TÜRKMEN POLITEHNIKI INSTITUTY

A.I. Aşyrow
T.S. Öremedow

MAÝYŞGAKLYK NAZARYÝERTI

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby

Aşgabat - 2010

A.I. Aşyrow, T.S. Öremedow, Maýyşgaklyk nazaryýerti.

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby, Aşgabat – 2010 ý.

Okuw kitaby senagat we raýat jaýlarynyň konstruksiýalarynyň oňa goýlan daşky güýçlerinden deňagramlyk ýagdaýyna seredilýär. Şeýlede konstruksiýada ýüze çykýan dartgynlyk we deformirlenme ýagdaýynyň deňlemeleri düzülýär. Olaryň öz arasyndaky baglanşyklar getirilip çykarylýar. Alnan deňlemeleriň çözüwleri hödürlenýär. Işläp bolmaýan deňlemeleriň hususy çözüwleri hödürlenýär. Tejribe ähmiýetli birnäçe meseleleriň çözüwine seredilýär.

Gurluşykda köp ulanylýan konstruksiýalar bolan plastinalaryň, gabyklaryň dürli görnüşleriniň dürli berkitmede işleýiş usullary hödürlenýär. Birnäçe alymlaryň işlän çözüwleri giňişleýin hödürlenýär.

Okuw kitaby ýokary okuw mekdepleriniň senagat we raýat jaý gurluşygy hünärlerine niýetlenendir. Talyplaryň wagtynyň çäklidigini göz öňünde tutmak bilen, kitap ýazylanda gysgaldylan görnüşde berildi. Şol bir wagtda, ýokary kärli inžener-tehniki taýýarlygy üpjün etmek üçin Maýyşgaklyk nazaryýeti dersiniň ähli usullary gysga görnüşde görkezildi.

Awtorlar kitaby toplamakda uly goşant goşan GMÖGÖ hünäriniň talyby Atdaýew Isgendere öz minnetdarlyklaryny bildirýärler.

SÖZBAŞY

Garaşsyz, baky Bitarap Türkmenistan döwletimizde geljegimiz bolan ýaşlaryň dünýäniň iň ösen talaplaryna laýyk gelýän derejede bilim almagy üçin ähli işler edilýär.

Hormatly Prezidentimiz döwlet başyna geçen ilkinji gününden bilime, ylma giň ýol açdy, Türkmenistan ýurdumyzda milli bilim ulgamyny kämilleşdirmek boýunça düýpli özgertmeler geçirmäge girişdi.

Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň "Türkmenistanda bilim ulgamyny kämilleşdirmek hakynda" 2007-nji ýylyň 15-nji fewralyndaky Permany bilim ulgamyndaky düýpli özgertmeleriň başyny başlady.

Häzirki wagtda milli bilim ulgamyndaky döwrebap özgertmeler ýaş nesliň ýokary derejede bilim almagyna we terbiýelenmegine, giň dünýägaraýyşly, edep-terbiýeli, tämiz ahlakly, kämil hünärmenler bolup ýetişmeklerine uly ýardam edýär.

Bu kitap Täze Galkynyş we Beýik özgertmeler zamanasynda ýokary bilimli hünärmenleri taýýarlamaklyga bildirilýän talaplary göz öňünde tutup taýýarlanyldy.

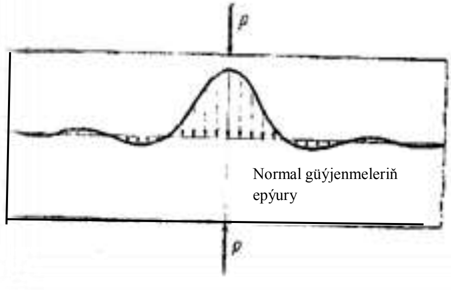
"Maýyşgaklyk nazarýeti" dersi "Gurluşyk mehanikasy" kursunyň esasy bölümleriniň biri bolup gurluşykçy inženeriň formirlenmeginde uly rola eýedir. Maýyşgaklyk nazarýetini öwrenmäge "Materiallaryň garşylygy" dersi doly özleşdirilenden soňra girişilýär. Maýyşgaklyk nazarýeti daşky fiziki täsirleriň netijesinde jisimde ýüze çykýan dartgynlaşma – deformirlenme ýagdaýyny öwrenýär. Materiallaryň garşylygy kursunda seredilýän meselelerde hem şeýle maksatlar goýulýar. Emma, maýyşgaklyk nazarýeti şol meseleleri çözmek üçin umumy we takyk usullary ulanmak bilen has çylşyrymly matematiki aparata ýüzlenýär. Umuman maýyşgaklyk nazarýeti öwrenmek bilen iki sany maksat goýulýar: birinjiden materiallaryň garşylygy kursunda çözülýän meseleleriň takyklygyna baha bermek we şol çözgütleriň ulanylyş çäklerini kesgitlemek; ikinjiden materiallaryň garşylygy kursunyň usullary bilen çözmesi mümkin bolmadyk meseleleri çözmek (plastinkalaryň, gabyklaryň, diwar – balkalaryň massiwleriň hasaplary).

I Esasy düşünjeler

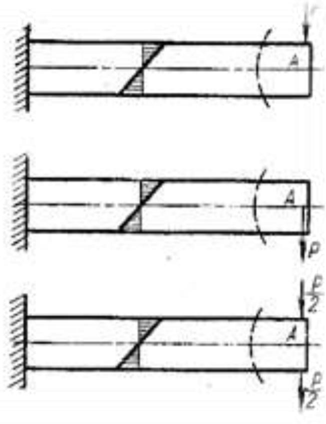
1.1 Maýyşgaklyk nazarýetiniň esasy ýörelgeleri

Häzirki döwürde hasaplanýan konstruksiýanyň ähli häsiýetlerini göz öňünde tutup hasaplap bolmaýar. Şonuň üçin maýyşgaklyk nazarýeti hem belli bir modelde hasaplama amala aşyrýar. Bu modeliň esasy häsiýetlerine seredip geçeliň.

1.Jisim ideal maýyşgak hasaplanýar.
2.Jisimiň başlangyç ýagdaýynda ýük aýrylandan soň. Onda hiçhili güýjenme ýüze çykmaýar.
3. Konstruksiýa goýulýan güýç bilen onuň döredýän orun üýtgemesiniň arasynda göni baglanyşyk bar.
4. Idial maýşgak jisim tutuş hasaplanýar.
5.Maýşgak jisim bir sudyrgyn hasaplanýar.
6. Maýşgak jisim izotrop hasaplanýar, ýagny hemme ugurlarda maýşgaklyk häsiýeti bir meňzeş bolýar.



1-nji surat



2-nji surat

Maýyşgaklyk nazarýetiniň esasy ýörelgesi. Orun üýtgemäniň örän kiçiligi we güýjenme bilen deformasyýanyň arasyndaky baglanşygyň göni çyzykly bolmagy güýçleriň bir-birine bagly dällik ýörelgesini berýär.

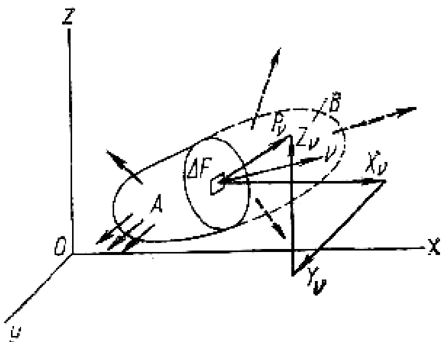
Güýçleriň biri-birine bagly dällik ýörelgesiniň manysy. Jisime täsir edýän birnäçe güýçleriň netijesini, ner güýjiň netijesiniň jemi hökmünde seretmek bolýär. Maýşgaklyk nazarýetiniň köp meselelerinde Sen Wananyň ýörelgesini ulanmak örän amatly bolýär. Sen Wananyň ýörelgesiniň manysy. Jisimiň örän kiçi bölegine täsir edýän güýç ondan daşlaşdygyça kiçelip gidýän güýjenmäni döredýär.

1.2 Güýç we güýjenme

Jisime täsir edýän güýçleri iki topara bölüp bolýar.

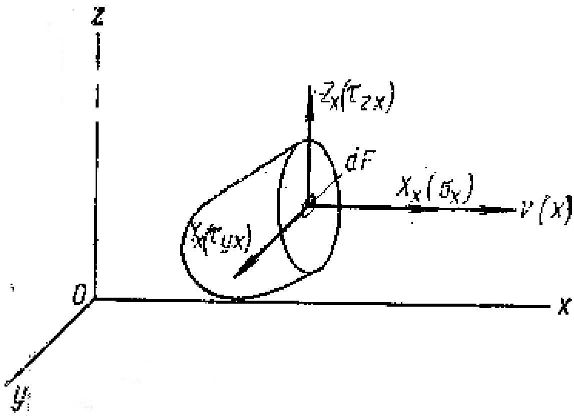
1 topar . Jisimiň üst tekizligine täsir edýän güýçler .

2 topar. Göwrümleýin güýçler.

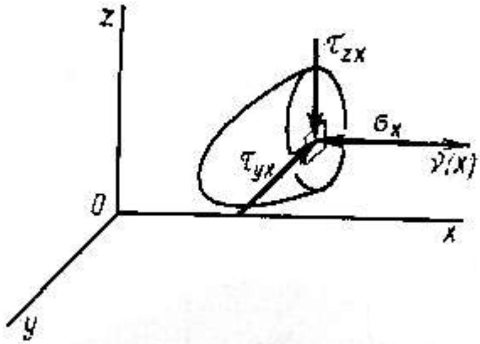


3-nji surat t

Suratda birinji we ikinji topar güýçleriniň täsiri netijrsinde deňagramlykda ýerleşýän jisim görkezilen. Jisimiň içki güýçlerini tapmak üçin kesikler usuly ulanylýar. Materiallaryň garşylykdaky usullary bilen hasaplanýar.



4-nji surat



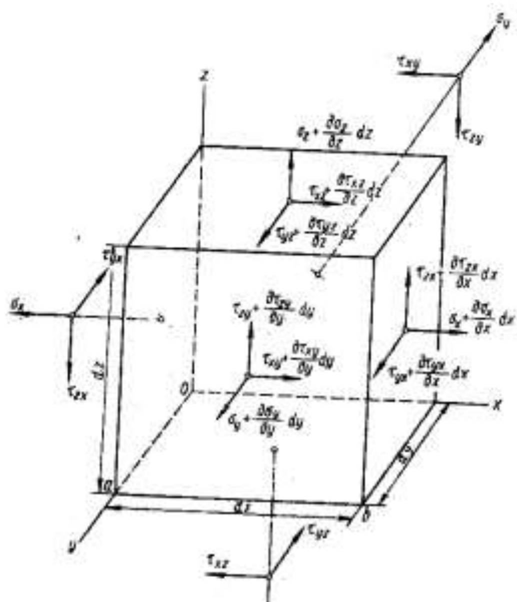
5-nji surat

Içki güýçleriň elementar meýdanja bolan gatnaşygyna doly güýjenme diýilýär.

Y_x Z_x – galtaşma güjenmesi. Jisimdäki her nokadyň güýjenmeleriniň dürli bahalary bolup biler. Şol sebäpden güýjenmeler koordinata bagly funksiýa hököminde seretmeli.

$$\begin{cases} \sigma_x=\sigma_x\,(x, y, z) \\ \sigma_y=\sigma_y\,(x, y, z) \\ \sigma_z=\sigma_z\,(x, y, z) \qquad\qquad (1.1) \\ \tau_{xy}=\tau_{xy}\,(x, y, z) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

1.3 Deňagramlygyň defferensial deňlemesi.



6-njy surat

Suratda görnüşi ýaly jisimden kesilip alnan örän kiçi paralelepipediň deňagramlygy aşakdaky formula bilen kanagatlandyrylýar.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\dfrac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\dfrac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}+X=0; \\ \dfrac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\dfrac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\dfrac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}+Y=0; \\ \dfrac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}+\dfrac{\partial\tau_{zy}}{\partial y}+\dfrac{\partial\sigma_z}{\partial z}+Z=0. \end{cases} \qquad (1.2)$$

Bu ýerde:

σ_x -normal güýjenmäniň x okuna görä proeksiýäsy.

σ_y -normal güýjenmäniň y okuna görä proeksiýäsy

σ_z - normal güýjenmäniň z okuna görä proeksiýäsy

τ_{xy} - galtaşma güýjenmesi

x,y,z - güýçleriniň koordinatalaryna bolan proýeksiýasy

Güýjenmäniň birinji indeksi (x) galtaşma güýjenmäniň ugruny görkezýär. Ilkinji indeks (y) kesige tarap ugrukdyrylan normaly görkezýär.

$$\tau_{xz}=\tau_{zx} \qquad (1.3)$$

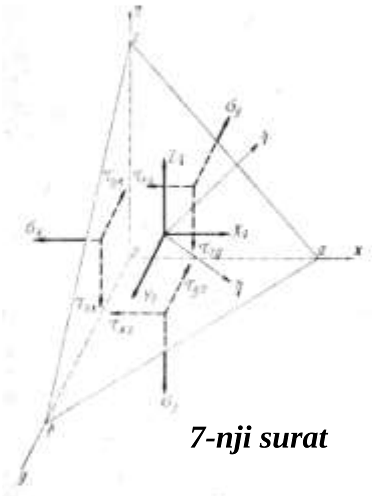
Bu galtaşma güýçleriniň deňligine galtaşma güýjenmeleriniň jübitlik kanuny diýilýär. Jisimiň uslendik nokadynyň dartgyşlyk ýagdaýyny egerde galtaşma güýjenmesiniň jübitlik ýagdaýyny ulansak onda nokadyň dartgynlygyny alty sany deňleme bilen häsiýetlendirip boljak

$$
\begin{cases}
\sigma_x=\sigma_x\,(x,\,y,\,z) \\
\sigma_y=\sigma_y\,(x,\,y,\,z) \\
\sigma_z=\sigma_z\,(x,\,y,\,z) \qquad (1.4) \\
\tau_{xy}=\tau_{xy}\,(x,\,y,\,z) \\
\tau_{yz}=\tau_{zx}\,(x,\,y,\,z) \\
\tau_{zx}=\tau_{zx}\,(x,\,y,\,z)
\end{cases}
$$

Bu meseläni çözmek üçin üç sany deňagramlyk deňlemesi bar. Bu bolsa meseläniň statiki kesgitsizligni görkezýär. Ýetmeýän deňlemäni jisimde bolup geçýän deformasiýany öwrenmek arkaly düzmeli.

1.4 Kese meýdançadaky güýjenmeler

Üst şerti



7-nji surat

Islendik nokadyň dartgynlyk ýagdaýyny derňemek üçin, koordinata görä ýapgyt ýerleşýän tekizlikdäki güýjenmeleri tapmany öwrenmekden başlamaly

Suratda görnüşi ýaly içki meýdançanyň giňişlikdäki ýagdaýy normal bilen häsiýetlendirilýär. Normalyň urykdyryjy kosinuslary şeýle hasaplanýar.

$$\begin{cases} \cos(x, \upsilon) = l \\ \cos(y, \upsilon) = m \\ \cos(z, \upsilon) = n \end{cases} \qquad (1.5)$$

Onda ýapgyt tekizlikdäki doly güýjenmäniň düzijileri şu formula bilen tapylýar.

$$\begin{cases} X_\upsilon = \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n; \\ Y_\upsilon = \tau_x l + \sigma_y m + \tau_{yz} n; \end{cases} \qquad (1.6)$$

$$Z_\upsilon = \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n; \qquad (1.7)$$

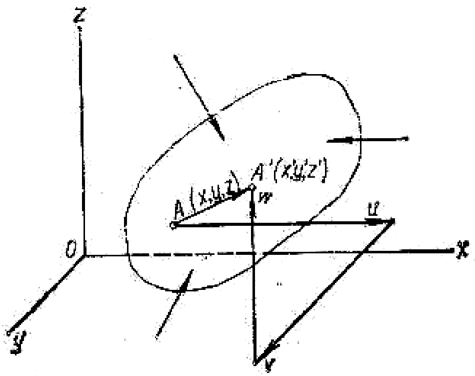
Bu ýede $X_\upsilon, Y_\upsilon, Z_\upsilon$ doly güýjenmäniň düzijileri

Bu formulada jisimiň üst tekizliginiň ýerine ýetmeli şerti diýilýär

II Deformasiýalar nazarýeti

2.1 Orun üýtgemäniň düzijileri

Maýşgak jisimiň deformasiýasyny derňäliň



1- nji surat

Suratda jisim we ol jisimiň A(x,y,z) nokady görkezilen. Jisim deformasiýa alandan soň A-nokat täze ýagdaýa geçýär A(x',y',z') suratda görkezilen AA' wektoryň koordinatalara bolan proýeksiýasy ol kooordinatalara bagly funksiýalardyr.

$$\begin{cases} u=u(x,y,z) \\ \upsilon=\upsilon(x,y,z) \\ w=w(x,y,z) \end{cases} \qquad (2.1)$$

2.2Deformasiýany düzijiler

Çyzykly we aýlanma deformasiýalaryň orun üýtgeme bilen baglanşygy şeýle hasaplanýar.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \partial u/\partial x, & \gamma_{xy} = \partial u/\partial y + \partial v/\partial x, \\ \varepsilon_y = \partial v/\partial y, & \gamma_{yz} = \partial v/\partial z + \partial w/\partial y; \\ \varepsilon_z = \partial w/\partial z, & \gamma_{zx} = \partial w/\partial x + \partial u/\partial z \end{cases} \qquad (2.2)$$

Bu formula Köşiniň deňlemesi diýilýär. Deformasiýany düzijiler üçin bolmaly alamatyň düzgüni

Çyzykly deformasiýada

a) Jisim uzalýan bolsa položitel
b) Jisim gysylýan bolsa otrisatel

Aýlanma deformasiýa üçin

a) Koordinatalaryň arasyndaky burç kesilýän bolsa ol položitel deformasiýa hasaplanýar
b) Koordinatalar arasyndaky burç ulalýan bolsa onda ol otrisatel deformasiýa hasaplanýar.

2.3 Dartgynlyk ýagdaýynyň nazarýeti

Konstruksiýanyň böleklerinde döreýän dartgynlyk ýagdaýynyň görnüşleri barada düşünje

Konstruksiýanyň bölekleriniň özara täsirini her nokatda normal we galtaşma güýjenmeleri bilen häsýetlendirip bolar. Nokadyň üstünden geçýän meýdançalarda ýüze çykýan normal we galtaşma güýjenmeleriniň bilelikdäki ýagdaýy nokadyň dartgynlyk ýagdaýyny häsýetlendirýär.

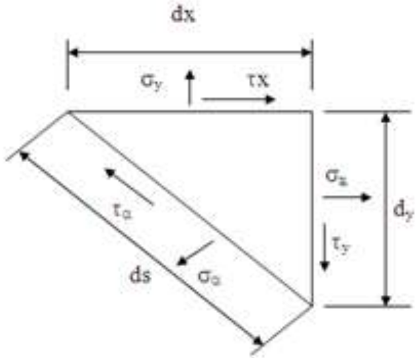
a). Eger seredilýän nokadyň üstünden $\tau = 0$ we $\sigma = 0$ deň bolan ýekejede meýdança geçip bolmaýan bolsa onda nokadyň bu ýagdaýyna giňişleýin dartgynlyk ýagdaýy diýilýär. Ýada üç okly dartgynlykýagdaýy diýilýär.

b). Eger seredilýän nokadyň diňe bir meýdançasyndan ($\tau = 0$ we $\sigma = 0$) getirip bolýan bolsa onda onda bu ýgdaýa tekiz dartgynlyk ýagdaýy diýilýär. Ýa –da iki okly dartgynlyk ýagdaýy diýilýär.

g). eger nokadyň üstinden iki sany ($\tau = 0$ we $\sigma = 0$) meýdançalaryny geçirip bolýan bolsa onda bu ýagdaýda göni dartgynlyk ýagdaýy diýilýär. Ýa –da bir okly dartgynlyk ýagdaýy diýilýär.

Tekiz dartgynlyk ýagdaýy.

Tekiz dartgynlylyk ýagdaýynda seredilýän nokadyň üstinden normal we galtaşma güýjenmesi nula deň bolan bir tekizlik geçirip bolýar.



2-nji surat

Normal we galtaşma güýjenmeleriň aňlatmalary

Süýnme normal güýjenme položiteldir. Gysylma normal güýjenme otresateldir.

Galtaşma güýjenmesini häsýetlendirýän wektor 1 – nji suratda görkezilen prizmany sagat strelkasynyň ugryna aýlamaga ymtylýan bolsa onda ol položiteldir. Sagat strelkasynyň garşysyna aýlasa bolsa otresateldir.

Eger prizmanyň ab tarapy sb tarapy bilen birleşmek üçin sagat strelkasynyň garşysyna aýlanýan bolsa onda α –burçy položiteldir.

2 – sany biri –birine perpendikulýar tekizlikde galtaşma güýjenmeleri ululyklary boýunça deňdir we alamatlary boýunça garşydyr.

$$\tau_y = -\tau_x \qquad (2.3)$$

Bu ýagdaýa galtaşma güýjenmeleriň jübitlik kanuny diýilýär. Eger 2 –sany biri–birine perpendikulýar merkezdäki galtaşma we normal güýjenmeleri belli bolan ýagdaýynda seredilýän nokadyň üstünden geçýän islendik merkezdäki güýjenmäni şeýle aňlatma bilen tapmak bolar.

$$
\begin{cases}
\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha + \tau_x \sin 2\alpha; & (2.3) \\
\sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_x \cos 2\alpha; & (2.4)
\end{cases}
$$

Özara perpendikulýar tekizliklerde normal güýjenmeleriň jemi hemişelikdir.

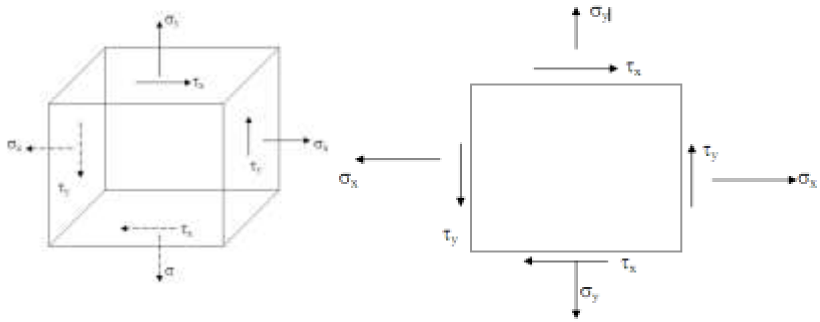
$$\sigma_{\alpha 1} + \sigma_{\alpha 2} = \sigma_x + \sigma_y = \text{const.} \quad (2.5)$$

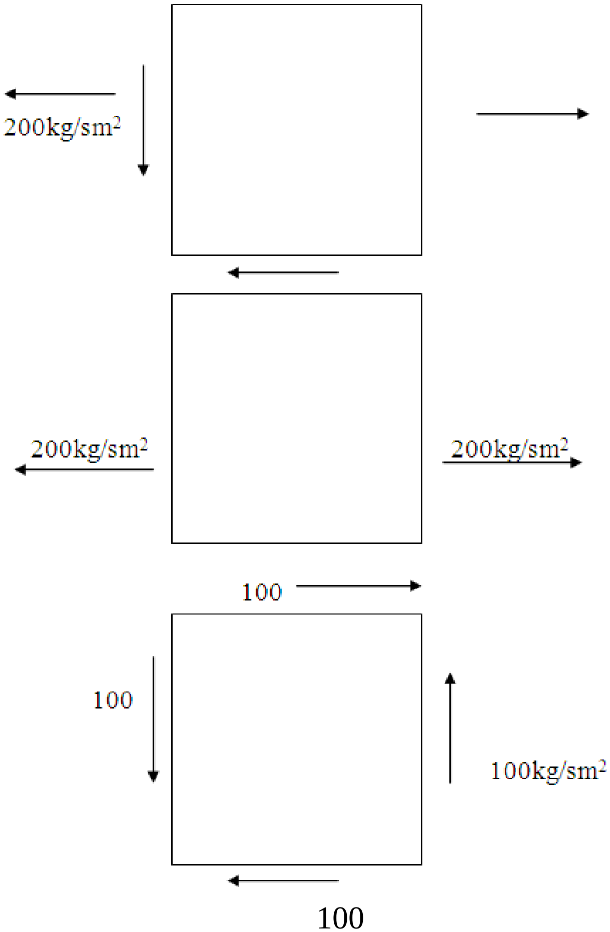
Dartgynlyk ýagdaýyna baha bermek üçin berilen nokatdan üç sany biri –birine perpendikulýar tekizlikler geçirýärler. Eger bu tekizlikleriň bolmanda birinde $\sigma = 0$ we $\tau = 0$ deň bolsa onda ol tekiz dartgynlyk ýagdaýyna geçýär.

2 –sany biri –birine perpendikulýar tekizligiň kömegi bilen islendik meýdançanyň dartgynlyk ýagdaýyny hasaplamak bolýar.

Islendik dartgynlyk ýagdaýy birnäçe dartgynlyk ýagdaýyň jemi hökmünde seredip bolar. Bu ýagdaýda güýjenmäniň urnaşdyrma ýörelgesi diýilýär.

Tekiz dartgynlyk ýagdaýy





3– nji surat

Baş güýjenmeler we baş meýdançalar barada düşünje

Injener desgalaryň hasaplaty amala aşyrylanda seredilýän nokadyň üstünden geçýän her bir merkezlikde ýüze çykýan normal we galtaşma güýjenmeleriň bahalaryny tapmak hökman däldir. Olaryň maksimal we minimal bahalaryny tapmak ýeterlikdir.

Maksimal we minimal normal güýjenmelere baş güýjenmeler diýilýär. Olaryň ýüze çykýan tekizligine bolsa baş meýdançalar diýilýär.

Baş meýdançalaryň ýagdaýy şeýle formula bilen tapylýar.

$$tg\,2\alpha_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y};(2.6)$$

$$tg\,2\alpha_0 = -\frac{2\tau_y}{\sigma_x - \sigma_y};(2.7)$$

Bu ýerde; α_o – baş meýdançanyň σ_x güýjenmesini emele getrýän merkezligine görä

ýapgyt ýagdaýyny häsýetlendirýän burç.

σ_x, σ_y – normal güýjenmesi.

τ_x, τ_y – galtaşma güýjenmesi.

Maksimal we minimal normal güýjenmesi.

$$\sigma_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_x^2}\ ; \quad (2.8)$$

Galtaşma güýjenmeleri

Maksimal we minimal galtaşma güýjenmeleriň ýüze çykýan süýşme meýdançalary diýilýär.

$$tg\,2\alpha_1 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_x}; \qquad (2.9)$$

α_1 – süýşme meýsdançalaryň σ_x güýjenmesini emele getirýän merkezligine görä ýapgyt ýagdaýyny häsýetlendirýän burç.

Ekstremal maksimal we minimal galtaşma güýjenmeleri.

$$\tau_{\substack{\max \\ \min}} = \pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_x^2}\ ; \quad (2.10)$$

2.4 Deformasiýanyň üzniksizlik deňlemesi

Eger üç perpendikulýar tekizlikdäki aýlanma deformasiýasy berlen bolsa , onda çyzykly deformasiýasy erkin görnişde berilip bilmeýär. Olar formulada görkezilişi ýaly baglanşykda bolmalydyr

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}\ ;\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}\ ;\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}\ ;\\
&\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 2\,\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}\\
&\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 2\,\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}\\
&\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) = 2\,\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}
\end{aligned}\right. \qquad (2.12)$$

Bu baglanşygyň hökmanydygyny geometriki usul bilen esaslandyryp bolýar. Eger jisimi birnäçe kiçi parallelepipede bölsek we hersine erkin deformasiýa almagyna mükinçilik bersel ondan soň olary toplasak öňki jisimi alyp bolmaz. Jisimiň käbir nokatlarynda kijik üzilme emele gelýär. Şol näsazlyklary ýokarda görkezilen deňlemeler sazlaýar. Şol sebäpli bu deňlemä deformasiýanyň üzniksizlik deňlemesi diýilýär.

III Gukuň umumylaşdyrylan kanuny

3.1 Deformasiýanyň güýjenmäniň üsti bilen aňladylyşy

Konstruksiýanyň dartgynlyk ýagdaýy bilen deformasiýasy-na bilelikde seretmek üçin olaryň özara baglanşygyny öwrenmek gerek.

$$\begin{cases} \sigma_x = a_{11}\varepsilon_x + a_{12}\varepsilon_y + a_{13}\varepsilon_z + a_{14}\gamma_{xy} + a_{15}\gamma_{yz} + a_{16}\gamma_{zx}; \\ \sigma_y = a_{21}\varepsilon_x + a_{22}\varepsilon_y + a_{23}\varepsilon_z + a_{24}\gamma_{xy} + a_{25}\gamma_{yz} + a_{26}\gamma_{zx}; \\ \sigma_z = a_{31}\varepsilon_x + a_{32}\varepsilon_y + a_{33}\varepsilon_z + a_{34}\gamma_{xy} + a_{35}\gamma_{yz} + a_{36}\gamma_{zx}; \\ \tau_{xy} = a_{41}\varepsilon_x + a_{42}\varepsilon_y + a_{43}\varepsilon_z + a_{44}\gamma_{xy} + a_{45}\gamma_{yz} + a_{46}\gamma_{zx}; \\ \tau_{yz} = a_{51}\varepsilon_x + a_{52}\varepsilon_y + a_{53}\varepsilon_z + a_{54}\gamma_{xy} + a_{55}\gamma_{yz} + a_{56}\gamma_{zx}; \\ \tau_{zx} = a_{61}\varepsilon_x + a_{62}\varepsilon_y + a_{63}\varepsilon_z + a_{64}\gamma_{xy} + a_{65}\gamma_{yz} + a_{66}\gamma_{zx}. \end{cases} \quad (3.1)$$

Gukyň umumylaşdyrylan kanuny şeýle tapmak bolýar

$$\begin{cases} \varepsilon_x = [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E, & \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G; \\ \varepsilon_y = [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E, & \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G; \\ \varepsilon_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E, & \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G; \end{cases} \quad (3.2)$$

3.2 Güýjenmäniň, deformasiýanyň üsti bilen aňladylyşy

Mesele işlenende köplenç güýjenmäniň düzijilerini deformasiýanyň düzijileriniň üsti bilen aňlatmak amtly bolýar.

$$\begin{cases} \sigma_x = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_x, & \tau_{xy} = \mu\gamma_{xy}; \\ \sigma_y = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_y, & \tau_{yz} = \mu\gamma_{yz}; \\ \sigma_z = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_z, & \tau_{zx} = \mu\gamma_{zx}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Bu ýerde λ, μ- lamenil koeffisenti (bu koeffisenti edil E,*G* koeffieientleri ýaly Materialyň maýşgaklyk häsiýetini görkezýär) θ - otnositel göwrüm deformasiýasy.

$$\theta = \frac{(1-2y)S_i}{E} \qquad (3.4)$$

S_i – dartgynlyk ýagdaýynyň birinji inweriýantlygy

E- maýşgaklyk koeffisenti

$$\lambda = \frac{Ey}{[(1+\vartheta)(1-2\vartheta)]}; \quad \mu = \frac{E}{[2(1+\vartheta)]}; \quad (3.5)$$

IV Maýyşgaklyk nazarýetinde seredilýän meseleleriň çözülişleri

4.1 Maýşgaklyk nazarýetiniň esasy deňlemeleri

Statiki deňlemeler

Deňagramlyga deferensial deňlemesi.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} + X = 0; \\ \dfrac{\partial \tau'_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau'_{yz}}{\partial z} + Y = 0; \\ \dfrac{\partial \tau'_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau'_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + Z = 0; \end{cases} \qquad (3.6)$$

jisimiň üst tekizligini kanagatlandyrmaly deňlemeler .

$$\begin{cases} X_\nu = \sigma'_x l + \tau'_{xy} m + \tau'_{xz} n, \\ Y_\nu = \tau'_{yx} l + \sigma'_y m + \tau'_{yz} n; \\ Z_\nu = \tau'_{zx} l + \tau'_{zy} m + \sigma'_z n; \end{cases} \qquad (3.7)$$

a).Köşiniň geometriki aňlatmalary

b).Deformasiýanyň üznüksizlik deňlemesi.

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y};\\
\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z};\\
\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x};\\
\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}+\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right)=2\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z};\\
\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}+\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}-\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right)=2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x};\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right)=2\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}.
\end{array}\right. \qquad (3.8)$$

Fiziki deňlemeler

a).Gukyň kanunlary (göni görnüşde)

$$\left\{\begin{array}{ll}
\varepsilon_x=[\sigma_x-\nu(\sigma_y+\sigma_z)]/E, & \gamma_{xy}=\tau_{xy}/G;\\
\varepsilon_y=[\sigma_y-\nu(\sigma_z+\sigma_x)]/E, & \gamma_{yz}=\tau_{yz}/G;\\
\varepsilon_z=[\sigma_z-\nu(\sigma_x+\sigma_y)]/E, & \gamma_{zx}=\tau_{zx}/G,
\end{array}\right. \qquad (3.9)$$

b). Gukyň kanuny (ters görnişde)

$$\left\{\begin{array}{ll}
\sigma_x=\lambda\theta+2\mu\varepsilon_x, & \tau_{xy}=\mu\gamma_{xy};\\
\sigma_y=\lambda\theta+2\mu\varepsilon_y, & \tau_{yz}=\mu\gamma_{yz};\\
\sigma_z=\lambda\theta+2\mu\varepsilon_z, & \tau_{zx}=\mu\gamma_{zx}.
\end{array}\right. \qquad (3.10)$$

Bu deňlemeleri bilenimizden soň maýşgaklyk nazaryýetiniň öňümizde goýýan meselelerini çözmek bolýar. Ýokarda görkezilen deňlemeler 15-sany näbelli funksiýalardan durýar. Olar.

1.Alty sany güýjenmäniň näbelli funksiýalary.

$$\sigma_x(x,y,z);\ \sigma_z(x,y,z);\ \tau_{yz}(x,y,z)$$
$$\sigma_y(x,y,z);\ \tau_{xy}(x,y,z);\ \tau_{zx}(x,y,z) \qquad (3.11)$$

2.Alty sany deformasiýany näbelli funksiýalary.

$$\varepsilon_x(x,y,z); \quad \gamma_{x,y}(x,y,z)$$
$$\varepsilon_y(x,y,z); \quad \gamma_{,y\,z}(x,y,z) \qquad (3.12)$$
$$\varepsilon_z(x,y,z); \quad \gamma_{z,y}(x,y,z)$$

3 Üç sany orun üýtgemäniň näbelli fuksiýalary

$$u(x,y,z)$$
$$v(x,y,z) \quad w(x,y,z) \qquad (3.13)$$

4.2 Maýşgaklyk nazarýetinde seredilýän deňlemeleriň çözülişi

Bu näbelli funksiýalary tapmak üçin ýeterlik deňle-melerimiz bar. Näme gözleniýänine baglylykda bu deňlemeleri şeýle işläp bolar.

1.Orun üýtgeme usuly bilen işlemek bu usulda gözlenilýän fuksiýalar

$u(x,y,z)$ $u(x,y,z)$ $w(x,y,z)$

2.Güýjenme usuly bilen işlemek bu usulda gözlenilýän fuksiýalar.

$$\sigma_x(x,y,z);\ \tau_{xy}(x,y,z);$$
$$\sigma_y(x,y,z);\ \tau_{yz}(x,y,z); \qquad (4.1)$$
$$\sigma_z(x,y,z);\ \tau_{xz}(x,y,z);$$

3.Galtaşykly görnüşde işlemek bu usulda orun üýtgemede, güýjenmede näbelli funksiýalar bolup biler.

4.3 Maýşgaklyk nazarýetindäki meseleleriň orun üýtgeme usuly bilen çözişi

Maýşgaklyk nazarýetindäki meseleleri orun üýtgeme usuly bilen işlemek üçin üç deňleme gerek. Ol deňlemeleri jisimiň deňagramlyk deňlemesindäki güýjenmeleri orun üýtgeme bilen çalşmak usuly bilen tapmak bolýar.

$$\begin{cases} (\lambda+\mu)\frac{\partial ö}{\partial x} + \mu\nabla^2 u + x = 0 \\ (\lambda+\mu)\frac{\partial ö}{\partial y} + \mu\nabla^2 \upsilon + y = 0 \\ (\lambda+\mu)\frac{\partial ö}{\partial z} + \mu\nabla^2 w + z = 0 \end{cases} \qquad (4.2)$$

Bu deňlemä Lameniň deňlemesi diýilýär. Bu deňlemeler toplumyndan gözlenýän näbelli fuksiýalary tapyp bolýar

$$\begin{matrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{matrix} \qquad (4.3)$$

Jisimiň üst tekizligini kanagatlandyrmak üçin getirip çykarylýan formulalar

$$\begin{cases} X_\nu = \lambda\theta l + \mu\frac{\partial u}{\partial \nu} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial x} m + \frac{\partial w}{\partial x} n\right); \\ Y_\nu = \lambda\theta m + \mu\frac{\partial v}{\partial \nu} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial y} n\right); \\ Z_\nu = \lambda\theta n + \mu\frac{\partial w}{\partial \nu} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} l + \frac{\partial v}{\partial z} m + \frac{\partial w}{\partial z} n\right). \end{cases} \qquad (4.4)$$

Indi *u(x,y,z) ; v(x,y,z); w(x,y,z)* näbelli funksiýalary tapmak üçin Lameniň deňlemelerini integrirlemeli, alnan netijäniň üst tekizligi üçin hödürlenýän deňlemelerini kanagatlandyrar ýaly etmeli. Onuň üýtgeme funksiýalary tapylandan soň deformassiýany we güýjenmäni tapmak üçin deňlemeleri hödürläp bolar.

4.4 Maýşgaklyk nazarýetindäki meseleleriň çözilişiniň beýleki usullary

Maýşgaklyk nazarýetiniň meselelerini matematiki taýdan çözmegiň üç usulyny görkezmek bolar.

1.Göni usuly;

Onuň manaysy maýşgaklyk nazarýetinde getirip çykarylan deňlemeleri integrirläp alnan netijäni jisimiň üst şertini kanagatlandyrýandygyny barlamak.

2.Ters usuly.

Bu usulda deňagramlylygyň deferensial deňlemesini kanagatlandyrýan orun üýtgeme ýa-da güýjenme funksiýasy berilýär. We hödürlenýän funksiýany haýsy daşky güýçleriň kanagatlandyrýandygyny hasaplaýarlar.

3.Sen Wananyň usuly.

Onuň manysy näbelli funksiýalaryň bir bölegi öňünden berilýär. Onsaň maýşgaklyk deňlemeleriniň kömegi bilen galan funksiýalary tapýarlar.

V Tekiz deformasiýalar

5.1 Maýşgaklyk nazarýetiniň tekiz meseleleri, tekiz deformasiýalary barada düşünje

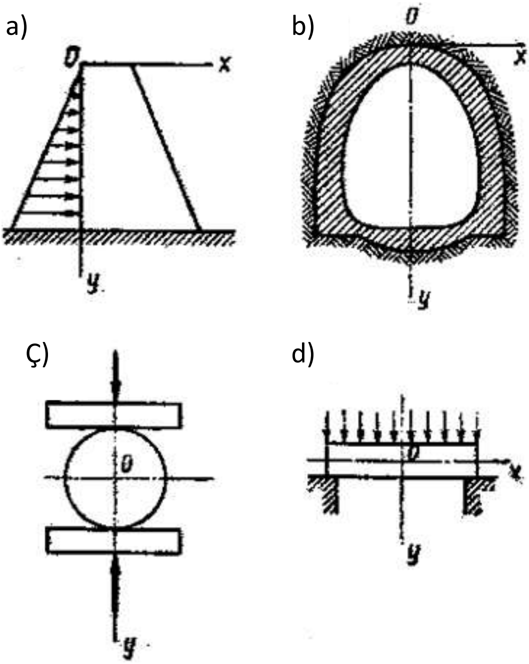
Eger konstruksiýa tekiz meselelere degişli bolsa onda diňe iki ölçegi hasaplanýandygy üçin maýşgaklyk nazarýetiniň deňlemeleri örän sadalaşýar.

Eger (*xoy*) tekizlige parallel tekizlikde deformasiýa bolup geçýän bolsa onda aňlatma şeýle

$$\begin{aligned} u&=n(x,y,) \\ v&=v(x,y,) \\ w&=0 \end{aligned} \qquad (5.1)$$

bolýar . Bular ýaly orun üýtgemeler silindrik ýa-da uzyn prizma görnüşli jisimlerde bolup geçýär. Jisimiň boý okyna *O Ž* oka parallel ýagdaýda ýerleşýär. Täsir edýän güýç jisimiň boý okyna perpendeikulýar ýagdaýda ýerleşýär. Ýene şeýle ýagdaýda işleýän konstruksiýalar.

Uzyn direg diwary, platinalar, metropoliteniň tonneli, uzyn plastinalar. Bu konstruksiýalar suratda görkezilen.



1-nji surat

Deňagramlygy diferensial deňlemesi şeýle görnişe gelýär

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0; \\ \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0, \end{cases} \qquad (5.2)$$

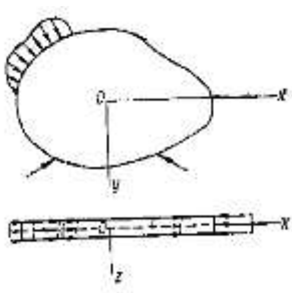
Deformasiýalar bolsa şeýle aňlatma bilen hasaplanýar

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y\right);$$
$$\varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x\right); \qquad (5.3)$$
$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}.$$

5.2 Tekiz güýjenmäniň umumylaşdyrylan ýagdaýy.

Ýuka plastinanyň gapdal tekizligine onuň esasyna parallel bolup goýulan güýçler eger onyň galyňlygyna deňagramly ýaýran bolsa bu meseläniň çözüwine tekiz güýjenmäniň umumylaşdyrylan ýagdaýy diýilýär. Plastinanyň esasyndaky σ_z, τ_{yz} we τ_{xz} nula deň. Plastina ýuka bolmanlygy sebäpli olar göwrümiň ähli ýerinde nula deň diýip hasaplamak mümkin. Şol sebäpli beýleki güýjenmeler hem z bagly däl diýip hasaplamak bolýar. Onda dartgynlyk ýagadaýy şeýle görişde ýazmak bolýar.

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = v; \quad \sigma_x = \sigma_x(x,y); \quad \sigma_y = \sigma_y(x,y); \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}(x,y) \qquad (5.4)$$



2-nji surat

Onda tekiz güýjenme deformasiýa şeýle kesgitlenýä.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{(\sigma_x - \nu\sigma_y)}{E} \\ \varepsilon_y = \dfrac{(\sigma_y - \nu\sigma_x)}{E} \\ \gamma_{xy} = \dfrac{2(1+\nu)\tau_{xy}}{E} \end{cases} \qquad (5.5)$$

5.3 Güýjenmeler funksiýasy bilen tekiz meseleleri çözmek

Tekiz meseleleriň güýjenmeler usulynda işlenişinde üç funksiýany tapmaly .

$$\begin{cases} \sigma_x(x,y) \\ \sigma_y(x,y) \\ \tau_{xy}(x,y) \end{cases} \qquad (5.6)$$

Muny işlemek üçin deňagramlylygyň diferensial deňlemesinden we deformasiýanyň üzniksizlik deňlemesinden peýdalanmaly. Ony işlemek üçin Lewiniň çykaran deňlemesinden peýdalanýarys.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) = 0 \quad ýa - da$$

$$\nabla^2\left(\sigma_x + \sigma_y\right) = 0 \qquad (5.7)$$

Berlen meseläni bir funksiýa tapmaga çenli sadalaşdyryp bolýar. Ol funksiýa Lewiniň güýjenmeler funksiýasy diýilýär.

$$\begin{cases}\sigma_x = \dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \\ \sigma_y = \dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \\ \tau_{xy} = -\dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - Xy - Yx.\end{cases} \tag{5.8}$$

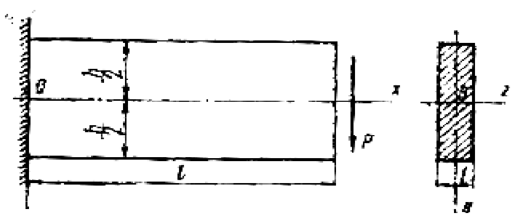
Onda deňagramlygyň deferensial deňlemesini Lewiniň funksiýasynyň üsti bilen aňladýarys. Üst şerti bolsa şeýle aňladylýar.

$$X_0 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} 1 - \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2 \partial y} + XY + YX\right) m$$

$$Y_o = -\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2 \partial y} + X\,Y + Y\,X\right) e = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} m \tag{5.9}$$

5.4 Ganatly pürsleriň egilmä işleýişi

Meseläni ters usul bilen işlemeli. Materiallaryň garşylygynyň kömegi bilen alnan güýjenmäni ulanýarys. Ol güýjenmeler funksiýasynyň maýşgaklyk nazarýetinde alnan deňlemeleri kanagatlandyrýandygyny barlamaly we goýlan güýji häsiýetlendirýändigine baha bermeli.



3-nji surat

$$
\begin{cases}
\sigma_x = M_z\, y / J_z; \\
\sigma_y = 0; \\
\tau_{xy} = Q_y\, S_z^0 / [J_z\, b(y)].
\end{cases}
\qquad (5.10)
$$

$$
M_z = -p(e-x); \quad Q_y = P; \quad S^{0}_{z} = \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)/2 \qquad (5.11)
$$

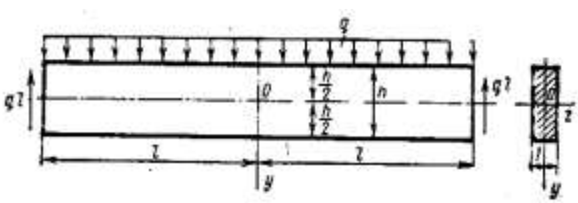
$$
I_z = \frac{h^3}{12} \quad b(y) = 1 \qquad (5.12)
$$

$$
\begin{cases}
\sigma_x = -12p(e-x)y/h^3 \\
\sigma_{y=0} \\
\tau_{xy} = 6P(h^2/4 - y^2)h^3
\end{cases}
\qquad (5.13)
$$

Eger pürsiň öz agramyny hasaba almasak, alnan güýjenmeleriň bahalaryny deňagramlyk deňlemesine goýsak ony kanagatlandyrýar. Deformasiýanyň üzniksizlik deňlemesini hem kanagatlandyrýar. Onda alnan funksiýalar maýşgaklyk nazarýetiniň deňlemelerini kanagatlandyrýar.

5.5 Iki tarapy berkidilen pürsleriň, deňagramlygynyň ýaýran güýçlerden hasaplanylyşy

Pürsiň hasaplaýyş şekili suratda görkezilen



4-nji surat

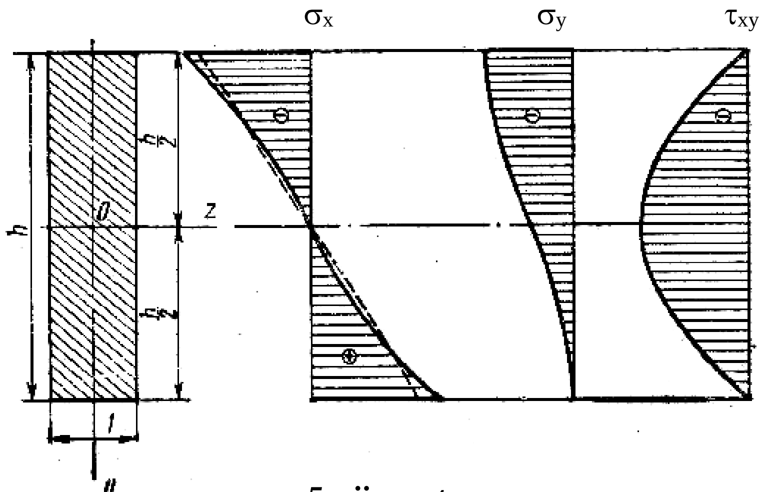
Meseläniň çözüwini güýjenmeler funksiýasynyň polinomlarynyň jemleri görnişde almaly

$$\varphi = \frac{b_5}{4\cdot 3}\left(x^4 y-\frac{1}{5}y^5\right)+\frac{d_5}{2\cdot 3}\left(x^2 y^3-\frac{1}{5}y^5\right)+\frac{b_3}{2\cdot 1}x^2 y+\frac{d_3}{2\cdot 3}y^3+\frac{c_2}{2}y^2; \qquad (5.14)$$

Onda seredilýän meselede güýjenmeleri tapmak üçin getirilip çykarylýan formulalar şulardan ybarat bolar

$$\begin{cases} \sigma_x = 6q\,(l^2 - x^2)\,y/h^3 + 6q\,[2y^2/(3h^2) - 0{,}1]\,y/h; \\ \sigma_y = -q\,(4y^3/h^3 - 3y/h + 1)/2; \\ \tau_{xy} = -6q\,(h^2/4 - y^2)\,x/h^3. \end{cases} \qquad (5.15)$$

Bu güýjenmeleri, eger pürsiň uzynlygy l=5h bolan ýagdaýy üçin suratda görkezilen

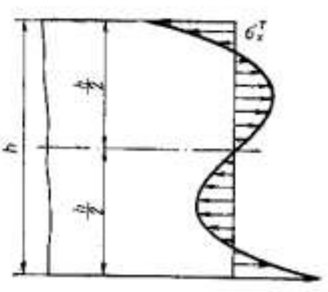


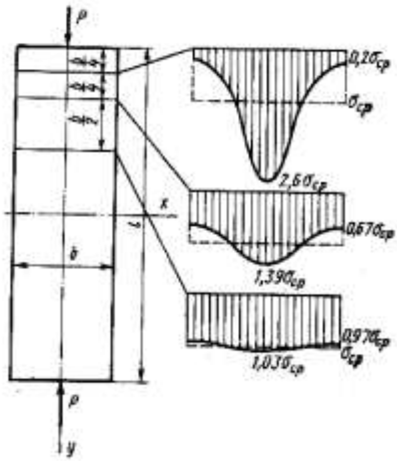
5-nji surat

5.6 Sen- Wanyň ýörelgesiniň esaslandyrylyşy

Pürs egilmä işleýşinde Sen-Wananyň ýörelgesi ulanylypdyr, we ony gyraky şerte seredilende ulanylypdyr. Iki tarapy berkidilen pürsde gyraky şerti düzmekde ulanyp bolýar.

$$\sigma_x^T = (6q/h)\,[2y^2/(3h^2) - 0{,}1]\,y.$$





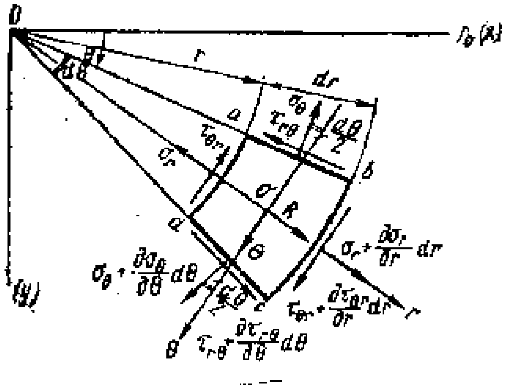
6-njy surat **7-nji surat**

Hasaplanan güýjenmelerden görnişi ýaly onuň bahasynyň güýjiniň goýlan ýerinden daşlaşdygyça azalýandygyny görkezýär. Bu bolsa Sen-Wananyň ýörelgesiniň maýşgaklyk nazaryýetiniň getirip çykarýan deňlemelerinde işleýändigini görkezýär.

VI Maýyşgaklyk nazarýetiniň tekiz meselelerini polýar koordinatada çözülişi

6.1 Esasy deňlemeler

Käbir meseleler işlenende tegelek silindir görnüşli üstler gabat gelýär



1-nji surat

Bu ýagdaýda dekart koordinatalar sistemadan, polýar koordinata sistemasynda nokadyň giňişlikdäki ýagdaýy iki parametr bilen häsiýetlendirilýär.

1.Wektor radiusy -r

2.Polýar burçy –θ

Deňagramlygyň deferemsial deňlemesi polýar sistemada şeýle hasaplanýar.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial_r} + \frac{1}{2}\frac{\partial \tau_{r\text{ö}}}{\partial_{\text{ö}}} + \frac{\sigma_r \sigma_{\text{ö}}}{r} R = 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\text{ö}}}{\partial_r} + \frac{1}{2}\frac{\partial \sigma_{\text{ö}}}{\partial_{\text{ö}}} + \frac{2\tau_{\text{ö}r}}{r}\text{Ö} = 0 \end{cases} \qquad (6.1)$$

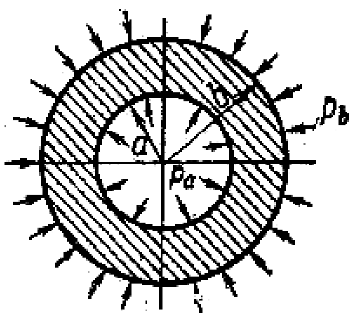
Defornasiýanyň üzniksizlik deňlemesi polýar sistemada şeýle hasaplanýar

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial_{r^2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial_r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial_{\text{ö}^2}}\right)(\sigma_r+\sigma_{\text{ö}})=0 \qquad (6.2)$$

Polýar sistemada gukyň kanuny

6.2 Lameniň meseleleri

Oka görä simmetriki bolan meseleleriň birini Lame çözüpdir. Lame galyň diwarly turbanyň içki deň agramly basyşda, we daşky deňagramly basyşdaky ýagdaýyna seredip geçipdir.



1-nji surat

a- Turbanyň içki radiusy
b- Turbanyň daşky radiusy

Öňde goýulan meseläni çözmek üçin şeýle formula ulanýarys.

$$\begin{cases} \sigma_r = [E_1/(1-\nu_1^2)][(1+\nu_1)A - \\ \qquad -(1-\nu_1)B/r^2]; \\ \sigma_\theta = [E_1/(1-\nu_1^2)][(1+\nu_1)A + \\ \qquad +(1-\nu_1)B/r^2]. \end{cases}$$

Awe B hemişelikler tapmak üçin şeýle gyraky şertleri kanagatlandyrýarys

$$\begin{matrix} r=a & \sigma_r=-P_a \\ r=b & \sigma_r=-P_b \end{matrix} \qquad (6.4)$$

P_a-*içki basyş*
P_b- *daşky basyş*
Hemişelikler tapylandan soň güýjenmäni tapmak üçin şeýle deňlemeler alynýar

$$\begin{cases} \sigma_r = \dfrac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} + \dfrac{a^2 b^2 (p_b - p_a)}{r^2 (b^2 - a^2)}; \\ \sigma_\theta = \dfrac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} - \dfrac{a^2 b^2 (p_b - p_a)}{r^2 (b^2 - a^2)}. \end{cases} \qquad (6.5)$$

6.3 Golowiniň çözen meselesi

Golowin egri çyzykly pürsiň arassa egilmesinde ýüze çykýan güjenmeleri tapypdyr.

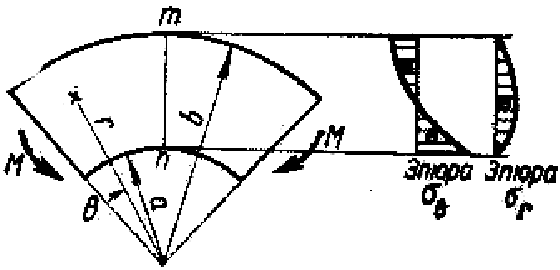
$$\begin{cases} \sigma_r = C_2/r^2 + 2C_3 + C_4(2\ln r + 1); \\ \sigma_\theta = C_2/r^2 + 2C_3 + C_4(2\ln r + 3); \\ \tau_{r\theta} = 0. \end{cases} \qquad (6.6)$$

Hemişelikileri tapmak üçin şertler.

$$\begin{matrix} r=a & \sigma_r = \tau_{r\ddot{o}} = 0 \\ r=b & \sigma_r = \tau_{ra} = 0 \end{matrix} \qquad (6.7)$$

Hemişelikler tapylyp ýerine goýlandan soň alynýan gutarnykly deňlemeler.

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{4M}{k}\left(\frac{a^2b^2}{r^2}\ln\frac{b}{a} - b^2\ln\frac{b}{r} - a^2\ln\frac{r}{a}\right); \\ \sigma_\theta = \frac{4M}{k}\left(-\frac{a^2b^2}{r^2}\ln\frac{b}{a} - b^2\ln\frac{b}{r} - a^2\ln\frac{r}{a} + b^2 - a^2\right); \\ \tau_{r\theta} = 0. \end{cases}$$

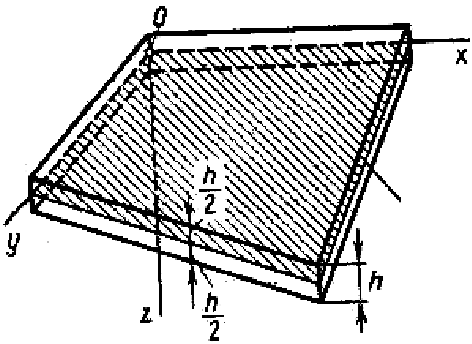


2-nji surat

VII Maýyşgaklyk nazarýetiniň amaly ähmiýetli meseleleri

7.1 Ýuka plastikanyň egilmesi

Ýuka plastina diýilip beýikligi iki ölçegden has kiçi bolan jisime aýdylýar. H- jisimiň beýikligi. Biýikligini deň iki bölege bolýan tekizlige, plastinanyň orta tekizligi diýilýär. Egilede orta tekizlik egiji üste öwrülýär.



1-nji surat

Koordinatalar sistemasy orta tekizlikden ugrykdyrylandyr. Gurluşykda ýuka plastinalar ýapgy görnüşde ulanylýar.

Ýuka plita diýilip eger onyň ölçegi

$$\frac{h}{b} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{80} \qquad (7.1)$$

Ararlykda bolsa aýdylýar. Deformasiýada garaşylýan orun üýtgeme $\frac{h}{4} > \frac{1}{3}$ bolsa ol galyň plitalar nazarýeti bilen hasaplanýar. Onuň orun üýtgemesi hem $\frac{1}{4}$ h ula bolýar. Ýuka plitalar ulanylanda birnäçe çaklamalar ulanylýar.

1.Göni normallar çaklamasy

2.Plastinanyň orta tejizligi deformirlenmeýär u_o= v_o+o diýilip alynýar.

3.Plastinanyň aýry aýry bölekleri biri-birine basyş döredmeýär diýilip hasap edilýär.

7.2 Plastinada emele gelýän deformasiýa we orun üýtgeme

Plastikanyň egilmegini öwrenmek üçin jisimiň nokatlarynyň orun üýtgemesini we deformasiýasyny öwrenmeli

Plastikanyň bir dik çyzykda ýatan nokatlary deň orun üýtgeme (w) alýarlar. Şonuň üçin plastinanyň orta tekizliginiň egilmesini öwrenmek ýeterlikdir.

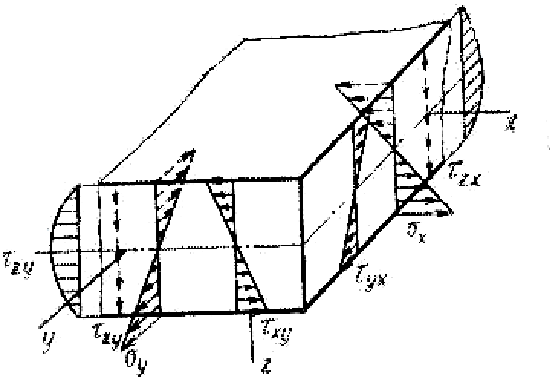
Onda plastinada bolýan deformasiýasyny formulalar bilen kesgitläp bolýar.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x} = -z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \varepsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y} = -z\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \gamma_{xy} = \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = -2z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \qquad (7.2)$$

7.3 Plastinada emele gelýän güýjenme

Plastinanyň orta tekizligine perpendikulýar tekizlikde ýüze çykýan normal we galtaşma güýjenmesi şeýle formula bilen hasaplanýar.

$$
\left\{
\begin{aligned}
\sigma_x &= -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right);\\
\sigma_y &= -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right);\\
\tau_{xy} &= -\frac{Ez}{1+\nu}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y};\\
\tau_{yz} &= -\frac{E}{2(1-\nu^2)}\left(\frac{h^2}{4}-z^2\right)\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2 w;\\
\tau_{zx} &= -\frac{E}{2(1-\nu^2)}\left(\frac{h^2}{4}-z^2\right)\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 w.
\end{aligned}
\right.
\qquad (7.3)
$$



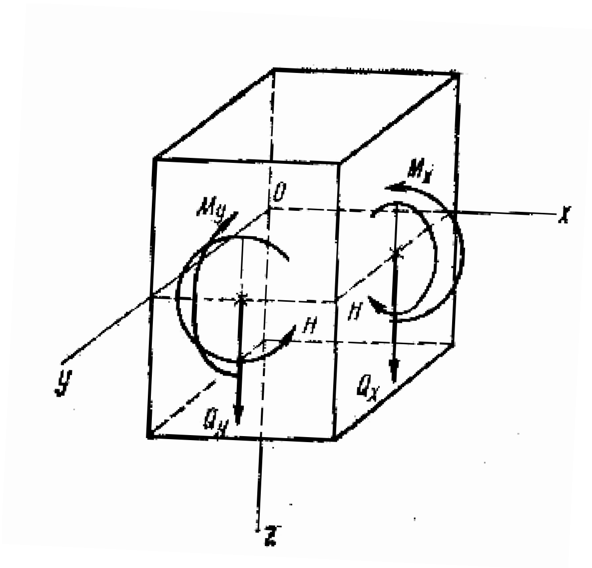
2-nji surat

Suratda hasaplanýan güýjenmeleriň plastinanyň galyňlygynda emele gelýän epýury görkezeliň

σ_x σ_y we $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ göni çyzygyň kanuny boýunça ýaýraýar ol plastinanyň orta τ_{yz} we τ_{zx} bu parabola görişinde orta çyzykda max baha eýe bolup ýaýaraýar.

7.4 Plastinada emele gelýän içki güýç

Eger plastina kese güýç täsir edýän bolsa onuň orta tekizligine perpendikulýar tekizlikde ýüze çykýan içki güýçler şulardan ybaratdyr.



3-nji surat

1.Egiji momentler

$$\begin{cases} M_x = -D\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \\ M_y = -D\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \end{cases} \qquad (7.4)$$

2.Kese güýçler

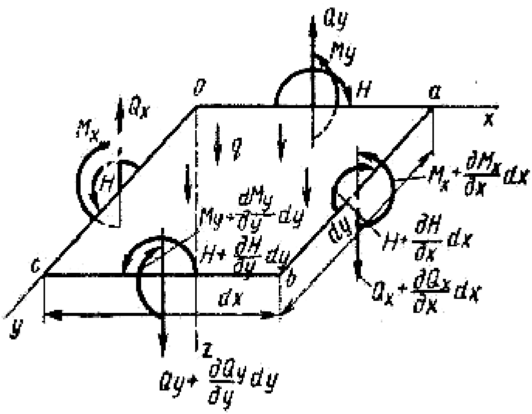
$$\begin{cases} Q_x = -D\dfrac{\partial}{\partial x}\nabla^2 w; \\ Q_y = -D\dfrac{\partial}{\partial u}\nabla^2 w \end{cases} \tag{7.5}$$

3.Towalaýjy moment

$$H=-D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial_x \partial_y}$$

7.5 Egilýän plastinanyň orta tekizliginiň deferensial deňlemesi

Plastikanyň orta tekizligi deňagramlykda bolmagy üçin alty deňagramlyk deňlemesini kanagatlandyrylmaly. Üçisi koordinata bolan proeksiýalary, üçisi ol oklara bolan momentleri



4-nji surat

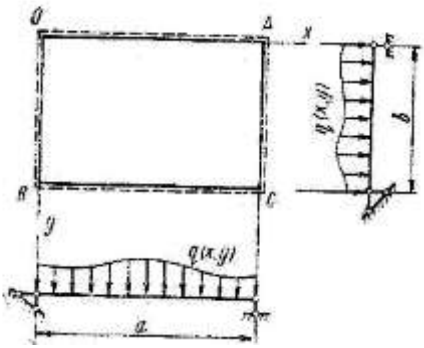
Plastinanyň orta tekizliginiň deferensial deňlemesi şeýle görnüşe getirilýär.

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=q, \qquad (7.6)$$

$$D\nabla^4 w - q = 0. \qquad (7.7)$$

Bu deňlemä Sofi Jermeniň deňlemesi diýilýär. Deňlemäni integrirlesek deňlemäniň hemişelikleri ýüze çykýar. Ol hemişelikleri tapmaly.

7.6 Göni burçly plastika üçin Naweniň çözgüdi.



5-nji surat

Göni burçly plstinanyň egilme deformasiýasynda alnan deňlemesini doly formada çözip bolmaýar . Onuň çözgüdi tükeneiksiz hatar görnüşde gözlenýär.

Suratda görnüşi ýaly daş töwerege şarnir bilen berkidilen we kese güýç bilen ýüklenen Plastina görkezilen. Ýükiň intebsiwligi q(x,y) islendik kanun bilen üýtgäp bilýär. Koordinata plastinanyň burçynda ýerleşen. Plastina nyň ölçegi x-a deň y-de b deň.

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=q, \qquad (7.8)$$

$$D\nabla^4 w - q = 0. \qquad (7.9)$$

Bu deňlemäniň çözüwini sinusly trigonometrki hatar görnişinde gözleýäris

$$w(x, y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (7.10)$$

Bu ýerde A_{mm}-hemişelik sanlar, hataryň koefisentleri m,n položitel sanlar.

Hatary aýdyň görnüşde görkezeliň

$$w(x, y)=A_{11}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}+A_{12}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{2\pi y}{b}+A_{21}\sin\frac{2\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}+A_{22}\sin\frac{2\pi x}{a}\sin\frac{2\pi y}{b}+\dots \qquad (7.11)$$

Plastina üçin gyraky şertler

$$x=0 \text{ и } x=a \quad w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0;$$
$$y=0 \text{ и } y=b \quad w=\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0. \qquad (7.12)$$

Berlen hataryň bu şertleri kanagatlandyrýandygyny derňäliň.

Plastinanyň gyrasynda $x = 0 \sin \frac{m\pi x}{a} = \sin 0 = 0$ onda egilme hem $w\,(a,\,y) = 0.$ edil şeýle y=o y=b şerti kanagatlandyrýar. Onda gyraky şertler kanagatlanýar.

Egilme funksiýasynyň ikinji önüminde hem sinusyň şol argumenti bar; berlen funksiýanyňky ýaly. Şol sebäpden (x=o x=a y=o y=b) Plastinanyň ähli granlarynda önüm nula öwrilýär.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \qquad (7.13)$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Bu bolsa egiji momentler üçin hem gyraky şertleriň ýerine ýetýändigini görkezýär. Hataryň koeffisientlerini hasaplalyň, onuň üçin egilme funksiýasynyň dördüji derejeli önümini tapmaly

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$
$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\, \partial y^2} = \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{mn\pi^2}{ab}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \qquad (7.14)$$
$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \sum_m \sum_n A_{nm} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Tapylan önümi
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\, \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = q,$$
$$D\nabla^4 w - q = 0. \qquad (7.15)$$

Goýmaly. Sadalaşdyrylandan soň

$$D\pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = q\,(x,\,y). \qquad (7.16)$$

Deňlemäni alýarys. Koeffisientleri tapmak üçin deňlemäniň çep we sag tarapyny trigonometriki hatarlara dagatmaly. Güýji şeýle görnüşde görkezmeli

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \qquad (7.17)$$

Hataryň koeffisientleri şeýle kesgitlenýär

$$C_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \, dx \, dy. \qquad (7.18)$$

(d) we(g) goýsak onda şeýle aňlatma alarys.

$$D\pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \qquad (7.19)$$

Iki hatar biri –birine deňdir,.

$$D\pi^4 A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 = C_{mn}. \qquad (7.20)$$

Onda C_{mm} (e) goýsak koefieientleri tapmak bolýar

$$A_{mn} = \frac{4}{D\pi^4 ab (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \, dx \, dy. \qquad (7.21)$$

Onda (a) deňlemäniň çözüwi bolýar eger koefisiei görmüşde berilse.

Şeýle ýagadaýa seredip geçeliň. Ýük plastikanyň üstine deňagramly ýaýran onda $q(x, y) = q = \text{const}.$ onda A_{mn} koefisient şeýle görnüşe öwrilýär

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b};$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (7.22)$$

Integrirlenenden soňra koeffisient şu görnüşe gelýär.

$$A_{mn} = \frac{16q}{D\pi^6 mn (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2} \quad (m = 1, 3, 5, \ldots; n = 1, 3, 5, \ldots) \qquad (7.23)$$

Koeffisientleri berlen hatara goýsak onda egilmäni häsiýetlendirilýän şeýle funksiýany alýarys

$$w(x, y) = \frac{16q}{\pi^6 D} \sum\sum \frac{\sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b)}{mn (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2}. \qquad (7.24)$$

Eger $x = \frac{a}{2}$ *we* $y = \frac{b}{2}$ bolanda *W max* bahany alýar.

$$\max w = \frac{16q}{\pi^6 D} \sum_m \sum_n \frac{\sin(m\pi/2) \sin(n\pi/2)}{mn (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2} \qquad (7.25)$$
$$(m = 1, 3, 5, \ldots; n = 1, 3, 5, \ldots).$$

Käbir koeffisientleriň gahasy goýanyňdan soň şeýle funksiýany alýarys.

$$\max w = \frac{192qa^4}{\pi^6 Eh^3} (1 - \nu^2) \sum_m \sum_n \frac{\sin(m\pi/2) \sin(n\pi/2)}{mn (m^2 + n^2 a^2/b^2)^2}$$
$$(m = 1, 3, 5, \ldots; n = 1, 3, 5, \ldots). \qquad (7.26)$$

Egiji momentler üçin şeýle aňlatma alýarys.

$$M_x = \frac{16qa^2}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{m^2 + \nu n^2 \, a^2/b^2}{mn\,(m^2 + n^2\, a^2/b^2)^2} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \quad (7.27)$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots);$$

$$M_y = \frac{16qa^2}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{n^2\, a^2/b^2 + \nu m^2}{mn\,(m^2 + n^2\, a^2/b^2)^2} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots). \quad (7.28)$$

Maksimal moment $x=\frac{a}{2}$ *we* $y=\frac{b}{2}$ de ýüze çykýar . we şeýle hasaplanýar.

$$\max M_x = \frac{16qa^2}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{m^2 + \nu n^2\, a^2/b^2}{mn\,(m^2 + n^2\, a^2/b^2)^2} \sin\frac{m\pi}{2} \sin\frac{n\pi}{2} \quad (7.29)$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots);$$

$$\max M_y = \frac{16qa^2}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{n^2\, a^2/b^2 + \nu m^2}{mn\,(m^2 + n^2\, a^2/b^2)^2} \sin\frac{m\pi}{2} \sin\frac{n\pi}{2}$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots) \quad (7.30)$$

Kese güýji tapmak üçin formula.

$$Q_x = \frac{16qa}{\pi^3} \sum_m \sum_n \frac{\cos(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)}{n\,(m^2 + n^2\, a^2/b^2)} \quad (7.31)$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots);$$

$$Q_y = \frac{16qb}{\pi^3} \sum_m \sum_n \frac{\sin(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)}{m\,(m^2\, b^2/a^2 + n^2)} \quad (7.32)$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ldots).$$

Kese güýjiň *max* bahalarynyň tapylyşy $x=a$, $y=\frac{b}{2}$; $x=\frac{a}{2}$ $y=o$ $x=\frac{a}{2}$, $y=b$ $x=o$ $y=\frac{b}{2}$ (7.33)

$$\max Q_x = \frac{16qa}{\pi^3} \sum_m \sum_n \frac{\sin(n\pi/2)}{n(m^2+n^2\,a^2/b^2)}$$

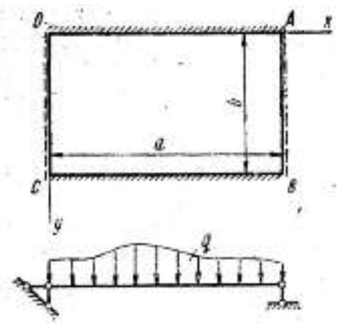
$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots);$$

$$\max Q_y = \frac{16qb}{\pi^3} \sum_m \sum_n \frac{\sin(m\pi/2)}{m(m^2\,b^2/a^2+n^2)} \qquad (7.34)$$

$$(m = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots;\ n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots).$$

7.7 Göni burçly plastina üçin Lewiniň çözgüdi

Lewiniň çözgüdinde plastinkanyň iki tarapy şarnirli berkidilen beýleki iki tarapy islendik berkitme bolup biler



6-njy surat

OC we AB şarnirli berkidilen. AO, we CB gaty berkitme bilen berkidilen. Gyraky şertler; $x=o$ we $x=a$ $w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0$ (7.35)

Bu şerti kanagatlandyrmak üçin şeýle funksiýa alýarys .

$$w=\sum_{n=1}^{\infty} Y \sin \alpha x, \qquad (7.36)$$

y-bir orgumentli (y) erkin funksiýa. $\alpha\frac{n\pi}{a}$

Eger $x = o$ *we* $x = a$ $\sin \alpha x = o$ onda (b) (a) kanagatlandyrýar

Berlen funksiýanyň ikinji önümini hasaplaýarys.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} Y\alpha^2 \sin \alpha x \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \sum_{n=1}^{\infty} Y'' \sin \alpha x. \end{cases} \qquad (7.37)$$

Eger $x = o$ *we* $x = a$ bolanda önümler berlen funksiýanyň özi ýaly nula öwrülýär. Egiji momende görä şu şert ýerine ýetýär. Hödürlenýän funksiýa egilmäniň esasy deňlemesini hem kanagatlandyrmaly. Dördünji derejeli önümi esasy deňlemä goýsak onda

$$\sum_{n=1}^{\infty} (Y^{IV} - 2\alpha^2 Y'' + \alpha^4 Y) \sin \alpha x = q(x, y)/D. \qquad (7.38)$$

Bu deňlemäni çözmek üçin onuň sag tarapyny trigor hatara dagatmaly

$$q(x, y)/D = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(y) \sin \alpha x. \qquad (7.39)$$

Hataryň koeffisenti şeýle hasaplanýar

$$F_n(y) = \frac{2}{Da} \int_0^a q(x, y) \sin \alpha x dx. \qquad (7.40)$$

Ony deňlemä goýsak şeýle aňlatma alarys .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (Y^{IV} - 2\alpha^2 Y'' + \alpha^4 Y) \sin \alpha x = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(y) \sin \alpha x. \qquad (7.41)$$

Skopkanyň öňüne keçirsek.

$$\sum_{n=1}^{\infty}[Y^{IV}-2\alpha^2Y''+\alpha^4Y-F_n(y)]\sin\alpha x=0. \qquad (7.42)$$

Bu şert eger hataryň her bir bölegi nula deň bolsa bolýar.

$$Y^{IV}-2\alpha^2Y''+\alpha^4Y-F_n(y)=0,$$
$$Y^{IV}-2\alpha^2Y''+\alpha^4Y=F_n(y). \qquad (7.43)$$

Deňlemäniň çözüwi (l) hasaplanýar

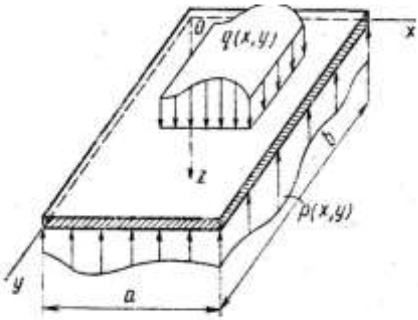
Onuň koeffisientiniň hasaplanyşy.

$$\overline{F}_n(y)=\frac{1}{\alpha^2 Da}\int_0^y\left\{\left[(y-t)\operatorname{ch}\alpha(y-t)-\frac{1}{\alpha}\operatorname{sh}\alpha(y-t)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\int_0^a q(x,t)\sin\alpha x dx\right\}dt. \qquad (7.44)$$

$$A_n=0;$$
$$B_n=\frac{\alpha(\operatorname{sh}\alpha b+\alpha b\operatorname{ch}\alpha b)\overline{F}_n(b)-\alpha b\operatorname{sh}\alpha b\overline{F}_n'(b)}{\operatorname{sh}^2\alpha b-\alpha^2b^2};$$
$$C_n=\frac{-(\operatorname{sh}\alpha b+\alpha b\operatorname{ch}\alpha b)\overline{F}_n(b)+b\operatorname{sh}\alpha b\overline{F}_n'(b)}{\operatorname{sh}^2\alpha b-\alpha^2b^2}; \qquad (7.45)$$
$$D_n=\frac{-\alpha^2b\operatorname{sh}\alpha b\overline{F}_n(b)-(\operatorname{sh}\alpha b-\alpha b\operatorname{ch}\alpha b)\overline{F}_n'(b)}{\operatorname{sh}^2\alpha b-\alpha^2b^2}.$$

7.8 Maýşgak esasda işleýän plastinanyň hasaplaýyş usullary

Tutyş maýşgak esasda işleýän plsatinanyň intensiwligi $g(x,y)$ bolan kese güýç täsir edýär. Toprak tarapdan näbelli bolan rektiw güýç täsir edýär. Ol $p_{(x,y)}$ bellenýär.



7- **nji surat**

Plastina bilen esasyň arasynda üzniksiz bagalanşyk bar diýip hasap edilýär. Sürtülme güýji hasaba alynmaýar. Onda deňleme şeýle görnüşe eýe polýar.

$$D\nabla^4 w = q - p. \quad (7.46)$$

Esasyň reaktiw güýji Plastina nyň orun üýtgemesine bagly.

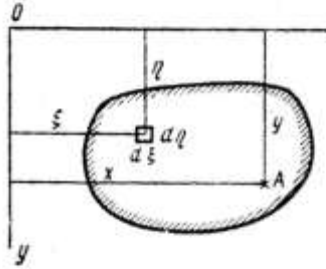
Reaktiw güýç bilen orun üýtgemäniň arasyndaky bagalanşyk

$$p\,(x,\ y) = kw\,(x,\ y). \quad (7.47)$$

Egilme funksiýasy şeýle hasaplanýar.

$$w\,(x,\ y) = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} \int\int_F \frac{p\,(\xi,\ \eta)\,d\xi\,d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}}\,. \quad (7.48)$$

Bu ýerde ς,η kiçi (dς, $d\eta$) meýdançanyň koordinatalary



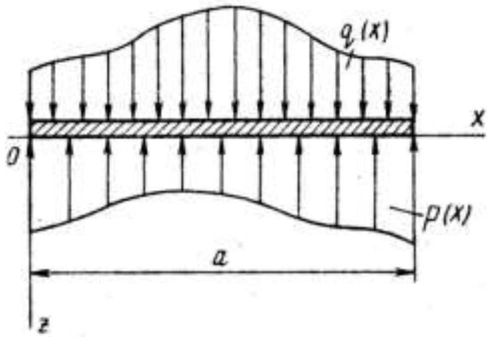
8-nji surat

X,Y - A nokadyň koordinatalary. Ol nokatda orun üýtgeme hasaplanýar

$E_o v_o$-esasyň maýşgaklyk häsiýeti.

Meseläniň çözüwi $w(x,y)$ funksiýany tapmaga urukýar .

Mesele hökmünde lente görnüşli binýady görkezmek bolar



9-njy surat

Bu mysal üçin egilmäniň diferensial deňlemesi şeýle görnüşe eýe.

$$EJ\frac{d^4w}{dx^4}=q(x)-p(x). \qquad (7.49)$$

Egilme bilen reaktiw basyşyň arasyndaky baglanşyk şeýle hasaplanýar.

$$w(x)=\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}\int_0^a\frac{p(\xi)\,d\xi}{x-\xi}. \qquad (7.50)$$

$$E_1=E_0/(1-\nu_0^2),\ \nu_1=\nu_0/(1-\nu_0) \qquad (7.51)$$

Meseläniň çözüwi görkezilen deňlemeleri çözmekden ybaratdyr

7.9 Egilýän tegelek Plastina nyň esasy deňlemeleri

Bu meseläni çözmek üçin Dekart koordinatalar sistemasynda çözilen meseleleriň hemmesini polýar sistema öwürmeli. Onda *w=w (r, ö)* ; *q=q(r,ö)* bolýar.

Egilmäniň esasy deňlemesi şeýle bolar

$$D\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)=q. \qquad (7.52)$$

Bu ýerde: M_r – radial egiji moment

$M_ö$- tangensial egiji moment

Egiji momendi hasaplamak üçin getirip çykarylýan formulalar:

$$\begin{cases} M_r = -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right)\right]; \\ M_\theta = -D\left[\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right]. \end{cases} \quad (7.53)$$

Towlaýjy moment üçin

$$H = -D(1-\nu)\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right). \quad (7.54)$$

Kese güýçleri hasaplamak üçin formulalar

$$\begin{cases} Q_r = -D\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right); \\ Q_\theta = -D\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial^2 \theta}\right). \end{cases} \quad (7.55)$$

Bu ýerde: Q_r- *normaly r* bolan meýdançadaky kese güýç

$Q_ö$- tangensial kese güýç

7.10 Oka görä simmetriki ýerleşýän tegelek plastinanyň egilmegine degişli ýönekeý meseleler

Eger tegelek Plastina nyň ýüklenişi we gyralarynyň berkidilişi polýar burça degişli bolmasa onda ol oka görä simmetriki ýerleşýän tegelek Plastina nyň egilmegine degşli mesele bolýar.

Bu ýagdaýda egilme hem polýar burça degişli bolmaýar. Ol diňe *r* koordinata bagly bolýar. *w=w (r)*

Onda deňleme şu görnüşe gelýär

$$D\left(\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r}\frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2}\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3}\frac{dw}{dr}\right) = q. \quad (7.56)$$

Egiji momendiň formasy şeýle görnüşe gelýär.

$$\begin{cases} M_r = -D\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr}\right); \\ M_\theta = -D\left(\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} + \nu\frac{d^2 w}{dr^2}\right). \end{cases} \qquad (7.57)$$

Kese güýç bolsa şu formula bilen hasaplanýar.

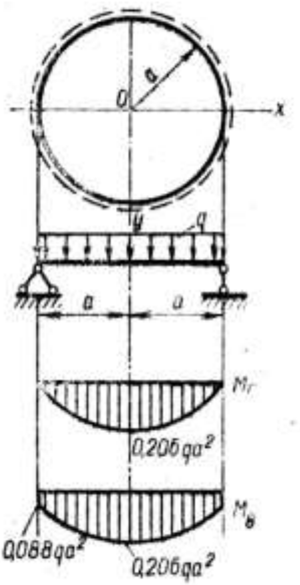
$$\begin{cases} Q_r = -D\frac{d}{dr}\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right); \\ Q_\theta = 0, \end{cases} \qquad (7.58)$$

Bir näçe özgertmelerden soň orun üýtgemäni hasaplamak üçin funksiýa şu görnüşe gelýär

$$\overline{w} = \frac{1}{D}\int_0^r \frac{1}{r}\left\{\int_0^r r\left[\int_0^r \frac{1}{r}\left(\int_0^r q(r)\, r dr\right) dr\right] dr\right\} dr. \qquad (7.59)$$

Bir näçe meseleler seredip geçeliň

Şerti; töwerek daşy şarnir bilen berkidilen tegelek tutuş Plastina nyň çözüwine seredip geçeliň.



10-njy surat

Integrirlemäniň hemişeliklerini tapmak üçin şeýle gyraky şertleri goýýarys.

r=o den bolanda egiilme belli bir gutarnykly baha eýe bolmaly.

$$w = C_1 + C_2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 r^2 \ln r + \frac{qr^4}{64D} \quad (7.60)$$

Onda *ln o* = - ∞ bu bolsa c_2, c_4 onda

$$w = C_1 + C_3 r^2 + qr^4/(64D). \quad (7.61)$$

r=a bolnda

$$w = 0 \text{ и } \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr} = 0. \quad (7.62)$$

Käbir özgertmelerden soň şeýle aňlatma alýarys

(7.63)

$$2C_3 + \frac{3qa^2}{16D} + \frac{\nu}{a}\left(2C_3 a + \frac{qa^3}{16D}\right) = 0.$$

Şol ýerden

$$C_3 = -\frac{3+\nu}{1+\nu}\,\frac{qa^2}{32D};$$
$$C_1 = \frac{3+\nu}{1+\nu}\,\frac{qa^4}{32D} - \frac{qa^4}{64D}. \qquad (7.64)$$

Onda seredilen meselede egilme funksiýasy şu görnüşi alýar.

$$w = \frac{q(a^2 - r^2)}{64D}\left(\frac{5+\nu}{1+\nu}a^2 - r^2\right) \qquad (7.65)$$

Momendi hasaplamak üçin formula şu görnüşe gelýär.

$$\begin{cases} M_r = q(3+\nu)(a^2 - r^2)/16; \\ M_\theta = q[(3+\nu)a^2 - (1+3\nu)r^2]/16. \end{cases} \qquad (7.66)$$

Momendiň maksimal bahasy.

$$\max M_r = \max M_\theta = qa^2(3+\nu)/16 \qquad (7.67)$$

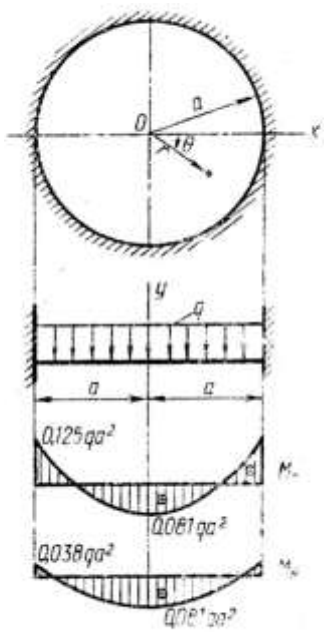
$r=a$ bolanda Plastina nyň konturynda moment şeýle hasaplanýar.

$$M_r = 0;$$
$$M_\theta = qa^2(1-\nu)/8. \qquad (7.68)$$

Puassonuň koeffisienti $v=0.3$

2-nji mesele

Şerti: Tutyş daş töweregi gaty berkitme bilen berkidilen Plastina nyň egilmesini häsiýetlendirýän funksiýany tapmaly



11-nji surat

Hemişelikleri hasaplamk üçin gerek gyraky şertler.

$$r = a \quad w = \frac{dw}{dr} = 0. \qquad (7.69)$$

Bu şertden

$$
\begin{aligned}
C_3 &= -qa^2/(32D) \\
C_1 &= qa^4/(64D),
\end{aligned}
\qquad (7.70)
$$

C_3 we C_1 bahasy hasaplanýar

Orta tekizligi häsiýetlendirýän orun üýtgeme.

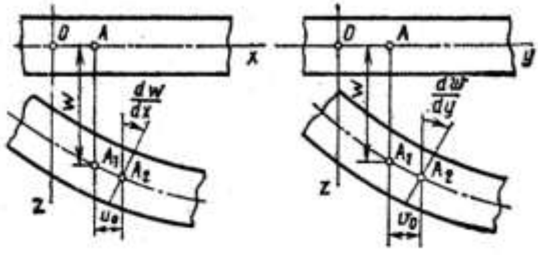
$$w = [q/(64D)]\,(a^2 - r^2)^2. \qquad (7.71)$$

Momendi hasaplamk üçin deňlemeler

$$
\begin{cases}
M_r = q\,[(1+\nu)a^2 - (3+\nu)r^2]/16; \\
M_\theta = q[(1+\nu)a^2 - (1+3\nu)r^2]/16.
\end{cases}
\qquad (7.72)
$$

7.11 Çeýe Plastina nyň hasaplamasy barada düşinje

Gaty ýuka plastina bolmak üçin onuň egilmesi galyňlygynyň dörtden bir böleginden uly bolmaly. Bu meselede orta tekizlik deformirlenmeýär diýen şühwe dogry gelmeýär. Sebäbi onda süýnme , gysylma , orun üýtgeme deformasiýalary ýüze çykýar. Ondan başgada orta tekizlikdäki işçi güýç nokadyň üýtgemesine bagly bolýar. Uly egilmelerde orta tekizligiň nokatlary u_o *we* v_o orun üýtgemäni alýar



12-nji surat

Şeýlede orta tekizligiň nokatlary şeýle deformasiýa alýar.

$$u = u_0 - z\frac{\partial w}{\partial x}; \quad v = v_0 - z\frac{\partial w}{\partial y} \qquad (7.73)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \qquad (7.74)$$

Meseläniň kyn tarapy orta tekizlikdäki deformasiýalar göni çyzykly üýtgemeýärler.

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2; \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2; \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}. \end{aligned} \right. \qquad (7.75)$$

Çeýe Plastina da momentden, kese güýçden başgada normal we süşiriji güýçleri hem hasaba almaly bolýar.

:

$$\left\{ \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \nu\frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{\nu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]; \\ N_y &= \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial v_0}{\partial y} + \nu\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \frac{\nu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]; \\ S_x &= S_y = S = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right). \end{aligned} \right. \qquad (7.76)$$

Egilme funksiýany we güýjenmeler funksiýasyny baglanşdyrýan deňleme çyzykly däl deňleme bolýar

$$\begin{cases} D\nabla^2\nabla^2 w - hL(w, \varphi) = q; \\ (\nabla^2\nabla^2\varphi)/E + 0{,}5L(w, w) = 0. \end{cases} \qquad (7.77)$$

$$L(w, \varphi) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \qquad (7.78)$$

Umumy görnüşde bu goýulan meseläniň çözüwi alynmadyk halda bolýar

7.12 Ritsa - Timoşenkanyň usuly

1. Ritsanyň usuly.

Ritsa – Timoşenko diýen alymyň usuly bu nazary mehanikanyň böleginden görnüşi ýaly bolup biljek ýa-da bolaýjak orun üýtgeme hadysasy bilen baglydyr.

Eger-de sistemadaky saklaýjy baglanyşyklar hökmany we ýeterlik deňagramlylyk

ýagdaýynda ýerleşjek bolsa onda bolup biljek orun üýtgemede ýönekeý işler goýulan güýçleriň jemi nola deň bolmalydyr.

Daşky we içki güýçleriň täsirini aýratynlykda seredip bolup biläýjek orun üýtgemäniň hadysalaryny takmynan şeýleräk bolýar diýip görkezmek bolar:

$$\delta A - \delta U = 0 \qquad (7.79)$$

bu ýerde

δA-haýsy hem bolsa bir orun üýtgemede bolup biljek daşky güýçleriň işleýşi.

δU-bolup biljek orun üýtgemede içki güýçleriň ters alamaty bilen potensial energiýasynyň ýokarlandyrylmagy göz öňüne tutulýar. Goý haýsy hem bolsa bir jisim göwrümli güýçleriň täsiri netijesinde deňagramlylyk ýagdaýynda ýerleşen bolsa şeýle bellenilýär. X, Y, Z giňişlikdäki güýçler üçin bolsa X_Y, Y_Y, Z_Y diýip belleýäris. Jisimiň bölejiklerine bolaýjak orun üýtgemäni berýäris we $\delta u, \delta w, \delta w$ diýip belleýäris, bolup biläýjek orun üýtgemede daşky güýçleriň işlerini sanaýarys. X göwrümli güýjüň ýönekeý işi birlik göwrüme getirýär we deň bolup bilýär şol güýjüň göwrümine kiçi elemendiň göwrümine d_x, d_y, d_z we güýjüň ugrukdyrylan ugrundaky bolup biläýjek orun üýtgemesine:

$$x\ x\ dx\ dydz\ x\ \delta u \qquad (7.80)$$

Şunuň ýalyda göwrümli güýçleriň y we z-iň ýönekeý işleri deňdir:

$$Y.\ dx\ dy\ dz\ x\ \delta w \qquad (7.81)$$

$$Z.\ dx\ dy\ dz\ x\ \delta w$$

Göwrümli güýçleriň işleriniň önümi jisimiň hemme göwrüminde V ýönekeý işleriň jemine bu göwrümdäki ýerine ýeririlen her göwrümli güýçleriň integrallyna deňdir.

$$\iiint_v (x\delta u + Y\delta v + z\delta w)dx\,dy\,dz \qquad (7.82)$$

Giňişlikdäki güýçleriň X_y ýönekeý işleriniň ýygyndysy, giňişlikdäki tükeniksiz kiçi elemente ds täsir edýär. Bu bolsa deň täsir edýän bu ýygnamanyň meýdançasynda ds bolup biläýjek orun üýtgemäniň δu ugruny bu ýygnamada görkezýär.

$$X_y\, ds\, x\, du \qquad (7.83)$$

Şunuň ýaly beýleki iki giňişlikdäki güýçleriň ýönekeý iäleri jeýle düzülýär.

$$Y_y\; ds\; \delta_v \quad Zy\;\; ds\;\; \delta w \qquad (7.84)$$

Giňiälikdäki güýçleriň öndürijiliginiň jisimiň hemme ýerine täsiri –S ýönekeý iäleriň jeminiň jisimiň hemme ýerine täsiriniň integralyna deňdir. Bu ýerde giňişlikdäki güýçleriň hemmesi degişlidir.

$$\iint (x_{y\delta_u} + y_v\, \delta v + z_y \delta_w) d \qquad (7.85)$$

Şunlukda, hemme daäky güýçleriň bolup biläýjek orun üýtgemesiniň bolup biläýjek işleri göwrümleýin işleriň (b) we giňişlikdäki işleriň (w) jemine deňdir.

$$\boldsymbol{\delta A} = \iiint_v (\boldsymbol{x\delta} + \boldsymbol{Y\delta v} + \boldsymbol{Z\delta w})\, \boldsymbol{dx\; dy\; dz} + \iint_s (\boldsymbol{X_y \delta_u} + \boldsymbol{Y_y \delta v} + \boldsymbol{Z_y \delta w}) \qquad (7.86)$$

$\delta A = v ю(x\delta u + Y\delta v + zy\delta w)$*вч вн вя* $+v$ Daşki güýçleriň bolup biläýjek işleri orun üýtgeme üçin *u,v,w* wariasion çözgitleri bolup geçýär, giňişlikdäki güýçler bolsa hemişelik bolup galýar. Şonuň üçin (8) formuladaky belligi integralyň daşyna çykarýarys hemmesi üçin deňlik bolýar.

$$\delta A = [\iiint_v xu + Yv + Zw]dx\; dy\; dz + \iint_s (z_y u + Y_y v + Z_y w) ds] \qquad (7.87)$$

Potensial energiýanyň ýokarlanmagy bilen ýagny δu (a) formula şu integralyň kömegi bilen şeýle hasaplanylýar

$$U = \iiint_v W\, dx\, dy\, dz \qquad (7.88)$$

bu ýerde şeýle netije alarys

$$\delta U = \iiint_v W\, dx\, dy\, dz \qquad (7.89)$$

Bu ýerde W – udel potensial energiýasy

Udel potensial energiýasy şeýle aňladylýar

$$W = \frac{1}{2}(\sigma_x\, \varepsilon_x + \sigma_y\, \varepsilon_y + \sigma_z\, \varepsilon_z + \tau_{xy}\, Y_{xy} + \tau_{yz}\, Y_{yz} + \tau_{zx}\, Y_{zx})$$

(7.90)

Hemme goşulyjylar üçin δ belligi $\delta A - \delta U = 0$ gatnaşyga şeýle görkezmek bolar.

$$\delta(A - U) = 0 \qquad (7.91)$$

Skobkanyň içindäki ýüzlenme daşky we içki güýçleriň ýerine ýetirýän işlerini aňladýar.

Bu beýiklik ters alamaty bilen täsir edýän maýşgak jisimiň daşky we içki güýçleriniň potensial energiýasyny aňladýar.

$$Э = U - A \qquad (7.92)$$

Bu belligi (k) aňlatma birikdirip şeýle bellik alýarys.

$$\delta Э = 0 \qquad (7.93)$$

Bu ýerde δ wariasiýa ýokardaky dogry tükeniksiz beýikligi birinji differensiala deňdir.

Onda (z) şertden şeýle görnçşi ýazyp bolar.

$$d\,Э = 0 \qquad (7.94)$$

Bu şertde Э potensial energiýanyň tiplumy ekstrimal belligi diýilýär.

Şunlukda Rista-Timoçenkanyň usuly plastinanyň egrelme meseleleriniň çözgüdi şu aşakdakylardan ybaratdyr. Egilmäniň ýakynlaşma funksiýasynyň bellikleri *w (x,y)* iki hatar görnüşde saýlap alýarys:

$$W_{mn}(x,y) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} a_{kl}\varphi_{kl}(x,y) \qquad (7.95)$$

φke funksiýasy geometriki araçäkleri kanagatlandyrmaly. Potensial energiýanyň $Э_{mn}$ toplumynyň belligini hasaplaýarys. a_{ke} - hemişeligi bilmek üçin şu formulanyň kömegi bilen ýagny

$$\frac{\partial Э_{mn}}{\partial ai} = 0 \quad (i = 1,2,3\ldots.,n)$$

Onda berlen görnüş üçin şeýle (7.96)

$$\frac{\partial Э_{mn}}{\partial a_{kl}} = 0 \quad (k = 1,2,3,\ldots, m; \quad e = 1,2,3,\ldots n$$

Bu deňlemeler toplumyndan a k e parametrleri tapyp bolýar. a k e parametrleri (n) funksiýa ýerine goýup plastinanyň egilmesiniň ýakynlaşma çözgüdini alýarys.

7.13 Bubnow – Galerkiniň usuly.

Bu usul ortagonal funkeiýalaryň häsiýetine esaslanýar. Onuň manysy, eger bir toplumda üzniksiz funksiýalar bar bolsa

$$\psi_0(x),\ \psi_1(x),\ \psi_2(x),\ \ldots,\ \psi_k(x),\ \psi_l(x),\ \ldots,\ \psi_n(x) \qquad (7.97)$$

We belli interwalda [a,b] islendik iki funksiýanyň köpeltmek hasylyyň integraly nula deň bolsa

$$\int_b^b \psi_k(x)\,\psi_l(x)\,dx = 0, \qquad (7.98)$$

Onda funksiýalar toplumy ortoganal sistemalara girýär

$$1,\ \cos x,\ \sin x,\ \cos 2x,\ \sin 2x,\ \ldots,\ \cos nx,\ \sin nx \qquad (7.99)$$

Ol sistemalar [-π;+π] aralykdaky interwalda bolýar.

$$\begin{cases} \int_{-\pi}^{+\pi} \cos kx \cos lx\,dx = 0 \quad (k \neq l); \\ \int_{-\pi}^{+\pi} \sin kx \sin lx\,dx = 0 \quad (k \neq l); \\ \int_{-\pi}^{+\pi} \sin kx \cos lx\,dx = 0, \end{cases} \qquad (7.100)$$

Eger bir funksiýa $\varphi_k(x) \cong 0$ deň bolsa onda ol ähli funksiýalara ortogonaldyr

$$\psi_k(x) = EJw^{IV} - q, \qquad (7.101)$$

Bu funksiýanyň bir tarapynda edilmäniň diferensial deňlemesi bar onda aýdylan nazarýete baglylykda

$$\int\limits_{L} (EJw^{IV} - q)\,\psi_i(x)\,dx \equiv 0. \qquad (7.102)$$

Egilme funksiýasyny şeýle görnüşde görkezýäris.

$$+\int\limits_0^a \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\chi_i\,dx\Bigg\} - \int\limits_0^a q\chi_i\,dx + \Big|M_x\chi_i'\Big|_0^a - \Big|Q_x^{\text{прив}}\chi_i\Big|_0^a = 0. \qquad (7.103)$$

Onda käbir üýtgeşmelerden soň Bubnow – Galerkiniň deňlemesini şu görnüşde alýarys

$$\iint\limits_{s} (D\nabla^4 w_n - q)\,\varphi_{kl}\,dx\,dy = 0 \qquad (7.104)$$

$$(k = 1, 2, 3, \ldots, n;\ l = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

Onuň çözüwini bolsa

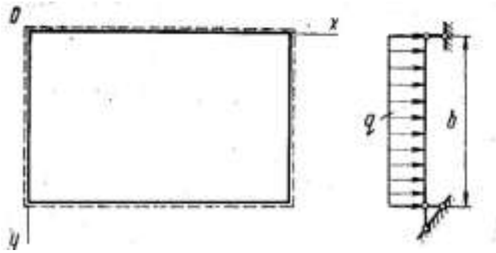
$$G_i = \int\limits_0^a q\chi_i\,dx - \Big|M_x\chi_i'\Big|_0^a + \Big|Q_x\chi_i\Big|_0^a. \qquad (7.105)$$

Görnüşde berýäris.

7.14Rista – Timoşenkanyň usuly bilen mesele işlemek

Meseläniň şerti ;

Hemme gapdaly şarnirli berkidilen we deňagramly ýük bilen ýüklenip egilmä işleýän Plastina seredip geçeliň



13-nji surat

Egilmäniň funksiýasyny şeýle görnüşde bereliň

$$w_n = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{kl} \sin\frac{k\pi x}{a} \sin\frac{l\pi y}{b}, \qquad (7.106)$$

Bu ýerde $\varphi_{kl} = \sin\frac{k\pi x}{a} \sin\frac{l\pi y}{b}$.

Hataryň koeffisientlerini hasaplamak üçin içki we dşky güýçleriň potensial energiýasyny hasaplalyň. Ilki bilen $w_n(x,y)$ funksiýa üçin Laplasyň operatoryny hasaplalayň

$$\nabla^2 w_n = \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} = -\pi^2 \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{kl}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b} \qquad (7.107)$$

We ony

$$U = \frac{D}{2}\iint_s (\nabla^2 w)^2 \, dx\, dy. \qquad (7.108)$$

Formula goýmanyň netijesinde şeýle aňlatma alarys.

$$U_n = \frac{\pi^4 D}{2}\int_0^a\int_0^b \left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{kl}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b}\right]^2 dx\, dy. \qquad (7.109)$$

Formuladaky integralyň kwadratyny şeýle aňlatma bilen görkezip bolýar.

$$\left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{kl}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b}\right]^2 = \left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{kl}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b}\right]\left[\sum_{c=1}^{n}\sum_{d=1}^{n} a_{cd}\left(\frac{c^2}{a^2}+\frac{d^2}{b^2}\right)\sin\frac{c\pi x}{a}\sin\frac{d\pi y}{b}\right]=$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{c=1}^{n}\sum_{d=1}^{n} a_{kl}a_{cd}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\left(\frac{c^2}{a^2}+\frac{d^2}{b^2}\right)\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}\times$$
$$\times\sin\frac{c\pi x}{a}\sin\frac{d\pi y}{b}. \qquad (7.110)$$

Käbir ýerine ýetirilen operasiýalardan soň potensial energiýany tapmak üçin şeýle aňlatma alýarys.

$$U_n=\frac{\pi^4 D}{2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{c=1}^{n}\sum_{d=1}^{n} a_{kl}a_{cd}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)\left(\frac{c^2}{a^2}+\frac{d^2}{b^2}\right)\int_0^a \sin\frac{k\pi x}{a}\times$$
$$\times\sin\frac{c\pi x}{a}\,dx\int_0^b \sin\frac{l\pi y}{b}\sin\frac{d\pi y}{b}\,dy. \qquad (7.111)$$

Muňa girýän integrallary derňeýäris.

$$\int_0^a \sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{c\pi x}{a}\,dx\begin{cases}=0 & \text{при } k\neq c;\\ \neq 0 & \text{при } k=c,\end{cases} \qquad (7.112)$$

Bu integrallar diňe $k=c$ bolanda nuldan tapawutly

$$\int_0^a \sin^2\frac{k\pi x}{a}\,dx=\frac{a}{2}. \qquad (7.113)$$

Eger şeýle ýagdaýda ikinji integraly derňeýäris.

$$\int_0^b \sin\frac{l\pi y}{b}\sin\frac{d\pi y}{b}\,dy=\begin{cases}0 & \text{при } l\neq d;\\ b/2 & \text{при } l=d.\end{cases} \qquad (7.114)$$

Derňelen integrallary ýerlerine goýup şeýle aňlatma alýarys

$$U_n=\frac{\pi^4 Dab}{8}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}a_{kl}^2\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)^2. \qquad (7.115)$$

Daşky güýjiň eden işini şeýle kesgitleýäris

$$A_n=q\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}a_{kl}\int_0^a \sin\frac{k\pi x}{a}\,dx\int_0^b \sin\frac{l\pi y}{b}\,dy. \qquad (7.116)$$

Integrirlenenden soň

$$A_n=\frac{4qab}{\pi^2}\sum_k\sum_l\frac{a_{kl}}{kl} \qquad (7.117)$$

$$(k=1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n;\ l=1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n).$$

Birmäçe operasilar geçirlenden soňra energiýa üçin şeýle aňlatma alýarys

$$Э_n=\sum_k\sum_l\left[\frac{\pi^4 Dab}{8}a_{kl}^2\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)^2-\frac{4qab}{\pi^2}\frac{a_{kl}}{kl}\right]$$

$$(k=1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n;\ l=1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n). \qquad (7.118)$$

Bu ýerde oka görä koeffisienti, potensial energiýa minimum bolar ýaly edip saýlap alyp bolýar

$$\frac{\partial Э_n}{\partial a_{kl}} = \frac{\pi^4 Dab}{8} 2a_{kl}\left(\frac{k^2}{a^2}+\frac{l^2}{b^2}\right)^2 - \frac{4qab}{\pi^2}\frac{1}{kl} = 0 \quad (7.119)$$

$$(k = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n;\ l = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n).$$

Onda koeffisiendiň bahasyny tapýarys

$$a_{kl} = \frac{16q}{\pi^6 Dkl}\frac{1}{(k^2/a^2+l^2/b^2)^2} \quad (7.120)$$

$$(k = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n;\ l = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n).$$

Koeffisientleri ýerine goýup Plastina nyň egilmesini häsiýetlendirýän funksiýanyň bahasyny tapýarys.

$$w_n = \frac{16qa^4}{\pi^6 D}\sum_k\sum_l \frac{\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b}}{kl\,(k^2+a^2 l^2/b^2)^2} \quad (7.121)$$

$$(k = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n;\ l = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ n).$$

Egiji momenti tapmak üçin formula

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{16qa^2}{\pi^4}\frac{1+\nu a^2/b^2}{(1+a^2/b^2)^2}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}; \\ M_y &= \frac{16qa^2}{\pi^4}\frac{a^2/b^2+\nu}{(1+a^2/b^2)^2}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}. \end{aligned} \quad (7.122)$$

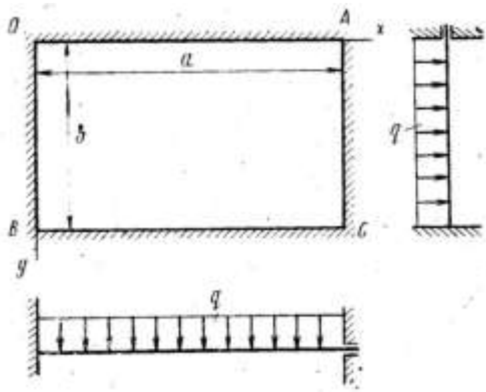
Maksimal momentiň bahsyny tapmak üçin aňlatma.

$$\begin{aligned} \max M_x &= \frac{16qa^2}{\pi^4}\frac{1+\nu a^2/b^2}{(1+a^2/b^2)^2}; \\ \max M_y &= \frac{16qa^2}{\pi^4}\frac{a^2/b^2+\nu}{(1+a^2/b^2)^2}. \end{aligned} \quad (7.123)$$

7.15 Bubnow – Galerkiniň usuly bilen mesele işlemek

Meseläniň şerti:

Daş töwregi gaty berkitme bilen berkidilen we deň agramly ýük bilen ýüklenen   Plastina nyň egilmesi seredilip geçilýär.



14-nji surat

Gyraky şertler   *OB we AC*   tarapyndan   *x=o we x=a*

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \qquad (7.124)$$

DA we BC tarpynda y=o y=b

$$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \qquad (7.125)$$

Bu şerti kangatlandyrmak üçin egilme funksiýasyny tapmak şeýle alýarys.

$$w_n = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} a_{kl} \left(1 - \cos \frac{2k\pi x}{a}\right)\left(1 - \cos \frac{2l\pi y}{b}\right). \qquad (7.126)$$

Bu ýerde

$$\varphi_{kl}=\left(1-\cos\frac{2k\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2l\pi y}{b}\right) \qquad (7.127)$$

OB tarapynda

$$\cos\frac{2k\pi x}{a}\Big|_{x=0}=\cos 0=1$$

AC tarapynda

$$\cos\frac{2k\pi x}{a}\Big|_{x=a}=\cos 2k\pi=1 \qquad (7.128)$$

Aýlanma burçyna görä gyraky şertiň ýerine ýetirilşini barlamak üçin egilme funksiýadan önüm alýarlar

$$\frac{\partial w_n}{\partial x}=\frac{2\pi}{a}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}a_{kl}\,k\sin\frac{2k\pi x}{a}\left(1-\cos\frac{2l\pi y}{b}\right);$$
$$\frac{\partial w_n}{\partial y}=\frac{2\pi}{b}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}a_{kl}\,l\left(1-\cos\frac{2k\pi x}{a}\right)\sin\frac{2l\pi y}{b}. \qquad (7.129)$$

OB tarapda

$$\sin\frac{2k\pi x}{a}\Big|_{x=0}=\sin 0=0$$
$$\frac{\partial w_n}{\partial x}=0. \qquad (7.130)$$

A L tarapda

$$\sin\frac{2k\pi x}{a}\Big|_{x=a}=\sin 2k\pi=0$$
$$\frac{\partial w_n}{\partial x}=0. \qquad (7.131)$$

Näbelli parametri tapmak üçin Bubnow – Galerkiniň sistemasyny düzmeli

$$w_1 = a_{11}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right). \quad (7.132)$$

Φ_{kl} funksiýa bu hatar üçin şeýle bolşar

$$\varphi_{11} = \left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right) \quad (7.133)$$

Görkezilen gatnaşyklary (9.7) gaýýarys. We şeýle aňlatma alýarys.

$$\int_0^a\int_0^b\left\{-16\pi^4 a_{11} D\left[\frac{1}{a^4}\cos\frac{2\pi x}{a}\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right)-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{2}{a^2b^2}\cos\frac{2\pi x}{a}\cos\frac{2\pi y}{b}+\frac{1}{b^4}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\cos\frac{2\pi y}{b}\right]-$$
$$\left.-q\right\}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right)dxdy=0. \quad (7.134)$$

Käbir operasiýalardan soň integrallaryň köpeltmek hasylynyň jemine geçýäris.

$$-16\pi^4 a_{11} D\left[\frac{1}{a^4}\int_0^a\left(\cos\frac{2\pi x}{a}-\cos^2\frac{2\pi x}{a}\right)dx\int_0^b\left(1-2\cos\frac{2\pi y}{b}+\right.\right.$$
$$\left.+\cos^2\frac{2\pi y}{b}\right)dy-\frac{2}{a^2b^2}\int_0^a\left(\cos\frac{2\pi x}{a}-\cos^2\frac{2\pi x}{a}\right)dx\int_0^b\left(\cos\frac{2\pi y}{b}-\right. \quad (7.135)$$
$$\left.-\cos^2\frac{2\pi y}{b}\right)dy+\frac{1}{b^4}\int_0^a\left(1-2\cos\frac{2\pi x}{a}+\cos^2\frac{2\pi x}{a}\right)dx\int_0^b\left(\cos\frac{2\pi y}{b}-\right.$$
$$\left.\left.-\cos^2\frac{2\pi y}{b}\right)dy\right]-q\int_0^a\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)dx\int_0^b\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right)dy=0.$$

Integrirleneden soň alýarys

$$-16\pi^4 a_{11} D\left[\frac{1}{a^4}\left(-\frac{a}{2}\right)\left(b+\frac{b}{2}\right)-\frac{2}{a^2 b^2}\left(-\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{b}{2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{b^4}\left(a+\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{b}{2}\right)\right]-qab=0 \qquad (7.136)$$

Sadalaşdyrylandan soň

$$16\pi^4 a_{11} D\left(\frac{3b}{4a^3}+\frac{1}{2ab}+\frac{3a}{4b^3}\right)-qab=0. \qquad (7.137)$$

Bu ýerden koeffisentiň bahasyny tapýarys (7.138)

$$a_{11}=\frac{}{4\pi^4 D}\,\frac{}{3+2a^2/b^2+3a^4/b^4}.$$

Ondan soň egilmäni häsiýetlendirýän funksiýanyň takmyn bahasyny tapýarys

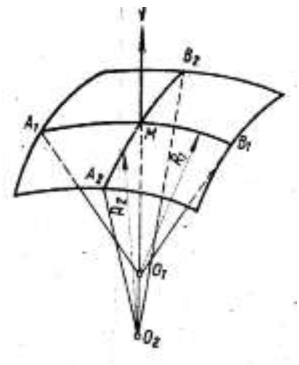
(7.139)

$$w_1=\frac{qa^4}{4\pi^4 D}\,\frac{\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right)}{3+2a^2/b^2+3a^4/b^4}$$

VIII- Ýuka diwarly gabyklaryň hasaplanyşy

8.1 Momentli we momentsiz nazarýetiň esasynda gabygyň hasaplanyşy

Gabyk diýilip iki egri tekizlik bilen çäklenen şekile aýdylýar. Onuň galyňlygy beýleki ölçeglerinden has kiçi bolýar.



1-nji surat

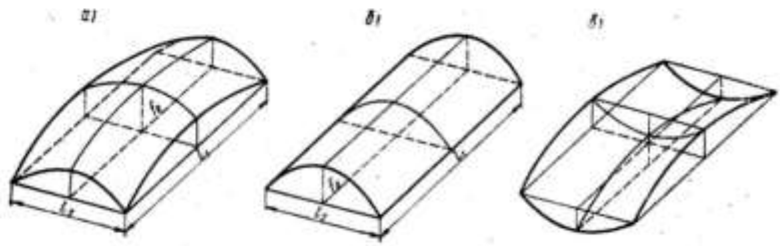
Galyňlygyny iki deň bölege bölýän tekizlige ortalyk tekizlik diýilýär

$$k_1 = \frac{1}{R_1}; \quad k_2 = \frac{1}{R_2}; \quad k_1, k_2 \text{ - gabyň egrelmesi.}$$

$$\Gamma = k_1, k_2 \quad \Gamma \text{ – Gausyň Edrisi} \qquad (8.1)$$

Gausyň edrisine baglylykda dürli görnüşli gabyklar bolýarlar.

a) Položitel Gaus egrili
b) Otresatel Gaus egrili
c) Nul Gaus egrili



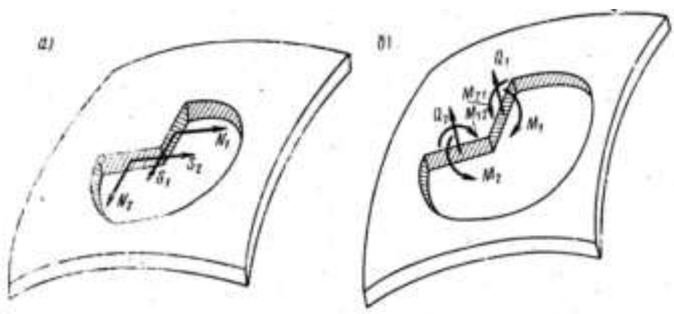
2-nji surat

Erkin ýükler gabykda iki topar içki güýç döredýär.

1-nji topar – N_1 N_2 normal güýçler we S_1 S_2- süýşiriji güýçler. Bu güýçler we orta tekizlige galtaşýan tekikizlikde ýatýar

2-nji topar - M_{t1} M_{t2} - towlaýjy momenti döredýär Q_1 Q_2 - kese güýji döredýär.

Plastinadan tapawutly gabyk köpilenç süýnme we gysylma deformasiýasyna işleýär. Eger güýjenme gabygyň galyňlygynda hemişelik bolup we birinji topar içki güýçleri döretse onda bu dartgynlyk ýagdaýa momentsiz dartgynlyk ýagdaýy diýilýär.



3-njy surat

Inžener meselelerinde konstruksiýanyň galyňlygy we güýjenmäniň deň ýaýran wagtyna gabat gelýär. Bu ýagdaýda içki güýç diňe birinji topar güýje gabat gelýär. Bu ýagdaýa momentsiz dartgynlyk ýagdýy diýilýär . Momentsiz dartgynlyk ýagdaýyň ýüze çykýan şertleri

1. Gabyk üsti tükeniksiz üýtgeýän ýagdaýda bolmaly
2. Gabyga ýüklenýän ýük üzniksiz we birsydyrgyn bolmaly
3. Gabygyň gyralary onuň üst tekizligine geçirilen normala görä erkin hereket edip bilýän bolmaly.
4. Gyraky şertler gabygyň şekilini üýtgetmeýän bolmaly.

Gabygyň galyňlygyň onuň orta tekizliginiň radius egrisine bolan gatnaşygyna baglylykda ýuka we galyň gabyklar bolýar.

1) Galyň gabyk $\frac{h}{R} \geq \frac{1}{30}$
2) Ýuka gabyk $\frac{1}{30} \geq \frac{h}{R} \geq \frac{1}{1000}$

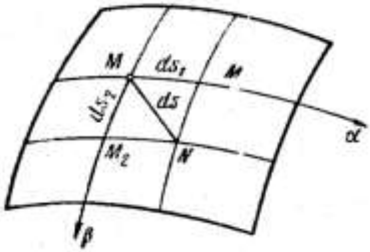
Ýuka gabyk şu çaklamalara daýanýar.

1) Göni burçly orta tekizlik deformasiýadan soň hem öz formasyny saklaýar. (göni normallar çaklamasy)
2) Orta tekizlige parallel tekizliklerde güýjenme orta tekizliginden örän az tapawut edýär, şol sebäpden ony hasaba almaýarlar.

8.2 Momentsiz nazarýeti boýunça erkin şekilli gabygyň hasaplanyşy

Erkin şekilli gabygy hasaplamak üçin ortagonal koordinatalar ulanylýar.

Olar α we β

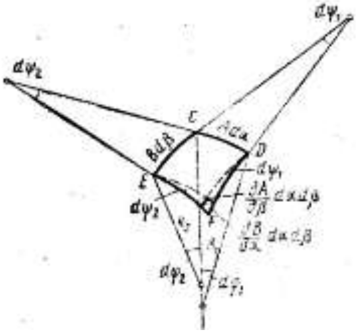


4-nji surat

ds_1 we ds_2 dugalary göni hökmünde seredilýär.

$ds_1 = Ad\alpha \quad ds_2 = Bd\beta$

A_1 B – Egrini göni çyzyga sazlaýan koeffisient



5-nji surat

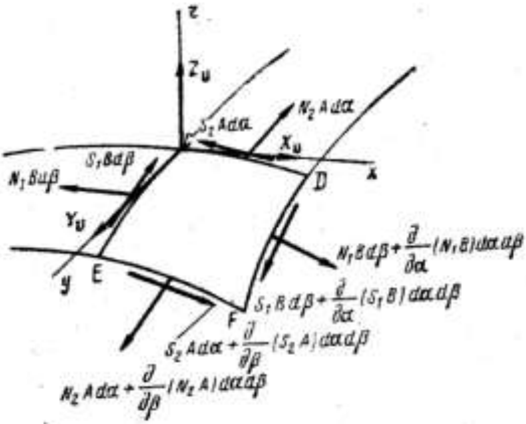
Içki güýji tapmak üçin CDEF serdip geçeliň

$$\begin{cases} CD = A d\alpha, \quad EF = \left(A + \dfrac{\partial A}{\partial \beta} d\beta\right) d\alpha; \\ CE = B d\beta, \quad DF = \left(B + \dfrac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha\right) d\beta. \end{cases} \qquad (8.2)$$

Burçlary şeýle tapýarys

$$\begin{cases} d\psi_1 \approx \operatorname{tg}(d\psi_1) = \dfrac{\dfrac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha d\beta}{B d\beta} = \dfrac{1}{B} \dfrac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha; \\ d\psi_2 \approx \operatorname{tg}(d\psi_2) = \dfrac{\dfrac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta}{A d\alpha} = \dfrac{1}{A} \dfrac{\partial B}{\partial \alpha} d\beta. \end{cases} \qquad (8.3)$$

Suratda içki güýleriň tapylyşy görkezilýär.



6-njy surat

CDEF gabygyň bölegininiň deňagramlylygy şeýle hasaplanýar

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(N_1 B) - N_2\frac{\partial B}{\partial\alpha} + \frac{\partial}{\partial\beta}(S_2 A) + S_1\frac{\partial A}{\partial\beta} + X_v AB = 0.$$

(8.4)

Beýleki iki oka proektirlemek bilen tapýarys

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial\alpha}(S_1 B) + S_2\frac{\partial B}{\partial\alpha} + \frac{\partial}{\partial\beta}(N_2 A) - N_1\frac{\partial A}{\partial\beta} + Y_v AB = 0; \\ \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} - Z_v = 0. \end{cases}$$

(8.5)

$C_ž$ okuna proektirläp alýarys

$$S_1 = S_2 = S, \qquad (8.6)$$

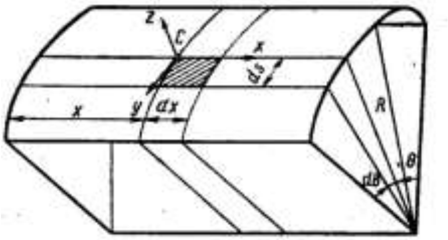
Ony göz öňünde tutyp deňagramlylygyň gutarnykly deňlemesini alýarys

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial\alpha}(N_1 B) - N_2\frac{\partial B}{\partial\alpha} + \frac{\partial}{\partial\beta}(SA) + S\frac{\partial A}{\partial\beta} + X_v AB = 0; \\ \frac{\partial}{\partial\alpha}(SB) + S\frac{\partial B}{\partial\alpha} + \frac{\partial}{\partial\beta}(N_2 A) - N_1\frac{\partial A}{\partial\beta} + Y_v AB = 0; \\ \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} - Z_v = 0. \end{cases} \qquad (8.7)$$

N_1 N_2 S _ näbellileriň sany deňagramlyk deňlemeleri sanyna gabat gelýär şol sebäpden mesele statiki kesgitli meseleler toplumyna girýä.

8.3 Tegelek silindrik gabygyň deňagramlygynyň deferensial deňlemesi

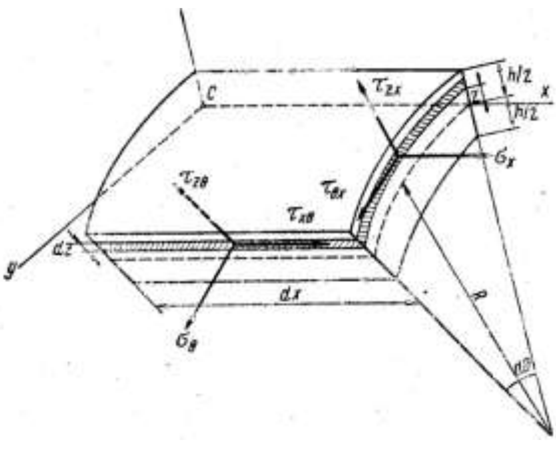
Tegelek silindrik gabyga seredip geçeliň.



7-nji surat

$R_1=\infty$ $R_2=R$ const

Şeýle gabygyň üstindäki erkin okuň ýagdaýy *x w q* koordinatasy bilen hasaplanýar



8-nji surat

Bu suratda gabygyň gapyrgalaryna täsir edýän güýjenmeler görkezilen

σ_x – normal güýjenme

$\tau_{\ddot{o}x}$ τ_{zx} – galtaşma güýjenmesi normal güýjiň hasaplanyşy

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz. \qquad (8.8)$$

Eger ýuka gabyk hasaplanýan bolsa

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \, dz. \qquad (8.9)$$

N_x – normal güýç

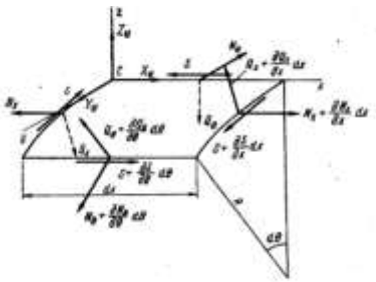
Onda ähli içki güýçler şeýle hasaplanýar

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \, dz; & \\ & M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \, z dz; \\ S_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{\theta x} \, dz; & \\ & M_{\theta x} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{\theta x} \, z dz. \\ Q_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{zx} \, dz. & \end{array} \right. \qquad (8.10)$$

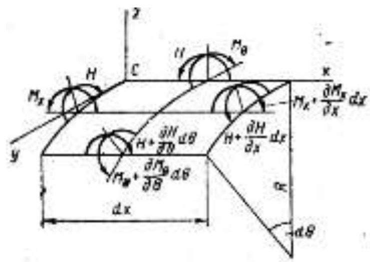
Eger radial kesikde hasaplanýan bolsa içki güýçler şeýle hasaplanýar

$$\begin{cases} N_\theta = \int\limits_{-h/2}^{+h/2} \sigma_\theta \, dz; & M_\theta = \int\limits_{-h/2}^{+h/2} \sigma_\theta \, z dz; \\ S_\theta = \int\limits_{-h/2}^{+h/2} \tau_{x\theta} \, dz; & M_{x\theta} = \int\limits_{-h/2}^{+h/2} \tau_{x\theta} \, z dz. \\ Q_\theta = \int\limits_{-h/2}^{+h/2} \tau_{z\theta} \, dz; & \end{cases} \tag{8.11}$$

Gabygyň orta tekizligine täsir edýän içki güýçler suratda görkezilen



10-njy surat



9-njy surat

Orta tekizligiň deňagramlylyk denlemesini

$$\begin{cases} \dfrac{\partial N_x}{\partial x} + \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial S}{\partial \theta} + X_v = 0; \\ \dfrac{\partial S}{\partial x} + \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial H}{\partial x} + Y_v = 0; \\ \dfrac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} - \dfrac{N_\theta}{R} + \dfrac{2}{R}\dfrac{\partial^2 H}{\partial x \partial \theta} + Z_v = 0. \end{cases} \tag{8.12}$$

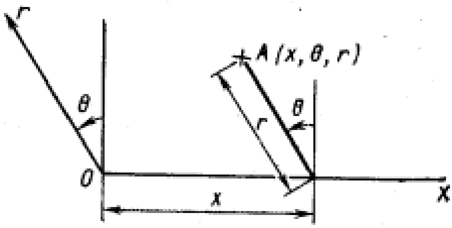
Bu ýerde üç deňagramlylyk deňlemesinde alty sany näbelli bar.

N_x , $N_ö$, S, M_x, $M_ö$, *we* H

Onda mesele staiki kesgitsiz sistemalara girýär

8.4 Tegelek silindirik gapdaky orun üýtgeme we deformasiýa

Orun üýtgeme bilen deformasiýanyň arasyndaky baglanşygy *x, ö,r* koordinatalarda tapmak bolýar



11-nji surat

Silindrik sistenada bu bagllanşyk şeýle görkezilýär.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{x\theta} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u}{\partial \theta} + \dfrac{\partial v}{\partial x}; \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial v}{\partial \theta} + \dfrac{w}{r}; \quad \gamma_{\theta r} = \dfrac{\partial v}{\partial r} - \dfrac{v}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial w}{\partial \theta}; \\ \varepsilon_r = \dfrac{\partial w}{\partial r}; \quad \gamma_{rx} = \dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial r}. \end{cases} \qquad (8.13)$$

Käbir aňlatmalary ýerine ýetirilenden soň deformasiýa bilen orun üýtgemäniň arasyndaky baglnşygy şeýle alýarys

$$
\begin{cases}
\varepsilon_x^0 = \dfrac{\partial u_0}{\partial x}; \\
\varepsilon_\theta^0 = \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial v_0}{\partial \theta} + \dfrac{w}{R}; \\
\gamma_{x\theta}^0 = \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial u_0}{\partial \theta} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x}; \\
\varkappa_x = -\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\
\varkappa_\theta = \dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial v_0}{\partial \theta} - \dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}; \\
\varkappa_{x\theta} = \dfrac{1}{2R}\dfrac{\partial v_0}{\partial x} - \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta}.
\end{cases} \qquad (8.14)
$$

Bu ýerde $\mathring{\varepsilon}_{\times}$, $\mathring{\varepsilon}_{\ddot{o}}$, $\mathring{\gamma}_{\times\ddot{o}}$ - orta tekizlikdäki deformasiýalar

K_x – x okuna görä deformasiýadan soň gabygyň ýeriniň üýtgeýşi

$K_{\ddot{o}}$ – duganyň udryna egriniň üýtgeýşi

$K_{k\ddot{o}}$ - orta tekizligiň towlanmasy.

8.4 Tegelk silindirik gabygyň fiziki deňlemeri

Deformasiýanyň , güýjenme bilen beglanşygy

$$
\begin{cases}
\varepsilon_x = [\sigma_x - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)]/E; & \gamma_{x\theta} = 2(1+\nu)\tau_{x\theta}/E; \\
\varepsilon_\theta = [\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E; & \gamma_{\theta z} = 2(1+\nu)\tau_{\theta z}/E; \\
\varepsilon_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_\theta)]/E; & \gamma_{zx} = 2(1+\nu)\tau_{zx}/E.
\end{cases} \qquad (8.14)
$$

Güýjenme bilen deformasiýanyň özara baglanşygy

$$
\begin{cases}
\sigma_x = [E/(1-\nu^2)]\,[(\varepsilon_x^0 + \nu\varepsilon_\theta^0) + z(\varkappa_x + \nu\varkappa_\theta)]; \\
\sigma_\theta = [E/(1-\nu^2)]\,[(\varepsilon_\theta^0 + \nu\varepsilon_x^0) + z(\varkappa_\theta + \nu\varkappa_x)]; \\
\tau_{x\theta} = \{E/[2(1+\nu)]\}(\gamma_{x\theta}^0 + 2z\varkappa_{x\theta}).
\end{cases} \qquad (8.15)
$$

Içki güýçleriň deformasiýalar bilen baglanşygy

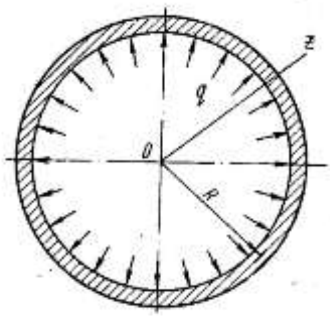
$$\begin{cases} N_x = [Eh/(1-\nu^2)]\,(\varepsilon_x^0 + \nu\varepsilon_\theta^0); \\ N_\theta = [Eh/(1-\nu^2)]\,(\varepsilon_\theta^0 + \nu\varepsilon_x^0); \\ S = \{Eh/[2\,(1+\nu)]\}\,\gamma_{x\theta}^0\,; \\ M_x = D\,(\varkappa_x + \nu\varkappa_\theta); \\ M_\theta = D\,(\varkappa_\theta + \nu\varkappa_x); \\ H = D\,(1-\nu)\,\varkappa_{x\theta}. \end{cases} \qquad (8.16)$$

Silindirik gatylygyň hasaplanyşy

$$D = Eh^3/[12\,(1-\nu^2)]. \qquad (8.17)$$

8.5 Ýapyk silindirik gabygyň oka görä simmetrik ýüklenmegi

Ýapyk silindirik gabygyň oka görä simmetrik ýüklenmegi



12-nji surat

Oka görä simmetrik ýagdaý deňlemeleri örän sadalaşdyrýar

Onda diferensial deňleme şeýle görnüşe gelýär

$$\begin{cases} \frac{d N_x}{d x} = 0; \\ 0 \equiv 0; \\ \frac{d^2 M_x}{dx^2} - \frac{N_\theta}{R} + q = 0. \end{cases} \qquad (8.18)$$

Birnäçe matematiki aňlatmalar geçirlenden soňra şeýle deňleme alýarys.

$$\begin{cases} N_\theta = Ehw/R; \\ M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \end{cases} \qquad (8.19)$$

Tegelek ýapyk silindirik gabyk oka görä simmetriki ýüklenende onuň deňagramlygynyň diferensial deňlemesi şeýle görnüşe gelýär.

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2} w = q. \qquad (8.20)$$

Ony integrirlemek üçin ölçegsiz koordinata girizýäs

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{Eh}{4DR^2}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}} \qquad (8.21)$$

Onda deňagramlygyň diferensial deňlemesi şeýle görnüşe gelýär.

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q}{\alpha^4 D} \qquad (8.22)$$

Onuň çözüwi şeýle görkwzilýär

$$w = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \bar{w}, \qquad (8.23)$$

Hemişelikleriň tapylyşy

$$\begin{cases} Y_1 = \mathrm{ch}\,\xi \cos \xi; \\ Y_2 = (\mathrm{ch}\,\xi \sin \xi + \mathrm{sh}\,\xi \cos \xi)/2; \\ Y_3 = \mathrm{sh}\,\xi \sin \xi/2; \\ Y_4 = (\mathrm{ch}\,\xi \sin \xi - \mathrm{sh}\,\xi \cos \xi)/4. \end{cases} \quad (8.24)$$

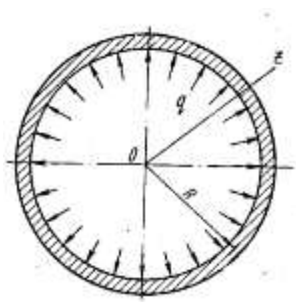
Bu funksiýalar tablissada görkezilen. Onda içki güýçler şeýle tapylýar.

$$\begin{cases} \varphi = \frac{dw}{dx} = \alpha\left(-4C_1 Y_4 + C_2 Y_1 + C_3 Y_2 + C_4 Y_3 + \bar{w}'\right); \\ M_x = -D\frac{d^2w}{dx^2} = -\alpha^2 D\left(-4C_1 Y_3 - 4C_2 Y_4 + C_3 Y_1 + C_4 Y_2 + \bar{w}''\right); \\ Q_x = -D\frac{d^3w}{dx^3} = -\alpha^3 D\left(-4C_1 Y_2 - 4C_2 Y_3 + 4C_3 Y_4 + C_4 Y_1 + \bar{w}'''\right); \\ N_\theta = Ehw/R = Eh\left(C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \bar{w}\right)/R. \end{cases} \quad (8.25)$$

8.6 Silindirik rezirwaryň diwarlarynyň hasaplanyşy

Meseläniň şerti:

Tegelek silindirik görnüşi rezerwaryň depesine çenli suwuklykdan doldurylan



13-nji surat

Yokarsy berkidilen däl aşagy gaty berkitme bilen berkidilen diwarlar oka görä simmetriki ýük bilen ýüklenen şertde işleýär. Diwaryň hasaplamasyny amala aşyralyň

Berilişi:

$R=2m$ $\gamma=10kH/m^3$ $q=D(e-x)$ $\lambda=\alpha l$

$l=3m\gamma$ $\gamma=\frac{1}{6}$ $q=v(\lambda-\varsigma)/a$

(8.26)

$h=0.15m$

Egilme funksiýasyny şeýle alýarys

$$\bar{w} = [\gamma/(4\alpha^5 D)]\,(\lambda - \xi - \lambda Y_1 + Y_2). \qquad (8.27)$$

Onyň önümini alýarys

$$\begin{cases} w = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \dfrac{\gamma}{4\alpha^5 D}(\lambda - \xi - \lambda Y_1 + Y_2); \\ \varphi = \alpha\left[-4C_1 Y_4 + C_2 Y_1 + C_3 Y_2 + C_4 Y_3 + \dfrac{\gamma}{4\alpha^5 D}(-1 + 4\lambda Y_4 + Y_1)\right]; \\ M_x = -\alpha^2 D\left[-4C_1 Y_3 - 4C_2 Y_4 + C_3 Y_1 + C_4 Y_2 + \dfrac{\gamma}{\alpha^5 D}(\lambda Y_3 - Y_4)\right]; \\ Q_x = -\alpha^3 D\left[-4C_1 Y_2 - 4C_2 Y_3 - 4C_3 Y_4 + C_4 Y_1 + \dfrac{\gamma}{\alpha^5 D}(\lambda Y_2 - Y_3)\right]; \\ N_\theta = \dfrac{Eh}{R}\left[C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \dfrac{\gamma}{4\alpha^5 D}(\lambda - \xi - \lambda Y_1 + Y_2)\right]. \end{cases}$$

(8.28)

Hemişelikleri hasaplaýarys

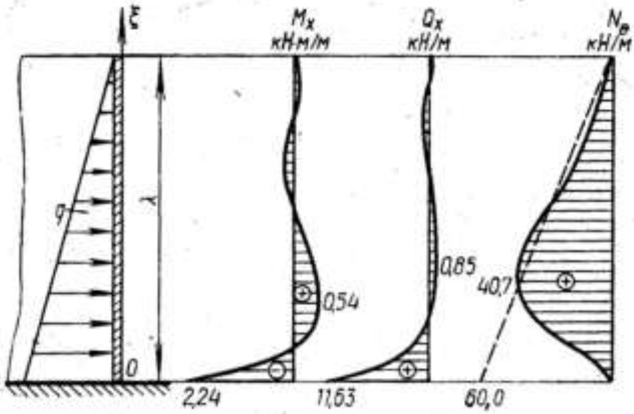
$$\begin{cases} C_3 = \dfrac{\gamma}{\alpha^5 D}\,\dfrac{Y_1(\lambda)\,Y_4(\lambda) - Y_2(\lambda)\,Y_3(\lambda) + \lambda\,[Y_2^2(\lambda) - Y_1(\lambda)\,Y_3(\lambda)]}{Y_1^2(\lambda) + 4Y_2(\lambda)\,Y_4(\lambda)}, \\ C_4 = \dfrac{\gamma}{\alpha^5 D}\,\dfrac{Y_1(\lambda)\,Y_3(\lambda) + 4Y_4^2(\lambda) - \lambda\,[Y_1(\lambda)\,Y_2(\lambda) + 4\,Y_3(\lambda)\,Y_4(\lambda)]}{Y_1^2(\lambda) + 4Y_2(\lambda)\,Y_4(\lambda)}. \end{cases}$$

(8.29)

Içki güýçleri hasaplaýarys

$$
\begin{cases}
M_x = (-\gamma/\alpha^3)(3{,}098Y_1 - 6{,}697Y_2 + 7{,}2Y_3 - Y_4); \\
Q_x = (-\gamma/\alpha^2)(-12{,}39Y_4 - 6{,}697Y_1 + 7{,}2Y_2 - Y_3); \\
N_\theta = (\gamma R/\alpha)(12{,}39Y_3 - 26{,}79Y_4 - 7{,}2Y_1 + Y_2 + 7{,}2 - \xi).
\end{cases} \quad (8.30)
$$

Içki güýçleriň epýirlary görkezilen



14-nji surat

8.6 Oka görä simmetriki ýüklenen gabyň aýlanyşyny momentler nazaryýeti bilen hasaplamak

ABCD bölegiň deňagramlygyna seredip geçeliň

X, y, z, oklaryna proektirlemek usuly bilen, we birnäçe sadalaşdyrmalardan soň şeýle deňagramlylyk deňlemeleri alýarys.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial\varphi}(N_1 r) - N_2 R_1 \cos\varphi + Q_1 r + Y_v r R_1 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial\varphi}(Q_1 r) - N_1 r - N_2 R_1 \sin\varphi + Z_v r R_1 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial\varphi}(M_1 r) - M_2 R_1 \cos\varphi - Q_1 r R_1 = 0. \end{cases} \qquad (8.31)$$

Bu ýerde näbelliler N_1 , N_2, M_1 , M_2, Q_1 onda mesele statiki kesegitsiz sistemalara toplumyna girýär

Onda bolup geçýän deformasiýalara seredip geçeliň we olaryň deňlemesini getirip çykarýarlar. Ol şu görnüşe geler

$$\begin{cases} N_1 = [Eh/(1-\nu^2)](\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \\ N_2 = [Eh/(1-\nu^2)](\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1); \\ M_1 = D(\varkappa_1 + \nu\varkappa_2); \\ M_2 = D(\varkappa_2 + \nu\varkappa_1). \end{cases} \qquad (8.32)$$

Içki güýçler bilen deformassiýanyň özara baglanşygy

$$\begin{cases} N_1 = [Eh/(1-\nu^2)](\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \\ N_2 = [Eh/(1-\nu^2)](\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1); \\ M_1 = D(\varkappa_1 + \nu\varkappa_2); \\ M_2 = D(\varkappa_2 + \nu\varkappa_1). \end{cases} \qquad (8.33)$$

Edebiýatlar

1. Türkmenistanyň Konstitusiýasy. Aşgabat, 2008.
2. Gurbanguly Berdimuhamedow Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. I tom. Aşgabat, 2008.
3. Gurbanguly Berdimuhamedow Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. II tom. Aşgabat, 2009.
4. Gurbanguly Berdimuhamedow Garaşsyzlyga guwanmak, Watany, Halky söýmek bagtdyr. Aşgabat, 2007.
5. Gurbanguly Berdimuhamedow Türkmenistan – sagdynlygyň we ruhubelentligiň ýurdy. Aşgabat, 2007.
6. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň Ministrler Kabinetiniň göçme mejlisinde sözlän sözi. (2009-njy ýylyň 12-nji iýuny).
7. Türkmenistanyň Prezidentiniň “Obalaryň, şäherleriň, etrapdaky şäherçeleriň we etrap merkezleriniň ilatynyň durmuş-ýaşaýyş şertlerini özgertmek boýunça 2020-nji ýyla çenli döwür üçin” Milli maksatnamasy. Aşgabat, 2007.
8. “Türkmenistany ykdysady, syýasy we medeni taýdan ösdürmegiň 2020-nji ýyla çenli döwür üçin Baş ugry” Milli maksatnamasy. “Türkmenistan” gazeti, 2003-nji ýylyň, 27-nji awgusty.
9. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.,1968.
10. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М., 1975.
11. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. М., 1982.
12. Теребушко О. И. Основы теории упругости и пластичности. М., 1984.
13. Тимошенко С. П. и Гудьер Дж. Теория упругости. М.,1979.
14. Киселев В. А. Плоская задача теории упругости. М., 1976.

MAZMUNY

1. Esasy düşinje

11. Deformasiýalar nazarýeti

111. Gukuň umumylaşdyrylan kanuny

1V. Maýşgaklyk nazarýetine seredilýän meseläniň çözülişi.

V. Tekiz deformasiýa

V1. Maýşgaklyk nazarýetiniň tekiz meselelerini polýar koordinatada çözülişi.

V11. Maýşgaklyk nazarýetiniň amaly ähmiýetiniň meseleleri

V111. Ýuka diwarly gabyklaryň hasaplanşy