

**Türkmenistanyň Bilim Ministrligi  
Magtymguly adyndaky Türkmen döwlet uniwersiteti**

**H.A.Orazberdiýew**

# **YRGYLDYLAR NAZARYÝETI**

**AŞGABAT – 2010**



**H.A.Orazberdiýew**

# **YRGYLDYLAR NAZARYÝETI**

Ýokary okuw mekdepleriniň radiofizika we elektronika  
hünäriniň talyplary üçin okuw gollanmasy

*Türkmenistanyň Bilim ministrligi tarapyndan hödürlendi*

**AŞGABAT – 2010**

**H.Orazberdiýew**

Yrgyldylar nazaryýeti. Ýokary okuw mekdepleriniň radiofizika we elektronika hünäriniň talyplary üçin okuw gollanmasy. 2010.

**Hojamuhammet Orazberdiýew**

## **YRGYLDYLAR NAZARYÝETI**

Ýokary okuw mekdepleriniň radiofizika we elektronika hünäriniň talyplary üçin.

M.Annamanowyň redaksiýasy bilen

17. Л.И.Мандельштам.»Лекции по теории колебаний», Собр. Соч. Т.1У, изд. АН СССР, 1950.
18. А.А.Андронов, А.А.Витт, С.Э.Хайкин. «Теория колебаний», «Наука», Физ.-мат. гиз, 1981.
19. Г.С.Горелик. «Колебания и волны», ГТТМ, Физ.-мат.гиз.,1990.
20. Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. «Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний», ГТТИ, 1995.
21. К.Ф.Теодорчик. Автоколебательные системы, ГТТИ,1952.
22. Т.Хаяси . «Нелинейные колебания в физических системах», «Мир», 1968.
23. М.И.Рабинович, Д.И.Трубецков. «Введение в теорию колебаний и волн», Наука, 1994.
24. О.Блакьер. «Анализ нелинейных систем», «Мир», 1999.

## M A Z M U N Y

- 1.Yrgyldylar nazaryýetiniň dersi we usullary. 10
  - 1.1.Yrgyldylar nazaryýetiniň dersi we usullary.Yrgyldyly hereketiň kinematiki alamatlary. Periodiki yrgyldylar. Garmoniki yrgyldylar. Limitasion yrgyldylar. 10
- 2.Yrgyldyly hereketi toparlara bölmek. 15
  - 2.1.Yrgyldyly ulgamlaryň dinamiki häsiýetleri. Yrgyldyly ulgamlaryň görnüşleri. Yrgyldyly ulgamlaryň erkinlik derejesi. Bir we köp erkinlik derejeli ygyladyly ulgamlar.15
- 3.Bir erkinlik derejeli konserwatiw ulgamlarda erkin yrgyldylar. 16
  - 3.1.Ýitgisiz ulgamlar. Ýitgisiz ulgamlardaky erkin yrgyldylar. Ulgamyň konserwatiwlik şerti. Ýitgisiz yrgyldyly ulgamlaryň differensial deňlemesi. 16
  - 3.2.Yrgyldylaryň faza şekilini gurmak. Faza tekizliginiň we aýratyn nokatlaryň häsiýetleri. Ýitgisiz ulgamlarda yrgyldynyň faza şekiliniň separatrisasy. Faza şekiliniň kömegi bilen yrgyldyhyň häsiýetnamalaryny kesgitlemek. 21
  - 3.3.Hakyky yrgyldyly ulgamlar. Hakyky yrgyldyly ulgamlarda erkin yrgyldylar. Hakyky yrgyldyly ulgamlarda ýitgini hasaba almak. düzmek. Ýitgili ulgamlarda garşylyk güýjiniň tizlige baglylygy. 24
  - 3.4.Togtaýan yrgyldylar. Togtaýan yrgyldylaryň faza portreti. Togtaýan yrgyldylaryň differensial deňlemesini çözmegiň usullary. Faza portretini gurmak üçin deňleme. Faza portretiniň aýratyn nokatlary. 28
  - 3.5.Çyzykly kontur. Hemiselik öçýän çyzykly kontur. Çyzykly konturda ýumşak garşylyk. Çyzykly konturyň öçme şertleri. 31
4. Bir erkinlik derejeli konserwatiw ulgamlarda yrgyldylar. Güýç bilen täsir etmek. 33

4.1 Mejbury yrgyldylar. Hakyky ulgamlarda mejbury yrgyldylar. Daşky mejbury güýji kompleks ululyk görmüşinde ýazmak. Kompleks gerimler usuly.	33
5.Ölçeg priborlary.	38
5.1.Kwazistatiki priborlar . Kwazistatiki priborlaryň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary.Priboryň takyklygyny ýakarlandyrmagyň ýollary	38
5.2.Seýsmiki priborlar . Seýsmiki priborlaryň. Süýşmä proporsional ululyklary ölçemek	40
5.3.Rezonans priborlar. Rezonans priborlarynyň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary. Amplitudany we ýyglygy ölçemek.	42
5.4.Ballistik abzallar.Gysga wagtlaýyn täsr güýçlere proporsional ululyklary ölçemek. Ballistik abzallaryň takyklygyny ýokarlandyrmak.	44
6.Parametrik yrgyldyly ulgamlar	46
6.1. Parametrik ulgamlar we parametrik rezonans. Parametrik yrgyldyly ulgamlaryň radioteknikada ulanylýan ýerleri .	46
6.2.Parametriki güýçlendirijiler we generatorlar.Parametriki güýçlendirijiler we olaryň fiziki görkezijileri. Parametriki generatorlar we olaryň fiziki görkezijileri. Parametriki generatorlary oyandyrmagyň şertleri.	51
7.Awtoyrgyldylar ulgamy.	58
7.1.Awtoyrgyldylar ulgamlaryň differensial deňlemesi.Tomson we relaksasion tipli awtoyrgyldylar ulgamy	58
8.Köp erkinlik derejeli yrgyldyly ulgamlar.	64
8.1.Köp erkinlik derejeli çyzykly ulgamlarda yrgyldylar.Ýitgisiz ulgamlarda hususy yrgyldylar. Lagranjyň deňlemesi. Köp erkinlik derejeli çyzykly ulgamlaryň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary.	64

## E D E B I Ý A T

1. Gurbanguly Berdimuhamedow, „Türkmenistanda saglygy goraýşy ösdürmegiň ylmy esaslary,” Aşgabat, 2007.
2. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Mälikgulyýewiç Berdimuhamedow.Gysgaça terjimehal. Aşgabat, 2007.
3. „Halkyň ynam bildireni”.Aşgabat,2007.
4. Gurbanguly Berdimuhamedow, „Garaşsyzlyga guwanmak, Watany, halky söýmek bagtdyr”. Aşgabat,2007.
5. „Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň daşary syýasaty. Wakalaryň hronikasy.” Aşgabat,2007.
6. Gurbanguly Berdimuhamedow, „Türkmenistan – sagdynlygyň we ruhubelentligiň ýurdy,” Aşgabat, 2007.
7. Gurbanguly Berdimuhamedow. Eserler ýygyndysy. Aşgabat, 2007.
8. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň ýurdy täzeden galdyrmak baradaky syýasaty.Aşgabat,2007.
9. „Parahatçylyk, döredijilik, progress syýasatynyň dabaralanmagy. Aşgabat, 2007.
10. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň Umumymilli, Galkynyş Hereketiniň we Türkmenistanyň Demokratik partiýasynyň nobatdan daşary V gurultaýlarynyň bilelikdäki mejlislerinde sözlän sözi.
11. „Täze Galkynyş eýýamy. Wakalaryň senenamasy-2007 ýyl.”Aşgabat, 2008.
12. Gurbanguly Berdimuhamedow. Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. I tom.Aşgabat, 2008.
13. Gurbanguly Berdimuhamedow. Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. II tom.Aşgabat, 2009.
14. Akbibi Ýusubowa Beýik Galkynyşyň waspy, Aşgabat, 2008.
15. В.В.Мигулин, В.И.Медведев, Е.Р.Мустель, В.Н.Парыгин. «Основы теории колебаний», «Наука», 2006 г., 2-е изд.
16. С.П.Стрелков. «Введение в теорию колебаний». «Наука»,2004.

Bu hemişelik giňişlikde peridyň yrgyldyly ulgamyny häsiýetlendirýär hem-de yrgyldyly uzynlugyň baglanşylykly gatnaşygydyr:

$$k = 2\pi / \lambda \quad (12)$$

bundan gaýtmda yrgyldyly deňlemede (6) ýazalyň napriženiýanyň ýygylgy toguň elektrik uzynlygyň çyzygyna

$$\begin{aligned} u &= [A_1 \exp(-jkx) + A_2 \exp(jkx)] \exp(j\omega t), \\ i &= [B_1 \exp(-jkx) + B_2 \exp(jkx)] \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (13)$$

şundan seredip täzeden göçürüp (10.1.13) aşakdaky görnüşde ýazarys:

$$\begin{aligned} u &= [A_1 \exp(-jkx) + A_2 \exp(jkx)] \exp(j\omega t), \\ i &= Z_0^{-1} [A_1 \exp(-jkx) + A_2 \exp(jkx)] \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (14)$$

şular ýaly doly napriženiýa we togy çyzykda getirilen superpazisiýasynyň iki yrgyldysy. Eger-de çyzygyň soňunda  $x=0$  berlen tolgunmada  $\varepsilon_0 \exp(j\omega t)$ , onda yrgyldy  $A_1 \exp[j(\omega t - kx)]$ . Ylgayan çeşmeden hökmünde garamak bolýar, yrgyldyny bolsa  $A_{12} \exp[j(\omega t + kx)]$  -şöhlelendiren ýaly. Soňky yrgyldynyň döremegi mümkin ýa şöhlelendirmede bir taraplaýyn däl çyzykda, ýa-da eger çyzyk araçäklenen ugrynda  $x$ , ikinji we sönky böleginde.

8.2. Köp erkinlik derejeli ulgamlarda yrgyldyny hasaplamak. Köp erkinlik derejeli ulgamlarda yrgyldyny hasaplamak üçin kompýuterleri ulanmak. Hususy bahalary we hususy wektorlary hasaplamak. 72

8.3. Molekulalarda atomlaryň yrgyldyly hereketi. 75

8.4. Molekulalarda atomlaryň yrgyldyly hereketiniň rezonans hadysasyna täsiri. 80

9. Yayraw parametrli ulgamlar. 84

9.1. Iki simli cyzyk. Telegraf cyzygy. Telegraf deňlemeleri. Telegraf deňlemelerini çözmegiň aýratynlyklary. Iki simli cyzyk üçin tolku deňlemesi. 84

**E D E B I Ý A T** 89

## 1. Yrgyldylar nazaryýetiniň dersi we usullary.

### 1.1. Yrgyldylar nazaryýetiniň dersi we usullary. Yrgyldyly hereketiň kinematiki alamatlary. Periodiki yrgyldylar. Garmoniki yrgyldylar. Limitasion yrgyldylar.

Orta ýagdaýyň töwereginde çäkli, gaýtalanýan herekete yrgyldylar diýilýär. Şeýle diýildigi fizikada, tehnikada gaty köp hadysalary öz içine alýar. Yrgyldylar optikada, akustikada, mehanikada, elektriştwo, atom teoriýasynda duş gelýärler. Agzan yrgyldylarymyzyň fiziki suşnosty dürli-dürlidir. Ýöne şol yrgyldylary opisywat edýän esasy kanunlar meňzeşdir. Yrgyldylary opisywat edýän kanunlaryň uniwersal bolanlygy üçin bular yörite bir dissiplina hökmünde seredýärler. Şu dissiplina hem yrgyldylar teoriýasy diýýärler. Diýmek şu teoriýanyň öwrenýän zady bir nukdaý nazardan fizikada, tehnikada duş gelýän yrgyldyly proseslerdir. Hemme yrgyldy prosesleri kinematiki alamatlary boýunça, dinamiki häsiýetleri boýunça klasifisirlenýär.

1. kinematiki alamatlary boýunça klasifikasiýalaşdyrylanda yrgyldy hereketiniň periodikligine we formasyna (amplitudasyna) seredilýär.

Periodik yrgyldylar üçin

$$F(t+T)=F(t)$$

T-yrghyldynyň peridy

Yrgyldylaryň içinde garmoniki yrgyldylar esasy orny tutýarlar:

$$F(t)=\cos(2\pi\nu t+\varphi_0)=\cos(\omega t+\varphi_0)$$

bu deňlemenden ýeňillik bilen alyp bolýän napriženiýa we tok üçin eňleme:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{g_\phi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{g_\phi^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}; \quad (6)$$

bu ýerde 
$$g_\phi = 1 / \sqrt{LC} \quad (7)$$

doly çözülyän deňleme (10.1.1) şular ýaly görnüşli alar

$$y = F_1\left(t - \frac{x}{g_\phi}\right) + F_2\left(t + \frac{x}{g_\phi}\right) \quad (10)$$

hadysany wagtyň sinasiodal wagty üç çözülişi aşakdaky görnüşli alar

$$y = A_1 \exp\left[j\left(\omega t - \frac{\omega}{g_\phi} x\right)\right] + A_2 \exp\left[j\left(\omega t + \frac{\omega}{g_\phi} x\right)\right] \quad (11)$$

ululyg  $\omega(t \pm x / g_\phi)$  atlandyrylar waza egrisi.

(11) deňlemenden görnüşli ýal bu ýer-de  $g_\phi$  ýaýrama faza tizliligini kesgitleýär, şonuň üçin  $g_\phi$  atlandyrylylar faza tizligi, bu ululyk  $k = \omega / g_\phi$  faza hemişeligi.



$t, \vartheta = \sqrt{T/\rho}$ , bu ýerde T-çekilen kirş,  $\rho$  -uzynlygyň birlik bahasy.

Eger-de ulgam şöhlendirilmese hem täsirleşmese, başga bir geçirjiler bilen, onda toklaryň kesişen çyzygynda ikisiniň geçirijiligi deň we ugry boýunça gapma garşy.

Ýagny:

$$i_1(x, t) = -i_2(x, t) = i(x, t) \quad (2)$$

tükeniksiz kiçi elemente seredelliň dx çyzygyň uzynlygy, induktiwlik L we sygymy eýelemegi çyzygyň uzynlyk birliginde, sereilýän böleginde napriženiýanyň gaçmagy deň induktiwlige Ldx, köpeldilen toguň üýtgame tizligine.

Ýagny:

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx = -L dx \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3)$$

toguň peselme uzynlygynda dx deň şu toga, haýsydyr bir paýlanan sygymyň aýrylmagy. Bu tok deň sygymyň, napriženiýanyň üýtgame tizligine köpeldilmegine:

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx = -C dx \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

(3) we (4)-den iki şeýle atlandyrylan telegraf deňleme alars:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L \frac{\partial i}{\partial t}; \quad \frac{\partial i}{\partial x} = -C \frac{\partial u}{\partial t}; \quad (5)$$

a-amplituda,  $\omega t + \varphi_0$  – mgnowen faza,  $\varphi_0$ -başlangyç faza.

Fizikada dürli periodly yrgyldylar duş gelýär. Meselem

$10^8$ s-Gün sistemasynda planetalaryň aýlanyş periody

$10^5$ s-ýeriň öz okunyň töwereginde aýlanyş periody.

$10^0$ s-sagaldyş maýatnigiň periody

$10^{-1} - 10^{-4}$ s-akustikadaky gabat gelýän yrgyldylar

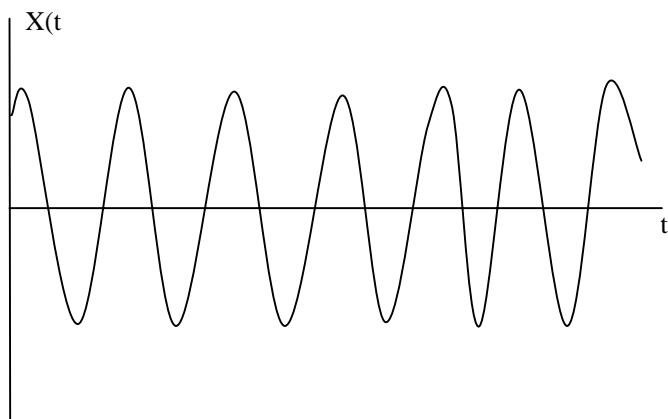
$10^{-4} - 10^{-12}$ s-radiotekhnika

$10^{-12} - 10^{-14}$ s-molekulalardaky atomlaryň yrgyldysy

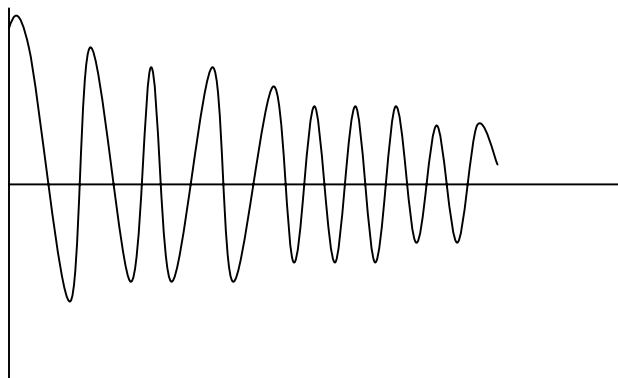
$10^{-14} - 10^{-15}$ s-optiki diapazon

$10^{-17} - 10^{-19}$ s-rentgen diapazony

periodiki däl yrgyldylara togtaýan (ýa-da ösýän) yrgyldylar (1a we 1b surat) we limitasion yrgyldylar degişlidir.



Garmoniki yrgyldylar



Sönyän yrgyldylar

(t) wagtyynyň baglylygyna. Şonuň üçin ulgamyň hereketide ýönekeý differensiýal bilen ýazylýär.

Parametirleriň paýlanma ulgamlarda, şu ulgamyň göwrümi üznüksiz paýlanandyr. Islendik kiçi elementi paýlanan her bir ulgamda massa we maýşgaklyga eýedir. Elektrik paýlanan algamyň ýagdaýynda her elemntde mahsusudyr sygym we ündüktiwlük. Paýlanan ulgamda mysalyň hili giň we amaly ulanylmalarda eýedir, kirşe aýtmak bolar, membranany, sterjynyny, iki geçirijili we koaksially elektrik liniýalary, walnawodlar we uly göwrümlü rezenantorlar we ş.m .

Hadysanyň baglylygy bir näçesiniň üýtgemegie- wagtyna (t) hem koordinatasyna-hususy hereketiň önüminiň deňlemesi getirlyär. Bu deňlemä rygyldyly deňleme diýilýän we bir görnüşli- bir ulgamly deňleme şeýle ýazylýär:

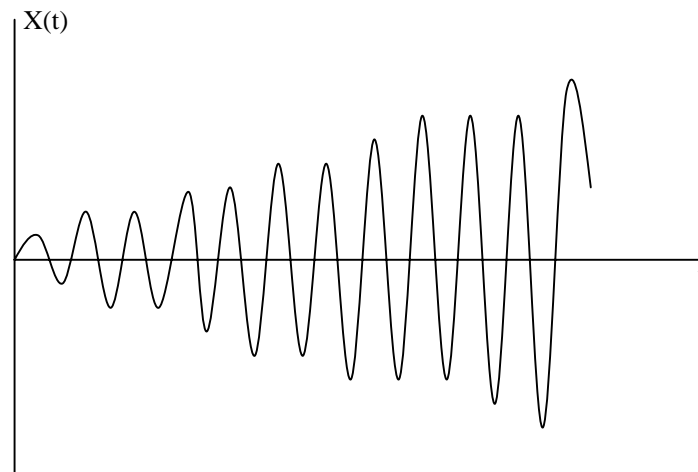
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1)$$

bu ýerde  $y=y(x,t)$ -funksiýa, hereketi häsiýetlendirýär,  $\vartheta$  - ulgamyň parametri. Bular ýaly deňlemä boýun egýär, meselem, çekilen kirşiň kese-keseginiň kiçi tolkuny. Bular ýaly ýagdaýda  $y(x,t)$ -wagt birliginde kirşiň nokatlaýyn üýtgemegi,

$$\langle Q \rangle^T = \theta_e + \sum_s^0 \left( \frac{\partial \theta}{\partial q_s} \right)_e \langle q_s \rangle^T + \frac{1}{2} \sum_s \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial q_s^2} \right)_e \langle q_s^2 \rangle^T + \dots \quad (31)$$

Ýokardaky seredilen ÝMR parametrleriniň yrgyldyly we aýlawly hallara baglylygyndan şu netijeler gelip çykýar:

- 1)  $q_s$  dolysimmetrik koordinata bolanda  $\langle q_s \rangle$  ululygynyň orta bahasy nuldany tapawutlydyr.  $\langle q_s \rangle$  potensial funksiýanyň garmoniki dälligi we merkeze ymtylmanyň ýoýulmasy bilen kesgitlenýär;
- 2) Ýokary simmetrik görnüşli molekulalar, meselem  $XY_4$ ,  $XY_n$  tekiz molekulalar (bu ýerde  $n \geq 3$ ) üçin simmetrik izotop çalyşmada aýlaw hal goşundy üýtgemez.



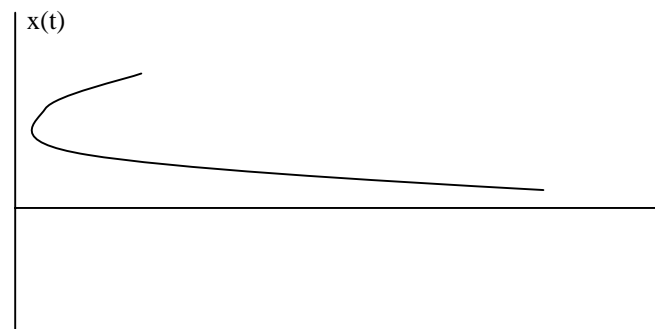
Ösýän yrgyldylar

## 9. Yayraw parametrli ulgamlar.

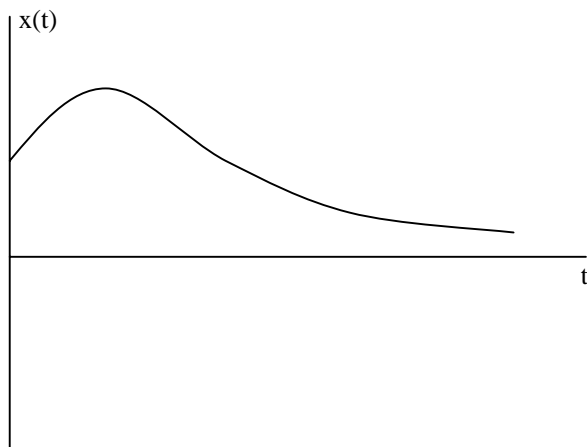
### 9.1. Iki simli cyzyk. Telegraf cyzygy. Telegraf deňlemeleri. Telegraf deňlemelerini mözmegiň aýratynlyklary. Iki simli cyzyk üçin tolku deňlemesi.

Ýokarda garalan ulgamda hemişelik ünsli seredilýän ýerli giňişlikde maýşgaklyk (mehaniki ulgamda) we masanyň elementar bölünmegi (elektrik ulgamlarda) sygymda ýa-da induktivlikde. Bu ulgamlarda nokatdan-nokada geçende tolgunma wagtyny hasaba almasaňda bolýar, bu tolkunyň periodyna garanyňda kiçidir.

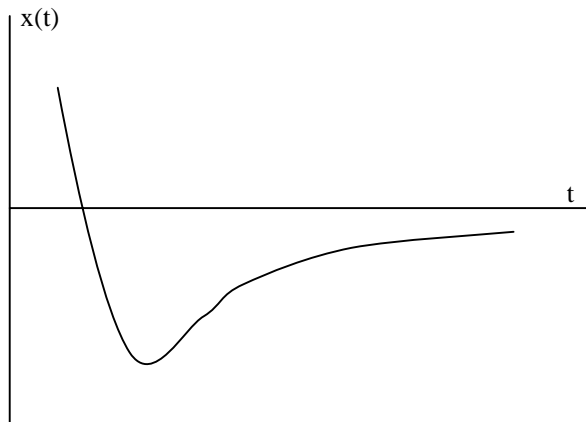
Ulgamlarda yrgyldyly hadysalar bolup geçýär, üýtgemeginiň yeketäk



Limitasion vrovldvlar



Limitasion yrgyldylar



Limitasion yrgyldylar

Limitasion yrgyldylaryň deňlemeleri şular ýaly:

$$\langle v_s + g_s / 2 \rangle^T = \frac{g_s}{2} \coth(hc w_s / 2kT) \quad (24)$$

$$\langle q_{s\sigma} q_{s'\sigma'} \rangle^T = \frac{1}{2} \coth(hc w_s / 2kT) \delta_{ss'} \delta_{\sigma\sigma'} \quad (25)$$

bolar.

Merkeze ymtylýan agzalar aşakdaky görnüşde bolar:

$$\langle Q \rangle_{cent}^T = kTL^{-1}F_S^{-1}G_S^{-1}UB\Omega X \quad (26)$$

$$\langle S \rangle_{cent}^T = kTF_S^{-1}G_S^{-1}UB\Omega X \quad (27)$$

$$\langle R \rangle_{cent}^T = kTF_R^{-1}G_R^{-1}UB\Omega X \quad (28)$$

$$\langle X \rangle_{cent}^T = kTAF_R^{-1}G_R^{-1}R^{-1}B\Omega X \quad (29)$$

bu ýerde  $\Omega$ -diagonal matrisa.

$$\Omega_{ii}^{(\alpha\alpha)} = \Omega_{\alpha} = \frac{1}{I_{\beta\beta}} + \frac{1}{I_{\gamma\gamma}} \quad (30)$$

(1.26) – (1.29) deňlemelerden merkeze ymtylýan ýoýylmanyň T proporsionaldygyny görmek bolar. Şondan başga-da özara ýadro aralygynyň termiki deňagramlaşma deňlemesine koriolis agzasy girmeyär. meselem  $XY_4$  tetraedr molekulalar üçin,  $\langle \Delta R \rangle_{cent}^T = 3kT / 4RF_{11}$ . Şeýlelikde termiki ortalasdyrylan ÝMR  $\theta$  parametr aşaky görnüşde bolar:

$$L\Lambda L = F_S^{-1} \quad (25)$$

$$A = M^{-1} B' G_R^{-1} = \Lambda M^{-1} G_S^{-1} U \quad (26)$$

Onda (1.20) deňlemedäki aşakdaka özgerer:

$$\langle Q \rangle_{cent} = L^{-1} F_S^{-1} G_S^{-1} U B \Phi X \quad (27)$$

$$\langle S \rangle_{cent} = F_S^{-1} G_S^{-1} U B \Phi X \quad (28)$$

$$\langle R \rangle_{cent} = F_R^{-1} G_R^{-1} B \Phi X \quad (29)$$

$$\langle X \rangle_{cent} = A F_R^{-1} G_R^{-1} B \Phi X \quad (30)$$

Bu ýerde S we R indeksler F we G matrisalaryň ýa simmetrik ýa-da içki koordinatalarda aňladylyandygyny görkezýär. Öňden belleýşimiz ýaly, molekulanyň simmetriýasyny yrgyldylar we aýlawlar üýtgedenok.

Şeýlelikde  $F_S$  we  $G_S$  matrisalarydaky doly simmetrik däl koordinatalara meselem bolar. Şol bir wagtda doly simmetrik däl koordinatalar üçin  $\langle Q \rangle_{cent} = 0$ .

Goy,  $\langle f \rangle^T$  - T temperaturaly termiki deňagramlylykdaky fiziki ululygyň orta statistiki bahasy bolsun. Adatça aýlaw derejeleriň arasyndaky uzaklyk  $kT$ -den kän kiçidir. Eger aýlaw energiýasy:

$$E_{rot} = \sum_{\alpha} (P_{\alpha} - \rho_{\alpha}^*)^2 / 2I_{\alpha\alpha}^{(l)} \quad (22)$$

$$\text{bolsa, onda } \langle (P_{\alpha} - \rho_{\alpha}^*)^2 \rangle^T = kT I_{\alpha\alpha}^{(l)} \quad (23) \text{ alarys.}$$

Orta yrgyldyly energiýa üçin deňleme:

$F(t) = A I^{-bt} \cos(\omega t + \phi)$  togtaýan (ösyän) yrgyldylar.

$F(t) = (A I^{-2t} - B I^{2t}) I^{-at}$  -limitasion yrgyldylar.

## 2. Yrgyldyly hereketi toparlara bölmek.

### 2.1. Yrgyldyly ulgamlaryň dinamiki häsiýetleri. Yrgyldyly ulgamlaryň görnüşleri. Yrgyldyly ulgamlaryň erkinlik derejesi. Bir we köp erkinlik derejeli ygyldyly ulgamlar.

Dinamiki häsiýetleri boýunça (fiziki alamatlary) bölünişi:

I bir erkinlik derejeli sistemalarydaky yrgyldylar

II köp erkinlik derejeli sistemalarydaky yrgyldylar

Bularyň hersinde şeýle tipli yrgyldylar bolýar:

1. Hususy yrgyldylar
  2. Mejbury yrgyldylar
  3. Parametrik yrgyldylar
  4. Awto yrgyldylar
1. Hususy yrgyldylar izolirlenen sistemada, daşky wozmuşeniýeden soň emele gelýär. Yrgyldynyň karakteri sistemanyň fiziki guruluşyny, daşyndan berilýän energiýaň wozmuşeniýasyna bagly.
  2. Mejbury yrgyldylar daşky periodiki güýçleriň täsiri astynda bolup geçýär. Yrgyldynyň karakteri daşssky güýje hem bagly.
  3. Parametrik yrgyldylar hem mejbury yrgyldylara meňzeş, Yone wozdeýstwiýaň görnüşi başga. Munda sistemaň bir patametri üýtgeýär. Sygymy, massasy we ş.m.

5. Awtoyrgyldylarda yrgyldylar daşky wozdeýstwiýalar ýokka döreýär.

Energiýa çeşmesi ýiten energiýanyň öwezini doldurýar.

Yenede bir yrgyldylaryň klasifikasiýasy:

1. Gönüçzykly sistemadaky yrgyldylar.
2. Gönüçzykly däl sistemadaky yrgyldylar.

Yrgyldylar teoriýasynyň usuly – differensial deňlemeler.

### 3. Bir erkinlik derejeli konserwatiw ulgamlarda erkin yrgyldylar.

#### 3.1. Ýitgisiz ulgamlar. Ýitgisiz ulgamlardaky erkin yrgyldylar. Ulgamyň konserwatiwlik şerti. Ýitgisiz yrgyldyly ulgamlaryň differensial deňlemesi.

Kesgitleme – erkinlik dereje sany – bu sistemada prosessi doly ýazmak (opisywat) üçin gerek bolan biri-birine bagly bolmadyk üýtgeýjileriň sanydyr. Sistemanyň erkinlik derejesini kesgitlemek köp halatlarda aňsat iş däl. Munuň üçin belli bir kesgitli usul ýokdur. Ol sistemanyň çuň fiziki analizini etmek bilen kesgitlenýär.

baglylygy gelip çykýar.  $Q_{S\sigma}$  üçin (7)-däki merkeze ymtylma agzanyň şu görnüşi bar:

$$\langle Q_S \rangle_{cent} = \frac{1}{\lambda_S} \sum_i \sum_\alpha l_{is}^{(\alpha)} m_i^{\frac{1}{2}} \alpha_i^{(l)} \langle v_1^* v_2^* \dots R / \frac{(P_\beta - \rho_\beta^*)^2}{(I_{\beta\beta}^{(l)})} + \frac{(P_\gamma - \rho_\gamma^*)^2}{(I_{\gamma\gamma}^{(l)})^2} / v_1^* v_2^* \dots \rangle \quad (19)$$

Bu ýerde  $\lambda_S = (2\pi c w_S)_0^2$ . Wektor görnüşinde

$$\langle Q \rangle_{cent} = \Lambda^{-1} \Gamma M^{\frac{1}{2}} \Phi X \quad (20)$$

X-wektor özünde saklaýan atomyň deňagramly halda dekart koordinatalaryny.  $\Lambda$  we  $M$   $\lambda_S$  we  $m_i$  elementli diagonal görnüşindäki matrisalar,  $\Gamma$ - öwrüji matrisasy:

$$M^{\frac{1}{2}} X = \Gamma Q \quad (7')$$

(7') gatnaşyk (7) funksiýanyň wektor görnüşi.

$\Phi$ - aşaky elementli diagonal görnüşli matrisa

$$\Phi_{ii}^{(\alpha\alpha)} = \Phi_\alpha = \langle v_1 v_2 \dots R \left| \frac{(P_\alpha - \rho_\alpha^*)^2}{(I_{\beta\beta}^{(l)})^2} + \frac{(P_\gamma - \rho_\gamma^*)^2}{(I_{\gamma\gamma}^{(l)})^2} \right| v_1^* v_2^* \dots R \rangle \quad (21)$$

Içki R koordinatalaryň we S simmetriýanyň koordinatalaryň garaşylýan bahasyny almak üçin A, B, U we L özgerdiji matrisalary ulanallyň:

$$X=AR, \quad R=U'S, \quad S=LQ, \quad R=BX \quad (23)$$

$$\text{we (1.16) deňligi ulanyp: } \Gamma = M^{\frac{1}{2}} A U' L \quad (24)$$

Deňsizligiň ilkinji iki agzasy garmoniki däl potensial funksiýanyň we 3-njisi merkeze ymtylma netijesinde gelip çykýar. (14) deňsizligiň ähli agzalary diňe doly simmetrik yrgyldy bilen baglydyr.

Şeýlelikde molekulanyň simmetriýasy aýlanma we yrgyldy netijesinde üýtgänok.

#### 8.4. Molekulalarda atomlaryň yrgyldyly hereketiniň rezonans hadysasyna täsiri.

Gözlenilýän  $q_{S\sigma}, q_{S'\sigma'}$  bahalar tolkun funksiýasynyň nulunjy tertibi bilen aňladylýar:

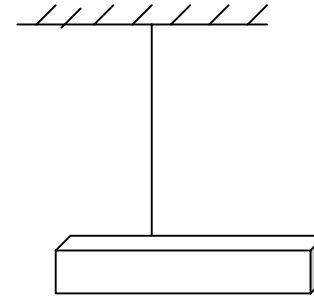
$$\langle v_1 v_2 \dots R / q_{S\sigma}, v_1 v_2 \dots R \rangle = (1 / g_S)(v_S + g_S / 2) \delta_{SS'} \delta_{\sigma\sigma'} \quad (15)$$

Islandik f fiziki ululygyň bahasy, şeýlede  $\langle r \rangle$  ýadrolaryň aralygy,  $q_s$  we  $q_{s\sigma}^2$  ululyklaryň ortaça bahalaryny girizmek esasynda tapmak aňsatdyr.

Islandik f ululyk üçin

$$f = f_e + \sum_{s < A_1} \left( \frac{\partial f}{\partial q_s} \right)_e \left[ -\frac{1}{w_s} \left\{ 3K_{SSS} \left( v_S + \frac{1}{2} \right) + \sum_{S'} h_{SS'S'} (v_{S'} + g_{S'}/2) \right\} + \frac{1}{4\pi c w_s} \left( \frac{1}{h c w_s} \right)^2 \sum_{\alpha} a_s^{(\alpha\alpha)} \frac{1}{(I_{\alpha\alpha}^{(I)})^2} \langle v_1^* v_2^* \dots R | (P_{\alpha} - \rho_{\alpha}^*)^2 | v_1^* v_2^* \dots R \rangle \right] + \frac{1}{2} \sum_{s\sigma} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial q_s^2} \right) \frac{1}{g_s} \left( v_s + \frac{g_s}{2} \right) \quad (16)$$

(16)- deňlemeden görnüşine görä merkeze ymtylýan ýoýma yrgyldyly hala bagly bolman, diňe ikinji tertipli aýlanma hala



Şeýle sistema seredip görelin.

Şu sistemanyň erkinlik derejesi näçe?

Jogap şu sistemanyň fiziki häsiýetlerine we biziň nähili prosesleri öwrenjeimize baglydyr.

Eger jisimiň ölçegleri maýatnigiň uzynlygyndan has kiçi bolsa, sapagyň deformasiýasy hem örän kiçi bolsa, onda bu sistema matematiki maýatnik hökmünde seredip bolar we onuň iki erkin derejesi bardyr. Eger-de yrgyldy wagty sapak bir tekizlikde bolsa, onda sistemanyň bir erkin derejesi bardyr.

Energiýa zapasy üýtgemeyän izolirlenen yrgyldylar sistemasyna konserwatiw sistema diýilýär. Bu ideal sistemadyr. Hakyky yrgyldylar sistemasynda oňda-kände energiýa ýitgisi bardyr.

Ýöne haýal togtaýan yrgyldylar sistemalar konserwatiw sistema bolýar. Şonuň üçin konserwatiw sistemalary öwrenmek bilen real sistemalary öwrenip bolar.

Bir erkin dereje sistema üçin onuň dofformasiýa deňlemesini ýazalyň

$$X = \Phi(X, X) \quad (1)$$

Eger  $X=0$  bolsa onda

$$X=f(x) \quad (2)$$

$X$ -getirilen inersiýa güýjidir,  $f(x)$  bolsa  $x$  bilen baglanşykly güýçdir

(maýyşgakly güýji). Bu ýerde  $m=1$  hasap edilýär.

Eger sistema elektrik sistemasy bolsa, onda  $x$ -zarýad.

(2) deňlemäniň çep tarapy induktiwligiň emele getirýän erkin

derejesiniň, sagy sygymyň erkin derejesidir.

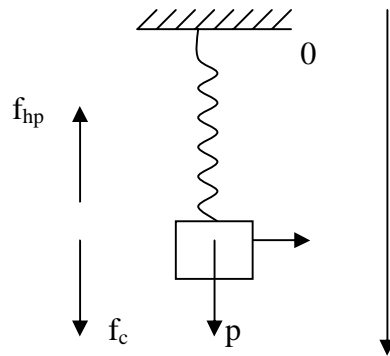
Aşakdaky yrgyldy sistemasy üçin difformasiýa deňleme düzeliň:

Wertikal herekete seredeliň.

Hereket kanunyny şeýle ýazmak bolar:

$$m\ddot{x}_1 = -f_{pr} + f_{sr} + P \quad (2)$$

$X_1$



konserwatiw sistema üçin  $f_s=0$ . Pružiniň massasyny hasaba alamzok.

$F_{pr}$ -diňe  $x_1$ -e bagly.

$F_{pr}$ -i Teýloryň hataryna gargadýarys.

$$F_{pr}^{(x)} = f_{pr}(x_0) + (x_1 - x_0)k + (x_1 - x_0)^2 b + \dots \quad (3)$$

$K$  we  $b$ -hemişelik ululyklar.

Eger  $f_{pr}(x)$ -y göniçyzyk görnüşinde göz önüne getirip bolsa onda

$F_{pr} = f_{pr}(x_0) + k(x_1 - x_0)$  – bu ukuň kanunydyr.

birinji tertipli ýakynlaşmada koeffisientler

$$(E_{v_1 v_2 \dots R}^{(0)} - E_{v_1' v_2' \dots R}) \quad (13)$$

Bu gatnaşyklardaky  $V_1, V_2, \dots$  uly indeksler tolkundrylan tolkun funksiýasyna bagly,  $v_1, v_2, \dots$  kiçi tolkundrylmadyk tolkun funksiýalara bagly.

Eger-de birinji tertipli tolkun funksiýasyny  $q_{s\sigma}$  ululygyň orta bahasyny tapmakda ulansak, onda diňe  $\langle v_1 v_2 \dots v_s \pm 1 | V_1 V_2 \dots V_s \dots R \rangle$  görnüşdäki koeffisientler gerek, sebäbi ähli matrisa görnüşli  $q_{s\sigma}$  elementler  $\Delta \mathcal{G}_s = \pm I, \Delta \mathcal{G}_s = 0 (S' = S)$  we  $\Delta R = 0$ -den başgalary ýitýärler.

Bu ýerde  $\mathcal{G}_s$  diňe doly simmetrik yrgylda bagly, ýagny simmetrik däl  $\mathcal{G}_a$  koeffisient üçin  $\langle \mathcal{G}_1 \mathcal{G}_2 \dots \mathcal{G}_a \pm 1 \dots R | \cdot \mathcal{G}_1 \mathcal{G}_2 \dots \mathcal{G}_a \dots E \rangle = 0$ .

Garalýan  $q_s$  doly simmetrik koordinata aşaky ýaly bolyar:

$$\langle V_{V_2 \dots R} | q_s | V_1 V_2 \dots R \rangle = -\frac{1}{\omega_s} \left[ 3K_{sss} \left( v_s + \frac{1}{2} \right) + \sum_{s'} K_{ss's'} (v_{s'} + g_{s'}/2) - \frac{1}{4\pi c} \left( \frac{1}{hcw_s} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_a \frac{a_s^{(\alpha\alpha)}}{(I_{aa}^{(l)})^2} \langle v_1^* v_2^* \dots R | (P_\alpha + p_\alpha^*) | v_1^* v_2^* \dots R \rangle \right] \quad (14)$$



$K$  – tolkun sanlarda kesgitlenen kubik görnüşli potensial hemişeligi;  
 $I_{\alpha\alpha}^{(l)}$  - momentleri deňagramly konfigurasiýada  $\alpha$  oklary ugry boýunça baş inersiýa momenti;  
 $a_{s\sigma}^{(\alpha\beta)}$  -  $I_{\alpha\beta}$ -ny normal koordinatalara görä paýlaşdyrylandaky ýüze çykýan koeffisient;  
 $P_\alpha$  -  $\alpha$  okunyň ugrundaky doly burçuň momentiniň komponenti;  
 $\rho_\alpha, \rho_\alpha^*$  -  $\alpha$  okuna görä yrgyldyly burç momentini, ýyldyzjyk bolsa emele gelme (wyzroždeniýe) yrgyldy bilen dörän burç momentini aňladýar.

Sistemanyň nolunjy tertipli energiýasy aşaky görnüşde berilýär:

$$E_{v_1 v_2 \dots k}^{(0)} = \sum_s h c w_s \left( v_s + \frac{g_s}{2} \right) + E_k^{(0)} \quad (11)$$

$v_s$  –  $S$ -nji normal yrgyldynyň normal kwant sany;

$R$  – aýlaw haly alamatlandyrýar;

$g_s$  – yrgyldylaryň multipletligi.

Eger tolgunmadyk  $H^0$ -y hususy funksiýasyna  $|v_1 v_2 \dots R\rangle$  bolsa, onda  $H^0 + H^{(1)}$  operator üçin birinji tertipli tolgunan funksiýasy aşaky ýaly bolar:

$$\left| V_1 V_2 \dots R \right\rangle = \sum_{v'_1 v'_2 \dots R'} \left| v'_1 v'_2 \dots R' \right\rangle \langle v'_1 v'_2 \dots R' | V_1 V_2 \dots R \rangle \quad (12)$$

$$\langle v_1 v_2 \dots R | V_1 V_2 \dots R \rangle = \langle v'_1 v'_2 \dots R' | V_1 V_2 \dots R \rangle =$$

$$\langle v'_1 v'_2 \dots R' | H^{(1)} | v_1 v_2 \dots R \rangle = 1$$

$X = x_1 - x_2$  – täze koordinatlar sistemasyna geçeliň.

$f_{pr}(x_0) = P$ . Onda deňleme şeýle görnüşli alar

$$m\ddot{x} = -f_{pr}(x_0) - kx + P$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \text{ ýa-da } \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (4)$$

$$\omega^2 = k/m$$

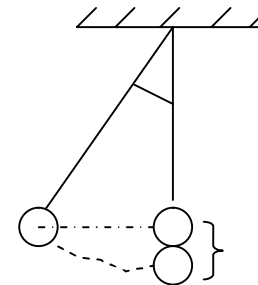
(4)-deňlemäniň çözüwi

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$A, B$ -hemişelik ululyklar, başlangyç şertlere bagly.

Yrgyldynyň periody  $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k}$

$\omega = \sqrt{k/m}$ -aýlaw ýygyllyk.

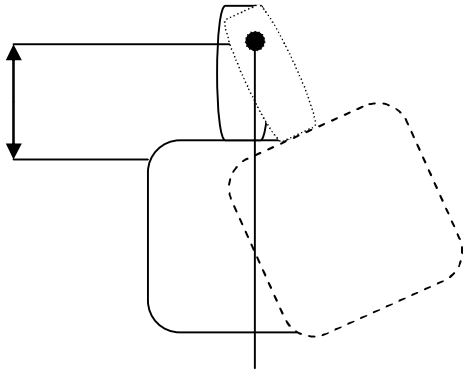


Matematiki maýatnik

$$\varphi + g\varphi/l = 0$$

$$\omega^2 = g/l$$

$g$ -agyrlyk güýjiniň tizlenmesi



### Fiziki maýatnik

$$\varphi + mga\omega/I = 0$$

$$\omega^2 = mga/I$$

I-inýersiýa momenti

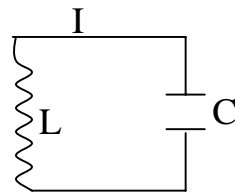
Elektrik yrgyldyly kontur

$$LdI/dt + 1/c \int Idt = 0$$

$$Lq + 1/c = 0$$

$$q + 1q/Lc = 0 \quad \omega = \sqrt{1/Lc}$$

Tema 3 soňy



Yrgyldyly kontur

$$\ddot{X} = f(x) - \text{ge täze üýtgeýän girizeliň: } \dot{X} = y$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dx} y$$

$$q_{s\sigma} = (4\pi^2 c w_s / h)^{\frac{1}{2}} Q_{s\sigma} \quad (6)$$

$$m^{\frac{1}{2}} \Delta \alpha_i = \sum_{s\sigma} l_{is\sigma}^{(\alpha)} Q_{s\sigma} \quad (7)$$

$$a_{s\sigma}^{(\alpha\alpha)} = 2 \sum_i m_i^{\frac{1}{2}} (\beta_i^{(l)} l_{is\sigma}^{(\beta)} + \gamma_i^{(l)} l_{is\sigma}^{(\alpha)}) \quad (8)$$

$$a_{s\sigma}^{(\alpha\beta)} = -2 \sum_i m_i^{\frac{1}{2}} \alpha_i^{(l)} l_{is\sigma}^{(\beta)} \quad (\alpha \neq \beta) \quad (9)$$

$$P_\alpha = \sum_{s\sigma} \sum_{s'\sigma'} \xi_{s\sigma s'\sigma'}^{(\alpha)} (w_{s'} / w_s)^{\frac{1}{2}} q_{s\sigma} P_{s'\sigma'} \quad (10)$$

Bu ýerde -  $\alpha, \beta, \gamma$  X, Y, Z koordinatlaryň bahalaryny alýan indekslerdir. Koordinata oklary esasy inersiýa momentiniň oklary bilen gabat gelyäler.

$m_i$  – i-nj atomyň massasy;

$\alpha_i^{(l)}$  - i-nji atomyň deňagramly dekart koordinatasy;

$\Delta \alpha_i$  – i-nji atomyň dekart süýşmesi;

$q_{s\sigma}$  - ölçegsiz normal koordinata

$P_{s\sigma}$  -  $q_{s\sigma}$  bilen çatryndaş moment;

$l_{s\sigma}$  - (1.5) deňlikdäki matrisanyň elementi;

$v$  -  $\text{sek}^{-1}$ -däki S-nji normal ýygylgy;

$\omega_S$  – tolkun sanlaryndaky S-nji normal ýygylgyk;

özara spin täsir hemişelikleriň baglanşygy özara ýadro aralykara bagly bolany üçin temperaturanyň üýtgemegi bilen şol hemişelikleriň üýtgemegi bolýar.

Garmoniki däl yrgyldy netijesinde ekranlaşma hemişeligi we özara spin täsir hemişelikleriň molekulalarynyň düzüminiň olaryň izotoplaryna baglydygy görünýär (mysal üçin H<sub>2</sub> we HD).

Bu ýerden agyr izotopomerleriň yrgyldy derejeleri ýeňil izotopomerleriň yrgyldy derejelerinden aşakda ýerleşen, şonuň üçin izotop çalyşma netijesinde ekranlaşma we özara spin täsir hemişelikleri üýtgär.

Indi bolsa molekulanyň tolkun we aýlaw haly boýunça ÝMR özara täsir hemişelikleriň orta bahalarynyň deňlemelerini alalyň.

Molekulanyň aýlanmagyny we yrgyldysyny hasaba alýan gamiltonian aşaky görnüşde ýazylýar [2-3]:

$$H = H^0 + H^{(1)} + \dots \quad (3)$$

$$H^0 = \frac{hc}{2} \sum_s \omega_s [(P_{s\sigma} / \hbar)^2] + \frac{1}{2} \sum_\alpha P_\alpha^2 / I_{\alpha\alpha}^{(L)} \quad (4)$$

$$H^{(1)} = hc \sum_{S\sigma} \sum_{S'\sigma'} \sum_{S''\sigma''} K_{S\sigma S'\sigma' S''\sigma''} q_{S\sigma} q_{S'\sigma'} q_{S''\sigma''} - \sum_\alpha (\rho_\alpha P_\alpha / I_{\alpha\alpha}^{(l)} - \frac{1}{4\pi} \sum_{S\sigma} (-\frac{1}{c\omega_s})^2 \sum_{\alpha\beta} a_{S\sigma}^{(\alpha\beta)} (P_\beta - \rho_\alpha^*) (P_\beta - \rho_\beta^*) / I_{\alpha\alpha}^{(l)} I_{\beta\beta}^{(l)} q_{S\sigma}) \quad (5)$$

Bu ýerde ölçegsiz normal koordinata q, normal koordinata Q bilen baglanyşyklydyr:

Onda  $\frac{dy}{dx} y = f(x)$  differensirläp alarys

$$\frac{1}{2} y^2 - \int f(x) dx = h \quad (5)$$

$-\int f(x) dx = V(x)$  - potensial energiýa,  $\frac{y^2}{2}$  - kinetik energiýa.

**3.2. Yrgyldylaryň faza şekilini gurmak. Faza tekizliginiň we aýratyn nokatlaryň häsiýetleri. Ýitgisiz ulgamlarda yrgyldynyň faza şekiliniň separatrisasy. Faza şekiliniň kömegi bilen yrgyldyhyň häsiýetnamalaryny kesgitlemek.**

Absisasynda x, ordinatasynda y=x bolan doly sistemasyna göz önüne getireliň. Koordinatlary x(t) we y(t) bolan nokada şekillendiriş nokady diýilýär. Sistema hereket edende bu nokat käbir egri boýunça hereket eder. Oňa faza traektoriýasy diýilýär.

Sistemada deňagramlygyň emele gelýän şertine seredeliň. Onda

$$y=x=0, \quad y=x=0 \text{ (tizlik we güýç } = 0 \text{)}.$$

$$y=0, x=x,$$

nokatlarda  $f(x_i)=0$  we potensial funksiýa  $v(x)$   $x=x_i$  bolanda ekstremumy bardyr  $f(x_i)=dv(x)/dx|_{x=x_i}=0$  (6) şu şertiň erine etýän aýratyn nokatlaryna-birinji tertipli aýratyn nokatlar diýilýär.

Eger  $dv(x)/dx|_{x=x_i}=0$  bolsa onda n-nji tertipli aýratyn nokatlar diýilýär.

Seýlelikde aýratyn nokatlar sistemanyň deňagramlyk ýagdaýy bilen gabat gelýär.

Goý faza tekizliginde  $x=x_i$ ,  $y=0$  aýratyn nokat bolsun.  $V(x_i)=h_i$  belläliň. Eger  $v(x)$   $x=x_i$  bolanda minimuma eýe bolsa onda

$$dv(x)/dx|_{x=x_i}=0$$

$$d^2v(x)/dx^2|_{x=x_i}>0$$

$x=x_i$  nokadyň töwereginde  $v(x)$ -n hatara dargadalyň

$$v(x)=v(x_i)+dv/dx|_{x=x_i}\xi + 1/2d^2v/dx^2|_{x=x_i}\xi^2 + \dots$$

$$\xi=x-x_i$$

$x$ -yň we  $y$ -iň kiçijik wariasiýalary üçin ýazyp bolar

(5\*)-e meňzeş deňlemäni şeýle ýazyp bolar

$$1/2\eta + v(x_i) + 1/2d^2v(x)/dx^2|_{x=x_i}\xi^2 = h \quad (7)$$

### 8.3.Molekulalarda atomlaryň yrgyldyly hereketi.

Izolirlenen molekulanyň ölçenilýän izotop ÝMR parametrleri magnit meýdanynda molekulanyň oriýentasiýalarynyň orta statistik bahasy bilen häsiýetlendirilýär. Spektral parametrlər hem, Bolsmanyň faktoryna görä hallaryň gürligini hasaba almak bilen, yrgyldyly-aýlanma hallar boýunça orta bahany kesgitlemek bilen şertleşilendir.

Bolsmanyň faktory şeýle kesgitlenýär.

$$P_i = \text{EXP}(-E_i/kT) \quad (1.3) \quad (1)$$

$E_i$  – ýagdaýyň energiýasy,  $T$  – temperatura

Umumy ýagdaýda ekranlaşma we özara spin täsir hemişelikleri ýadronyň koordinatalarynyň funksiýasy bolup durýar.

Ýadroara potensial simmetrik däl, şonuň üçin molekulanyň yrgyldysy, molekulanyň netijesinde geometrik deňagramlygyny bozýar. Şondan başgada molekulalaryň aýlanmagy bilen atomlar süýşýärler.

Iki atomly molekulalarda garmoniki däl potensial we merkeze ymtylmadan döreýan goşulyjy temperaturanyň artmagy netijesinde himiki baglanşygyň orta uzynlygyny artdyrýar. Yrgyldyly kwant sanynyň artmagy bilen garmoniki däl potensialyň artyşy ýaly, ýadrolaryň aralyklary hem artýar. Şondan başgada aýlaw kwant sanynyň artmagy bilen molekulalaryň gaty dälligi netijesinde hem ýadro aralyklarynda üýtgeşme ýüze çykýar. Ýadronyň ekranlaşma we

Iň soňynda kinetik energiýa:

$$T = mx_1^2/6 + mx_1x_2/6 + mx_2^2/2 + mx_2x_3/3 + mx_3^2/3$$

Indi Lagranžyň deňlemesini ulanyp agramyň matrisasyny we güji alarys:

$$M = \begin{pmatrix} M/3 & M/6 & 0 \\ M/6 & m & M/3 \\ 0 & M/2 & 2m/3 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 2c & 0 \\ 0 & 0 & 3c \end{pmatrix}$$

$$\text{Yada } \eta^2 + \alpha \xi^2 = 2(h - h_i)$$

$$\eta = y \quad \alpha = d^2v/dx^2|_{x=x_i} > 0$$

Biz şu (7) deňlemäni aldyk. Ol faza traektoriýalarynyň deňlemeleridir. Bu ellipsleriň deňlemeleridir. Bu ellipsler özleriniň ýarym oklary bilen biri-birlerinden  $(h - h_i)$  tapawutlanýarlar.

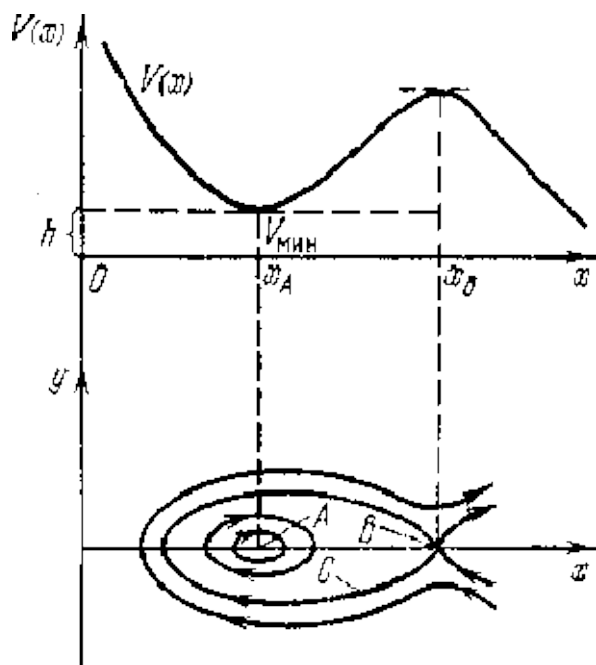
Faza çyzyklarynyň we aýratyn nokatlaryň toplumyna faza portreti diýilýär.

Indi sistemanyň energiýasynyň maksimum ýagdaýynda onuň deňagramlyk ýagdaýynda seredeliň. Onda öňki ýaly wykladkalar etmek bilen şeýle deňleme alarys

$$d^2v(x)/dx^2|_{x=x_i} = \alpha < 0$$

$$\eta - \xi^2 \alpha = 2(h - h_i) - \text{giperbolaň deňlemesi}$$

Deňlemeleň grafigini guralyň



Separatrisanyň ýerleşşi mümkin bolan hereketleriň oblastlaryna görkezýär.

$d/dt(dL/dy) - dL/dx = 0$  – Lagranjyň deňlemesi

**3.3. Hakyky yrgyldyly ulgamlar. Hakyky yrgyldyly ulgamlarda erkin yrgyldylar. Hakyky yrgyldyly ulgamlarda ýitgini hasaba almak. düzmek. Ýitgili ulgamlarda garşylyk güýjiniň tizlige baglylygy.**

Goý yrgyldynyň umumy deňlemesi

$$\ddot{X} = \Phi(x, \dot{x})$$

Wertikal tekizlikde hereket edýän steržniň kinetik energiýasyny massalaryň ortalyk postupatel hereketi we okuň ýandan aýlanýan aýlaw hereketi goşup alyp bolýar:

$$T = 1/2 m z_1^2 + 1/2 I_1 O_1^2 + 1/2 m z_2^2 + 1/2 I_2 O_2^2 \quad (23)$$

Şu ýerde  $z_1, z_2$ - sterženleriň ortalyk massa koordinatlary;  $O_1 O_2$ -steržiniň öwrüm çüňkleri wertikal tekizlikde;  $I_1 I_2$ - steržiniň inersiýa momentleri oka görä. Steržin üçin  $I = ml^2/12$ .

$$T = 1/2 m z_1^2 + 1/2 m l^2 O_1^2 / 12 + 1/2 (2 m z_2^2) + 1/2 (2 m l^2 O_2^2 / 12) \quad (24)$$

Potensial energiýa-deformirlenen pružinleň energiýasy:

$$V = 1/2 C X_1^2 + 1/2 (2 C X_2^2) + 1/2 (3 C X_3^2) \quad (25)$$

Kinetik energiýany  $x_1 x_2 x_3$  koordinatlara öwürleň

$$Z_1 = (x_1 + x_2)/2 \quad z_2 = (x_2 + x_3)/2$$

$$O_1 = (x_1 - x_2)/l \quad O_2 = (x_2 - x_3)/l$$

**8.2. Köp erkinlik derejeli ulgamlarda yrgyldyny hasaplamak. Köp erkinlik derejeli ulgamlarda yrgyldyny hasaplamak üçin kompýuterleri ulanmak. Hususy bahalary we hususy wektorlary hasaplamak.**

(11 a, 11 b) görnüşdäki deňlemeler ulgamynyň çözüwi derňewiň sanlaýyn usulynda gowy işlenendir. Bu mesele özüniň aňladylyşynyň we özüniň berlen matrissasynyň wektorynyň meselesi diýilip

atlandyrylýar

$$\Phi = K^{-1}M \quad \text{ýa} - \text{da} \quad F = M^{-1}K \quad (20)$$

Bu mesele iki sany bölek meselelerden durýar:

- 1) Karakteristkaly deňlemäniň köküni saýlamak.

$$\left| \Phi - \omega^2 E \right| = 0 \quad (21)$$

Bu ýerde E – birlik matrissa.

- 2) Degişli özüniň  $\Phi$  ýa – da F matrissalarynyň wektoryny tapmak.

Birinji bölek mesele çözüleninde iki sany usul ulanylýar:

Iki gaty steržen m we 2m massaly we l uzynlykly üç pružinda asylan, gatylygy c, 2c we 3c deňdir. Ýygylgyny we wertikal yrgyldylaň formasyny tapmaly. Başgy berilenler: m=2, c=3. Umumy koordinat hökmünde  $x_1 x_2 x_3$  alalyň.

bolsyn.

konserwatiw sistema üçin  $\phi(x,y)=h$ .

$y^2/2 + V(x) = h$  – energiýa zapasy hemişelik

Konserwatiw däl sistemada  $\phi(x,y)=W(t)$

Nirede  $dW/dt \neq 0$

$W(t)$  – energiýa zapasynyň mgnowen bahasy.

Dissipatiw sistemada  $\frac{dW(t)}{dt} < 0$  – energiýa ýitgisiniň

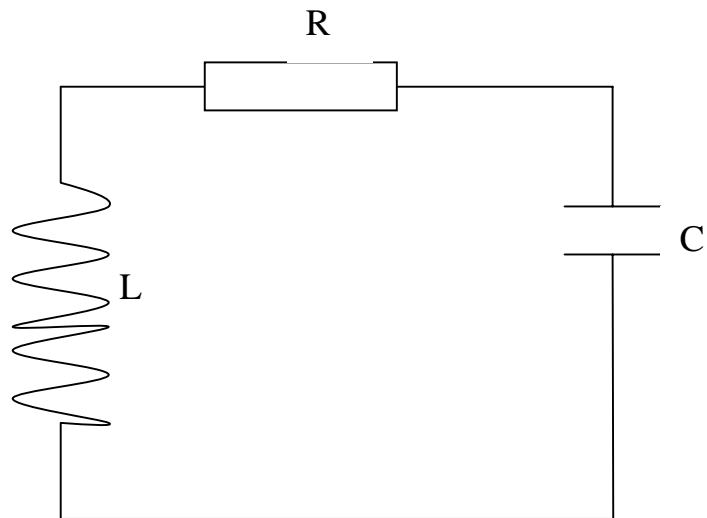
bardygyny görkezýär.

Dissipasiýa tizligini  $F(x,y) = -dW/dt$  belläliň. Dissipatiw sistemada hemişe  $F(x,y) > 0$   $F(x,y)$  – ýitgi kuwwaty. Ýönekeýje sistemada energiýa deňlemesi.

$y^2/2 + V(x) = W(t)$ .

Güýçler deňlemesine geçeliň

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} y^2 + V(x) \right) = -F(x, y)$$



$$\dot{y} - f(x) + \frac{1}{y} F(x, y) = 0$$

$$V(x) = - \int_0^x f(x) dx$$

bu ýerde  $f(x)$  – gaýdyp gelýän güýç.

$$\frac{1}{y} F(x, y) = - \frac{1}{y} \frac{dW}{dt} - \text{sürtülme güýçi.}$$

Sürtülme güýji  $y=0$  bolanda nula öwrülmelidir. Ýagny sürtülme güýji diňe hereket bar wagtynda noldan tapawutlanýandyr.

$$A_S = A_{SI} Q_S \quad (16)$$

Konserwatiw ulgamda ähli  $\chi_{SM}$  koeffisientler hakykydyr, ýagny, öz ýygylklarynda berlen ähli koordinatalaryň yrgyldysy fazada ýa – da garşylykly fazada bolup geçýär.  $A_s^*$  wektor üçin analog görnüşde alarys

$$A_S^* = A_{SI}^* Q_S \quad (17)$$

Şonuň üçin özüniň  $S$  yrgyldysyny aşakdaky görnüşde görkezip bolýar:

$$X_S = A_{SI} Q_S l^{i\omega_s t} + A_{SI} Q_S l^{-i\omega_s t} \quad (18)$$

(9) matrissaly deňlemäniň umumy çözüwi (18) superpozisiýa çözüwi görkezýär.

$$X_t = \sum_{S=1}^n C_S Q_S \cos(\omega_s t + \varphi_S) \quad (19)$$

Bu ýerde  $C_S = 2 / A_{SI}$ .

(19) – ky  $C_S$  bilen  $\varphi_S$  başdaky şertler bilen kesgitlenilýär,

$\omega_S$  ýygylgyň we  $Q_S$  yrgyldynyň formasy bolsa, ulgamyň parametrlerine baglydyr.



Sebäbi (11) deňlemäniň ähli koeffisientleri hakyky sanlardyr,öz

$\omega_s$  ýygylgyna deňişli  $X_s$  wektor aşakdaky görnüşde ýazylýar:

$$X_s = AS \exp(i\omega_s t) + AS^* \exp(-i\omega_s t) \quad (13)$$

Nirede  $A^* - A_s$  wektora çatrymly.

$A_s$  ampletudaly wektor şu aşakdaky deňlemäni kanagatlandyryýan bolmaly

$$(-\omega_s^2 M + K)A_s = 0 \quad (14)$$

Bu matrisaly deňleme  $A_s$  ampletuda üçin birmeňzeş deňlemelere we ulgama ekwiwalentdir. Ampletudanyň birinji indeksi öz ýygylgynyň tertibine deňişlidir, ikinji indeksi bolsa, koordinatanyň tertibine deňişlidir. (14) – nji ulgamdan ampletudalaryň gatnaşygyny tapyp

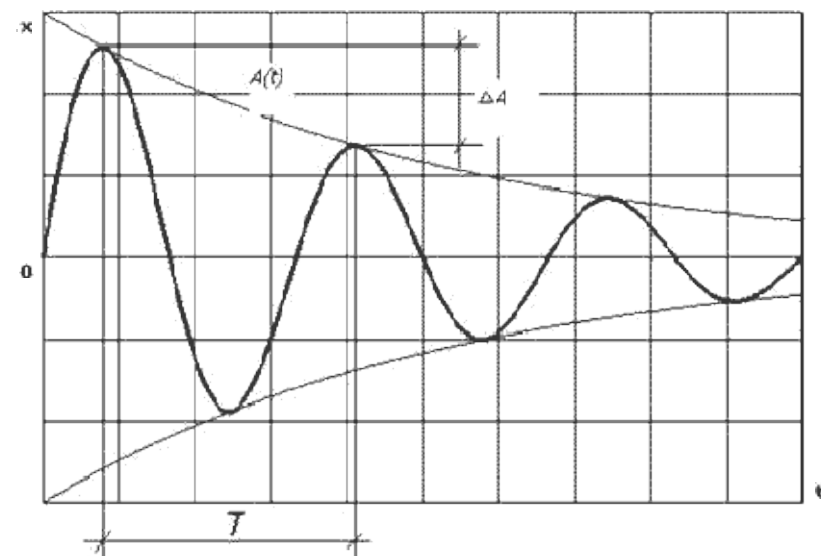
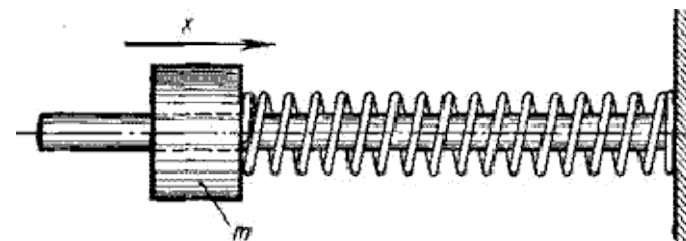
bolýar:  $A_{SM} / A_{SI} = \chi_{SM}$

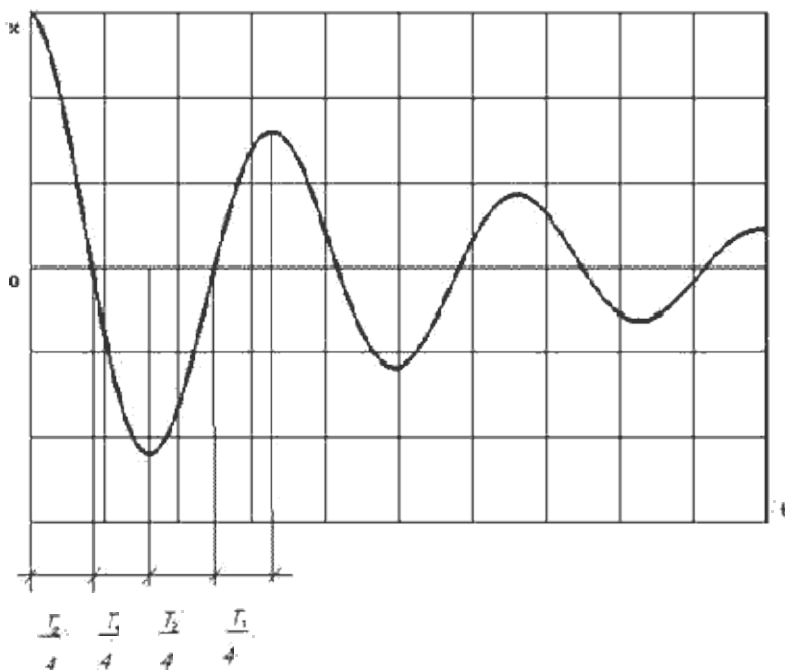
$\chi_{SM}$  ululygy  $Q_s$  wektor döredýär, ol hem öz gezeginde  $\omega_s$  ýygylgynyň gatnaşyk ampletudasynyň wektor koeffisienti diýilip ýa – da öz yrgyldyly ulgamynyň  $S$  – nji görnüşi diýilip atlandyrylýar.

Hemme  $S$  üçin  $\chi_{SM}$  koeffisienti kwadrat matrissany döredýär

$$@@@@@ \quad (15)$$

$A_s$  ampletudaly wektor  $Q_s$  – iň üsti bilen aşakdaky görnüşde aňladylýar:





Köp dissipatiw sistema üçin sürtülme güýji tizlige (ýa-da tok güýjüne) baglydyr. Ýöne bu baglylyk sistema görä dürli-dürlidir.

### 3.4. Togtaýan yrgyldylar. Togtaýan yrgyldylaryň faza portreti. Togtaýan yrgyldylaryň differensial deňlemesini çözmegiň usullary. Faza portretini gurmak üçin deňleme. Faza portretiniň aýratyn nokatlary.

Sürtülme güýjüniň tizligiň birinji derejesine proporsional ýagdaýyna seredeliň. Bu ýagdaý yrgyldyly kontura omiki garşylyk bar ýagdaýynda bolýar. Onuň dif. deňlemesi şeýledir:

$$\ddot{X}g = -\omega^2 A l^{i\omega t}$$

Matrisanyň assosiýasiýa häsiýetinden peýdalanyp, (9) – yň ýerine ýazyp bileris

$$((- \omega^2 M) + k)A = 0 \quad (11)$$

(11) – nji ulgamy iki görnüşde aňladyp bolýar:

$$\text{ýa} \quad (M^{-1}k)A = \omega^2 A \quad (11 \text{ a}) \quad \text{görnüşde}$$

$$\text{ýa – da} \quad (k^{-1}M)A = \frac{1}{\omega^2} A \quad (11 \text{ b}) \quad \text{görnüşde}$$

Bu ýerden, diskret konserwatiw yrgyldyly ulgamdaky erkin yrgyldylaryň we amplitudalaryň tapylyşynyň meselesi ( $M^{-1}K$ ) ýa – da ( $K^{-1}M$ ) matrisalaryň öz aňladylyşynyň meselesi bolup durýar.

Haçanda determinant diňe şu ýagdaýda

$$| - \omega^2 M + k | = 0 \quad (12)$$

bolanda, (11) –nji birhilli matrissaly deňleme triwial däl çözüwi alyp biler.

(12) – den ulgamyň öz yrgyldyly ýygylgyny kesgitläp bolar

$$\omega_s^2, s = 1, 2, \dots, n$$

$$M_{n1} \quad M_{n2} \dots \quad m_{nn}$$

$$k_{11} \quad k_{12} \dots \quad K_{1n}$$

$$K_{21} \quad k_{12} \dots \quad k_{2n} \quad =k$$

$$k_{n1} \quad k_{n2} \dots \quad k_{nn}$$

$X_1, x_2, \dots, x_n$  koordinatlary matrisa görnüşinde ýazalyň

$$X_1$$

$$X = X_2$$

$$X_n$$

$$(6) \text{ deňleme matrisa görnüşinde: } mx+kx=0 \quad (9)$$

$mx$  ululygy inersiýa güýjüniň wektory diýilýär.

Differensial kursundan bilişimize görä matrisa deňlemäniň çözülişi wektor görnüşinde gözlenilýär:

$$X = Ae^{i\omega t} \quad (10)$$

(10) – dan ikinji önüm gelip çykýar

$X+2\delta x+\omega^2_0x=0$   $\delta$ -koeffisiýent zatuh-e  $1/\delta=\tau$ -wagtyň hemişeligi.

Eger  $y=x$  bolsa

$$Y=-2\delta y-\omega^2_0x \quad dy/dx=-2\delta y+\omega^2_0x/y$$

$Z=y/x$  ýerine goýalyň

$$dzx/dx+z=-2\delta zx+\omega^2_0x/zx; \quad dzx/dx=-z^2x+2\delta zx+\omega^2_0x/zx$$

$$dz/dx=-z^2+2\delta z+\omega^2_0/zx \quad zdz/z^2+2\delta z+\omega^2_0=-dx/x$$

şu deňlemäni integrirläliň

$$\int xdx/ax^2+bx+c=1/2a\ln|ax^2+bx+c|-b/2a\int dx/ax^2+bx+c$$

$$\int dx/ax^2+bx+c=2/\sqrt{4ac-b^2}\arctg 2ax+b/\sqrt{4ac-b^2}$$

Integrirlänimizden soň alarys

$$\ln[x^2(z^2+2\delta z+\omega^2_0)]=2\delta\arctg/\omega \quad z+\delta/\omega+\ln c$$

Erkin hemişelik,  $\omega^2=\omega^2_0-\delta^2$ .

$x$  we  $y$  ululuklara gaýdyp gelip alarys

$$y^2+2\delta xy+\omega^2_0x^2=c \exp(2\delta\arctg/\omega y+\delta x/\omega x)$$

$$\omega^2_0>\delta^2 \text{ bolanda } \rho^2=c_1\exp(2\delta/\omega\theta)$$

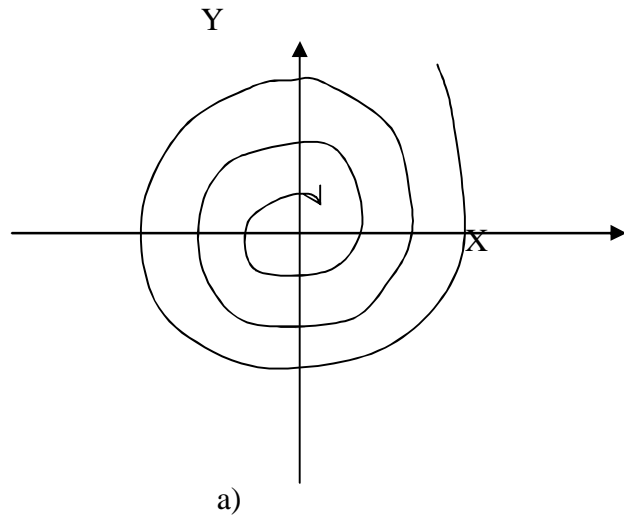
$$y+\delta x=u, \quad u=\rho\sin\theta, \quad \omega x=V, \quad V=\rho\cos\theta$$

eger  $\omega^2_0>\delta^2$  bolsa şeýle deňlemäni alarys

$$y^2+2\delta xy+\omega^2_0x^2=c(y+(\delta-q)x/y+(\delta+q)x)^{\delta/q}$$

$$q^2=\delta^2-\omega^2_0$$

şu deňlemeleriň grafigi şunuň ýalydyr.



$V(X_1, X_2, \dots, X_n)$  položitel bellenen koordinat  $X_s$   
 kwadrat formasy.  $K_{s1}=K_{1s}$ . Şunuň ýaly kinetik energiýsy  
 $X_s = dX_s/dt$

$$T(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum \sum m_{s1} X_s X_1 \quad (4)$$

Deňlemelerde (3) we (4)  $S=1$  içki parsial energiýasyna deň.

Lagranžyň deňlemesinden peýdalanyp

$$D/dt(dT/dX_s) + dV/dX_s = 0 \quad (5)$$

N sistema çyzykly differensial deňleme alarys:

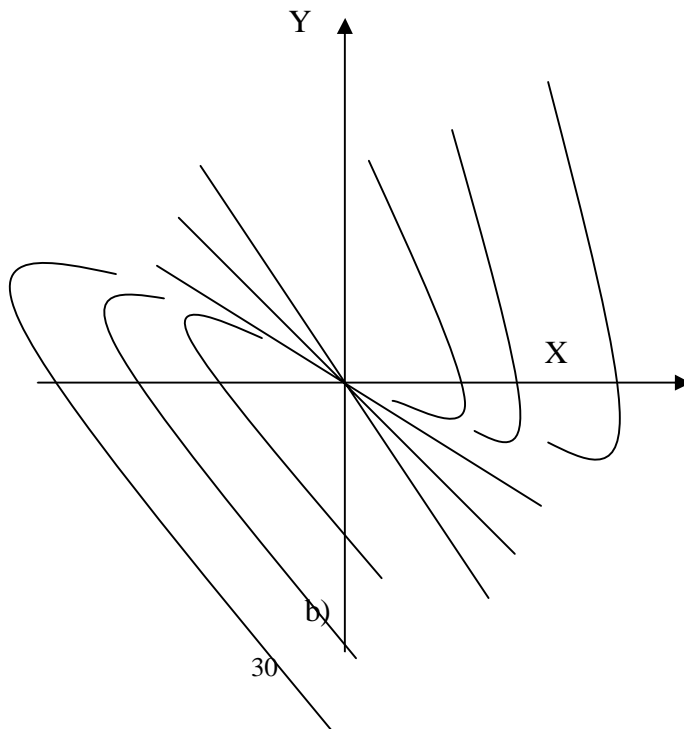
$$M_{11}x_1 + m_{12}x_2 + \dots + m_{1n}x_n + k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + \dots + k_{1n}x_n = 0$$

$$M_{21}x_1 + m_{22}x_2 + \dots + m_{2n}x_n + k_{21}x_1 + k_{22}x_2 + \dots + k_{2n}x_n = 0$$

$$M_{n1}x_1 + m_{n2}x_2 + \dots + m_{nn}x_n + k_{n1}x_1 + k_{n2}x_2 + \dots + k_{nn}x_n = 0$$

Gowlygy üçin matrisa görnüşine geçeliň:

$$\begin{matrix} M_{11} & M_{12} \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} \dots & M_{nn} \end{matrix} = m$$



$$V(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

Deňlik ýagdaýynda potensial energiýa minimum bolýar, başga sözler bilen

$$(dV/dq_s)_{q_{so}}=0 \quad (1)$$

nirede  $s$ - koordinatlary sanlandyrylar;  $q_{so}$ -deňagramlyk ýagdaýynda koordinadyň bahasy. Deňagramlyk bahasyny koordinadyň üýtgemegi täze koordinat hökmünde alsak onda kiçi üýtgemeler üçin ýazyp bolar:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = V(0, 0, \dots, 0) + \sum (dV/dx_s) X_s + 1/2! \sum \sum (d^2V/dX_s dX_l) X_s X_l + \dots \quad (2)$$

Potensial energiýa hemişeligiň dogrylygy bilen kesgitlenilýär. Şonuň üçin alyp bileris  $V(0, 0, \dots, 0) = 0$ . (1) göz önüne tutaňda we (2) hasaba almaňda ýazyp bileris

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1/2! \sum \sum (d^2V/dX_s dX_l) X_s X_l = \sum \sum K_{sl} X_s X_l \quad (3)$$

Bu suratlar ölçmesi kritiki bahadan kiçi (a) we uly (b) ýagdaýlar üçin çyzukly yrgyldyly ulgamyň faza portreti.

### 3.5. Çyzykly kontur. Hemiselik ölçýän çyzykly kontur. Çyzykly konturda ýumşak garşylyk. Çyzykly konturyň ölçme şertleri.

Görüşimiz ýaly yrgyldyly sistemada gury sürtülme hereketi sekildendirýän deňleme

$$x + w_0^2 x = a \quad (1)$$

Nirede  $a = -a_0$  we  $a = +a_0$  üçin  $x < 0$ .  $X = x_1 - a_0/w_0^2$   $x > 0$  üçin we  $x = x_2 + a_0/w_0^2$

$x < 0$  üçin erine goýsak onda  $x_1$  we  $x_2$  üçin deň deňleme alarys:

$$X_{1,2} + w_0^2 X_{1,2} = 0$$

onuň çözülişi  $X_{12} = A \cos(w_0 t) + B \sin(w_0 t)$ .

Basdaky şertleri bereliň  $t=0$ ,  $x=x_0$ ,  $y=0$  (2)

Birinji etap üçin  $x=y<0$ ,  $0 < t < \pi/w_0$

$$X = A_1 \cos(w_0 t) + B_1 \sin(w_0 t) + a_0/w_0^2, \quad (3)$$

$$X = (x_0 - a_0/w_0^2) \cos(w_0 t) + a_0/w_0^2$$

Etapyň soňynda  $t = \pi/w_0^2$ ,  $x_{\pi/w_0} = -x_0 + 2a_0/w_0^2$ .

Ikinji etap  $x=y>0$ ;  $\pi/w_0 < t < 2\pi/w_0$   $t = \pi/w_0$   $x = -x_0 + 2a_0/w_0^2$

şonda  $X = (x_0 - 3a_0/w_0^2) \cos(w_0 t) - a_0/w_0^2$  (4).

Etapyň soňyna  $t = 2\pi/w_0$   $X_{2\pi/w_0} = x_0 - 4a_0/w_0^2$ .

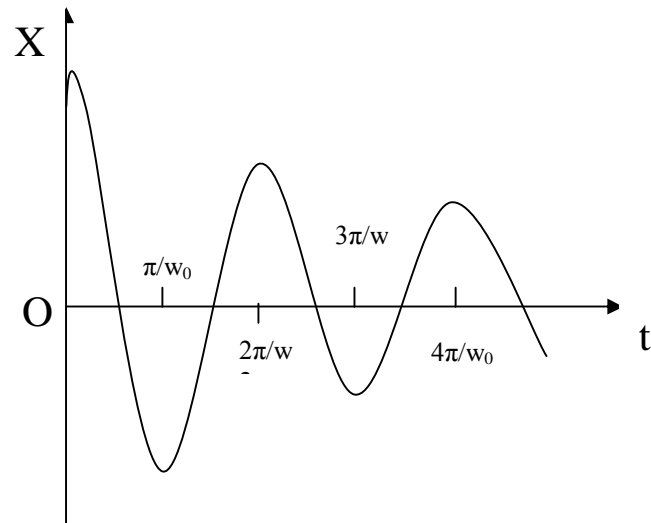
Ikinji yrgyldy periodyna seretmek üçin etaply seretmegi dowam

etmeli. Üçinji etap  $x=y<0$ ,  $2\pi/w_0 \leq t \leq 3\pi/w_0$  we

$$x=A_3\cos(w_0t)+B_3\sin(w_0t)+a_0/w_0^2$$

$$t = 2\pi/w_0, \quad x = x_0 - 4a_0/w_0^2, \quad y=0 \quad \text{üçin} \quad x=(x_0 -$$

$$5a_0/w_0^2)\cos(w_0t)+a_0/w_0^2. \quad (5)$$



Etabyň soňyna  $t = 3\pi/w_0$   $x_{3\pi/w_0} = -x_0 + 6a_0/w_0^2$ . Indiki etap

üçin  $y>0$  we  $3\pi/w_0 < t < 4\pi/w_0$   $x=(x_0-7a_0/w_0^2)\cos(w_0t)-a_0/w_0^2$ ,

etapyň soňynda  $x_{4\pi/w_0} = x_0 - 8a_0/w_0^2$  (2.4.6)

Köp erkinlik derejeli dinamiki çyzykly sistemalarda yrgyldy hereketi Lagranjyň deňlemesi bilen ýazylýar.

Egerde hereket potensial meýdanda geçýän bolsa onda belli bir n erkinlik derejeli dinamiki sistemasy üçin Lagranjyň deňlemesini düzmek üçin şeýle operasiýalary etmeli:

1. Umumy koordinat sistemasyny saýlap almaly  $q_1, q_2, \dots, q_n$
2. Kinetik T deňlemesini düzmeli we sistemanyň potensial energiýasyny V. Lagranjyň funksiýasyny almaly  $L=T-V$
3. Lagranjyň deňlemesinden peýdalanyň sistemanyň hereket deňlemesini düzmeli:

$$D/dt(dt/dq_s) + dV/dq_s = 0$$

N erkinlik derejeli sistema we n bitarap umumy koordinatlara seredeliň.

Sistemanyň potensial energiýasy koordinatlaň umumy funksiýasy bolup durýar

Sistema goşmaça  $i_0$  –da saklar ýaly tok girizmeli. Umuman iki ýagdaýda sistemalara goşmaça energiýa çeşmesini girizmeli.

(6a) –da  $U_c = x$   $i_c = C \frac{dU_c}{dt} = C \frac{dx}{dt}$  we  $\tau = \omega t$  belläp alarys.

$$\ddot{x} + [R_0 C \omega \dot{x} + \varphi(c \omega \dot{x})] + x = 0 \quad (8)$$

$$\ddot{x} + f(\dot{x}) + x = 0 \quad (8a)$$

Eger  $f(\dot{x})$  kiçi bolsa onda sistema çyzykly konserwativ sistema golaýdyr. Şunuň ýaly ossilýator AYS-yna Tomson tipli AYS-y diýilýär.

Tomson tipli AYS-yň differensiýal deňlemesini şeýle görnüşe getirmek bolar:

$\ddot{x} + x = \mu f(x, \dot{x})$   $\mu \ll 1$  (9) Bu deňlemäni XÜA metodi bilen çözmek bolar.

## 8. Köp erkinlik derejeli yrgyldyly ulgamlar.

### 8.1. Köp erkinlik derejeli çyzykly ulgamlarda

yrgyldylar. Ýitgisiz ulgamlarda hususy yrgyldylar.

Lagranjyň deňlemesi.

Köp erkinlik derejeli çyzykly ulgamlaryň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary.

Radiofizikanyň döremeginde yrgyldylar teoriýasy uly orun tutýar, näme üçin diýseň bu dissiplina yrgyldy prosesleriniň umumy usullaryna bagyş edilýär.

Köp erkinlik derejeli sistemany derňew etmek bu yrgyldylar teoriýasynda iň bir kyn böleginiň biridir.

## 4. Bir erkinlik derejeli konserwativ ulgamlarda yrgyldylar. Güýç bilen täsir etmek.

4.1 Mejbury yrgyldylar. Hakyky ulgamlarda mejbury yrgyldylar. Daşky mejbury güýji kompleks ululyk görmüşinde ýazmak. Kompleks gerimler usuly.

Mehaniki sistema daşky güýjüň täsir edişine seredeliň. X-bilen m massanyň deňagramlyk ýagdaýyndan süýşmegini belläliň. Sürtülme güýji ýok ýagdaýynda hereket deňlemesi şeýle ýazylar:

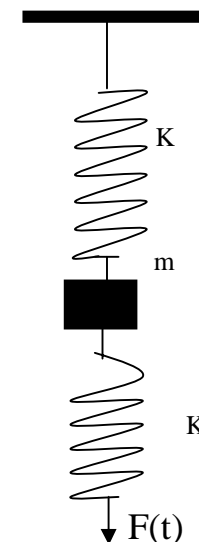
$$mx + kx = k'(U(t) - x) \quad \text{ýa-da}$$

$$mx + (k + k')x = k'U(t) \quad (1)$$

U-F güýjüniň dördýän süýşmesi.

Sistemanyň hususy ýygylgy

$$\omega_0 = \sqrt{(k + k')/m} - e \text{ deňdir}$$



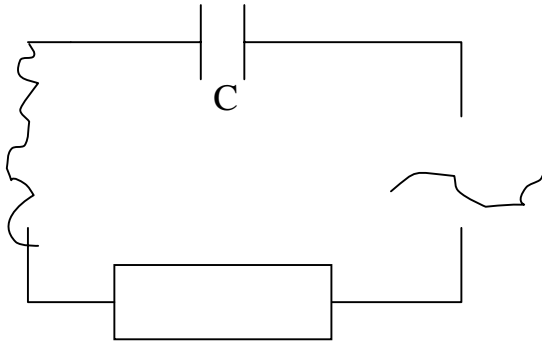
Dissipatiw sistemada mejbury yrgyldylara seredeliň. Daşky güýjüň sinusoida görnüşi bar. Mehaniki sistema üçin deňlemäni şeýle görnüşi bar.

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + kx = F_0 \cos Pt \quad (2)$$

P-daşky güýjüň ýygylgy,  $F_0$ -onuň amplitudasy.

Elektrik sistemasy üçin

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/c = \varepsilon_0 \cos pt \quad (3)$$



$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos pt$$

Bu iki deňleme biri-birine meňzeş, diňe koeffisiýentleri tapawutly.

$$x + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = P_0 \cos pt \quad (4)$$

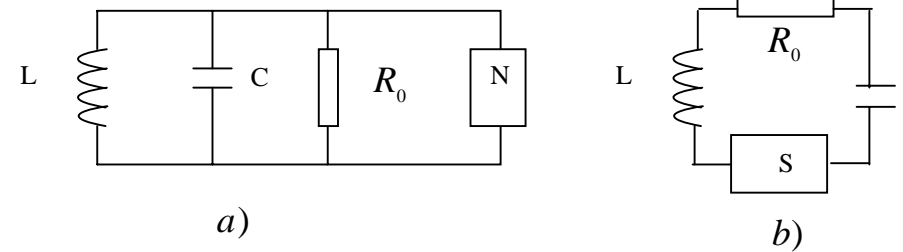
$$2\delta = h/m = R/L \quad \omega_0^2 = k/m = 1/Lc, \quad P_0 = F_0/m = \varepsilon_0/L$$

(4) deňlemäniň şeýle görnüşi bar

$$x(t) = x_0 \cos(Pt + \varphi) + A e^{-\delta t} \cos(\omega t + \psi) \quad (5)$$

$$\text{nirede } x_0 = P_0 / \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2} = P_0 / \omega_0^2 \sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \gamma^2 / Q_0^2} \quad (6)$$

$$\text{nirede } \gamma = P/\omega_0, \quad Q_0 = \omega_0 L/R, \quad \tan \varphi = 2\delta p / (p^2 - \omega_0^2),$$



Bu deňlemeler üçin Krihgofyň deňlemesi şeýle bolar:

1) a) üçin:

$$\frac{1}{L} \int U dt + C \frac{dU}{dt} + \frac{U}{R_0} + \varphi(U) = 0 \quad (4) \text{ deformirläp alarys.}$$

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{1}{C} \left[ \frac{1}{R_0} + \varphi'(U) \right] \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0 \quad (4)$$

$\varphi'(U)$ -a differensiýal geçirijilik diýilýär, ýa-da ýanaşyklyk (krutizna) diýilýär. Sistemanyň öz-özünden oýanmak şerti  $\left[ \frac{1}{R_0} + \varphi'(U) \right] < 0 \quad (5)$

Munuň üçin  $\varphi'(U) \big|_{U=U_0} < 0$  we  $|\varphi'(U)| > \frac{1}{R_0}$  bolmalydyr.

Başga söz bilen aýdanyňda çyzykly däl elemente hemişelik naprýaženiýa bermeli ýagny  $U_0$ -a nokada düşer ýaly hemem  $\varphi'(U)$  aktiw geçirijilikden uly bolmaly. Yzygider sistema üçin hem ýokarky ýaly denlemeler almak bolar.

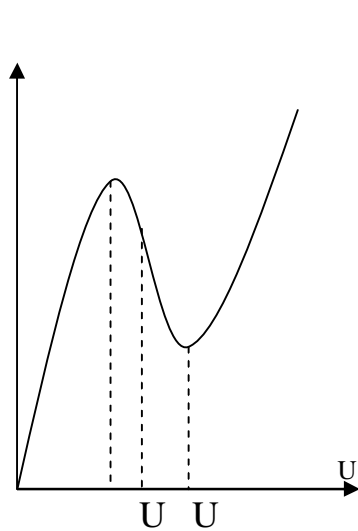
$$L \frac{di}{dt} + R_0 i + \frac{1}{C} \int i dt + \varphi(i) = 0 \quad (6) \quad \text{ýa-da}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{L} [R_0 + \varphi'(i)] \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad (6a)$$

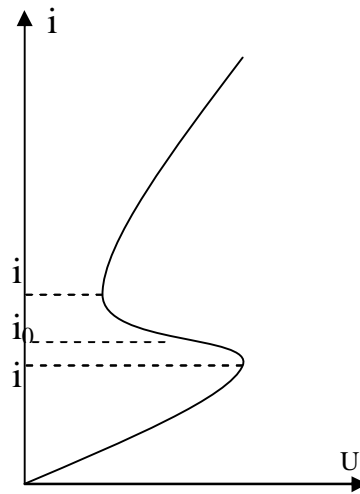
$$\text{Oýanmak şerti} \quad [R_0 + \varphi'(i)] < 0 \quad (7)$$

$$\varphi'(i) \big|_{i=i_0} < 0 \quad |\varphi''(i) \big|_{i=i_0} > R_0$$





N-tipli iki polyusly.  
Tunnel diody



S-tipli iki polyusly.  
Gazrazryad pribory

Wolt amper harakanyň peselyän uçastoklarynda zor bilen  $i_0$ -y ýada  $U_0$ -saklamak bilen sistemada otrisatel garşylygy emele getirip bolar. Diýmek şeýlelikde AY döredip bolar.

Munýň ýaly karakteriskalary sistemalara köp setkaly elektrik lampalar, tristorlar Gannyň diýody, Dasosefson kontakty we ş.m priborlar girýär.

Iki polýusly kontra parallel birikdirlende n tipli har-ka gerek, yzygider bolsa S tipli har-ka gerek.

A we  $\psi$  - hususy yrgyldylaryň amplitudasy we fazasy.

(5) deňlemedäki 1 çlen sistemadaky mejbury yrgyldylary häsiýetlendirýär, ikinji çlen togtaýan hususy yrgyldylary häsiýetlendirýär.

(6) aňlatmadan görnüşi ýaly  $\omega_0$  we  $p$ -iň käbir gatnaşygynda amplitudanyň maksimal bahasyny kesgitlemek bolar. Ol rezonans amplituda deňdir.  $X_{\max} = X_{\text{rez}}$ .

Mejbury yrgyldylar üçin kompleks amplitudalar metody oňaýlydyr. Kompleks amplituda

$x = x_0 l^{i\varphi}$ ,  $x_0$ -kompleks amplitudanyň moduly,

$\varphi$ -yrgyldynyň fazasy.

Şu metod üçin (4) deňleme şeýle ýazylýar

$$y + 2\delta y + \omega_0^2 y = P_0 l^{iPt} \quad (7)$$

çözülişini şeýle gözleýäris  $y = x_0 l^{iPt}$

$$x = a + ib$$

$$\operatorname{tg} \varphi = b/a$$

$$(-P^2 + 2\delta ip + \omega_0^2)x = P_0$$

$$x = P_0 / (\omega_0^2 - p^2 + 2\delta ip) \quad (8)$$

bu ýerden  $x_0 = |x| = p_0 / \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2}$

$$\varphi = \arctg 2\delta p / (p^2 - \omega_0^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{P_0 \cdot (\omega_0^2 - P^2 - 2\delta i P)}{\omega_0^2 - P^2 + 4\delta^2 P^2} = \frac{P_0 \cdot (\omega_0^2 - P^2)}{\omega_0^2 - P^2 + 4\delta^2 P^2} - \frac{P_0 \cdot 2\delta i P}{\omega_0^2 - P^2 + 4\delta^2 P^2} \\ x = x_0 e^{i\varphi} = x_0 \cos \varphi + i x_0 \sin \varphi \\ z = a + ib \\ z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi) \\ \rho = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \end{array} \right. \quad \varphi = \arctg \frac{b}{a}$$

şeylelikde hususy çözüliş

$$x = R_e \{ x e^{iPt} \} = R_e \{ x_0 e^{i(Pt+\varphi)} \} = x_0 \cos(Pt + \varphi)$$

şu uly izygider elektrik yrgyldyly kontur üçin ulanalyň

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c} \int i dt = \varepsilon_0 e^{iPt}$$

kompleks amplitudalar modul bilen çözüliň ( $i = I e^{iPt}$ ) onda alars

$$I = \varepsilon_0 / z \quad z = R + j(Pl - 1/P_C)$$

$$\text{toguň moduly } I_0 = |I| = \frac{\varepsilon_0}{|z|} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{e^2 + (Pl - 1/P_C)^2}}$$

indî  $I_{0 \max}$ -y tapmak kyn däl onuň üçin maýdalowjy min bolmaly

$$\text{ýagny } pl = \frac{1}{P_C} \text{ -ýa-da } P = \omega_0 \text{ bolmaly şonda } I_{0 \max} = \varepsilon_0 / R$$

yrgyldynyň formasyny uly täsir etmeýär. Ol periodyň käbir böleginde energiýanyň üstüni doldurýar.

Munuň ýaly ulgama ossilýator tipli AYU-y diýilýär.

Ossilýator AYU-da bir periodyň dowamyndaky energiýa ýitgisi, diýmek energiýa goşulmasy ulgamda toplanan zapas energiýasyndan azdyr.

Eger toplaýjy element aperiodik kontur bolsa (RL-ýa-da RC zynjyr), onda yrgyldylaryň formasy ters baglanşygyň zynjyryna baglydyr. Beýle YU-da yrgyldynyň formasy sistemanyň reaksiýa wagtyna hem baglydyr. Käbir halatlarda bu sistemanyň parametrleriniň saýlap almak bilen garmoniki yrgyldylary generirlemek bolar. Bu hilli sistemalara relaksasion AYU diýilýär. Bu sistemalarda ters baglaşyk öçürilse yrgyldy aperiodik sönýär.

$$1/2 L^2 (dq/dt) (d^2 q/dt^2 + 1/2 c^2 q (dq/dt) = -R (dq/dt)^2$$

$$L(d^2 q/dt^2) + R(dE/dt) + q/c = 0$$

Diýmek konturyň magnit we elektrostatik energiýasynyň üýtgemegi ýitginiň kuwwatyna deňdir. Ýagny

$$dN/dt = -F(t).$$

Adatça  $F(t) > 0$ . Ýöne AYU-da wagtyň käbir interwallarynda we amplitudanyň we tizligiň käbir bahalarynda  $F(t) < 0$  bolmagy mümkindir. Şu fiziki pikir ýöretmeden AYU-y üçin energiýa balansynyň esasy deňlemesi gelip çykýar

$$\int F(t) dt = 0 \quad (3)$$

AYU-y üçin  $F(t)$  üýtgeýän alamaty bolmalydyr. Şunda peridyň bir böleginde sistemanyň energiýasynyň üsti doldurylýar, beýleki böleginde energiýa azalýar.

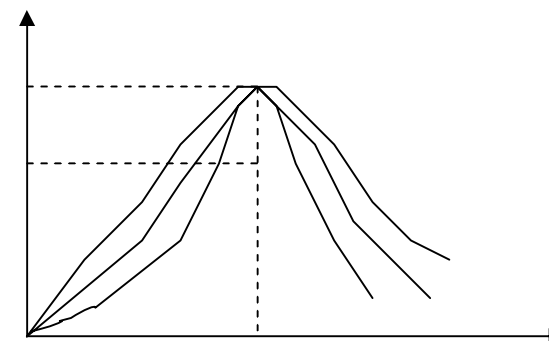
Şu ýagdaýda sistemada stasionar yrgyldylar bolar. Yrgyldylar formasy barada hem käbir pikir ýöretmeler bolup biler. Eger toplaýjy element dobrotnosty uly yrgyldyly kontur bolsa, onda awtoyrgyldylar garmoniki yrgylda golaýdyr. Ters baglanşyk zynjyry

normirlenen rezenans çyzyklaryny şeýle geçirilen bolar

\*\*) )

$$I_{0(p)} = \frac{I_0}{I_{0\max}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Pl - 1/Pc)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 Q_0^2 (1 - \frac{1}{\gamma^2})^2}}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \gamma = \frac{P}{\omega_0} \quad \text{şuny Belläp geçeliň}$$



$$i = I e^{jPt} \text{ onda } \frac{di}{dt} = j P I e^{jPt} \quad \int I dt = \frac{1}{jP} I e^{jPt}$$

$$***) \quad |U_R| = |I|R \quad |U_L| = PL|I| \quad |U_e| = \frac{1}{Pc} |I|$$

şundan görünýär Napriženiýa rezenansy R-de  $P = \omega_0 - da$   
bolyar

ýa-da  $\gamma^2 = 1 - \frac{1}{2Q_0^2}$  -ýagny  $\omega_0$  -daky pes ýygylykda L-de

$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{2Q_0^2}}$  -ýagny  $\omega_0$  -dan ýokary ýygylykda bolýarü

## 5. Ölçeg priborlary.

### 5.1. Kwazistatiki priborlar . Kwazistatiki priborlaryň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary. Priboryň takyklygyny ýakarlandyrmagyň ýollary

Goý x-priboryň görkezýän ululygy

Z(t)-ölçeýän ululygymyz

Onda  $\Delta x / \Delta z$ -priboryň duýgurlyçy bolar.

$\Delta z / z$ -pogreşnost diýilýär ( $\Delta z$ -iň kiçi registrirlenýän ululyk, z-  
hemme ölçeýän ululygymyz).

Kwazistatiki priborlar wagta görä üýtgeýän we üýtgemeyän güýçleri registrirlemek üçin hyzmat edýär.

Eger N bilen ulgamyň yrgyldy energiýasyny bellesek, onda stasionar režimde bir periodyň dowamynda energiýanyň üýtgemesi nula deňdir:

$$N_{t+T} - N_t = 0$$

Konserwatiw ulgamlar ucin

$$dN/dt = 0,$$

Sebäbi  $N = \text{const}$ . Dissipatiw ulgamlar üçin  $dN/dt = -F(t) < 0$ .  $F(t)$  ulgamyň dissipatiw häsietini karakterizirleýän funksiýadyr.

Ol yitginin kuwwatyny karakterizirleýär.

Yzygiderli yrgyldyly kontur üçin onuň deňlemesini ýazalyň

$$L(d^2q/dt^2) + R(dq/dt) + (1/c)q = 0 \quad (1)$$

Bu erden taparys

$$d/dt[1/2L(dq/dt)^2 + q^2/2c] = -R(dq/dt)^2 \quad (2)$$

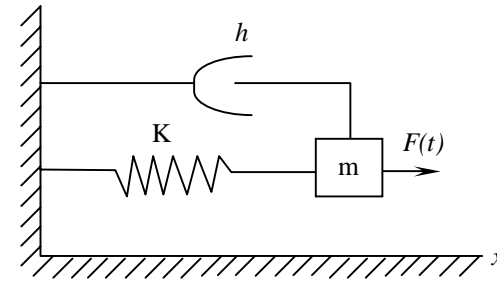
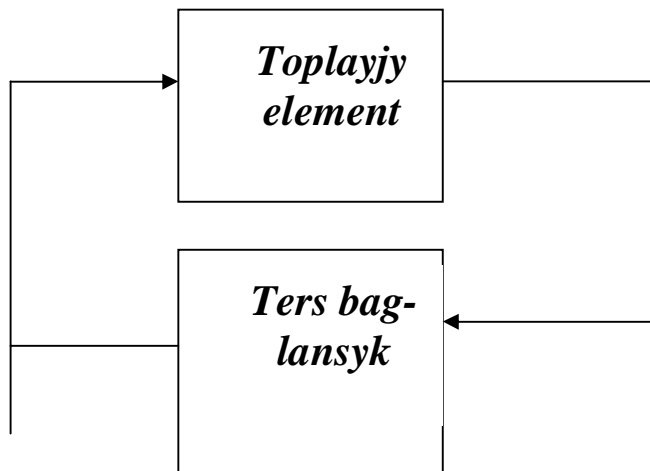
$\omega L, \xi=1-\omega_0^2/\omega^2$  – rasstroýka

## 7. Awtoýrgyldylar ulgamy.

### 7.1. Awtoýrgyldylar ulgamlaryň differensial deňlemesi. Tomson we relaksasion tipli awtoýrgyldylar ulgamy

Awtoýrgyldylar ulgamy (AYU) aktiw yrgyldylar gornisine deňşlidir.

Ýönekeý AYS şeýle çyzyp görkezmek bolar.



### Kwazistatiki priboryň shemasy.

Şunuň ýaly ideal pribor bolar, haçanda  $m=0$  we  $h=0$  bolanda, ýagny  $|m\ddot{x}|=0, |h\dot{x}|=0$

Hakykatda ölçeg sistema wagta bagly täsir bolanda, inersiýany we sürtülmäni hasaba almazlyk mümkin däl. Bu ýagdaýda priboryň duýgurlygy  $\Delta x/\Delta F=1/k$ . Goý, sistema P ýygylkly garmoniki güýç täsir etsin. Onda üýtgeýän güýje pribor statiki ýaly edip ölçäp, eger-de şeýle şert ýerine ýetse,

$$|m\ddot{x}| \ll |kx|, \quad |h\dot{x}| \ll |kx|$$

şeýle belgiler girizeliň:  $\omega_0^2=k/m$  we  $Q_0=m\omega_0/h=k/\omega_0 h$ .

Garmoniki täsir bolanda

$$m p^2 \ll k \quad \text{ýa-da} \quad p^2 \ll \omega_0^2 \quad \text{ýa-da} \quad \gamma^2 \ll 1$$

$$h p \ll k \quad \text{ýa-da} \quad \gamma \ll Q_0 \quad \gamma = p/\omega_0 < k/\omega_0 h = Q_0 = m\omega_0/h$$

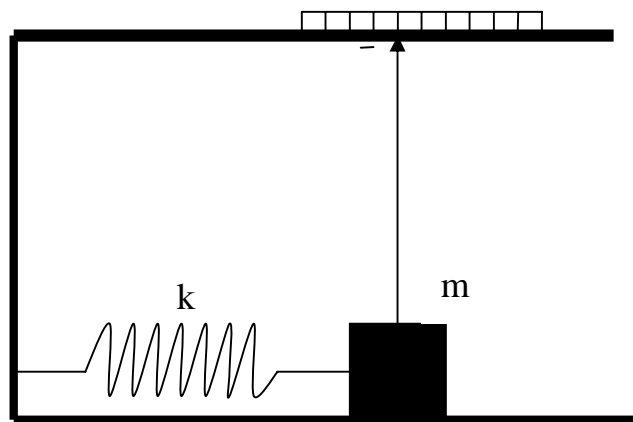
şu kwazistati priboryň işlemek şerti. Ýöne,  $\omega_0$ -yň uly bolmagy  $k$ -nyň ulalmagyna we duýgurlygyň işlemegine getirýär.

## 5.2. Seýsmiki priborlar . Seýsmiki priborlaryň. Süýşmä proporsional ululyklary ölçemek

Belläliň:

X1-massaň titreyän jisime gört süýşmesi

X-oporanyň gymyldamaýan koordinatalar sistemasyna görä süýşmesi.



Seýemiki priboryň shemasy

Onda şeýle ýazmak bolar:

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + h \frac{dx_1}{dt} + kx_1 = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$\frac{d^2}{dt^2}$ -inersiýa güýji.

Öňki ýaly opora garmoniki yrgyldy edýän bolsun. Onda  $x = z l^{ipt}$ . Bu ýagdaýda, geçiş prosesinden soň m-massa hem garminiki hereket eder, onuň ýygylgy P (mejbury proses). Dogry ölçemek üçin

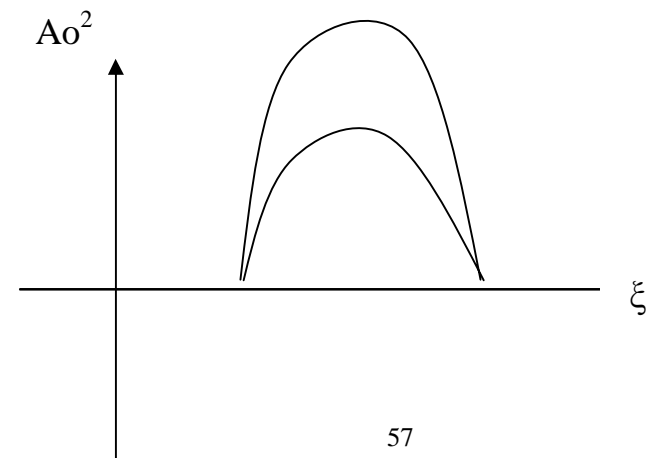
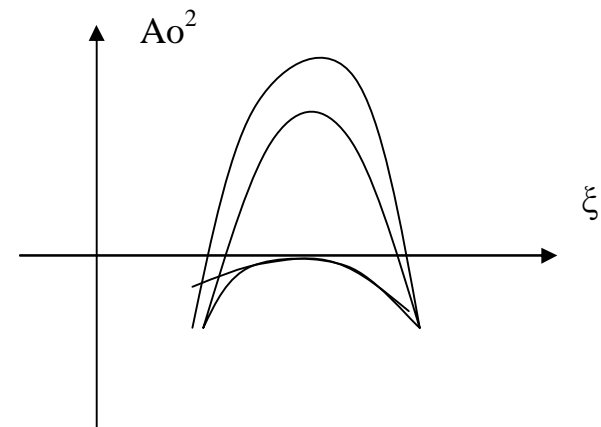
Şu deňlemäni gözlemek bilen sistemada parametrik yrgyldylary oýandyryş boljakdygyny ýa-da bolmagaldygy bilinýär.

Şu deňlemäni çözmegiň netijesinde stasionar amplituda üçin şeýle formulany alyp bolar:

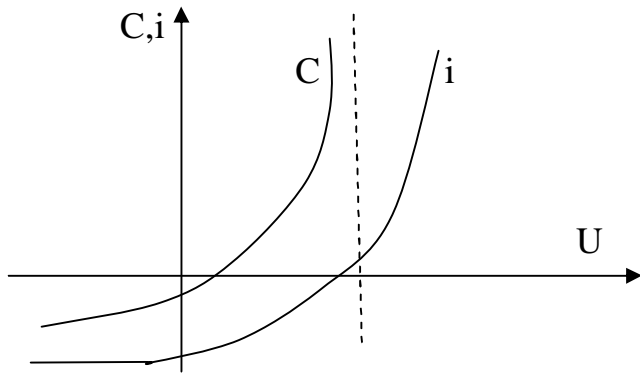
$$A_0^2 = 4/3\beta[-1 + 1/20\sqrt{m^2/4 - \xi^2}]$$

modulýasiýanyň çuňlugy  $m^2 > 16\theta^2 + 4\xi^2$

$$\text{zatuhaniýe} = 1/Q_0 = \theta =$$



parametriki güýçlendirijileriň gowý tarapy hususy şygýdysynyň örän pesligidir.



Üýtgeýän görnüşde esasan diodlar ulanylýar.

Kemçiligi: generirlemäge ymtylýar, güýçlendirme zolagy uly däl.

Generatorlarda omiki garşylyk toguň ulalmagy bilen ulalýar.

Şeýlelikde ýitýän hem berilýän energiýanyň arasynda balans bolýar.

Eger garşylyk we sygymy şeýle saýlasak

$$R = R_0(1 + \beta_0 i^2)$$

$$C = C_0/1 + m \cos(2\omega t)$$

Sistemanýň deňlemesi şeýle bolar

$$X = Rx/wL + w_0^2/w^2(1 + m \cos 2\tau)x = 0$$

$$\text{Nirede } x = q/q_0 \quad \tau = \omega t, \quad w_0^2 = 1/LC_0 \quad R = R_0(1 + \beta_0^2 q_0^2 w^2 x^2)$$

Çözülişi şeýle gözläliň

$$X = U \cos \tau + V \sin \tau$$

$U(\tau)$  we  $V(t)$ -haýal üýtgeýän funksiýalar.

$x_1 \rightarrow x$  şert ýerine ýetmeli. Haçan şu şertiň ýerine ýetýändigine seredeliň. Bu şert  $m \rightarrow \max$  we  $k \rightarrow 0$  bolanda ýerine ýeter, ýagny  $\gamma \gg 1$  we  $Q_0 > 1$ . Eger  $x_1$  we  $x$ -y şeýle görnüşde ýazsak  $x_1 = x_1 l^{jpt}$ ,  $x = z l^{jpt}$

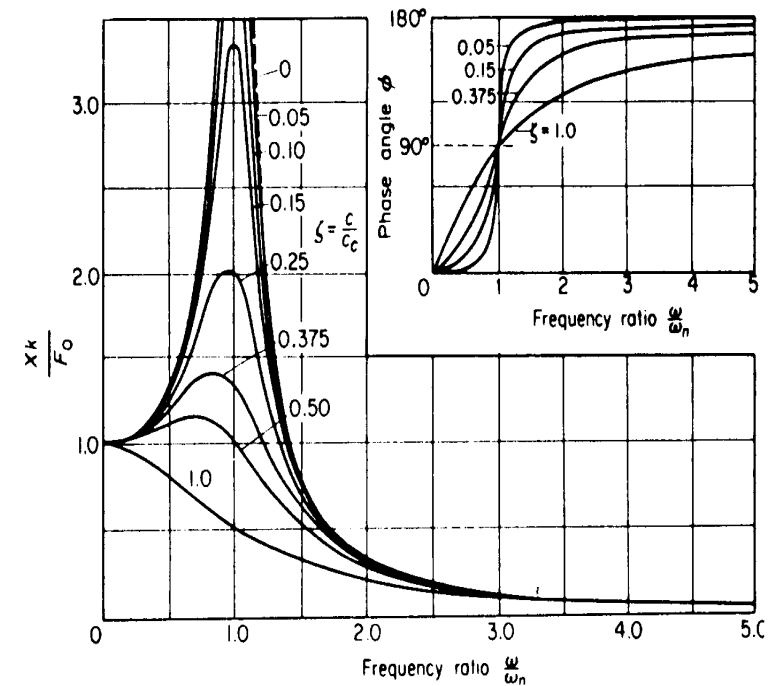
We kompleks amplitudalar metodyny ulansak

$$(-p^2 + hjp/m + w_0^2)x_1 = -p^2 z \quad \text{we}$$

$$|x_1| = x_0 = zp^2 / \sqrt{(w_0^2 - p^2)^2 + h^2(p^2/m^2)} = z\gamma^2 / \sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \gamma^2/Q_0^2} = z\phi_x(\gamma)$$

$$\phi = \arctg \gamma / Q_0(1 - \gamma^2)$$

$|x_1|/z$  bolar, haçanda  $\phi_x(\gamma) \rightarrow 1$ .



Ýagny  $\gamma \gg 1$  we  $Q \approx 1$  bolanda  $|x_1| \approx z$  bolar. Bu priborda duýgurlygyň artmagy bilen daşky güýjüň ýoýulmagy ulalmaýar, gaýtam tersine.

### 5.3. Rezonans priborlar. Rezonans priborlarynyň differensial deňlemesi we ony çözmegiň aýratynlyklary. Amplitudany we ýygylgy ölçemek.

Rezonans priborlar çyzykly sistemalardaky rezonans kanunlaryna esaslanýarlar. Bu priborlar garmoniki yrgyldylaryň amplitudasyny ýa-da ýygylgyny kesgitlemek üçin ulanylýar. Biz bilýäris yrgyldyly konturda rezonans egri dobrotnyta  $Q_0$  ters proporsional, rezonansda mejbury yrgyldynyň amplitudasy daşky güýjüň amplitudasyndan  $Q_0$  gezek köp. Şeýlelikde daşky güýjüň amplitudasyna ölçäp bolar.

$$\ddot{z} + \left( \varphi_2 - \frac{1}{4} \varphi_1^2 - \frac{1}{2} \dot{\varphi}_1 \right) z = \ddot{z} + \psi(t) z = 0 \quad (7)$$

Bu deňlemäni çözmek örän çylşyrymlydyr.

Mydama, ýa-da wagtyň belli bir interwallarynda yrgyldy energiýasy energiýa çeşmesiniň hasabyna ulalýan sistema, aktiw yrgyldylar sistemaly diýilýär.

Sistema istoçnigiň hasabyna yrgyldy energiýasynyň goýulmagyna regenerasiýa prosessi diýilýär.

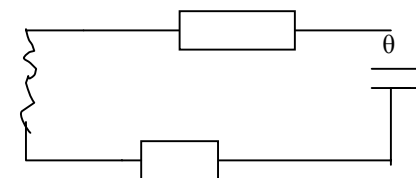
Aktiw sistemalary öwrenmek üçin otrisatel garşylyk ulanylýar:  $R_- < 0$ . Adatça  $R > 0$  geçen temada biz yrgyldyly sistema goýlan energiýany  $q_0^2 / 2C_0 \times 4m$ -deňdigini gördük. Muňa otrisatel energiýa ýitgisi diýsek alarys.

$q_0^2 4m / 2C_0 = \pi R - q_0^2 \omega^2$  bu ýerden

$R_- = 2m / \pi \times \sqrt{L/C_0} = 2m\rho / \pi$  niredede  $\rho = \sqrt{L/C_0}$

Egerde  $R > R_-$ -onda signal güýçlenýär.

$R < R_-$ -onda signal generirlenýär.



**Ekwiwalent sistema**



$$1/2 \pi R w^2 q_0^2 T = \pi R w q_0^2 \quad (6), \text{ nirede } T = 2\pi/w$$

(4) we (5) deňeşdirip  $q_0^2 4m/2C_0 > \pi R w q_0^2$  ýa-da

$m > 1/2 \pi R C_0 w$  bolanda sistema goýulýan energiýa ýitgiden köp bolar we sistemada yrgyldy oýandyrylýar ýa-da parametrik rezonans bolar.

Parametriki rezonansyň matematiki ýazylyşy şeýledir (çyzykly sistemalar üçin)

$$\ddot{x} + \varphi_1(t)\dot{x} + \varphi_2(t)x = 0 \quad (6)$$

$\varphi_1(t)$  we  $\varphi_2(t)$  wagta görä periodiki funksiýaladyr.

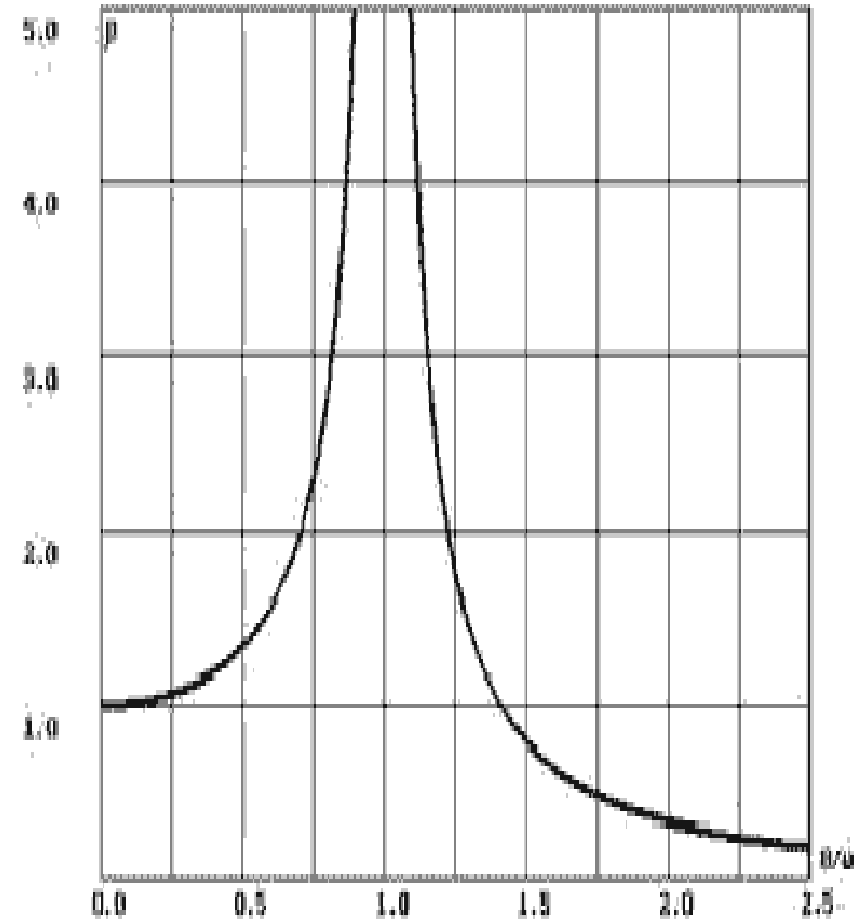
$x = z \exp\left\{-\frac{1}{2} \int \varphi_1(t) dt\right\}$  ýerine goýmak bilen alarys:

$$\dot{x} = -z \frac{1}{2} \varphi_1(t) \exp\left\{-\frac{1}{2} \int \varphi_1(t) dt\right\} + \dot{z} \exp\left\{-\frac{1}{2} \int \varphi_1(t) dt\right\}$$

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2} \left\{ \left( z \varphi_1(t) \right)' + \exp' z \varphi_1(t) \right\} + \ddot{z} \exp + \dot{z} \left( -\frac{1}{2} \varphi_1(t) \right) \exp =$$

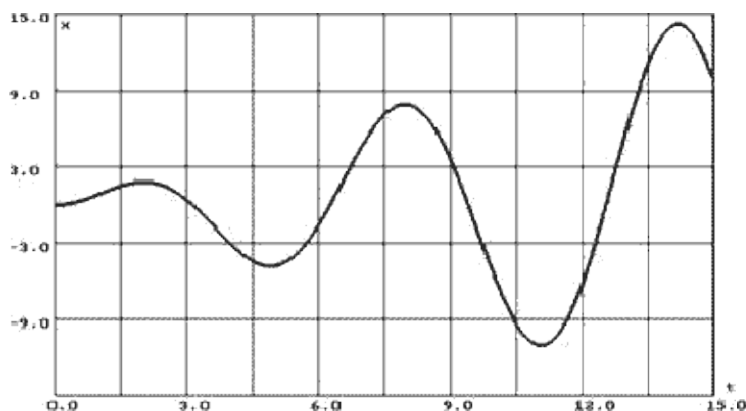
$$= \left\{ -\frac{1}{2} \left\{ \dot{z} \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 z + \left( -\frac{1}{2} \varphi_1 \right) z \varphi_1 \right\} + \ddot{z} - \dot{z} \frac{1}{2} \varphi_1 \right\} \exp =$$

$$\ddot{z} - \dot{z} \varphi_1 \frac{1}{2} z \dot{\varphi}_1 + \frac{1}{4} \varphi_1^2 z - \frac{1}{2} z \varphi_1^2 + \dot{z} \varphi_1 + \varphi_2 z = 0$$



**Rezonans halyň grafigi**

$Q_0$  uly bolanda, pribor diňe nastroit edilen ýygylgyna reaksiýa berýär. Şeýdibem ýygylgy ölçäp bolar.



**Rezonansda amplituda artýar**

$Q_0$ -yň ulalmagy bilen priboryň duýgurlygy we izbiratelnosti artar.

Rezonans priborlar durnukly proseslerde ölçeg geçirmek üçin ulanylýar. Bularyň esasan ulanylýan ýerleri: wolnomerler, spektr-analizatorlar, kumetrler we ş.m.

#### **5.4. Ballistik abzallar. Gysga wagtlaýyn täsir güýçlere proporsional ululyklary ölçemek. Ballistik abzallaryň takyklygyny ýokarlandyrmak.**

Ballistik priborlar gysga wagtly impuls güýçlerini we olar bilen baglanyşykly ululyklary ölçemek üçin ulanylýar.

Eger mehaniki yrgyldylar sistemasyna (hususy ýygylgy  $w_0$ )  $\tau$  wagtyň dowamynda  $f(t)$  güýç täsir etse, onda  $m$  massaly jisim berilýän hereket mukdary (ýa-da güýjüň impulsy) şuna deňdir.

gatnaşygy şeýle bolsun ýagny kondensatoryň zarýady ekstremumdan geçende sygym azalýan bolsun. Bu ýagdaýda sygymyň üýtgemek tizligi zarýadyňkyda 2 esse uly bolar. Sygym böküş görnüşli üýtgände kondensatoryň energiýanyň üýtgeýşine seredeliň.

$$\Delta N = q_0^2/2[1/(C_0 - \Delta C) - 1/(C_0 + \Delta C)] = q_0^2/2 \times 2\Delta C/C_0^2 - (\Delta C)^2 \quad (1)$$

$\Delta C \ll C_0$  hasaplap alarys

$$\Delta N \approx P_0^2/2C_0 \times 2\Delta C/C_0 = N_0 2\Delta C/C_0 \quad (2)$$

$N_0$ -kondensatoryň başky energiýasy (do kolebaniýa ýomkosti). Parametriň modulýasiýasynyň çuňlugy diýilen ululyk girizýäris.

$$m = (C_{\max} - C_{\min})/(C_{\max} + C_{\min}) = \Delta C/C_0 \quad (3)$$

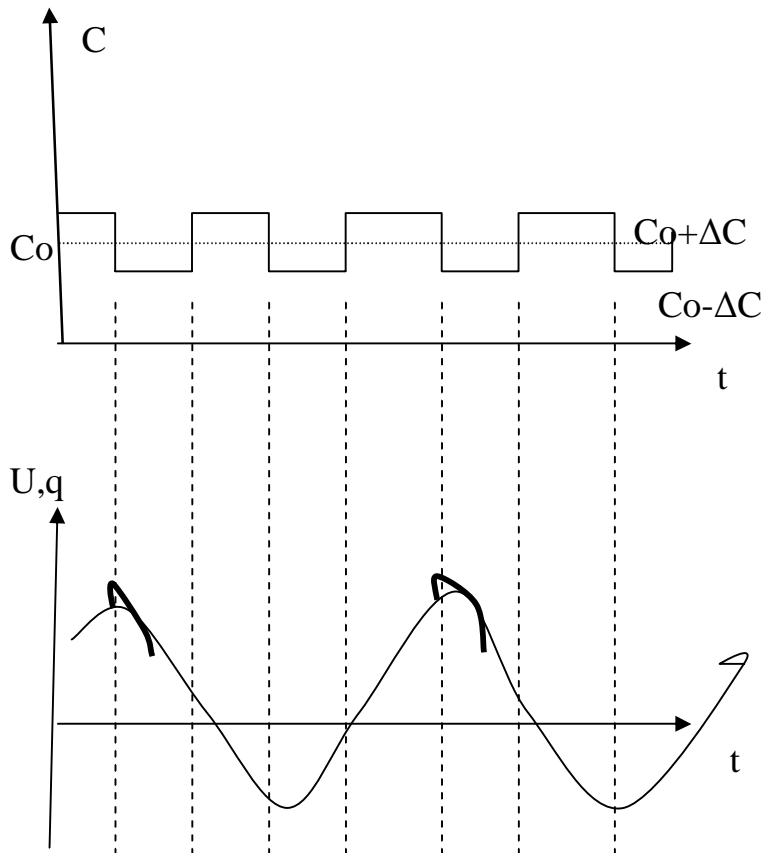
onda  $\Delta N = N_0 \cdot 2m$ .

Zarýadyň yrgyldysynyň bir peridynda energiýaň üýtgemesi  $2\Delta N = N_0 \cdot 4m = q_0^2/2C_0 \times 4m$  (4)-e deqdir.

Konturdaky ýitgä seredeliň. Eger  $q = q_0 \sin \omega t$  bolsa onda  $q = \omega q_0 \cos \omega t$  we ýitginiň kuwwaty  $W = Rq^2/2 = R\omega^2 q_0^2/2$  (5)

Bir peridyň dowamynda ýityän energiýa

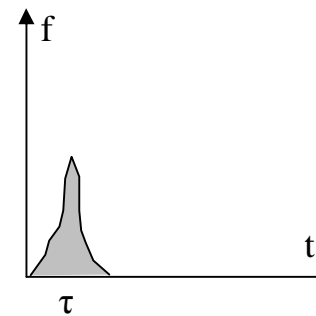
Kondensatordaky zaryadyň üýtgeýşi garmonika golaý bolsun (surat 2b). Eger kondensatorda zaryadyň yrgyldysy bar wagtynda onuň sygymyny üýtgetsek  $C(t)$ , onda her gezek onuň sygymy  $2\Delta C$  kiçelende kondensatoryň energiýasy degişlilikde ulalýar  $U=qh/2c$ .  $q$  zaryad sygym böküş görnüşli üýtgände üýtgemeýär. Ol inersion ululykdyr. Goý  $q(t)$  bilen  $c(t)$  faza



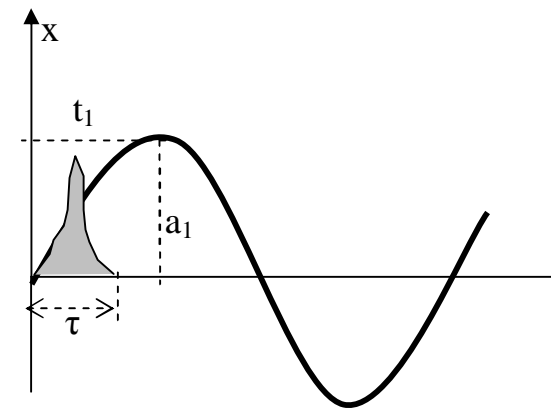
$$mV(\tau) = \int f(t) dt \quad (1)$$

şu massa täsir edýän pružiniň maýyşgak güýjüni we sürtülme güýji hasaba almasaň. Onda impulsyň  $m$  massa geçirýän  $V_0$  tizligi şuna deňdir:

$$V_0 = 1/m \int f(t) dt \quad (2)$$



**Güýjiň impulsy**



### Güýjiň impulsynyň yrgyldyly ulgama täsiri

Eger  $\tau \ll T$  we  $\tau \ll t_0 = 1/\delta$  bolsa, onda  $t = \tau$  momentde  $m$  massanyň süýşmesi  $= 0$  hasap etmek bolar ( $x \approx 0$ ), emma  $V_0 \neq 0$  we ony (\*) formula bilen hasaplap bolar.

Ýokarky şertler ýerine ýetende, impuls täsir edenden soň sistema  $V_0$  başlangyç tizlik bilen erkin hereket edýär, diýmek bolar: onuň sönme koeffisiýentini  $\delta$  we hususy ýygylgy  $w^2 = w_0^2 - \delta^2$ -dyr. Şu

yrғыldyny ölçemek bilen  $V_0$ -y tapyp bolar. Bu bolsa gözleýän ululygymyzdyr.

$V_0$ -y şeýle sootnoşeniýeden tapalyň.

$$X(t) = V_0 I^{-\delta t} / w \cos(wt - \pi/2) = V_0 I^{-\delta t} / w \sin(wt) \quad (3)$$

$T_1 = T/4$  şeýle hasaplanýar.  $X(t_1) = a_1$

$$A_1 = V_0 I^{-\delta t_1} / w \sin w t_1$$

$$m V_0 = a_1 w t m I^{-\delta t_1} / \sin w t_1 = \beta m a_1$$

$\beta = w I^{-\delta t_1} / \sin w t_1$  – priboryň ballistik hemişeliginiň koeffisiýenti.

Bu priborda  $m$ -iň ulalmagy bilen toçnost ulalýar, ýöne çuwstwitelnost peselýär.

$T = 100I$  we  $Q_0 = 10$  bolanda, maýyşgaklyk güýjüni we sürtülme güýjüni hasaba almanymyz üçin goýberilýän ýalňyşlyk 1%-den geçmeýär.

## 6. Parametrik yrgyldyly ulgamlar

### 6.1. Parametrik ulgamlar we parametrik rezonans.

**Parametrik yrgyldyly ulgamlaryň radiotehnikada ulanylýan ýerleri . Parametrik yrgyldyly ulgamlaryň sygymyna daşky täsir .**

Şeýle ulgama seredeliň. Bu ulgamda sygym üýtgeýän bolsun.

Onuň üýtgeýşi kanuny şeýle bolsun (surat 2a).

Kondensatordaky zarýadyň üýtgeýşi garmonika golaý bolsun (surat 2b). Eger kondensatorda zarýadyň yrgyldysy bar wagtynda

Ştrihlenen oblastlara Matýeniň oblastlary diýilýär.

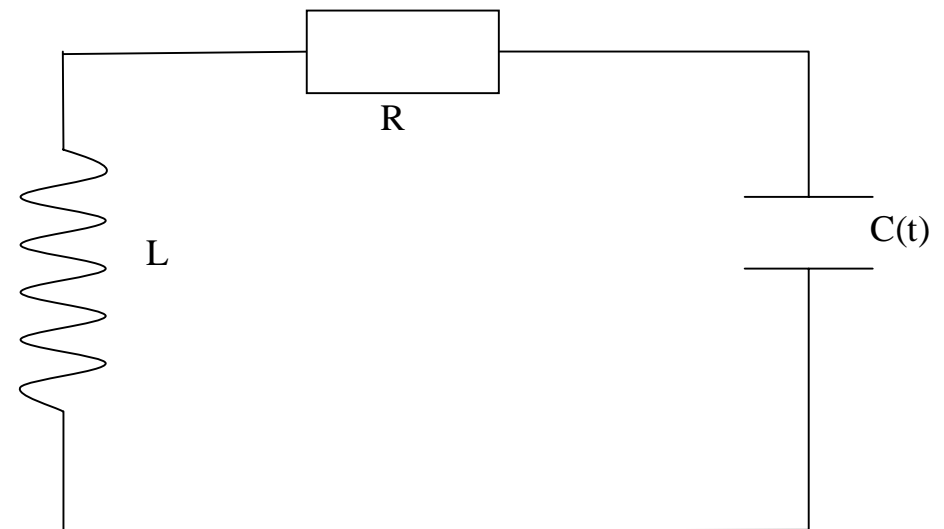
### 6.2. Parametrik güýçlendirijiler we generatorlar.

**Parametrik güýçlendirijiler we olaryň fiziki görkezijileri.**

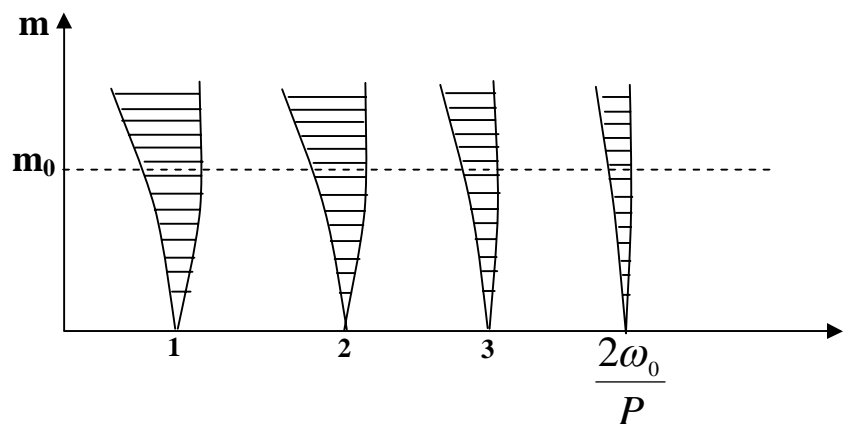
**Parametrik generatorlar we olaryň fiziki görkezijileri.**

**Parametrik generatorlary oyandymagyň şertleri.**

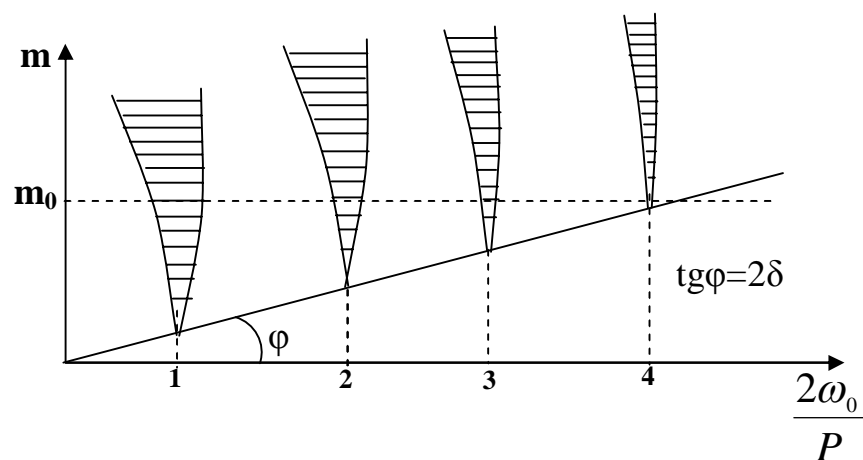
Sygymy üýtgeýän parametrik yrgyldyly seredeliň. Bu sistemada sygymyň üýtgeýşi şeýle kanuna eýe bolsun (surat 2a).



**Üýtgeýän sygymly yrgyldy sistema.**

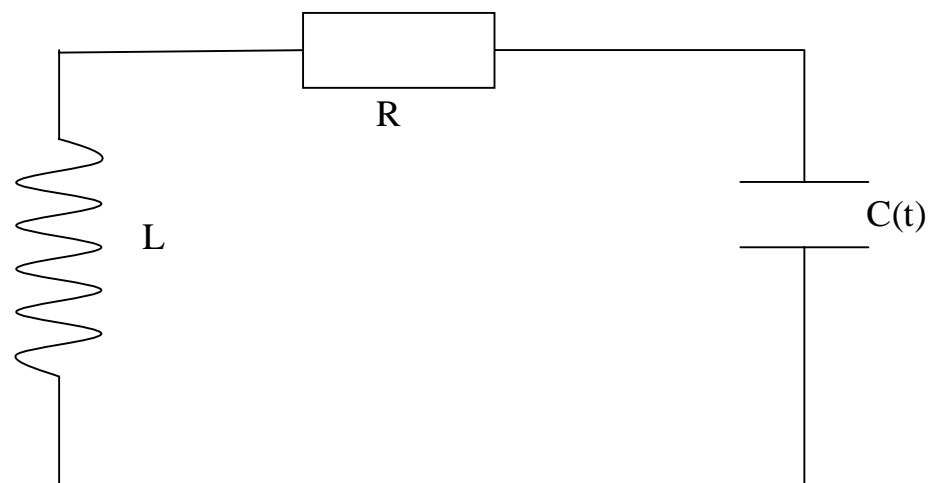


Sönmeýän yrgyldylar üçin



Söňýän yrgyldylar üçin

onuň sygymyny üýtgetsek  $C(t)$ , onda her gezek onuň sygymy  $2AC$  kiçelende kondensatoryň energiýasy degişlilikde ulalýar  $U=qh/2c$ .  $q$  zarýad sygym



Üýtgeýän sygymly yrgyldyly ulgam

böküş görnüşli üýtgände üýtgemeyär. Ol inersion ululykdyr. Goý  $q(t)$  bilen  $c(t)$  faza gatnaşygy şeýle bolsun ýagny kondensatoryň zarýady ekstremumdan geçende sygym azalýan bolsun. Bu ýagdaýda sygymyň üýtgemek tizligi zarýadyňkyda 2 esse uly bolar.

Parametriki rezonansyň matematiki ýazylyşy şeýledir (çyzykly sistemalar üçin)

$$\ddot{x} + \varphi_1(t)\dot{x} + \varphi_2(t)x = 0 \quad (6)$$

$\varphi_1(t)$  we  $\varphi_2(t)$  wagta görä periodiki funksiýaladyr.

$x = z \exp\left\{-\frac{1}{2}\int \varphi_1(t)dt\right\}$  ýerine goýmak bilen alarys:

$$\dot{x} = -z\frac{1}{2}\varphi_1(t)\exp\left\{-\frac{1}{2}\int \varphi_1(t)dt\right\} + \dot{z}\exp\left\{-\frac{1}{2}\int \varphi_1(t)dt\right\}$$

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2}\left\{\left(z\varphi_1(t)\right)' + \exp' z\varphi_1(t)\right\} + \ddot{z}\exp + \dot{z}\left(-\frac{1}{2}\varphi_1(t)\right)\exp =$$

$$= \left\{-\frac{1}{2}\left\{\dot{z}\varphi_1 + \dot{\varphi}_1 z + \left(-\frac{1}{2}\varphi_1\right)z\varphi_1\right\} + \ddot{z} - \dot{z}\frac{1}{2}\varphi_1\right\}\exp =$$

$$\ddot{z} - \dot{z}\varphi_1\frac{1}{2}z\dot{\varphi}_1 + \frac{1}{4}\varphi_1^2 z - \frac{1}{2}z\varphi_1^2 + \dot{z}\varphi_1 + \varphi_2 z = 0$$

$$\ddot{z} + \left(\varphi_2 - \frac{1}{4}\varphi_1^2 - \frac{1}{2}\dot{\varphi}_1\right)z = \ddot{z} + \psi(t)z = 0 \quad (7)$$

(7)-Hilliniň deňlemesi.

Hilliniň deňlemesiniň bir görnüşi Matýoniň deňlemesidir:

$$\ddot{y} + \omega_0^2(1 + m \cos(pt))y = 0 \quad (8)$$

Bu deňlemäniň çözülişi şeýledir:

$$x = C_1 \chi(t)e^{\lambda t} + C_2 \chi(-t)e^{-\lambda t} \quad (9)$$

$\chi(t)$ -çäklendirilen funksiýadyr we periody parametriň üýtgeýiş periodyna deňdir.

$\lambda$ -kompleks ululyk bolup, karakteristiki görkeziji diýilýär.  $\lambda$ -nyň hakyky bölegi çözüliş artýan ýa-da artmaýan häsiýetlidigini görkezýär.

(8)-deňlemäniň çözülişiniň doly analizi çylşyrymly. Şonuň üçin (8) deňlemäniň analizi  $2\omega_0/p$  we  $m$ -iň haýsy bahalarynda  $\lambda_1$  we  $\lambda_2$ -iň kompleksdigini tapmaklyga syrykdyrylýar. Şu ýagdaýda sistemada ösýän yrgyldylar, ýagny parametriki rezonans döreýär. Andropow we Leontewiň şu oblastlary şeýle deňlemeler bilen ýazylýan sistemalar üçin hasapladylar

$$\ddot{x} + \omega_0^2(1 + m \cdot \cos(pt))x = 0 \quad (10)$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2(1 + m \cdot \cos(pt))y = 0 \quad (11)$$

Hasaplamanyň netijesi şeýledir: