hereket edýän elektronlar....)

26.6. SÜỲŞỲÄN TOK

Ideal dielektrikleriñ tok geçirmeỳänligi belli bolsa-da, rus dilinde dielektrikler üçin tok "smeşşeniỳe" diỳilỳän termin bar. Bu "smeşşeniỳe" sőzi türkmençe – süỳşýän tok manysyny berỳär. Hakykatda, dielektrikler elektrik meỳdanynda ỳerleşdirilende polỳarlanýarlar, ỳagny dipollaryñ minus alamatly taraplary meỳdanyñ ỳokary potensialyna, plỳus alamatly taraplary bolsa şol meỳdanyñ pes potensialyna tarap süýşýärler. Şeỳle hadysa süỳşýän toguñ bir gőrnüşidir.

Eger-de, meỳdan wagta gőrä üỳtgemese, onda dielektrik ilki başda polỳarlanỳar-da soñra şol polỳarlygyny saklamak bilen bolỳar (26.3-nji a çyzgy).



26.3-nji çyzgy

Eger-de, üỳtgeỳän meỳdany dőredỳän e (t) – çeşme bilen kondensatory (sygymy) iỳmitlendirsek, meselem sinus görnüşli çeşme bilen, onda sygymyñ plastinalarynyñ aralarynda, hatda dielektrikleriñ ỳok wagtynda-da, howa boşlugynda dipollaryñ ỳoklugyna garamazdan magnit meỳdany dőreỳär (26.3-nji b, ç çyzgylar).

Fizikadan belli bolşuna gőrä, geçiriji simdan tok akanda, onuñ tőwereginde aỳlanỳan magnit meỳdany dőreỳär (26.3-nji d çyzgy). Edil şular ỳaly, aỳlanỳän magnit meỳdanynyñ dőremegine üỳtgeỳän elektrik meỳdany hem sebäp bolỳar. Ynha, şular ỳaly magnit meỳdanynyñ dőremegi-de, süỳşýän toguñ beỳleki bir gőrnüşidir. Hakykatda welin, hiç bir ideal dielektrik őz üstünden tok geçirmeli däldir. Eger-de, dielektrik őz üstünden tok geçiräỳse, onda ol dielektrigiñ hiliniñ pesligidir.

Netijede, kondensatoryñ-da plastinalarynyñ arasyndaky gaty dielektriklerde-de bendi (tabyn) "bagly" zarỳadlaryñ süỳşỳän tizligi $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ gőrnüşde üỳtgär, toguñ diwergensiỳasy nula deñ bolmaz, sebäbi gőwrümiñ içine girỳän her bir elementar zarỳad şol gőwrümdäki meỳdanyñ başlanỳan ỳa-da gutarỳan ỳerini añladỳar. Eger-de, kondensatoryñ plastinalarynyñ arasynda gaty dielektrik ỳok bolsa, onda zarỳadlaryñ $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ - tizligi diñe plastinalara ỳygnalỳan zarỳadlar bilen düşündirilip bilner (26.3-nji b, ç çyzgylar).

Şeỳlelikde, ỳapyk üst boỳunça hereket edỳän geçirijilerdäki toguñ dykyzlygy gőwrümdäki zarỳadlaryñ dykyzlygynyñ kőpelỳän ỳa-da azalỳan mukdary bilen häsiỳetlendirilỳär.

$$\oint_S \vec{\delta}_{ge?r.} d\vec{s} = -\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \qquad (26.9)$$

Deñlemäniñ sag tarapyndaky minus alamat, derñelỳän gőwrümde elementar zarỳadlaryñ kőpelỳändigini añladỳar, ỳagny gőwrüme gelỳän tok dykyzlyklarynyñ wektorlary gőwrümden çykyp gidỳän tok dykyzlyklarynyñ wektorlaryndan kőpdügini añladỳar.

Eger-de, Ostrogradskiỳ-Gaussyñ teoramasyndan peỳdalansak, onda deñlemäniñ çep tarapy-da gőwrüm boỳunça integrirlener.

$$\int_v div\,\delta_{ge?r.} dv = -\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \qquad (26.10)$$

Şonuñ üçin-de, şeỳle deñlikden peỳdalanyp, ỳagny deñligiñ iki tarapy-da gőwrüme gőrä integrirlenỳänligi üçin

$$\nabla \vec{\delta}_{ge?r.} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{ỳa-da} \quad div\,\vec{\delta}_{ge?r.} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (26.11)$$

gőrnüşde ỳazyp bileris.

Eger-de, Gaussyñ teoremasyndan ($\rho = div\vec{D}$) peỳdalansak, onda

$$div\,\vec{\delta}_{ge?r.} = -\frac{\partial\left(div\vec{D}\right)}{dt} \quad \text{ỳa-da} \quad div\,\vec{\delta}_{ge?r.} + \frac{\partial\left(div\vec{D}\right)}{dt} = 0$$

Bu deñlemedäki ***div*** wagt boỳunça differensirlemekden bagly däldir. Şonuñ üçin-de ***div*** amaly umumy gőrnüşde "ỳaỳiçinden" daşyna çykaryp bileris

$$div\left(\vec{\delta}_{ge?r.} + \frac{\partial \vec{D}}{dt}\right) = 0$$

Ỳaỳyñ içindäki $\left(\vec{\delta}_{ge?r.} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$ añlatma doly togy añladỳar, onda

$$\vec{\delta}_{doly} = \vec{\delta}_{ge?r.} + \frac{\partial \vec{D}}{dt} = \gamma \cdot \vec{E} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{dt} \qquad (26.12)$$

Şular ỳaly iki toguñ emele getirỳän meỳdanlary őzara garyşỳarlar. Iki toguñ meỳdanlarynyñ şeỳle garyşmaklary netijesinde kőwlenỳän, ỳagny, rotor meỳdan emele gelỳär. Kőwlenỳän meỳdany dőredỳän toga bolsa geljekde süỳşýän tok diỳip atlandyryljakdyr.

Eger-de elektrik meỳdany t – wagta gőrä hemişelik bolsa, onda $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0,$

$\vec{\delta}_{doly} = \vec{\delta}_{ge?r.} = \gamma \cdot \vec{E}$ bolar. Şu paragrafyñ dowamyny 28.2-nji paragrafda seredilen mysal bilen üsti ỳetiriljekdir. Sebäbi hemişelik toguň elektrik meỳdanynda $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0,$ bolỳanlygy, dielektriklerden toguñ akmaỳandygyny añladaỳar.
Umumy gőrnüşde doly tok diỳlip:

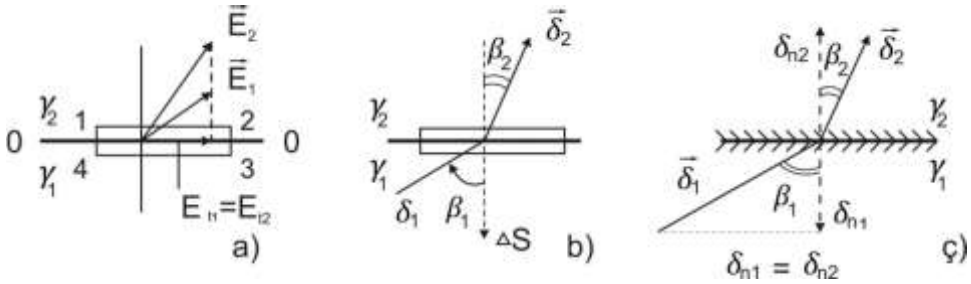
1) geçirijilerdäki $\vec{\delta}_{ge?r} = \gamma \cdot \vec{E}$ toguñ 2) dielektriklerdäki $\vec{\delta}_{s?ÿş} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{dt}$ toguñ we 3) jisimleriñ hereketine bagly $\vec{\delta}_{?id} = \rho \cdot \vartheta$ toguñ jemlerine düşünilỳär, ỳagny

$$\vec{\delta}_{doly} = \gamma \cdot \vec{E} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \rho \cdot \vec{\vartheta}$$

Ỳőne, soñky goşulmanyñ (äkidilỳän) toguñ juda ujypsyzdygy sebäpli gelejekde $\rho \cdot \vec{\upsilon}$ tok taşlanylyp, (26.12) formula gőrnüşde ỳazyljakdyr.

26.7. HEMIŞELIK TOGUÑ ELEKTRIK MEỲDANYNDA ARAÇ Ä K ŞERTLERI

Bir geçirji giñişlikden beỳleki bir geçiriji giñişlige tok geçende, nähili araçäk şertleriniñ dőreỳändiklerini őzleşdireliñ.



26.4 – nji çyzgy.

26.4-nji a çyzgyda 00' - ok iki sany dürli geçirjilikleri bilen tapawutlanỳan giñişlikleriñ galtaşỳan araçägini añladỳar. Şol araçäkde 1, 2, 3, 4, 1 – tekiz hem-de ỳapyk kontura seredeliñ. Tekizligiñ 1-2 we 3-4 granlarynyñ őrän kiçijikdikleri üçin hasaba almaỳärys, onda integrirlenmegiñ netijesi

$$\int E_{1t} dl - \int E_{2t} dl = 0 \quad \text{ỳa-da} \quad E_{1t} = E_{2t} \qquad (26.13)$$

Bu deñleme (23.22) we (23.24) deñlemeler bilen gabat gelỳär.

Mundan başga-da, iki sany geçirjiniñ araçäkleriniñ başlanỳan ỳerinde toklaryñ dykyzlyklarynyñ üste perpendikulỳar (normal) düzüjileri őzara deñdirler. Munuñ şeỳledigini subut etmek üçin, araçäkde őrän ỳuka (mikron galyñlykdaky) parallelopipede seredeliñ (26.4 –nji b çyzgy). Toguñ dykyzlygynyñ parallelopipediñ aşakdaky granlaryna gelỳän wektor gőrnüşindäki akymy $-\delta_{n1}\Delta S,$ ỳokardaky grandan çykyp gidỳän wektor gőrnüşli akymy $\delta_{n2}\Delta S.$ Ỳőne, $\oint \vec{\delta} d\vec{S} = 0,$ onda

$$-\delta_{n1}\cdot\Delta S + \delta_{2n}\cdot\Delta S = 0$$

ỳa-da

$$\delta_{n1} = \delta_{2n} \qquad (26.14)$$

Diỳmek, bir geçiriji giñişikden beỳleki bir geçiriji giñişlige tok geçende, olaryñ araçäklerinde:
1) elektrik meỳdanynyñ dartgynlyklarynyñ tangensial (galtaşỳan) düzüjileri őzara deñdirler E_{t1}=E_{t2} (emma $E_{n1} \neq E_{n2}$)
2) toguñ dykyzlyklarynyñ normal (üste perpendikulỳar) düzüjileri őzara deñdirler $\delta_{n1} = \delta_{n2}$ (emma $\delta_{t1} \neq \delta_{t2}$).

Umuman, $\vec{E}, \vec{\delta}$ wektorlaryñ doly bahalary araçäkde bőküp üỳtgäp bilỳärler.

Wektor akymlarynyñ üste düşỳän β_1 - burçy bilen, üstden dőwülỳän β_2 - burçlarynyñ őzaralaryndaky gatnaşyklaryna seredeliñ (26.4-nji “b” , “ç” çyzgylara seret).

$$tg\beta_1 = \frac{\delta_{t1}}{\delta_{n1}} = \frac{E_{t1}\cdot\gamma}{\delta_{n1}}; \qquad tg\beta_2 = \frac{\delta_{2t}}{\delta_{2n}} = \frac{E_{t2}\cdot\gamma}{\delta_{n2}} \qquad \text{ỳa-da} \qquad \frac{tg\beta_1}{tg\beta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

Eger-de, γ_1 – geçirjiligi uly giñişlikden γ_2 – geçirijiligi kiçi giñişlige tok geçỳän bolsa, meselem mis-alỳuminiỳ, mis - Ýer ỳa-da alỳuminiñ-Ý er ỳaly araçäkler dőrese, $\gamma_1 >> \gamma_2$ deñsizligi alỳarys, şular ỳaly ỳagdaỳda

$$tg\beta_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\cdot tg\beta_1$$

gatnaşygy alarys, diỳmek $\beta_2 << \beta_1$ bolar, hatda $\beta_2 \to 0$ bolmagy-da mümkindir.

26.8. GEÇIRIJI GIÑIŞLIKLERDE ELEKTRIK MEỲDANY ÜÇIN LAPLASYÑ DEÑ LEMESI

Elektrostatik meỳdandaky ỳaly, geçiriji giñişliklerde-de elektrik meỳdanynyñ dartgynlygynyñ añladylyşy $\vec{E} = -grad\varphi.$ Eger-de, elektrik meỳdany wagt boỳunça üỳtgemeỳän bolsa, onda

$$div\vec{\delta} = div\gamma\vec{E} = 0 \qquad (26.17)$$

Ondan başga-da, giñişligiñ γ - geçirijiligi hemme ỳerde birjynsly bolsa, onda γ - ny diwergensiỳanyñ őñüne hemişelik koeffisient hőkmünde çykaryp bilỳäris, ỳagny $\gamma\cdot div\vec{E} = 0,$ onda

$$div\vec{E} = 0 \qquad (26.18)$$

ỳa-da $div(-grad\varphi) = 0$ ỳa-da $\nabla^2\varphi = 0$ (26.19)

Gőrşümiz ỳaly, geçirijiligi boỳunça birjynsly giñişlikde elektrik meỳdany Laplasyñ deñlemesine boỳun egỳär. Diỳmek, geçiriji giñişliklerde hemişelik toguñ meỳdany potensial meỳdandyr. Şeỳle meỳdan üçin çeşmäniñ ỳok ỳerinde $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$

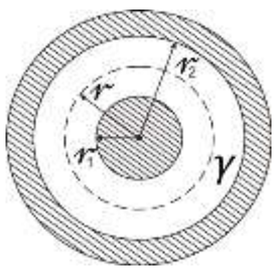
26.9. HEMIŞELIK TOGUŇ ELEKTRIK MEÝ DANY BILEN ELEKTROSTATIK MEÝDANYŇ 0 ZARA MEŇZEŞLIGI

Ýokarda belläp geçişimiz ýaly, dielektriklerdäki elektrostatik meýdan bilen geçirijilerde çeşmäniň ýok ýerinde, hemişelik toguň döredýän elektrik meýdany potensial meýdandyrlar. Ýöne, bu meýdanlaryň döreýiş tebigatlary birmeňzeş däldirler. Meselem, elektrostatik meýdany hereketsiz zarýadlar döredýän bolsa, elektrik meýdanyň düzgünleşdirilen görnüşde hereket edýän zarýadlar döredýär. Tebigy döreýişleriniň tapawutlaryna garamazdan, bu iki meýdanlaryň meňzeş häsiýetlerini görmek kyn däldir. Ol meňzeşlikler aşakdaky 26.1-nji tablisada ýerleşdirildi.

26.1-nji mesele. Birsimli koaksal kabeliň her bir km uzynlygynda I=0,135 A/ km möçberinde tok i s r i p bolýar, ýagny ýitirilýär . Kabeliň içinden togalak simiň radiusy r_1 =1 sm daşky gatlagynyň radiusy r_2=1.6sm.
Bu iki geçirijileriň aralaryndaky dielektrik jisimiň udel geçirijiligi $\gamma = 10^{-9}\,\frac{Sm}{m}$
Toguň $\vec{\delta}$ dykyzlygynyň **r** radiusa görä baglanyşygyny we içki sim bilen daşky gatlagyň aralaryndaky napryaženiýäni hasaplamaly.

26.1- nji .tablisa

Hemişelik toguň elektrik meýdany.	E l e k t r o s t a t i k meýdan.
1) $\vec{\delta} = \gamma \cdot \vec{E}$	1) $\vec{D} = \varepsilon_a \cdot \vec{E}$
2) $div\vec{\delta} = 0$	2) $div\vec{D} = \rho$
3) $rot\vec{E} = 0$	3) $rot\vec{E} = 0$
4) $\vec{E} = -grad\varphi$	4) $\vec{E} = -grad\varphi$
5) $G = \frac{I}{U}$	5) $C = \frac{\tau}{U}$
6) $\vec{\delta} = \gamma(\vec{E}_{st} + \vec{E}_{?g})$	6) $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$
7) $I = \oint \vec{\delta} \cdot d\vec{s}$	7) $Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S}$
8) $G = \frac{\gamma d\vec{S}}{d\vec{l}}$	8) $C = \frac{\varepsilon_a \cdot d\vec{S}}{d\vec{\ell}}$



26.5-nji çyzgy

Çözülişi: Elektonlaryň özara simmetrik ýerleşdirilmekleri meseläniň çözülmegini ýeňilleşdirýär:

1) $r_1 < r < r_2$ aralykda togyň dykyzlygynyň akymy

$$\oint \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = 2\pi \cdot r \cdot \delta = I, \quad \text{onda} \quad \delta = \frac{I}{2\pi r}$$

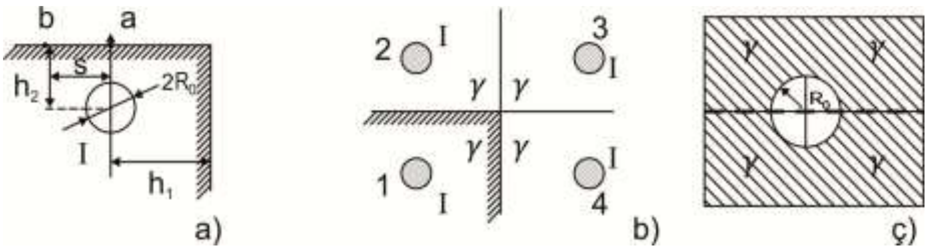
meýdanyň elektrik dartgynlygy $E = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{I}{2\pi\gamma \cdot r}$ bolar.

Üýtgeýän r-radiusa r_1 –den tä r_2-ä çenli baha berip toguň $\vec{\delta}$ dykyzlygynyň we meýdanyň $\vec{E}$ − dartgynlygynyň grafiki baglanşyklaryny hiç hili kynçylyksyz gurup bileris;

2) kabeliň içki simi bilen daşky gatlagynyň aralaryndaky döreýän napryaženiýe

$$U = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Idr}{2\pi\gamma r} = \frac{I}{2\pi\gamma}\int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{I}{2\pi\gamma} \ell n \frac{r_2}{r_1} = \frac{0.135 \cdot 10^{-3}}{6.28 \cdot 10^{-9}} \ell n \frac{16}{10} = 10100W = 10.1kW$$

26.2-nji mesele. Ýere çümdürilen elektrodyň garşylygyny we a bilen b nokatlaryň arasynda döreýän ädim napryaženiýeni hasaplamaly. Ýere gömülen elektrod şar görnüşli bolup, bir gorpuň gyrasynda ýerleşdirilen diýip kabul etmeli. (26.6-njy a çyzgy). Ädimiň uzynlygy $\ell_{ä} = 0.8$ m şaryň radiusy R_0 =50sm, Gorpuň üstüne we gyrasyna görä degişli çuňluklar h_1=10 m, h_2=5 m. Ýeriň udel geçirijiligi $\gamma = 10^{-2}\frac{Sm}{m}$



26.6-njy çyzgy

<u>Çözülişi</u>: Emeli şekillendiriş usulyndan (ýagny optiki usuldan) peýdalansak onda şarlaryň sany $360^0/90^0$ = 4 bolar (26.6-njy „ç“ çyzga seret). Şaryň döredýän φ_0 - potensialy 4 sany birmeňzeş şaryň potensiallarynyň jemi hökmünde anyklanylýar.

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$$

Şaryň radiusalary olaryň aradaşlyklary bilen deňeşdirilende örän kiçiligi ($R_0 << h$) sebäpli bir şar beýleki şaryň meýdanyny ýoýmaýar.Onda her bir şary 26.6-njy "ç" çyzgydaky ýaly aýratynlykda (özbaşdak) seredip bileris. Şardan akýan tok I bolsa, onda şar üçin bu toguň dykyzlygy

$$\delta = \frac{I}{4\pi R^2}$$

Meýdanyň elektrik dartgynlygy $E = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{I}{4\pi\gamma R^2}$

Onda giňişligiň islendik nokadynda her bir şaryň döredýän potensialy

$$\varphi = -\int EdR = \frac{I}{4\pi\gamma R} + C$$

Eger-de $R \to \infty$ bolanda $\varphi = 0$ diýsek, onda C=0 bolar. Şonuň üçin-de

26.6-njy b' çyzgydaky dört sany şaryň potensiallary hakyky berlen şaryň üstünde tapylyşlary.

$$\varphi_1 = \frac{I}{4\pi\gamma R_0}; \quad \varphi_2 = \frac{I}{4\pi\gamma 2h_2}; \quad \varphi_3 = \frac{I}{4\pi\gamma 2\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}; \quad \varphi_4 = \frac{I}{4\pi\gamma 2h_1}$$

Ý ere gömülen (ýa-da çümdürilen) şaryň garşylygy

$$R_{şar} = \frac{\varphi_0}{I} = \frac{1}{8\pi\gamma}\left(\frac{2}{R_0} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}\right) = 17.5sm$$

26.6-njy a çyzgyda görkezilen a nokat üçin potensial

$$\varphi_a = \varphi_1' + \varphi'_2 + \varphi_3' + \varphi'_4 = \frac{I}{4\pi\gamma h_1} + \frac{I}{4\pi\gamma h_2} + \frac{I}{4\pi\gamma\sqrt{h^2{}_2 + (2h_1)^2}} +$$

$$+ \frac{I}{4\pi\gamma\sqrt{h_2^2 + (2h_1)^2}} + \frac{I}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{h_2} + \frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + 4h_1{}^2}}\right)$$

Edil şeýle meňzeşlikde 26.6-njy a çyzgyda görkezilen b nokat üçin-de potensialyň tapylyşy

$$\varphi_b = \frac{I}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + S^2}} + \frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + (2h_1 + S)^2}}\right)$$

Şol çyzgyda görkezilen „a“ bilen „b“ nokatlaryň aralygynda döreýän napryaženiýe $U_{ä\dim} = \varphi_a - \varphi_b$ bolar, onda

$$U_{ä\dim} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{I}{2\pi\gamma}\left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + 4h_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + S^2}} - \frac{1}{\sqrt{h_2{}^2 + (2h_1 + S)^2}}\right] =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-2}}\left[\frac{1}{5} + \frac{1}{\sqrt{5^2 + 20^2}} - \frac{1}{\sqrt{5^2 + 0{,}8^2}} - \frac{1}{\sqrt{5^2 + (20 + 0{,}8)^2}}\right] = 0.07 \cdot I$$

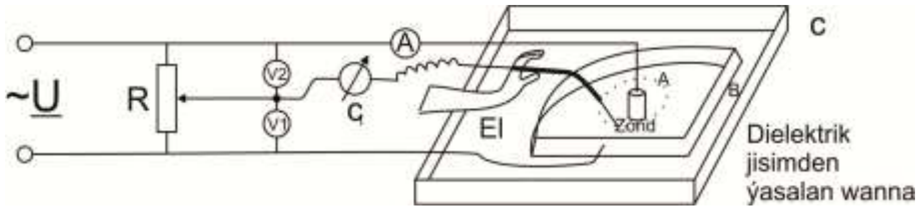
Netijeden görşümiz ýaly I - toga dürli bahalar berip ädim napryaženiýesiniň näçe boljakdygyny hasaplamak bolýar. Meselem, ädim napryaženýesi 150 woltdan köp bolmazlygy üçin şardan akýan toguň maksimal bahasy.

$I_{maks} = \frac{U_{ä\dim}}{0.07} = 2140$ A köp bolmaly däldir.

Diýmek, şardan akyp geçýän tok I_{maks} – tokdan näçe kiçi bolsa, şonça-da $U_{ädim}$ 150 wolt dan kiçidir!

26.10. MEÝDANY TEJRIBE ARKALY DERŇEMEK, (MEÝ DANY MODELIRLEMEK)

Elektrostatikanyň we hemişelik toguň döredýän meýdanlarynyň käbir meňzeşlikleri çylşyrymly geometriki araçäkleriň bar ýerinde, şol ýerdäki meýdanlary tejribe arkaly derňemeklik maslahat berilýär. Şeýle zerurlyk, haçan-da elektrik (ýa-da elektrostatik parhy ýok) meýdanlaryny analitik deňlemeler arkaly düşündirip ýa bolamasa hasaplap bolmaýan wagty ulanylýar. Bu usulyň (beýleki usullar bilen deňeşdirieniňde) artykmaç (gowy) tarapy, onuň aýdyňlygydyr, ýagny grafiki şekillendirilip gurlan meýdanyň göze görünip durmagydyr (26.7-njy çyzga seret)



26.7-nji çyzgy

Meýdany modelirlemek üçin, elektrik wannalaryndan ýa-da üstünden tok geçirýän ýörite ýasalan gaty jisimlerden (meselem, tok geçiriji kagyzlardan) peýdalanýarlar. Elektrik wannalaryň formalary surat çykarylýan wannalra meňzeşdir, ýöne onuň tutýan S-meýdany bşga bir dielektrik wannanyň içinde

bolup, näçe uly bolsa, şonça-da meýdanyň ýoýulmazlygyna mümkinçilik döredýär. Wannanyň içine elektrolit guýulandan soň daşky B elektrodyň ortasynda islendik şekildäki A elektrody ýerleşdirýärler. Soňra A-elektrod bilen B-elektrodyň ikisiniň gysgyçlaryny göni elektrik çeşmesine birikdirýärler. Wannadaky elektrolidiň gyzmazlygy üçin, pes napryýaženiýeden peýdalanmak maslahat berilýär. Ondan başga-da, elekrolit bilen meýdany modelirlänlerinde hemişelik tokdan peýdalanmak bolmaýar, sebäbi elektrolit (suw) polýarlanyp hakyky meýdanyň ýoýulmagyna sebäp bolýar, diýmek A, B elektrodlardan üýtgeýän tok akýar.

Ekwipotensial üstleriň liniýalaryny elektrolitde belgilemek üçin R-reostadyň süýşýän gysgyjyndan nul görkeziji G – galwanometriň üsti bilen elektrodly tutawaja birikdirýärler. Tutawajyň ujy inçeden uzyn bolup, meýdany ýoýmazlyk maksady bilen mümkingadar ujuny ýiteldýärler, oňa zond diýýarler.

Dürli ekwipotensial üstleri almak üçin R reostatyň süýşýän gysgyjynyň ornuny haýsy-da bolsa bir tarapa üýtgetmek ýeterlikdir. Reostaty her sapar sähelçe üýtgedeniňde zonduň kömegi bilen indikatoryň (galwanometriň) nul görkezmegini gazanmalydyrys. Şular ýaly üýtgedip, tutuş meýdan üçin ekwipotensial üstleriň birnäçesini (linýalar toplumyny) gurup bileris. Ekwipotensial üstler (linýalar) çyzylyp gutarlandan soň, şol üstlere perpendikulýar çyzyklar geçirsek, onda $\vec{E}$ dartgynlygynyň güýç çyzyklaryny alarys.

Elektrostatik meýdanda ekwipotensial liniýalar bilen güýç çyzyklary özara perpendikulýardyrlar, emma hemişelik togyň elektrik meýdanynda ekwipotensial üstler (liniýalar) bilen güýç çyzyklary beýle bir perpendikulýarlyk duýulmaýar. Eger-de göni 90^0-dan bolan perpendikulýarlygy gazanmak üçin (26.15) deňlemäniň esasynda elektrodlaryň udel geçirijilikleri elektrolitiň udel geçirijiliklerinden ençeme esse köp bolmalydyr.

2) elektrolitli wannalaryň özlerine görä ýetmezçilikleri bardyr, meselem, elektrolitiň hapalanmagy, bugarmagy, wannanyň wagt geçmegi bilen deşilmegi we başga-da birnäçe garaşylmadyk bisazlyklaryň döremegi mümkindir. Şonuň üçin-de meýdanlary modelirlemek üçin, gaty jisimlerden peýdalanmak has amatlydyr. Meselem, tok geçiriji kagyzlar tok geçiriji kagyzlary ýasamak kän bir kynçylyk döretmeýär. Mysal üçin islendik kagyzyň üstüne üwelen grafitleri siňdirmek ýa-da kagyzy ýasanlarynda onuň düzümine saža (gara - gurum, ýa gazan garasy ýa -da grafidiň külüni) goşmaklyk ýeterlikdir. Şeýle kagyzlar tok geçirijilerdirler.

Kagyzlaryň üstünde formalary örän çylşyrmly elektrodlar goýlup, ekwipotensial liniýalary zonduň ujy bilen, edil galam bilen çyzylan ýaly çyzyp yz galdyrýarlar. Ekwipotensial liniýalaryň kagyzyň üstünde alnyşynyň elektrik shemasy wannadaka meňzeşdir. Wannanyň içindäki ýa-da tok geçiriji kagyzyň üstündäki elektrodyň sany bir, iki, üç, dört we ondan-da köp bolup biler. Elektrodlaryň sanlarynyň köplügine ýa-da azlygyna garamazdan, meýdany modelirlemek usuly ýokarda özleşdirilen usullara esaslanýandygyny ýatladýarys.

26.11. GEÇIRIJILIGIŇ WE SYGYMYŇ ÖZARA GATNAŞYKLARY

Eger-de islendik elekrtody geçiriji giňişlikde ýerleşdirip EHG-niň çeşmesine birikdirsek, onda geçiriji giňişlikden tok akar. Eger-de, I we 2 elektrodlaryň aralaryndaky naprýaženiýe U_{12} geçiriji giňişlikden akýan tok I toga deň bolsa, onda bu iki elektrodyň aralaryndaky geçirijilik Omuň kanuny bilen anyklanylýar. (Meselem, 26.6-njy çyzgydaky a,b nokatlaryň ýa-da 26.10-njy çyzgydaky 1.2 nokatlaryň döregine elektrodlar dürtülen bolsa)

$$G = \frac{I}{U_{12}}$$

Bu ýerde $I = \int \vec{\delta} \cdot d\vec{s} = \gamma \int \vec{E} d\vec{s}$; $U_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$, onda

$$G = \frac{\gamma \int \vec{E} d\vec{S}}{\int_1^2 \vec{E} d\vec{\ell}} \qquad (26.20)$$

Öz gezeginde, seredilýän 1 we 2 elektrodlaryň aralaryndaky sygym $C = \frac{Q}{U_{12}}$ deňleme bilen anyklanylýar, bu ýerde

$$Q = \int \vec{D} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_a \int \vec{E} d\vec{S}; \qquad U_{12} = \int_1^2 E d\vec{\ell}, \text{ onda}$$

$$C = \frac{\varepsilon_a \int \vec{E} d\vec{S}}{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}} \qquad (26.21)$$

Eger-de (26.21) deňlemäni (26.20) bölüp alsak, onda

$$\frac{C}{G} = \frac{\gamma}{\varepsilon_a} \qquad (26.22)$$

görnüşdäki wajyp gatnaşygy alarys.

Görşümiz ýaly (26.22) deňlemeden C- sygym belli bolsa G_1 geçirijiligi we tersine G_1 - geçirijilik belli bolsa C – sygymy anyklap bilýäris. Meselem, iki sany geçiriji linýanyň sygymy

$$C = \frac{\pi \varepsilon_a \cdot \ell}{\ell n \frac{d}{r}} \qquad (26.23)$$

anyklanýan bolsa, onda şol bir şertde bu iki linýanyň aralaryndaky geçirijilik

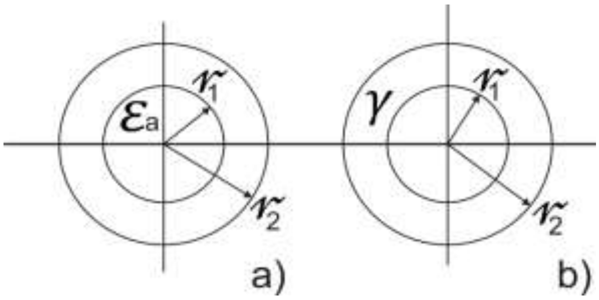
$$G_1 = \frac{\pi \gamma \ell}{\ell n \frac{d}{r}} \qquad (26.24)$$

Deňlemelerdäki d – iki linýanyň özara aradaşlyklarydyr. r – simiň radiusy. Ý ene-de bir mysal, koakoal kabeliň sygymy (26.8-nji a çyzgy)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot \ell}{\ell n \frac{r_1}{r_2}} \qquad (26.25)$$

$$G_1 = \frac{2\pi\gamma \cdot \ell}{\ell n(\frac{r_2}{r_1})} \qquad (26.26)$$

Onda şol bir şertde, koakoal kabeliň geçirijilgi (26.8-nji „b“ çyzga seret)



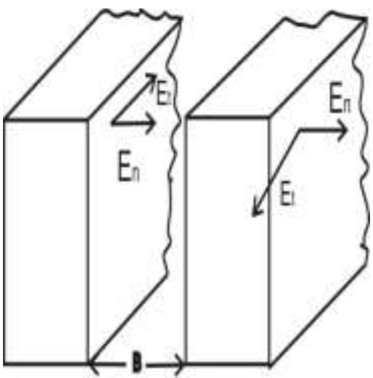
26.8-nji çyzgy

Şular ýaly meňzeşlikleri has çylşyrymly elektrik meýdanlary üçin-de ulanylsa, ýalňyşlyk bolmaz. Meselem, γ_e – geçirijiligi bolan deňölçegli meýdana γ_i – geçirijilikli şar ýerleşdirsek, onda (25.31) formula esaslanyp, potensial üçin şu aşakdaky formulany ýazyp bileris.

$$\varphi_i = \varphi_0 + E_0 \cdot \frac{3 \cdot \gamma_e}{2\gamma_e - \gamma_i} \cdot R \cdot \cos\alpha = \varphi_0 + E_0 \cdot \frac{3\gamma_e}{2\gamma_e - \gamma_l} \cdot Z \qquad (26.27)$$

26.12. GEÇ IRIJILERDEN HEMIŞELIK TOK AKANDA, ONY GURŞAP ALÝ AN DIELEKTRIKLERIŇ ISLENDIK NOKADYNDA ELEKTRIK MEÝDANYŇ HASAPLANYŞY

Hemişelik toguň dielektriklerde döredýän elektrik meýdany ýaýraýşy boýunça elektrostatikanyň şertindäki meýdana hemmetaraplaýyn meňzeşdir diýip kabul edilýär. Elbetde, beýle kabul edilmeklik nätakyk hem bolsa, köp meseleleri çözmekde ýeňillikler döredýär. Ozal bellenilişi ýaly, elektrostatikanyň meýdanynda ýerleşdirilen geçiriji jisimiň üstünde meýdanyň $\vec{E}$ - dartgynlygynyň şol üste galtaşýan (tangensial) düzüjisi nula deň bolsa, hemişelik toguň elektrik meýdany üçin $\vec{E}$ - dartgynlygyň tangensial düzüjisi nula deň däldir. Emma, $\vec{E}$ - wektoryň geçiriji üste normal E_n düzüjisi bilen E_t – üste galtaşýan düzüjilerini özara



deňeşdireniňde $E_t << E_n$ bolsa-da, köp mysallar çözülende E_t düzüjini hasaba almaly bolýarys. Ýönekeýje mysala ýüzleneliň: 26.9-njy çyzgyda görkezilen misden ýasalan özara parallel şinalardan tok akýar diýeliň.

26.9-njy çyzgy

Şinalaryň aralaryndaky naprýaženiýe U=100W, aradaşlyklary b = 2sm, toguň dykyzlygy $\vec{\delta} = 2{,}5 \cdot 10^6 \dfrac{A}{m^2}$, misiň udel geçirijiligi $\gamma = 5{,}6 \cdot 10^7 \quad Om^{-1} \cdot m^{-1}$; onda

$$E_t = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{2{,}5 \cdot 10^6}{5{,}6 \cdot 10^7} = 4{,}46 \cdot 10^{-2} \quad \text{W/m} \qquad E_n = \frac{U}{b} = \frac{100}{0{,}02} = 5 \cdot 10^3 \quad \text{W/m}$$

Dartgynlygyň normal düzüjisiniň galtaşýan düzüjisine bolan gatnaşygy

$$\frac{En}{Et} = \frac{5000}{4{,}46 \cdot 10^{-2}} \approx 1{,}2 \cdot 10^5 = 120000 \quad \text{esse köpdür.}$$

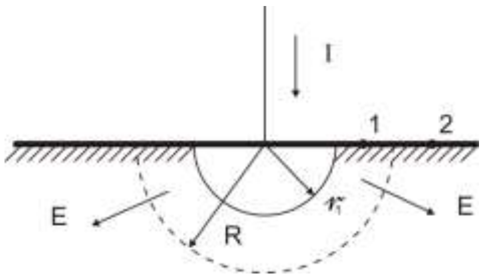
26.3-nji mesele. 26.5-nji çyzgyda görkezilen koaksial kabeliň 1 km uzynlygynda isrip (ýitirilýän) togy anyklamaly. Kabeliň içki simi daşky gatlagynyň aralary dielektrik bilen doldurylan. Şol real dielektrigiň udel geçirijiligi $\gamma = 10^{-8} (Om \cdot m)^{-1}$. Kabeliň içki siminiň radiusy r_1, daşky gatlagyň radiusy $r_2 = e \cdot r_1$. Bu ýerde *e*- natural logarifmiň esasy. Kabeliň içindäki sim bilen daşky gatlagyň potensiallarynyň tapawudy U=10 kW.

Çözülişi: Isrip tok I=U·G. Geçirjiligi (26.26) deňlikden hasaplaýarys.

$$G = \frac{2\pi\gamma\ell}{\ell n(\frac{r_2}{r_1})} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-8} . 10^3}{\ell ne} = \frac{6{,}28 \cdot 10^{-5}}{1} = 6{,}28 \cdot 10^{-5} \quad \text{(Sm)}$$

Real dielektriklerden kabeliň $\ell = 1$ km uzynlygy üçin isrip bolýan tok

$$I = 10000 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-5} = 0{,}628 \frac{A}{km} \quad \text{deňdir.}$$



26.10-njy çyzgy

26.4-nji mesele. Ýere birleşdirijiniň elektrik meýdanyny hasaplamaly. Eger-de, Ýere çümdürilen (gömülen) elektrod ýarymsfera bolsa (26.10-njy çyzga seret) oňa birikdirilen simden akýan I – tok elektrodyň üsti bilen ýere dargaýar.

Çözülişi: Ikinji elektrod örän uzakda (tükeniksizlikde) ýerleşdirilen diýip, toguň dykyzlygyny anyklaýarys.

$$\delta = \frac{I}{2\pi R^2}$$

Bu ýerde $2\pi R^2$ - ýarym sferanyň üstüdir, sebäbi doly (bütin) sferanyň üstüniň meýdany $4\pi R^2$ - deňdir. Onda elektrik meýdanynyň dartgynlygyny

$$E = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{I}{2\pi\gamma \cdot R^2}$$ görnüşde hasaplarys

Ýeriň üstünde görkezilen 1 we 2 nokatlaryň aralygynda döreýän napryýaženiýe

$$U_{12} = -\int_{R_1}^{R_2} EdR = \frac{I}{2\pi\gamma}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R^2} = \frac{-I}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{I}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Eger-de, ýere akýan tok I=1000 A, Ýeriň geçirijiligi $\gamma = 10^{-2}(Om \cdot m)^{-I}$ hem-de R_2=23 m, R_1=22 m bolsalar, onda

$$U_{12} = \frac{I}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{!}{R_2}\right) = \frac{10^3}{2\cdot\pi\cdot 10^{-2}}\left(\frac{1}{22} - \frac{1}{23}\right) \approx 31.9 \quad \text{W}$$

<u>26.5-nji mesele.</u> Udel geçirijiligi γ=0,1 (Om·m) $^{-1}$ deň bolan deňiz suwuna çümdürilen iki sany metaldan ýasalan trubalaryň diametrleri ϕ=5 sm, elektrodlaryň uzynlygy $\ell = 3m$ deň. Olaryň özara aradaşlyklary d=26 m. Trubalaryň aralaryndaky elektrik geçirijiligi hasaplamaly.

<u>Çözülişi:</u> (26.24) deňlemeleriň esasynda

$$G = \frac{\pi\gamma\ell}{\ell n\left(\frac{d}{r}\right)} = \frac{\pi\cdot 10^1\cdot 3}{\ell n\left(\frac{25}{0,025}\right)} = \frac{\pi\cdot 0.3}{6,907} = 0,13 \quad \text{Sm}$$

<u>26.6-njy mesele.</u> Udel geçirijiligi $\gamma_{A\ell} = 3,57\cdot 10^7$ (Om.m)$^{-I}$ deň bolan alýuminiýden ýasalan plastinanyň tekizliginde deňölçegli elektrik meýdany döredilýär. Meýdanyň elektrik dartgynlygy E_0 = 0,1 W/m. Elektrik meýdany misden ýasalan, silindr görnüşli truba arkaly döredilýär. Misiň udel geçirijiligi γ=5,6·10^7 (Om·m)$^{-I}$. Mis trubadaky toguň δ – dykyzlygyny anyklamaly.
<u>Çözülişi.</u> (25.42) formuladan peýdalanýarys.

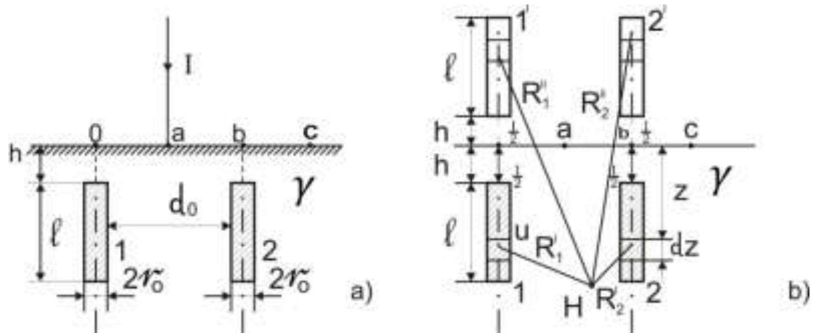
$$E_i = E_0\cdot\frac{2\cdot\gamma_e}{\gamma_e + \gamma_i} = 10^{-I}\cdot\frac{2\cdot 3,57}{3,57 + 5,6} = 0,78\cdot 10^{-I} \quad \text{W/m}$$

$$\delta_i = \gamma_i\cdot E_i = 5,6\cdot 10^7\cdot 0,78\cdot 10^{-1} = 436\cdot 10^4 \quad \text{A/m}^2$$

<u>26.7-nji mesele</u>. Uzynlygy ℓ, radiusy r_0 deň bolan polatdan ýasalan iki sany trubalar Ýere wertikal (dikligine) kakylan. Özara birleşdirilen bu iki truba, daşy izolirlenen sim arkaly I=200 A tok berilýär (26.11-nji a çyzga seret).

Trubalaryň uzynlygynda napryýaženiýe ýitmeýär diýip, çyzgydaky tekizlige görä toguň η uzynlyk dykyzlygynyň, garşylygynyň we şol trubanyň potensialynyň ýere siňişlerini hasaplamaly. Berlen: r=0,02·ℓ; $d_0 = \frac{\ell}{3}$; $h = \frac{\ell}{12}$; $\ell = 500$ sm: Ýeriň udel geçirijiligi 5·10^{-4} (Om·m)$^{-I}$

<u>Çözülişi:</u> Meseläni çözmek üçin, optiki şekillendirmek usulyndan peýdalanyp 26.11-nji b çyzgyny alýarys.



26.11-nji çyzgy.

Berlen geometriki ölçeglere esaslanyp $\frac{r_0}{\ell} <<$ 1 bolýandygyna nazar ýetirsek, onda her bir trubadaky I togy trubanyň okundan akýar diýip, şol trubanyň uzynlyk dykyzlygyny $(\eta(z) = \frac{dI}{dZ})$ hasaplamaly. Bu ýerde Z_m = H - nokadyň koordinaty diýip düşünmeli.

Çyzgydaky tekizligiň islendik H –nokadynda potensialyň tapylyşy 26.11-nji "b" çyzga laýyklykda ýerine ýetirilýär.

$$\varphi_H = \frac{1}{4\pi\gamma}\int_h^{h+\ell}\left(\frac{1}{R'_1}+\frac{1}{R'_2}+\frac{1}{R''_1}+\frac{1}{R''_2}\right)\eta(Z_i)\cdot dZ_H$$

Bu ýerde $R_{12} = \sqrt{r^2 + (z \pm z_i)^{\,2}}$; $R''_{12} = \sqrt{(d_0 - r)^2 + (z \pm z_H)^2}$ (26.28)

Eger-de, H – nokat I-nji trubanyň üstünde bolsa, onda r = r_0 ;

$d_0 - r_0 \approx d_0$; sebäbi $r_0 << d_0$ we $R'_{12} = \sqrt{r_0^{\,2} + (z \pm z_U)^2}$

$R''_{12} = \sqrt{r_0^{\,2} + (z \pm z_U)^2}$ Meseläniň şertine görä, trubanyň üstüni ekwipotensial diýip bileris, sebäbi trubanyň udel geçirijiligi Ýeriň udel geçitrijiliginden epesli uludyr. Diýmek $\varphi_{Ep} = \varphi_i$ diýip näbelli togyň dykyzlygyny birinji derejeli integralyň deňlemesinden anyklanylýar.

$$\int_h^{h+\ell}\left[\frac{1}{r_0^{\,2}+(z-z_u)^2}+\frac{1}{\sqrt{r_0^{\,2}+(z+z_u)^2}}+\frac{1}{\sqrt{d_0^{\,2}+(z-z_u)^2}}+\frac{1}{\sqrt{d_0^{\,2}+(z-z_u)^2}}\right]\cdot\eta(z_U)dz_U == 4\pi\gamma\varphi_{?r} \qquad (26.29)$$

Bu (26.29) deňlemäni ýönekeýleşdirip işlemek üçin 2 we 1 trubalary özleriniň optiki şekilleri bilen $\frac{\ell}{n}$ - uzynlykdan n – sany deň aralyklara bölýäris, her bir bölejikdäki toguň ortaça dykyzlygy η_i diýip belgiläliň. Bu ýerde $i = 1,2,3,...n$. Biz şu seredýän meselämiz üçin n = 3 diýip kabul edýäris (trubany üç deň bölege bölýäris diýildigi). Soňra her bir bölek $\frac{\ell}{n} = \frac{\ell}{3}$ truba üçin olaryň φ_i potensiallaryny hasaplaýarys (i=1,2....n). Derňelýän H – nokat şol $\frac{\ell}{3}$ bölejegiň ortasynda diýip düşünmeli, ýagny H – nokadyň koordinatalary r = r_0: $z = (2j-1)\cdot\frac{\ell}{2n}$. Netijede j – sany deňlemeleri alarys.

$$\sum^k \frac{\eta_i}{H}\int_{(i-1)\frac{1}{n}+h}^{i(\frac{\ell}{n}+h)}\left\{\frac{dz_U}{\sqrt{r_0^{\,2}\left[(2j-1)\cdot\frac{\ell}{2n}-Z_H\right]^2}}+\frac{dZ_U}{\sqrt{r_0^{\,2}+\left[(2j-1)\frac{\ell}{2n}+Z_H\right]^2}}+\right.$$

$$+\frac{dZ_U}{\sqrt{d_0^{\,2}+\left[(2j-1)\frac{\ell}{2n}-Z^H\right]^2}}+\frac{dZ_U}{\sqrt{d_0^{\,2}+\left[(2j-1)\cdot\cdot\frac{l}{2n}+Z_U\right]}^2}$$

$=1$

(26.30)

Deňlemedäki $H = 4 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \varphi_{?r}$

Bu (26.30) deňleme $$\left[\alpha_{ij}\right] \cdot \left[\frac{\eta_i}{H}\right] = [1] \qquad (26.31)$$

görnüşli matrisa (galyplanan) deňlemeler sistemasydyr. Deňlemedäki

$$\left[\alpha_{ij}\right] = \left[\alpha i_j{}'\right] + \left[\alpha_{ij}{}^{II}\right] + \left[\alpha_{ij}{}^{III}\right] + \left[\alpha_{ij}{}^{IV}\right]$$

[α_{ij}] kwadrat matrisadyr. Bu matrisanyň koefisiýentlerini (26.30) formulany birinji derejeli integrirlenmegiň netijesinden anyklanylýar.
$\left[\alpha_{ij}{}^{H}\right]$ - ikinji derejeli we ş.m 1 - birlik matrisa;
$\left[\frac{h_i}{H}\right]$ - akýan toklaryň uzynlyk dykyzlyklarynyň ortaça bahalaryna görä matrisanyň sütünidir.

Matrisanyň her bir agasy $ij = 1,2,...n$ islendik bahasynda integrirlemek amalyndan soň anyklanylýar.

$$\alpha'_{ij} = \ln \frac{[2j - 2i + 1] + \sqrt{(2j - 2i + 1)^2 + \left(\frac{2 \cdot r_e}{\ell} \cdot n\right)^2}}{[2j - 2i - 1] + \sqrt{(2j - 2i - 1)^2 + \left(\frac{2r_e}{\ell} \cdot n\right)^2}}$$

$$\alpha''_{ij} = \ell n \frac{\left[2j - 2i - 1 + \frac{4h}{\ell} \cdot n\right] + \sqrt{\left(2j - 2i - 1 + \frac{4h}{\ell} \cdot n\right)^2 + \left(\frac{2r_0}{\ell} \cdot n\right)^2}}{\left[2j - 2i - 3 + \frac{4h}{\ell} \cdot n\right] + \sqrt{\left(2j - 2i - 3 + \frac{4h}{\ell} \cdot n\right)^2 + \left(\frac{2r_0}{\ell} \cdot n\right)^2}}$$

Matrisanyň her bir α_{ij}^{III} we α_{ij}^{IV} agzalary (26.32) bilen (26.33) deňlemelerdäki r_0 radiusy d_0 – aradaşlyk bilen çalşyryp anyklanylýar.

Meselede kabul edilişine görä n=3 bolanda $\frac{2 \cdot r_0}{\ell} \cdot n = 0{,}12;$ $\frac{4 \cdot h}{\ell} \cdot n = 1;$

$\frac{2 \cdot d_0}{h} \cdot n = 2$ we

$$\left[\alpha_{ij}\right] = \begin{vmatrix} 7{,}85; & 2.59; & 1{,}53 \\ 2{,}59 & 7{,}16; & 2{,}25 \\ 1{,}53 & 2{,}25; & 6{,}96 \end{vmatrix}$$

(26.3 1) sistemany işlemegiň netijesinde her trubadaky toguň uzynlyk dykyzlygynyň ýaýraýşyny anyklaýarys.

$$\frac{\eta_{1,2,3}}{H}=0{,}0825;\quad 0{,}0784;\quad 0{,}1003$$

Her bir trubadan akýan toguň anyklanyşy

$$\frac{I}{2}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\eta_i}{H}\right)\cdot\frac{\ell}{n}\cdot(4\cdot\pi\cdot\gamma\cdot\varphi)$$

Şeýlelikde, Ýere kakylan turbalaryň elektrik garşylyklary

$$R_{?r}=\frac{\varphi_{?r}}{I}=\left(2\cdot 4\cdot\pi\cdot\gamma\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{3}\frac{\eta_i}{H}\right)^{-1}$$

Haçanda n = 3 bolanda $\sum_{i=1}^{3}\frac{\eta_i}{H}=0{,}261$ we $R_{Ýer}$=1,83 Om

$$\varphi=R_{?r}\cdot I=366 \text{ W}$$

Çyzga seredeniňde görünýän tekizlik boýunça $\varphi(r)$ - potensilayň (z = 0) nokatdan başlap ýaýraýşy

$$\varphi=\frac{2}{4\cdot\pi\cdot\gamma}\cdot\int_{h}^{h+\ell}\cdot\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+z_U{}^2}}+\frac{1}{\sqrt{(d_0-r)^2+z_U{}^2}}\right]\cdot\eta\cdot(z_H)\cdot dz_U=$$

$$=2\cdot\varphi_{Ep}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_i}{H}\right)\cdot\ell n\left\{\frac{\left(i+\frac{h}{\ell}\cdot n\right)+\sqrt{\left(i+\frac{h}{\ell}\cdot n\right)^2+(\frac{r}{\ell}\cdot n)^2}}{\left[(i-1)+\frac{h}{\ell}\cdot n\right]+\sqrt{\left[\left(i-1+\frac{h}{\ell}\cdot n\right)\right]+\left(\frac{r}{\ell}\cdot n\right)^2}}+\right.$$

$$\left.+\ell n\frac{\left(i+\frac{h}{\ell}\cdot n\right)+\sqrt{\left(i+\frac{h}{\ell}\cdot n\right)^2+\left(\frac{d_0-r}{\ell}\cdot n\right)^2}}{\left[(i-1)+\frac{h}{\ell}\cdot n\right]+\sqrt{\left[(i-1)+\frac{h}{\ell}\cdot n\right]^2+\left[\frac{d_0-r}{r}\cdot n\right]^2}}\right\}$$

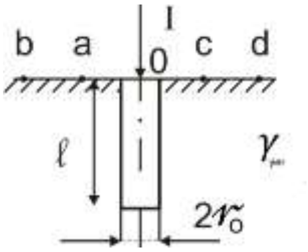
n=3 deň bolanda hasabyň netijesini tablisada ýerleşdirýäris.

$\frac{r}{\ell}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$
φ, W	274	148	274	226	184

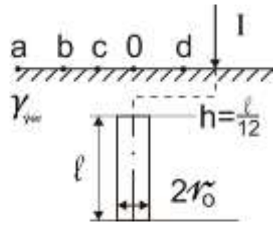
16-njy GOŞMAÇA

GEÇILEN SAPAKLARY ÖZLEŞDIRMEK ÜÇIN 14-nji TÜRGENLEŞIK IŞI HEMIŞELIK TOGUŇ ELEKTRIK MEÝDANYNY HASAPLAMAK

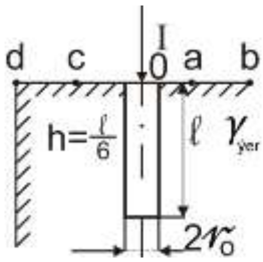
Her bir talyp, öz wariantyny we işlemeli meselesini 26.1-nji tablisadan anyklaýar. Meseläni işlemäge başlamazdan öňürti 26.7-nji meseläniň çözülişini özleşdirmek maslahat berilýär.



26.12-nji çyzgy



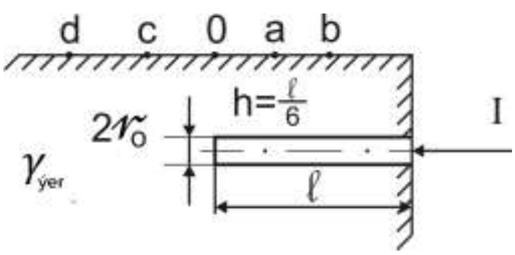
26.13-nji çyzgy

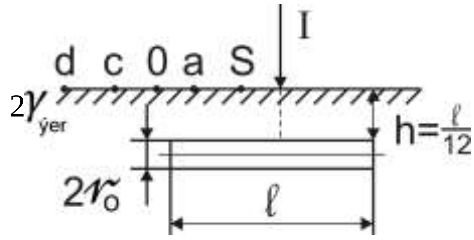


26.14-nji çyzgy

6.1-nji tablisa

Wari-antlar	Çyzgy	$2\cdot r_0$ sm	ℓ sm	I A	Tap maly	Wari-Antlar	Çyzgy	$2\cdot r_0$ sm	ℓ sm	I A	Tap maly
1	26.12	10	250	50	φ_a	16	26.12	16	400	80	φ_d
2	26.13	10	250	50	φ_a	17	26.13	16	400	80	φ_d
3	26.14	10	250	50	φ_a	18	26.14	16	400	80	φ_d
4	26.15	10	250	50	φ_a	19	26.15	16	400	80	φ_d
5	26.16	10	500	100	φ_a	20	26.16	16	800	160	φ_d
6	26.12	12	300	60	φ_b	21	26.12	18	450	90	U_{oa}
7	26.13	12	300	60	φ_b	22	26.13	18	450	90	φ_a
8	26.14	12	300	60	φ_b	23	26.14	18	450	90	U_{ab}
9	26.15	12	300	60	φ_b	24	26.15	18	450	90	U_{ac}
10	26.16	12	600	120	φ_b	25	26.16	18	900	180	U_{ad}
11	26.12	14	350	70	φ_c	26	26.12	20	500	100	U_{ac}
12	26.13	14	350	70	φ_c	27	26.13	20	500	100	φ_b
13	26.14	14	350	70	φ_c	28	26.14	20	500	100	U_{ac}
14	26.15	14	350	70	φ_c	29	26.15	20	500	100	U_{ab}
15	26.16	14	700	140	φ_c	30	26.16	20	1000	20	U_{cd}





26.15-nji çyzgy 26.16-njy çyzgy

IŞIŇ MAZMUNY

Uzynlygy ℓ, diametri $2\cdot r_0$ deň bolan silindr görnüşli polat truba, geçirijiligi (pes) gowşak ýere kakylan (26.12....26.16-njy çyzgylara seret). Ýeriň udel geçirijiligi $\gamma_{?r} = 5\cdot 10^{-4}$ (Om·sm)$^{-1}$ ýere kakylan trubanyň γ_{tr} - geçirjiliginden birnäçe esse pes. Ý ere kakylan trubadan I - tok akýar. Käbir çyzgylarda (26.13-nji çyzga seret) trubalar Ýere kakylanda aşak gidip, ýeriň üstüne görä trubanyň ýokarky ujy "h" çuňlukda görkezilen, meselem: 26.13 we 26.16-njy çyzgylar üçin h=ℓ/12; 26.14 we 26.15-nji çyzgylar üçin h=ℓ/6.

Toguň uzynlyk η – dykyzlygy üçin integral deňlemeleri düzüp işlemeli. Ýere kakylan turbanyň $\varphi_{?r}$ - potensialyny we $R_{ýer}$ – garşylygyny tapmaly. Berlen nokatlar üçin potensiallaryň tapawudyny hasaplamaly.

G ö r k e z m e: Meseläni çözmek üçin, şu aşakdaky yzygiderliligi we düzgüni berjaý etmeklik maslahat berilýär:

1) Optiki şekillendirmek usulyndan peýdalanyp, berlen trubalaryň şekillerini masştabda berjaý edip, çyzgyda aýratyn görkezmeli we olardaky toklaryň ugurlaryny anyklamaly.

2) Hasap üçin taýýarlanylan 1-nji punktdaky shemadan peýdalanyp, birlik uzynlykdaky trubanyň üstüni ekwipotensial diýägeden, trubadan ýere siňýän (isrip) toguň uzynlyk η – dykyzlygy üçin integral deňlemäni düzmeli.

3) 2-nji punktdaky düzülen deňlemäni ýönekeýleşdirip çözmek üçin, her bir trubany deň-uzynlykda 3 –sany bölege bölmeli. Olaryň her biri üçin öz näbelli togy bolar: olar $\eta_1;\eta_2;\eta_3$; - berilen trubada we $\eta_1';\eta_2';\eta'_3$; - şekillerinde. Soňra ähli η_i we η'_1 üçin deňlemeleri jemleşdirmeli.
Bu ýerde i=1;2;3

Alnan sistemanyň koeffisiýentlerini tapyp, şol sistemany işlemeli.

4) Tükeniksizlikdäki φ_∞ - potensial nula deňläp trubanyň üstündäki $\varphi_{?r}$ - potensialy hasaplamaly.

5) Ýere kakylan trubanyň $R_{?r} = \varphi_{?r} / I$ garşylygyny hasaplamaly.

6) Ö z wariantynda görkezilen potensilay ýa-da nokatlaryň arasyndaky naprýaženiýäni hasaplamaly. Nokatlaryň aradaşlygyny hasaplamaly. Nokatlaryň özara aradaşlygyny ℓ/6 diýip almaly.