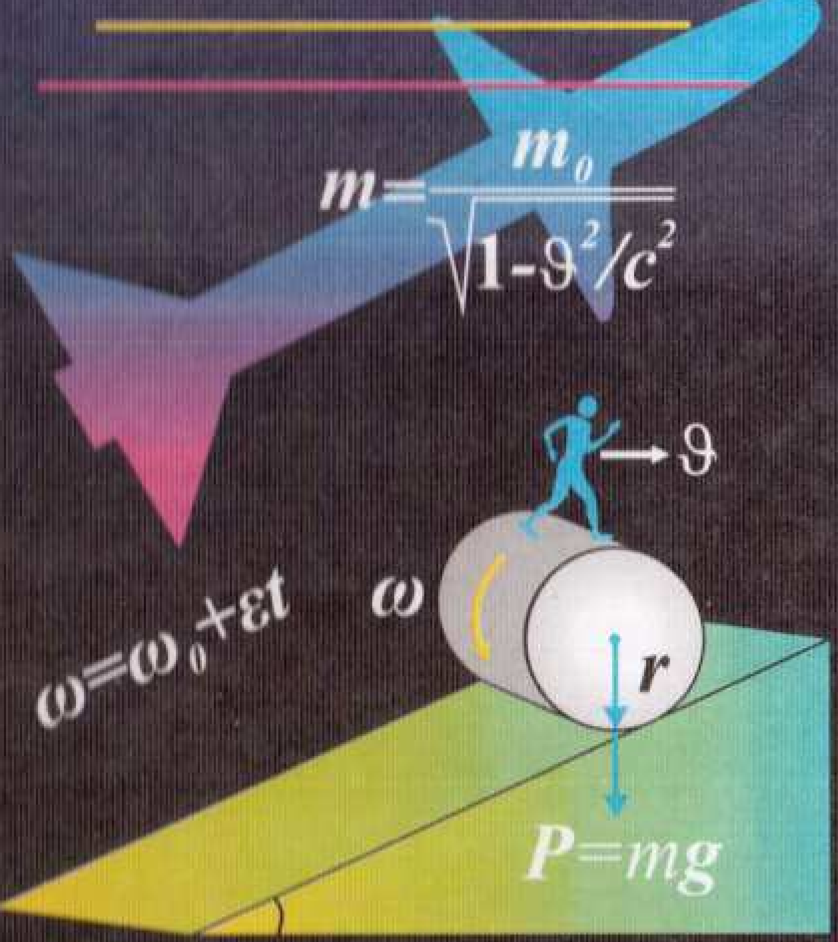
Satuwa degişli däl.

FIZIKADAN MESELELER

FIZIKADAN MESELELER

MEHANIKA



kynçylyklar döretdi. Hödürlenýän gollanmada umumy fizikanyň Mehanika bölümine degişli 174 sany mesele berlen. Gollanma bölüme degişli aýry-aýry temalar boýunça usuly görkezmeler bilen üpjün edilen. Meseleleri özbaşdak çözmäge ýykgyn edilmelidir. Eger-de meseläni birbada çözmeklik başartmasa, onda bada-bat onuň çözülişine seredilmän, ilki bilen degişli ugrukdyrmalara ýüz tutulsa maksadalaýyk bolar.

Gollanmanyň ahyrynda fundamental fiziki hemişelikler, ýakynlaşan hasaplamalar üçin formulalar, trigonometrik gatnaşyklar, fiziki meseleler çözülende ulanylýan ýokary matematikadan käbir beýleki maglumatlar hem getirilen.

Bu gollanma diňe bir bäsleşiklere taýýarlanýan mekdep okuwçylary hem talyplar üçin däl-de, eýsem fizika dersi boýunça amaly okuwlary alyp barýan mugallymlar üçin hem gollanma bolup biler.

Gollanmanyň I-VII baplaryny G. Toýlyýew, VIII baby we goşmaçalary G. Orazow, IX baby M. Maşaýew ýazdylar.

Collanmadaky meseleler dürli ýyllarda çap edilen kitaplardan saýlanyp toplandy. Meseleleriň çözülişini, çözmek üçin ugrukdymalary, usuly görkezmeleri we jogaplary ýazarlaryň özleri taýýarladylar. Wektor ululyklar garaldylan harplaryň üsti bilen (ýa-da üstüne peýkamjyk goýlup) berildi.

1. KINEMATIKA

1.1. Usuly görkezmeler

Kinematika degişli meseleler çözülende:

1. Hasaplama ulgamyny anyklamaly. Koordinata oklarynyň birini hereketiň ugruna gönükdirmeli.

2. Meseläniň şertine laýyklykda jisimiň hereket traýektoriýasyny anyklamaly. Çyzgyda orun üýtgetme, tizlik we tizlenme wektorlaryny görkezmeli.

3. Hereketiň kanunynyň deňlemesini wektor görnüşde ýazmaly. Soňra bu deňlemedäki wektorlaryň koordinata oklaryna proýeksiýalaryny alyp, hereketiň kanunynyň skalýar görnüşindäki deňlemeler toplumyny ýazmaly. Gerek bolsa, meseläniň şertinden gelip çykýan goşmaça añlatmalary ýazmaly.

4. Alnan deňlemeler ulgamyny çözüp, gözlenilýän ululyklary tapmaly.

5. Käbir halatlarda meseläni çyzgylar üsti bilen hem işläp bolýar. Ýoluň, orun üýtgetmäniň, tizligiň, tizlenmäniň wagta baglylyk grafiklerini çyzyp, gerekli ululyklary tapyp bolýar.

Gönüçyzykly hereketiň deňlemesi wektor görnüşde şeýle ýazylýar:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \qquad (1)$$

bu ýerde $\vec{r}_0$, $\vec{r}$ - hereket edýän material nokadyň başlangyç (t=0) we islendik t pursatdaky radius wektory, $\vec{\vartheta}_0$-onuň başlangyç tizligi, $\vec{a}$-tizlenmesi. (1) deňleme koordinata oklaryna proýeksiýalarda şeýle ýazylýar:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + \vartheta_{ox}\cdot t + \frac{a_x t^2}{2} \\ y &= y_0 + \vartheta_{oy}\cdot t + \frac{a_y t^2}{2} \\ z &= z_0 + \vartheta_{oz}\cdot t + \frac{a_z t^2}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Gönüçyzykly deňölçegli hereketde $\vec{a}=0$ bolany üçin

$$\left.\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t \\ &\text{we} \\ x &= x_0 + \vartheta_{ox} t \\ y &= y_0 + \vartheta_{oy} t \\ z &= z_0 + \vartheta_o t \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

deňlemeleri alarys.

Hereketiň tizligi:

- orta tizligi:

$$\vartheta_{or} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i}, \qquad (4)$$

$S_1, S_2, \ldots S_n$ -degişlilikde $t_1, t_2, \ldots t_n$ wagtlarda deňölçegli gönüçyzykly geçilen ýollar.

- pursatlaýyn tizlik:

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}; \qquad (5)$$

- pursatlaýyn orun üýtgetme tizligi:

$$\vec{\vartheta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (6)$$

ýa-da

$$\left\{\begin{aligned} &\vartheta_x = \frac{dx}{dt}, \vartheta_y = \frac{dy}{dt}, \vartheta_z = \frac{dz}{dt}, \\ &\left|\vec{\vartheta}\right| = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2}. \end{aligned}\right.$$

Hereketiň tizlenmesi:

- orta tizlenme:

$$\vec{a}_{or} = \frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t} \qquad (7)$$

- pursatlaýyn tizlenme:

$$\left.\begin{aligned} \vec{a} &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} \\ \vec{a} &= \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

ýa-da

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{d\vartheta_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \\ a_y &= \frac{d\vartheta_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \\ a_z &= \frac{d\vartheta z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned}\right\} |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad (9)$$

Deňüýtgeýän gönüçyzykly hereketde
a=*hemişelik* $a<0$ (haýallaýan),
$a>0$ (tizlenýän) hereket.

Egriçyzykly hereketde:

tangensial tizlenme $a_t = \frac{d\vartheta_t}{dt}$; normal (merkeze ymtylýan) tizlenme $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$; burç tizligi $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$; burç tizlenmesi $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$.

Çyzykly we burç ululyklaryň arabaglanyşygy:

$$\vartheta=\omega\cdot R;\ a_n=\omega^2\cdot R;\ a_\tau=\varepsilon\cdot R.$$

1.2. Meseleler

1.1. Nokat ϑ_0 tizlik bilen ýoluň ýarysyny geçdi. Ýoluň galan bölegine harçlanan wagtyň ýarysynyň dowamynda ϑ_1, beýleki ýarysynda bolsa ϑ_2 tizlik bilen hereket etdi.

Hereketiň dowamynda nokadyň orta tziligini tapmaly.

1.2. Bir nokatdan iki jisimi birwagtda zyňdylar. Olaryň birini dik ýokaryk, beýlekisini bolsa gorizonta 60^0 burç bilen zyňdylar. Iki jisimiň hem başlangyç tizligi 25 *m/s*. Howanyň garşylygyny hasaba alman, 1,70 *s*-dan soň jisimleriň aradaşlygyny kesgitlemeli.

1.3. Üç sany nokat tarapynyň uzynlygy a bolan deňtaraply üçburçlugyň depelerinde ýerleşýär. Olaryň üçüsi-de birwagtda moduly ϑ -e deň tizlik bilen hereket edip başlaýarlar. Birinji nokadyň hereketiniň ugry mydama ikinjä, ikinjiniňki üçünjä we üçünjiniňki birinjä tarap ugrukdyrylan bolsa, nokatlar näçe wagtdan soň duşuşarlar?

1.4. Ýoldaky "*A*" duralgadan ýoldan ℓ uzaklykdaky meýdançada ýerleşen *B* edara iň az wagtda barmak gerek. Meýdançada maşynyň tizligi onuň ýoldaky tizliginden *n* esse kiçi bolsa, maşyny *D* nokatdan näçe daşlykda öwürmeli? (*1.5-nji çyzgy*).

1.5. Bölejik *Ox* okuň položitel ugruna $\vartheta=\alpha\sqrt{x}$ tizlik bilen hereket edýär (bu ýerde α = *hemişelik*). $t=0$ pursatda $x=0$ diýip hasaplap:

a) bölejigiň tizliginiň we tizlenmesiniň wagta baglylygyny;

b)bölejik ilkinji *S* ýoly geçýänçä gerek bolan wagtyň dowamynda onuň orta tizligini tapmaly.

1.6. Jisim göni çyzyk boýunça hereket edýär. Onuň tizligi koordinatanyň kwadratyna proporsionallykda artýar. $x=5m$ nokatda

tizlik $\vartheta=2m/s$. Bu nokatda jisimiň tizlenmesini tapmaly. Eger koordinatany 3 (üç) esse ulaltsaň, tizlenme nähili üýtgär?

1.7. Nokat *xOy* tekizlikde $x=A\sin\omega t$, $y=A(1-\cos\omega t)$ kanun boýunça hereket edýär. *A* we ω položitel hemişelikler.

a) τ wagtyň dowamynda nokadyň geçen *S* ýoluny;

b) nokadyň tizliginiň we tizlenmesiniň arasyndaky burçy tapmaly.

1.8. Howa şary ýeriň üstünden galyp başlaýar. Onuň galyş tizligi hemişelik we ϑ_0-a deň. Şemal bolany üçin şar kese ugur boýunça $\vartheta_x=\alpha y$(α-hemişelik, *y*-galyş beýikligi) tizlige eýe bolýar.

a) şaryň gapdal süýşmesiniň *x(y)*;

b) doly, tangensial we normal tizlenmeleriň galyş beýiklige baglylygyny tapyň.

1.9. R=5sm radiusly, ýarymaçym burçy $\alpha=30^0$ bolan togalak konus, suratda görkezilişi ýaly, typman togalanýar (*1.8-nji çyzgy*). Konusyň depesi "*O*" nokatda şarnirli berkidilen. "*O*" nokat konusyň esasynyň merkezi *C* bilen birderejede durýar. *C* nokadyň tizligi $\vartheta=10sm/s$.

a) Konusyň burç tizliginiň we

b) burç tizlenmesiniň modulyny tapmaly.

1.10. Otly ýerinden gozganyp başlan pursaty ugradyjy otlynyň hereketiniň ugruna $\vartheta_0=3{,}5m/s$ tizlik bilen deňölçegli ylgap başlady. Otly deňtizlenip hereket edýär diýip, ugradyjy ugradylýan bilen deňleşen pursaty otlynyň tizligini tapmaly.

1.11. *H* beýiklikden erkin gaçýan jisime tarap ýerden atylan ok *C* nokatda oňa degdi (*1.10-njy çyzgy*). Eger *BO=L* bolsa okuň gorizonta nähili burç (α) bilen atylandygyny kesgitlemeli.

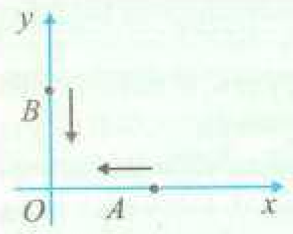
1.12. Topdan *L* uzaklykda baýryň üstünde ýerleşen nyşana tarap ok atylýar. Nyşana topuň ýerleşen ýerinden gorizont bilen α burç boýunça görünýär. Gorizonta β burç bilen atylan ok (*1.11-nji çyzgy*) nyşana degmegi üçin ol nähili başlangyç tizlik bilen atylmaly?

1.13. Guýynyň çuňlugyny 5% takyklyk bilen ölçemeli: Onuň üçin guýa daş taşlanyp, daşyň suwa degen sesiniň eşidilýän τ wagtyny belleýärler. τ-nyň haýsy bahasyndan başlap sesiň guýynyň çuňlugyny geçmek üçin sarp eden wagtyny hasaba almaly? Sesiň howadaky tizligi $\vartheta=330 m/s$.

1.14. A we B nokatlar Ox we Oy oklary boýunça hereket edýärler *(1.1-nji çyzgy)*.

$t=0$ pursatda A nokat koordinatalar başlangyjyndan $S_1=10sm$, B nokat bolsa $S_2=5sm$ daşlykda ýerleşýärler.

A nokat $\vartheta_1=2\frac{sm}{s}$, B nokat bolsa $\vartheta_2=4\frac{sm}{s}$ tizlik bilen görkezilen ugurlarda hereket edýärler. 1). Olar duşuşarlarmy? 2). A we B nokatlaryň arasyndaky iň kiçi aralyk näçe bolar?



1.1-nji çyzgy.

1.15. Kiçiräk şar $\vartheta=10m/s$ tizlik bilen gorizontal üst boýunça hereket edip, diwarlary dik çukura golaýlaşýar *(1.12-nji çyzgy)*. Garşylykly diwarlaryň aradaşlygy $d=5sm$. $\vec{\vartheta}$ wektor çukuryň diwarlaryna perpendikulýar, çukuryň çuňlugy $H=1m$. Şaryň çukuryň diwarlaryna urgusyny absolýut maýyşgak hasaplasak, ol çukuryň düýbüne gaçýança diwarlara näçe gezek urlar?

1.16. Uçar ýerden $H=4km$ beýiklikde sesaşa tizlik bilen gorizontal barýar. Uçar gözegçiniň dik üstünden geçen pursatyndan $t=10s$-dan soň gözegçi uçaryň sesini eşitdi. Eger sesiň tizligi $\vartheta_s=330m/s$ bolsa, uçaryň tizligi näçe? *(1.13-nji çyzgy)*.

1.17. Ýolagçy otlynyň sürüjisi $S_0=180m$ öňde $\vartheta_2=32{,}4km/sag$ tizlik bilen barýan haryt daşaýan otlyny gördi. Ol şobada togtadyjyny işletdi we otly $a=-1{,}2m/s^2$ tizlenme bilen hereket edip başlady. Eger ýolagçy otlynyň başdaky tizligi $\vartheta_1=108km/sag$ bolsa, şeýle togtatma otlularyň çakyşmazlyklary üçin ýeterlikmi?

1.18. Material nokat berlen hasaplama ulgamynda $y=1+2t$ we $x=2+t$ kanun boýunça hereket edýär. 1) Traýektoriýanyň deňlemesini tapmaly; 2) xOy tekizlikde traýektoriýany gurmaly; 3) $t=0$ pursatda nokadyň ýagdaýyny, hereketiň ugruny we tizligini tapmaly.

1.19. Wertolýot (dikuçar) göni boýunça deňölçegli hereket edip 2 sagatda 400 km geçip, 90^0 burç bilen ugruny üýtgetdi we 1,5 *sagat* uçup ýene 300 km geçdi. Wertolýotyň: 1) geçen ýoluny; 2) orun üýtgetmesini; 3) orta ýol tizligini; 4) orta orun üýtgetme tizligini tapmaly *(1.16-njy çyzgy)*.

1.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

1.1. Orta tizligiň formulasyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $\vartheta_{or}=\dfrac{2\vartheta_0(\vartheta_1+\vartheta_2)}{2\vartheta_0+\vartheta_1+\vartheta_2}$.

1.2. Jisimleriň kinematiki hereket deňlemelerini ýazmaly we olaryň t wagtdan soň boljak nokatlarynyň koordinatlaryny tapmaly, soňra iki nokadyň arasyndaky uzaklyk üçin formuladan peýdalanmaly.

Jogaby: $(l\approx 22m)$.

1.3. Tizlikleriň goşma düzgüninden peýdalanyp, mysal üçin, 2-nji nokadyň 3-nji nokada görä tizligini tapyň. Soňra şol tizlik bilen nokat berlen aralygy näçe wagtda geçjekdigini tapmaly.

Jogaby: $t=\dfrac{a}{\vartheta+\vartheta\cos\alpha}=\dfrac{2a}{3\vartheta}$.

1.4. Kinematikanyň kanunlaryny ulanyp $t(x)$ baglanyşygy tapyň, soňra ony ekstremuma derňäň:

Jogaby: $x=\dfrac{l}{\sqrt{n^2-1}}$.

1.5. $\vartheta=\dfrac{dx}{dt}$-ni peýdalanyp, $x(t)$-ni tapyň. Soňra ϑ-niň, a-nyň, ϑ_{or}-yň formulalaryny ulanyň.

Jogaby: $x=\dfrac{\alpha^2t^2}{4}; \vartheta=\dfrac{\alpha^2t^2}{2}; a=\dfrac{\alpha^2}{2}; \vartheta_{or}=\dfrac{\alpha\sqrt{S}}{2}$.

1.6. Koordinata Δx artym berip $\Delta \vartheta$-ni tapyň. Alnan aňlatmadan a-ny tapyp bolýar.

Jogaby: $a = 1,6\dfrac{m}{S^2}$; 27 esse artar.

1.7. Doly tizligi, $S = \int \vartheta dt$ aňlatmadan geçilen ýoly tapmaly. Soňra doly tizlenmäni tapmaly we gerekli burçy almaly $S{=}A\omega\tau$; 90^0.

1.8. Hereketiň deňlemelerini ulanyp x-i tapyň. Degişli kesgitlemelerden peýdalanyp a_τ, a we a_n tizlenmeleri tapyp bolýar.

Jogaby: $x = \dfrac{\alpha y^2}{2\vartheta_0}; a_\tau = \dfrac{\alpha^2 y}{\sqrt{1+\alpha^2\dfrac{y^2}{\vartheta_0^2}}}; a = \alpha\vartheta_0; a_n = \dfrac{\alpha\vartheta_0}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\alpha y}{\vartheta_0}\right)^2}}.$

1.9. Hereketleriň goşulyşyndan peýdalanyp, konusyň netijeleýji burç tizlenmesi tapylýar. Burç tizlenmesiniň kesgitlemesini ulanmaly. $\vec{\omega}$ wektoryň ululygy üýtgemese-de ugry üýtgeýär. Onuň ugrunyň üýtgeýiş tizligini tapmaly.

Jogaby: $\omega = \dfrac{\vartheta}{R\cos\alpha}; \varepsilon = \left(\dfrac{\vartheta}{R}\right)^2 \cdot tg\alpha.$

1.10. Berlen t wagtyň dowamynda ugradyjynyň we otlynyň geçen ýollaryny deňläp, gerekli ululyklar tapylýar.

Jogaby: $\vartheta = 2\vartheta_0$.

1.11. Jisimiň we okuň duşuşýan t wagtyna çenli geçen ýollarynyň deňlemeleri tapylyp, olar bilelikde çözülýär.

Jogaby: $tg\alpha = \dfrac{H}{L}$.

1.12. Koordinatalar ulgamyny top bilen baglap, onuň hereket deňlemesini Ox we Oy oklara proýeksiýalarda ýazmaly. Ok nyşana degen pursaty üçin x-i we y-i tapyp, hereket deňlemelerini proýeksiýalarda ýazyp, olary bilelikde işlemeli.

Jogaby: $\vartheta_0 = \sqrt{\dfrac{gL\cos\alpha}{2\cos\beta\cdot\sin(\beta-\alpha)}}$.

1.13. Sesiň guýunyň çuňlugyny geçmek üçin sarp eden wagtyny hasaba alyp we alman guýynyň çuňlugyny tapmaly. Soňra otnositel ýalňyşlygy 5%-e deňläp, alnan deňlikden τ-iň bahasy tapylýar.

Jogaby: $\tau \le 1,77s$.

1.14. 1) Nokatlaryň koordinatalar başlangyjyna gelýän wagtlaryny deňeşdirmeli.

2) islendik t wagtda nokatlaryň koordinatalaryny tapyp, iki nokadyň aradaşlygynyň formulasyny peýdalanmaly, soňra ony extremuma derňemeli.

Jogaby: 1. duşuşmazlar $t_a \ne t_b$; 2. $d = 6,7sm$.

1.15. Şaryň diwara bir gezek urgusynyň wagty bilen, onuň çukuryň düýbüne gaçmagy üçin sarp eden wagty özara deňeşdirilýär.

Jogaby: $n{=}90$.

1.16. Sesaşa tizlik bilen uçýan uçardan çykýan ses tolkunlarynyň gözegçä gelşiniň geometrik çyzgysyny çyzyp, alnan şekillerden gözlenýän ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $\vartheta = 584\dfrac{m}{s}$.

1.17. Otlularyň hereket deňlemelerini ýazyp, olaryň ýolunyň çyzgysyny çyzmaly. Çyzgylaryň kesişýän ýerlerinde olar çaknyşarlar.

Jogaby: ýeke-täk däl.

1.18. Hereket deňlemesinden t-ni aýryp $f(x,y)$ traýektoriýanyň deňlemesini tapmaly.

Jogaby: $y{=}2x{-}3$; $A(2;1)$ nokat; $\vartheta = \sqrt{5}\dfrac{m}{s}$ we Ox okuna $\approx 63^0$ bilen ýaplanan.

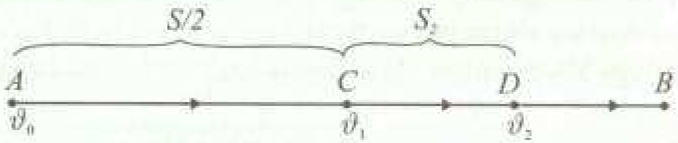
1.19. Ýoluň, orun üýtgetmäniň, orta we orta orun üýtgetme tizlikleriň kesgitlemelerinden peýdalanmaly.

Jogaby: $700km$; 500; $200\dfrac{km}{sag}$; $143\dfrac{km}{sag}$.

3 – Sargyt № 2342

1.4. Çözüwler

1.1. Goý, nokat A-dan B-e çenli hereket eden bolsun *(1.2-nji çyzgy)*.



1.2-nji çyzgy

C nokat AB ýoly deň ikä bölýär. Onda $AC=CB$, $AB=S$ we $AC=CB=\frac{S}{2}$. Ýoluň AC böleginde $\frac{S}{2}=\vartheta_0 t_1 \to t_1=\frac{S}{2\vartheta_0}$, $\cdot$ t_1 – AC ýoluň geçilen wagty.

Ýoluň CD we DB böleklerinde geçilen ýol, meseläniň şertine görä, $CD=\vartheta_1\frac{t_2}{2}$, t_2 – CB ýoluň geçilen wagty. $DB=\vartheta_2\frac{t_2}{2}$. Emma $\frac{S}{2}=CD+DB=\vartheta_1\frac{t_2}{2}+\frac{\vartheta_2}{2}t_2$, bu ýerden $t_2=\frac{S}{\vartheta_1+\vartheta_2}$.

Onda orta tizligiň kesgitlemesine görä:

$$\vartheta_{or}=\frac{AC+(CD+DB)}{t_1+t_2}=\frac{\frac{S}{2}+\frac{S}{2}}{\frac{S}{2\vartheta_0}+\frac{S}{\vartheta_1+\vartheta_2}}=\frac{S}{S\left(\frac{1}{2\vartheta_0}+\frac{1}{\vartheta_1+\vartheta_2}\right)}=\frac{2\vartheta_0(\vartheta_1+\vartheta_2)}{2\vartheta_0+\vartheta_1+\vartheta_2}$$

Bellik. Umumy ýagdaýda $\vartheta_{or}=\frac{\vartheta_0+\vartheta_1+\vartheta_2}{3}$ aňlatmadan peýdalanmak bolmaýar. Eger hereketiň dowamynda tizlik deňüýtgese (deňhaýallaýan ýa-d deňtizlenýän bolsa), onda orta tizlik tizlikleriň orta arifmetiki bahasyna deňdir.

1.2.

1-nji usul:

Meseläni çözmegiň esasy pikiri şundan ybarat, ýagny iki jisim hereket edýär. t wagtdan soň olaryň birinjisi $A(x_1,y_1)$, ikinjisi $B(x_2,y_2)$ nokatlarda bolarlar. Bu nokatlaryň koordinatalaryny tapyp, iki nokadyň arasyndaky uzaklygyň

$$\ell=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_2-y_1)^2} \qquad (1)$$

formulasyndan peýdalanmaly.

Birinji jisim dik ýokaryk hereket edeni üçin onuň hereketi deňhaýallaýan bolup, deňlemesi

$$y_1=\vartheta_0 t-\frac{gt^2}{2} \qquad (2)$$

görnüşde bolar. Jisimleriň zyňylan nokatlarynyň koordinatalary nola deň diýeliň:

$$x_1=0, \qquad (3)$$

sebäbi nokat ordinata okunda ýatýar.

Ikinji jisim gorizonta burç bilen zyňlany üçin ol iki ugurda hereket eder Ox oky boýunça $\vartheta_0\cos\theta$ başlangyç tizlik bilen deňölçegli gönüçyzykly, Oy oky boýunça $\vartheta_0\sin\theta$ başlangyç tizlikli dik ýokaryk deňhaýallap hereket edýär. Onda

$$x_2=\vartheta_0\cos\theta\cdot t, \qquad (4)$$

$$y_2=\vartheta_0\sin\theta\cdot t-\frac{gt^2}{2}. \qquad (5)$$

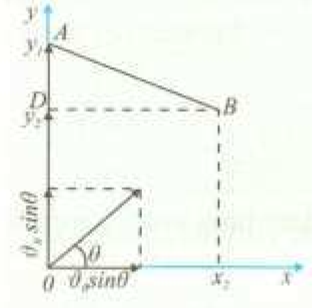
Şu meselede jogaby berlen ululyklaryň üsti bilen aňladylan formulany çykarmak çylşyrymlylyk döredýär. Şonuň üçin degişli formulalarda san bahalary goýup, işi ýönekeýleşdirip bolýar:

$$y_1=25\cdot1{,}7-\frac{10\cdot(1{,}7)^2}{2}=(42{,}5-14{,}16)m\approx 28{,}34m,$$

$$x_2=25\cdot\frac{1}{2}\cdot1{,}7=21{,}25m,$$

$$y_2=\left(25\cdot0{,}8666\cdot1{,}7-\frac{10\cdot(1{,}7)^2}{2}\right)=(36{,}83-14{,}16)=22{,}67m.$$

Diýmek, t=1,7 s-dan soň birinji dik zyňlan jisim $A(0m; 28{,}34m)$, ikinji jisim bolsa $B(21{,}25m; 22{,}67m)$ nokatda boljak eken. Onda gözlenilýän aralyk



1.3-nji çyzgy

$$\ell=\sqrt{(21{,}25-0)^2+(22{,}67-28{,}34)^2}\,m=$$

$$=\sqrt{462{,}25+32{,}18}\,m=\sqrt{494}\,m\approx 22m.$$

2-nji usul.

1.3-nji çyzga seret. ADB gönüburçly üçburçlukdan:

$$\ell=\sqrt{AD^2+DB^2}.$$

Emma

$$AD=y_1-y_2=\vartheta_0 t-\frac{gt^2}{2}-\left(\vartheta_0\sin\theta\cdot t-\frac{dt^2}{2}\right)=\vartheta_0 t(1-\sin\theta)$$

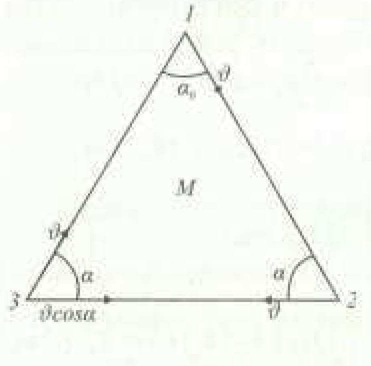
$$DB=x_2=\vartheta_2\cdot t\cos\theta.$$

Onda

$$\ell=\sqrt{\vartheta_0^2t^2(1-\sin\theta)^2+\vartheta_0^2t^2\cos^2\theta}=\vartheta_0 t\sqrt{1-2\sin^2\theta+\sin^2\theta\cos^2\theta},$$

$$\ell=\vartheta_0 t\sqrt{2-2\sin\theta}.$$

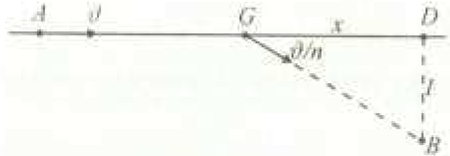
$$\ell=25\cdot 1{,}7\sqrt{2-2\cdot 0{,}8666}\,m\approx 22m.$$



1.3 1.4-nji çyzga seredeliň. Nokatlaryň biriniň, mysal üçin, 2-njisiniň hereketine garalyň. Ol 3-nji nokada gönügip ϑ tizlik bilen hereket edýär. 3-nji bolsa, "$\vartheta\cos\alpha$" tizlik bilen 1-njä tarap hereket edýär. 3-nji nokada görä 2-nji nokadyň tizligi ($\vartheta+\vartheta\cos\alpha$). Onda 2-nji nokadyň 3-njä ýetmegi üçin gerek bolan wagt

$$t=\frac{a}{\vartheta+\vartheta\cos\alpha},\ \text{emma}\ \alpha=60^0,\ \cos 60=\frac{1}{2}\ \text{we}\ t=\frac{2a}{3\vartheta}\ \text{bolar.}$$

1.4.



1.5-nji çyzgy

Goý, maşyny G nokatda öwürsek B edara iň az wagtda baryp bolýar diýeliň (*1.5-nji çyzgy*). GD-ni x bilen belgiläliň. Maşynly AGB ýoly geçmek üçin gerek bolan wagty tapalyň.

$$t_{AGB}=t_{AG}+t_{GB},\quad t_{AG}=\frac{AG}{\vartheta};\quad t_{GB}=\frac{GB}{\frac{\vartheta}{n}}=\frac{n\cdot GB}{\vartheta}.$$

Emma ΔGDB – den : $GB=\sqrt{x^2+\ell^2}$. Onda

$$t=\frac{AD-x}{\vartheta}+\frac{n\cdot\sqrt{x^2+\ell^2}}{\vartheta}.$$

Alnan aňlatma x-e bagly. x-iň haýsy bahasynda t-niň iň kiçi bahasynyň alynýandygyny bilmek üçin soňky aňlatmadan x-e görä birinji derejeli önüm alyp, ony nola deňläliň:

$$t'_x=\left(\frac{AD-x}{\vartheta}\right)'_x\left[\frac{n}{\vartheta}(\ell^2+x^2)^{\frac{1}{2}}\right]'=-\frac{1}{\vartheta}+\frac{n}{\vartheta}\cdot\frac{1}{2}(\ell^2+x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x=0,$$

$$-1+\frac{nx}{\sqrt{\ell^2+x^2}}=0$$ ýa-da $$\frac{nx}{\sqrt{\ell^2+x^2}}=1.$$ Bu ýerden $n^2x^2=\ell^2+x^2$

ýa-da $x^2(n^2-1)=\ell^2$, $x=\dfrac{\ell}{\sqrt{n^2-1}}$.

1.5. Şerte görä $\vartheta=\alpha\sqrt{x}$ ýa-da $\dfrac{dx}{dt}=\alpha\cdot x^{\frac{1}{2}}$, bu ýerden $\dfrac{dx}{x^{\frac{1}{2}}}=\alpha\,dt$.

Alnan aňlatmany integrirläliň:

$$\int_0^x x^{-\frac{1}{2}}dx = \int_0^t \alpha dt; \qquad \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \alpha t$$

ýa-da $2\sqrt{x} = \alpha t$. Soňky deňlemäniň iki tarapyny-da kwadrata göterip alarys:

$$x = \frac{\alpha^2}{4}\cdot t^2.$$

Bu bölejigiň hereket kanunydyr. Ondan

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\alpha^2}{4}t^2\right) = \frac{\alpha^2}{4}\cdot 2t = \frac{\alpha^2}{2}\cdot t; \quad \vartheta = \frac{\alpha^2}{2}\cdot t.$$

Soňky deňlemeden

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\alpha^2}{2}; \quad a = \frac{\alpha^2}{2}.$$

Geçilen ýol, $S=x-x_0$, onda $S = \frac{\alpha^2 \cdot t^2}{4}$ bu ýerden $t = \frac{4S}{\alpha^2}$ we

$$t^2 = \frac{2\sqrt{S}}{\alpha}; \; \vartheta_{or} = \frac{S}{t} = \frac{\alpha^2\cdot t^2}{4\cdot t} = \frac{\alpha^2}{4}\cdot\frac{2\sqrt{S}}{\alpha} = \frac{\alpha\sqrt{S}}{2}.$$

1.6. Şerte görä $\vartheta = Ax^2$, bu ýerde A hemişelik san. Ony berlen ululyklar boýunça tapalyň:

$$2\frac{m}{S} = A\cdot 25m^2, \qquad A = \frac{2}{25} = 0{,}08m^{-1}\cdot s^{-1}.$$

Δt wagtyň dowamynda tizlik $\Delta\vartheta$ ululyga üýtgedi diýeliň. Şu Δt wagtda jisim $\Delta x = \vartheta\,\Delta t$ aralyga süýşer we koordinata $x+\Delta x$ bolar. Onda şerte görä

$$\vartheta + \Delta\vartheta = A(x+\Delta x)^2 \quad \text{ýa-da} \quad \vartheta + \Delta\vartheta = Ax^2 + 2Ax\Delta x + A(\Delta x)^2.$$

$(\Delta x)^2$ örän kiçi bolany üçin ol $(\Delta x)^2 \to 0$ we $Ax^2 = \vartheta$ deňligi göz öňünde tutup $\Delta\vartheta = 2Ax\Delta x = 2Ax\,\vartheta\,\Delta t$ aňlatmalary alarys.

Bu ýerden

$$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = a = 2A\vartheta x = 2A^2x^3, \quad a = 2\cdot(0{,}08)^2\cdot(5)^3\frac{m}{s^2} = 1{,}6\frac{m}{s^2}.$$

Eger x koordinata 3 esse ulalsa, soňky deňlikden görnüşi ýaly, $a \sim x^3$ we tizlenme 27 esse artýar.

1.7. Belli bolşy ýaly, $\vartheta = \frac{dS}{dt}$. Bu ýerden $dS = \vartheta dt$ we $S = \int \vartheta dt$.

Tizligi tapmak üçin $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ aňlatmadan peýdalanyň. Bu ýerde

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A\sin\omega t)}{dt} = A\omega\cos\omega t,$$

$$\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left[A(1-\cos\omega t)\right] = A\omega\sin\omega t.$$

Onda

$$\vartheta = \sqrt{A^2\omega^2\cos^2\omega t + A^2\omega^2\sin^2\omega t} = \sqrt{A^2\omega^2\left(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t\right)} = A\omega,$$

sebäbi $\sin^2\omega t + \cos^2\omega t = 1$. Onda $S = \int_0^\tau A\omega dt = A\omega\tau$ bolar.

Görnüşi ýaly, $\vartheta = A\omega = hemişelik$ tizligiň ululygy üýtgemeýär. Onda tangensial tizlenme $a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = 0$, normal tizlenme bolsa $a_n = \frac{\vartheta^2}{R} \neq 0$. Bu tizlenme radius boýunça egriniň (traýektoriýanyň) merkezine tarap gönükdirilip, berlen nokatda egrä geçirilen galtaşma perpendikulýardyr. Tizlik (çyzykly tizlik) bolsa galtaşma boýunça ugrukdyrylandyr. Diýmek, $\vec{a}$ we $\vec{\vartheta}$ wektorlar özara 90^0 burç emele getirmeli *(1.6-njy çyzgy)*. Hereketiň traýektoriýasynyň görnüşini bilmek üçin onuň deňlemesini tapalyň:

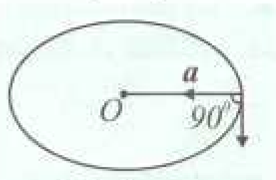
$$\frac{x}{A}=\sin\omega t \quad \text{we} \quad 1-\frac{y}{A}=\cos\omega t.$$

Bu deňlemeleri kwadrata göterip, özara goşalyň:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(1-\frac{y}{A}\right)=\sin^2\omega t+\cos^2\omega t=1.$$

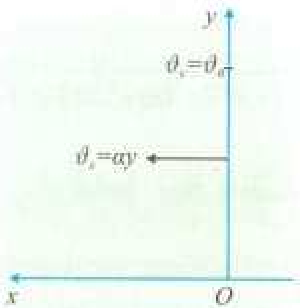
Alnan deňleme ellipsiň deňlemesidir, ýagny nokat egriçyzykly hereket edýär.

1.8. y beýiklikde şar $t=\dfrac{y}{\vartheta_0}$ wagtda bolar. Şol wagtyň dowamynda şaryň Ox oky gorizontal ugur boýunça süýşmesi şeýle tapylar: $dx=\vartheta_x dt$, emma $dt=\dfrac{dy}{\vartheta_0}$. Onda



1.6-njy çyzgy

$$dx=\alpha y\frac{dy}{\vartheta_0},$$



1.7-nji çyzgy

$$x=\int_0^y\frac{\alpha}{\vartheta_0}ydy=\frac{\alpha}{\vartheta_0}\cdot\frac{y^2}{2}; \quad x=\frac{\alpha}{2\vartheta_0}y^2.$$

Bu beýiklikde doly ϑ tizlik

$$\vartheta=\sqrt{\vartheta_y^2+\vartheta_x^2}=\sqrt{\vartheta_0^2+\alpha^2y^2}.$$

Emma $y=\vartheta_0 t$ bolany üçin

$$\vartheta=\sqrt{\vartheta_0^2+\alpha^2\vartheta_0^2t^2}=\vartheta_0\sqrt{1+\alpha^2t^2}.$$

Tangensial tizlenme

$$a_\tau=\frac{d\vartheta}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\vartheta_0^2+\vartheta_0^2\alpha^2t^2\right]^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\vartheta_0\left(1+\alpha^2t^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2\alpha^2t=$$

$$=\frac{\vartheta_0\alpha^2t}{\sqrt{1+\alpha^2t^2}}=\frac{\alpha^2y}{\sqrt{1+\alpha^2\dfrac{y^2}{\vartheta_0^2}}}.$$

Meseläniň şertine görä dik ugur boýunça tizlik üýtgemeýär. Şonuň üçin $a_y=0$, kese ugur boýunça tizligiň üýtgemesi

$\Delta\vartheta_x=\alpha\Delta y$, emma $\Delta y=\vartheta_0\Delta t$,

onda $\Delta\vartheta_x=\alpha\vartheta_0\Delta t$. Bu ýerden $\dfrac{\Delta\vartheta_x}{\Delta t}=a_\tau=\alpha\vartheta_0$. Diýmek, doly tizlenme $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=a_x=\alpha\vartheta_0$. $a=\alpha\vartheta_0$.

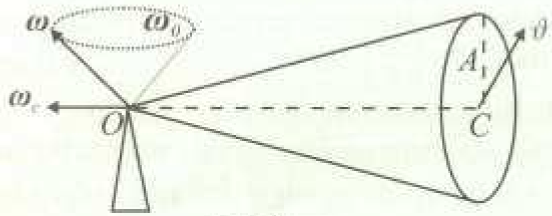
Onda

$$a_n^2=a^2-a_\tau^2=\alpha^2\vartheta_0^2-\frac{\alpha^4y^2}{1+\dfrac{\alpha^2y^2}{\vartheta_0^2}}=\frac{\alpha^2\vartheta^2+\dfrac{\alpha^4\vartheta_0^2\cdot y^2}{\vartheta_0^2}}{1+\left(\dfrac{\alpha y}{\vartheta_0}\right)}=\frac{\alpha^2\vartheta_0^2}{1+\left(\dfrac{\alpha y}{\vartheta_0}\right)^2},$$

Şeýlelikde

$$a_n=\frac{\alpha\vartheta_0}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\alpha y}{\vartheta_0}\right)^2}}$$

1.9.



1.8-nji çyzgy

a) Konus iki aýlawly herekede gatnaşýar:

1) OC gorizontal okuň we "OO" dik okuň daşyndan aýlanýar.

Netijeleýji burç tizlik $\omega=\sqrt{\omega_0^2+\omega_c^2}$. Emma $\omega_0=\dfrac{\vartheta}{OC}$;

ΔOAC-den: $\quad R = OC\cdot tg\alpha \Rightarrow \quad OC = \frac{R}{tg\alpha} = Rctg\alpha,$

$$\omega_0 = \frac{\vartheta}{Rctg\alpha} = \frac{\vartheta\sin\alpha}{R\cos\alpha} \quad \text{we} \quad \omega_c = \frac{\vartheta}{R}.$$

Onda

$$\omega = \sqrt{\frac{\vartheta^2\sin^2\alpha}{R^2\cos^2\alpha}+\frac{\vartheta^2}{R^2}} = \sqrt{\frac{\vartheta^2}{R^2}\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1\right)} = \frac{\vartheta}{R}\sqrt{\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \frac{\vartheta}{R\cos\alpha}.$$

$$\omega = \frac{\vartheta}{R\cos\alpha}.$$

Burç tizlenmesi $\vec{\omega}$ wektoryň wagta görä üýtgemesine deňdir. Konus aýlananda $\vec{\omega}$ wektoryň moduly üýtgemeýär, ýöne okuň ujy "OO" okuň daşyndan aýlanýar. $\vec{\omega}$ wektoryň başlangyjy (O-nokat) gozganmaýanlygy sebäpli, $\vec{\omega}$-nyň üýtgeýiş tizligi (burç tizlenmesi) $\vec{\omega}$ wektoryň ujunyň orun üýtgetme tizligine deňdir. $\vec{\omega}$ wektoryň ujy $\vec{\omega}_c$ radiusly töwerek çyzar. Onuň üçin konus OO okuň töwereginden bir aýlaw eder.

Onda

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \varepsilon = \frac{2\pi\omega_c}{T_{00}} = \omega_{00}\cdot\omega_c = \frac{\vartheta}{Rctg\alpha}\cdot\frac{\vartheta}{R}.$$

Diýmek, $\varepsilon = \left(\frac{\vartheta}{R}\right)^2\cdot tg\alpha.$

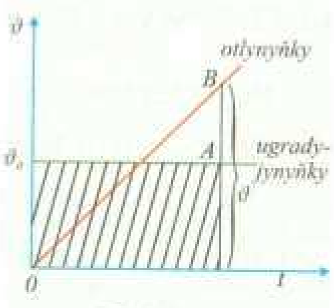
1.10. Bu meseläni iki usul bilen çözeliň.

1. Goý, meselede agzalan pursat t wagtda bolýar diýeliň. Onda şu wagtyň dowamynda ugradyjy deňölçegli ylgap $S=\vartheta_0 t$ ýoly geçer. Onuň ugradylýan bilen deňleşmegi üçin otly hem t wagtda S ýoly geçmeli. Otlynyň hereketi başlangyç tizligi nola deň bolan deňtizlenýän hereket bolany üçin $S=\frac{at^2}{2}$ aňlatmany $at=\vartheta$ -digini göz öňünde tutup, $S=\frac{at\cdot t}{2}=\frac{\vartheta t}{2}$ görnüşde ýazyp bolýar. Onda

$$\vartheta_0 t = \frac{\vartheta t}{2} \quad \text{we} \quad \vartheta = 2\vartheta_0 \text{ bolar.}$$

2. Bu meseläni çyzgylar usuly bilen hem çözüp bolýar. Onuň üçin bir çyzgyda ugradyjynyň we otlynyň tizlikleriniň wagta baglylygyny çyzalyň (*1.9-njy çyzgy*).

Çyzgyda geçilen ýollar degişli çyzygyň we onuň başlangyç we ahyrky nokatlarynyň ordinatalary hem wagt oky bilen çäklenen şekiliň meýdanyna deňdir. Ugradyjynyň t wagtda geçen ýoly $S=O\vartheta_0 AtO$ gönüburçlugyň meýdanyna deňdir, ýagny $S=\vartheta_0 t$.



1.9-njy çyzgy

Otlynyň t wagtda geçen ýoly $S=OBtO$ gönüburçlugyň meýdanyna deňdir, ýagny $S=\frac{\vartheta t}{2}$. Diýmek, $\vartheta_0 t=\frac{\vartheta t}{2}\Rightarrow \vartheta=2\vartheta_0$.

Ugradyjy ugradylýan bilen deňleşende otlynyň tizligi ϑ ugradylýanyň tizliginden iki esse uludyr.

1.11. Jisim we ok $Ç$ nokatda duşuşylýar $\vec{\vartheta}_0$ tizligi $\vartheta_{ox}=\vartheta_0\cos\alpha$ we $\vartheta_{oy}=\vartheta_0\sin\alpha$ özara perpendikulýar düzüjilere dargadalyň. Jisim we ok duşuşýançalar

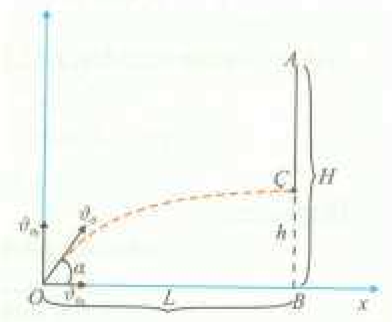
$$t=\frac{L}{\vartheta_{0x}}=\frac{L}{\cos\alpha} \qquad (1)$$

wagt geçer. Şol wagtyň dowamynda jisim

$$H-h=\frac{gt^2}{2} \qquad (2)$$

aralyga A-dan $Ç$-e düşer. Ok bolsa

$$h=\vartheta_{0y}t-\frac{gt^2}{2} \qquad (3)$$



1.10-njy çyzgy

beýiklige galar. $\vartheta \ = \vartheta_0 \sin\alpha$ aňlatmany hasaba a

Diýmek, guýynyň çuňlugyny ölçelende, sesiň bu çuňlugy geçiş wagtyny hasaba alanymyzda goýberilýän ýalňyşlyk 5%-e deň bolar ýaly $\tau<1{,}77s$ bolmaly. $\tau<1{,}77s$-dan başlap eýýäm sesiň guýynyň çuňlugyny geçiş wagtyny hasaba almaly, ýogsam goýberilýän ýalňyşlyk 5%-den uly bolar.

1.14. 1) Meseläniň şertine görä A nokat O nokada $t_A=\dfrac{S_1}{\vartheta_1}=\dfrac{10sm}{2\dfrac{sm}{s}}=5s$-da, B nokat bolsa $t_B=\dfrac{S_2}{\vartheta_2}=\dfrac{5sm}{4\dfrac{sm}{s}}=1{,}25s$-da bararlar. Diýmek, olar duşuşmazlar.

2) Islendik t wagtda A nokadyň koordinatalary $x_A=S_1-\vartheta_1 t$, $y_A=0$, B nokadyňky bolsa $x_B=0$, $y_B=S_2-\vartheta_2 t$ bolar. Bu iki nokadyň aradaşlygy

$$d=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2} \text{ ýa-da } d=\sqrt{(S_1-\vartheta_1 t)^2+(S_2-\vartheta_2 t)^2}$$

bolar. Bu aňlatmadan t-e görä birinji derejeli önüm alyp, ony nola deňläliň:

$$d_t'=\left\{\left[(S_1-\vartheta_1 t)^2+(S_2-\vartheta_2 t)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}_t'=\frac{1}{2}\left[(S_1-\vartheta_1 t)^2+(S_2-\vartheta_2 t)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cdot$$

$$\cdot(2((S_1-\vartheta_1 t)\cdot(-\vartheta_1)+2(S_2-\vartheta_2 t)\cdot(-\vartheta_2))=0.$$

Bu ýerden

$$(S_1-\vartheta_1 t)\cdot\vartheta_1=-\vartheta_2(S_2-\vartheta_2 t),$$

$$S_1\vartheta_1-\vartheta_1^2 t=-_2\vartheta_2-\vartheta_2^2 t,$$

$$S_1\vartheta_1+S_2\vartheta_2=t(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2),$$

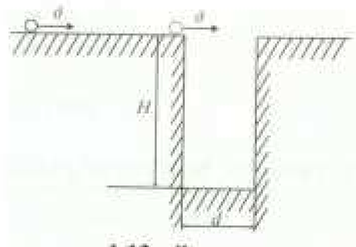
$$t=\frac{S_1\vartheta_1+S_2\vartheta_2}{(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2)}=\frac{10\cdot2+5\cdot4}{4+16}=\frac{40}{20}=2s.$$

Diýmek, $t=2s$-den soň olaryň arasyndaky uzaklyk iň kiçi bolýar we

$$d=\sqrt{(10-22)^2+(5-4\cdot2)^2}sm=\sqrt{36+9}sm=\sqrt{45}sm \text{ ýa-da}$$

$$d\approx6{,}7sm.$$

1.15. Urgy absolýut maýyşgak bolany ьзin ear diwara ϑ tizlik bilen urlup, edil şol tizlik boýunça-da ondan serpiger. Şar gorizontal ugur boýunça d aralygy $t_1=\dfrac{d}{\vartheta}$ wagtda geçer. Bu bir ugur boýunça hereket etmek üçin gerek wagtdyr. Şar iki



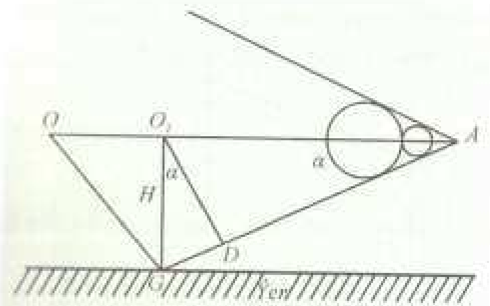
1.12-nji çyzgy

hereketе gatnaşýar. 1) Hemişelik ϑ tizlik bilen keseligine; 2) g tizlenme bilen dik aşak hereket edýär. Şaryň çukuryň düýbüne gaçmagy üçin $t=\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$ wagt gerek.

Eger şar bir urga t_1 wagt sarp edýän bolsa, onda t wagtda $n=t/t_1$ urgy eder, ýagny

$$n=\sqrt{\frac{2H}{g}}\Big/\frac{d}{J}=\sqrt{\frac{2\cdot1}{10}}\Big/\frac{5}{10^3}=90,\quad n=90.$$

1.16. Sesaşa tizlik bilen uçýan uçaryň her bir baran nokadyndan sfera görnüşli ses tolkuny ýaýraýar. Uçar G gözegçiden H beýiklikde O_1-de bolanda ses ilki O-nokatdan G-e geler (*1.13-nji çyzgy*).



1.13-nji çyzgy

Uçar O_1-den A barýança ses D-e gelip ýeter. $OG\perp AG$, $O_1D\perp AG$, $O_1A\perp O_1G$. Degişli taraplary özara perpendikulýar bolanlary üçin $\angle GO_1D = \angle O_1AG = \alpha$. Onda ΔO_1DG-den

$$\cos\alpha = \frac{O_1D}{O_1G} = \frac{\vartheta_S \cdot t}{H};$$

$$\sin\alpha = \frac{O_1D}{O_1A} = \frac{\vartheta_S \cdot t}{\vartheta \cdot t}.$$

bu ýerde ϑ uçaryň, ϑ_S-sesiň tizlikleri:

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha},$$

$$\frac{\vartheta_S}{\vartheta} = \sqrt{1-\frac{\vartheta_S^2 t^2}{H^2}}.$$

Bu deňligiň iki tarapyny-da kwadrata götereliň:

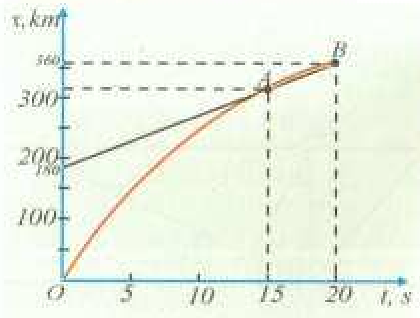
$$\frac{\vartheta_S^2}{\vartheta^2} = \frac{H^2-\vartheta_S^2 t^2}{H^2}$$

Bu ýerden:

$$\vartheta^2 = \frac{H^2\vartheta_S^2}{H^2-\vartheta_S^2 t^2} \qquad \text{ýa-da}$$

$$\vartheta = \frac{H\cdot\vartheta_S}{\sqrt{H^2-\vartheta_S^2\cdot t^2}} = \frac{4\cdot10^3\cdot330}{\sqrt{16\cdot10^6-(330\cdot10)^2}} \approx \frac{132\cdot10^4}{2,26\cdot10^3}\frac{m}{s} = 584\frac{m}{s}.$$

1.17. Otlularyň koordinatalarynyň wagta baglylyk grafigini çyzalyň (*1.14-nji çyzgy*).



1.14-nji çyzgy

Togtatma başlan pursatyny hasaplama başlangyjy deregine kabul edeliň. Onda t wagtdaky koordinatalary şeýle tapylar:

$$x_y = \vartheta_1 t - \frac{at^2}{2}, \qquad x_h = \vartheta_2 t + S_0,$$

bu ýerde

$$\vartheta_1 = 108\frac{km}{sag} = 30\frac{m}{s}, \qquad \vartheta_1 = 32,4\frac{km}{sag} = 9\frac{m}{s}.$$

Çyzgydan görnüşi ýaly, t_1 we t_2 wagtlarda otlularyň koordinatalary özara deň. Diýmek, bu ýerde otlular çaknyşýarlar (A we B nokatlar). Onda

$$x_y = x_h, \qquad \vartheta_1 t - \frac{at^2}{2} = \vartheta_2 t + S_0.$$

Bu deňlemäni çözüp $t_1=15\,s$ we $t_2=20\,s$ bahalary alarys. Onda çaknyşma pursatynda otlularyň koordinatalary

$$x_y = x_h = 315\ m.$$

Diýmek, sürüjiniň gören çäresi otlularyň çaknyşmazlyklary üçin ýeterlik däl ekeni.

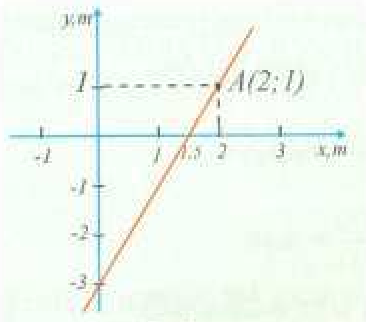
1.18. Belli bolşy ýaly, traýektoriýa hereket edýän jisimiň bolan nokatlaryny birleşdirýän çyzyk. Diýmek, traýektoriýanyň deňlemesi şol nokatlaryň koordinatalaryny baglanyşdyrýan deňleme bolmaly. Bu deňlemäni hereket deňlemesinden t-ni tapyp alarys:

$y = 1+2t$ deňlemeden: $t = \dfrac{y-1}{2}$. Muny $x = 2+t$ –de ornuna goýalyň: $x = 2+\dfrac{y-1}{2}$ ýa-da $2x-y-3=0$. Bu ýerden

$$y=2x-3. \qquad (1)$$

xOy tekizlikde traýektoriýa 1.15-nji çyzgyda görkezilen.

3 – Sargyt № 2342



1.15-nji çyzgy

$t=0$-da $x=2$ we $y=1$ material nokat $A(2;1)$ nokatda ýerleşýär (*1.15-nji çyzgy*). Hereket deňlemeleri:

$$\vartheta_x=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(2+t)=1\frac{m}{s},$$

$$\vartheta_y=\frac{dy}{dt}=\frac{d}{dt}(1+2t)=2\frac{m}{s},$$

$$\vartheta=\sqrt{\vartheta_x^2+\vartheta_y^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}\frac{m}{s}.$$

Eger ululyklary HU-da (halkara ulgamda) aňlatsak, onda

1) $y=(2x-3)m$,
2) $x=2m; y=1m$,
3) $\vartheta=\sqrt{5}\frac{m}{s}$.

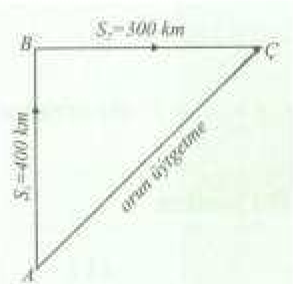
Hereketiň tizligi $\left[tg\alpha=\frac{3}{1,5}=2\right]$ Ox okuna $\alpha\approx63^0$ burç bilen ugrukdyrylandyr.

1.19. 1) Geçilen ýol $AB+BÇ=S=S_1+S_2=700\ km$.

2) Orun üýtgetme

$$\left|\overline{AC}\right|+\sqrt{(AB)^2+(BC)^2}+\sqrt{16\cdot10^4+9\cdot10^4}km=\sqrt{25\cdot10^4}km=500km.$$

3) Orta tizlik



1.16-njy çyzgy

$$\vartheta_{S,or}=\frac{S_1+S_2}{t_1+t_2}=\frac{400+300}{2+1,5}\frac{km}{sag}=\frac{700}{3,5}\frac{km}{sag};$$

$$\vartheta_{S,or}=200\frac{km}{sag}.$$

4) Orta orun üýtgetme tizligi

$$\left|\vartheta_{or}\right|=\frac{500}{3,5}\frac{km}{sag}\approx143\frac{km}{sag}.$$

2. DINAMIKA

2.1. Usuly görkezmeler

Nýutonyň 1-nji kanuny: Jisim dynçlykda ýa-da gönüçyzykly deňölçegli hereketde bolsa, onda oňa täsir edýän güýçleriň deňtäsiredijisi nola deň bolmaly, ýagny

$$\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i=0.$$

Mesele çözülende garalýan jisime täsir edýän ähli güýçleriň deňtäsiredijisini wektor görnüşinde anyklap, ony nola deňlemeli. Ox, Oy, Oz oklara proýeksiýalarda ýazyp, alnan deňlemeler ulgamyndan gözlenilýän ululygy tapmaly.

Nýutonyň 2-nji kanuny dinamikanyň esasy hereket deňlemesini berýär. Ol wektor görnüşde şeýle ýazylýar:

$$m\cdot\vec{a}=\vec{F};\qquad\left(m\cdot\frac{d\vec{\vartheta}}{dt}=\vec{F}\right).$$

Mesele çözülende:

1) hereketi öwrenilýän jisimi anyklamaly;

2) bu jisim bilen koordinatalar ulgamyny baglamaly, şonda koordinatalar okunyň birini jisimiň hereket ugruna gönükdirmeli;

3) jisime täsir edýän ähli güýçleri görkezmeli, soňra hereketiň deňlemesini wektor görnüşde ýazmaly:

$$m\cdot\vec{a}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+...\vec{F}_n;$$

4) bu deňlemäni koordinata oklaryna proýeksiýalarda ýazmaly;

5) alnan deňlemeler ulgamyndan gözlenilýän ululygy tapmaly;

6) ulgamda deňlemeleriň sany gözlenilýän ululyklaryň

sanyndan az bolsa, onda ululyklaryň arasyndaky kinematiki baglanyşyklary peýdalanyp, goşmaça deňlemeler ýazmaly.

2.2. Meseleler

2.1. OO_1 okuň töwereginde deňölçegli aýlanýan AB tagtada ondan $d=5sm$ daşlykda oturdylan sütüne uzynlygy $l=8sm$ bolan asma baglanan. Eger asma wertikaldan $\alpha=40^0$ burça gyşaran bolsa, AB tagta nähili burç tizlik bilen aýlanýar? (*2.1-nji çyzgy*).

2.2. 2.2-nji çyzgyda görkezilen jisimleriň massalary m_0, m_1 we m_2-ä deň. Bloguň we sapaklaryň massalaryny blokdaky sürtülmäni hasaba almazdan:

1) m_0 massaly jisimiň tizlenmesini;

2) m_1 we m_2 massaly jisimleri baglaýan sapagyň dartylma güýjüni tapmaly.

Jisimler bilen gorizontal üstüň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti μ.

2.3. M massaly arabajyk sürtülmesiz hereket edip bilýär. Oňa l uzynlykly sapakdan asylan edil arabajygyň massasyna deň massaly ýük bagladylar. Arabajygy we ýüki garşylykly tarapa sähelçe süýşürip, soňra goýberdiler. Arabajyk we ýükden durýan ulgamyň yrgyldy periody nähili bolar? (*2.3-nji çyzgy*).

2.4. Kuwwatlary özara deň bolan iki sany maşyn bar. Olaryň iň uly tizlikleri degişlilikde ϑ_1 we ϑ_2 *km/sag*. Eger maşynlaryň biri beýlekisini süýrese, maşynlaryň iň uly tizligi näçä deň bolar?

2.5. Gozganmaýan blokdan asylan ýüp berlen (*2.4-nji çyzgy*). Ýüpüň uçlary dürli derejelerde duran üstlerde erkin ýatyr. Ýüpüň aşak düşmegi deňölçegli bolanda onuň tizligi näçä deň bolar? Derejeleriň tapawudy H-a deň.

2.6. Massasy m bolan kiçijik jisim ýapgyt tekizlik boýunça wertikal A daýanjyň üstünde ýerleşen nokatdan typyp başlaýar. Jisim bilen tekizligiň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti $\mu=0,140$. α burçuň haýsy bahasynda jisimiň typyp düşme wagty iň kiçi bolar (*2.5-nji çyzgy*).

2.7. m massaly ýük M massaly tagtanyň üstünde kese dur. Ýük bilen tagtanyň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti μ_1-e, tagta bilen kese daýanjyň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti μ_2-ä deň. Tagta keseligine urgy edilende ol ϑ_0 başlangyç tizlik bilen hereket edip başlaýar. Şonda ýük tagtaň üsti boýunça typýar. Bu typma näçe wagtdan soň togtaýar? (*2.6-njy çyzgy*).

2.8. Dik sütünde agramsyz gozganmaýan blok ýerleşdirilen. Ondan aşyrylan ýüpüň bir ujunda $m_1=500$ *g*, beýlekisinde bolsa $m_2=100$ *g* ýük asylan. m_2 massaly ýükde edilen deşikden sütün geçýär we bu ýük bilen sütüniň arasynda döreýän sürtülme güýji üýtgemeýär we $F_s=13$ *N*. Ýükleriň hereket tizlenmelerini we ýüpüň dartylma güýjüni tapmaly (*2.7-nji çyzgy*).

2.9. Lyžaçy gorizonta görä $\varphi=45^0$ burça deň dag eňňidi boýunça aşaklygyna taýaklary bilen iteklenmän typdy. Lyžanyň gara sürtülme koeffisiýenti $\mu=0,1$, howanyň garşylyk güýji tizligiň kwadratyna proporsional bolsa ($F_g=0,7\cdot\vartheta^2$), 90 *kg* massaly lyžaçynyň alan iň uly tizligi näçä deň bolar? (*2.8-nji çyzgy*).

2.10. 1-nji we 2-nji jisimler A jisime görä hereket etmezleri ýaly A jisimi gorizontal ugurda nähili iň kiçi tizlenme bilen süýşürmeli? (*2.9-njy çyzgy*) 1-nji we 2-nji jisimleriň massalary özara deň we A jisim bilen sürtülme koeffisiýentleri-de μ-ä deň. Bloguň we sapagyň massalary, blokdaky sürtülme ujypsyz.

2.11. m massaly motorly gaýyk kölde ϑ_0 tizlik bilen hereket edýär. $t=0$ pursatda motor öçürildi. Suwuň gaýyga görkezýän garşylyk güýji onuň tizligine göni proporsional ($\vec{F}_g=-r\vec{\vartheta}$, r-hemişelik belli san). Tapmaly:

1) öçük motorly gaýygyň näçe wagtlap hereket etjekdigini;

2) gaýygyň tizliginiň onuň öçük motorly geçen ýolyna baglylygyny;

3) gaýyk durýança onuň geçen doly ýoluny.

2.12. m massaly şarjagaz sapakdan asylyp, deňagramlylyk ýagdaýyndan 90^0 burça gyşardylyp, soňra goýberildi. Tapmaly:

1) sapagyň wertikal bilen emele getirýän θ burçuna baglylykda şarjagazyň doly tizlenmesiniň, modulyny we sapagyň dartylma güýjüni;

2) şarjagazyň tizliginiň wertikal düzüjisi iň uly bolan pursatynda sapagyň dartylma güýjüni;

3) şarjagazyň doly tizlenmesiniň wektory gorizontal ugur boýunça ugrukdyrylan pursaty sapagyň wertikal bilen emele getirýän burçuny.

2.13. Suw gämisiniň şekilini iterip, oňa $\vartheta=10\frac{m}{s}$ tizlik berildi. Gämi hereket edende oňa täsir edýän garşylyk güýjüniň moduly onuň tizligine göni proporsional ($\vec{F}=-k\vec{\vartheta}$) $k=0,5\frac{kg}{s}$ we şekiliň massasy $m=0,5kg$.

1) tizlik iki esse peselýänçä gäminiň geçen ýoluny;

2) gämi doly togtaýança geçen ýoluny tapmaly.

2.14. L uzynlykda kese tagtanyň üstünde m massaly ýük goýlan (*2.11-nji çyzgy*). Tagta bilen ýüküň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti μ. Eger tagta saga tarap a tizlenme bilen hereket etse, ýük tagtanyň üstünden näçe wagtdan soň typyp düşer?

2.15. Tekiz töňňejige ýapgyt tekizlik boýunça ýokarlygyna $\vartheta_0=3,8m/s$ tizlik berildi. Tekizligiň ýapgytlyk burçy 30^0. Eger töňňejigiň tekizlige sürtülme koeffisiýenti $\mu=0,3$ bolsa, $1s$-yň dowamynda töňňejigiň geçen ýoluny tapmaly.

2.16. Uçaryň howa-reaktiw hereketlendirijisi her sekuntda $4kg$ ýangyç we $160kg$ howa harçlaýar. Eger gaz çüwdüriminiň hereketlendirijiniň yzyndan uçara görä çykyş tizligi $500\frac{km}{sag}$ bolsa, $900\frac{km}{sag}$ tizlik bilen hereket edende hereketlendirijiniň dartuw güýji näçä deň?

2.17. Ölçegleri dikuçaryň hakyky ölçegleriniň $\frac{1}{8}$-ine deň bolan modeli (şekili) howada $50\ Wt$ kuwwatly hereketlendiriji bilen saklanýar. Hakyky dikuçaryň howada saklanmagy üçin näçe kuwwatly hereketlendiriji gerek bolar? Modeliň materialy edil hakyky dikuçaryňky ýaly.

2.18. Oglan uzynlygy $1,2m$ sapana daş salyp, ony dik tekizlikde aýlaýar. Sapanyň bir bagyny goýberende ondaky daş dik ýokarlygyna aýlyp gitdi. Eger daş sapandan çykan pursaty onuň doly tizlenmesi wertikal bilen 45^0 burç emele getiren bolsa, daş haýsy iň uly beýiklige galar? (*2.13-nji çyzgy*).

2.19. F güýjüň täsirinde pahna (1) we çüý (2) herekete gelýärler (*2.14-nji çyzgy*). Pahnanyň ýapgytlyk burçy α, pahnanyň we çüýüň massalary birmeňzeş we m-e deň. Sürtülmäni hasaba alman:

1) pahnanyň tizlenmesini;

2) pahna bilen çüýüň özaratäsir güýjüni tapmaly.

2.20. Berklenen blokdan agramsyz sapak aşyrylyp, onuň uçlaryna m_1 we m_2 massaly ýükler baglanan. Sapak bilen bloguň arasynda sürtülme bar. Onuň $m_2/m_1=\eta_0$ bolanda sapak typyp başlar ýaly ululygy bar bolsa:

1) Sürtülme koeffisiýentini;

2) $\frac{m_2}{m_1}=\eta>\eta_0$ bolanda, ýükleriň tizlenmesini tapmaly.

2.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

2.1. Ýükjagaza täsir edýän güýçleriň deňtäsiredijisini nola deňläp, ondan gerekli ululyk tapylýar.

Jogaby: $\omega=\sqrt{\frac{g\cdot tg\alpha}{d+\ell\sin\alpha}}\approx 8s^{-1}$.

2.2. Her bir jisim üçin hereket deňlemesini wektor görnüşde ýazmaly. Olary gyzyklandyrýan ugra proýektirlemeli. Kinematiki baglanyşyklary ulanyp, deňlemeler ulgamy alynýar we olar bilelikde işlenilýär.

Jogaby: $a=g\frac{m_0-\mu(m_1+m_2)}{m_0+m_1+m_2}$; $F_d=\frac{m_0\cdot m_2(1+\mu)}{m_0+m_1+m_2}$.

2.3. Jisimler ulgamynyň agyrlyk merkeziniň häsiýetinden peýdalanmaly.

Jogaby: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$.

2.4. Kuwwat üçin $P=F\vartheta$ baglanyşygy iki ýagdaý üçin ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta_x=\frac{\vartheta_1\cdot\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2}$.

2.5. Nýutonyň ikinji kanunyny ýüpiň Δm massaly elementi üçin peýdalanmaly.

Jogaby: $\vartheta=\sqrt{gH}$.

2.6. Garalýan meselede ýapgyt tekizligiň esasynyň uzynlygynyň üýtgemeýändigini göz öňünde tutmaly. Jisimiň l uzynlygy geçjek t wagtyny tapyp, ony ekstremuma derňemeli.

Jogaby: $2\alpha=arctg\left(-\frac{1}{\mu}\right)\Rightarrow\alpha\approx49^0$.

2.7. Tagta we ýük üçin hereket deňlemelerini ýazyp, ýüküň tizlenmesi tapylýar, soňra onuň deňhaýallaýan hereket edýändigini hasaba alyp t-ni tapyp bolýar.

Jogaby: $t=\frac{\vartheta_0}{g(\mu_1+\mu_2)(1+\frac{m}{N})}$.

2.8. Iki ýük üçin hem hereket deňlemelerini ýazmaly we olary bilelikde çözmeli.

Jogaby: $a=\frac{g(m_1-m_2)-F_S}{m_1+m_2}\approx1{,}6\frac{m}{s^2}$;

$$F_d=m_1\frac{F_S-2m_2g}{m_1+m_2}=4{,}2N$$

2.9. Lyžaça täsir edýän güýçleriň ýapgydyň boýuna

proýeksiýalarynyň jemini nola deňlemeli we ol deňlemeden gözlenilýän ululygy tapmaly.

Jogaby: $\vartheta=\sqrt{\frac{mg(\sin\varphi-\mu\cos\varphi)}{0{,}7}}=27\frac{1}{9}\frac{m}{s}=100\frac{km}{sag}$.

2.10. 1-nji we 2-nji jisimler üçin hereket deňlemelerini ýazyň we $a_1=a_2$ bolmalydygyndan gerekli ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $a=g\frac{1-\mu}{1+\mu}$.

2.11. Gaýygyň hereket deňlemesini ýazmaly. Ondan $\vartheta=\vartheta(t)$-ni tapyp, soňra ony meseläniň şertine laýyklykda derňemeli.

Jogaby: $t=\frac{m}{r}$; $\vartheta=\vartheta_0-\frac{r\cdot S}{m}$; $S_d=\frac{m\vartheta_0}{r}$.

2.12. Egriçyzykly hereketde doly tizlenmäni tapmaly, $a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$ formuladan peýdalanmaly.

Jogaby: 1) $a=g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$; $F_d=3mg\cos\theta$;

2) $F_d=\sqrt{3}mg$;

3) $\cos\theta=\frac{1}{3}$.

2.13. Nýutonyň 2-nji kanunyndan we ortaça güýç we tizlik düşünjelerinden peýdalanmaly. Alnan deňlemäni meseläniň şertinde agzalýan hususy hallar üçin derňemeli.

Jogaby: 1) $S_1=5m$; 2) $S_2=10m$.

2.14. Ýüküň hereket deňlemesini wektor görnüşde ýazyp, ony Ox, Oy oklara proýeksiýalarda ýazmaly. Alnan deňlemeler ulgamyndan ýüküň tizlenmesini tapmaly. Soňra hereketiň kinematiki deňlemesinden t tapylýar.

Jogaby: $t=\sqrt{\frac{2\ell}{\mu ag}}$.

2.15. Tönňejige täsir edýän güýçleri ýapgyt tekizligiň boýuna proýektirlemeli we onuň tizlenmesini tapmaly. Hereketiň kinematiki deňlemelerinden bolsa doly geçilen ýol tapylýar.

Jogaby: $S=1,25m$.

2.16. Nýutonyň 2-nji kanunyny üýtgeýän massaly jisim üçin ýazyp, gözlenýän ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $F=4,2\cdot 10^4 N$.

2.17. Nýutonyň 2-nji we 3-nji kanunlaryny peýdalanyp, dikuçara täsir edýän (ony saklaýan) güýji we hereketlendirijiniň kuwwatynyň formulasy tapylýar. Soňra ölçegler usulyndan peýdalanyp, hakyky dikuçaryň we şekiliň kuwwatlarynyň gatnaşygyndan gerek ululygy tapmaly.

Jogaby: $N=N_{model}(\frac{L}{L_{model}})^{\frac{7}{8}}\approx 72,4kWt$.

2.18. Daşa täsir edýän güýçleriň arasyndaky baglanyşygy çyzgy çyzyp tapmaly. Alnan deňliklerden dik ýokaryk zyňylan daşyň başlangyç tizligi, soňra iň uly galyş beýikligi tapylýar.

Jogaby: $h=\frac{\ell}{2}=0,6m.$,

2.19. Çüýüň we pahnanyň hereket deňlemelerini degişlilikde Oy we Ox oklaryna proýeksiýada ýazmaly. Bu hereketleriň kinematiki ululyklarynyň arasyndaky baglanyşyklary ýazyp, ol deňlemeleri bilelikde çözmeli.

Jogaby: $a_p=\frac{(F\cos\alpha-mg\sin)\cdot\cos\alpha}{m}$;

$N=F\sin\alpha+mg\cos\alpha$.

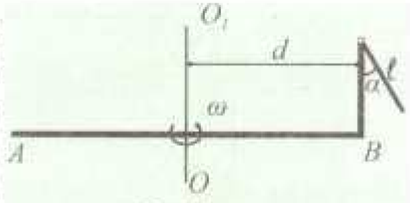
2.20. Blokda sapagyň tükeniksiz kiçi bölegine seretmeli we güýçleriň deňagramlaşmasyndan μ-ny tapmaly. Soňra her bir ýüküň hereket deňlemesini ýazmaly we a-ny tapmaly.

Jogaby: $\mu=\frac{\ln\eta_0}{\pi}$; $a=g\frac{\eta-\eta_0}{\eta+\eta_0}$.

2.4. Çözüwler

2.1. Goý, asmanyň sapagyna baglanan ýükjagazyň massasy m bolsun.

Şerte görä, asma α burça gyşaryp dynçlykda durýar (*2.1-nji a çyzgy*). Onda oňa täsir edýän güýçleriň deňtäsiredijisi nola deň bolmaly. Ýüke täsir edýän güýçleri görkezeliň (*2.1-nji b çyzgy*).

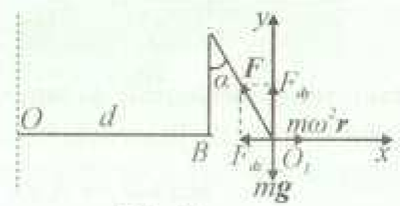


2.1-nji a çyzgy

Nýutonyň 1-nji kanuny boýunça:

$$\vec{F}_d+m\omega^2\vec{r}+m\vec{g}=0.$$

Bu deňlemäni koordinata oklaryna proýeksiýalarda ýazalyň:



2.1-nji b çyzgy

$-F_{dx}+m\omega^2 r_x=0, \quad Ox-e,$

$F_{dy}-mg=0, \quad Oy-e$

ýa-da $m\omega^2(d+BO_1)=F_d\cos(90-\alpha)=F_d\sin\alpha,$

$$mg=F_d\cos\alpha,$$

$$BO_1=l\sin\alpha \text{ we } r_x=OO_1=d+l\sin\alpha.$$

Onda

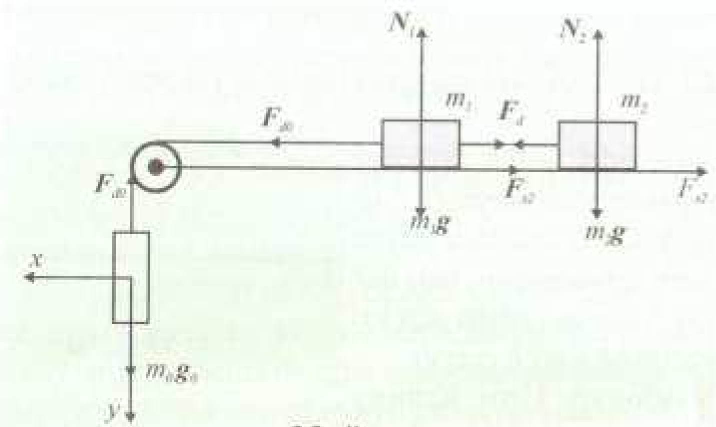
$$F_d=\frac{mg}{\cos\alpha} \quad \text{we} \quad m\omega^2(d+l\sin\alpha)=\frac{mg}{\cos}\cdot\sin\alpha.$$

Bu ýerden

$$\omega^2=\frac{g\sin\alpha}{\cos\alpha(d+l\sin\alpha)}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{g\cdot tg\alpha}{d+l\sin\alpha}},$$

2.2. Meselede bizi m_0 massaly jisimiň alýan tizlenmesi gyzyklandyrýar. Şonuň üçin bu jisim bilen koordinatalar ulgamyny baglalyň (*2.2-nji çyzga seret*). Jisime täsir edýän güýçleri görkezeliň. Onuň hereket deňlemesi

$$m_0\vec{a}=m_0\vec{g}+\vec{F}_{d_0}, \qquad (1)$$



2.2-nji çyzgy

bu ýerde bir deňlemede iki sany näbelli ululyk bar ($\vec{a}$ we $\vec{F}_{d_0}$). Şonuň üçin m_1 massaly jisim üçin hem hereket deňlemesini ýazalyň:

$$m_1\vec{a} = \vec{F}_{d_0} + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_d + \vec{F}_{s1}. \qquad (2)$$

Näbelli ululyklaryň sany köpeldi. Olaryň sanyny anyklamak üçin (1) we (2) deňlemeleri bizi gyzyklandyrýan ugra (Oy) proýeksiýalarda ýazalyň. Şonda m_1 massaly jisime Ox oky boýunça täsir edýän güýçleriň ugry gozganmaýan blok bilen Oy ugra üýtgedilýändigini nazarda tutalyň. Onda:

$$m_0a = m_0g - F_{d_0}, \qquad (3)$$

$$m_1a_1 = F_{d_0} - F_d - F_{s1} \qquad (4)$$

($m_1\vec{g}$ we $\vec{N}_1$ wektorlaryň Ox okuna proýeksiýasy nola deň). Bu ýerde $F_{S1}=\mu\cdot m_1g$. Soňky iki deňlemede dört sany näbelli ululyk (a, F_{d_0}, a_1 we F_d) bar. Diýmek, ýene bu näbellileri özünde saklaýan iki deňleme gerek. Olaryň birini, m_2 massaly jisim üçin hereket deňlemesini ýazyp alarys:

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_d + m_2\vec{g}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{s2}. \qquad (5)$$

Soňky deňlemäni Ox ok proýeksiýalarda ýazyp,

$$m_2a_2 = F_d - F_{S2} \qquad (6)$$

deňlemäni alarys. Bu ýerde $F_{S2} = \mu\cdot m_2g$, onda

$$m_da_2 = F_d - \mu\cdot m_2g. \qquad (7)$$

(3), (4) we (7) deňlemelerde, ýagny üç deňlemede bäş sany näbelli bar (a, F_{d_0}, a_1, F_d we a_2). Ýene iki deňlemäni kinematiki baglanyşykdan alarys:

$$a = a_1 \quad (8) \quad \text{we} \quad a_1 = a_2 \quad (9)$$

(3), (4), (7), (8) deňlemeler ulgamyny (9) hasaba alyp, şeýle ýazyp bolýar:

$$\begin{cases} m_0a = m_0g - F_{d_0}, \\ m_1a = F_{d_0} - F_d - \mu m_1g, \\ m_2a = F_d - \mu m_2g. \end{cases} \qquad (10)$$

Ikinji deňlemä üçünji deňlemeden $F_d = m_2a + \mu\cdot m_2g$ ululygy goýup alarys:

$$F_{d_0} = m_1a + m_2a + \mu m_2g + \mu m_1g = a(m_1 + m_2) + \mu g(m_1 + m_2).$$

F_{d_0}-y (10)-yň birinji deňlemesinde goýup

$m_0a = m_0g - (m_1 + m_2)a - \mu g(m_1 + m_2)$ aňlatmany alarys.

Bu ýerden: $a(m_0 + m_1 + m_2) = g[m_0 - \mu(m_1 + m_2)]$ ýa-da

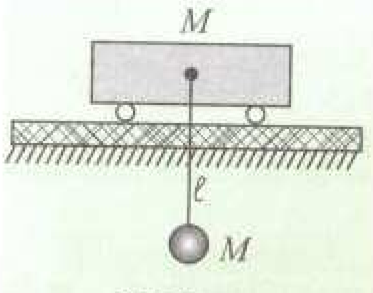
$$a = g\cdot\frac{m_0 - \mu(m_1 + m_2)}{m_0 + m_1 + m_2}.$$

a-nyň bahasyny F_d goýup taparys.

$$F_d = m_2g\cdot\frac{m_0 - \mu(m_1 + m_2)}{m_0 + m_1 + m_2} + \mu m_2g \quad \text{ýa-da}$$

$$F_d = m_2g\cdot\left[\frac{m_0 - \mu(m_1 + m_2) + \mu m_0 + \mu(m_1 + m_2)}{m_0 + m_1 + m_2}\right],$$

$$F_d = \frac{m_0m_2(1 + \mu)}{m_0 + m_1 + m_2}g,$$



2.3-nji çyzgy

2.3. Sürtülme ýok bolany üçin gorizontal ugurda ulgama täsir edýän güýç ýok. Şonuň üçin ulgamyň agyrlyk merkezi hereketsiz bolmaly. Ulgamyň agyrlyk merkezi sapagyň ortasynda bolar. Onda aşaky ýük $\ell/2$ uzynlykly sapakdan asylan matematiki maýatnige öwrüler. Onuň yrgyldysynyň periody $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}}$ bolar. Ähli ulgam-da şeýle period bilen yrgyldar.

2.4. Goý, maşynlaryň kuwwatlary P bolsun. Şerte görä $P=F_{g1}\cdot\vartheta_1$ we $P=F_{g2}\cdot\vartheta_2$. Bu ýerde, F_{g1} we F_{g2} maşynlara täsir edýän garşylyk güýçler:

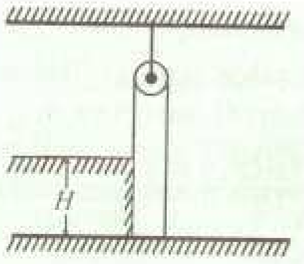
$$F_{g1}\cdot\vartheta_1=F_{g2}\cdot\vartheta_2=P.$$

Haçan-da maşynlaryň biri beýlekisini süýrege alsa, onda (goý, 1-nji 2-njini süýreýär diýeliň) herekete garşylyk $F_g=F_{g1}+F_{g2}$ bolar we

$$\left(F_{g1}+F_{g2}\right)\cdot\vartheta_x=P=\left(\frac{P}{\vartheta_1}+\frac{P}{\vartheta_2}\right)\cdot\vartheta_x$$

Bu ýerden

$$\vartheta_x=\frac{\vartheta_1\cdot\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2}.$$



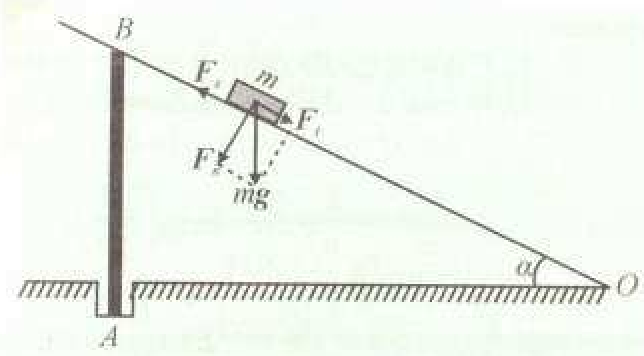
2.4-nji çyzgy

2.5. Ýüpüň uzynlyk birliginiň massasyny ρ diýip belgiläliň. Çepki derejeden goý, $\Delta\ell$ uzynlykly ýüp Δt wagtda ϑ tizlik bilen ýokarlygyna galsyn (*2.4-nji çyzgy*). Onda onuň massasy $\Delta m=\rho\vartheta\Delta t$ bolar. Δm massaly ýüpüň alan impulsy $\Delta p=\vartheta\Delta m=\rho\vartheta^2\Delta t$. Ýüpüň impulsynyň şeýle üýtgemesine onuň blokdan sag tarapky böleginiň agramy (ρgH) sebäp bolýar. Onda Nýutonyň ikinji kanuny boýunça

$$\Delta P=F\cdot\Delta t \quad \text{ýa-da} \quad \rho\vartheta^2\Delta t=\rho gH\Delta t,$$

$$\vartheta=\sqrt{gH}.$$

2.6.



2.5-nji çyzgy

Ýapgyt tekizligiň boýy boýunça $\vec{F}_t$, $\vec{F}_S$ güýçler jisime täsir edýärler (*2.5-nji çyzgy*). Şonuň üçin $ma=F_t-F_S$, $F_t=mg\sin\alpha$, $F_S=\mu mg\cos\alpha$. Onda $ma=mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha$.

Bu ýerden

$$a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha).$$

Jisim a tizlenme bilen ýapgyt tekizligiň ℓ uzynlygyny t wagtda geçer. $\vartheta_0=0$ bolany üçin

$$\ell=\frac{at^2}{2}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2\ell}{a}}.$$

Emma α - üýtgese ℓ-de üýtgeýär, *OA=hemişelik. OAB* üçburçlukdan

$$OA=\ell\cos\alpha\Rightarrow\ell=\frac{OA}{\cos\alpha} \quad \text{we}$$

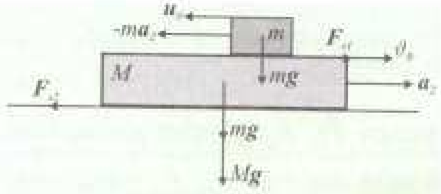
$$t=\sqrt{\frac{2OA}{a\cos\alpha}}=\sqrt{\frac{2OA}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\cdot\cos\alpha}}$$

t-niň kiçi bolmagy üçin $[(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cos\alpha]$ iň uly baha eýe bolmaly. Bu aňlatmadan α görä birinji önüm alyp, ony nola deňläliň:

$$[\cos\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)]'_{\alpha} = -\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)\cos\alpha=0$$

Bu ýerden

$$\cos^2\alpha+\mu\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha-\mu\sin\alpha\cos\alpha,$$
$$(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=-\mu 2\sin\alpha\cos\alpha,$$
$$\cos 2\alpha=-\mu\sin 2\alpha \quad \text{ýa-da}$$
$$tg 2\alpha=-\frac{1}{\mu};\ 2\alpha=arctg\left(-\frac{1}{\mu}\right),$$
$$\alpha\approx 49^0.$$



2.6-njy çyzgy

2.7. Goý, ýüküň çepe tarap typmasynyň başlangyç tizligi ϑ_0 bolsun. Haçan ýüküň tagta görä tizligi nola deň bolanda, ol durar. Bu şerti şeýle görnüşde ýazyp bolar $\vartheta+\vartheta_0=\vartheta_0$, $\vartheta=0$. Tagtanyň hereket deňlemesini ýazalyň:

$$\mu_2(m+M)g+\mu_1 mg=-Ma_2. \qquad (1)$$

Ýüküň hereket deňlemesi:

$$ma_2-\mu_1 mg=ma_1. \qquad (2)$$

Bu ýerden $\quad a_2=a_1+\mu_1 g. \qquad (3)$

(1) we (3) deňlemelerden

$$\mu_2(m+M)g+\mu_1 mg=-M(a_1+\mu_1 g) \quad \text{ýa-da}$$
$$\mu_2(m+M)g+\mu_1 mg+M\mu_1 g=-Ma_1.$$

Bu ýerden

$$-a_1=\mu_2\frac{m+M}{M}g+\mu_1\frac{mg}{M}+\mu_1 g. \qquad (4)$$

Bu ýerde (-) alamaty hereketiň haýallaýandygyny görkezýär. Ýüküň hereketi deňhaýallaýan, özem soňky tizligi nola deň. Onda

$$\vartheta=\vartheta_0-a_1 t, \quad 0=\vartheta_0-a_1 t, \quad a_1=\frac{\vartheta_0}{t}. \qquad (5)$$

t-hereketiň togtamagy üçin gerek bolan wagt. (5) we (4) deňlemelerden

$$\frac{\vartheta_0}{t}=g\left[\mu_2\left(1+\frac{m}{M}\right)+\mu_1\left(1+\frac{m}{M}\right)\right].$$

Bu ýerden

$$t=\frac{\vartheta_0}{g(\mu_1+\mu_2)\left(1+\frac{m}{M}\right)}.$$

2.8. Çyzgyda ýüklere täsir edýän güýçler görkezilen. Iki ýük üçin hem hereket deňlemesini ýazalyň:

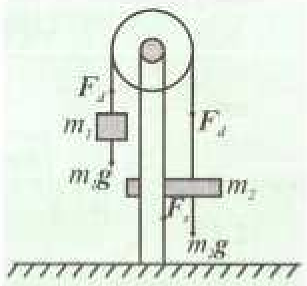
$$-F_d+m_1 g=m_1 a_1, \qquad (1)$$
$$-F_d+m_2 g+F_s=-m_2 a_2, \qquad (2)$$
$$|a_1|=|a_2|=a. \qquad (3)$$

(1) deňlemeden (2) deňlemäni aýyralyň:

$$g(m_1-m_2)-F_s=a(m_1+m_2).$$

Bu ýerden

$$a=\frac{g(m_1-m_2)-F_s}{m_1+m_2}\approx 1{,}6\frac{m}{s^2}.$$



2.7-nji çyzgy

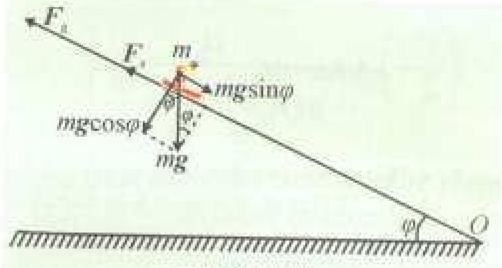
(1) deňlemede $a_1=a$-nyň bahasyny ornuna goýalyň. Onda

$$F_d=m_1 g-m_1\cdot\frac{g(m_1-m_2)}{m_1+m_2}=\frac{m_1^2 g+m_1 m_2 g-m_1^2 g+m_1 m_2 g-m_1 F_s}{m_1+m_2}.$$

Netijede alarys:

$$F_d=-m_1\cdot\frac{2m_2 g-F_s}{m_1+m_1}=4{,}2N.$$

2.9. Bizi gyzyklandyrýan ugur boýunça lyžaça agyrlyk güýjüniň tekizligiň boýuna aşak ugrukdyrylan düzüjisi ($mgsin\varphi$), sürtülme güýji $F_s=\mu mgcos\varphi$ we howanyň garşylyk güýji $F_g=0,7\vartheta^2$ täsir edýär (*2.8-nji çyzgy*). Hereket ilki tizlenýär we howanyň garşylyk güýji artýar. Sürtülme we $mgsin\varphi$ güýçler üýtgemeýärler. Haçanda howanyň garşylyk güýji artyp belli bir ululyga ýetende lyžaça täsir edýän güýçleriň deňtäsiredijisi nola deň bolýar. Şonda tizlik durgunlaşyp, iň uly baha eýe bolýar.



2.8-nji çyzgy

Onda $mgsin\varphi-\mu mgcos\varphi-0,7\vartheta_t^2=0$

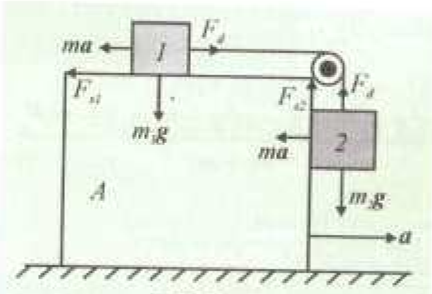
Bu ýerden

$$\vartheta^2=\frac{mg(\sin\varphi-\mu\cos\varphi)}{0,7}$$

we

$$\vartheta=\sqrt{\frac{mg(\sin\varphi-\mu\cos\varphi)}{0,7}}=27\frac{1}{9}\frac{m}{s}=100\frac{km}{sag}.$$

2.10.



2.9-njy çyzgy

2.9-njy çyzgyda 1-nji we 2-nji jisimlere täsir edýän güýçler görkezilen. *A* jisim a tizlenme bilen saga süýşürilse, onda 1-nji we 2-nji jisimlere $\vec{a}$ wektoryň tersine ugrukdyrylan ($-m\vec{a}$) inersiýa güýji täsir eder. Bu güýç 2-nji jisimi *A* jisime gysar we sürtülme güýjüniň döremegine sebäp bolýar. Ýagny $F_{s2}=\mu ma$ (1)

1-nji jisim üçin hereketiň deňlemesi:

$$F_d-ma-\mu mg=ma_1. \qquad (2)$$

2-nji jisim üçin bu deňleme şeýle bolar:

$$mg-F_d-\mu ma=ma_2. \qquad (3)$$

Meseläniň şertine görä jisimler (1-nji we 2-nji) herekete gelmeli däl, ýagny $a_1=a_2=0$ bolmaly.

Onda

$$F_d=mg+\mu ma \qquad (4)$$

we

$$F_d=mg-\mu ma \qquad (5)$$

(4) we (5) deňlemelerden:

$$ma+\mu mg=mg-\mu ma \qquad \text{bolar.}$$

Bu ýerden

$$a(1+\mu)=g(1-\mu) \quad \text{ýa-da} \quad a=g\cdot\frac{1-\mu}{1+\mu}$$

2.11. 1) Gaýygyň hereket deňlemesini ýazalyň:

$$m\frac{d\vartheta}{dt}=-r\vartheta. \text{ Bu ýerden } \frac{d\vartheta}{\vartheta}=-\frac{r}{m}dt.$$

Soňky deňlemäni integrirläliň: $\int\frac{d\vartheta}{\vartheta}=-\int\frac{r}{m}dt+C$. Bu ýerden

$$\ln\vartheta=-\frac{r}{m}t+C.$$

$t=0$- da, şerte görä, $\vartheta=\vartheta_0$ we $\ln\vartheta=C=\ln\vartheta_0$

Onda $\ln\vartheta=-\frac{r}{m}t+\ln\vartheta_0$; $\ln\vartheta-\ln\vartheta_0=-\frac{r}{m}t$;

$$\ln\frac{\vartheta}{\vartheta_0}=-\frac{r}{m}t\Rightarrow\vartheta=\vartheta_0e^{-\frac{r}{m}t}.$$

Gaýyk duranda $\vartheta=0$, onda $0=\vartheta_0e^{-\frac{r}{m}t}$ we $t\to\infty$. Bu, gaýyk tükeniksiz köp wagtdan soň durar diýildigidir. Durmuşda tizlik başdakysyndan e esse kiçelende, ol durdy diýilýär. Şeýle diýsek,

$\frac{\vartheta}{\vartheta}=e^{-1}=e^{-\frac{r}{m}t}$. Bu ýerden $-1=-\frac{r}{m}t$ ýa-da $t=\frac{m}{r}$.

2) Gaýygyň hereket deňlemesinden :

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta}=-\frac{r}{m}dt \text{ we } dt=\frac{dS}{\vartheta} \text{ aňlatmalardan}$$

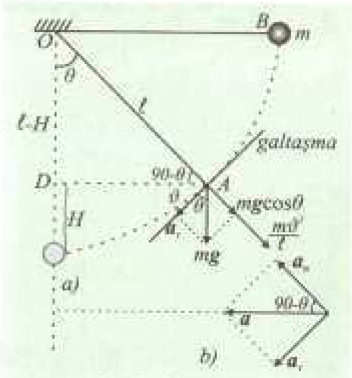
$\frac{d\vartheta}{\vartheta}=-\frac{r}{m}\cdot\frac{dS}{\vartheta}$ ýa-da $d\vartheta=-\frac{r}{m}dS$. Muny integrirläliň, onda $\vartheta=-\frac{r}{m}\cdot S+C$ bolar. Emma $S=0$–da $\vartheta=\vartheta_0$ we $C=\vartheta_0$ bolar. Onda $\vartheta=\vartheta_0-\frac{r\cdot S}{m}$.

3) Gaýygyň doly geçen ýoluny tapmak üçin $dS=\vartheta\cdot dt$ deňlemeden peýdalanalyň: $dS=\vartheta_0\ell^{-\frac{r}{m}t}$. Bu deňlemäni integrirläliň:

$$S_d=\vartheta_0\int_0^{\infty}\ell^{-\frac{r}{m}t}dt=\vartheta_0\int_0^{\infty}d\left(-\frac{m}{r}\cdot\ell^{-\frac{r}{m}t}\right)=\vartheta_0\left[-\frac{m}{r}\cdot\ell^{-\frac{r}{m}t}\right]_0^{\infty}=$$

$$=\vartheta_0\left[0+\frac{m}{r}\right]=\frac{m\cdot\vartheta_0}{r}.$$

Diýmek, $S_d=\frac{m\vartheta_0}{r}$



2.10-njy çyzgy

2.12. 1) 2.10-njy çyzga seredeliň. A nokatda şarjagazyň tizligi (ℓ-H) beýiklikden erkin gaçandaky tizlikdir. Ol

$$\vartheta=\sqrt{2g(\ell-H)}.$$

ΔODA-dan: $(\ell-H)=\ell\cos\theta$,

Onda $\vartheta=\sqrt{2g\ell\cos\theta}$. Normal tizlenme

$$a_n=\frac{\vartheta^2}{\ell}=2g\cos\theta. \qquad (1)$$

A nokatda galtaşma boýunça şarjagaza diňe $mg\sin\theta$ güýç täsir edýär. Onda $mg\sin\theta=m\cdot a_\tau$ we $a_\tau=g\sin\theta$. (2)

Doly tizlenme

$$a_d=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=\sqrt{4g^2\cos^2\theta+g^2\sin^2\theta}=g\sqrt{4\cos^2\theta+1-\cos^2\theta}$$

ýa-da $a_d=g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$.

A nokatda şarjagaza $m\vec{g}\cos\theta$ we $\frac{m\vartheta^2}{\ell}$ güýçler täsir edip, sapagy dartýarlar. Onda

$$F_d=mg\cos\theta+\frac{m\vartheta^2}{\ell}. \text{ Emma } \vartheta^2=2g\ell\cos\theta.$$

Şonuň üçin

$$F_d=mg\cos\theta+2mg\cos\theta. \quad \text{we} \quad F_d=3mg\cos\theta.$$

2) Şarjagazyň islendik A nokatda doly tizliginiň wertikal ugra proýeksiýasy $\vartheta_y=\vartheta\sin\theta$. $\vartheta=\sqrt{2g\ell\cos\theta}$ bolany üçin.

$$\vartheta_y=\sqrt{2g\ell}\cdot\sqrt{\cos\theta}\cdot\sin\theta=\sqrt{2g\ell}\cdot\sqrt{\cos\theta\cdot\sin^2\theta}.$$

ϑ_y-den θ görä birinji derejeli önüm alyp, ony nola deňläliň. Şol deňlemeden ϑ_y-iň uly boljak θ burçuny taparys; ϑ_y-iň uly bolmagy üçin $(\cos\theta\cdot\sin^2\theta)$ uly bolmaly. Onda

$$(\cos\theta\cdot\sin^2\theta)'=-\sin^3\theta+2\sin\theta\cdot\cos^2\theta=0,$$

$$\sin^2\theta=2\cos^2\theta \quad \text{ýa-da} \quad tg^2\theta=2.$$

Soňky deňlemeden

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=2\Rightarrow\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=2\Rightarrow\frac{1}{\cos^2\theta}-1=2\Rightarrow\cos^2\theta=\frac{1}{3},\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{3}}$$

Şu pursatda

$$F_d=3mg\cos\theta=3\cdot mg\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\cdot mg, \qquad F_d=\sqrt{3}\cdot mg$$

3) 2.10-njy *b* çyzgydan görnüşi ýaly, *a* doly tizlenme gorizontal ugur boýunça ugrukdyrylanda

$$a_n = a_d \cos(90-\theta) = a_d \sin\theta .$$

Emma $a_n = 2g\cos\theta$, $a_d = g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$

bolany üçin $2g\cos\theta = g\sqrt{1+3\cos^2\theta}\cdot\sin\theta$. Bu deňlemäniň iki tarapyny-da kwadrata götereliň:

$$4\cos^2\theta = (1+3\cos^2\theta)\cdot\sin^2\theta.$$

Soňky aňlatmany aşakdaky ýaly özgerdeliň:

$$4\cos^2\theta = \sin^2\theta + 3\cos^2\theta\cdot\sin^2\theta,$$

$$4\cos^2\theta = 1-\cos^2\theta + 3\cos^2\theta(1-\cos^2\theta),$$

$$4\cos^2\theta = 1-\cos^2\theta + 3\cos^2\theta - 3\cos^4\theta,$$

$$3\cos^4\theta + 2\cos^2\theta - 1 = 0,$$

$$\cos^2\theta = \frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{6} = \frac{-2\pm4}{6},$$

$$\cos^2\theta = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

2.13. Nýutonyň 2-nji kanuny boýunça gäminiň impulsynyň üýtgemesi $(m\cdot\Delta\vec{\vartheta})$ täsir edýän güýjüň impulsyna $(\vec{F}\Delta t)$ deňdir:

$$m\cdot\Delta\vec{\vartheta} = \vec{F}\Delta t\cdot$$

F-güýç üýtgäni sebäpli garalýan wagt aralygynda güýjüň orta bahasyny alyp, $m\vec{\vartheta} - m\vec{\vartheta}_0 = \vec{F}_{or}$ aňlatmany ýazyp bolýar.

Emma $F_{or} = -k\cdot\vartheta_{or}$ we

$\vartheta_{or}\cdot\Delta t = S$ bolany üçin $m(\vartheta_0 - \vartheta) = kS$.

Soňky aňlatmadan: $S = \frac{m}{k}(\vartheta_0 - \vartheta)$.

1) $\vartheta = \frac{\vartheta_0}{2}$ bolanda

$$S_1 = \frac{m}{k}\left(\vartheta_0 - \frac{\vartheta_0}{2}\right) = \frac{m\vartheta_0}{2k} = \frac{0,5\cdot10}{2\cdot0,5}m = 5m.$$

2) $\vartheta = 0$ bolanda

$$S_2 = \frac{m}{k}\vartheta_0 = \frac{0,5\cdot10}{0,5}m = 10m.$$

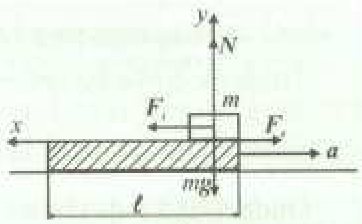
2.14. Tagta tizlenme bilen hereket edeni üçin ýüke beýleki güýçlerden (agyrlyk, gaýtawul, sürtülme) başga inersiýa güýjü-de $(-m\vec{a})$ täsir eder (*2.11-nji çyzgy*).

Ýüküň hereketiniň deňlemesi

$$m\vec{a}_y = \vec{F}_i + \vec{F}_s + m\vec{g} + \vec{N}.$$

Ox, Oy oklara proýeksiýalarda bolsa

$$\begin{cases} ma_x = F_i - F_s = m\cdot a - F_s, \\ 0 = mg - N \Rightarrow N = mg. \end{cases} \quad (1)$$



2.11-nji çyzgy

$F_s = \mu N = \mu mg$ bolany üçin (1) deňlikden alarys:

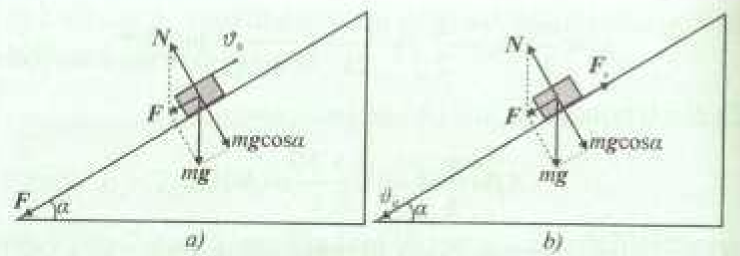
$$ma_x = ma - \mu mg,\ a_x = a - \mu g.$$

Ýük başlangyç tizliksiz a_x tizlenme bilen hereket edip,

$\ell = \frac{a_x\cdot t^2}{2}$ ýoly geçer. Bu ýerden alnan

$t = \sqrt{\frac{2\ell}{a_x}} = \sqrt{\frac{2\ell}{a-\mu g}}$ deňlikden görnüşi ýaly $a\le\mu g$ bolsa, ýük tagtadan asla düşmez. Eger $a>\mu g$ bolsa, onda ýük tagta boýunça süýşer we tapylan wagtda ondan düşer.

2.15. 2.12-nji *a* çyzgydan görnüşi ýaly, töňňejik ýokaryk hereket edende onuň tizlenmesiniň moduly şeýle tapylýar:



2.12-nji çyzgy

$$a_1=\frac{F+F_s}{m}=\frac{mg\sin\alpha+\mu mg\cos\alpha}{m}=g(\sin\alpha+\cos\alpha)\ \text{ýa-da}$$

$$a_1=10\cdot(0,5+0,3\cdot0,87)\frac{m}{s^2}\approx7,6\frac{m}{s^2}.$$

Töňňejik durýança geçen wagt

$$t_1=\frac{\vartheta_0}{a_1}=\frac{3,8}{7,6}s=0,5s.$$

Onda t_1=0,5 s-da töňňejigiň geçen ýoly.

$$S_1=\vartheta_0\cdot t_1-\frac{a_1t_1^2}{2}\qquad \text{ýa-da}$$

$$S_1=3,8\cdot0,5m-\frac{7,6\cdot(0,5)^2}{2}m=0,95m.$$

t_1 wagtdan soň töňňejik aşaklygyna hereket edip başlar. Bu ýagdaýda (*2.12-nji b çyzgy*) onuň tizlenmesiniň moduly şeýle tapylar:

$$a_2=\frac{F-F_s}{m}=\frac{mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha}{m}=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\ \text{ýa-da}$$

$$a_2=10(0,5-0,3\cdot0,87)\frac{m}{s^2}=2,4\frac{m}{s^2}.$$

Aşaklygyna hereket wagty $t_2=t-t_1=1s-0,5s=0,5s$. Bu wagtyň dowamynda töňňejigiň aşaklygyna geçen ýoly

$$S_2=\frac{a_2t_2^2}{2}=\frac{2,4(0,5)^2}{2}m=0,3m.$$

Diýmek, töňňejik 1*s*-de $S=S_1+S_2=0,95m+0,3m=1,25m$ ýol geçipdir.

2.16. Nýutonyň 2-nji kanunyna laýyklykda

$$F\cdot\Delta t=\Delta(m\vartheta).$$

$$F=\frac{\Delta m_1}{\Delta t}\cdot\vartheta_1+\frac{\Delta m_2}{\Delta t}(\vartheta_1-\vartheta_2).$$

Bu ýerde *F*-hereketlendirijiniň dartuw güýji, $\frac{\Delta m_1}{\Delta t}$-sekuntda harçlanylýan ýangyç, $\frac{\Delta m_2}{\Delta t}$-sekuntda howanyň harçlanylyşy, ϑ_1-gazyň uçara görä tizligi, ϑ_2-uçaryň howa görä tizligi. Onda

$$F=4\cdot500N+160\cdot250N=4,2\cdot10^4N.$$

2.17. Dikuçaryň wintleri aýlanyp howany aşaklygyna tarap zyňýar. Aşaklygyna zyňylýan howanyň gaýtawul güýji-de dikuçary howada saklaýar.

Δt-wagtda zyňylýan howanyň massasy $\Delta m=\rho S\vartheta\Delta t$, bu ýerde ρ - howanyň dykyzlygy, S – wintiň aýlaw meýdany, ϑ-howa çüwdüriminiň tizligi. Howanyň impulsynyň üýtgemesi:

$$\Delta(m\vartheta)=\Delta m\cdot\vartheta=\rho S\vartheta^2\Delta t.$$

Wintiň howa täsir güýji

$$F=\frac{\Delta(m\vartheta)}{\Delta t}=\rho S\vartheta^2.$$

Nýutonyň 3-nji kanuny boýunça howanyň winte garşylyk täsir güýji-de $\rho S\vartheta^2$-a deňdir. Bu güýç dikuçaryň agramyna deň bolanda, ol howada saklanar:

$$\rho S\vartheta^2=Mg, \qquad (1)$$

M- dikuçaryň massasy.

Şeýle çüwdürimi döretmek üçin dikuçaryň kuwwaty

$$N=\frac{\Delta E}{\Delta t}=\frac{\Delta m\cdot\vartheta^2}{2\Delta t}\qquad \text{bolmaly.}$$

Bu ýerden

$$N=\frac{\Delta m\vartheta^2}{2\Delta t}=\frac{1}{2}\cdot\rho S\vartheta^3.$$

(1) deňlikden

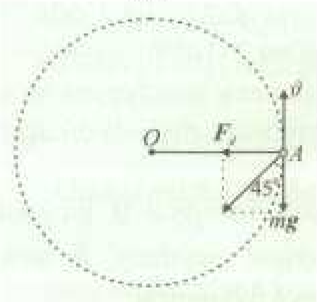
$$\vartheta=\sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}.\quad \text{Onda}\quad N=\frac{1}{2}mg\sqrt{\frac{mg}{\rho S}}.$$

Belli bolşy ýaly, $M\sim L^3$, $S\sim L^2$, onda

$N\sim L^{\frac{7}{2}}$ Bu ýerde L – dikuçaryň çyzykly ölçegi.

$$\frac{N}{N_{mod}}=\left(\frac{L}{L_{mod}}\right)^{7/2}=8^{\frac{7}{2}}\qquad \text{we}$$

$N=N_{mod}\cdot 8^{\frac{7}{2}} 50wt\cdot 8^{\frac{7}{2}}\approx 72,4kWt$ bolmaly.



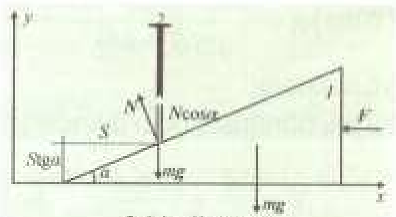
2.13-nji çyzgy

2.18. Daşa bagyň $\vec{F}_d$ dartuw we onuň $m\vec{g}$ agyrlyk güýçler özara täsir edýär (*2.13-nji çyzgy*). Daş, şerte görä, dik ýokaryk zyňylýar onda, ol A nokatda sapandan boşapdyr. Bu nokatda $\vec{F}_d$ we $m\vec{g}$ güýçleri özara perpendikulýardyrlar. Olaryň deňtäsiredijisi (diýmek, doly tizlenme) wertikala 45^0 burç bilen ýapgytlanan bolsa (şerte görä), onda $mg=F_d$ we

$\frac{m\vartheta^2}{R}=F_d=mg$. Bu ýerden $\frac{\vartheta^2}{R}=g$ ýa-da $\vartheta=\sqrt{Rg}$.

Netijede, ϑ -tizlik bilen dik ýokarlygyna zyňylan daş $h=\frac{\vartheta^2}{2g}=\frac{Rg}{2g}=\frac{R}{2}=\frac{\ell}{2}=0,6m$ beýiklige galar.

2.19.



2.14-nji çyzgy

Jisimlere täsir edýän güýçler 2.14-nji çyzgyda görkezilen. Çüýüň hereket deňlemesini Oy oka proýeksiýada ýazalyň:

$$N\cos\alpha-mg=ma_ç.\qquad (1)$$

$a_ç$-çüýüň hereket tizlenmesi. Pahnanyň hereket deňlemesini Ox oka proýeksiýada ýazalyň:

$$-F+N\sin\alpha=-ma_p.\qquad (2)$$

Pahna gorizontal ugurda S ýoly geçende, çüý dikligine ýokaryk $Stg\alpha$ aralyga galýar. Onda

$$a_ç=a_p tg\alpha\qquad (3)$$

bolar. (1), (2) we (3) deňlemelerden

$$\alpha_p=\frac{(F\cdot\cos\alpha-mg\sin\alpha)\cdot\cos\alpha}{m}$$

we $N=F\sin\alpha+mg\cos\alpha$ aňlatmalary alarys.

(1) we (3) deňlemelerden

$$N\cos\alpha-mg=m\alpha_p\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.\qquad (4)$$

(2) deňlemeden

$$N=\frac{F}{\sin\alpha}-\frac{ma_p}{\sin\alpha}.\qquad (5)$$

(4) we (5) deňlemelerden

$$\frac{F}{\sin\alpha}\cdot\cos\alpha-\frac{ma_p\cos\alpha}{\sin\alpha}-mg=ma_p\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\quad \text{aňlatmany alarys.}$$

Bu ýerden $\frac{F\cos\alpha}{\sin\alpha}-mg=ma_p\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$

ýa-da $F\cos\alpha-mg\sin\alpha=ma_p\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}+\cos\alpha\right)$,

$$F\cos\alpha=mg\sin\alpha+ma_p\cdot\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos\alpha}.$$

Soňky deňlemeden

3. SAKLANMA KANUNLARY

3.1. Usuly görkezmeler

Impulsyň saklanma kanunyna degişli meseleler çözülende şerte görä çyzgy etmeli. Garalýan ulgamy anyklap, oňa degişli jisimlere täsir edýän güýçleri görkezmeli. Çyzgyda ulgama girýän jisimleriň özara täsirleşmeden öňki we soňky impulslaryny görkezmeli. Hasaplama ulgamyny saýlap almaly, koordinata oklarynyň ugurlaryny kesgitlemeli.

Eger ulgam ýapyk bolsa ýa-da özara täsir örän çalt geçse (partlama, urgy we ş.m.), onda impulsyň saklanma kanunyny ulanmaly:

$$\left[\sum_i \vec{P}_i\right]_{\text{öňki}} = \left[\sum_i \vec{P}_i\right]_{\text{soňky}},$$

bu ýerde $\vec{P}_i = m_i\vartheta_i$ - ulgama girýän i-nji jisimiň impulsynyň wektory.

Eger ulgam ýapyk bolmasa, oňa daşky $\vec{F}$ güýç täsir etse, onda impulsyň üýtgeme kanunyny (Nýutonyň 2-nji kanunyny) ulanmaly:

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \vec{F}\Delta t.$$

Alnan wektor görnüşdäki deňlemeleri koordinata oklaryna proýeksiýalarda skalýar görnüşde ýazmaly. Şonda jisimleriň ählisiniň impulslary şol bir hasaplama ulgamynda aňladylmalydyr.

Gerek bolsa käbir kinematiki we dinamiki baglanyşyklary ulanyp, alnan deňlemeler ulgamyny çözüp, gözlenilýän ululyklary tapmaly.

Energiýanyň saklanma kanunyna degişli meseleler çözülende:
- çyzgysyny çyzmaly; potensial energiýanyň hasaplanylýan derejesini anyklamaly; çyzgyda ulgama girýän jisimlere täsir edýän güýçleri görkezmeli; jisimleriň tizliklerini, impulsyny, başlangyç we soňky ýagdaýlardaky ýerleşişlerini görkezmeli; hasaplama ulgamyny anyklap, koordinata oklarynyň ugurlaryny kesgitlemeli.

Eger jisimler ulgamy ýapyk bolsa ýa-da olarda diňe potensial güýçler täsir edýän bolsa, onda doly mehaniki energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly:

$$W_{baş} = W_{soňky},$$

bu ýerde

$$W = W_k + W_p,$$

W_k we W_p degişlilikde kinetik we potensial energiýa.

Eger ulgam başlangyç ýagdaýdan soňky ýagdaýa geçende jisime daşky güýçler täsir edip, jisimleriň arasynda sürtülme güýji bar bolsa, onda doly mehaniki energiýanyň üýtgetme kanunyny ulanmaly:

$$\Delta W = A + A_{sür},$$

bu ýerde ΔW –ulgamyň doly mehaniki energiýasynyň üýtgemesi, A-daşky güýçleriň işi, $A_{sür}$ –sürtülme güýçleriň işi.

Gerek bolsa kinematiki we dinamiki baglanyşyklary peýdalanyp, alnan deňlemeler ulgamyny çözüp, gözlenilýän ululyklary tapmaly.

3.2. Meseleler

3.1. m massaly prizma (1) $3m$ massaly prizmanyň (2) üstünde goýlan (*3.1-nji çyzgy*). Prizma 1 prizma 2 boýunça typyp başlaýar we käbir wagt pursatynda oňa görä ϑ_g tizlige eýe bolýar. Şol pursatda prizma 2 näçe tizlige eýe bolduka? Prizmalary we gorizontal üsti ýylmanak diýip hasaplamaly.

3.2. Sfera görnüşli jam ýylmanak gorizontal üstde dur (*3.2-nji çyzgy*). Onuň içki üsti boýunça şar başlangyç tizliksiz A nokatdan togalanyp başlaýar. Jamyň massasy – M, şaryňky – m, jamyň radiusy - R, şaryňky – r. Şar A nokatdan B nokada barýança jam näçe aralyga süýşer?

3.3. Sapakdan asylan şary wertikaldan α=60° burça gyşardyp, başlangyç tizliksiz goýberdiler (*3.3-nji çyzgy*). Şar wertikal ýagdaýy alanda ol wertikal diwara urlup, öz kinetik energiýasynyň ýarysyny ýitirdi. Şar urgudan soň näçe burça gyşarar?

3.4. Topuň tigirlerini berkidip, atylanda snarýadyň tizligi ϑ_0=180 m/s boldy. Topuň nili gorizontal ugur bilen α=45° burç emele getirýär. Eger topuň tigirleri berkidilmedik bolanda, snarýadyň massasy topuň massasyndan η=50 esse kiçi bolsa, top atylan pursaty, onuň tizligi näçä deň bolardy?

3.5. m massaly lokomotiw stansiýadan ugraýar we onuň tizligi $\vartheta = \alpha\sqrt{S}$ kanun boýunça üýtgeýär (bu ýerde α–hemişelik, S-geçilen ýol). Hereket başlanandan soň ilkinji t wagtyň dowamynda lokomotiwe täsir edýän ähli güýçleriň eden jemi işini tapmaly.

3.6. A şaýba başlangyç tizliksiz H beýiklikli ýylmanak depejikden typýar we kese badalga (trampline) düşýär. Badalganyň haýsy h beýikliginde şaýba iň uly aralyga uçup gider? Bu aralyk näçe bolar? (*3.5-nji surat*).

3.7. Diwarlary ýylmanak we endigan $\ell = 2m$ uzynlykly gorizontal düýpli, beýikligi H=5m bolan çukura jisim başlangyç tizliksiz typyp gaçýar. Eger sürtülme koeffisiýenti μ=0,3 bolsa, jisim çukuryň ortasyndan näçe uzaklykda durar (*3.6-njy surat*)?

3.8. m massaly bölejik dynçlykda duran $m/2$ massaly bölejige ϑ tizlik bilen maýyşgak urlup, öz ilki ugruna α=30° burç bilen serpigýär. Ikinji bölejik nähili tizlik bilen hereket edip başlar? (*3.7-nji çyzgy*).

3.9. Massasy m=1kg bolan jisim ýylmanak gorizontal sekiniň üsti boýunça typyp M=5kg massaly sürtülmesiz hereket edip bilýän depejige galyp başlaýar. Depejigiň beýikligi H=1,2m. Eger jisimiň başlangyç tizligi ϑ_0=5m/s bolsa, jisimiň we depejigiň soňky tizliklerini tapmaly. (*3.8-nji çyzgy*)

3.10. Ýarysyna çenli suwa çümüp, erkin ýüzýän kwadrat kesikli agaç bölegi durnuksyz dik ýagdaýyndan has durnukly, gorizontal ýagdaýa geçirilende bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny hasaplamaly (*3.9-njy çyzgy*). Agaç böleginiň massasy m=10g, uzynlygy l=20 sm, kesigi dxd=1x1 sm^2. Erkin gaçma tizlenmesi g=10m/s^2 diýip kabul etmeli.

3.11. Birdeň m massaly iki jisim gatylygy k bolan puržin arkaly özara birleşdirilip, gorizontal tekizlikde ýerleşýär (*3.10-njy çyzgy*). Çepki jisim dik diwara galtaşýar. Sag jisim çepe herekete getirildi. Ol yzyna gaýdanda çepki jisimi ornundan gozgar ýaly, oňa berilmeli tizlik näçä deň bolmaly? Her bir jisimiň tekizlige sürtülme koeffisiýenti μ. Başda puržin deformirlenmedik ýagdaýda dur.

3.12. 2α burç bilen bükülen inçejik turba (AKB) arabajykda berkidilip, onuň her bir tirsegi dik ugur bilen α burç emele getirýär (*3.11-nji çyzgy*). Turbanyň ýarysy suw bilen doldurylyp K germew bilen saklanýar. Arabajyk gorizontal tekizlikde hereket edip bilýär. Käbir pursatda K germewi aýyrýarlar. Suw sütüniniň ortasy iň aşaky ýagdaýy geçen pursatynda arabajygyň tizligini kesgitlemeli. Başlangyç tizlikler nola deň. Arabajygyň boş turba bilen bilelikdäki massasy M, suwuň massasy m, AK=BK=l. Sürtülmäni hasaba almaly däl.

3.13. M massaly agyr kub ýylmanak gorizontal üstli sekide ýerleşýär. m massaly ýük gapdal üsti boýunça kuba galtaşýar, ýüpüň sallanýan ujy dik. Ilki ulgam saklanýar, ýük sekiden H beýiklikde asylgy (*3.12-nji çyzgy*). Ulgam goýberilenden soň ýüküň sekiniň üstüne urulmasynyň öň ýanynda kubuň tizligini tapmaly.

3.14. Ýylmanak gorizontal sekiniň üstünde özara uzynlygy L we gatylygy k bolan puržin bilen baglanan $\dot{m}$ we M massaly iki ýük dynçlykda dur. Ýeňil ýüki saklap, agyr ýüke ýeňil ýüke tarap ugrukdyrylan ϑ_0 tizlik berilýär. Agyr ýük duran pursaty ýeňil ýüki goýberýärler. Hereketiň dowamynda ýeňil ýüküň iň uly tizligini we puržiniň iň uly uzynlygyny tapmaly.

5 – Sargyt № 2342

3.15. k gatylykly puržinden asylan m massaly jisim daýançda dur (*3.13-nji çyzgy*). Başda puržin süýnmedik ýagdaýda. Daýanç aşaklygyna a tizlenme bilen düşürilip başlanýar. Näçe wagtdan soň daýanç jisimden gopup aýrylar? Şonda puržiniň iň uly süýşmesi näçä deň bolar?

3.16. Tennis topunyň üstüne $1m$ beýiklikden kerpiç gaçýar we yzyna serpigip tas $1m$-e deň beýiklige galýar. Tennis topy näçe beýiklige galarka?

3.17. Dik ýokarlygyna peýkamdan atylan okuň haýsy beýiklige galjakdygyny hasaplamaly. Okuň massasy $m=20g$, peýkamyň sapagynyň uzynlygy $l=1m$. Sapak $h_0=5sm$ çekilýär. Sapagyň maýyşgaklyk güýji üýtgemeýär we $250N$-a deň diýip hasaplamaly (*3.14-nji çyzgy*).

3.18. m massaly şaýba h beýikligi bolan ýylmanak depejikden başlangyç tizliksiz typyp gaýdýar we depejigiň eteginde ýylmanak gorizontal üstde ýerleşen M massaly tagta düşýär (*3.15-nji çyzgy*). Şaýba bilen tagtanyň arasyndaky sürtülme sebäpli şaýba togtap başlaýar we käbir pursatdan başlap, tagta bilen bir bütewi jisim ýaly bile hereket edýär. Şu hadysada sürtülmäniň garşysyna edilen jemi işi tapmaly.

3.19. Massalary m_1 we m_2 bolan iki sany ýuka plastina agramsyz, gatylygy k bolan puržin bilen özara baglanan (*3.16-njy çyzgy*). Ýokarky plastina käbir güýç bilen aşaklygyna basylýar. Basgy kesilenden soň ol ýokarlygyna hereket edip aşaky plastinany galdyrar ýaly basgy güýjüň ululygy nähili bolmaly?

3.20. M massaly, l uzynlykly arabajygyň bir ujunda m massaly adam dur. Adam böküp, arabajyk duran pursaty onuň beýleki ujuna düşmegi üçin näçe ululykly tizlik bilen haýsy ugurda bökmeli? Arabajyk bilen onuň daýanjynyň arasyndaky sürtülme koeffisiýenti μ. Adam bilen arabajygyň özara täsir wagty onuň uçuş wagtyna görä juda az. Üsti adamly arabajyk iň soňunda nirede durar? (*3.17-nji çyzgy*).

3.21. n sany maýyşgak birmeňzeş şar deň uzynlykly ýüplerden asylyp biri-birlerine degip deňagramlylykda durlar k_1 sany şary bir tarapa uly bolmadyk burça gyşardyp goýberildi. k_1 sany şar baryp duran $(n-k_1)$ sany şara uruldy. Näçe sany şar beýleki tarapa gyşarar (*3.18-nji çyzgy*)?

3.22. m_1 massaly kosmonawt ϑ tizlik bilen barýan m_2 massaly kosmiki gämiden hereketiň ters ugruna ϑ_1 tizlik bilen kosmiki giňişlige böküp çykdy. Gäminiň tizliginiň üýtgemesini tapyň.

3.23. Planetaara aragatnaşyk üçin raketalaryň işleýiş nazaryýetini düzen K.E.Siolkowskiý raketanyň we ýangyç ýanandaky gazlaryň çykyş tizlikleriniň modullary bilen raketanyň başlangyç we wagtyň berlen pursatyndaky massalary arasyndaky başlanyşygy görkezýän formulany tapdy. Bu formulany getirip çykaryň.

3.24. Hereketlendirijisiniň kuwwaty N, massasy m bolan maşyn ýoluň gorizontal böleginde hereket edýär. Maşynyň tigirleriniň ýola sürtülme koeffisiýenti μ. Haýsy iň kiçi wagtda maşynyň tizligi u-a deň bolar?

3.25. Maşyn gorizontal ýolda deňtizlenýän hereket edip ϑ tizlige eýe boldy. Maşynyň tizligini 0-dan $\frac{\vartheta}{2}$-ä çenli we $\frac{\vartheta}{2}$-den ϑ-e çenli artdyrmak üçin hereketlendirijiniň eden işleri birdeňmi?

3.26. M massaly raketa ondan çüwdürilip çykýan m massaly ýangyç önümleriniň hasabyna tizlenýär ($M>>m$). Eger raketa başda dynçlykda bolsa, ol 10^4J kinetik energiýa alýar. Eger raketa başda 10^4J kinetik energiýa eýe bolan bolsa, öňki şertlerde şol bir raketanyň kinetik energiýasy näçe üýtgärdi?

3.27. Kiçi ölçegli m massaly iki sany jisim agramsyz, l uzynlykly steržen bilen birleşen. Ulgam ilki ýylmanak dik diwara söýelgi dik ýagdaýyndan herekete başlaýar. Aşaky jisim gorizontal, ýokarky dik, ikisi-de ýylmanak üst boýunça typýarlar. Ýokarky jisim dik diwardan aýrylan pursatynda aşaky jisimiň tizligini tapmaly (*3.19-njy çyzgy*).

3.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

3.1. Gorizontal ugur boýunça prizmalar ulgamy üçin impulsyň saklanma kanunyndan gözlenýän ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $U = \frac{\vartheta_g \cdot \cos\alpha}{4}$.

3.2. Jam-şar ulgamy üçin gorizontal ugurda impulsyň saklanma kanunyny ýazmaly we kinematiki gatnaşyklardan peýdalanyp jamyň süýşmesini tapyp bolýar.

Jogaby: $S_{2\alpha} = 2(R - r)\frac{m}{M + m}$.

3.3. Energiýanyň özgerme we saklanma kanunyndan peýdalanmaly. Ony başdaky we urgudan soňky ýagdaýlar üçin ulanmaly.

Jogaby: $\beta \approx 41^0$.

3.4. Gorizontal ugur üçin top-snarýad ulgamynyň impulsynyň saklanma kanunyny top berkidilgikä we boşka ýazmaly. Alnan deňlemeleri bilelikde çözmeli.

Jogaby: $U_1 = \frac{\vartheta_1 \cos\alpha}{1+\eta} = 25\frac{m}{s}$.

3.5. Energiýanyň üýtgeme kanunyny ulanmaly. Ähli güýçleriň eden işi lokomotiwiň kinetik energiýasyny üýtgetmäge gidýär.

Jogaby: $A = \frac{m\alpha^4 \cdot t^2}{8}$.

3.6. Energiýanyň özgerme we saklanma kanunyndan şaýbanyň B nokatdaky tizligini tapmaly. Soňra gorizontal ugra şol tizlik bilen zyňylan jisimiň hereket kanunyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $S_{iň\,uly} = H$.

3.7. Jisim yrgyldyly hereket eder. Energiýanyň saklanma kanunyny peýdalanyp, ol durýança näçe doly yrgyldy etjekdigini anyklap, soňra ýene energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $x = 8,5l\frac{H}{M} = 0,33m$.

3.8. Urgudan öňki we soňky ýagdaýlar üçin impulsyň we energiýanyň saklanma kanunlaryny ulanyp, gözlenýän ululygy tapmaly.

Jogaby: $\beta = 30^0$.

3.9. Ilki bilen jisim depejikden aşýarmy ýa-da ýok, şony anyklamaly. Onuň üçin energiýanyň we impulsyň saklanma kanunyndan peýdalanmaly we ol kanunlary soňra ýene bir gezek anyklanan ýagdaý üçin ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta_1 = \vartheta_0\frac{M - m}{M + m} = -3,33\frac{m}{s}; \vartheta_2 = \vartheta_0\frac{2m}{M + m} = 1,67\frac{m}{s}$.

3.10. Jisimleriň ýüzme şertinden, Arhimediň kanunyndan we energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $Q = \frac{mg(l - d)}{4} \approx 4,7 \cdot 10^{-3} J$.

3.11. Sag jisimi x_2 aralyga çepe süýşürip goýberseň, ol puržini x_1 aralyga gysar. Şu ýagdaýlar üçin iki gezek energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = mg\sqrt{\frac{15m}{k}}$.

3.12. Suw-arabajyk ulgamy üçin germew ýapykka we ol açylan pursatynda impulsyň saklanma kanunyny ulanmaly. Soňra energiýanyň saklanmasyny ulanyp, ýene bir deňleme almaly. Alnan deňlemeler ulgamyny bilelikde çözmeli.

$$\textbf{Jogaby: } u = \frac{m}{M}\left\{\frac{gl\cos\alpha}{2(1+\frac{m}{M})\left[l + (1+\frac{m}{M})\cdot ctg\alpha\right]}\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

3.13. Ulgam dik hem-de gorizontal ugurlarda herekete gatnaşýar. Bu hereketleriň kinematikasyny derňemeli. Soňra ýüküň sekä urulaýjak pursatynda energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = \sqrt{\dfrac{mgH}{0,5M + m}}$.

3.14. Ulgam doly goýberlende ýükleriň tizliklerini, kinetik we potensial energiýalaryny anyklamaly. Ýükleriň iň uly tizligi puržiniň haýsy ýagdaýynda alýandygyny bilip, impulsyň we energiýanyň saklanma kanunyndan gözlenilýän ululygy tapmaly.

Jogaby: $u_{i\check{n}\,uly} = \dfrac{M\cdot\vartheta}{\sqrt{m(M+m)}}; L_{i\check{n}\,uly} = L + \vartheta_0\cdot\sqrt{\dfrac{M}{K}}$.

3.15. Dik aşak ugra jisimiň hereket deňlemesini proýeksiýada ýazyp, ondan jisim daýançdan gopan pursaty üçin ulgamyň geçen aralygy tapylýar. Aşaklygyna hereketiň häsiýetini anyklap, onuň kinematiki ululyklaryny tapmaly. Soňra energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $t = \sqrt{\dfrac{2m(g-a)}{k\cdot a}}; x_a = \dfrac{m\sqrt{a(2g-a)}}{k}$.

3.16. Kerpiç we top üçin energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $h_t \approx 25sm$.

3.17. Peýkam atylanda okuň alýan energiýasy dartylan sapagyň oka täsir edýän dartuw güýjüniň işine deňdigini ulanyp, energiýanyň saklanma kanunyny ýazmaly, ondan gerekli ululygy tapmaly.

Jogaby: $H \approx 6,25sm$.

3.18. Energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanyp, şaýbanyň depejigiň etegindäki tizligini tapmaly. Soňra şaýba tagtada togtandan soň impulsyň we energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanyp gözlenilýän ululyk tapylýar.

Jogaby: $A = -mgh\cdot\dfrac{M}{m+M}$.

3.19. Güýç täsir edenden soň plastinka-puržin ulgamynyň doly potensial energiýasyny we güýjüň täsirinden soň, entäk aşakky plastinka galmanka plastinka-puržin ulgamynyň potensial

energiýasyny tapmaly. Soňra energiýanyň saklanma kanunyndan gözlenýän ululygy kesgitlemeli.

Jogaby: $F \geq (m_1 + m_2)\cdot g$.

3.20. Kinematiki gatnaşyklary ulanyp arabajygyň we adamyň näçe aralyga süýşjekdiklerini anyklamaly. Energiýanyň we impulsyň saklanma kanunlaryndan peýdalanmaly.

Jogaby: $\vartheta_0 = \sqrt{\dfrac{l\cdot g}{\dfrac{m^2\cos^2\alpha}{2M^2\cdot M} + \sin 2\alpha}}; l' = \dfrac{m^2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}{2\mu g(M+m)}$.

3.21. Impulsyň we energiýanyň saklanma kanunlaryndan peýdalanyp, alnan iki deňlemäni bilelikde çözmeli.

Jogaby: $K_2 = K_1'$; $\vartheta_2 = \vartheta_1$.

3.22. Kosmonawt bökmänkä we bökenden soňky iki ýagdaýa garamaly we kosmonawt-gämi ulgamy üçin impulsyň saklanma kanunyny ýazmaly.

Jogaby: $\Delta V = \dfrac{m_1(\vartheta + \vartheta_1)}{m_2}$.

3.23. Raketa we ýangyç ulgamy üçin impulsyň saklanma kanunyny ýazyp, alnan differensial deňlemäni integrirlemeli.

Jogaby: $m = m_0\cdot e^{-\frac{\vartheta}{u}}$.

3.24. Iki ýagdaýa ($u \leq \vartheta$ we $u > \vartheta$) garamaly we iş, kuwwat üçin formulalary, energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: 1) $t_1 = \dfrac{u}{\mu g}, u \leq \vartheta - M$; 2) $t = \dfrac{Mu^2}{2N} + \dfrac{N}{2m\mu^2 g^2}, u > \vartheta - M$.

3.25. Işiň kinetik energiýanyň üýtgemesine deňliginden peýdalanmaly.

Jogaby: deň däl, $A_1/A_2 = \dfrac{1}{3}$.

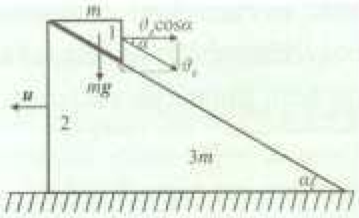
3.26. Impulsyň we energiýanyň saklanma kanunyny iki ýagdaý üçin hem ulanyp, gözlenilýän ululygy tapmaly.

Jogaby: $\Delta W_{k2} = W_{k1}$.

3.27. Ýokardaky jisimiň Δh aralyga aşaklygyna süýşendäki potensial energiýasynyň üýtgemesini tapmaly we energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly. Steržen hereket edende onuň uzynlygynyň üýtgemeýändigini we ýokarky jisim diwardan aýrylan pursaty diwaryň oňa gaýtawul güýjüniň nola deňdigini hasaba almaly.

Jogaby: $u_{iň\ uly} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}gl}$.

3.4. Çözüwler



3.1-nji çyzgy

3.1. Şerte görä, üstler ýylmanak we sürtülme güýji ýok. Dik ugurda agyrlyk güýji täsir edeni üçin bu ugurda impulsyň saklanma kanuny kanagatlandyrylmaýar. Kese ugurda hiç hili güýç täsir etmeýär. Diýmek, bu ugur boýunça impulsyň saklanma kanunyny ulanyp bolýar. Başda 1-2 prizmadan duran ulgamyň doly impulsy nola deň: $\left(\sum_i \vec{P}_i\right)_{öňki} = 0$. Islendik pursatda bu ulgamyň gorizontal ugurdaky doly impulsy

$$\left(\sum_i \vec{P}_i\right)_{soňky} = \vec{P}_{1x} + \vec{P}_{2x}.$$

Goý, $\vec{u}$ 2-nji prizmanyň ýere görä gorizontal tizligi bolsun, onda 1-nji prizmanyň ýere görä gorizontal tizligi $\vartheta_{1x} = \vartheta_g cos\alpha - u$ bolar. Onda

$$\left(\sum_i \vec{P}_i\right)_{soňky} = m\vec{\vartheta}_{1x} + 3m\vec{\vartheta}_{2x}.$$

Bu deňlemäni gorizontal ugra proýeksiýada ýazalyň:

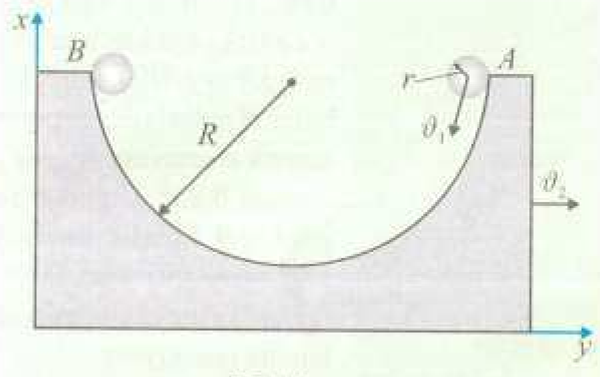
$$\left(\sum_i \vec{P}_i\right)_{soňky} = m\left(\vartheta_g \cos\alpha - u\right) - 3mu.$$

Onda

$$0 = m\vartheta_g cos\alpha - mu - 3mu.$$

Bu ýerden

$$m\vartheta_g cos\alpha = 4mu, \quad u = \frac{\vartheta_g \cos\alpha}{4}.$$



3.2-nji çyzgy

3.2. Başda jam-şar ulgamy hereketsiz, şonuň üçin

$$\left(\sum_i \vec{P}_i\right)_{öňki} = 0.$$

Ulgam herekete başlanda oňa gorizontal ugurda hiç hili daşky güýçler täsir etmeýär. Şonuň üçin: $+m\vec{\vartheta}_{1x} + M\vec{\vartheta}_{2x} = 0$, $m\vartheta_{1x} = M\vartheta_{2x}$ we $\frac{\vartheta_{1x}}{\vartheta_{2x}} = \frac{M}{m}$ bolar.

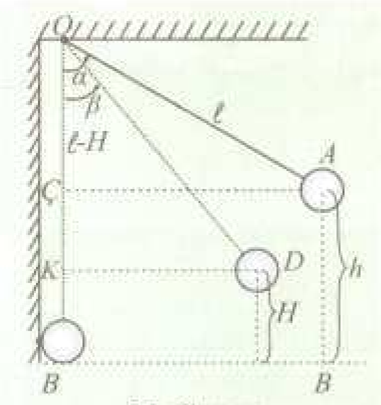
Şeýlelikde $\vartheta_{1x} \sim S_{1x}$, $\vartheta_{2x} \sim S_{2x}$, bu ýerde S_{1x}, S_{2x} – degişlilikde şaryň we jamyň süýşmesi. Onda

$$\frac{S_{1x}}{S_{2x}} = \frac{M}{m}.$$

Şar A ýagdaýdan B ýagdaýa geçende, jam süýşmedik ýagdaýlarynda, $S_{1x}=2(R-r)$. Şol wagtyň dowamynda jam saga S_{2x}–e süýşer, onda $S_{1x}=2(R-r)-S_{2x}$ bolar.

Onda

$$\frac{2(R-r)-S_{2x}}{S_{2x}}=\frac{M}{m}.\quad \text{Bu ýerden } S_{2x}=2(R-r)\frac{m}{M+m}.$$



3.3-nji çyzgy

3.3. Potensial energiýany BB derejä görä hasaplalyň. ΔOCA-dan: $\ell-h=\ell\cos\alpha$, $h=\ell(1-\cos\alpha)$. A nokatda şaryň potensial energiýasy $W_{PA}=mg\ell(1-\cos\alpha)$ bolar. B nokada degen pursaty, şaryň kinetik energiýasy $W_{KB}=W_{PA}=mg\ell(1-\cos\alpha)$ bolar. Urgudan soň, şerte görä, şar kinetik energiýasynyň ýarysyny ýitirýär. Diýmek, şar diwardan yzyna serpigende onuň kinetik energiýasy

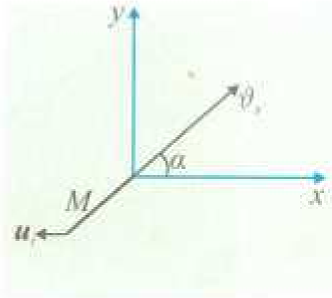
$$W_K=-\frac{1}{2}W_{KB}=\frac{mg\ell}{2}(1-\cos\alpha).$$

Şu kinetik energiýa bilen şar H derejä golaýlaýar. OKD üçburçlukdan: $H=\ell(1-\cos\beta)$ bolar.

Onda $W_K=mgH$ we $\frac{mg\ell}{2}(1-\cos\alpha)=mg\ell(1-\cos\beta)$ alarys. Bu ýerden $1-\cos\alpha=2(1-\cos\beta)$ we

$$\cos\beta=\frac{1+\cos\alpha}{2}=\frac{1+\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{3}{2}}{2}=\frac{3}{4};\ \beta\approx 41^0.$$

3.4. 3.4-nji çyzgydan görnüşi ýaly, snarýad topdan ϑ_S tizlikli kese ugra α burç bilen çykyp gidýär. Bu ugurda daşky güýçler täsir etmeýänligi üçin impulsyň x-düzüjisi üçin ol saklanma kanunyna boýun bolýar. Bu ugurdaky topuň tizligini $\vec{u}$ bilen belgilesek



$m\vec{\vartheta}_{Sx}+M\vec{u}_t=0$ bolar. Sebäbi top atylmanka top-snarýad ulgamy dynçlykdady we olaryň başky doly impulsy nola deňdi. Snarýadyň topa görä tizligi ($\vartheta_S\cos\alpha-\vartheta_t$) bolar. Sebäbi snarýad $\vartheta_S\cos\alpha$ tizlik bilen öňe gitse, u_t tizlik bilen top yza gidýär. Onda $m(\vartheta_S\cos\alpha-u_t)=Mu_t$ alarys. Bu ýerden $m\vartheta_S\cos\alpha=Mu_t+mu_t$;

$$m\vartheta_S\cos\alpha=mu_t\left(\frac{M}{m}+1\right);\quad \vartheta_S\cos\alpha=u_t(\eta+1)\ \text{we}$$

$$u_t=\frac{\vartheta_S\cos\alpha}{1+\eta}=\frac{180\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{51}\frac{m}{s}=25\frac{m}{s}.$$

3.5. Lokomotiwe täsir edýän ähli güýçleriň deňtäsiredijisiniň eden işi lokomotiwiň kinetik energiýasyny artdyrmaga gidýär, ýagny

$$A=W_{KS}-W_{K0},\ \text{bu ýerde}\ W_{K0}=\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m\alpha^2 S}{2}.$$

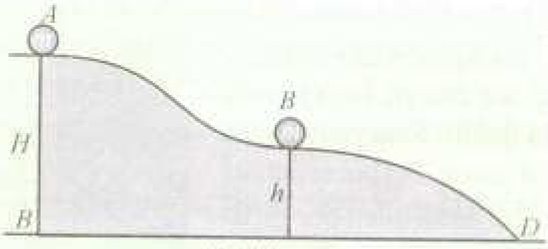
Emma $t=0$-da $S=0$ bolany üçin $W_{K0}=0$. t wagtdan soň lokomotiwiň tizligini $\vartheta=at$ formula boýunça tapmaly. Bu ýerde

$$a=\frac{d\vartheta}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\alpha\sqrt{S}\right)=\frac{d}{dt}\left(\alpha S^{\frac{1}{2}}\right)=\alpha\cdot\frac{1}{2}\cdot S^{-\frac{1}{2}};\ \frac{d\vartheta}{dt}=\frac{\alpha}{2\sqrt{S}};\ \vartheta=\frac{\alpha t}{2\sqrt{S}}=\frac{\alpha^2 t}{2}.$$

(Sebäbi: $\frac{dS}{dt}=\vartheta=\alpha\sqrt{S}$).

Onda $\vartheta=\frac{\alpha^2}{2}t$. Diýmek, $W_{KS}=\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m}{2}\cdot\frac{\alpha^4 t^2}{4}=\frac{m\alpha^4 t^2}{8}$.

Netijede $A=W_{KS}=\frac{m\alpha^4 t^2}{8}$.



3.5-nji çyzgy

3.6. Şaýba A-dan B-e gelende onuň ϑ tizligini tapalyň. Potensial energiýany BB derejä görä hasaplalyň. Onda şaýbanyň A derejedäki potensial energiýasy $mg(H\text{-}h)$ bolar. Ol B nokatda $\frac{m\vartheta^2}{2}$ kinetik energiýa özgerer we $mg(H-h)=\frac{m\vartheta^2}{2} \Rightarrow \quad =\sqrt{2g(H-h)}$ bolar. B-den başlap şaýba garaşsyz iki herekete: (1) gorizontal ugurda ϑ tizlik bilen deňölçegli gönüçyzykly; 2) dikligine aşak (başlangyç tizligi nola deň) deňtizlenýän herekete gatnaşar. Şaýba dikligine h aralygy geçýänçä gorizontal ugurda S aralygy geçer. Onda $h=\frac{gt^2}{2}$ we $S=\vartheta t$ deňliklerden $S=\sqrt{2g(H-h)}\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}}$ aňlatmany alarys.

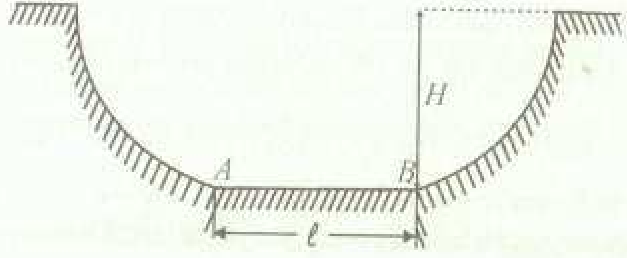
S-den h-a görä birinji derejeli önüm alyp, ony nola deňläliň.

Onda $S'_h=\left[\sqrt{4(H\cdot h-h^2)}\right]'_h=0$ ýa-da $(H\cdot h-h^2)'_h=0$,

$H-2h=0 \Rightarrow h=\frac{H}{2}$.

Diýmek, S-iň uly bolmagy üçin $h=\frac{H}{2}$ bolmaly:

$$S_{iň\,uly}=\sqrt{4\left(H\cdot\frac{H}{2}-\frac{H^2}{2}\right)}=\sqrt{4\cdot\frac{H^2}{4}}=H \quad \text{ýa-da} \quad S_{iň\,uly}=H.$$



3.6-njy çyzgy

3.7. Jisimiň ahyr durmasy onuň başlangyç potensial energiýasynyň sürtülme güýjüniň garşysyna iş etmäge harçlanmagy bilen düşündirilýär. Jisim durýança çukuryň düýbünde çepe saga näçe gezek geçjekdigini anyklalyň. Bir gezekde ol 2ℓ-e deň (BAB) ýoly geçer. Onda $mgH=n2\ell\mu mg$. Bu ýerden

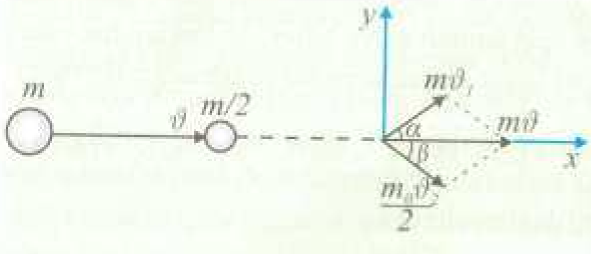
$$n=\frac{H}{2\mu\ell}=\frac{5m}{2\cdot 0,3\cdot 2m}=4,167.$$

Diýmek, jisim 4 gezek çepe saga geçip, soň çukuryň ortasyndan x daşlykda durar. Bu ýagdaý üçin energiýanyň üýtgeme kanunyny şeýle ýazyp bolýar:

$$mgH-8\mu mg\ell=\mu mg\left(\frac{\ell}{2}-x\right).$$

Bu ýerden

$$x=8,5\cdot\ell-\frac{H}{\mu}=8,5\cdot 2m-\frac{5m}{0,3}=0,33m.$$



3.7-nji çyzgy

3.8. Impulsyň saklanma kanuny boýunça $m\vec{\vartheta} = m\vec{\vartheta}_1 + m\vec{\vartheta}_2/2$.

Bu deňlemäni Ox we Oy oklaryna proýeksiýalarda ýazalyň. Onda

$$m\vartheta = m\vartheta_1\cdot\cos\alpha + (m\vartheta_2/2)\cdot\cos\beta \qquad Ox-e \qquad (1)$$

$$0 = m\vartheta_1\cdot\sin\alpha - (m\vartheta_2/2)\cdot\sin\beta \qquad Oy-e \qquad (2)$$

Urgy maýyşgak bolanda energiýanyň saklanma kanuny-da ýerine ýetýär. Onda

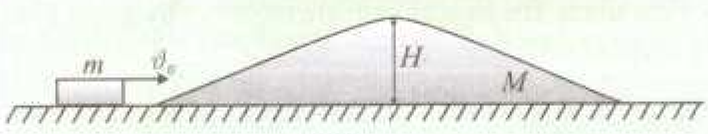
$$\frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{m\vartheta_2^2}{4}. \qquad (3)$$

(1), (2) we (3) deňlemeler ulgamyny çözüp, 2-nji bölejigiň tizligi üçin alarys.

$$\vartheta_2 = 2\vartheta/\sqrt{3} = 1{,}17\vartheta.$$

Bu tizlik Ox okuna

$$\beta = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^0$$ burç bilen ýapgytlanandyr.



3.8-nji çyzgy

3.9. Ilki bilen jisim depejikden aşarmyka ýa-da ýok, şony anyklamaly. Eger aşyp bilmese, onda jisimiň we depejigiň tizlikleri haýsy-da bolsa bir wagt pursatynda özara deň bolardy. Muny anyklamak üçin jisimiň galyp biljek H_1 beýikligini energiýanyň we impulsyň saklanma kanunlaryndan peýdalanyp tapalyň:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} = (m+M)\cdot\frac{\vartheta^2}{2} + mgH_1 \quad \text{we} \quad m\vartheta_0 = (m+M)\cdot\vartheta.$$

Soňky deňlemelerden:

$$H_1 = \vartheta_0^2 M \Big/ 2m(m+M) = 1{,}04m.$$

Diýmek, H_1=1,04m < H=1,2m. Şonuň üçin jisim depejikden aşyp bilmez we H_1 beýiklige galyp, yzyna tarap gaýdar.

Goý, jisimiň soňky tizligi ϑ_1 depejigiňki bolsa ϑ_2 bolsun. Onda ýene energiýanyň we impulsyň saklanma kanunlaryndan peýdalanyp alarys:

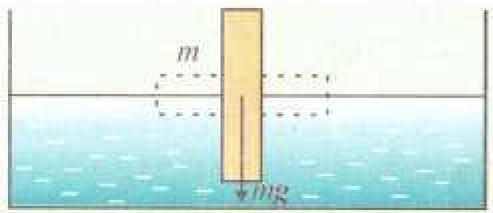
$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{M\vartheta_2^2}{2} \quad \text{we} \quad m\vartheta_0 = m\vartheta_1 + M\vartheta_2$$

Bu deňlemeleri çözüp aşakdaky netijeleri alarys,

$$1)\ \vartheta_1 = \vartheta_0,\ \vartheta_2 = 0 \ \text{we} \quad 2)\ \vartheta_1 = -\vartheta_0\frac{M-m}{M+m},\quad \vartheta_2 = \vartheta_0\frac{2m}{M+m}.$$

Bularyň 1-njisi haçan jisim depejikden aşyp bilýän ýagdaýynda, 2-njisi bolsa biziň sereden ýagdaýymyz üçin dogrudyr. San bahalaryny goýup, hasaplap alarys:

$$\vartheta_1 = -3{,}33\frac{m}{s};\quad \vartheta_2 = 1{,}67\frac{m}{s}.$$

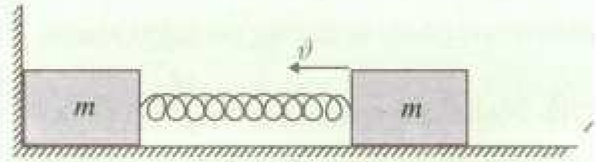


3.9-njy çyzgy

3.10. Şerte görä agaç bölegi erkin ýüzýär. Şonuň üçin, onuň massasy gysyp çykaran suwunyň massasyna deňdir. Agaç bölegi gorizontal ýagdaýa geçende gysyp çykarylan suwuň agyrlyk merkezi $(l-d)/4$ beýiklige galýar, agaç böleginiň agyrlyk merkezi üýtgemeýär, sebäbi ol ýene-de deňagramlylykda bolýar. Onda bölünip çykjak ýylylyk mukdary, energiýanyň saklanma kanuny boýunça, agaç bölegi we onuň gysyp çykarýan suwundan duryan ulgamyň potensial energiýasynyň üýtgemesine deňdir. Onda

$Q = \Delta W_{P,a} + \Delta W_{P,s}$, bu ýerde $\Delta W_{P,a}$- agaç böleginiň potensial energiýasynyň üýtgemesi. Ol nola deň, sebäbi agaç böleginiň agyrlyk merkeziniň derejesi üýtgemeýär ($\Delta W_{P,a} = 0$), agaç böleginiň gysyp çykaran suwunyň potensial energiýasynyň üýtgemesi:

$$\Delta W_{P,s} = mg\frac{(l-d)}{4}. \quad \text{Onda} \quad Q = \frac{mg(l-d)}{4} \approx 4,7 \cdot 10^{-3} J$$



3.10-njy çyzgy

3.11. Goý, x_1 sag jisimiň çepe süýşmesi, x_2 bolsa onuň başdaky ýagdaýyndan saga süýşmesi bolsun. Onda sag jisim ϑ tizlik bilen çepe x_1 aralyga süýşende, ol puržini x_1 aralyga gysar, oňa $kx_1^2/2$ energiýa berer we x_1 aralykda μmg sürtülme güýjüni ýeňip iş eder. Bu hadysa üçin energiýanyň saklanma kanunyny aşakdaky ýaly ýazyp bolar:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{kx_1^2}{3} + \mu g x_1 m. \qquad (1)$$

x_1 aralyga gysylan puržiniň $kx_1^2/2$ energiýasynyň hasabyna puržin x_2 aralyga süýndüriler we (x_1+x_2) aralykda μmg sürtülme güýjüniň garşysyna iş ediler. Onda ýene-de energiýanyň saklanma kanunyny ýazyp alarys:

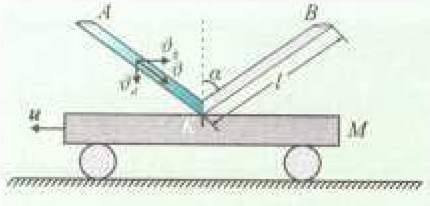
$$\frac{kx_1^2}{2} = \frac{kx_2^2}{2} + \mu mg(x_1 + x_2) \qquad (2)$$

Çepki jisim ýerinden gozganmagy üçin x_2 aralyga süýndürilen puržinde dörän (kx_2) maýyşgak güýji (μmg) dynçlyk sürtülme güýjüne azyndan deň bolmaly, ýagny

$$kx_2 = \mu mg \qquad (3)$$

(1), (2) we (3) deňlemeler ulgamyny bilelikde çözüp, alarys:

$$\vartheta = \mu g\sqrt{\frac{15m}{k}}.$$



3.11-nji çyzgy

3.12. K germew açylandan soň AK gapdaky suw dik ugra α burç bilen aşaklygyna herekete geler. Onuň tizligini iki düzüjä dargadalyň:

$$\vartheta_g = \vartheta \sin\alpha, \quad \vartheta_d = \vartheta \cos\alpha.$$

Emma suw herekete gelenden arabajyk hem u tizlik bilen çepe tarap hereket eder. Onda suwuň gorizontal hereketiniň ýere görä tizligi $\vartheta_{og} = \vartheta \sin\alpha - u$, dik hereketiň tizligi $\vartheta \cos\alpha$ bolar. Impulsyň saklanma kanuny boýunça suw – arabajyk ulgamy üçin alarys:

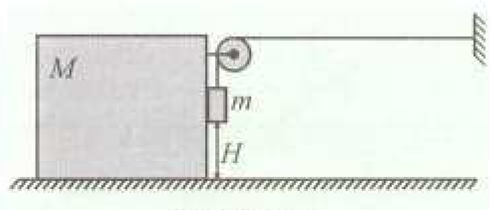
$$m(\vartheta \sin\alpha - u) = Mu \qquad (1)$$

Energiýanyň saklanma kanuny boýunça

$$\frac{m}{2}\left[(\vartheta \sin\alpha - u)^2 + (\vartheta \cos\alpha)^2\right] + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mgl\cos\alpha}{4}. \qquad (2)$$

Bu ýerde $\dfrac{mgl\cos\alpha}{4}$ – suwuň agyrlyk merkeziniň aşaklamasy sebäpli onuň potensial energiýasynyň azalmasydyr. (1) we (2) deňlemeleri bilelikde çözüp alarys:

$$u = \frac{m}{M}\left(\frac{gl\cos\alpha}{2\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\left[l + \left(1+\dfrac{m}{M}\right)\right]ctg\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}.$$



3.12-nji çyzgy

3.13. Ýük aşak süýşende ýüpüň gorizontal böleginiň uzynlygy gysgalar. Şonda kub ýük bilen birlikde saga tarap süýşer. Onuň keseligine süýşmesi ýüküň dikligine aşak süýşmesine deňdir. Bu bolsa ýüküň dik aşak düşme tizligi kub bilen ýüküň keseligine süýşme tizligine deň diýildigidir. Diýmek, ýük hem keseligine hemem dikligine deň tizlik (ϑ) bilen hereket edýär. Ýüküň sekiň üstüne görä ilki potensial energiýasy mgH. Sekä urulaýjak pursatynda energiýanyň saklanma we özgerme kanunyny ýazalyň:

$$mgH=\frac{M\vartheta^2}{2}+\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right)_{goriz}+\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right)_{dik}.$$

Bu ýerden

$$\vartheta=\sqrt{\frac{mgH}{0,5M+m}}.$$

3.14. Meseläniň şertine görä, ulgam doly goýberilen purastynda ýükleriň tizlikleri nola deň, puržin bolsa deformirlenen we onuň potensial energiýasy agyr ýüküň başlangyç kinetik energiýasyna deňdir. Puržin deformirlenmedik ýagdaýyna baran pursatynda ýükleriň tizlikleri iň uludyr.

Impulsyň we energiýanyň saklanma kanunyny ulanyp

$$m\cdot u=M\cdot\vartheta \qquad (1)$$

we

$$\frac{mu^2}{2}+\frac{M\vartheta^2}{2}=\frac{M\vartheta_0^2}{2} \qquad (2)$$

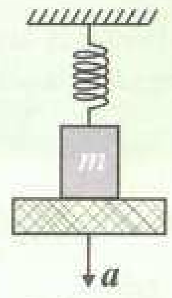
deňlemeler ulgamyny alarys. Bu ýerden

$$u=\frac{M\vartheta_0}{\sqrt{m(M+m)}}.$$

Puržiniň iň uly uzynlygyny

$$L_{iň\,uly}+L+\vartheta_0\sqrt{\frac{M}{K}}$$ aňlatmadan tapyp bolar.

3.15. Ilki bilen dik aşak ugra jisimiň hereket deňlemesini proýeksiýada ýazalyň $ma=mg-N-F_m$, bu ýerde mg- agyrlyk güýji, N-daýanjyň gaýtawul güýji. $F_m=k\cdot x$ - puržiniň maýyşgaklyk güýji, x-onuň süýnmesi. Jisim daýançdan gopan pursaty N=0, onda $m\vec{a}=m\vec{g}-k\vec{x}$.



3.13-nji çyzgy

Bu ýerden $x=\frac{m(g-a)}{k}=l$ - daýanjyň we jisimiň jisim daýançdan aýrylýança geçen aralygy.

Emma $l=\frac{at^2}{2}$, a – tizlenme, t – daýanç hereket edip başlandan ol jisimden gopan pursatyna çenli geçen wagt. Onda

$\frac{at^2}{2}=\frac{m(g-a)}{k}$. Bu ýerden $t=\sqrt{\frac{2m(g-a)}{ka}}$. Daýançdan

aýrylan pursaty jisim $\vartheta=at=a\sqrt{\frac{2m(g-a)}{ka}}$ tizlige eýedi. Onuň

kinetik energiýasy $\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m^2(g-a)a}{k}$, potensial energiýasy

$mg(x_0-l)=mgx_0-\frac{m^2(g-a)g}{k}$ bolar.

Şol pursatda puržin $l=\frac{m(g-a)}{k}$ uzynlyga süýnendigi üçin puržiniň potensial energiýasy $\frac{kl^2}{2}=\frac{m^2(g-a)^2}{2k}$.

Jisim we puržin ulgamynyň energiýasy

$$W_1=mgx_0-\frac{m^2(g-a)^2}{2k}.$$

Puržin iň uly süýnen ýagdaýynda jisimiň tizligi-de, kinetik energiýasy-da nola deň. Şonda jisimiň we puržiniň doly energiýasy

$$W_2=\frac{kx_0^2}{2}.$$

bolar. Energiýanyň saklanma kanuny boýunça $W_1=W_2$ we

$$\frac{kx_0^2}{2}=mgx_0-\frac{m^2(g-a)^2}{2k} \quad \text{ýa-da} \quad \frac{kx_0^2}{2}=mgx_0+\frac{m^2(g-a)^2}{2k}=0.$$

Kwadrat deňlemäni çözüp alarys: $x_0=\frac{mg}{k}\pm\sqrt{\frac{m^2a(2g-a)}{k^2}}$.

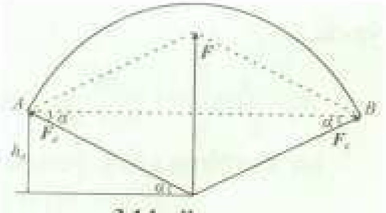
Diýmek, $x_0=\frac{mg}{k}+\frac{m}{k}\sqrt{a(2g-a)}$. Kwadrat deňlemäniň ikinji köki puržiniň iň kiçi süýnmesini berýär. Jisim amplitudasy $x_A=\frac{x_{01}+x_{02}}{2}$ bolan yrgyldyly hereket eder: $x_A=\frac{m\sqrt{a(2g-a)}}{k}$.

3.16. Kerpiç topdan gopan pursaty, kerpijiň tizligi topuň эokarky nokadynyт tizligine deт. Goэ ol ϑ bolsun. Kerpiç erkin hereket edýär, onda $\frac{m_k\cdot\vartheta^2}{2}=mgh_k$, bu ýerden $\vartheta=\sqrt{2gh_k}$.

Kerpiç topdan gopan pursaty onuň iň aşaky nokadynyň tizligi nola deň. Şonuň üçin topuň merkeziniň tizligi $\frac{\vartheta+0}{2}=\frac{\vartheta}{2}$ bolar. Onda top üçin energiýanyň saklanma kanunyny ýazyp alarys:

$$\frac{m_t\left(\frac{\vartheta}{2}\right)^2}{2}=m_tgh_t.$$ Bu ýerden $h_t=\frac{\vartheta^2}{8g}=\frac{2gh_k}{8g}=\frac{h_k}{4}\approx 25sm$

3.17. Peýkam atylanda okuň alýan energiýasy dartylan sapagyň oka täsir edýän dartuw güýjüniň işine deňdir. Çyzgydan görnüşi ýaly $F=2F_d\sin\alpha$.


3.14-nji çyzgy

$h_0<<1$ bolany üçin α burç juda kiçi we $\sin\alpha = tg\alpha = \alpha$.

Şonuň üçin $F=2F_d\alpha$ $tg\alpha=\frac{h_0}{l/2}$ onda $F=4F_d\cdot\frac{h_0}{l}$ bolar.

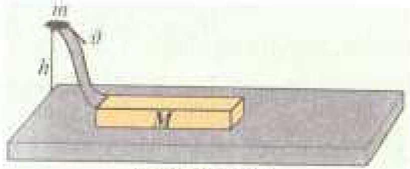
Diýmek $F\sim h_0$. Onda $A=F_{or}\cdot h_0=2F_d\cdot\frac{h_0^2}{l}$.

Bu iş oka kinetik energiýa berýär, ol bolsa öz gezeginde H beýiklige galan okuň potensial energiýasyna öwrülýär. Onda

$2F_d\cdot\frac{h_0^2}{l}=mgH$. Bu ýerden $H=\frac{2F_dh_0^2}{lmg}\approx 6,25m$.

3.18. Energiýanyň saklanma kanunyny ulanyp, depejigiň eteginde şaýbanyň tizligini tapalyň:

$$mgh=\frac{m\vartheta^2}{2}\Rightarrow \vartheta=\sqrt{2gh}.$$


3.15-nji çyzgy

Şaýba ϑ tizlik bilen tagtaň üsti boýunça haýallap hereket edýär we ahyry onuň tagta görä hereketi togtap, şaýba tagta bilen bilelikde haýsy-da bolsa bir u tizlik bilen hereket edip başlaýarlar. Onda impulsyň saklanma we energiýanyň üýtgeme kanunlary boýunça

$$m\vartheta=(m+M)u \quad \text{we} \quad \frac{m\vartheta^2}{2}-\frac{(m+M)u^2}{2}=A_{sur}$$

deňlikleri ýazyp bolar. Bu ýerden

$$u = \frac{m\sqrt{2gh}}{M+m} \quad \text{we} \quad mgh - \frac{m+M}{2} \cdot \frac{m^2 2gh}{(m+M)^2} = A_{sür}$$

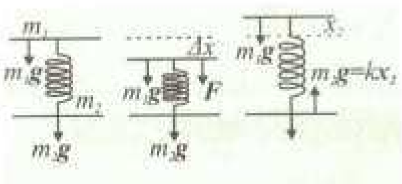
ýa-da

$$A_{sür} = gh\left(m - \frac{m^2}{m+M}\right) = gh \cdot \frac{m^2 + mM - m^2}{m+M} = gh\frac{m \cdot M}{m+M}.$$

Işi sürtülme güýji ýerine ýetireni üçin ol iş otrisateldir:

$$A_{sür} = mgh \cdot \frac{M}{m+M}.$$

3.19. Eger ýokarky plastina $\vec{F}$ güýç goýulsa, onda $m_1 g + F = kx_1 + k\Delta x$ bolar.



3.16-njy çyzgy

Ýokarky plastina basgy bolmanka ilki başda $m_1 g = kx_1$, onda $F = k\Delta x$ bolar. Δx-i tapmak üçin energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanalyň. Energiýany deformirlenmedik puržiniň ýokarky ujundan hasaplalyň. $\vec{F}$ güýç täsir edenden soň plastina - puržin ulgamynyň doly potensial energiýasy şeýle tapylýar:

$$W_0 = -m_1 g(x_1 + \Delta x) - m_2 g l_0 + \frac{k(x_1 + \Delta x)^2}{2}.$$

Ýokarky plastina ýokarlygyna hereket edip puržini süýndürer, ýöne ol entek aşaky plastinany galdyrmaýar diýeliň. Onda ulgamyň şondaky energiýasy $W = m_1 g x_2 - m_2 g l_0 + \frac{kx_2^2}{2}$.

Emma energiýanyň saklanma kanuny boýunça $W_0 = W$, onda

$$-m_1 g(x_1 + \Delta x) + \frac{k(x_1 + \Delta x)^2}{2} = m_1 g x_2 + \frac{kx_2^2}{2}.$$

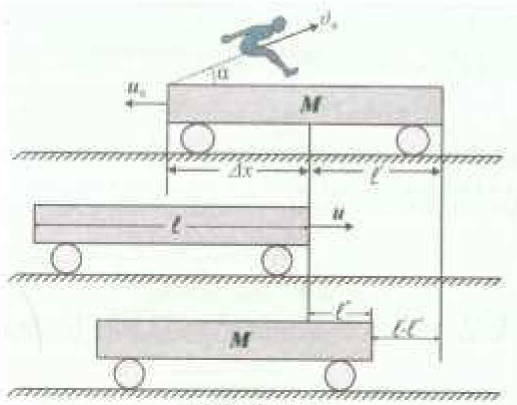
F güýç täsir etmänkä ýokarky plastina üçin we aşaky plastinanyň daýanja basyş etmesi kesilen pursatynda deňagramlylyk şertlerinden peýdalanyp alarys: $m_1 g = kx_1$; $m_2 g = kx_2$

Onda

$$m_1 g\left(\frac{m_1 g}{k} + \Delta x\right) + \frac{k}{2}\left(\frac{m_1 g}{k} + \Delta x\right)^2 = m_1 g \cdot \frac{m_1 g}{k} + k \cdot \frac{\left(\frac{m_2 g}{k}\right)^2}{2},$$

bu ýerden $\Delta x = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$ we $k\Delta x = (m_1 + m_2)g$

Netijede $F \geq (m_1 + m_2)g$.



3.17-nji çyzgy

3.20. Adamyň uçuş wagtynda arabajyk ℓ' aralyga süýşse, adam $\Delta x = \ell - \ell'$ aralyga süýşer. Δx-iň uly uçuş daşlygy. Onda gorizontal ugra α burç bilen zyňylan jisimiň hereketinden peýdalanyp alarys:

$$\ell - \ell' = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (1)$$

Energiýanyň saklanma kanuny boýunça arabajygyň kinetik energiýasy sürtülme güýjüne garşy edilen işe gider we netijede

$$\mu M g \ell' = \frac{M u_0^2}{2}. \qquad (2)$$

Adam-arabajyk ulgamy üçin impulsyň gorizontal düzüjisi saklanýar, onda

$$m\vartheta_0 \cos\alpha = Mu_0. \qquad (3)$$

Arabajygyň t hereket wagty adamyň uçuş wagtyna ($t=2t'$, bu ýerde t'-adamyň galyş we gaçyş wagty) deň.

Emma

$$t = \frac{u_0}{\mu g} \quad \text{we} \quad t' = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}.$$

Onda

$$\frac{u_0}{\mu} = 2\vartheta_0 \sin\alpha. \qquad (4)$$

(3) bilen (4) deňlemeden alarys:

$$tg\alpha = \frac{m}{2\mu M}. \qquad (4')$$

(2) we (3) deňlemeden alarys:

$$\ell' = \frac{m^2 \vartheta_0^2 \cos^2\alpha}{2\mu g M^2}.$$

Soňky deňlemeden ℓ'-iň bahasyny (1) deňlemede goýup alarys:

$$\vartheta_0 = \sqrt{\frac{\ell g}{\frac{m^2\cos^2\alpha}{2M^2\eta}+\sin 2\alpha}}.$$

Adam arabajyga düşenden soň, olaryň kinetik energiýasy sürtülme güýjüne garşy işe sarp edilýär. Onda

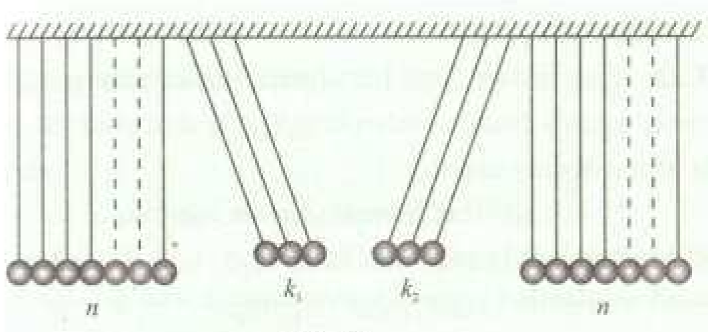
$$\frac{(M+m)u^2}{2} = \mu(M+m)\ell'' g. \qquad (5)$$

u-ny tapmak üçin impulsyň saklanma kanunyndan peýdalanalyň:

$$m\vartheta_0 \cos\alpha = (M+m)u. \qquad (6)$$

(5) we (6) deňlemelerden alarys:

$$\ell'' = \frac{m^2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}{2\mu g(M+m)}.$$



3.18-nji çyzgy

3.21. Goý, k_1 sany şar bir bütewi bolup ϑ_1 tizlik bilen duran şarlara urulýar diýeliň. Soňra duran şarlaryň beýleki tarapyndan k_2 sany şar ýokary galyp dik ugurdan gyşarsyn. Onda impulsyň saklanma kanuny boýunça

$$k_1 m\vartheta_1 = k_2 m\vartheta_2, \qquad (1)$$

energiýanyň saklanma kanuny boýunça

$$\frac{k_1 m\vartheta_1^2}{2} = \frac{k_2 m\vartheta_2^2}{2}. \qquad (2)$$

ýa-da

$$k_1\vartheta_1 = k_2\vartheta_2. \qquad (1')$$
$$k_1\vartheta_1^2 = k_2\vartheta_2^2. \qquad (2')$$

(1′) deňlemäniň iki tarapyny hem kwadrata götereliň:

$$k_1^2\vartheta_1^2 = k_2^2\vartheta_2^2. \qquad (3)$$

(3) deňligi agzama-agza (2′) deňlige böleliň:

$$\frac{k_1^2\vartheta_1^2}{k_1\vartheta_1^2} = \frac{k_2^2\vartheta_2^2}{k_2\vartheta_2^2} \quad \text{ýa-da} \quad k_1 = k_2.$$

Diýmek, bir tarapdan näçe sany şar urulsa, şonça şar-da beýleki tarapdan iteklenip gitjek ekeni. Garalýan meselämizde (2′) we (1′) deňlemeden $\vartheta_1=\vartheta_2$ deňligi alarys. Näçe sany şar bir tarapdan nähili tizlik bilen urulsa, şonça şar-da şonuň ýaly tizlik bilen beýleki tarapdan herekete geler.

3.22. Kosmonawt-gämi bir ulgam. Meseledäki şertde olara gorizontal ugurda özara täsirden başga güýç täsir etmeýär diýeliň. Başda ulgamyň doly impulsy

$$m_1\vartheta+m_2\vartheta=(m_1+m_2)\vartheta.$$

Kosmonawt bökenden soň bolsa $m_2\vartheta'-m_1\vartheta_1$ bolar. Onda impulsyň saklanma kanunyndan $(m_1+m_2)\vartheta=m_2\vartheta'-m_1\vartheta_1$. Bu ýerden $\vartheta'=\dfrac{(m_1+m_2)\vartheta+m_1\vartheta_1}{m_2}$ - gäminiň soňky tizligi.

Diýmek,

$$\Delta\vartheta=\vartheta'-\vartheta=\frac{(m_1+m_2)\vartheta+m_1\vartheta_1}{m_2}-\vartheta=\frac{m_1\vartheta+m_1\vartheta_1}{m_2} \quad \text{ýa-da}$$

$$\Delta\vartheta=\frac{m_1(\vartheta+\vartheta_1)}{m_2}.$$

3.23. Impulsyň saklanma kanuny boýunça

$$\vec{u}dm+md\vec{\vartheta}=0, \quad \frac{dm}{m}=-\frac{d\vartheta}{u}.$$

Bu ýerde $\vec{u}$ -ýangyç ýananda döreýän gazlaryň çykyş tizligi, m-gäminiň massasy. dm, $d\vartheta$ -gäminiň massasynyň we tizliginiň üýtgemesi.

Soňky differensial deňlemäni m-e we ϑ -e görä integrirläliň:

$$\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m}=-\int_0^{\vartheta}\frac{d\vartheta}{u}, \ \ln\frac{m}{m_0}=-\frac{\vartheta}{u}. \text{ Bu ýerde } \frac{m}{m_0}=e^{-\frac{\vartheta}{u}} \text{ ýa-da } m=m_0\cdot e^{-\frac{\vartheta}{u}}$$

Bu aňlatma Siolkowskiniň aňlatmasy diýilýär. Eger raketa bir basgançakly bolsa hemrany orbita çykarmak gaty kyn düşýär. Mysal üçin, goý, raketanyň ýangyç bilen bilelikdäki massasy $m_0=10^6kg$ bolsun. Hemra 1-nji kosmiki tizligi bermeli ($\vartheta=8\cdot10^3m/s$). Gazyň çykyş tizligi $u=4\cdot10^3m/s$ bolanda näçe ýangyç ýakmaly bolarka? Ýokarky formulany ulanyp alarys:

$$m=10^6\cdot e^{-2}kg\approx1{,}35\cdot10^5kg.$$

Onda

$$\Delta m=m_0-m \text{ we } \Delta m=8{,}65\cdot10^5kg.$$

Görnüşi ýaly, öňde goýan maksadymyza ýetmek üçin raketanyň ähli massasynyň 80%-inden gowragy ýangyç bolmaly. Şeýle etmek bolsa iş ýüzünde aňsat däl.

3.24. Maşynyň hereketlendirijisiniň döredýän iň uly dartuw güýji sürtülme güýjüne barabar:

$$F_d=F_{iň\,uly}=\mu mg.$$

Şu çözüw F_d=hemişelik bolanda dogrudyr. Şonda $F_{iň\,uly}\cdot\Delta S\le N\cdot\Delta t$ şert kanagatlandyrylmaly, bu ýerde N-iň uly peýdaly kuwwat. Onda

$$F_{iň\,uly}\frac{\Delta S}{\Delta t}\le N, \ F_{iň\,uly}\,\vartheta\le N, \text{ ýa-da } \vartheta\le\frac{N}{F_{iň\,uly}}=\frac{N}{\mu mg}.$$

Diýmek, eger $u\le\vartheta=\dfrac{N}{\mu mg}$ bolsa, onda maşyny u tizlige çenli batlandyrmak üçin gerek bolan iň kiçi wagt $t_1=\dfrac{u}{\mu g}$.

Maşyn $u>\vartheta=\dfrac{N}{\mu mg}$ tizligi alandan soň, $a=\mu g$ hemişelik tizlenmeli hereket N=*hemişelik* bolanda mümkin däldir. Sebäbi maşynyň kinetik energiýasynyň üýtgemesi hereketlendirijiniň eden işinden uly bolmaly däl. Ýitgini hasaba almasak: $A=\Delta W_k$,

$$N\cdot t_2+\frac{mu^2}{2}-\frac{m\vartheta^2}{2} \quad \text{ýa-da} \quad t_2+\frac{m\left(u^2-\vartheta^2\right)}{2N}.$$

Diýmek, maşyn ϑ tizlige eýe bolup, öz kuwwatyny doly alanda, $u>\vartheta$ tizligi almak üçin gerek bolan wagt

$$t=t_1+t_2, \qquad t=\frac{u}{\mu g}+\frac{m\left(u^2-\vartheta^2\right)}{2N}.$$

Gutarnykly görnüşde

$$t=\frac{N}{m\mu^2g^2}+\frac{mu^2}{2N}-\frac{N}{2m\mu^2g^2}=\frac{mu^2}{2N}+\frac{N}{2m\mu^2g^2}.$$

Bu ýerden tizlik ϑ -e çenli ýetýänçä ol wagtyň birinji derejesine proporsional, ondan uly tizlikde bolsa $\frac{1}{2}$ -nji derejesine proporsional ýagdaýda artýar.

3.25. Ýitgiler hasaba alynmasa hereketlendirijiniň edýän işi diňe maşynyň kinetik energiýasyny artdyrmaga gidýär, ýagny $A=\Delta W_k$. Onda birinji ýagdaý üçin

$$A_1=\Delta W_{k1}=\frac{m\left(\frac{\vartheta}{2}\right)^2}{2}-0=\frac{m\vartheta^2}{8},$$

ikinji ýagdaý üçin

$$A_2=\Delta W_{k2}=\frac{m\vartheta^2}{2}-\frac{m\left(\frac{\vartheta}{2}\right)^2}{2}=\frac{3}{8}m\vartheta^2$$

bolar. Bu ýerden

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{1}{3}.$$

Diýmek, edilen işler deň däl, tizlik näçe uly bolsa tizlenmäni hemişelik saklamak üçin hereketlendiriji şonça-da köp iş etmeli bolýar.

3.26. Impulsyň saklanma kanuny boýunça

$$m\cdot u=M\cdot\Delta\vartheta \quad \text{ýa-da} \quad \Delta\vartheta=\frac{m\cdot u}{M}, \qquad (1)$$

bu ýerde u-ýangyç önümleriniň çykyş tizligi, $\Delta\vartheta$ - raketanyň tizliginiň üýtgemesi. Iki ýagdaýda-da, (1) aňlatma laýyklykda, tizligiň üýtgemesi deň. Onda

$$\Delta W_{k1}=\frac{M(\Delta\vartheta)^2}{2}-0=\frac{M(\Delta\vartheta)^2}{2},$$

$$\Delta W_{k2}=\frac{M(\vartheta+\Delta\vartheta)^2}{2}-\frac{M\vartheta^2}{2}=M\cdot\vartheta\cdot\Delta\vartheta+\frac{M(\Delta\vartheta)^2}{2}.$$

$$\Delta\vartheta<<\vartheta \text{ bolany üçin } \left(\frac{M(\Delta\vartheta)^2}{2}\right)\to 0, \text{ onda } \Delta W_{k2}=M\vartheta\cdot\Delta\vartheta.$$

$$\left(\Delta W_{k2}\right)^2=M^2\cdot\vartheta^2(\Delta\vartheta)^2=4\cdot\frac{M\vartheta^2}{2}\cdot\frac{M(\Delta\vartheta)^2}{2}=4W_{k2}\cdot\Delta W_{k1}$$

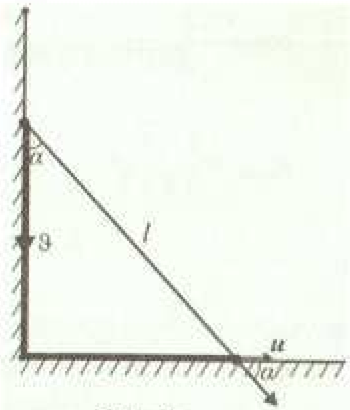
ýa-da $\Delta W_{k2}=2\sqrt{W_{k1}\Delta W_{k1}}=2\sqrt{10^{10}\cdot 10^4}J=2\cdot 10^7 J.$

Görnüşi ýaly, $\Delta W_{k2}=2000W_{k1}$ netije alyndy. Bu ikinji ýagdaýda raketa diňe bir ýangyç ýakandaky energiýa berilmän, eýsem ýangyjyň kinetik energiýasynyň-da berilýänligi sebäplidir.

3.27. Ýokarky jisim Δh aralyga dik aşak süýşende onuň potensial energiýasy $\Delta W_p=mg\Delta h=mgl(1-\cos\alpha)$ ululyga kemelýär. Bu energiýa jisimlere kinetik energiýa berýär. Onda energiýanyň saklanma kanuny boýunça aşakdaky deňlemäni alarys:

$$\frac{m\vartheta^2}{2}+\frac{mu^2}{2}=mgl(1-\cos\alpha) \quad \text{ýa-da}$$

$$\vartheta^2+u^2=2gl(1-\cos\alpha) \qquad (1)$$



3.19-nji çyzgy

Hereketiň dowamynda jisimleriň aradaşlygy üýtgemeýär. Şonuň üçin sterženiň boýuna $\vec{\vartheta}$ -niň we $\vec{u}$ -nyň proýeksiýalary deň bolar

$$\vartheta\cos\alpha=u\sin\alpha \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemelerden
$u^2=2gl\,(\cos^2\alpha-\cos^3\alpha)$ ýa-da $\cos\alpha=x$ diýip belgilesek, onda

$$u^2=2gl(x^2-x^3).$$

Ýokarky jisim diwardan aýrylan pursatynda diwar oňa gaýtawul güýji bilen täsir etmeýär ($N=0$). Onda aşaky jisimiň tizlenmesi nola deň bolar:

$$\frac{du}{dt}=0,\quad \frac{d\left(u^2\right)}{dt}=2u\frac{du}{dt}=0,$$

$u^2=y$ bilen belgiläp, $y=2gl(x^2-x^3)$ aňlatmany alarys.

$y'=2u\dfrac{du}{dt}=0$ we soňky aňlatmadan wagta görä önüm alalyň:

$y'=2gl\,(2x-3x^2)=0$ ýa-da $2x-3x^2=0$. Bu deňlemäniň çözüwi:

$$x_1=0;\ x_2=\frac{2}{3}.$$

$x_1=0$-da $\cos=0 \Rightarrow \alpha=90^0$ – bu şerte dogry gelenok (diňe sterženi kese ýagdaýa eýe bolanda şeýle bolup biler). Diýmek,

$\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$ we $u^2_{iň\,uly}=2gl\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\right]$ ýa-da

$$u_{iň\,uly}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}gl.$$

4. BÜTINDÜNÝÄ DARTYLMASY

4.1. Usuly görkezmeler

Bütindünýä dartylmasyna degişli meseleler çözülende, esasan, bütindünýä dartylma kanunynyň

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2};$$

Kepleriň üçünji kanunynyň (Planetalaryň Günüň daşyndan aýlanma döwürleriniň kwadratlarynyň ellipsiň uly ýarym oklarynyň uzynlyklarynyň kubuna bolan gatnaşygy hemişelikdir)

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{R_1^3}{R_2^3},$$

dartuw meýdanynda jisimiň potensial energiýasynyň

$$W_p=-G\frac{m_1m_2}{r},$$

1-nji, 2-nji kosmos tizlikleriniň

$$\vartheta_1=\sqrt{gR}\quad \text{we}\quad \vartheta_2=\vartheta_1\sqrt{2}$$

formulalary ulanylýar.

Olardan başga-da kinematikanyň, dinamikanyň kanunlary we impulsyň, impulsyň momentiniň hem-de doly mehaniki energiýanyň saklanma kanunlary-da geregiçe ulanylmalydyr.

Kä halatlarda Kepleriň 1-nji we 2-nji kanunlaryny-da ulanmaly bolýar.

1-nji kanun: ähli planetalar bir fokusynda Gün ýerleşýän ellips görnüşli orbitalar boýunça Günüň daşyndan aýlanýarlar.

2-nji kanun: Planetanyň radius-wektory islendik deň wagt dowamynda deň meýdanly sektorlary çyzýar.

4.2. Meseleler

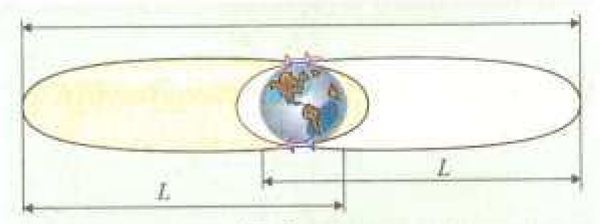
4.1. Günde erkin gaçmanyň tizlenmesini kesgitlemeli. Ýerden Güne çenli aralyk $1{,}496\cdot10^{11}$ *m*. Günüň görnüş burçy 32ʹ, Ýeriň Günüň daşyndan aýlanma periody $3{,}1557\cdot10^{7}$ *s*.

4.2. Birinji kosmos tizligi hasaplamaly.

4.3. Ikinji kosmos tizligi hasaplamaly.

4.4. Üçünji kosmos tizligi hasaplamaly.

4.5. Ýeriň Günorta we Demirgazyk polýuslaryndan bir wagtda iki sany raketa şol bir tizlik bilen, gorizontal ugurda uçurylýar. τ=3 *sag* 20 *minutdan* soň raketalar bir birinden iň uly daşlykda bolýarlar. Raketalaryň arasyndaky iň uly aralygy tapmaly (*4.1-nji çyzgy*, g=9,81 $\frac{m}{s^2}$ we $R_Ý$=6400*km*).



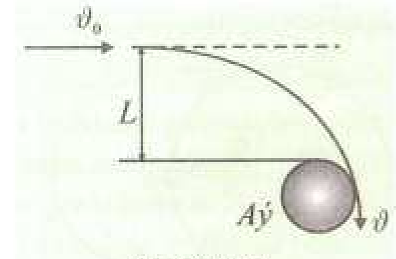
4.1-nji çyzgy

4.6. Atmosferanyň ýokarky gatlaklarynda töwerek boýunça Ýeriň daşyndan aýlanýan m=100 *kg* massaly emeli hemra seýreklenen howanyň garşylygyna sezewar bolýar. Garşylyk güýji $F=5\cdot10^{-4}N$. Ýeriň daşyndan bir gezek aýlanandan soňra hemranyň tizligi näçe üýtgär? Hemranyň Ýeriň üstünden beýikligi Ýeriň radiusyndan juda kiçi.

4.7. Tizligi ϑ_0=2360 $\frac{m}{s}$ bolan meteorit R_A=1,74 10^6m radiusly Aýa tarap uçup barýar *(4.2-nji çyzgy)*. Meteoritiň Aýa gaçmazlygy

üçin, onuň iň kiçi nyşana aralygyny tapmaly. Aýda erkin gaçmanyň tizlenmesi g_A=1,6 $\frac{m}{s^2}$ (Iki jisimiň özara täsirleşip başlan iň uly aralygyna nyşana aralygy diýilýär).

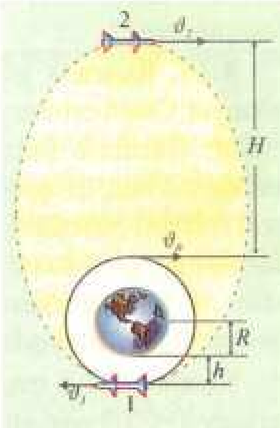
4.8. Kosmos gämisi Ýeriň üstünden 400 *km* aralykda töwerek boýunça hereket edýär. Gämi Ýeriň üstünden perigeýde 400*km*, apogeýde 4000*km* daşlykda bolar ýaly ellips görnüşli orbita geçirmek üçin gäminiň tizligini näçe üýtgetmeli (*4.3-nji çyzgy*)? Gäminiň bu ellips boýunça aýlaw periody näçä deň?



4.2-nji çyzgy

4.9. Käbir *M* massaly planeta Günüň daşyndan ellips boýunça aýlanýar. Onuň Günden iň kiçi aralygy r_1 iň uly aralygy bolsa r_2. Planetanyň Günüň daşyndan aýlaw periodyny tapmaly.

4.10. r radiusly töwerek görnüşli orbitada hereket edýän Aýyň hemrasy az wagtlyk togtadylmadan soň Aýyň üstüne galtaşyp, geçýän ellips boýunça hereket edip başlady (*4.4-nji çyzgy*). Hemra Aýyň üstüne näçe wagtdan gaçar?

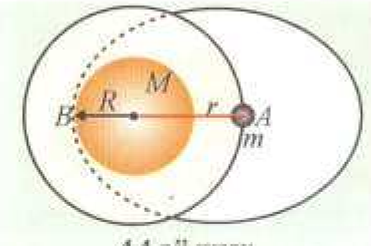


4.3-nji çyzgy

4.11. Bir-birinden *L* uzaklykda ýerleşen we massa merkeziniň töwereginde aýlanýan iki sany ýyldyza goşa ýyldyz diýilýär. Eger goşa ýyldyzyň aýlaw periody *T* bolsa, *L= hemişelik* diýip hasaplap, goşa ýyldyzyň massasyny tapmaly.

4.12. Ýeriň polýusynda jisime dik ýokarlygyna ϑ_0 tizlik berildi. Ýeriň radiusyny (*R*) we onuň üstüne erkin gaçmanyň tizlenmesini bilip, jisimiň näçe beýiklige galjakdygyny kesgitlemeli. Howanyň garşylygyny hasaba almaly däl.

4.13. Ýeriň ekwator tekizliginde radiusy $R=2\cdot10^4$ *km* orbitada hereket edýän hemra günbatardan gündogara hereket edip ekwatoryň şol bir ýeriniň üstünde her $\tau=11,6$ sag wagtdan görünýär. Ýeriň massasyny tapmaly.



4.4-nji çyzgy

4.14. Goý, biz Gün ulgamynyň şekilini döredip bilipdiris diýeliň. Şekil hakyky ulgamdan η esse kiçi, ýöne şol bir maddalardan bolup, ortaça dykyzlyklar üýtgemeýän bolsun. Şonda şekildäki planetalaryň aýlaw periodlary nähili üýtgär?

4.15. Iki sany hemra şol bir töwerek orbita boýunça hereket edip, biri-birinden käbir aralykda ýerleşýärler. Yzdaky hemra traektoriýa galtaşma boýunça impuls bermek üçin, az wagtlyk onuň hereketlendirijisini işledýärler. Şondan soň hemralar biri-biri bilen duşuşarlarmy?

4.16. Kosmos gämisi Ýeriň daşyndan töwerek boýunça aýlanýar. Onuň orbitasynyň tekizligi Aýyň orbitasynyň tekizliginde ýatýar. Gäminiň burç tizligi Aýyň Ýeriň daşyndan aýlanma hereketiniň burç tizligine deň. Hereket wagtynda gämi Aýyň we Ýeriň merkezlerini birleşdirýän gönüde ýerleşýär. Gäminiň Aýa we Ýere dartylyş güýçleri özara deň.

1) Gäminiň hereketlendirijisi işleýärmi?

2) Gämide ýerleşen kosmonawtyň agramy näçe?

Kosmonawtyň massasy m=70 *kg*. Aýyň Ýeriň daşyndan aýlaw periody T=27,3 gije-gündiz, Ýeriň massasy Aýyňkydan 81 esse uly, Aýdan Ýere çenli uzaklyk takmynan $60R_Ý$, $R_Ý$=6400*km* - Ýeriň radiusy.

4.17. Kosmos gämisi Aýyň daşyndan radiusy $R=3,4\cdot10^6$ *m* bolan töwerek görnüşli orbitada aýlanýar. Gämiden onuň

traektoriýasyna galtaşma boýunça zyňylan jisim Aýyň garşylykly tarapyna düşmegi üçin onuň tizligi näçe bolmaly? Näçe wagtdan soň jisim Aýyň üstüne düşer? Aýyň üstünde erkin gaçma tizlenmesi Ýeriň üstündäkiden 6 esse kiçi we Aýyň radiusy $1,7\cdot10^8$ *m* diýip kabul etmeli.

4.18. Asteroidiň radiusy R_a=5*km*, dykyzlygy $\rho_a=5,5\frac{g}{sm^3}$ diýip hasaplap, asteroidiň üstünde erkin gaçmanyň tizlenmesini tapmaly. Asteroid şar görnüşli. Ýerde 5 *sm* beýiklige galmak üçin ulanýan itekleme güýjüni asteroitde peýdalanyp, adam näçe beýiklige galar?

4.19. Planeta öz okunyň töwereginde aýlanany üçin ekwatorda agyrlyk güýji polýusdakysyndan kiçi bolýar. Polýusda planetanyň üstünde haýsy h beýiklikde agyrlyk güýji ekwatordaka deň bolar? Planetany R radiusly şar hasaplamaly. Planetanyň maddasynyň dykyzlygy ρ, okunyň daşyndan aýlanma periody T diýip kabul etmeli.

4.20. Ýeriň üstünden H=500 *km* beýiklige galdyrylan hemra töwerek görnüşli orbita boýunça aýlanýar we atmosferanyň ýokarky gatlaklarynda togtadylyp başlanýar. Onuň burç tizlenmesi $\varepsilon=3\cdot10^{-13}\frac{rad}{s^2}$. Bir aýdan soň hemra haýsy beýiklikde bolar? Ýeriň radiusy $R_Ý$=6400 *km*.

4.21. Raketa Ýeriň üstünden dik ýokarlygyna 1-nji kosmos tizligi bilen uçuryldy. Ol uçurylan ýerine golaý ýere gaýdyp geldi. Eger Ýeriň radiusy $R_Ý$=6400 *km* bolsa, raketa näçe wagtlap uçuşda boldy?

4.22. Aýyň üstünden R_A=1700 *km* ýokarda Aýyň daşyndan töwerek boýunça aýlanýan gämiden Aýyň üstüne düşen kosmonawtlar etmeli işlerini edip, gämä gaýdyp barmaly. Aýdan uçan kabina näçe tizlik berlende ol gämi bilen sepleşer. Aýda $g_A=1,7\frac{m}{s^2}$.

4.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

4.1. Erkin gaçmanyň tizlenmesi Günüň dartuw güýji tarapyndan döredilýär. Nýutonyň 2-nji kanunyny jisim üçin we Ýer üçin ýazmaly.

Jogaby: $g_G = \frac{16\pi^2 \cdot R}{T_Y^2 \cdot \alpha^2} = 274\frac{m}{s^2}$.

4.2. Hemrany Ýeriň dartuw güýji oňa täsir edýän merkeze ymtylýan güýje deňdir.

Jogaby: $\vartheta_1 = \sqrt{g_Y \cdot R} \approx 7{,}9\frac{m}{s} \approx 8\frac{km}{s}$.

4.3. Edil 4.2.-nji meseledäki ýörelgä eýerip işlemeli.

Jogaby: $\vartheta_2 = \sqrt{2g_Y \cdot R_Y} \approx 11{,}2\frac{km}{s} = \sqrt{2}\cdot\vartheta_1$.

4.4. Ilki energiýanyň saklanma kanunyny ulanyp, gäminiň Güne görä tizligini tapmaly. Soňra gämi entek ýerdekä Ýer bilen bile aýlanany üçin alan tizligini tapmaly. Ondan soň gäminiň Ýere görä tizligini tapyp, energiýanyň saklanma kanunyny gämi-gün ulgamy üçin ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta_3 = 16{,}7\frac{km}{s}$.

4.5. Kepleriň 3-nji kanunyndan peýdalanmaly we merkeze ymtylýan tizlenmäniň g-e deňdiginden ugur almaly.

Jogaby: $S=9{,}2R_Y \approx 5{,}9\cdot10^4\,km$.

4.6. Energiýanyň saklanma kanuny esasynda energiýanyň üýtgemesini garşylyk güýjüni ýeňmek üçin edilen işe deňlemeli. Ol ýerden ΔR-i, soňra $\Delta\vartheta$-ni tapmaly.

Jogaby: $\Delta\vartheta = \frac{2\pi F}{m}\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 2{,}54\cdot10^{-2}\frac{m}{s}$.

4.7. Aýdan tükeniksiz daşlykda we onuň üstüne iň ýakyn nokatda doly mehaniki energiýanyň we impulsyň momentiniň saklanma kanunlaryny ýazyp, olary bilelikde işlemeli.

Jogaby: $L_{iň\,uly} = R\sqrt{1+\frac{2g_A\cdot R}{\vartheta_0^2}} = 2{,}45\cdot10^6\,m$.

4.8. Energiýanyň we impulsyň saklanma hem-de Kepleriň 3-nji kanunlaryndan peýdalanmaly.

Jogaby: $\Delta\vartheta = 2461\frac{m}{s}$; $T = 12$ *sagat*.

4.9. Planetanyň ellips boýunça hereketi onuň a (ellipsiň uly ýarym okunyň uzynlygy) radiusly töwerek boýunça hereketine barabardygyndan we $T = \frac{2\pi a}{\vartheta}$ formuladan peýdalanmaly.

Jogaby: $T = \pi\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{2GM_G}}$.

4.10. Ilki Aýyň hemrasynyň aýlaw periodyny tapmaly. Soňra ol ellips boýunça hereket eder. Kepleriň 3-nji kanunyny ulanyp, onuň täze periodyny tapmaly.

Jogaby: $\left[t = \frac{\pi}{\sqrt{GM_A}}\left(\frac{R+r}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$.

4.11. Özara dartuw güýji merkeze ymtylýan güýç bolup hyzmat edýär, ondan m_1-i we m_2-ni tapmaly.

Jogaby: $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{T^2 G}$.

4.12. H beýiklikde we Ýeriň üstünde ýer-jisim ulgamy üçin energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $H = \frac{R}{\frac{2gR}{\vartheta_0^2}-1}$.

4.13. Şerte görä hemranyň aýlanma tizligi ýeriňkä deň. Dartuw güýç merkeze ymtylýan güýç bolar. Käbir kinematiki gatnaşyklary peýdanmaly.

Jogaby: $\left[M = \frac{4\pi^2R^3}{GT^2}\left(1+\frac{T}{\tau}\right)^2\right]$.

4.14. Aýlaw hereketiň çyzykly tizligini tapmaly. Soňra aýlaw döwrüni tapyp ony deňňemeli we şekiliň ölçeglerine nä derejede baglydygyny anyklamaly.

Jogaby: $T_{şekil} = T_{hakyky}$.

4.15. Hemranyň doly mehaniki energiýasyny tapmaly. Hereketlendirijiniň eden işini hasaba alyp, energiýanyň saklanma kanunyny ýazmaly.

Jogaby: Duşuşmazlar.

4.16. Gäminiň tizlenmesini anyklamaly we netije çykarmaly. Kosmonawt üçin Nýutonyň 2-nji kanunyny ulanmaly.

Jogaby: Işleýär; $P = 54m(\frac{2\pi}{T})^2 \cdot R_{\text{Ý}} \approx 1,8N$.

4.17. Meseläniň şertine görä, jisimiň hereket etjek Aýa galtaşýan ellipsini çyzmaly. Jisimiň orbitadaky we Aýyň üstündäki ýagdaýlary üçin energiýanyň saklanma kanunyny peýdalanmaly. Kepleriň 2-nji we 3-nji kanunlaryny ulanmaly. Ellips boýunça jisimiň aýlanma periodyny tapmaly:

Jogaby: $(t = \frac{T}{2} = T_0(\frac{R+R_A}{2R_A})^{\frac{3}{2}} \approx 100min)$

4.18. Jogaby: $g_a \approx 0,8\frac{sm}{s^2}; h_a \approx 61m.$

4.19. Polýusda we ekwatorda jisimleriň agyrlyk güýçlerini tapyp, özara deňeşdirmeli.

Jogaby: $h = RT\left[\frac{G\cdot p}{G\cdot \rho T^2 - 3\pi}\right]^{\frac{1}{2}} - 1.$

4.20. Kinematikanyň kanunlaryndan we Kepleriň 3-nji kanunyndan peýdalanmaly.

Jogaby: 497 *km.*

4.21. Energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanyp, raketanyň haýsy beýiklige galjakdygyny anyklamaly. Soňra Kepleriň 2-nji kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $t = (\frac{R_{\text{Ý}}}{g})^{\frac{1}{2}} \cdot (\pi + 2) = 1sag.9min.$

4.22. Kabina üçin energiýanyň saklanma kanunyny ulanyň.

Jogaby: $\vartheta_o \approx 2,1\frac{km}{s}.$

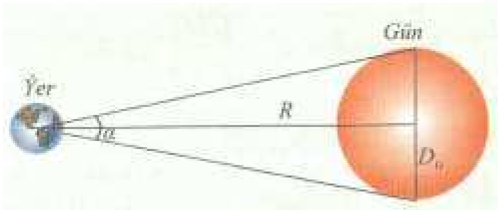
4.4. Çözüwler

4.1. Günde m massaly jisimiň dartylyş güýji $F_G = G\frac{mM_G}{R_G}$, bu ýerde M_G, R_G -degişlilikde Günüň massasy we radiusy we

$$g_G = \frac{F_G}{m} = G\frac{M_G}{R_G^2}. \qquad (1)$$

başga tarapdan $R_G = \frac{D_G}{2} = \frac{R\sin\alpha}{2} = \frac{R\alpha}{2}$ *(4.5-nji çyzgy)*

$\frac{D_G}{2} = Rtg\frac{\alpha}{2}$ α – juda kiçi bolany üçin $tg\frac{\alpha}{2} \approx \sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$.



4.5-nji çyzgy

$$R_G = \frac{D_G}{2} = R\frac{\alpha}{2}, \qquad (2)$$

bu ýerde R-Ýer bilen Günüň aradaşlygy. Ýeriň Günüň daşyndan aýlanma hereketi üçin Nýutonyň 2-nji kanunyny ýazalyň: $F = M_{\text{Ý}}a$;

$G\frac{M_{\text{Ý}}M_G}{R^2} = M_{\text{Ý}}\frac{4\pi^2 R}{T_{\text{Ý}}^2}$, sebäbi Ýer Günüň daşyndan aýlananda $a = \omega_{\text{Ý}}^2 R$, $\omega_{\text{Ý}} = \frac{2\pi}{T_{\text{Ý}}}$. Onda

$$M_G = \frac{4\pi^2 R^3}{GT_{\text{Ý}}^2} \qquad (3)$$

(1), (2) we (3) aňlatmalardan

$$g_G = G\frac{4\pi^2R^34}{GT^2R^2\alpha^2} = \frac{16\pi^2R}{T_Ý^2\alpha^2} = 274\frac{m}{s^2},$$

$g_G = 274\frac{m}{s^2}$. g_G -hasaplanylanda α -ny radiana öwürmeli.

Şonda $\alpha = \frac{\pi\cdot 32}{180\cdot 60}$ bolar.

4.2. Birinji kosmos tizligi ϑ_1 jisime Ýeriň emeli hemrasy bolmagy üçin oňa berilmeli tizlikdir. ϑ_1 -tizlikli jisim Ýeriň daşyndan Ýere gaçman aýlanyp bilýär. Onda Ýeriň m massaly hemrany çekýän güýji merkeze ymtylýan (normal) güýjüň wezipesini ýerine ýetirýär:

$G\frac{mM_Ý}{(R+h)^2}$ bu ýerden $\vartheta_1^2 = \frac{GM_Ý}{R+h}$ ýa-da

$\vartheta_1^2 = G\frac{M_Ý(R+h)}{(R+h)^2} = g_Ý(R+h)$. Onda $\vartheta_1 = \sqrt{g_Ý(R+h)}$,

emma $h \ll R$. Bu ýerde R–Ýeriň radiusy, h-hemranyň Ýeriň üstünden beýikligi. Şol sebäpli $\vartheta_1 = \sqrt{g_ÝR} \approx 7,9\frac{km}{s}$ $\vartheta_1 \approx 8\frac{km}{s}$.

4.3. Ikinji kosmiki tizlik ϑ_2-jisim Ýeriň dartuw meýdanyndan çykyp, Günüň dartuw meýdanyna aralaşmagy üçin gerek bolan tizlikdir ýa-da jisim emeli planeta bolup, Günüň daşyndan aýlanmagy üçin gerek tizlikdir. Ýeriň üstünde 2-nji kosmiki tizligi alan jisimiň Ýerden tükeniksiz daşlykdaky kinetik energiýasy-da, potensial energiýasy-da nola deň bolar. Onda energiýanyň saklanma kanuny boýunça jisimiň Ýeriň üstündäki doly energiýasy-da nola deň bolmaly, ýagny

$$\frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{mM_Ý}{R_Ý} = 0.$$

Bu ýerden $\vartheta_2 = \sqrt{\frac{2GM_Ý}{R_Ý}} = \sqrt{\frac{2GM_ÝR_Ý}{R_Ý^2}} = \sqrt{2g_ÝR_Ý} \approx 11,2\frac{km}{s}$,

$\vartheta_2 = \sqrt{2}\vartheta_1 = 11,2\frac{km}{s}$.

4.4. Bu tizlik Ýerden uçurylan kosmiki gämi Gün ulgamyny taşlap gider ýaly oňa berilmeli iň kiçi tizlikdir. Ýene-de 4.3. meseledäki ýaly çemeleşeliň, ýöne bu ýerde jisim Ýerden däl-de, Günden tükeniksizlige tarap daşlaşmaly. Ol ýerde kosmiki gäminiň doly energiýasy nola deň bolar. Onda energiýanyň saklanma kanuny boýunça Günüň ýakyn ýanynda onuň doly energiýasy nola deň bolmaly, ýagny

$$\frac{m\vartheta_G^2}{2} - G\frac{mM_G}{R_G} = 0.$$

Bu ýerden $\vartheta_G = \sqrt{\frac{2GM_G}{R_G}}$. Bu ýerde ϑ_G-gäminiň Güne görä tizligi. San bahalary $M_G = 2\cdot 10^{30}kg$, $R_G = 1,5\cdot 10^{11}m$ bahalary formulada goýup alarys: $\vartheta_G = 4,22\cdot 10^4\frac{m}{s}$.

Emma kosmiki gämi Ýeriň üstündekä Ýer bilen bile Günüň daşyndan aýlanyp eýýäm käbir ϑ_0 tizlige eýe.

Ony tapalyň: $G\frac{M_Gm}{R_G^2} = \frac{m\vartheta_0^2}{R_G}$.

Bu ýerden $\vartheta_0 = \sqrt{\frac{GM_G}{R_G}} = 2,98\cdot 10^4\frac{m}{s}$

Diýmek, gämi Ýeriň Günüň daşyndan aýlanýan ugruna tarap batlandyrylanda onuň Ýere görä tizligi ($\vartheta_{Ýg}$)

$$\vartheta_{Ýg} = \vartheta_G - \vartheta_0 = \vartheta_0(\sqrt{2}-1) = 1,24\cdot 10^4\frac{m}{s}.$$

Gämini Ýeriň dartuw meýdanyndan çykarmak üçin, oňa ikinji kosmiki tizligi bermeli. $\vartheta_2=1{,}12\ 10^4\frac{m}{s}$ (4.3. meselä seret).

Netijede, gämi Gün ulgamyny taşlap gitmegi üçin oňa berilmeli kinetik energiýa ony Ýerden daşlaşdyrmak üçin oňa berilmeli kinetik energiýa bilen ol Ýeriň orbitasyndan kosmiki giňişlige gitmegi üçin oňa berilmeli kinetik energiýanyň jemine deň bolmaly:

$$\frac{m\vartheta_3^2}{2}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}+\frac{m\vartheta_{gY}^2}{2},\ \text{bu ýerden}\ \vartheta_3=\sqrt{\vartheta_2^2+\vartheta_{gY}^2}=16{,}7\frac{km}{s},$$

$$\vartheta_3=16{,}7\frac{km}{s}.$$

4.5. Raketalar ellipsler boýunça hereket ederler. Olaryň uçan nokatlarynyň aralygy merkezden iň kiçi daşlykdadyr. Goý, L-ellipsiň uly okunyň uzynlygy bolsun. Onda raketalaryň arasyndaky iň uly aralyk $S=2L-2R_Y$. Orbita boýunça raketanyň aýlaw periody $T=2\tau$ R_Y radiusly orbita boýunça aýlaw periody, goý, T_1 bolsun. Onda

Kepleriň 3-nji kanuny boýunça $\frac{T^2}{T_1^2}=\left(\frac{\frac{L}{2}}{R_Y}\right)^3$. Bu ýerden

$L=2R_Y\sqrt[3]{(\frac{T}{T_1})^2}$. R_Y-radiusly töwerek orbita boýunça hereket edýän hemranyň merkeze ymtylýan tizlenmesi g, onda $g=\omega^2R_Y$.

$T_1=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{R_Y}{g}}$. Şonuň üçin $L=2R_Y\sqrt[3]{\frac{4\tau^2 a}{4\pi^2R_Y}}\approx5{,}6R_Y$ we $S=9{,}2R_Y\approx5{,}9\ 10^4 km$.

4.6. Hemranyň doly mehaniki energiýasy $W=W_k+W_P$, $W_k=\frac{m\vartheta^2}{2}$. Emma töwerek boýunça Ýeriň daşyndan aýlananda hemranyň Ýere dartylyş güýji ($F=G\frac{mM}{R^2}$, M–Ýeriň, m–hemranyň

massasy, R-ýeriň radiusy) merkeze ymtylýan güýçdür–$\left(\frac{m\vartheta^2}{R}\right)$.

Onda $\frac{m\vartheta^2}{R}=G\frac{mM}{R^2}$, $m\vartheta^2=G\frac{mM}{R}$ ýa-da $\vartheta=\sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Netijede, $W_K=G\frac{Mm}{2R}$ bolar. $W_P=-G\frac{mM}{R}$ hemranyň Ýer bilen özara täsir potensial energiýasy. Diýmek,

$W=G\frac{mM}{2R}-G\frac{mM}{R}=-G\frac{mM}{2R}$. Bir aýlawda garşylyk güýjüniň eden işi $A=-2\pi RF$. Bu bolsa energiýanyň üýtgemesine deňdir, ýagny, $\Delta W=-2\pi RF$.

Emma $\Delta W=-G\frac{mM}{2(R+\Delta R)}+G\frac{mM}{2R}\approx G\frac{mM}{2R^2}\Delta R$. $g=\frac{GM}{R^2}$

bolany üçin $\Delta W=\frac{mg}{2}\Delta R$. Onda $-2\pi rF=\frac{mg}{2}\Delta R$ ýa-da $\Delta R=-\frac{4\pi RF}{mg}$.

Diýmek, garşylyk güýjüniň täsir etmegi hemranyň energiýasynyň üýtgemesine, netijede orbitanyň radiusynyň üýtgemesine getirýär. Tizligiň üýtgemesi:

$$\Delta\vartheta=\sqrt{G\frac{M}{R+\Delta R}}-\sqrt{\frac{GM}{R}}\approx-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM}{R}}\cdot\frac{\Delta R}{R}=$$

$$=-\frac{1}{2}\sqrt{gR}\left(-\frac{4\pi F}{gm}\right)=\frac{2\pi F}{m}\sqrt{\frac{R}{g}}\approx2{,}54\cdot10^{-2}\frac{m}{s}.$$

Görnüşi ýaly, tizligiň üýtgemesi $\Delta\vartheta>0$. Diýmek, soňky tizlik başdaky tizlikden uly. Bu bolsa hemranyň aşaklamasy sebäpli onuň potensial energiýasynyň kiçelip, kinetik energiýasynyň bolsa artmasy bilen düşündirilýär.

4.7. Aýdan tükeniksiz daşlykda we onuň üstüne iň ýakyn nokatda doly mehaniki energiýanyň we impulsyň momentiniň saklanma kanunlaryny ýazalyň (impulsyň momenti jisimiň aýlanma hereketinde hereketiň mukdar ölçegidir we $L=Pr=m\vartheta r$ formula bilen kesgitlenýär):

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{mM_A}{R},\ (1)\qquad m\vartheta_0 L=m\vartheta R.\qquad (2)$$

Bu ýerde ϑ-meteoritiň Aýyň üstüne iň ýakyn nokatda $(\vec{\vartheta}\perp\vec{R})$ bolan pursatdaky tizligi. $g_A=G\frac{M}{R^2}$ aňlatmany hasaba alyp (1) we (2) deňlemelerden alarys: $\vartheta=\sqrt{\vartheta_0^2+2g_AR}$, $L_{iň\ kiçi}=R\sqrt{1+\frac{2g_AR}{\vartheta_0^2}}$.

Onda $L_{iň\ kiçi}=1,74\cdot10^6\sqrt{1+\frac{2\cdot1,6\cdot1,74\cdot10^6}{(2,36)^2\cdot10^6}}m=2,45\cdot10^6 m.$

4.8. Kosmos gämisi başda ϑ_0 tizlik bilen hereket edýär diýeliň. Onda $\frac{m\vartheta_0^2}{R+h}=G\frac{mM}{(R+h)^2}$ Bu ýerden $\vartheta_0=\sqrt{\frac{Gm}{R+h}}$ bolar.

Doly mehaniki energiýanyň we impulsyň momentiniň saklanma kanunlaryny ýazalyň:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{R+h}=G\frac{mM}{(R+h)^2}\Rightarrow 0,\vartheta_0=\sqrt{\frac{GM}{R+h}},\qquad (1)$$

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2}-\frac{GMm}{R+h}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-\frac{\sqrt{GM}}{R+h},$$

$$m\vartheta_1(R+h)=m\vartheta_2(R+H).\qquad (2)$$

Bu deňlemeler ulgamyndan alarys: $\vartheta_1=\sqrt{\frac{2GM\cdot(R+H)}{(2R+H+h)(R+h)}}$

we $\Delta\vartheta=\vartheta_1-\vartheta_0$. San bahalary ornuna goýup taparys: $\Delta\vartheta=24,61\frac{m}{s}$.

Kepleriň 3-nji kanuny boýunça $\left(\frac{a^3}{T^2}\right)$=*hemişelik,*

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2=\frac{(2R+H+h)^3}{8(R+h)^3},\qquad T_0=\frac{2\pi(R+h)}{\vartheta_0}.$$

Onda $T=\pi(2R+H+h)\sqrt{\frac{2R+h+H}{2GM}}\approx4,410^4 s=12sag.$

4.9. Şerte görä, $r_1+r_2=2a$, bu ýerde a-ellipsiň uly ýarym okunyň uzynlygy. Onda

$$a=\frac{r_1+r_2}{2}\qquad (1)$$

Planetanyň agzalan ellips boýunça hereketi onuň a radiusly töwerek boýunça hereketine barabardyr. Onda $\frac{m\vartheta^2}{a}=G\frac{M_Gm}{a^2}$ ýa-da

$$\vartheta=\sqrt{\frac{GM_G}{a}},\qquad (2)$$

bu ýerde - ϑ planetanyň Günüň daşyndan aýlanmasynyň çyzykly tizligi. Başga tarapdan $\vartheta=\frac{2\pi a}{T}$, $T=\frac{2\pi a}{\vartheta}$ (1) we (2) deňlemelerden a-nyň we ϑ-niň aňlatmalaryny ulanyp alarys:

$$T=\frac{2\pi\frac{r_1+r_2}{2}}{\sqrt{\frac{2GM_G}{r_1+r_2}}}=\pi\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{2GM_G}}.$$

4.10. Ilki hemranyň başdaky aýlaw periodyny tapalyň: $\frac{m\vartheta_0^2}{r}=\frac{GmM_A}{r^2}$, $\vartheta_0=\sqrt{\frac{GM_A}{r}}$, bu ýerde M_A- Aýyň massasy. Onda $T_0=\frac{2\pi r}{\vartheta_0}=2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_A}}=2\pi\sqrt{\frac{r^2}{GM_A}}$. Goý, hemra A nokatda togtadylyp başlandy diýeliň. Onda ol ABA ellips boýunça hereket edip, B nokatda Aýyň üstüne düşer. Ellipsiň uly okunyň uzynlygy

$2a=r+R,\quad a=\frac{r+R}{2}$. Kepleriň 3-nji kanuny boýunça

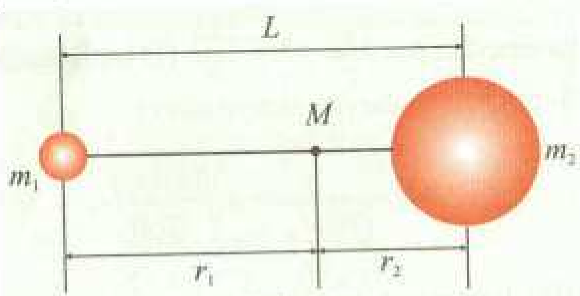
$\left(\frac{T_0}{T}\right)^2=\frac{r^3}{\left(\frac{r+R}{2}\right)^3},\quad \frac{T_0}{T}=\left(\frac{2r}{r+R}\right)^{\frac{2}{3}}$. Onda bulardan alarys:

$$T=T_0\left(\frac{r+R}{2r}\right)^{\frac{3}{2}}=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_A}}\left(\frac{r+R}{2r}\right)^{\frac{3}{2}}=2\pi\frac{1}{\sqrt{GM_A}}\left(\frac{r+R}{2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Hemra Aýa gaçmak üçin $t=\frac{T}{2}$ wagt hereket etmeli. Diýmek,

Hemra Aýyň üstüne $t=\frac{\pi}{\sqrt{GM_A}}\left(\frac{R+r}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ wagtdan gaçar.

4.11. Goý, goşa ýyldyza girýän ýyldyzlaryň massalary degişlilikde m_1 we m_2 bolsun. m_1 massa merkezinden r_1, m_2 bolsa r_2 daşlykda ýerleşsin (*4.6-njy çyzgy*). Onda



4.6-njy çyzgy

$r_1+r_2=L$ we şerte görä $T=T_1=T_2$. Ýyldyzlaryň özara dartuw güýji $F=G\frac{m_1m_2}{L^2}$ merkeze ymtylýan güýç bolup hyzmat edýär:

$$G\frac{m_1m_2}{L^2}=\frac{m_1\vartheta_1^2}{r_1}\text{ we }G\frac{m_1m_2}{L^2}=\frac{m_2\vartheta_2^2}{r_2}.$$

Bu ýerden:

$$\vartheta_1^2=\frac{Gm_2r_1}{L^2}\text{ we }\vartheta_2^2=G\frac{m_1r_2}{L^2}\text{ ýa-da }m_1=\frac{\vartheta_2^2L^2}{Gr_2}\text{ we }m_2=\frac{\vartheta_1^2L^2}{Gr_1}.$$

Emma, $\vartheta_2=\frac{2\pi r_2}{T}$ we $\vartheta_1=\frac{2\pi r_1}{T}$ ýa-da $\vartheta_2^2=\frac{4\pi^2r_2^2}{T^2}$ we $\vartheta_1^2=\frac{4\pi^2r_1^2}{T^2}$.

Onda $m_1=\frac{4\pi^2r_2^2L^2}{T^2Gr_2}$ we $m_2=\frac{4\pi^2r_1^2L^2}{T^2Gr_1}$. Soňky aňlatmalary özara goşalyň: $m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^2}{T^2G}(r_1+r_2)$. $r_1+r_2=L$ bolany üçin

$$m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^3}{T^2G}.$$

4.12. Goý, jisim Ýeriň üstünden H beýiklige galypdyr diýeliň. Şol beýiklik we Ýeriň üsti üçin Ýer-jisim ulgamynda doly mehaniki energiýanyň saklanma kanunyndan peýdalanyp ýazarys:

Ýeriň üstünde: $W_1=\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{mM}{R}$, H beýiklikde $W_2=-\frac{GmM}{R+H}$,

sebäbi ýeriň üstünde iň ýokary galyş beýiklikde jisim durýar we onuň kinetik energiýasy nola deň. Onda $W_1=W_2$ bolany üçin (howanyň herekete garşylygy ýok) $\frac{m\vartheta_0^2}{2}-\frac{GmM}{R}=-G\frac{mM}{R+H}$ ýa-da $\vartheta_0^2-\frac{2GM}{R}=-\frac{2GM}{R+H}$. Bu deňlemäniň iki tarapyny-da $\frac{1}{2GM}$ ululyga köpeldeliň: $\frac{1}{R+H}=\frac{1}{R}-\frac{\vartheta_0^2}{2GM}$. Soňky deňlemeden

$$R+H=\frac{1}{\frac{1}{R}-\frac{\vartheta_0^2}{2GM}}=\frac{2GMR}{2GM-\vartheta_0^2R}\qquad H=\frac{\vartheta_0^2R^2}{\vartheta_0^2R\left(\frac{2GM}{R\vartheta_0^2}-1\right)}=\frac{R}{\frac{2gR}{\vartheta_0^2}-1}$$

4.13. Eger hemra Ýeriň üstünde mydama duran bolsa, onuň aýlanma tizligi Ýeriňkä deň bolardy:

$$\vartheta_{Y} = \frac{2\pi R}{T}, \qquad (1)$$

bu ýerde T-Ýeriň aýlaw periody. Şerte görä, hemranyň Ýere görä tizligi nola deň däl. Ol (ϑ_h - ϑ_Y)-e deňdir. Onda

$$\tau = \frac{2\pi R}{\vartheta_h - \vartheta_Y}. \qquad (2)$$

Başga tarapdan $\frac{m\vartheta_h^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$ we

$$\vartheta_h = \sqrt{\frac{GM}{R}}. \qquad (3)$$

(1), (2) we (3) deňlemelerden: $\tau\vartheta_h - \tau\vartheta_h = 2\pi R$;

$$\tau\sqrt{\frac{GM}{R}} - \tau\frac{2\pi R}{T} = 2\pi R; \qquad \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2\pi R}{T} + \frac{2\pi R}{\tau};$$

$$\frac{GM}{R} = 4\pi^2 R^2\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\tau}\right)^2; \qquad M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}\left(1 + \frac{T}{\tau}\right)^2.$$

4.14. Planetalaryň aýlawly hereketiniň çyzykly tizligi şeýle tapylýar:

$\frac{m\vartheta^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}, \vartheta^2 = \frac{GM}{R}$. Aýlaw periody $T = \frac{2\pi R}{\vartheta} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2}{\frac{GM}{R}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$.

Alnan aňlatmadan görnüşi ýaly, G-hemişelik san.

$M = \rho\frac{4}{3}\pi R^3 = hemişelik \cdot R^3$.

Onda $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G \cdot hemişelik \cdot R^3}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\rho\pi}}$ = *hemişelik*.

Ýagny, planetalaryň aýlaw periody şekiliň ölçeglerine bagly däl $T_S = T_{hakyky}$.

4.15. Hemranyň potensial energiýasy $W_p = -G\frac{Mm}{R_1}$, bu ýerde M-Ýeriň, m-hemranyň massalary, R_1-orbitanyň radiusy. Kinetik energiýasy $W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$. Dartuw güýji merkeze ymtylýan güýç bolup hyzmat edýär, ýagny $\frac{m\vartheta^2}{R_1} = G\frac{mM}{R_1^2}$. Onda $W_K = \frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{Mm}{2R_1}$ bolar.

Hemranyň doly energiýasy

$$W_1 = W_p + W_k = -G\frac{Mm}{R_1} + G\frac{Mm}{2R_1} = -G\frac{Mm}{2R_1} = -W_k.$$

Hereketlendiriji işledilenden soň hemranyň energiýasy hereketlendirijiniň eden işine deň ululuga üýtgeýär, ýagny $W_2 = -G\frac{Mm}{2R_2} = -G\frac{mM}{2R_1} + A$. Bu deňlikden $G\frac{Mm}{2R_2} < G\frac{mM}{2R_1}$ gelip çykýar, bu bolsa hemranyň kinetik energiýasynyň kiçelýändigini, orbitanyň radiusynyň bolsa ulalýandygyny ($R_2 > R_1$) aňladýar. Hereketlendirijiniň täsirinde hemranyň tizligi azalýar we ol uly radiusly orbita geçýär. Diýmek, hereketlendiriji işledilenden soň yzdaky hemra öňkiden has yza galyp başlaýar we olar duşuşmazlar.

4.16. Eger hereketlendiriji işlemeýän bolsa, gämä merkeze ymtylýan tizlenmäni berjek güýç bolmazdy. Sebäbi gämä Aý we Ýer tarapyndan täsir edýän dartuw güýçleriň deňtäsiredijisi nola deň. Gäminiň tizlenmesi $a = \omega^2 R$.

Diýmek, bu tizlenmäni gämä diňe onuň işleýän hereketlendirijisi berip biler. Kosmonawta bu tizlenmäni onuň oturgyjynyň $\vec{N}$ güýji gaýtawul bermeli. Nýutonyň 2-nji kanuny boýunça $|\vec{N}| = ma = m\omega^2 R$, bu ýerde R-orbitanyň radiusy.

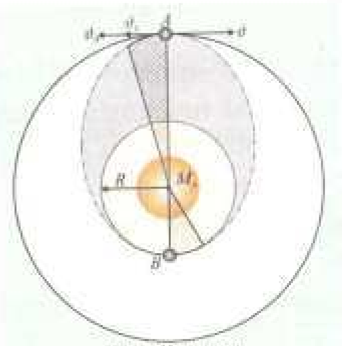
Kosmonawtyň agramy, onuň oturgyja edýän basyş güýjüdir. Nýutonyň 3-nji kanuny boýunça $\vec{P} = -\vec{N}$, onda,

$$|\vec{P}| = m\omega^2 R = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R.$$

Emma, şerte görä, $G\frac{M_{\acute{Y}}M_g}{R^2}=G\frac{M_AM_g}{(L-R)^2}$, bu ýerde L – Aý bilen Ýeriň aradaşlygy. Onda $R=\frac{L\sqrt{M_{\acute{Y}}}}{\sqrt{M_{\acute{Y}}}+\sqrt{M_A}}$, M_A, $M_{\acute{Y}}$ - degişlilikde Aýyň we Ýeriň massalary. $R=\frac{60R_{\acute{Y}}\sqrt{81M_A}}{\sqrt{81M_A}+\sqrt{M_A}}=54R_{\acute{Y}}$, şonuň üçin $|\vec{P}|=54m(\frac{2\pi}{T})^2R_{\acute{Y}}\approx1{,}8N$. Diýmek, kosmonawtyň agramy $1{,}8N$-a deňdir.

4.17. Zyňylan jisim Aýyň üstüne galtaşýan ellips boýunça hereket etmeli (*4.7-nji çyzgy*). Ellipsiň uly okunyň uzynlygy $a=R+R_A=AB$.

Jisimiň A we B nokatdaky potensial energiýalary $W_{PA}=-G\frac{M_A\cdot m_i}{R}$, $W_{PB}=-G\frac{M_A\cdot m_i}{R_A}$. Bu ýerde M_A-Aýyň, m_i-jisimiň massalary. Energiýanyň saklanma kanuny boýunça



4.7-nji çyzgy

$$\frac{m_i\vartheta_1^2}{2}-G\frac{M_Am_i}{R}=\frac{m_i\vartheta_2^2}{2}-G\frac{M_Am_i}{R}.$$

ϑ_1 we ϑ_2-degişlilikde jisimiň A we B nokatlardaky tizlikleri. Soňky deňliklerden $g_A=G\frac{M_A}{R_A^2}$ göz öňünde tutup, alarys:

$$\frac{\vartheta_1^2}{2}-g_A\frac{R_A^2}{R}=\frac{\vartheta_2^2}{2}-g_AR_A. \quad (1)$$

A we B nokatlaryň golaýynda Kepleriň 2-nji kanunyny ýazalyň (özük çyzyklar bilen bellenen sektoryň meýdanlaryny deňläliň).

$$\frac{\vartheta_1\Delta tR}{2}=\frac{\vartheta_2\Delta tR_A}{2},\ \vartheta_1R=\vartheta_2R_A. \quad (2)$$

$2R_A=R$ hasaba alyp, (1) we (2) deňliklerden alarys:

$$\vartheta_1=R_A\sqrt{\frac{2R_Ag_A}{R(R+R_A)}}=\sqrt{\frac{g_AR_A}{3}}. \quad (3)$$

Indi gäminiň töwerek boýunça hereket tizligini tapalyň. Ony $G\frac{M_Am_g}{R^2}=\frac{m_g\vartheta_0^2}{R}$ (m_g-gäminiň massasy) deňlikden taparys. Bu ýerden

$$\vartheta_0=\sqrt{\frac{GM_A}{R}}=\sqrt{\frac{g_AR_A}{2}}. \quad (4)$$

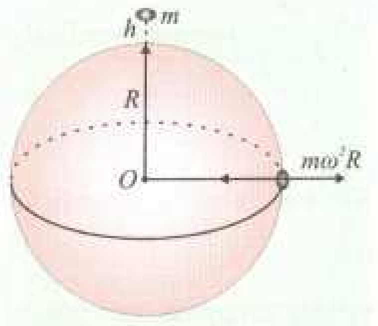
(3) we (4) deňlemeleri özara deňeşdirip $\vartheta_1<\vartheta_0$ göz ýetirmek kyn däl. Onda jisimiň gämä görä zyňylan tizligi $\vartheta=\vartheta_0-\vartheta_1=\sqrt{g_AR_A}\left(\frac{1}{\sqrt2}-\frac{1}{\sqrt3}\right)\approx200\frac{m}{s}$. Diýmek, jisim aýyň garşylykly tarapyna (B) nokada düşmegi üçin ony gämä görä $200\frac{m}{s}$ tizlik bilen zyňmaly ekeni. Jisimiň näçe wagtdan soň Aýyň üstüne düşjekdigini tapmak üçin Kepleriň 3-nji kanunyndan peýdalanalyň: $\frac{T^2}{T_0^2}=\frac{(R+R_A)}{(2R_A)}$. Bu ýerde, $T_0=\frac{2\pi R}{\vartheta_0}=4\pi\sqrt{\frac{2R_A}{g_A}}$ jisimiň R-radiusly töwerek boýunça aýlaw periody

$$T=T_0=\left(\frac{R+R_A}{2R_A}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{8}\sqrt{3}T_0\approx11{,}810^3s\approx200min.$$ Gözlenilýän wagt $t=\frac{T}{2}=100min$-da jisim Aýyň garşylykly tarapynda onuň üstüne düşmeli.

4.18. Asteroitde $g_a = G\frac{M_a}{R_a^2}$. M_a -asteroidiň massasy, emma $M_a=\frac{4}{3}\pi R_a^3\rho_a$. Onda $g_a=\frac{4}{3}\pi R_a\rho_a G\approx 0,8\frac{sm}{s^2}$. Meseläniň şertine görä, adam asteroitde-de Ýerde-de iteklenip deň kinetik energiýa eýe bolmaly. Şonuň üçin galyşyň iň ýokary nokadynda olaryň potensial energiýalary-da deň bolmaly, ýagny $mg_ah_a=mgh$. Bu ýerden $h_a=\frac{gh}{g_a}=\frac{980\cdot 5}{0,8}\ sm\approx 61m$. Diýmek, asteroidiň üstünde erkin gaçmanyň tizlenmesi $g_a=0,8\frac{m}{s^2}$.

Ýeriň üstünde $5m$ böküp bilýän adam asteroitde h_a=$61m$ böker.

4.19. Polýusda h beýiklikde jisime merkezden daşlaşýan güýç täsir etmeýär, oňa diňe planetanyň dartuw güýji täsir edýär. Onda $P_p=G\frac{mM}{(R+h)^2}$. Ekwatorda jisime planetanyň dartuw güýji $\left(G\frac{mM}{R^2}\right)$ (ol merkeze tarap ugrukdyrylan) we merkezden daşlaşýan $(m\omega^2 R)$ güýç täsir edýär. Soňky güýç birinjä garşylykly ugrukdyrylandyr (*4.8-nji çyzgy*).



4.8-nji çyzgy

Onda $P_E=\frac{GmM}{R^2}-m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2R$ bolar. Şerte görä P_p=P_E.

$$G\frac{mM}{(R+h)^2}=G\frac{mM}{R^2}-m\frac{4\pi^2R}{T^2},$$

$M=\rho\frac{4}{3}\pi R^3$ formulany nazara alyp, ýazarys:

$$(R+h)^2=\frac{GM}{\frac{GM}{R^2}-\frac{4\pi^2R}{T^2}}=\frac{G\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{G\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2}-\frac{4\pi^2R}{T^2}}=$$

$$=\frac{G\rho R^2}{3\left(\frac{G}{3}-\frac{\pi}{T^2}\right)}=R^2T^2\left(\frac{G\rho}{G\rho T^2-3\pi}\right),$$

$$R+h=RT\sqrt{\frac{G\rho}{G\rho T^2-3\pi}}\quad \text{we}\quad h=R\left\{T\left[\frac{G\rho}{G\rho T^2-3\pi}\right]^{\frac{1}{2}}-1\right\}.$$

4.20. Şerte görä, hemra deňhaýallap aýlanýar. Onda onuň burç tizligi (ω) wagta (t) görä $\omega=\omega_0+\varepsilon t$ kanun boýunça üýtgeýär. ω_0-başlangyç burç tizligi. Bir aýdan soň (τ=1*aý*) ol $\Delta\omega+\varepsilon t$ ululyga üýtgär. Şol wagtyň dowamynda onuň aýlaw periody (T) (ΔT) ululyga üýtgär, ýagny $T_0+\Delta T=\frac{2\pi}{\omega_0+\Delta\omega}$ bolar. Bu ýerden $\omega_0T_0+T_0\Delta\omega+\omega_0\Delta T+\Delta T\,\Delta\,\omega=2\pi$ iki tarapyny-da T_0-bölüp, $\Delta\omega\Delta T\to 0$ we $\frac{2\pi}{T_0}=\omega_0$ bolýandygyny hasaba alyp taparys:

$$\omega_0\frac{\Delta T}{T_0}=-\Delta\omega\Rightarrow\frac{\Delta T}{T_0}=-\frac{\Delta\omega}{\omega_0}=-\frac{\varepsilon\tau}{\omega_0}.$$ Orbitanyň radiusynyň üýtgemesini Kepleriň 3-nji kanunyndan taparys:

$$\left(\frac{T_0+\Delta T}{T_0}\right)^2=\left(\frac{R_0+\Delta R}{R_0}\right)^3.$$ Bu ýerden $\left(1+\frac{\Delta T}{T_0}\right)=\left(1+\frac{\Delta R}{R_0}\right)^3$

ýa-da $1+2\frac{\Delta T}{T_0}+\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2=1+3\frac{\Delta R}{R_0}+3\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^2+\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^3$. Onda $\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2$, $\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^2$ we $\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^3$ örän kiçi sanlar bolany üçin, olar nola deň diýeliň. Şonda $\frac{3\Delta R}{R_0}\approx\frac{2\Delta T}{T_0}=-2\frac{\varepsilon t}{\omega_0}$, $\Delta R=-\frac{2\varepsilon\tau R_0}{3\omega_0}$. $H<<R_Ý$ bolany üçin $g=hemişelik$ (g- merkeze ymtylan tizlenme) şonuň üçin $g=\omega_0^2R_0$, $\omega_0=\sqrt{\frac{g}{R_0}}$. Emma $R_0=R_Ý+H$. Onda

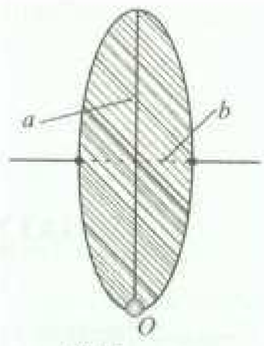
$\Delta R=-\frac{2\varepsilon t\left(R_Ý+H\right)^{\frac{3}{2}}}{3g^{\frac{1}{2}}}\approx-3km.$ Diýmek 1 aýdan soň hemra $H_1=H+\Delta R=500\ km-3km=497\ km$ beýiklikde bolar.

4.21. Raketanyň haýsy beýiklige galjakdygyny hasaplalyň. Energiýanyň saklanma kanunyndan $\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{mM_Ý}{R_Ý}=-G\frac{mM_Ý}{R}$ deňligi ýazalyň. Şerte görä, $\vartheta=\sqrt{gR_Ý}$ we $GM_Ý=gR_Ý^2$ aňlatmalary göz öňünde tutup, $R=2R_Ý$ gatnaşygy alarys. Diýmek, raketa Ýeriň üstünden $R_Ý$ ululyga deň bolan beýiklige galypdyr. Raketanyň traektoriýasy örän insiz ellipse golaý bolar (*4.9-njy çyzgy*). Ellipsiň uly okunyň uzynlygy $a=R_Ý$ bolar. Şeýle ellips boýunça aýlaw periody aşakdaky ýaly tapylýar:

$$T=\frac{2\pi R_Ý}{\vartheta},\quad \frac{m\vartheta^2}{R_Ý}=G\frac{mM_Ý}{R_Ý^2},\quad \vartheta^2=G\frac{M_ÝR_Ý}{R_Ý}=gR_Ý,\quad \vartheta=g^{\frac{1}{2}}R^{\frac{1}{2}}$$

Onda $T=2\pi\frac{R_Ý}{g^{\frac{1}{2}}R_Ý^{\frac{1}{2}}}=2\pi\left(\frac{R_Ý}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$

Kepleriň 2-nji kanuny boýunça raketanyň uçuş wagty Ýeriň merkezinden *(O)* geçirilen radius-wektoryň çyzan üstüniň meýdanyna göni proporsionaldyr. Ellipsiň meýdany $S_e=\pi ab$. Onda çyzgyda ştrihlenen üstüň meýdany, görnüşi ýaly, $S\approx\frac{\pi ab}{2}+ab$. Onda uçuş wagty



4.9-njy çyzgy

$$\frac{t}{T}=\frac{S}{S_0}\Rightarrow t=T\frac{S}{S_0}=2\pi\left(\frac{R_Ý}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\pi ab+2ab}{2\pi ab}=$$

$$=\left(\frac{R_Ý}{g}\right)^{\frac{1}{2}}(\pi+2)=4{,}12\cdot10^3s=1sag\,9min.$$

4.22. Şerte görä, kabinanyň $H=R_A$ beýiklikdäki tizligi gäminiň tizligine deň bolmaly, ýogsam olar sepleşip bilmezler. Gämi üçin $G\frac{mM_A}{(2R_A)^2}=\frac{m\vartheta^2}{2R_A}$ deňligi ýazyp bolar. Emma $GM_A=g_AR_A^2$ aňlatmany göz öňünde tutup, gäminiň tizligi üçin $\vartheta^2=\frac{g_AR_A}{2}$ formulany alarys. Kabina üçin energiýanyň saklanma kanunyny ulanalyň:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{mM_A}{R_A}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{mM_A}{R_A}.$$ Bu deňlemä ϑ^2-yň bahasyny goýup alarys: $\vartheta_0=\left(\frac{3g_AR_A}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=2{,}1\frac{km}{s}$ Görnüşi ýaly, biz diňe kabinanyň tizliginiň modulyny tapdyk, bu bolsa kabina bilen gäminiň ygtybarly sepleşmesini üpjün edip bilmez. Kabina gäminiň ýanyna baranda kabinanyň tizliginiň ugruny sepleşmä amatly bolar ýaly edip üýtgetmeli bolar.

5. GATY JISIMLERIŇ DINAMIKASY

5.1. Usuly görkezmeler

Gaty jisimiň hereketiniň deňlemeleri: a) jisimiň inersiýa merkeziniň hereketi üçin Nýutonyň 2-nji kanuny – $\sum_{i=1}^{N} F_i = ma_{im}$;

b) jisimiň aýlanýan hereketiniň esasy deňlemesi – $\sum_{i=1}^{N} M_i = I\varepsilon$

gaty jisimiň deňüýtgeýän hereketinde $\vec{a}_{im}$=*hemişelik* $\vec{\varepsilon}$ = *hemişelik*) güýçleri we tizlenmeleri hasaplamak üçin ulanylýar.

Gaty jisimiň çylşyrymly hereketini onuň haýsy-da bolsa bir okuň daşynda aýlanma hereketiniň we okuň tizligi bilen öňe hereketiniň jemi görnüşinde seretmek amatlydyr. Adatça ok jisimiň inersiýa merkezinden geçer ýaly saýlap alynýar.

Birhilli silindr ýa-da şar bir tekizlik boýunça yrgyldanda onuň inersiýa merkezini häsiýetlendirýän çyzykly ϑ_{im} – tizlik we a_{im} – tizlenme bilen onuň aýlanma hereketini häsiýetlendirýän burç ululyklarynyň (ω – burç tizligi, ε – burç tizlenmesi) arasynda aşakdaky ýaly baglanyşyk bar. $\vartheta_{im} = \omega R$ we $a_{im} = \varepsilon R$ *R*-silindriň (şaryň) radiusy.

Gaty jisimiň aýlanma hereketine degişli meseleler çözülende energiýanyň saklanma kanunyny ulanmak amatlydyr. Şonda gaty jisimiň doly kinetik energiýasy $W_K = \frac{m\vartheta_{im}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$ formuladan tapylýar.

Aýlanma hereketde impulsyň momentiniň saklanma kanunyny ulanyp bolýar:

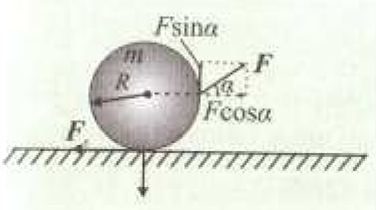
$I\omega$ = *hemişelik*, M=0 bolanda.

Esasy ulanylýan formulalar:

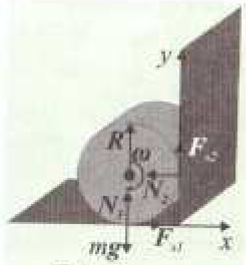
- Güýjüň momenti $\vec{M} = [\vec{F}, \vec{r}]$, $M = Fr\sin\alpha$;
- Impulsyň momenti $\vec{L} = m[\vec{\vartheta}, \vec{r}]$, $L = m\vartheta r$, $L = I\omega$;
- material nokadyň inersiýa momenti $I = mr^2$. Öz geometrik oklaryna görä ýuka diwarly silindriň inersiýa momenti $I = mr^2$;
- tutuş silindriň inersiýa momenti $I = \frac{mr^2}{2}$;
- Şaryň inersiýa momenti $I = \frac{2}{5}mr^2$, Sterženiň inersiýa momenti $I = \frac{ml^2}{12}$;
- Şteýneriň teoremasy: $I = I_{im} + md^2$;
- Iş $A = M\varphi$, Kuwwat $N = M\omega$;
- aýlanma hereketde jisimiň kinetik energiýa $W_K = \frac{I\omega^2}{2}$.

5.2. Meseleler

5.1. Massasy $m = 4kg$ bolan birhilli şar hemişelik F güýjüň täsirinde sekiniň üsti boýunça öňe hereket edýär *(5.1-nji çyzgy)*. $\alpha = 30^0$ bolsa, onda F güýji we şaryň tizlenmesini tapmaly.



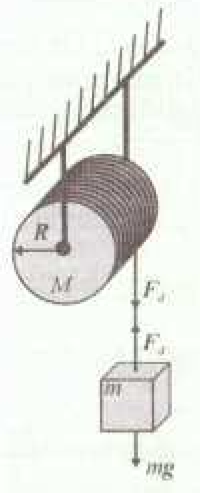
5.1-nji çyzgy



5.2-nji çyzgy

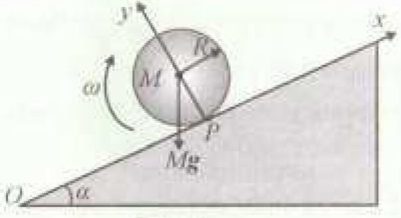
5.2. R radiusly birhilli silindri öz geometrik okunyň daşynda ω_0 burç tizlige çenli aýlap, burçda goýdular *(5.2-nji çyzgy)*. Burçuň diwarlary bilen silindriň sürtülme koeffisiýenti μ. 1). Silindr durýança näçe wagt geçer?; 2) Onuň burç tizlenmesi nämä deň? 3) Silindr durýança näçe doly aýlaw eder?

5.3. Massasy M, radiusy R bolan birhilli tutuş silindre ýeňil sapak dykyz saralyp, onuň ujuna m massaly ýük baglanan *(5.3-nji çyzgy)*. $t=0$ pursatda ulgam herekete başlaýar. Silindriň okundaky sürtülmäni hasaba alman: 1) Silindriň burç tizliginiň modulynyň; 2) ähli ulgamyň kinetik energiýasynyň, wagta baglylygyny kesgitlemeli.



5.3-nji çyzgy

5.4. Ýylmanak üstli sekide m massaly, L uzynlykly birhilli çybyk ýatyr. Onuň ujuna okuna perpendikulýar ugurda $\vec{F}$ güýjüň P impulsy täsir edýär. a) özüniň bir aýlawynyň dowamynda çybygyň massa merkezi näçe aralyga süýşer? b) Güýç impulsy täsir edenden soň çybygyň öňe we aýlanma hereketiniň energiýalary we onuň doly kinetik energiýasy nämä deň?

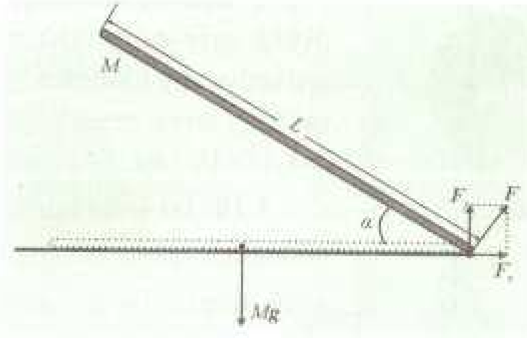


5.4-nji çyzgy

5.5. M massaly, R radiusly şarjagaz gorizontal ugur bilen α burç emele getirýän ýapgyt tekizlik boýunça typman togalanýar. a) Şarjagazyň massa merkeziniň tizlenmesini kesgitlemeli. b) Eger

şarjagazy ýapgyt tekizlik boýunça ýokarlygyna ϑ_0 başlangyç tizlik bilen itilse, ol näçe wagtdan soň öňki ýerine gaýdyp geler? *(5.4-nji çyzgy)*.

5.6. M massaly, L uzynlykly çybyk *(5.5-nji çyzgy)* çyzgyda görkezilişi ýaly wertikal tekizlikde erkin gaçýar. Başky dynçlyk ýagdaýynda çybyk kese ugur bilen $\alpha=30^0$ burç emele



5.5-nji çyzgy

getirýär. Çybyk gorizontal ýagdaýa ýeten pursady onuň aýlanma okuna basyş güýjüni kesgitlemeli.

5.7. r radiusly şar öz gorizontal okunyň daşynda ω burç tizligi bilen aýlanýar. Şar düz ýere düşüp, düşen ýerinde käbir wagtlap aýlanýar, soňra typman togalanyp başlaýar. Sürtülme koeffisiýenti μ - a deň.

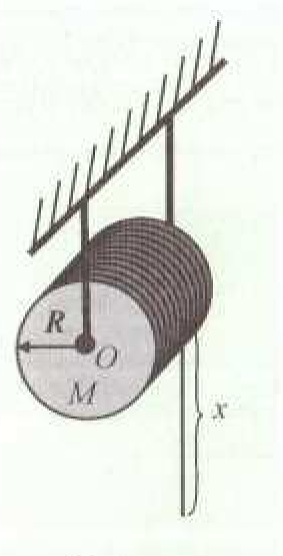
a) Şaryň massa merkeziniň gutarnykly tizligi näçe?

b) Bu tizligi alýança şar näçe aralygy geçer?

ç) Başdaky typmany doly ýok hasap edip, μ - niň uly bahalary üçin şaryň massa merkeziniň gutarnykly tizligini tapmaly.

5.8. R radiusly, M massaly birhilli silindr gozganmaýan gorizontal O okuň töwereginde aýlanyp bilýär. Silindre birhatar edip l uzynlykly m massaly sapak saralan. Silindriň burç tizlenmesiniň sapagyň sallanyp duran böleginiň x uzynlygyna baglylygyny tapmaly.

Sapagyň saralan böleginiň massa merkezi silindriň okunda ýerleşýär diýip hasaplamaly *(5.6-njy çyzgy)*.



5.6-njy çyzgy

5.9. Ýerdäki ähli buzlary doly eretsek, onda dünýä okeanyndaky suwuň derejesi takmynan $\Delta R = 61m$ - e galar. Buzlaryň ýerleşen geografik giňligi $\varphi = 80^0$ we erän buz suwy Ýeriň üstünde deňölçegli paýlanýar diýip gije-gündiziň näçe sekunt artjakdygyny hasaplaň. Ýeri 6370 *km* radiusly sfera, onuň inersiýa momenti I=8,11 · 10^{37} *kg. m*^{2} diýip hasaplamaly.

5.10. Iki sany gorizontal disk öz geometrik merkezlerinden geçýän oka görä degişlilikde ω_1 we ω_2 burç tizlikleri bilen aýlanýarlar. Olaryň inersiýa momentleri I_1 we I_2. Diskleriň biri beýlekisiniň üstüne gaçýar we olaryň arasynda bar bolan sürtülme netijesinde käbir wagtdan soň umumy burç tizligi bilen bilelikde aýlanyp başlaýarlar.

a) diskleriň umumy burç tizligini;

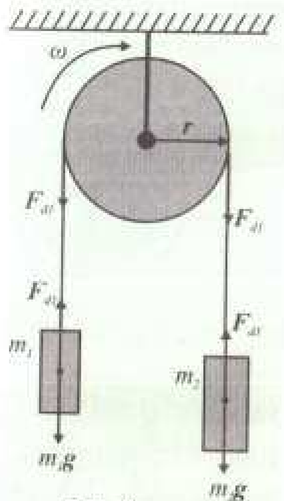
b) sürtülme güýçleriň eden işlerini tapmaly.

ç) eger sürtülme koeffisiýenti μ , diskleriň radiuslary R bolsa, näçe wagtdan soň diskler umumy burç tizligi bilen aýlanarlar?

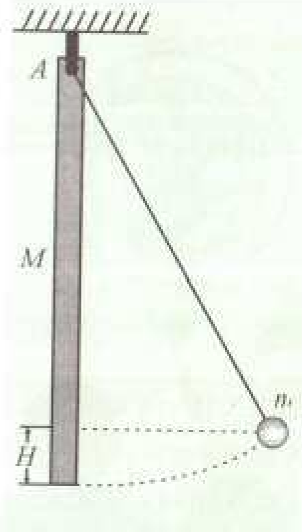
5.11. Özlerinden durnukly ýygylyk bilen radioşöhlelenmeleri goýberýän asman jisimlerine pulsarlar diýilýär. Häzirki zaman maglumatlaryna görä, pulsarlar grawitasiýa gysylma zerarly dörän öz okunyň daşynda aýlanýan neýtron ýyldyzlarydyr. Öz içki energiýasyny doly harçlandan soň Gün grawitasiýa sebäpli gysylyp

"Gün pulsaryna" öwrüldi diýip gümän edeliň. Bu "Gün pulsarynyň" iň kiçi radiusyny bahalandyryň. Şeýle Gün pulsary nähili ýygylyk bilen aýlanar? Günüň öz radiusy $R_1 = 7 \cdot 10^8\ m$, öz okunyň daşyndan aýlanma periody $T_1 = 2{,}210^6$ sek.

5.12. Atwudyň maşynyndaky ýükleriň tizlenmelerini we sapagyň dartylma güýçlerini tapmaly *(5.7-nji çyzgy)* Blogyň inersiýa momenti I, onuň radiusy r. Sapagyň massasyny hasaba almaly däl. $m_2 > m_1$ diýip hasaplamaly.



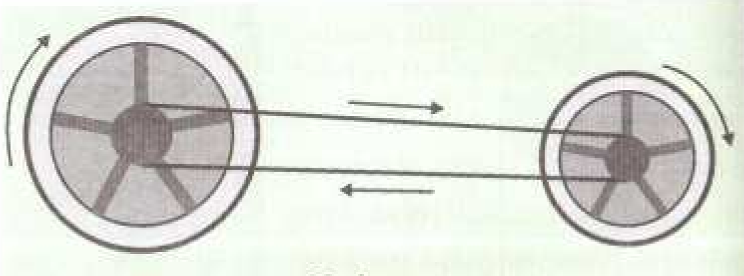
5.7-nji çyzgy



5.8-nji çyzgy

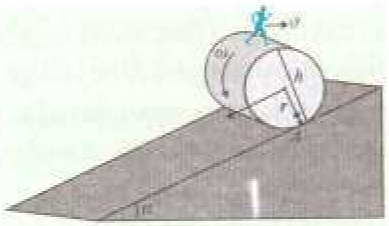
5.13. m massaly matematiki maýatnik we M massaly taýak şol bir A nokatdan asylyp, olar bu nokadyň töwereginde erkin aýlanyp bilýärler. Taýagyň uzynlygy maýatnigiň uzynlygyna deň. Maýatnigiň şarjagazyny gapdala gyşardyp, ony öňki ýagdaýyna görä H beýiklige galdyrýarlar, soňra şarjagazy goýberýärler *(5.8-nji çyzgy)*. Şarjagaz taýaga maýyşgak däl urulýar. Urgudan soň şarjagaz we taýagyň aşaky ujy nähili hereket ederler we haýsy beýikliklere galarlar?

5.14. Iki tigirçegiň şkiwleri gaýyş bilen baglanan *(5.9-njy çyzgy)*. Şkiwleriň radiuslary R_1 we R_2. Tigirçekleriň öz geometrik oklaryna görä inersiýa momentleri I_1 we I_2. Ikinji tigirçegi we gaýyşy saklap, birinji tigirçegi ω_0 burç tizligine çenli aýlaýarlar. Netijede birinji tigirçegiň oky bilen gaýyşyň arasynda typma ýüze çykýar. Soňra gaýyşy we ikinji tigirçegi goýberýärler. Gaýyş bilen tigirçekleriň arasyndaky sürtülmeden gaýry sürtülme güýçlerini hasaba alman, tigirçekleriň durnuklaşan aýlawynyň ω_1 we ω_2 burç tizliklerini, ýagny typma kesilenden soňky burç tizliklerini tapmaly. Sürtülmä harçlanan kinetik energiýanyň üýtgemesini tapmaly. Gaýyşyň massasyny göz öňünde tutmaly däl.

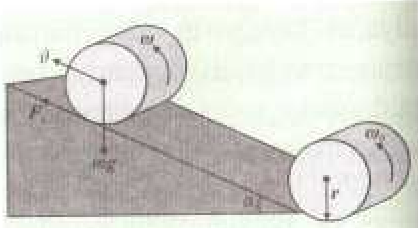


5.9-njy çyzgy

5.15. 5.10-njy çyzgyda görkezilişi ýaly, gorizontal ugur bilen α burç emele getirýän ýapgyt tekizlik boýunça M massaly, r radiusly içi boş agyr silindr togalanýar. Silindriň üsti boýunça adam ylgaýar we mydama silindriň üstünde iň ýokary ýagdaýy eýeleýär. Eger adamyň massasy m bolsa silindr nähili tizlenme bilen togalanýar?



5.10-njy çyzgy



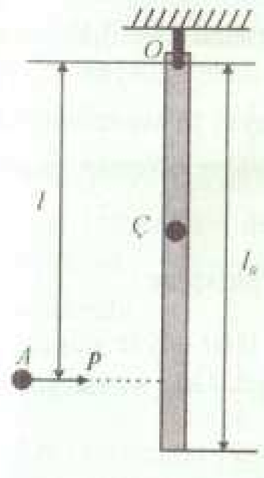
5.11-nji çyzgy

5.16. ω_0 burç tizligi bilen aýlanýan r radiusly tutuş birhilli silindr öňe hereketiniň başlangyç tizligi nola deň ýagdaýda gorizontal ugur bilen α burç emele getirýän ýapgyt tekizligiň eteginde goýulýar we ýapgyt tekizligiň üsti boýunça ýokarlygyna galyp başlaýar. Silindriň iň ýokarky ýagdaýyna barjak wagtyny tapmaly. *(5.11-nji çyzgy)*

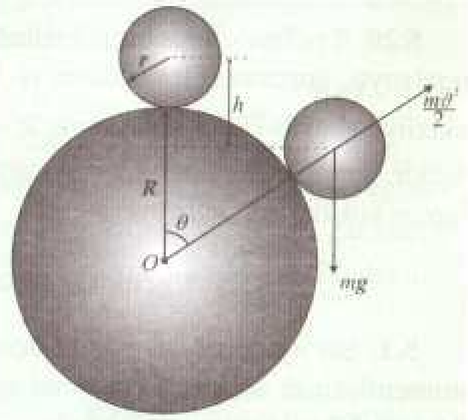
5.17. Gorizontal ugurda atylan A ok m massaly we l_0 uzynlykly, ujy O nokada baglanan dik birhilli taýaga urlup, onuň içinde galýar *(5.12-nji çyzgy)*. Okuň ilki impulsy P bolup, ol taýaga O nokatdan l daşlykda girýär. Okuň massasyny hasaba alman:

a) Ok taýagyň içinde hereket edýän döwri ok-taýak ulgamynyň impulsynyň artymyny;

b) Okuň hususy impulsynyň momentini (L_h) hasaba alyp, taýagyň aljak burç tizligini tapmaly. ($\vec{L}_h$ we $\vec{P}$ wektorlaryň ugurlary gabat gelýär, ok öz hereketiniň ugrunyň töwereginde aýlanyp uçýar).



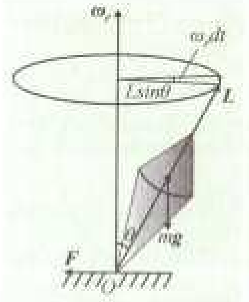
5.12-nji çyzgy



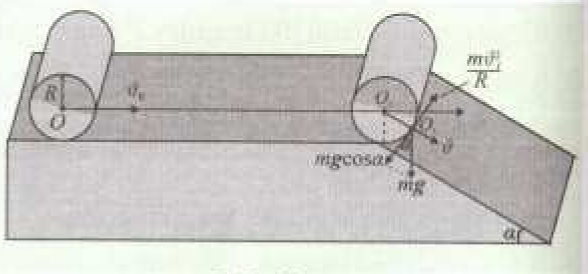
5.13-njy çyzgy

5.18. r radiusly birhilli şar R radiusly sferanyň depesinden typman, togalanyp başlaýar *(5.13-nji çyzgy)*. Şar sferanyň üstünden gopan pursaty onuň burç tizligini tapmaly.

5.19. Oky dik ugur bilen θ burç emele getirýän m massaly walçok O nokatdan geçýän dik okuň töwereginde presessirleýär. Walçogyň impulsynyň momenti L - e deň, onuň massa merkezinden O nokada çenli aralyk l - e deň. O nokatda döreýän $\vec{F}$ gaýtawul güýjüň modulyny we ugruny tapmaly *(5.14-nji çyzgy)*.



5.14-nji çyzgy



5.15-nji çyzgy

5.20. R radiusly tutuş birhilli silindr gorizontal tekizlik boýunça togalanyp, gorizontal ugur bilen α burç emele getirýän ýapgyt tekizlige geçýär *(5.15-nji çyzgy)*. ϑ_0 – yň haýsy iň uly bahasynda silindr gorizontal tekizlikden ýapgyt tekizlige bökmän geçer? Typma ýok diýip kabul etmeli.

5.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

5.1. Şar aýlanmaýar. Şonuň üçin şara täsir edýän güýçleriň momentleriniň wektorlaýyn jemi nola deň. Öňe hereket üçin Nýutonyň 2-nji kanunyny ýazmaly.

Jogaby: $F = \dfrac{\mu mg}{(1+\mu)\sin\alpha} \approx 13N$; $a = \dfrac{\mu g}{1+\mu}(ctg\alpha - 1) \approx 1,2\dfrac{m}{s^2}$.

5.2. Öňe hereketiň ýoklugynyň şertini ýazmaly. Soňra aýlanýan gaty jisim üçin dinamikanyň esasy deňlemesini we aýlanmanyň togtaýan hereketdigi üçin kinematiki deňlemäni ýazmaly. Olary özara çözüp ε -ny we t -ni tapmaly we soňra $\varphi = \varphi(t)$ -ni ýazyp n-i tapyp bolýar.

Jogaby: $t = \dfrac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{2\mu g(1+\mu)}$; $\varepsilon = \dfrac{2\mu g(1+\mu)}{(1+\mu^2)\cdot R}$; $n = \dfrac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{8\pi\mu g(1+\mu)}$.

5.3. Silindriň aýlanma we ýüküň öňe hereketleriniň deňlemelerini bilelikde çözmeli. Soňra ulgamyň doly kinetik energiýasyny tapyp bolýar.

Jogaby: $\omega = \dfrac{g \cdot t}{R(1+\dfrac{M}{2m})}$; $W_k = \dfrac{mg^2 \cdot t^2}{2(1+\dfrac{M}{2m})}$.

5.4. Massa merkeziniň aýlanma we öňe hereketleriniň deňlemelerinden hem-de aýlanma hereketiň kinematikasyndan peýdalanmaly. Soňra öňe we aýlanma hereketleriň kinetik energiýalarynyň jemini tapmaly.

Jogaby: $S = \dfrac{4}{3}\pi \cdot L$; $W_{k\Theta} = \dfrac{P^2}{2m}$; $W_{kA} = \dfrac{3P^2}{8m}$; $W_k = \dfrac{7P^2}{8m}$.

5.5. Şaryň pursatlaýyn aýlanma merkeziniň töwereginde aýlanma hereketiniň deňlemesini ýazmaly we soňra Şteýneriň teoremasyny ulanmaly, kinematiki $\vartheta = \vartheta(t)$ deňlemeden peýdalanmaly.

Jogaby: $a_{mm} = -\dfrac{5}{7}g \cdot \sin\alpha$; $t = \dfrac{14\vartheta_0}{5g\sin\alpha}$.

5.6. Gorizontal ýagdaý üçin energiýanyň saklanma kanunyny ýazmaly, massa merkeziniň ordinatasynyň aňlatmasyny tapmaly, soňra onuň hereket deňlemesini ulanmaly we gaýtawul güýjüň F_y

düzüjisini tapmaly. F_y -i tapmak üçin onuň çybyga täsir edýän merkeze ymtylýan güýçdügini peýdalanmaly. Gözlenýän güýç $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ bolar.

Jogaby: $F = \dfrac{Mg}{4} \cdot \sqrt{10}$.

5.7. Şaryň öňe we aýlanma hereketleriniň deňlemelerini ýazmaly, olary integrirlemeli. Soňra kinematiki gatnaşyklary peýdalanmaly we impulsyň momentiniň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta_{mm} = \dfrac{2}{7}\omega \cdot r$; $S = \dfrac{2\omega^2 r^2}{49\mu g}$; $\vartheta_s = \dfrac{2\omega r}{7}$.

5.8. Silindriň massa merkezine görä silindr-sapak ulgamynyň impulsynyň momentini we güýçleriň momentini tapmaly. Soňra gaty jisimiň aýlanma hereketiniň deňlemesinden gerek ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $\varepsilon = \dfrac{2mg \cdot x}{L \cdot R}(M + 2m)$.

5.9. Impulsyň momentiniň saklanma kanunyny buz eremänkä we eränden soňky ýagdaýlar üçin ýazmaly. Şar gatlagynyň inersiýa momentini hasaplamaly we alnan deňlemäni çözmeli.

Jogaby: $\Delta T = \dfrac{8}{3}\dfrac{\pi\rho R^4}{I} \cdot T\Delta R \approx 1s$.

5.10. Impulsyň momentiniň we energiýanyň saklanma kanunlaryndan peýdalanyp *a)* we *b)* soraglara jogap alyp bolýar.

Aýlanýan gaty jisim üçin Nýutonyň 2-nji kanunyndan *ç)* soraga jogap tapyp bolýar.

Jogaby: $\omega = \dfrac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$; $A = -\dfrac{I_1 \cdot I_2(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)}$; $t = \dfrac{3R}{4\mu g} \cdot (\omega - \omega_1)$.

5.11. Gysylmadan öňki we soňky ýagdaýlar üçin impulsyň momentiniň saklanma kanunyny ýazmaly. Günüň maddasyny

durnukly saklamak üçin onuň ekwatorynda dartuw güýji gerekli merkeze ymtylýan güýji döredýändigini hasaba almaly.

Jogaby: $(R_2 = R_{in\,kiçi} = \dfrac{4\pi^2 \cdot R_1^4}{G \cdot MT_1^2} \approx 1{,}5 \cdot 10^4 m;\ T_2 = T_1(\dfrac{R_2}{R_1})^2 \approx 10^{-3} s.)$.

5.12. Ýükleriň öňe hereketleriniň we bloguň aýlanma hereketiniň deňlemelerini ýazyp, olary bilelikde çözmeli.

Jogaby: $a = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}$; $F_{d1} = m_1 g \dfrac{2m_2 + \dfrac{I}{r_2}}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}$;

$$F_{d2} = m_2 g \frac{2m_1 + \dfrac{I}{r_2}}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}.$$

5.13. Impulsyň momentiniň we energiýanyň saklanma kanunlaryndan peýdalanmaly.

Jogaby: $h = \dfrac{6m^2}{(M + 2m)(M + 3m)} \cdot H$.

5.14. Tigirçekler üçin aýlanýan gaty jisimiň deňlemesini ýazmaly we käbir özgertmelerden soň gözlenilýän ululyklary tapyp bolýar.

Jogaby: $\omega_1 = \dfrac{I_1 R_2^2 \cdot \omega_0}{I_1 R_2^2 + I_2 R_1^2}$; $\omega_2 = \dfrac{I_1 R_1 R_2 \omega_0}{I_1 R_2^2 + I_2 R_1^2}$; $\Delta W_k = \dfrac{I_1 I_2 R_1^2 \omega_0^2}{2(I_1 R_2^2 + I_2 R_1^2)}$.

5.15. Silindr-adam ulgamynyň impulsynyň momentini we täsir edýän güýçleriň momentini tapyp, A pursatlaýyn oka görä momentler deňlemesini peýdalanmaly.

Jogaby: $a = \dfrac{(M + m) \cdot g \sin\alpha}{2M + m(1 + \cos\alpha)}$.

5.16. Massa merkeziniň öňe hereketiniň deňlemesini ýazmaly we silindriň geometrik okuna görä aýlanma hereketiniň deňlemesini ýazmaly. Alnan iki deňlemäni birleşdirip bir differensial deňleme almaly we ony integrirlemeli.

Jogaby: $t=\dfrac{r\cdot\omega_0}{2g\sin\alpha}$.

5.17. Impulsyň momentiniň ulgam üçin aňlatmasyndan we käbir kinematiki, dinamiki gatnaşyklardan peýdalanmaly.

Jogaby: $\Delta P=(\dfrac{3l}{2l_0}-1)P$; $\omega=3\sqrt{L_k^2+\dfrac{l^2P^2}{ml_0^2}}$.

5.18. Şar sferadan gopan pursaty onuň massa merkeziniň hereket deňlemesini ýazmaly we soňra energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly.

Jogaby: $\omega=\sqrt{\dfrac{10g(R+r)}{17r^2}}$.

5.19. Gaty jisimiň aýlanma hereketiniň deňlemesini ýazmaly we çyzgydan M-i we dL-i tapyp ornuna goýmaly.

Jogaby: $F=\dfrac{m^3g^2l^3}{L^2}\sin\theta$.

5.20. Silindriň gorizontal we ýapgyt tekizliklerdäki doly mehaniki energiýalaryny özara deňleşdirmeli. Ýapgyt tekizlige geçende silindriň potensial energiýasynyň azalmasyny nazarda tutmaly. Soňra silindriň gorizontal tekizlikden ýapgyt tekizlige bökmän geçme şertini ýazmaly we alnan deňlemeleri bilelikde çözüp, gözlenilýän ululyk tapylýar.

5.4. Çözüwler

5.1. Şerte görä, şar aýlanmaýar, diňe öňe hereket edýär. Onda $\sum\limits_{i=1}^{N}\overrightarrow{M_i}=0$ bolmaly, ýagny $F_sR=F\sin\alpha R$, emma $F_s=\mu(mg-F\sin\alpha)$, şonuň üçin $\mu(mg-F\sin\alpha)R=F\sin\alpha R$

$F=\dfrac{\mu mg}{(1+\mu)\sin\alpha}\approx 13N$. Şaryň öňe hereketi üçin Nýutonyň 2-nji kanunyny ýazalyň $F\cos\alpha-F_s=ma$, bu ýerden

$$a=\frac{F\cos\alpha-F_s}{m}=\frac{\dfrac{\mu mg}{(1+\mu)\sin\alpha}\cos\alpha-\dfrac{\mu mg}{(1+\mu)\sin\alpha}\sin\alpha}{m}=$$

$$=\frac{\mu g\cos\alpha}{(1+\mu)\sin\alpha}-\frac{\mu g}{(1+\mu)}=\frac{\mu g}{1+\mu}(ctg\alpha-1)\approx 1,2\frac{m}{s^2}.$$

5.2. Bu ýagdaýda silindr diňe aýlanyp hereket edýär, ol öňe hereket etmeýär. Öňe hereket bolmasa, $\sum\limits_{i=1}^{N}\overrightarrow{F_i}=0$ bolmaly. Çyzgyda silindre täsir edýän güýçler görkezilen: $\overrightarrow{N_1}$ we $\overrightarrow{N_2}$ degişlilikde diwarlaryň gaýtawul güýçleri; $m\vec{g}$ - agyrlyk güýji $\overrightarrow{F}_{s1}$ we $\overrightarrow{F}_{s2}$ - degişlilikde 1-nji we 2-nji diwarlar bilen silindriň arasyndaky döreýän sürtülme güýçleri. Onda $\overrightarrow{N}_1+\overrightarrow{N}_2+m\vec{g}+\overrightarrow{F}_{s1}+\overrightarrow{F}_{s2}=0$. Bu wektor deňlemäni Ox we Oy oklara proýeksiýalarda ýazalyň: Ox -e:

$$-N_2+\mu N_1=0; \qquad (1)$$

$$N_1+\mu N_2-mg=0. \qquad (2)$$

Sebäbi $F_{S1}=\mu N_1$ we $F_{S2}=\mu N_2$. (1)-deňlemeden $N_2=\mu N_1$, onda (2) deňlemeden alarys:

$$N_1+\mu^2N_1=mg \text{ ýa-da } N_1=\frac{mg}{1+\mu^2}, \qquad (3)$$

$$N_2=\mu N_1=\frac{\mu mg}{1+\mu^2}. \qquad (4)$$

Silindri aýlandyrýan güýçler $\overline{F}_{s1}$ we $\overline{F}_{s2}$. Olaryň momentleriniň jemi aşakdaka deňdir.

$$M = F_{s1}R + F_{s2}R = \mu N_1 R + \mu N_2 R = \frac{\mu mg}{1+\mu^2}R + \frac{\mu^2 mg}{1+\mu^2}R = \frac{\mu mg(1+\mu)}{1+\mu^2}.$$

Emma aýlanýan gaty jisimiň hereket deňlemesinden $M = I\varepsilon$. Bu ýerde $I = \frac{mR^2}{2}$ we ε – degişlilikde silindriň inersiýa momenti we burç tizlenmesi. Onda $\frac{\mu mgR(1+\mu)}{1+\mu^2} = \frac{mR^2}{2}\varepsilon$. Bu ýerden $\varepsilon = \frac{2\mu g(1+\mu)}{(1+\mu^2)R}$. Emma aýlanma togtaýan bolany üçin $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$; silindr iň soňunda durýar we $\omega = 0$. Onda $t = \frac{\omega_0}{\varepsilon}$ ýa-da $t = \frac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{2\mu g(1+\mu)}$. Togtaýan aýlanma hereketde öwrülme burçy $\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \varepsilon t t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\varepsilon t t}{2} = \frac{\omega_0 t}{2}$ ýa-da $\varphi = \frac{\omega_0 t}{2} = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{4\mu g(1+\mu)}$. Emma silindr bir aýlaw edende 2π, n aýlaw edende bolsa $\varphi = 2\pi n$ burça öwrülýär. Onda $2\pi n = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{4\mu g(1+\mu)}$ ýa-da $n = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{8\pi\mu g(1+\mu)}$.

5.3. 1) Silindriň aýlanma we ýüküň öňe hereketleriniň deňlemelerini ýazalyň:

$$F_d R = I\varepsilon = \frac{MR^2}{2}\frac{d\omega}{dt}, \qquad (1)$$

$$mg - F_d = ma = m\varepsilon R = mR\frac{d\omega}{dt}. \qquad (2)$$

(1) deňlemeden $F_d = \frac{MR}{2}\frac{d\omega}{dt}$ ululygyň bahasyny (2) deňlemede ornuna goýalyň: $mg - \frac{MR}{2}\frac{d\omega}{dt} = \frac{mR}{2}\frac{d\omega}{dt}$. Bu ýerden, $mg = \frac{d\omega}{dt}\left(\frac{MR}{2} + mR\right)$, $\frac{d\omega}{dt} = \frac{mg}{R\left(m + \frac{M}{2}\right)} = \frac{g}{R\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}$. Onda $d\omega = \frac{g\,dt}{R\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}$. Bu deňlemäniň çepini 0-dan ω, sagyny 0-dan t-e çenli integrirläliň: $\int_0^\omega d\omega = \frac{g}{R\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}\int_0^t dt$ ýa-da $\omega = \frac{gt}{R\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}$.

2) Ulgamyň doly kinetik energiýasy silindriň aýlanma we ýüküň öňe hereketleriniň kinetik energiýalarynyň jemine deňdir. $W_K = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, emma $\vartheta = \omega R$. Şonuň üçin

$$W_K = \frac{MR^2}{4}\left(\frac{gt}{R\left(1 + \frac{M}{2m}\right)}\right)^2 + \frac{m\omega^2 R^2}{2} = \left(\frac{MR^2}{4} + \frac{mR^2}{2}\right)\frac{g^2 t^2}{R^2\left(1 + \frac{M}{2m}\right)^2} =$$

$$=\frac{mR^2}{2}\left(1+\frac{M}{2m}\right)\frac{g^2t^2}{R^2\left(1+\frac{M}{2m}\right)^2}=\frac{mg^2t^2}{2\left(1+\frac{M}{2m}\right)}.$$

5.4. Goý, ϑ_0 -çybygyň massa merkeziniň tizligi; ω -onuň massa merkeziniň daşyndan aýlanmasynyň burç tizligi bolsun *(5.16.-njy çyzgy)*. Massa merkeziniň öňe hereketiniň deňlemesi.

$$P=m\vartheta_0. \qquad (1)$$

Massa merkeziniň daşyndan aýlanma hereketiniň deňlemesini

$$P=\frac{L}{2}I\omega \qquad (2)$$

görnüşde ýazyp bolýar. (2) deňlemeden $\omega=\frac{PL}{2I}$, bu ýerde $I=\frac{1}{3}mL^2$ - çybygyň massa merkezinden geçýän oka görä inersiýa momentidir.

Goý, çybyk t wagtda doly aýlaw etsin. Onda $\varphi=\omega t=2\pi$ bolar. Bu ýerden $t=\frac{2\pi}{\omega}$. Diýmek, bir aýlawyň dowamynda çybygyň massa merkezi $S=\vartheta_0 t=\frac{P}{m}\frac{2\pi}{\omega}$ aralyga süýşýär. Onda,

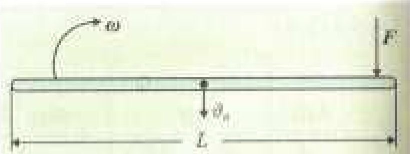
$$S=\frac{P}{m}\frac{4\pi}{PL3}\cdot mL^2=\frac{4}{3}\pi L. \qquad (3)$$

Öňe hereketiň energiýasy

$$W_{Ko}=\frac{m}{2}\vartheta^2=\frac{1}{2}m\frac{P^2}{m^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{P^2}{m}.$$

Aýlanma hereketiň energiýasy

$$W_{KA}=\frac{I\omega^2}{2}=\frac{1}{2}I\left(\frac{LP}{2I}\right)^2=\frac{3P^2}{8m}.$$



5.16-njy çyzgy

Onda doly kinetik energiýa $W_K=W_{KA}+W_{KO}=\frac{P^2}{2m}+\frac{3P^2}{8m}$ ýa-da $W_K=\frac{7P^2}{8m}$.

5.5. a) Goý, P-şarjagazyň t pursatdaky pursatlaýyn aýlanma merkezi bolsun. Şarjagazyň bu nokadyň töwereginde aýlanma hereketiniň deňlemesi $-MgR\sin\alpha=I_p\varepsilon$ ýa-da $\varepsilon=-\frac{MgR\sin\alpha}{I_p}$.

Şteýneriň teoremasyna laýyklykda

$$I_p=I_{mm}+MR^2=\frac{2}{5}MR^2+MR^2=\frac{7}{5}MR^2.$$

Onda massa merkeziniň tizlenmesi $a_{mm}=\varepsilon R=-\frac{5MgR\sin\alpha}{7MR^2}R=$ $=-\frac{5}{7}g\sin\alpha$.

b) Energiýanyň saklanma kanuny boýunça şarjagaz öňki ýerine gaýdyp gelende ol oňa berlen başlangyç tizlige eýe bolmaly (elbetde, ugry garşylykly bolar). Onda $\vartheta=-\vartheta_0+at=-\vartheta_0+a_{mm}t$. $\vartheta=\vartheta_0$ we $a_{mm}=-\frac{5}{7}g\sin\alpha$ bolany üçin $2\vartheta_0=\frac{5}{7}gt\sin\alpha$. Bu ýerden $t=\frac{14\vartheta_0}{5g\sin\alpha}$ alarys.

5.6. Goý, F_y daýanjyň gaýtawul güýjüniň dik düzüjisi bolsun. Onda daýanja dik ugur boýunça F_y güýç täsir eder. Çybyk gorizontal ýagdaýa ýeten pursaty onuň $\frac{I\omega^2}{2}$ kinetik energiýasy bolar. Ol çybygyň başlangyç we soňky ýagdaýlaryndaky potensial energiýalarynyň tapawuduna deň bolmaly, ýagny

$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2}MgL\sin 30^0$, bu ýerde $I = \frac{1}{3}ML^2$ - çybygyň ujundan geçýän oka görä inersiýa momenti. Onda

$$\frac{1}{6}ML^2\omega^2 = \frac{1}{4}MgL. \qquad (1)$$

Çybygyň massa merkeziniň ordinatasy $y = \frac{L}{2}\sin\alpha$. Onda $y' = \frac{1}{2}L\omega\cos\alpha$ we $y'' = \frac{L}{2}(\varepsilon\cos\alpha - \omega^2\sin\alpha)$ (y', y'' – y – den alnan 1-nji we 2-nji derejeli önüm). Massa merkeziniň hereket deňlemesi aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$Mg - F_y = My'' = \frac{ML}{2}(\varepsilon\cos\alpha - \omega^2\sin\alpha). \qquad (2)$$

Gorizontal ýagdaýda $(\alpha = 0)$ $\omega^2\sin\alpha = 0$. Çybygyň massa merkeze görä aýlanma hereketiniň deňlemesi şeýle ýazylýar:

$\frac{1}{2}LF_y\cos\alpha = I_{mm}\varepsilon$. $I_{mm} = \frac{ML^2}{12}$ bolany üçin

$$F_y\cos\alpha = \frac{1}{6}ML\varepsilon. \qquad (3)$$

(3) deňlemeden ε-nyň bahasyny ornuna goýup alarys: $Mg - F_y = 3F_y$ ýa-da

$$F_y = \frac{Mg}{4}. \qquad (4)$$

Daýanjyň F_X gaýtawul güýjüni tapmak üçin F_x -iň çybyga täsir edýän merkeze ymtylýan güýçdügini hasaba alalyň. Çybyk gorizontal ýagdaýy geçen pursaty

$$F_x = \int_0^L \frac{M}{L}x\cdot\omega^2 dx = \frac{1}{2}ML\cdot\omega^2. \qquad (5)$$

(1) deňlemeden ω^2 -yň bahasyny (4) deňlemede goýup alarys:

$$F_x = \frac{3}{4}Mg.$$

Onda $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\frac{9}{16}(Mg)^2 + \frac{(Mg)^2}{16}} = \frac{Mg}{4}\sqrt{10}$.

5.7. Ox okuň ugry boýunça şaryň hereket deňlemesi $ma_x = \mu mg$ ýa-da

$$a_x = \mu g. \qquad (1)$$

Ox okuň daşynda şaryň aýlanma hereketiniň deňlemesi

$$I\cdot\varepsilon = -\mu mgr. \qquad (2)$$

Bu ýerde $I = \frac{2}{5}mr^2$ -şaryň inersiýa momenti. (2) deňlemäni integrirläp alarys:

$$\vartheta = \mu gt, \qquad (3)$$

$$\omega = -\frac{5\mu g}{2r}t + \omega_0. \qquad (4)$$

Goý, $t = t_1$ wagtdan başlap şar typman togalanyp başlasyn, onda

$$\vartheta = \omega r. \qquad (5)$$

(3), (4) we (5) deňlemelerden $r(\omega - \frac{5}{2r}\mu gt_1) = \mu gt_1$. Bu ýerden

$$t_1 = \frac{2\omega r}{7\mu g}. \qquad (6)$$

a) (3) we (6) deňlemelerden

$$\vartheta_{mm} = \mu gt_1 = \frac{2}{7}\omega r. \qquad (7)$$

b) Şar bu tizlige eýe bolýança

$$S = \frac{1}{2}\mu gt_1^2 = \frac{1}{2}\mu g\left(\frac{2\omega r}{7\mu g}\right)^2 = \frac{2\omega^2 r^2}{49\mu g}$$

aralygy geçer.

ç) Typmasyz hereketde daşky güýçleriň momentleri nola deň. Şonuň üçin impulsyň momentiniň saklanma kanuny ýerine ýetýär, ýagny $I_0\omega = I\cdot\omega_S$, bu ýerde $I_0 = \frac{2}{5}mr^2$ - şaryň merkezinden geçýän oka, $I = I_0 + mr^2 = \frac{7mr^2}{5}$ - şaryň pursatlaýyn oka görä inersiýa momentleri. Şeýlelikde, $\omega_S = \frac{2\omega}{7}$ we massa merkeziniň hereketiniň soňky tizligi $\vartheta_S = \omega_S r = \frac{2\omega r}{7}$ bolýar.

5.8. O oka görä silindr – sapak ulgamynyň impulsynyň momentini we güýçleriň momentini tapalyň: $L = I\omega_0 + m\vartheta R$, bu ýerde $I = \frac{mR^2}{2}$ - silindriň O oka görä inersiýa momenti, ϑ - sapagyň öňe hereketiniň tizligi, m sapagyň massasy. Sapak silindriň üsti boýunça typanok diýsek $\vartheta = \omega_0 R$ bolar. Onda

$$L = \frac{MR^2}{2}\omega_0 + m\omega_0 R^2 = \omega_0 R^2\left(\frac{M}{2} + m\right) \qquad (1)$$

bolar. Täsir edýän güýç sapagyň sallanýan böleginiň agramyna deň: $F_x = \frac{m}{L}xg$. Onuň O oka görä momenti $M = F_x R = \frac{m}{L}xgR$.

Aýlanýan gaty jisimiň kanunyna laýyklykda, $M = I\varepsilon = \frac{dL}{dt}$.

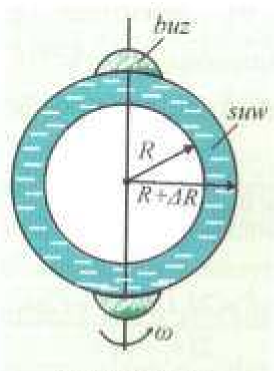
Onda $\frac{m}{L}xgR = R^2\left(\frac{M+2m}{2}\right)\frac{d\omega_0}{dt} = R^2\left(\frac{M+2m}{2}\right)\varepsilon$. Bu ýerden $\varepsilon = \frac{2mgx}{LR}(M+2m)$ bolar.

5.9. Buz eremänkä we eränden soňky ýagdaýlar üçin impulsyň momentiniň saklanma kanunyny ýazalyň: $I_\omega = I_s\omega_s$ ýa-da

$$\frac{I}{T} = \frac{\Delta I}{\Delta T} \qquad (1)$$

bu ýerde ΔI – şar gatlagynyň inersiýa momenti

$$\Delta I = \frac{8}{3}\pi\rho R^4\Delta R, \qquad (2)$$



5.17-nji çyzgy

Dogrudan-da, şar gatlagynyň inersiýa momentini tapmak üçin üýtgemeýän ρ dykyzlykly $R+\Delta R$ radiusly şaryň inersiýa momentinden R radiusly şaryň inersiýa momentini aýyrmaly, ýagny

$$I_{ş.g} = \frac{2}{5}M_1(R+\Delta R)^2 - \frac{2}{5}M_2R^2 =$$

$$= \frac{2\cdot 4}{5\cdot 3}\pi(R+\Delta R)^3\rho(R+\Delta R)^2 - \frac{2\cdot 4}{5\cdot 3}\pi R^3\rho R^2 = \frac{8}{5}\pi\left[(R+\Delta R)^5 - R^5\right]\rho =$$

$$= \frac{8}{15}\pi\rho\left[R^5\left(1+\frac{\Delta R}{R}\right)^5 - R^5\right] = \frac{8}{15}\pi\rho R^5\left(1+5\frac{\Delta R}{R} - 1\right) = \frac{8}{15}\pi\rho R^4 5\Delta R =$$

$$= \frac{8}{3}\pi\rho R^4\Delta R).$$

Şeýlelikde (1) we (2) deňlemelerden alarys: $\Delta T = \frac{8}{3}\frac{\pi\rho R^4}{I}T\Delta R$.

Suw üçin $\rho = 10^3\,\frac{kg}{m^3}$, $T = 24 sag$. Onda hasaplamalar $\Delta T = 1 sek$ berýär.

5.10. a) Impulsyň momentiniň saklanma kanunyna görä $I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega$ diýip ýazyp bolýar. Bu ýerden $\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$.

b) Sürtülme güýçleri iş edeni üçin ulgamyň aýlanma hereketiniň kinetik energiýasy üýtgedi. Şonuň üçin energiýanyň saklanma kanuny boýunça

$$A = W_{KS} - W_{KO} = \frac{(I_1+I_2)\omega^2}{2} - \left(\frac{I_1\omega_1^2}{2} + \frac{I_2\omega_2^2}{2}\right) =$$

$$\frac{I_1^2\omega_1^2 + 2I_1I_2\omega_1\omega_2 + I_2^2\omega_2^2}{2(I_1+I_2)} - \frac{I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2}{2} = -\frac{I_1I_2(\omega_1-\omega_2)^2}{2(I_1+I_2)}.$$

ç) Aşaky diskde bolýan üýtgeşmelere seredeliň. Onuň burç tizligi diskleriň arasyndaky täsir edýän sürtülme güýçleriniň momenti netijesinde üýtgeýär. Bu momenti tapalyň. Onuň üçin diskiň ýokary üstünde r radiusly dr galyňlykly halka alalyň. Halkanyň üstüniň meýdany $dS = 2\pi r dr$. Ähli diskiň agramy mg. Diskiň meýdan birligine düşýän agram $\frac{mg}{\pi R^2}$, onda alnan halkanyň agramy $\frac{mg}{\pi R^2}2\pi r dr$ bolar. Bu elementar halka täsir edýän sürtülme güýjüniň momenti $dM = r\mu\frac{mg}{\pi R^2}2\pi r dr = \frac{2\mu mg}{R^2}r^2 dr$, m-diskiň massasy. Bu deňlemäni integrirläliň: $\int_0^M dM = \int_0^R\left(\frac{2\mu mg}{R^2}\right)r^2 dr$. Bu ýerden $M = \frac{2}{3}\mu mgR$. Emma, aýlanma hereketiň kanunyndan $M = I\varepsilon = I\frac{d\omega}{dt}$. Diýmek, diskiň burç tizliginiň $d\omega$ ululyga artmasy dt wagtda bolup geçýär: $dt = \frac{I}{M}d\omega$ ýa-da $dt = \left(\frac{3R}{4\mu g}\right)d\omega$. Bu

deňlemäni ω_1 – den ω çenli integrirläliň. Onda $t = \frac{3R}{4\mu g}(\omega - \omega_1)$. Bu bolsa diskler umumy ω burç tizligini alýança gerek bolan wagtyň dowamlylygydyr.

5.11. Güni gysylma sezewar edýän dartuw güýçleriniň momentleri nola deň, sebäbi bu güýçler Günüň massa merkezinden geçýärler. Onda impulsyň momentiniň saklanma kanuny esasynda $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ deňligi ýazyp bolar. Bu ýerde I_1 we I_2 Günüň gysylmadan öňki we soňky inersiýa momentleri, ω_1 we ω_2 - degişli burç tizlikleri. Şaryň massa merkezine görä inersiýa momenti $I = \frac{2}{5}mR^2$. Şonuň üçin $0,4mR_1^2\frac{2\pi}{T_1} = 0,4mR_2^2\frac{2\pi}{T_2}$ ýa-da

$$\frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (1)$$

Günüň maddasyny durnukly saklamak üçin onuň ekwatorynda dartuw güýji gerekli merkeze ymtylýan tizlenmäni döretmeli, ýagny $F_D = ma_{m.y}$; $G\frac{mM}{R_2^2} = m\frac{4\pi^2}{T_2^2}R_2$. Bu ýerden

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2R_2^3}{GM} \qquad (2)$$

1) we (2)-deňlemelerden $R_2 = R_{iň\,kiçi} = \frac{4\pi^2R_1^4}{GMT_1^2} \approx 1,5\cdot10^4 m$,

$T_2 = T_1\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \approx 10^{-3} sek$. Diýmek, Gün gysylyp emele gelen "Gün pulsarynyň" iň kiçi radiusy bary-ýogy 15 *km* bolup, ol sekuntda 1000 aýlaw ýygylyk bilen öz okunyň daşyndan aýlanmaly.

5.12. Sapagyň massasy hasaba alynmaýanlygy üçin sapagyň boýuna dartylma güýjüniň üýtgemesi hasaba alynmaýar. Onda ýükleriň we blogyň hereket deňlemelerini aşakdaky ýaly ýazyp bolar:

$$m_1 a = F_{D1} - m_1 g\,, \qquad (1)$$

$$m_2 a = m_2 g - F_{D2}, \qquad (2)$$

$$I\frac{d\omega}{dt} = (F_{D2} - F_{D1})r\,. \qquad (3)$$

Sapak blok boýunça typanok diýsek, onda

$$r\frac{d\omega}{dt} = a \qquad (4)$$

bolar. (1) we (2) deňlemeler ulgamyny çözüp, ýükleriň tizlenmesi

üçin $a = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}} g$ (5)

aňlatmany alarys. (1) we (5) deňlemelerden

$$F_{D1} = m_1\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}} g + g\right) = m_1 g\left(\frac{m_2 - m_1 + m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}\right) =$$

$$= m_1 g \frac{2m_2 + \dfrac{I}{r^2}}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}.$$

(2) we (5) deňlemelerden $F_{D2} = \left(m_2 g - m_2 \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}} g\right) =$

$$= m_2 g\left(\frac{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2} - m_2 + m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}\right) = m_2 g \frac{2m_1 + \dfrac{I}{r^2}}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}$$ aňlatmany alarys.

Eger blogyň massasy, diýmek, onuň inersiýa momenti juda kiçi bolsa, onda $\dfrac{I}{r^2} \to 0$ we $F_{D1} = F_{D2} = \dfrac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$ bolar.

5.13. Şarjagazyň taýaga urgusyndan öňünçä tizligi $\vartheta_0 = \sqrt{2gH}$. Urgy maýyşgak däl bolany üçin urgudan gös-göni soň şarjagazyň we taýagyň aşaky ujunyň tizlikleri ϑ-e deňdir. Ony A nokada görä impulsyň momentiniň saklanma kanunyndan

$$ml\vartheta_0 = ml\vartheta + I\omega\,, \qquad (1)$$

bu ýerde $I = \dfrac{1}{3}Ml^2$ - taýagyň A nokada görä inersiýa momenti. $\vartheta = \omega l$ bolany üçin (1) deňlemeden

$$\vartheta = \frac{ml^2}{I + ml^2}\vartheta_0 = \frac{3m}{M + 3m}\vartheta_0\,. \qquad (2)$$

Urgudan soň şarjagazyň we taýajygyň aşaky ujunyň tizliklerini tapalyň. Eger olar biri-birine bagly bolman hereket edip haýsam bolsa şol bir h_1 beýiklige galsalar, onda energiýanyň saklanma kanuny boýunça

$$\vartheta^2 - \vartheta_1^2 = 2gh_1\,, \quad \frac{1}{2}\frac{I}{l^2}\left(\vartheta^2 - \vartheta_2^2\right) = Mg\frac{h_1}{2}. \qquad (3)$$

Soňky deňlemäni aşakdaky görnüşe getirip bolýar.

$$\vartheta^2 - \vartheta_2^2 = 3gh_1\,. \qquad (4)$$

(3) we (4) deňlemelerden görnüşi ýaly, $\vartheta_1 > \vartheta_2$. Diýmek, şarjagaz taýaga gysylyp, onuň bilen bile hereket eder. Olaryň ýokary galyş beýikligi energiýanyň saklanma kanunyndan tapylýar:

$$h = \frac{I + ml^2}{(M + 2m)gl^2}\vartheta^2 = \frac{6m^2}{(M + 2m)(M + 3m)}H\,.$$

5.14. Sürtülme bolany sebäpli gaýyşyň dartylmasy ýokarda (F_{d1}) we aşakda (F_{d2}) dürlidir. Tigirçekler üçin aýlanýan gaty jisimiň deňlemesini ýazalyň:

$$I_1\frac{d\omega_1}{dt}=(F_{d1}-F_{d2})R_1 \text{ we } I_2\frac{d\omega_2}{dt}=(F_{d2}-F_{d1})R_2.$$

Bularyň birinjisini R_1-e, ikinjisini R_2-ä bölüp, özara goşalyň:

$$\frac{I_1}{R_1}\frac{d\omega_1}{dt}=F_{D1}-F_{D2},\ \frac{I_2}{R_2}\frac{d\omega_2}{dt}=F_{D2}-F_{D1},\ \frac{I_1}{R_1}\frac{d\omega_1}{dt}+\frac{I_2}{R_2}\frac{d\omega_2}{dt}=0.$$

Alnan aňlatmany integrirläp alarys: $\frac{I_1\omega_1}{R_1}+\frac{I_2\omega_2}{R_2}=hemişelik$.

Başda $\omega_1=\omega_0$, $\omega_2=0$ bolany üçin $\frac{I_1\omega_0}{R_1}=hemişelik$ bolýar. Typma kesilenden soň $\omega_1R_1=\omega_2R_2$ bolar. Alnan deňlemeler ulgamyny çözüp, soralan ululyklary taparys, ýagny: $\omega_1\frac{I_1R_2^2}{I_1R_2^2+I_2R_1^2}\omega_0$ we $\omega_2=\frac{I_1R_1R_2}{I_1R_2^2+I_2R_1^2}\omega_0$. Sürtülmä sarp edilen kinetik energiýanyň üýtgemesi $\Delta W_K=\frac{1}{2}\cdot\frac{I_1I_2R_1^2}{(I_1R_2^2+I_2R_1^2)}\omega_0^2$ bolýar.

5.15. A pursatlaýyn oka görä momentler deňlemesini peýdalanalyň, ähli hereketler ýapgyt tekizligiň otnositel dynçlykda bolýan hasaplama ulgamyna görä seredilýär. Bu hasaplama ulgama görä adam mydama ýapgyt tekizlige parallel hereket edýär. Adamyň tizligi silindriň merkeziniň hereket tizligine deň bolýar. Silindr – adam ulgamynyň impulsynyň momenti $L=I\omega+mr\vartheta(1+\cos\alpha)$, bu ýerde $r(1+\cos\alpha)=h$ we $I=2Mr^2$ - silindriň pursatlaýyn oka görä

inersiýa momentidir. Onda $L=[2M+m(1+\cos\alpha)]r\vartheta$. Meselede ulgamyň massa merkezi we pursatlaýyn ok A özara parallel hereket edenleri üçin $\frac{dL}{dt}=(M+m)gr\sin\alpha$, onda $[2M+m(1+\cos\alpha)]r\frac{d\vartheta}{dt}=(M+m)gr\sin\alpha$. Bu ýerden $a=\frac{d\vartheta}{dt}=\frac{M+m}{2M+m(1+\cos\alpha)}g\sin\alpha$.

5.16. Bu ýerde F_S sürtülme güýji silindri ýokary galdyrýar. Silindr ilki typyp galýar, typma gutarandan soň togalanyp ýokary galýar. Islendik ýagdaýda massa merkeziniň hereketiniň deňlemesi şeýle ýazylýar: $m\frac{d\vartheta}{dt}=F_S-mg\sin\alpha$. Silindriň geometrik okuna görä aýlanma hereketi üçin $I\frac{d\omega}{dt}=-F_Sr$ deňlemäni ýazalyň. Bu iki deňlemeden $mr\frac{d\vartheta}{dt}=-I\frac{d\omega}{dt}-mgr\sin\alpha$ aňlatmany alarys. Başlangyç ýagdaýda $(t=0)$ $\omega=\omega_0$. Muny hasaba alyp, soňky deňlemäni integrirläliň, onda $mr\vartheta=I(\omega_0-\omega)-mgrt\sin\alpha$. Emma silindriň iň ýokarky ýagdaýynda $\vartheta=0$ we $\omega=0$. Şonuň üçin $t=\frac{I\omega_0}{mgr\sin\alpha}=\frac{r\omega_0}{2g\sin\alpha}$ bolar. Silindriň ýapgyt tekizlik boýunça ýokary galyş wagty sürtülmä bagly däl. Bu soraga jogap bermegi okyjylaryň özlerine goýýarys. Soňra silindriň ýokarky ýagdaýyndan aşak düşme wagtyny tapmaly. Alnan netijede bu wagt sürtülmä bagly bolar. Bu näme üçin beýlekä? Pikirleniň, jogabyny özbaşdak tapyň.

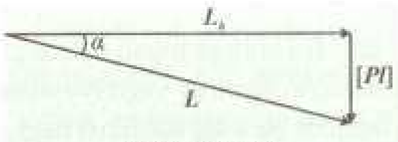
5.17. Ok taýagyň içinde hereket edende gorizontal ugurda "O" nokatda gaýtawul güýjüniň düzüjisi döreýär. Şol güýç-de ulgamyň impulsyny üýtgedýär. Onda $\Delta P=m\vartheta_C-P\cdot\vartheta_C$-ok taýakda galanda onuň massa merkeziniň tizligi. Şu hadysada ähli daşky güýçler "O" nokatdan geçýänligi üçin olaryň bu nokatdan geçýän oka görä momentleri nola deňdir we impulsyň momenti saklanýar. $Pl = I\omega$, I-taýagyň garalýan oka görä inersiýa momenti, ol $I = \frac{ml_0^2}{3}$. ω-ok taýakda duran pursatynda taýagyň burç tizligi, emma $\vartheta_C = \omega r$, r-"O" nokatdan taýagyň massa merkezine, $Ç$ nokada çenli aralykdyr.

Ýokarky deňliklerden $\Delta P = \left(\frac{3l}{2l_0} - 1\right)P$ aňlatmany alarys. Görnüşi ýaly, ΔP-niň alamaty $\frac{l}{l_0}$ gatnaşyga bagly. Eger $\frac{l}{l_0} = \frac{2}{3}$ bolsa, onda $\Delta p = 0$ bolýar. Ulgamyň umumy impulsynyň momenti $\vec{L} = \vec{L}_n + [\vec{Pl}]$ *(5.18-nji çyzgy).*

Taýak ok bilen birlikde ω burç tizligine eýe bolandaky $\vec{L}$-i tapalyň. Onuň üçin "O" nokatdan r uzaklykda taýagyň dm massaly bölegini alalyň. Onuň "O" nokada görä impulsynyň momenti

$d\vec{L} = dmr^2\vec{\omega} = \left(\frac{m\vec{\omega}}{l_0}\right)r^2dr$; $\left(dm = \frac{m}{l_0}dr\right)$. Soňky deňlemeden

$\vec{L} = \frac{ml_0^2}{3}\vec{\omega}$.



5.18-nji çyzgy

Şeýlelikde $\vec{L}_n + [\vec{Pl}] = \frac{ml_0^2\omega}{3}$.

5.18-nji çyzgyny göz öňünde tutup, soňky deňlemelerden $\omega = 3\sqrt{L_n^2 + \frac{l^2P^2}{ml_0^2}}$ aňlatmany alarys.

5.18. Şar sferadan gopandan soň onuň burç tizligi üýtgemeýär. Şonuň üçin şar sferadan gopan pursaty onuň burç tizligini tapsak

ýeterlik bolýar. Şar gopan pursaty onuň merkeziniň hereket deňlemesini ýazalyň:

$$\frac{m\vartheta^2}{R+r} = mg\cos\theta, \qquad (1)$$

bu ýerde ϑ -şar gopan pursaty onuň merkeziniň tizligi. Bu tizligi energiýanyň saklanma kanunyndan taparys: $mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, bu ýerde h-$(R+r)$ – radius θ burça öwrülende şaryň merkeziniň aşaklamasy, $I = \frac{2}{5}mr^2$ – şaryň geometriki merkezine görä inersiýa momenti. Çyzgydan görnüşi ýaly MDO gönüburçly üçburçlukdan $DO = (R+r) - h = (R+r)\cos\theta$ ýa-da

$$h = (R+r)(1-\cos\theta) \qquad (2)$$

bolýar. Ondan başga-da şar typman togalanýandygy sebäpli

$$\vartheta = \omega r \qquad (3)$$

Soňky dört aňlatmalardan $\omega = \sqrt{\frac{10g(R+r)}{17r^2}}$ alnar.

5.19. Çyzgydan görnüşi ýaly, $dL = L\sin\theta\omega_p dt$. Emma $dL = Mdt$, şonuň üçin

$$M = L\omega_p\sin\theta. \qquad (1)$$

Başga tarapdan M walçogyň agyrlyk güýjüniň O nokada görä momentidir we

$$M = mgl\sin\theta. \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemeleri özara deňläp alarys: $L\omega_p\sin\theta = mgl\sin\theta$,

$$\omega_p = \frac{mgl}{L}. \qquad (3)$$

Walçogyň massa merkezi töwerek boýunça aýlanýar, şonuň üçin $\vec{F}$ güýç, çyzgyda görkezilişi ýaly ugrukdyrylandyr. Massa merkeziniň hereket deňlemesini ýazalyň: $F = m\omega_p^2 l \sin\theta$.

(3) deňlemeden ω_p - niň bahasyny soňky deňlemede goýup alarys:

$$F = \frac{m^3 g^2 l^3}{L^2}\sin\theta.$$

5.20. Silindr gorizontal tekizlik boýunça ϑ_0 - tizlik bilen hereket edip, M nokada baranda onuň doly energiýasy

$$W = W_K = \frac{m\vartheta_0^2}{2} + \frac{I\omega_0^2}{2} \qquad (1)$$

bolar, gorizontal tekizlikde silindriň massa merkezine görä potensial energiýasy $W_P = 0$. Typma ýok bolany üçin

$$\omega_0 = \frac{\vartheta_0}{R} \qquad (2)$$

bolýar. OO_1M üçburçlukdan: $R - h = R\cos\alpha$ ýa-da $h = R(1-\cos\alpha)$.

Silindr gorizontal tekizlikden ýapgyt tekizlige geçende onuň agyrlyk merkezi h beýiklige aşak düşdi we potensial energiýasy *(-mgh)* boldy. Ýapgyt tekizlik boýunça silindriň mehaniki energiýasy

$$W = W_K + W_P = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{I\omega_1^2}{2} - mgh.$$

Silindr üçin $I = \frac{mR^2}{2}$ we $\omega_1 = \frac{\vartheta_1}{R}$ aňlatmalary hasaba alyp, energiýanyň saklanma kanunyny ýazalyň:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} + \frac{mR^2\vartheta^2}{4R^2} = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{mR^2\vartheta_1^2}{4R^2} - mgR(1-\cos\alpha).$$

Bu ýerden $\vartheta_1^2 = \vartheta_0^2 + \frac{4}{3}gR(1-\cos\alpha)$ deňleme gelip çykýar.

Silindr, meseläniň şertine görä, gorizontal tekizlikden ýapgyt tekizlige bökmän geçeni üçin M nokatda merkezden daşlaşýan $\frac{m_1\vartheta_1^2}{R}$

güýç silindri tekizligiň çatrygynda oňa gysýan $mg\cos\alpha$ güýje deň bolar, ýagny $\frac{m_1\vartheta_1^2}{R} = mg\cos\alpha$ ýa-da $\vartheta_1^2 = Rg\cos\alpha$, onda

$$Rg\cos\alpha = \vartheta_0^2 + \frac{4}{3}gR(1-\cos\alpha).$$

Bu ýerden $\vartheta_0^2 = Rg\cos\alpha - \frac{4}{3}gR + \frac{4}{3}gR\cos\alpha$, $\vartheta_0^2 = \frac{Rg}{3}(7\cos\alpha - 4)$

we $\vartheta_0 = \sqrt{\frac{Rg}{3}(7\cos\alpha - 4)}$ bolar.

6. GATY JISIMLERIŇ DEFORMASIÝASY

6.1. Usuly görkezmeler

Bu bölümde gaty jisimleriň diňe maýyşgak deformasiýasy barada gürrüň edip, mesele çözülende, esasan, Gukuň kanunynyň birtaraplaýyn uzalma (gysylma) üçin: $\varepsilon = \frac{P}{E}$, bu ýerde P-mehaniki napryaženiýe, E-Ýunguň moduly, ε-otnositel deformasiýa; -süýşme üçin: $\omega = \frac{P_t}{N}$, ω-göräli süýşme burçy, P_t -tangensial napryaženiýe, N-süýşme moduly; -towlanma üçin: $\varphi = \frac{M}{f}$, φ -towlanma burçy, f-towlanma moduly, M-towlandyryjy moment we birhilli maýyşgak deformirlenen jisimiň energiýasynyň $W_p = \frac{\varepsilon^2 E}{2} V$, $W_p = \frac{\omega^2 N}{2} V$ formulalary ulanylýar.

6.2. Meseleler

6.1. Bir ujy diwara berkidilen pürsüň erkin ujuna $h = 10sm$ beýiklikden ýük gaçýar *(6.1-nji çyzgy)*. Bu ýagdaýda pürs näçe aralyga egiler? Ýük pürsüň üstünde goýulanda ol $x_0 = 0,5sm$ -e egilýär.

6.2. 100^0C temperatura çenli gyzdyrylan polat silindriň uzynlygy üýtgemez ýaly, onuň uçlaryna näçe basyş etmeli? Poladyň uzynlygyna giňelme koeffisiýenti $\alpha = 11\cdot10^{-6} grad^{-1}$, polat üçin Ýunguň moduly $2\cdot10^{11} Pa$.

6.3. Dikligine bir ujundan asylan P agramly, kese-kesiginiň meýdany S bolan sterženiň öz agramynyň täsirinde otnositel uzalmasyny tapmaly *(6.2-nji çyzgy)*.

6.4. Uzynlygy 2ℓ bolan inçe steržen onuň merkezinden geçýän we oňa perpendikulýar okuň daşyndan ω -burç tizlik bilen aýlanýar. 1) Aýlananda steržende döreýän napryaženiýäniň (kese-kesiginiň meýdan birligine normal düşýän güýç) $\frac{dP}{dx} = -\rho\omega^2 x$ kanun boýunça üýtgeýändigini subut etmeli 2) Steržende napryaženiýäniň paýlanmasyny tapyň. 3) Sterženiň haýsy ýerinde napryaženiýe iň uly we ol nämä deň? 4) Sterženiň iň uly kinetik energiýasynyň onuň massasyna däl-de, onuň berlen berkliginde $\left(P_{iň\,uly}\right)$ diňe göwrümine baglydygyny subut etmeli. 5) $V = 3\cdot10^4 sm^3$ we $P_{iň\,uly} = 10^5 \frac{N}{sm^2}$ bolanda steržene berip boljak iň uly kinetik energiýany tapmaly.

6.5. Gurşun siminden ýasalan, radiusy $R = 25sm$ bolan halka geometrik merkezinden geçýän we tekizligine perpendikulýar okuň daşyndan aýlanýar. *(6.4-nji çyzgy)* Halkanyň haýsy aýlaw ýygylygynda sim üzüler? Gurşunyň berklik çägi $P_{bç} = 0,015\cdot10^9 Pa$, dykyzlygy $\rho = 11300\frac{kg}{m^3}$.

6.6. Diametri $d = 1mm$ bolan polat siminiň uçlary aradaşlygy $l = 2m$ gazyklara dartylyp baglanan *(6.5-nji çyzgy)*. Simiň ortasyna O nokatda massasy $m = 0,25kg$ bolan ýük asyldy. O nokat näçe aralyga aşak süýşer?

6.7. Otnositel süýnmesi $\varepsilon = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$, massasy $m = 3{,}1kg$ bolan polat sterženiň maýyşgak deformasiýasynyň energiýasyny tapmaly.

6.8. Uzynlyklary deň, şol bir maddadan ýasalan iki sany sim berlen. Olaryň ikinjisiniň diametri birinjiniňkiden iki esse uly. Tejribeleriň birinde simleriň aşaky esaslary ýokarky esaslaryna görä şol bir burça towlanýar. Beýleki bir tejribede simleriň esaslary kebşirlenip, olaryň oklary bir-biriniň dowamy bolup galýar. Soňra alnan dürli diametrli uzyn simiň aşaky esasy ýokarky esasyna görä käbir burça towlanýar. Bu iki ýagdaýda simleriň maýyşgak energiýalarynyň gatnaşygyny tapyň.

6.9. r radiusly we l uzynlykly, tutuş silindr görnüşli simiň hem-de r_1 we r_2 radiusly l uzynlykly, galyňlygy dr bolan ýuka silindr görnüşli turbanyň towlanma modulyny tapyň. Süýşme moduly N-e deň.

6.10. Beýikligi h, agramy P, esasynyň meýdany S bolan rezin silindr gorizontal tekizlikde dikligine goýulan. 1) Hususy agramynyň täsirinde ýüze çykýan maýyşgak deformasiýanyň energiýasyny tapyň. 2) Eger bu rezin silindriň üstüne ýene özi ýaly rezin silindr goýsak, maýyşgak deformasiýanyň energiýasy näçe esse üýtgär?

6.11. Massasy m, uzynlygy l we kese-kesiginiň meýdany S bolan maýyşgak steržen öz boýuna a tizlenme bilen (sterženiň ähli nokatlary üçin birdeň) hereket edýär. Tizlenmeli hereket edeni üçin steržende döreýän maýyşgak deformasiýanyň energiýasyny tapyň.

6.12. Simden asylan şar dik okuň töwereginde periody T bolan towlanma-yrgyldyly hereket edýär. Eger sim daşky radiusy r bolan, simiňki ýaly uzynlykly we massaly, şol bir maddadan ýasalan silindr görnüşli turba bilen çalşyrylsa, şaryň towlanma yrgyldysynyň periody nähili üýtgär?

6.13. Daşky basyş ýok bolanda: a) aýna turbasy; b) aýnadan ýasalan sferik görnüşli gap içinden näçe basyşa çydar? Olaryň radiuslary $r = 25mm$ we diwarlarynyň galyňlygy $\Delta r = 1mm$.

6.14. Ini a, beýikligi b bolan sterženiň bir ujy diwarda gaýymlanan, onuň diwardan çykyp duran böleginiň uzynlygy l, oňa P agramly ýük täsir edýär. Şonda sterženiň erkin ujy aşaklygyna λ aralyga süýşýär. Bu aralyga egilme deformasiýanyň ululygy (egilme strelasy) diýilýär. Egilme strelasynyň sterženiň maddasyna (E-Ýunguň moduly), uzynlygyna (l), inine (a), beýikligine (b), täsir edýän güýje baglylyk formulasyny tapyň we ony derňäň *(6.8.- nji b çyzgy)*.

6.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

6.1. Ýük-pürs ulgam üçin energiýanyň saklanma kanunyny ulanmaly. Ulgamyň başdaky we soňky doly energiýalaryny özara deňläp, gözlenýän ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $x = x_0 + \sqrt{x_0^2 + 2x_0 h} = 3{,}7sm$.

6.2. Daşky basyş bilen silindr gyzany üçin onda döreýän maýyşgak basyşy özara deňlemeli: Gaty jisimiň ýylylykdan giňelmegi üçin formulany we Gukuň kanunyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $P = E \cdot \alpha \cdot t^0C = 2{,}2 \cdot 10^3 atm = 2{,}2 \cdot 10^7 Pa$.

6.3. Sterženiň asylan nokadyndan x daşlykda ýerleşen dx uzynlykly böleginiň süýnmesi üçin Gukuň kanunyndan peýdalanmaly. Alnan differensial deňlemäni integrirläp, gözlenýän ululygy tapmaly.

Jogaby: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{2SE}$.

6.4. Okdan x daşlykda dx uzynlykly elemente täsir edýän, merkezden daşlaşýan güýji tapmaly. Alnan aňlatmany ekstremuma derňemeli, soňra aýlanýan gaty jisimiň kinetik energiýasy bilen baglanyşdyrmaly.

Jogaby: $P=\dfrac{\rho\omega^2\left(l^2-x^2\right)}{2}$ (1); $P_{iň\,uly}=\dfrac{\rho\omega^2\ell^2}{2}$; (2)

$W_{K\,iň\,uly}=\dfrac{1}{3}P_{iň\,uly}\cdot\vartheta=10^7 J$. (3)

6.5. Halkanyň tükeniksiz kiçi bir elementini almaly. Şoňa täsir edýän merkezden daşlaşýan güýç, simi keseligine süýndürýän güýçleriň deňtäsiredijisine deňdir. Şol deňlikden gözlenilýän jogap alnar.

Jogaby: $n=\dfrac{1}{2\pi R}\sqrt{\dfrac{P_{bç}}{\rho}}=23\dfrac{aýlaw}{s}$.

6.6. Deňagramlylyk ýagdaýda ýüküň agramy simleriň dartylma güýçleriniň geometrik jemine deňliginden dartylma güýji tapmaly. Soňra Gukuň kanunyny, ýönekeý geometrik hem-de trigonometrik gatnaşyklary peýdalanmaly we käbir ýakynlaşan hasaplamalary-da ulanmaly.

Jogaby: $\Delta x\approx\ell^3\sqrt{\dfrac{mg}{2\pi d^2E}}=2{,}5sm$.

6.7. Göwrümi massa we dykyzlygyň üsti bilen aňladyp, maýyşgak deformirlenen jisimiň potensial energiýasynyň formulasyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $W_p=\dfrac{\varepsilon^2E\cdot m}{2\rho}\approx 407J$.

6.8. Tutuş silindr görnüşli sim üçin towlanma we süýşme modullarynyň baglanyşyk formulasyny we towlanma deformasiýasy üçin Gukuň kanunyny peýdalanmaly.

Jogaby: $\dfrac{U_1}{U_2}=\dfrac{1}{6}$; (1) $\dfrac{U_1}{U_2}=16$. (2)

6.9. Turbanyň erkin ujuny φ burça towlaýan güýjüň momentini (Gukuň kanuny) we şonda edilen işi tapyp, maýyşgak deformirlenen jisimiň energiýasy bilen deňlemeli. Şol ýerden $f(N)$ tapylar.

Jogaby: turba üçin: $f=\dfrac{\pi N}{2\ell}\left(r_2^4-r_1^4\right)$, tutuş silindr görnüşli sim üçin: $f=\dfrac{\pi N}{2\ell}\cdot r^4$.

6.10. Silindriň üstünden x daşlykda dx uzynlykly elementiň deformasiýasy üçin Gukuň kanunyny ýazmaly we ε-y tapmaly. Soňra şol elementiň maýyşgak potensial energiýasyny ýazyp, bütin silindr boýunça integrirlemeli.

Jogaby: $W_{p1}=\dfrac{p^2\cdot h}{6ES}$, (1) $W_{p2}=7W_{p1}$. (2)

6.11. 6.10-njy meseläniň çözülişine meňzeşlikde işlenilýär.

Jogaby: $W_p=\dfrac{m^2a^2\ell}{6SE}$.

6.12. Fiziki maýatnigiň yrgyldy periodynyň formulasyny ulanmaly. Towlanma modulynyň ornuna 6.9-njy meseleden degişli aňlatmalary peýdalanyp, gerekli gatnaşyklar tapylýar.

Jogaby: $T'=T\sqrt{\dfrac{R^2-r^2}{R^2+r^2}}$.

6.13. Δl uzynlykly elemente içki basyşyň täsir edýän güýjüni we şol zerarly bu elementde döreýän süýndüriji mehaniki naprýaženiýe tapylýar. Ol gabyň berklik çägine degişli mehaniki naprýaženiýeden (tablisadan alynýar) kiçi bolmaly. Bu deňsizlikden gözlenilýän basyşy tapyp bolýar.

Jogaby: (a) $P_s=P_n\dfrac{\Delta r}{r}$; (b) $P_{sf}\approx 2P_n\dfrac{\Delta r}{r}$.

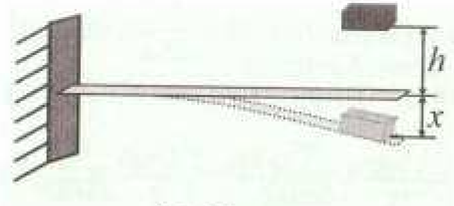
6.14. Bitarap gatlagy bellemeli. Ondan y daşlykda uly galyňlykly ýukajyk gatlagy almaly we oňa Gukuň kanunyny ulanmaly. Maýyşgak güýjüň momentini deformirleýji güýjüň momentine deňläp, soňra egilme strelasyny tapyp bolýar.

Jogaby: $\lambda=\dfrac{4PL^3}{Eab^3}$.

6.4. Çözüwler

6.1. Energiýanyň özgerme we saklanma kanuny esasynda ýük-pürs ulgamy üçin $W_1 = W_2$ deňligi ýazyp bolýar. Bu ýerde W_1 we W_2 – degişlilikde, ulgamyň başdaky we soňky doly energiýalary. $W_1 = W_{1K} + W_{1P}$ we $W_2 = W_{2K} + W_{2P}$. Birinji ýagdaýda duran pürsüň kinetik energiýasy nola deň bolýar. Onuň şu ýagdaýdaky potensial energiýasy-da nola deň diýeliň. Onda başlangyç doly energiýa ýüküň pürs iň uly x aralyga egilen derejesine görä $W_1 = W_{1P} = P(x+h)$ potensial energiýasyna deň bolar. P-ýüküň agramy. Urgudan soň $W_{2K} = 0$ we $W_{2P} = \frac{kx^2}{2}$ bolar, onda $W_2 = \frac{kx^2}{2}$, netijede $P(x+h) = \frac{kx^2}{2}$. Pürsüň gatylygyny (k) Gukuň kanunynyň şertinden taparys, ýagny $P = kx_0$, $k = \frac{P}{x_0}$ we $P(h+x) = \frac{Px^2}{2x_0}$,

$h + x = \frac{x^2}{2x_0}$ ýa-da $x^2 - 2x_0x - 2x_0h = 0$. Bu kwadrat deňlemäni çözüp $x_{1,2} = x_0 \pm \sqrt{x_0^2 + 2x_0h}$ çözüwleri alarys. San bahalaryny ýerine goýup, $x_1 = 3,7sm$ we $x_2 = -2,7sm$ jogaplary taparys. Emma $x_2 < 0$, bu pürsüň ýokarlygyna egrelýändigini aňladýar we hakykata ters gelýän jogap hökmünde ony kabul etmeýäris. Çözüwden görnüşi ýaly, örän kiçi ýük hem kiçi beýiklikden pürsüň üstüne gaçanda egilme uly bolýar. Bu bolsa pürslere ýüküň urgusynyň howpludygyny görkezýär.



6.1-nji çyzgy

6.2. Polat silindriň uzynlygy üýtgemez ýaly daşardan edilýän basyş, gyzany sebäpli silindrde döreýän maýyşgak mehaniki napryaženiýä deň bolmaly. Silindriň başlangyç uzynlygy l_0 bolsun. Onda ol t^0C çenli gyzdyrylanda onuň uzynlygy $l = l_0(1 + \alpha t^0 C)$ bolar. Onda

$l - l_0 = l_0 \alpha t_0$ we $\frac{l - l_0}{l_0} = \varepsilon = \alpha t_0$.

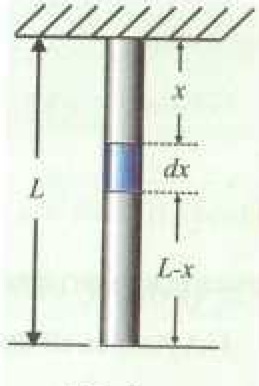
Gukuň kanuny esasynda birtaraplaýyn süýnme deformasiýasynda

$\varepsilon = \frac{P}{E}$, onda $\alpha t_0 = \frac{P}{E}$,

bu ýerden $P = E\alpha t_0$ bolar. San bahalaryny ýerine goýup taparys:

$P = 2 \cdot 10^{11} \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 100Pa = 22 \cdot 10^7\ Pa = 2,2 \cdot 10^3 atm$.

6.3. Sterženiň asylan ujundan x daşlykda onuň dx uzynlykly bölegine garalyň *(6.2-nji çyzgy)*. Bu bölegi sterženiň (L-x) uzynlykly aşaky böleginiň (F) agramy dartýar. Onda $F = \frac{P}{L}(L-x) = \frac{mg}{L}(L-x)$. Gukuň kanuny boýunça $\Delta l = \frac{F}{SE} l$. dx element

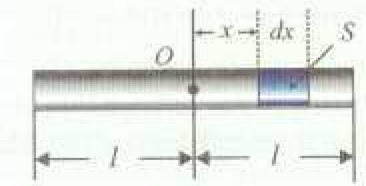


6.2-nji çyzgy

üçin bu kanun şeýle ýazylýar: $dl = \frac{F}{SE}dx$ ýa-da $dl = \frac{P}{SEL}(L-x)dx$. Bu deňlemäni 0-dan L-e çenli integrirläp alarys:

$$\Delta l = \frac{P}{SEL}\int_0^L (L-x)dx = \frac{P}{SEL}\left(Lx - \frac{x^2}{2}\right)_0^L = \frac{P}{2SEL}L^2 = \frac{PL}{2SE}$$ ýa-da

$\frac{\Delta l}{L} = \frac{P}{2SE}$. P-sterženiň agramy, E-onuň maddasy üçin Ýunguň moduly.



6.3-nji çyzgy

6.4. 6.3-nji çyzgyda okdan x daşlykda dx uzynlykly elemente garalyň. Bu elemente täsir edýän merkezden daşlaşýan güýç $dF = dm\omega^2 x = \rho S\omega^2 x dx$. Bu ýerden

1) $$\frac{d\frac{F}{S}}{dx} = \rho\omega^2 x$$ ýa-da

$\frac{dP}{dx} = -\rho\omega^2 x$. 2) Soňky deňlemeden $dP = -\rho\omega^2 x dx$. Bu deňlemäni integrirläliň: $\int_0^P dP = -\int_l^x \rho\omega^2 x dx$, $P = \frac{\rho\omega^2(l^2 - x^2)}{2}$.

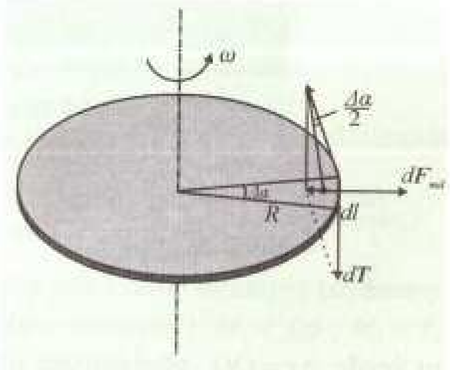
3) P-den x-e görä birinji derejeli önüm alyp, ony nola deňläliň: $\frac{dP}{dx} = -\frac{\rho\omega^2}{2}2x = 0$, $x = 0$. Diýmek, $x = 0$-da (sterženiň merkezinde) napryaženiýe iň uly bolar we $P_{iň\,uly} = \frac{\rho\omega^2 l^2}{2}$.

4) Aýlanýan sterženiň kinetik energiýasy

$W_K = \frac{I_0\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{3}ml^2\omega^2}{2} = \frac{ml^2\omega^2}{6}$. Sterženiň maddasynyň berlen iň uly berkliginde $P_{iň\,uly} = \frac{\rho\omega^2 l^2}{2} = \frac{\rho V\omega^2 l^2}{2V} = \frac{m\omega^2 l^2}{2V}$. Bu ýerden $m\omega^2 l^2 = 2VP_{iň\,uly}$ onda $W_{K_{iň\,uly}} = \frac{2VP_{iň\,uly}}{6}$, $W_{K_{iň\,uly}} = \frac{1}{3}P_{iň\,uly}V$.

5) San bahalaryny goýup hasaplasak $W_{K_{iň\,uly}} = 10^7 J$ bolar. Bu aňlatmalardan görnüşi ýaly, dogrudan-da steržene berip boljak (onuň berklik çäginde) iň uly kinetik energiýa onuň massasyna däl-de, göwrümine (V) bagly ekeni.

6.5. Halka aýlananda onuň her bir elementine merkezden daşlaşýan güýç täsir edýär. Şol güýç halkanyň simini dartdyryp ony berbat etjek bolýar. Halkanyň $dm = \rho Sdl$ massaly elementine täsir edýän merkezden daşlaşýan güýç $dF_{md} = dm\omega^2 R = \rho Sdl\omega^2 R$.



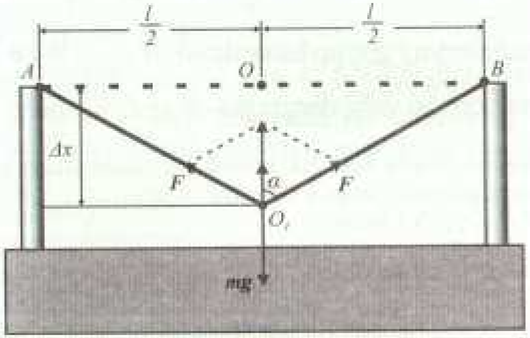
6.4-nji çyzgy

Çyzgydan görnüşi ýaly, $2\frac{\Delta\alpha}{2}dT = dF_d = \rho\omega^2 SRdl$. Bu ýerden $dl = R\Delta\alpha$, berklik çägi üçin $\frac{T}{S} = P_{bç}$ we aýlaw ýygylygy üçin $\omega = 2\pi n$ aňlatmalary göz öňünde tutup, alarys:

$$T = \int dT = \frac{\rho Sdl 4\pi^2 n^2 R}{\Delta\alpha} = \rho S 4\pi^2 R^2 n^2 \cdot \frac{T}{S} = \rho 4\pi^2 R^2 n^2 = P_{bç}.$$

Bu ýerden $n=\frac{1}{2\pi R}\sqrt{\frac{P_{bc}}{\rho}}$. San bahalaryny goýup alarys: $n=23\frac{a\acute{y}law}{sek}$.

6.6. 6.5-nji çyzgydan görnüşi ýaly, $mg=2F\cos\alpha$ ýa-da $F=\frac{mg}{2\cos\alpha}$. $O_1B=\frac{l}{2}+\Delta l$, $\Delta l-OB$ simiň F güýjüň täsirinde absolýut deformasiýasy. Ony Gukuň kanunyndan taparys:



6.5-nji çyzgy

$$\frac{\Delta l}{\frac{l}{2}}=\frac{\frac{F}{S}}{E},\ \Delta l=\frac{mgl}{4SE\cos\alpha}.\ OBO_1 \text{ üçburçlukdan: } \cos\alpha=\frac{\Delta x}{\frac{l}{2}+\Delta l},$$

bu ýerde $\Delta x=OO_1$ -gözlenilýän ululyk. Onda $\Delta l=\frac{lmg\left(\frac{l}{2}+\Delta l\right)}{4SE\Delta x}$

bolar. Bu ýerden $\Delta l=\frac{mgl^2}{8\frac{\pi d^2}{4}E\Delta x-2mgl}=\frac{mgl^2}{2\pi d^2E\Delta x-2mgl}$. Başga tarapdan ΔOBO_1 -den $(O_1B)^2=(OO_1)^2+(OB)^2$

$$\left(\frac{l}{2}+\Delta l\right)^2=(\Delta x)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2 \text{ ýa-da } \left(\frac{l}{2}\right)^2+l\Delta l+\Delta l^2=(\Delta x)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2.$$

$\Delta l^2\to 0$ hasaba alyp, $l\Delta l\approx(\Delta x)^2$ ýa-da $\Delta\ell=\frac{(\Delta x)^2}{l}$ diýip ýazyp bolar. Onda

$$\frac{mgl^2}{2\pi d^2E\Delta x-2mgl}=\frac{(\Delta x)^2}{l},\ 2\pi d^2E(\Delta x)^3-2mgl(\Delta x)^2=mgl^3.$$

Soňky deňlikde birinji we ikinji düzüjileriň bahalaryny deňeşdireliň.

$$2\pi d^2E(\Delta x)^2=23{,}14\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{11}\cdot27\cdot10^{6}\left[m^2\frac{N}{m^2}m^3\right]=339\cdot10^{11}N\cdot m^3$$

$2mgl(\Delta x)^2=9\cdot10^{-3}N\cdot m^3$.

Hasaplamalarda polat üçin $E=2\cdot10^{11}Pa$, $d=10^{-3}m$, $\Delta x=3\cdot10^{-2}m$ berildi. Görnüşi ýaly soňky deňlikde ikinji düzüji $2mgl(\Delta x)^2<<2\pi d^2E(\Delta x)^3$. Şonuň üçin $2\pi d^2(\Delta x)^3=mgl^3$. Bu ýerden

$$\Delta x=l\sqrt[3]{\frac{mg}{2\pi d^2E}}=23\sqrt{\frac{0,25\cdot10}{2\cdot3,1410^{-6}2\cdot10^{11}}}\approx2,5sm.$$

6.7. Belli bolşy ýaly, bu energiýa $W_p=\frac{\varepsilon^2E}{2}V$ aňlatmadan hasaplanylýar. $V=\frac{m}{\rho}$, onda $W_p=\frac{\varepsilon^2Em}{2\rho}=\frac{10^{-6}.2\cdot10^{11}3,1}{2\cdot7800}J\approx40J$.

6.8. Towlanma deformasiýasy üçin Gukuň kanunyny peýdalanyp, iki sim üçin birinji ýagdaýda $(\varphi=hemi\c{s}elik)$ $M_1=f_1\varphi$; $M_2=f_2\varphi$ aňlatmalary ýazyp bolar. Bu ýerden $\frac{M_1}{M_2}=\frac{f_1}{f_2}$. r radiusly tutuş sim üçin $f=\frac{\pi N}{2l}r^4$, bu ýerde N-süýşme moduly, l we r degişlilikde simiň uzynlygy we radiusy (6.9-njy meselä seret). Onda $W_p=\frac{\varphi^2f}{2}$ formulany ulanyp, alarys: $W_{p1}=\frac{\varphi^2f_1}{2}$ we $W_{p2}=\frac{\varphi^2f_2}{2}$. Bu ýerden

$\frac{W_{p1}}{W_{p2}}=\frac{f_1}{f_2}$, emma $\frac{f_1}{f_2}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4$, diýmek, $\frac{W_{p1}}{W_{p2}}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4$. Şerte görä, $d_2=2d_1$ we $r_2=2r_1$. Onda $\frac{W_{p1}}{W_{p2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$.

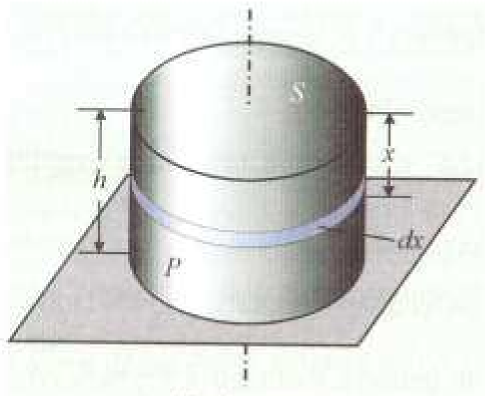
2) Ikinji ýagdaý üçin ($M=hemişelik$) $\varphi_1 f_1=\varphi_2 f_2$. $W_{p1}=\frac{\varphi_1^2 f_1}{2}$ we $W_{p2}=\frac{\varphi_2^2 f_2}{2}$ we $\frac{W_{p1}}{W_{p2}}=\frac{\varphi_1^2 f_1}{\varphi_2^2 f_2}$. Emma $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}=\frac{f_2}{f_1}$. Şonuň üçin

$$\frac{W_{p1}}{W_{p2}}=\frac{\frac{f_1}{f_2}}{\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2}=\frac{f_2}{f_1}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4=(2)^4=16.$$

6.9. Silindr görnüşli turba seredeliň. Onuň esasynyň meýdany $\Delta S=2\pi R\Delta r$. Onuň aşaky esasyny towlaýan güýjüň momenti $M=2\pi r\Delta r P_\tau r$, bu ýerde P_τ -galtaşma boýunça täsir edýän towlandyryjy mehaniki napryaženiýe. Silindr φ burça towlananda edilýän iş $A=\frac{M\varphi}{2}=\frac{M^2}{2f}$, $\left(M=f\varphi,\ \varphi=\frac{M}{f}\right)$. Soňky deňligi turbanyň $\Delta V=2\pi r\Delta r l$ göwrümine bölüp maýyşgak deformasiýanyň energiýasynyň göwrümleýin dykyzlygy üçin $\Delta W=\frac{\pi P_\tau^2 r^3\Delta r}{fl}$ aňlatmany alarys. Emma süýşme deformasiýada energiýanyň dykyzlygy $\Delta U=\frac{P_\tau^2}{2N}$. Towlanma deformasiýasyny birhilli däl süýşme deformasiýasy bilen çalşyryp bolýany üçin $\frac{P_\tau^2}{2N}=\frac{\pi P_\tau^2 r^3\Delta r}{fl}$ ýa-da $f=\frac{2\pi N r^3\Delta r}{l}$ aňlatmany alarys. Eger turbanyň diwary gutarnykly galyňlyga eýe bolsa onda soňky aňlatmany

$df=\frac{2\pi N r^3 dr}{l}$ görnüşde ýazyp bolýar. Ony r_1- den (silindriň esasynyň içki radiusy) r_2- ä (silindriň esasynyň daşky radiusy) çenli integrirlemeli. Şonda $f=\frac{\pi N}{2l}\left(r_2^4-r_1^4\right)$ aňlatmany alarys. Eger silindr tutuş bolsa, onda $r_1=0$, $r_2=r$ bolar we $f=\frac{\pi N}{2l}r^4$.

6.10. 1) 6.6-njy çyzgyda görkezilişi ýaly, silindriň üstünden x uzaklykda dx galyňlykly gatlagy alalyň. Bu gatlagy deformirleýän güýç x beýiklikli silindriň agramydyr. Onda Gukuň kanuny boýunça $\frac{dl}{dx}=\frac{\frac{m_{(x)}g}{S}}{E}$. dl, bu ýerde dx elementiň



6.6-njy çyzgy

uzalmasy. $m_{(x)}=\rho Sx$. Onda $dl=\frac{\rho Sgx}{ES}dx$. Bu ýerden $\frac{dl}{dx}=\varepsilon=\frac{\rho Sgx}{ES}$. Birtaraplaýyn gysylma deformasiýasynda energiýanyň dykyzlygy $\omega=\frac{\varepsilon^2 E}{2}=\frac{\rho^2 S^2 g^2 E x^2}{2E^2 S^2}$; $dV=Sdx$

göwrümdäki potensial energiýa $dW_p = \omega dV = \dfrac{\rho^2 S^2 g^2 Ex^2}{2E^2 S^2} Sdx$.

Muny x-e görä 0-dan h-a çenli integrirläliň. Onda

$$W_{P1} = \frac{(\rho Sg)^2}{2ES}\int_0^h x^2 dx = \frac{(\rho Shg)^2 h}{6ES} = \frac{P^2 h}{6ES}. \qquad (1)$$

2) Bu ýagdaýda-da edil 1-nji ýagdaýdaky ýaly pikir ýöretmeli, ýöne (1) integralyň çäkleri h-dan $2h$-a çenli bolar. Şonda

$$W_{P2} = \frac{(\rho Sg)^2}{2SE}\int_h^{2h} x^2 dx = \frac{(\rho Sg)^2}{2SE}\left[\frac{x^3}{3}\right]_h^{2h} = 8W_{P1} - W_{P1} = 7W_{P1},$$ ýagny energiýa 7 esse köpeler.

6.11. Edil 6.10-njy meseläniň çözülişi ýaly pikir ýöretmeli, ýöne P-agrama derek $\vec{F} = |-m\vec{a}|$ inersiýa güýjüni goýmaly. Şonda

$W_P = \dfrac{m^2 a^2 l}{6SE}$ jogap alnar.

6.12. Fiziki maýatnigiň towlanma yrgyldysynyň periody $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{f}}$ formuladan tapylýar. Şaryň inersiýa momentini hasaba almalyň (örän kiçi diýip hasaplalyň). Onda l uzynlykly tutuş silindr görnüşli simiň inersiýa momenti $I = \dfrac{1}{2}m_0 R_0^2$, R_0 - simiň radiusy, $f = \dfrac{\pi G}{2l}R_0^4$ (6.9-njy meselä seret). Onda simden asylan juda kiçijek şaryň towlanma yrgyldysynyň periody

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}m_0 R_0^2}{\frac{\pi G}{2l}R_0^4}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}m_0}{\frac{\pi G}{2l}R_0^2}}. \qquad (1)$$

Turba görnüşli silindrden asylan şol şarjagazyň towlanma yrgyldysynyň periody $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{I'}{f'}}$. Emma $I' = \dfrac{1}{2}m_0\left(R^2 - r^2\right)$ we $f' = \dfrac{\pi G}{2l}\left(R^4 - r^4\right)$. Sim bilen turbanyň massalarynyň deňlik şertinden: $m = m_0$, $\rho\pi R_0^2 l = \rho\pi\left(R^2 - r^2\right)l$ ýa-da $R_0^2 = R^2 - r^2$ deňlik gelip çykýar. Onda

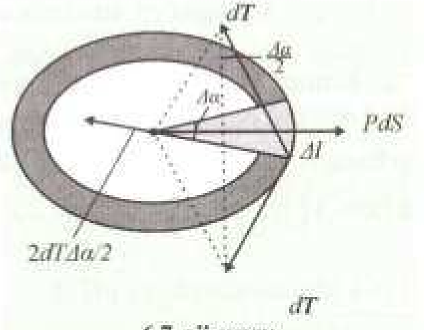
$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}m\left(R^2 - r^2\right)}{\frac{\pi G}{2l}\left(R^4 - r^4\right)}}. \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemelerden

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}m\left(R^2 - r^2\right)\frac{\pi G}{2l}R_0^2}{\frac{\pi G}{2l}\left(R^4 - r^4\right)\frac{1}{2}m_0}} = \sqrt{\frac{\left(R^2 - r^2\right)\left(R^2 - r^2\right)}{\left(R^2 + r^2\right)\left(R^2 - r^2\right)}} = \sqrt{\frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}}$$

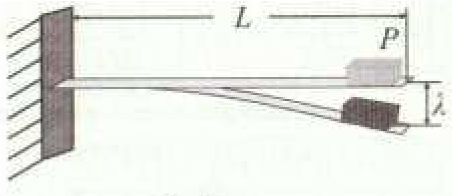
ýa-da $T' = T\sqrt{\dfrac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}}$.

6.13. Aýnanyň berklik çägine degişli mehaniki napryaženiýe $P_B = 0{,}05 \cdot 10^6\, Pa$. 1) Eger gap silindr görnüşde bolsa *(9.7-nji çyzgy)*, onda onuň $\Delta l = r\Delta\alpha$ elementine täsir edýän dartuw güýji çyzgydan görnüşi ýaly $2dT\dfrac{\Delta\alpha}{2} = dT\Delta\alpha$ bolar. Bu güýç gabyň içinden daşyna edilýän basyş güýjüdir. Ol güýç $PdS = P\Delta l\Delta h$. Deňagramlylykda bu güýçler özara deň bolmaly: $dT\Delta\alpha = P\Delta l\Delta h = Pr\Delta\alpha\Delta h$. Dartuw güýjüniň bahasy $dT = Pr\Delta h$ bolar. Onuň döredýän mehaniki napryaženiýesi $\dfrac{dT}{dS} = \dfrac{Pr\Delta h}{\Delta r\Delta h} = \dfrac{Pr}{\Delta r}$ aýnanyň döwülmezligi üçin $\dfrac{dT}{dS_0} \le P_B$ bolmaly. Bu ýerden $\dfrac{Pr}{\Delta r} = P_B$ ýa-da $P = P_B\dfrac{\Delta r}{r}$.



6.7-nji çyzgy

2) Gap sfera görnüşde bolanda, onuň dartuw güýji $4dT\frac{\Delta\alpha}{2}$ görnüşde bolar. Galan zatlary edil silindr gap üçin ýöredilen pikirler bilen meňzeşdir we $P=2P_B\frac{\Delta r}{r}$ bolar.



6.8-nji *a* çyzgy

6.14. Sterženiň erkin ujundan x daşlykda dx uzynlykly bölege garalyň *(6.8-nji b çyzgy)*. Sterženiň egilende onuň ýokary bölekleri süýnüp, aşaky bölekleri bolsa gysylýar. Aralykdaky "000" süýnmeýärem, gysylmaýaram. Oňa bitarap gatlak diýilýär. Bitarap gatlakdan *"dy"* galyňlykly gatlak alalyň. Onuň süýnmesi ABO we DCO üçburçluklaryň meňzeşliginden tapylar:

$$\frac{dl}{\sigma}=\frac{y}{b/2} \text{ ýa-da } dl=\frac{2\sigma y}{b}. \qquad (1)$$

Şeýle süýnmäni döretmek üçin $ds=a\cdot dy$ meýdanly gatlaga Gukuň kanuny boýunça

$$dF=\frac{Eds\cdot dl}{dx} \qquad (2)$$

güýç täsir etmeli. (1) we (2) deňlemelerden

$$dF=\frac{2Ea\cdot\sigma y}{dx\cdot b}dy. \qquad (3)$$

Bu güýjüň momenti (000 bitarap gatlakdan geçýän oka görä) $dM=y\cdot dF=\frac{2Ea\sigma}{dx\cdot b}\cdot y^2dy$. Alnan kesikde döräň maýyşgak

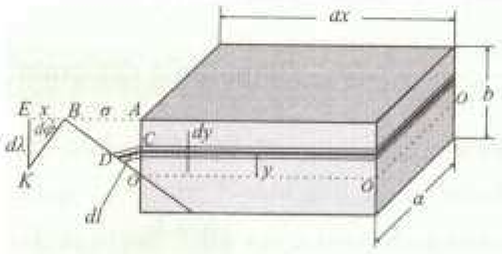
güýçleriň jeminiň momentini tapmak üçin soňky deňlemäni y-e görä $\left(-\frac{b}{2}\right)$-den $\left(+\frac{b}{2}\right)$-ä çenli çäklerde integrirläliň.

Şonda $M=\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}\frac{2Ea\sigma}{dx\cdot b}y^2dy=\frac{Ea\sigma b^2}{6dx}$ deňlemäni alarys.

Deňagramlylyk ýagdaýda maýyşgak güýçleriň momenti daşky P güýjüň momentine deň bolmalydyr. $M=\frac{Ea\sigma b^2}{6dx}=P\cdot x$. Egilmeden öňki ýagdaýda AC kesige AE, egilmeden soňky ýagdaýda BD kesige BK perpendikulýarlary geçireliň. Onda $\angle BOA=\angle EBK=d\varphi$.

Çyzgydan görnüşi ýaly, $d\varphi=\frac{\sigma}{b/2}=\frac{2\sigma}{b}=\frac{d\lambda}{x}$, onda

$$d\lambda=\frac{2\sigma x}{b}=\frac{12Px^2dx}{Ea\cdot b^2}. \qquad (4)$$



6.8-nji b çyzgy

Doly egilmäni tapmak üçin soňky deňlemäni x-e görä 0-dan L-e çenli çäklerde integrirläliň: $\lambda=\frac{4PL^3}{Eab^3}$. Eger-de sterženiň iki uju-da daýançda berkidilip, onuň ortasyna P ýük goýulsa, onda (4)-de P-niň ýerine $\frac{P}{2}$ goýup, 0-dan $\frac{L}{2}$ çäklerde integrirlesek, $\lambda=\frac{P\cdot L^3}{4Eab^3}$ aňlatmany alarys.

7. SUWUKLYKLARYŇ WE GAZLARYŇ MEHANIKASY

7.1. Usuly görkezmeler

Bu tema degişli meseleler çözülende hyýaly we hakyky suwuklyklar tapawutlandyrylýar. Suwuklyk (gaz) tutuş jisim hökmünde seredilýär. Suwuklygyň gysylyjylygy we şepbeşikligi hasaba alynmasa, oňa hyýaly suwuklyk diýip, onuň üçin aşakdaky getirilen aňlatmalar, deňlemeler, kanunlar ýerine ýetirilýär:

$S\vartheta = hemi\c{s}elik$ – akymyň birsyhlylyk şerti:

$P + \rho g h + \frac{\rho\vartheta^2}{2} = hemi\c{s}elik$ - Bernulliniň deňlemesi; $\vartheta = \sqrt{2gh}$ - Torriçelliniň formulasy; $P_A = P_B + \rho g(h_A - h_B)$ - Paskalyň kanuny;

$F_A = \rho_S g V_C$ - Arhimediň kanuny; $\begin{cases} h_1 = h_2 \\ \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \end{cases}$ - birhilli we birhilli däl suwuklyklar üçin gatnaşykly gaplaryň kanunlary.

Eger-de şepbeşiklik göz öňünde tutulsa, oňa hakyky suwuklyk diýilýär. Şeýle suwuklyklar üçin

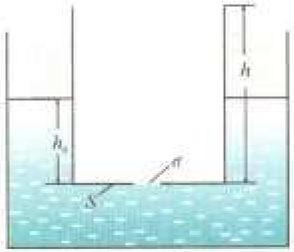
$F_S = \eta \frac{d\vartheta}{dr} S$ - Nýutonyň formulasy; $V = \frac{\Delta P \pi R^4 t}{8\eta l}$ - Puazeýliň formulasy; $F = 6\pi\eta r\vartheta$ - Stoksuň güýji; $R_{er} = \frac{\rho\vartheta l}{\eta}$ - Reýnoldsyň sany ýaly aňlatmalar ulanylýar.

Suwuklyklaryň deňagramlylyk ýagdaýyna degişli meselelerde umumy deňagramlylyk şertlerini ($\sum \overline{F_i} = 0$ we $\sum \overline{M_i} = 0$) peýdalanmaly. Şu şertlerden ugur alyp deňlemeler ýazylanda ýokarda getirilen aňlatmalary gerek ýerinde ulanmaly. Suwuklygyň kinematikasyna we dinamikasyna degişli meseleler çözülende, elbetde, material nokadyň, gaty jisimiň umumy hereket kanunlaryndan peýdalanmaly we suwuklyklara mahsus bolan ýokarda sanalyp geçilen aňlatmalar utgaşdyrylyp ulanylmalydyr.

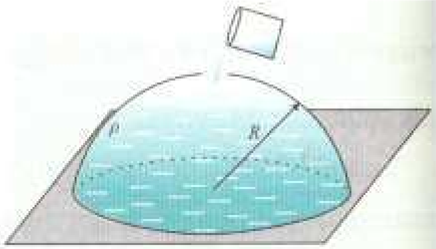
7.2. Meseleler

7.1. Beýikligi $h = 8sm$ we esasynyň meýdany $S = 12sm^2$ bolan silindr şekilli gaby suwda ýerleşdirýärler. Gabyň suwa giren böleginiň beýikligi $h_0 = 5sm$. Soňra gabyň düýbünde $\sigma = 1,2sm^2$ meýdanly deşik açylýar. Gap näçe wagtdan soň suwa çümer *(7.1-nji çyzgy)*?

7.2. Ýarymsfera görnüşli gazan sekiniň üstünde jebis düňderilip goýulan. Onuň depesindäki deşikden suw guýlup başlandy. *(7.2-nji çyzgy)*. Suwuň derejesi deşige ýetende gazan galdyrylýar we aşakdan suw dökülip başlaýar. Eger suwuň dykyzlygy ρ, gazanyň radiusy R bolsa, gazanyň massasyny tapmaly.



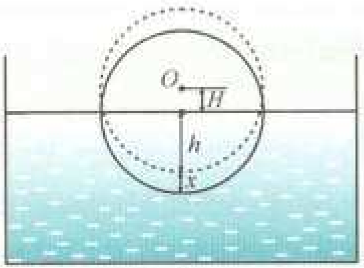
7.1-nji çyzgy



7.2-nji çyzgy

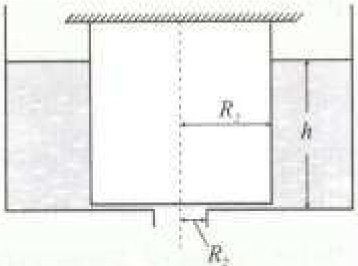
7.3. Belli amerikan fizigi Robert Wud guýyň düýbünde ω burç tizligi bilen aýlanýan gaba simap guýupdyr, simabyň erkin üstüni parabola şekilli aýna deregine ulanyp teleskop ýasapdyr. Simabyň erkin üstüniň paraboloid boljagyny subut ediň.

7.4. Sekiniň üstünde içi suwdan doldurylan beýikligi 50 sm bolan giň silindr gap ýerleşen. Gabyň diwarynda deşik edilen. Ondan çykýan suw iň uly uzaklyga gider ýaly, deşigi gabyň düýbünden näçe beýiklikde açmaly?



7.3-nji çyzgy

7.5. Radiusy $R = 10sm$ bolan top suwda ýüzýär. Onuň merkezi suwuň üstünden $H = 9sm$ ýokarda ýerleşýär. Topy diametral tekizligine çenli suwa çümdürmek üçin näçe iş etmeli *(7.3-nji çyzgy)*?

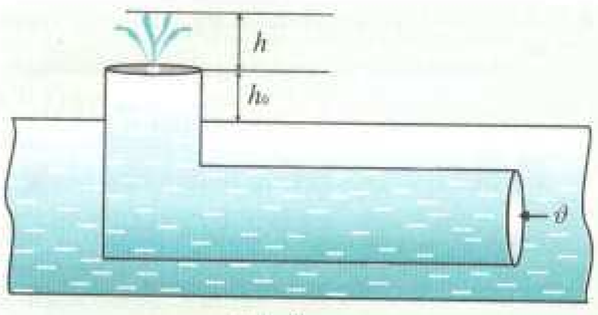


7.4-nji çyzgy

7.6. Içi hyýaly suwuklykly giň gabyň gorizontal düýbünde R_1 radiusly tegelek deşik bar. Onuň üstünde $R_2 > R_1$ radiusly tegelek ýapyk silindr berkidilen *(7.4-nji çyzgy)*. Suwuklygyň dykyzlygy ρ. Gabyň düýbi bilen silindriň

arasyndaky yş örän kiçi. Eger suwuklyk gatlagynyň beýikligi h bolsa yşdaky statiki basyşyň yşyň we silindriň okundan uzaklyga (r-e) baglylyk formulasyny tapmaly.

7.7. Epilen turbany, 7.5-nji çyzgyda görkezilişi ýaly, suw akymyna saldylar. Turba görä akymyň tizligi $\vartheta = 2{,}5\frac{m}{s}$. Turbanyň ýapyk ýokarky ujunda kiçijik deşijek edilen we ol $h_0 = 12sm$ beýiklikde ýerleşýär. Deşijekden çykýan suw çüwdürimi haýsy h beýiklige galar?



7.5-nji çyzgy

7.8. Gapyrgasynyň uzynlygy a we dykyzlygy ρ_1 bolan polat kubjagazy simapda (dykyzlygy ρ_2) ýüzýär. Kubjagazyň üstüne, ony sähel ýapar ýaly edip suw guýulýar. Suw gatlagynyň beýikligini tapmaly.

7.9. r radiusly turba R radiusly halka görnüş berildi. Turbanyň içinden ϑ tizlik bilen suw goýberildi. Turbanyň uzynlygyna (boýuna) dartylmasyny kesgitlemeli. $r \ll R$ we suwuklyk hyýaly diýip düşünmeli.

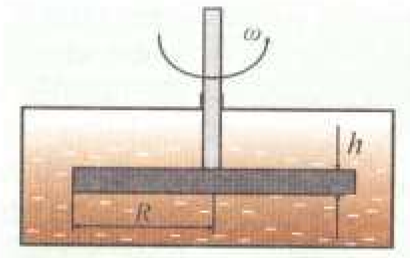
7.10. Şepbeşiklik koeffisiýenti η bolan suwuklykda radiusy r, durnuguşan hereketiniň tizligi ϑ bolan kiçijik şar görnüşli jisim hereket edende oňa täsir edýän garşylyk güýjüniň (Stoksuň güýjüniň) formulasyny getirip çykaryň.

7.11. Uzyn, silindr görnüşli gaba şepbeşik suwuklyk guýulan. R radiusly şarjagaz bu suwuklyga oklanýar. Eger şarjagazyň durnuguşan hereketiniň tizligi ϑ bolsa, suwuklygyň şepbeşiklik koeffisiýentini tapmaly.

7.12. Dykyzlygy $\rho_D = 0,92\,\frac{g}{sm^3}$ bolan ýag damjasy howada agyrlyk güýjüniň meýdanynda (howanyň dykyzlygy $\rho_H = 1,2\cdot 10^{-3}\,\frac{g}{sm^3}$; şepbeşikligi $\eta = 1,83\cdot 10^{-4}\,Puaz$) aşak gaçyp $\vartheta_1 = 0,086\,\frac{sm}{sek}$ tizlige eýe bolýar. Güýjenmesi $E = 300\,\frac{W}{sm}$, dik ugur boýunça ugrukdyrylan elektrik meýdany täsir edende bolsa damjanyň tizligi $\vartheta_2 = 0,081 sm/s$ boldy. Stoksuň kanunyndan peýdalanyp damjanyň zarýadyny kesgitlemeli.

7.13. Uzynlygy l, uçlaryndaky basyşlaryň tapawudy ΔP, radiusy R bolan inçe turbadan şepbeşiklik koeffisiýenti η bolan suwuklyk laminar akýar. Turbanyň okundan daşlyga görä akymyň tizliginiň paýlanmasyny tapmaly.

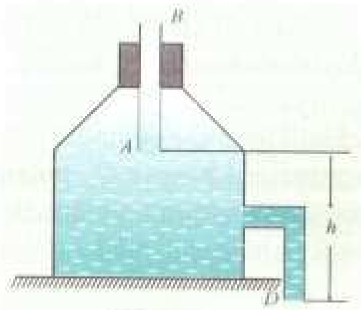
7.14. $R = 10\ sm$ radiusly inçe gorizontal disk şepbeşikligi $\eta = 0,08 Pu$ (Puaz) bolan ýag guýulan oýtakda ýerleşen *(7.6-njy çyzgy)*. Disk bilen oýtagyň kese uçlarynyň aralary deň we galyňlygy $h = 1,0 mm$, disk $\omega = 60\,\frac{rad}{s}$ burç tizligi bilen aýlananda şepbeşik güýçleriň kuwwatyny tapmaly. Gyra effektlerini hasaba almaly däl.



7.6-njy çyzgy

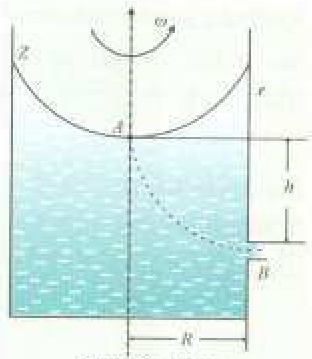
7.15. R_1 radiusly uzyn silindr öz okunyň boýuna hemişelik ϑ_0 tizlikli, özi bilen okdaş R_2 radiusly gozganmaýan silindriň içinde hereket edýär. Silindrleriň arasyndaky giňişlik şepbeşik suwuklyk bilen doldurylan. Eger akym laminar bolsa, suwuklygyň tizliginiň silindriň okundan r uzaklyga baglylygyny tapmaly.

7.16. Gapdan suwuklyk hemişelik tizlik bilen çykar ýaly, 7.7-nji çyzgyda görkezilen gurluş ulanylýar. Suwuklygyň çykyş tizligini tapmaly.



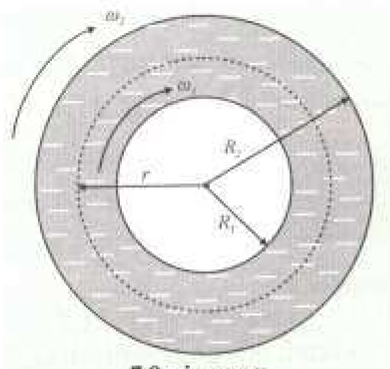
7.7-nji çyzgy

7.17. Torriçelliniň formulasyna laýyklykda içi suwuklykly, gozganmaýan gabyň gapdal üstünde edilen deşikden akyp çykýan suwuklygyň tizligi $\vartheta = \sqrt{2gh}$ aňlatmadan tapylýar. Eger silindr görnüşli gap öz geometrik okunyň töwereginde ω burç tizligi bilen aýlanýan bolsa, onda deşikden çykýan suwuklygyň tizligini tapmaly *(7.8-nji çyzgy)*.



7.8-nji çyzgy

7.18. Beýikligi l, radiusy R_1 we R_2 bolan iki okdaş silindr bir ugra degişlilikde ω_1 we ω_2 burç tizlikleri

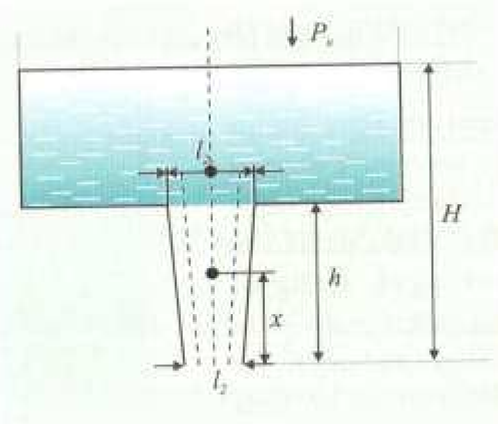


7.9-njy çyzgy

bilen aýlanýarlar. Olaryň arasy şepbeşikligi η bolan suwuklyk bilen doldurylan. $R_1 < R_2 << l$ hasaplap: 1) Suwuklygyň durnugyşan aýlanmasynyň burç tizligini 2) Içki silindre täsir edýän şepbeşik güýjüň momentini tapmaly. *(7.9-njy çyzgy).*

7.19. R_1 we R_2 radiusly okdaş iki silindriň arasy boýunça gysylmaýan suwuklygyň birsyhly akymynyň tizliginiň okdan daşlyga baglylygyny we ondan wagt birliginde akyp çykýan suwuklygyň göwrümini tapmaly. Silindriň uzynlygy l, suwuklygyň şepbeşikligi η, uçlaryndaky basyşlar P_1 we P_2.

7.20. Tekiz düýpli giň gaba hyýaly suwuklyk guýlan. Gabyň düýbünde insiz ýarçyk edilip, oňa biri-biri bilen örän kiçi burç emele getirýän iki sany tekizlik oturdylan *(7.10-njy çyzgy)*. Oturdylan tekizlikleriň aşak ujundaky aralygy l_1, ýokarky ujunda bolsa l_2. Eger atmosfrera basyşy P_a bolsa, oturtmada suwuklygyň basyşynyň paýlanmasyny kesgitlemeli. Oturtmanyň beýikligi h, oturtmanyň aşaky ujundan gapdaky suwuklyga çenli aralyk H.



7.10-njy çyzgy

7.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

7.1. Ilki gabyň ýüzme şertini ýazmaly. Soňra gap doly suwa çümen pursaty üçin onuň ýüzme şertini ýazyp, alnan iki deňlemeden gözlenilýän ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $t = \dfrac{(h - h_0)}{\sigma\sqrt{g(h + h_0)}} = 0,26s$.

7.2. Suw dökülip başlan pursatynda sekiniň üstüne edilýän basyş güýjüni tapmaly. Bu güýji iki nukdaýnazardan tapyp, özara deňlemeli.

Jogaby: $m = \dfrac{1}{3}\pi\rho R^3$.

7.3. Suwuklygyň üstünde bir elemente täsir edýän güýçleriň deňtäsiredijisini tapmaly. Ony elementiň ýerleşýän nokadynda suwuklygyň erkin üstüne geçirilen galtaşmanyň burç koeffisiýenti bilen baglanyşdyrmaly.

Jogaby: $y = \dfrac{\omega^2}{2g}x + C$.

7.4. Torriçelliniň formulasyny ulanyp, gorizontal zyňylan jisimiň hereketine garamaly. Deşikden çykýan suwuklygyň uçuş daşlygyny tapyp, ony iň uly baha derňemeli.

Jogaby: $H = 50sm; x = \dfrac{H}{2} = 25sm$.

7.5. Başda topuň ýüzme şertini ýazmaly. Soňra topy suwa x aralyga çümdürmeli, şonda döreýän garşylyk güýjüni tapmaly. Ondan soň tükeniksiz kiçi dx aralykda edilen işi we ony integrirläp doly işi tapmaly.

Jogaby: $A = 0,74J$.

7.6. Okdan R_1 we r daşlykda iki sany silindr halka alyp, şol halkalaryň kese-kesiginden suwuklygyň gysylyjylygynyň ýoklugynyň deňligini we Bernulliniň deňlemesini ýazyp, ony bilelikde çözmeli.

Jogaby: $P_r = P_a + \rho g h\left(1 - \dfrac{R_1^2}{r^2}\right)$.

7.7. Akym turbasynyň iki kesigi (deşigiň we turbanyň kesikleri) üçin Bernulliniň deňlemesini ulanyp, deşikden çykýan suwuň tizligini, soňra dik ýokary zyňylan jisimiň hereketinden bolsa gözlenilýän beýikligi tapmaly.

Jogaby: $h = \frac{\vartheta_0^2}{2g} - h_0$

7.8. Suwuklykda jisimiň ýüzme şertinden gözlenilýän ululyk tapylýar.

Jogaby: $x = a\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_0}$.

7.9. Turbanyň Δl bölegine garap, oňa täsir edýän merkezden daşlaşýan güýji tapmaly. Bu güýç Δl uzynlykly elementi boýuna süýndürýän güýçleriň deňtäsiredijisine deňdir. Bu deňligi düzüp, gözlenilýän ululyk tapylýar.

Jogaby: $F_D = \rho\pi r^2 \vartheta^2$.

7.10. Ölçegler usulyndan peýdalanmaly.

Jogaby: $F = 6\pi\eta r\vartheta$.

7.11. Şarjagaza täsir edýän güýçleri anyklamaly. Jisimiň hereket deňlemesini ýazyp, alnan deňlemeden gerekli ululygy kesgitlemeli.

Jogaby: $\eta = \frac{2(\rho_Ş - \rho_S)gr^2}{9\vartheta}$.

7.12. 7.11-nji meseledäki ýaly deňlemäni iki ýagdaý üçin ýazyp, olary bilelikde çözmeli.

Jogaby: $q = 1{,}6110^{-18}\,Kl$.

7.13. Okdan r daşlykda dr galyňlykly, l uzynlykly silindr görnüşli suwuklyk gatlagyny alyp, onuň deňagramlylyk şertini ýazmaly. Alnan differensial deňlemäni yzly-yzyna iki gezek integrirlemeli.

Jogaby: $\vartheta = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}(R^2 - r^2)$.

7.14. Diski r radiusly we dr galyňlykly halkalara bölüp, bir halka täsir edýän şepbeşiklik güýjüniň momentini tapmaly. Alnan deňlemäni integrirläp, tutuş diske täsir edýän şepbeşiklik güýjüniň momentini tapmaly. Soňra aýlanýan gaty jisimiň kuwwatynyň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $N = \frac{\pi\eta\omega^2 R^4}{h}$.

7.15. Durnugyşan hereketde jisime täsir edýän güýçler deňagramlaşýar. Şondan peýdalanyp, differensial deňleme düzmeli. Ony integrirläp, gerekli ululygy tapyp bolýar.

Jogaby: $\vartheta = \vartheta_0 \frac{\ln\frac{r}{R_2}}{\ln\frac{R_1}{R_2}}$.

7.16. Torriçelliniň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = \sqrt{2gh}$.

7.17. Suwuklygyň erkin üstüniň iň aşaky nokadyny we deşigiň merkezini birleşdirýän akym çyzygy üçin Bernulliniň deňlemesini ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = \sqrt{2gh + \omega^2 R^2}$.

7.18. Islendik $R_1 < r < R_2$ radiusly silindr görnüşli gatlak alyp, oňa täsir edýän şepbeşik güýjüniň momentini tapyp, ony nola deňlemeli.

Jogaby: $\omega = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}\frac{\omega_1 - \omega_2}{r^2} + \frac{R_2^2\omega_2 - \omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$; $\eta = \frac{f\varphi(R_2^2 - R_1^2)}{4\pi l R_1^2 R_2^2 \omega}$.

7.19. 7.13-nji mesele üçin ugrukdyrmany ulanmaly

$V = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left(R_1^2 - r^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 R_2^2 \omega}\right)$.

7.20. Suwuklygyň gysylyjygynyň ýoklugynyň deňligini we Bernulliniň deňlemesini peýdalanmaly.

Jogaby: $\left\{P_x = P_a - \rho g x + \rho g H\left[1 - \dfrac{h^2 l_1^2}{\left[hl_1 + x(l_2 - l_1)\right]^2}\right]\right\}$.

7.4. Çözüwler

7.1. Ilki başda gap suwda ýüzýär. Diýmek, onuň agramy (mg), Arhimediň güýjüne $(\rho_S g V_S)$ deň bolmaly. $mg = \rho_S V_S g$ bu ýerde V_S - gabyň suwa çümen böleginiň göwrümi. $\rho Shg = \rho_S Sh_0 g$ ýa-da

$$\rho h = \rho_0 h_0 \qquad (1),$$

ρ -gabyň maddasynyň dykyzlygy. Gabyň düýbünde σ -meýdanly deşik açylanda gabyň içine suw girip başlar. Torriçelliniň formulasy boýunça deşikden suwuň girmesiniň orta tizligi $\vartheta = \sqrt{2g\dfrac{h_0 + h}{2}} = \sqrt{g(h + h_0)}$. Onda t wagtyň dowamynda gaba girýän suwuň göwrümi $\Delta V_0 = \vartheta t\sigma$ bolar. Şu wagtyň dowamynda gap doly suwa çümýär diýsek, $\rho Shg + \vartheta t\sigma\rho_S g = \rho_S g Sh$ görnüşde, doly çümen, içi suwly gabyň ýüzme şertini alarys. Soňky deňlikden $t = \dfrac{S(\rho_S h - \rho_S h_0)}{\vartheta\sigma\rho_S} = \dfrac{S(h - h_0)}{\vartheta\sigma}$. Ýa-da $\vartheta = \sqrt{g(h + h_0)}$ aňlatmany göz öňünde tutup alarys: $t = \dfrac{S(h - h_0)}{\sigma\sqrt{g(h + h_0)}}$.

Jogaby: $t = 0,26s$.

7.2. Suw aşakdan dökülip başlanda sekiniň üstüne edilýän basyş $P = \rho g R$ we sekiniň üstüne täsir edýän basyş güýji $F = PS$. Onda

$$F = \rho g R \pi R^2 = \pi \rho g R^3. \qquad (1)$$

Başga tarapdan bu güýç gazanyň we onuň içindäki suwuň agramydyr. Ýagny

$$F = mg + \rho\frac{2}{3}\pi R^3 g. \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemelerden $mg + \dfrac{2}{3}\pi\rho R^3 g = \pi\rho R^3 \cdot g$. Bu ýerden gazanyň massasy $m = \dfrac{1}{3}\pi\rho R^3$.

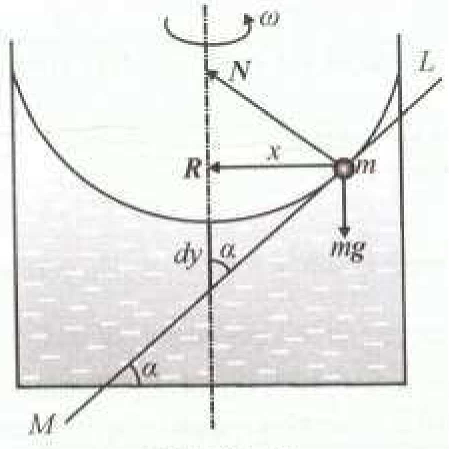
7.3. 7.11-nji çyzgyda simabyň üstünde aýlanma okdan x daşlykda ýerleşýän m massaly kiçijik elemente garalyň. Bu elemente agyrlyk güýji $(m\vec{g})$ we simabyň galan böleginiň basyş güýji $\vec{N}$ täsir edýär. $\vec{N}$ güýç simabyň erkin üstüne perpendikulýar ugrukdyrylandyr.

$\vec{N}$ we $m\vec{g}$ güýçleriň deňtäsiredijisi $\vec{R}$ aýlanma okuna tarap ugrukdyrylandyr. Garalýan element hemişelik burç tizligi bilen $(\omega)x$ radiusly tôwerek boýunça aýlanany üçin $\vec{R}$ güýç merkezden daşlaşýan $m\omega^2\vec{x}$ güýje ululygy boýunça deň bolmaly. Onda

$$tg\alpha = \frac{R}{mg} = \frac{m\omega^2 x}{mg} = \frac{\omega^2 x}{g}. \qquad (1)$$

Bu ýerde α - simabyň erkin üstüne m massaly elementiň ýerleşen ýerinde geçirilen galtaşmanyň (ML) gorizontal ugra ýapgytlyk burçudyr. Matematikadan belli bolşy ýaly, $tg\alpha = \dfrac{dy}{dx}$, onda $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\omega^2 x}{g}$.

Bu differensial deňlemäni $dy = \dfrac{\omega^2}{g}xdx$ görnüşde ýazyp, integrirläliň $\int dy = \dfrac{\omega^2}{g}\int xdx + C$. Bu ýerden $y = \dfrac{\omega^2}{2g}x^2 + C$. Alnan deňleme parabolanyň deňlemesidir.



7.11-nji çyzgy

7.4. Torriçellliniň formulasy boýunça suw $\vartheta_0 = \sqrt{2g(H-x)}$ tizlik bilen gorizontal ugur boýunça akyp çykýar *(7.12--nji çyzgy)*. Bu suwuklyk iki herekete gatnaşar: 1) gorizontal ugurda ϑ_0 tizlik bilen deňölçegli göni çyzykly; 2) aşaklygyna erkin gaçma. Suw O-dan B-e ýetýänçä gerek bolan wagt, ol O-dan A çenli erkin gaçandaky wagta deňdir. Onda $x = \frac{gt^2}{2}$

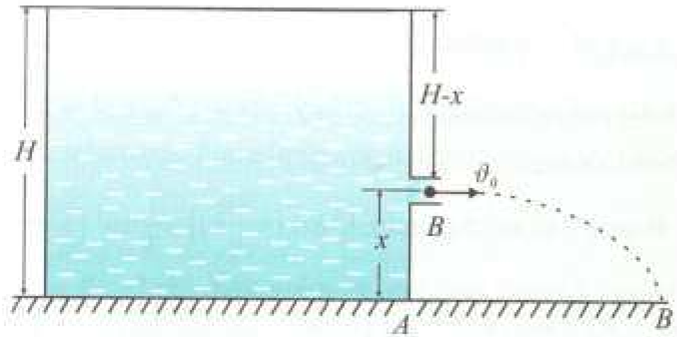
ýa-da $t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$. Bu wagtyň dowamynda suw

$AB = \vartheta_0 t = \sqrt{2g(H-x)}\sqrt{\frac{2x}{g}} = 2\sqrt{x(H-x)}$ ýoly geçer.

Bu ýol iň uly bolanda $\left[AB(x)\right]' = 0$ ýa-da

$\left[x(H-x)\right]' = \left[Hx - x^2\right]' = 0$, $H - 2x = 0$, $x = \frac{H}{2} = 25sm$.

Diýmek, deşikden çykýan suw çüwdürimi iň uly uzaklyga ýetmegi üçin deşik gabyň düýbünden $x = \frac{H}{2} = 25sm$ beýiklikde açylmaly. Şonda $AB_{iň\ uly} = 2\sqrt{\frac{H}{2}\left(H - \frac{H}{2}\right)} = 2\frac{H}{2} = H = 50sm$ bolar.



7.12-nji çyzgy

7.5. Meseläniň şertine görä, top ilki ýüzýär. Şonuň üçin onuň agramy *(mg)* moduly boýunça oňa täsir edýän Arhimed güýjüne $(\rho_0 V_0 g)$ deň bolmaly

$$mg = \rho_0 V_0 g. \qquad (1)$$

Bu ýerde V_0-topuň suwa çümen böleginiň (h-beýiklikli şar segmentiniň) göwrümi, ρ_0-suwuň dykyzlygy, m-topuň massasy. Çyzgydan görnüşi ýaly, $H + h = R$-topuň radiusy. Topy x aralyga suwa çümdürseň, Arhimed güýji topuň agramyndan uly bolar we netijeleýji güýç

$$F_x = F^1_{Arh} - mg \qquad (2)$$

bolar we dik ýokaryk ugrukdyrylar. Şu güýç hem topuň çümdürilmegine garşylyk görkezer we oňa garşy iş etmeli bolar:

$$F'_{Arh} = \rho_0 V_1 g. \qquad (3)$$

V_1– beýikligi $(h+x)$ bolan şar segmentiniň göwrümidir. (1), (2) we (3) deňlemelerden $F_x = \rho_0 V_1 g - \rho_0 V_0 g = \rho_0 g(V_1 - V_0) = \rho_0 V_x g$. V_x beýikligi x bolan şar gatlagynyň göwrümidir. Geometriýadan belli bolşy ýaly, beýikligi, y bolan şar segmentiniň göwrümi

$V_y = \frac{1}{3}\pi y^2(3R-y)$ aňlatmadan peýdalanyp tapylýar. Onda beýikligi x bolan şar gatlagynyň göwrümi beýiklikleri degişlilikde $(h+x)$-e we h bolan şar segmentleriniň göwrümleriniň tapawudyna deň bolar, ýagny $V_x = V_1 - V_0 = \frac{1}{3}\pi(h+x)^2(3R-(h+x)) - \frac{1}{3}\pi h^2(3R-h)$.

Onda $F_x = \rho_0 V_x g = \frac{\rho_0 g\pi}{3}\left(3R(h+x)^2 - (h+x)^2 - h^2(3R-h)\right)$.

Gözlenilýän iş

$$A = \int_0^H F_x dx = \frac{\rho_0 g\pi}{3}\left[3R\int_0^H (h+x)^2 dx - \int_0^H (x+h)^2 dx - \int_0^H h^2(3R-h)dx\right] =$$

$$= \frac{\rho_0 g\pi}{3}\left[(3R-1)\int_0^H (x^2+2xh+h^2)dx - h^2(3R-h)H\right] =$$

$$= \frac{\rho_0 g\pi}{3}\left[(3R-1)\left(\frac{H^3}{3}+hH^2+h^2H\right) - h^2(3R-h)H\right].$$

San bahalary: $\rho_0 = 10^3\frac{kg}{m^3}$; $g = 10\frac{m}{s^2}$; $\pi = 3{,}14$; $R = 0{,}1m$; $H = 0{,}09m$; $h = 0{,}01m$ ýerine goýup hasaplasak $A = 0{,}74J$ bolar.

7.6. Yşda R_1 we $R_2 > r > R_1$ radiusly, beýikligi yşyň beýikligine deň bolan iki sany silindr görnüşli kesik alalyň. Onda suwuklygyň hyýalydygyny nazarda tutup $V_r = V_{R_1}$ diýip ýazyp bileris. V_r we V_{R_1} degişlilikde r we R_1 radiusly kesiklerden Δt wagtda geçýän suwuklygyň göwrümi.

$\vartheta_r 2\pi r l\Delta t = \vartheta_{R_1} 2\pi R_1 l\Delta t$ ýa-da $\vartheta_r r = \vartheta_{R_1} R_1$ Torriçeliniň formulasy boýunça $\vartheta_{R_1} = \sqrt{2gh}$. Onda $\sqrt{2gh}R_1 = \vartheta_r r$ ýa-da $\vartheta_r = \frac{\sqrt{2gh}}{r}R_1$. Bu r radiusly silindrik halkadan suwuklygyň akyş tizligi. Bu kesik üçin Bernulliniň deňlemesini ýazalyň:

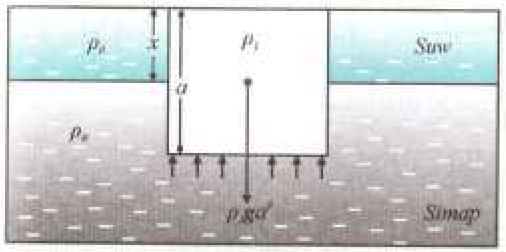
$P_r + \frac{\rho\vartheta_r^2}{2} = P_a + \frac{\rho\vartheta_{R_1}^2}{2}$ bu ýerden $P_r = P_a + \rho gh\left(1-\frac{R_1^2}{r^2}\right)$ aňlatmany alarys. $r = R_1$ bolsa, onda $P_{R_1} = P_a$ -atmosfera basyşy alynýar.

7.7. Turbanyň suwuň içindäki kesigine Bernulliniň deňlemesini ýazalyň $\frac{\rho\vartheta_0^2}{2} = \rho gh_0 + \frac{\rho\vartheta^2}{2}$. Bu ýerden deşijekden suwuň çykyş tizligi: $\vartheta_0^2 = \vartheta^2 - 2gh_0$. Dik ýokaryk zyňylan jisimiň hereketinde: $\vartheta_0^2 = 2gh = \vartheta^2 - 2gh_0$, bu ýerden $h = \frac{\vartheta^2}{2g} - h_0$.

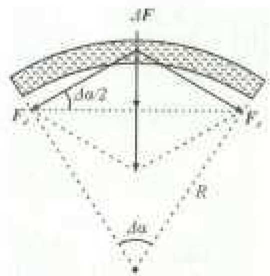
7.8. Goý, gözlenilýän beýiklik x bolsun. Onda simapda kubjagazyň aşaky derejesindäki basyş $P = \rho_0 gx + \rho_2 g(a-x)$. Dik ugurda kubjagaza agyrlyk güýji we simabyň aşakdan basyş güýji täsir edýär *(7.13-nji çyzgy)*.

Deňagramlylykda $\rho ga^3 = P_1 a^2$ ýa-da $\rho_1 ga = \rho_0 gx + \rho_2 g(a-x)$.

Bu ýerden $x = a\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2-\rho_0}$.



7.13-nji çyzgy



7.14-nji çyzgy

7.9. Turbanyň $R\Delta\alpha$ uzynlykly bölegine garalyň *(7.14-nji çyzgy)*. Deformirlenen turbanyň diwary ondan akýan suwuklyga $a = \frac{\vartheta^2}{R}$ tizlenme berýär. Nýutonyň 3-nji kanuny boýunça garalýan turbanyň bölegine $\Delta F = \rho\pi^2 R\Delta\alpha \frac{\vartheta^2}{R}$ güýç täsir eder. ΔF güýç halkanyň boýuna dartylma güýji bilen deňagramlaşýar: $\Delta F = 2F_d \sin\frac{\Delta\alpha}{2} \approx 2F_d \frac{\Delta\alpha}{2} = F_d\Delta\alpha$. Netijede $\rho\pi r^2 R\Delta\alpha \frac{\vartheta^2}{R} = F_d\Delta\alpha$ we $F_d = \rho\pi r^2\vartheta^2$.

7.10. Bu meseläni çözmek üçin ölçegler usulyny peýdalanyň. Elbetde, bu güýç suwuklygyň şepbeşiklik koeffisiýentine (η), jisimiň radiusyna (r), tizligine (ϑ) bagly bolmaly, emma olaryň haýsy derejesine baglydygy belli däl. Şonuň üçin

$$F \approx \eta^x r^y \vartheta^z \qquad (1)$$

diýip ýazyp bolar. Indi ululyklaryň MLT görnüşdäki ölçeglerini ýazalyň. F-iň ölçeg birligi $1N = 1kg\frac{m}{sek^2}$ ýa-da MLT-de $[F] = MLT^{-2}$ görnüşi alar. η-nyň ölçeg birligi 1 Puaz. Onuň ölçegi

$[\eta] = \frac{[F][dr]}{[d\vartheta][S]} = \frac{MLT^{-2}L}{LT^{-1}L^2} = ML^{-1}T^{-1}$ bolar. $[r] = L$; $[\vartheta] = LT^{-1}$.

Alnan ölçegleri (1) deňlemede ornuna goýup alarys:

$$MLT^{-2} \approx \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^x L^y \left(LT^{-1}\right)^z,$$

$$MLT^{-2} \approx M^x L^{-x+y+z} T^{-x-z}. \qquad (2)$$

(2) deňlemäniň çep we sag taraplaryndaky deň esasly köpeldijileriň derejelerini özara deňläp $\begin{cases} x = 1 \\ -x+y+z = 1 \\ -x-z = -2 \end{cases}$ üçnäbellili üç deňleme alarys. Olary bilelikde çözüp $x = 1$; $y = 1$; $z = 1$ bahalary alarys. Şeýlelikde $F \approx \eta r\vartheta$ bolar. Soňkyny deňlik görnüşinde $F = k\eta r\vartheta$ diýip ýazyp bolýar. Bu ýere k-proporsionallyk koeffisiýenti. Ony tejribeleden tapyp bolýar. Kiçijik şar şepbeşik suwuklykda hereket edende $k = 6\pi$. Şeýlelikde $F = 6\pi\eta r\vartheta$ (Stoksuň formulasy).

7.11. Şarjagaza üç güýç täsir edýär:

1) dik aşaklygyna ugrukdyrylan agyrlyk güýji: $F_a = m_s g = \rho_s \frac{4}{3}\pi r^3 g$;

2) dik ýokarlygyna ugrukdyrylan Arhimed güýji: $F_A = m_s g = \rho_s \frac{4}{3}\pi r^3 g$;

3) dik ýokarlygyna ugrukdyrylan Stoksuň güýji: $F_s = 6\pi\eta r\vartheta$.

Şarjagazyň hereket deňlemesi $ma = F_a - F_A - F_S$; Şarjagaz durnugşan ϑ tizlige eýe bolanda onuň tizlenmesi $a = 0$. Onda $6\pi\eta r\vartheta = \frac{4}{3}\pi r^3 g\left(\rho_S - \rho_s\right)$.

Bu ýerden $\eta = \frac{2g\left(\rho_S - \rho_s\right)r^2}{9\vartheta}$.

7.12. Birinji ýagdaý üçin damjanyň hereket deňlemesini ýazalyň:

$$g\frac{4}{3}\pi r^3\rho_D - \frac{4}{3}\pi r^3\rho_H g = 6\pi\eta r\vartheta_1. \qquad (1)$$

Elektrik meýdany täsir edende damjanyň hereket deňlemesi

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho_D g - \frac{4}{3}\pi r^3\rho_H g - qE = 6\pi\eta r\vartheta_2. \qquad (2)$$

(2) deňlemede elektrik güýji minus alamaty bilen alyndy, sebäbi meseläniň şertinden $\vartheta_2 < \vartheta_1$ diýmek, elektrik güýji hereketiň tersine ugrukdyrylandygyny aňladýar. (1) deňlemeden

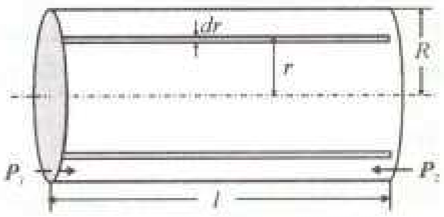
$$\frac{4}{3}\pi g r^2(\rho_D - \rho_H) = 6\pi\eta\vartheta_1, r^2 = \frac{9\pi\eta\vartheta_1}{2g(\rho_D - \rho_H)} \text{ ýa-da } r = \sqrt{\frac{9\pi\eta\vartheta_1}{2g(\rho_D - \rho_H)}}. \qquad (3)$$

(2) we (3) deňlemelerden $qE=\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_D-\rho_H)-6\pi\eta r\vartheta_2$.

Bu ýerden

$$q=\frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{9\eta\vartheta_1}{2g(\rho_D-\rho_H)}\right)^{\frac{3}{2}} g(\rho_D-\rho_H)-6\pi\eta r\vartheta_2\sqrt{\frac{9\eta\vartheta_1}{2g(\rho_D-\rho_H)}}}{E}$$

. San bahalaryny ornuna goýup hasaplasak, $q=1{,}61\cdot10^{-18}\ Kl$ bolar.



7.15-nji çyzgy

7.13. Suwuklykda r radiusly dr galyňlykly silindr gatlagyny alalyň *(7.15-nji çyzgy)*. Bu gatlaga içki tarapdan $F_i=\eta\frac{d\vartheta}{dr}S$ güýç täsir eder. $S=2\pi rl$, onda $F_i=2\pi rl\eta\frac{d\vartheta}{dr}$.

Alnan gatlaga daşky üst boýunça täsir edýän güýç $F_D=F_i+dF$ we F_i özara ters ugrukdyrylandyr: $-F_D+F_i=-dF$. Onda $-dF=-2\pi\eta ld\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)$. Laminar akymda bu güýç (P_1-P_2) basyşlaryň tapawudy sebäpli alnan gatlaga täsir edýän $dF=(P_1-P_2)2\pi rdr$ güýje deň bolmaly.

$-2\pi\eta ld\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)=2\pi r(P_1-P_2)dr$ ýa-da $d\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)=-\frac{P_1-P_2}{\eta l}rdr$.

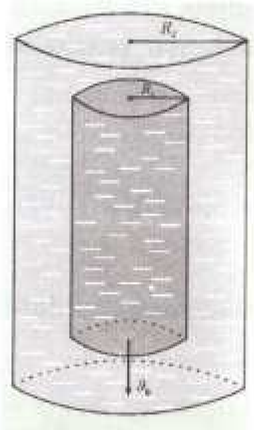
Soňky deňlemäni integrirläp alarys: $\int d\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)=\int\left(-\frac{P_1-P_2}{\eta l}\right)rdr+C$,

$r\frac{d\vartheta}{dr}=-\frac{P_1-P_2}{2\eta l}r^2+C$. Bu ýerden $\frac{d\vartheta}{dr}=-\frac{P_1-P_2}{2\eta l}r+\frac{C}{r}$. Şerte görä

$r=0$ (okda), $\vartheta=\vartheta_{iň\ uly}$ we $\frac{d\vartheta}{dr}=0$. Onda $C=0$ bolýar. Soňky deňlemeden $d\vartheta=-\frac{P_1-P_2}{2\eta l}rdr$. Soňky deňlemäni integrirlesek $\vartheta=\int-\frac{P_1-P_2}{2\eta l}rdr+C_1$ ýa-da $\vartheta=-\frac{P_1-P_2}{4\eta l}r^2+C_1$ bolar. Emma $r=R$ bolanda $\vartheta=0$ we $C_1=\frac{P_1-P_2}{4\eta l}R^2$. Bulary göz öňünde tutup, gözlenýän tizligi taparys: $\vartheta=\frac{P_1-P_2}{4\eta l}(R^2-r^2)$.

7.14. Diski köp sanly halkalara böleliň. Olardan r we $r+dr$ radiusly halkalaryň çäkleýän meýdanyna täsir edýän şepbeşiklik güýji $dF=2\eta\frac{d\vartheta}{dr}2\pi rdr$ bolar (bu ýerde 2 koeffisiýent şepbeşiklik güýjüniň diskiň aşaky we ýokarky üstlerinde-de bolany üçin goýulan).

$\frac{d\vartheta}{dr}=\frac{\omega r}{h}$ bolany üçin onuň momenti $dM=2\eta\frac{\omega r}{h}2\pi rdr\,r=\frac{4\pi\eta\omega}{h}r^3dr$ ýa-da $M=\frac{4\pi\eta\omega}{h}\int_0^R r^3dr=\frac{\pi\eta\omega R^4}{h}$.



7.16-njy çyzgy

Aýlanýan hereketde kuwwat $N=M\omega$. Onda $N=M\omega=\frac{\pi\eta\omega^2R^4}{h}$ alarys.

7.15. 7.16-njy çyzgyda görkezilişi ýaly, $\vartheta_0=hemişelik$ tizlik bilen içki silindr herekete gelende şepbeşiklik sebäpli suwuklyk hem herekete geler. Hereket durnugyşanda daşky güýçler şepbeşiklik güýje deň we $\Delta F=0$ bolar. Okdan r daşlykda l uzynlykly silindr alalyň, oňa täsir edýän şepbeşiklik güýji $F=\eta\frac{d\vartheta}{dr}2\pi rl$. Bu ýerden $dF=\eta 2\pi ld\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)=0$ $d\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)=0$ ýa-da $r\frac{d\vartheta}{dr}=A$, bu ýerde A-hemişelik san. Üýtgeýän r we ϑ ululyklary seljerip, $d\vartheta=\frac{A}{r}dr$ aňlatmany alarys. Soňky deňlemeden

$$\vartheta=A\ln r+B. \qquad (1)$$

Şerte görä $r=R_1$- de $\vartheta=\vartheta_0$ we $r=R_2$- de $\vartheta=0$, onda $\vartheta_0=A\ln R_1+B$, $0=A\ln R_2+B$.

Soňky iki deňlemäni bilelikde çözüp alarys:

$$A=\frac{\vartheta_0}{\ln\frac{R_1}{R_2}} \quad \text{we} \quad B=-\frac{\vartheta_0}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln R_2. \qquad (2)$$

(2) we (1) deňlemelerden $\vartheta=\frac{\vartheta_0}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln r-\frac{\vartheta_0}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln R_2$. Bu ýerden $\vartheta=\vartheta_0\frac{\ln\frac{r}{R^2}}{\ln\frac{R_1}{R_2}}$.

7.16. Çyzgydan görnüşi ýaly, A we B, D derejelerde basyş atmosfera basyşyna deň. Şonuň üçin A we D derejeleriň arasyndaky basyşyň tapawudy $P_A-P_D=\rho gh$ bolar. Bu ýagdaý tä gapdaky suwuklygyň derejesi A-dan ýokarda bolýança dowam eder. Şol wagt aralygynda D-den suwuklygyň çykyş tizligi üýtgemez we $\vartheta=\sqrt{2gh}$. Gapdaky suwuklygyň derejesi A derejä ýetenden soň ρgh kiçeler we suwuklygyň çykyş tizligi-de kiçeler.

7.17. Meseläni çözmek üçin silindr bilen baglanyşykly hasaplama ulgamyna geçeliň. Suwuklyga Koriolisiň we merkezden

daşlaşýan inersiýa güýçleri täsir edýär. Koriolisiň güýji iş etmeýär. Ol diňe akym çyzyklarynyň ugruny üýtgedýär. Şonda-da Bernulliniň deňlemesi kanagatlandyrylýar, ýöne akymyň doly energiýasyna ýene bir düzüji goşulýar. Şonda suwuklygyň massa birliginiň doly potensial energiýasy $W_P=gZ-\frac{1}{2}\omega^2r^2$. Bu ýagdaýda Bernulliniň deňlemesi şeýle ýazylýar: $\frac{\vartheta^2}{2}+gZ-\frac{1}{2}\omega^2r^2+\frac{P}{\rho}=B=hemi\c{s}elik$, bu ýerde ϑ-aýlanýan hasaplama ulgamyna görä suwuklygyň tizligi. Bu deňlemäni AB akym çyzygy üçin ýazalyň. Koordinatalar başlangyjyny A nokatda ýerleşdirsek, onda

$Z_A=r_A=0_1$, $\vartheta_A=0$, $P_A=P_B=P_0$, $\vartheta_B=\vartheta$, $Z_B=-h$, $r_B=R$ bolar, we $\frac{P_0}{\rho}=\frac{\vartheta^2}{2}-gh-\frac{1}{2}\omega^2R^2+\frac{P_0}{\rho}$ deňligi alarys. Bu ýerden $\frac{\vartheta^2}{2}=gh+\frac{1}{2}\omega^2R^2$; $\vartheta=\sqrt{2gh+\omega^2R^2}$. Soňky formulada h - B nokada görä A nokadyň beýikligi, R - silindriň radiusy.

7.18. 1) Suwuklykda islendik r radiusly silindr görnüşli üst alalyň. Bu üste täsir edýän şepbeşiklik güýjüniň momenti

$$M=\eta\frac{d\vartheta}{dr}Sr=2\pi rl\eta\frac{d(\omega r)}{dr}r=2\pi r^3\eta l\frac{d\omega}{dr}. \qquad (1)$$

Suwuklygyň durnugyşan aýlanmasynda bu moment r-e bagly däldir. Şeýle bolanda $M=0$ bolmaly. Diýmek, $r^3\frac{d\omega}{dr}=hemi\c{s}elik$, bu bolsa impulsyň momentiniň saklanmasydyr. Goý, ýönekeýlik üçin, $hemi\c{s}elik=-2A$ bolsun. Onda $d\omega=-2A\frac{dr}{r^3}$. Bu deňlemäni integrirläp alarys:

$$\omega = -2A\frac{1}{(-2)r^2} + C \text{ ýa-da } \omega = \frac{A}{r^2} + C. \qquad (2)$$

A-ny we C-ni tapmak üçin gyraky şertleri peýdalanalyň, ýagny $r = R_1$ bolanda $\omega = \omega_1$, $r = R_2$ bolanda $\omega = \omega_2$.

Onda $\omega_1 = \frac{A}{R_1^2} + C$ we $\omega_2 = \frac{A}{R_2^2} + C$.

Bu iki deňlemäni bilelikde çözüp, $A = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_1^2}(\omega_1 - \omega_2)$ we $C = \frac{R_2^2\omega_2 - R_1^2\omega_1}{R_2^2 - R_1^2}$ bahalary alarys. Bulary (2) deňlemede goýup gutarnykly görnüşde suwuklygyň durnugşan aýlanmasynyň burç tizligini taparys, ýagny

$$\omega = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_1^2}\frac{\omega_1 - \omega_2}{r^2} + \frac{R_2^2\omega_2 - R_1^2\omega_1}{R_2^2 - R_1^2} \qquad (3)$$

2) Içki silindre täsir edýän şepbeşik güýçleriň momentini (1) deňlemeden taparys:

$$M = 2\pi\eta l(-2A) = 4\pi\eta l\frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}(\omega_2 - \omega_1). \qquad (4)$$

Hususy halda, ýagny içki silindr aýlanmaýar, $\omega_1 = 0$ hem-de inçe sapakdan asylgy daşky silindr $\omega_2 = \omega$ tizlik bilen aýlanýar diýsek, onda M-momentiň täsirinde sapak φ burça towlanar we $M = f\varphi$, bu ýerde f - sapagyň maddasynyň towlanma moduly (degişli tablisadan tapyp bolýar), φ - tejribeden tapylýar. Bulary göz öňünde tutup, (4) aňlatmadan suwuklygyň şepbeşiklik koeffisiýentini tejribede kesgitlemek üçin $\eta = \frac{f\varphi(R_2^2 - R_1^2)}{4\pi l R_1^2 R_2^2\omega}$ aňlatmany alarys.

7.19. Suwuklykda r we $r + dr$ radiusly halka görnüşli silindrik gatlaga garalyň. Akymyň boýuna oňa täsir edýän şepbeşikllik güýji

$$2\pi\eta l\left[\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)_{r+dr} - \left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)_r\right] = 2\pi\eta\ell\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)dr.$$

Şol çyzyk boýunça basyşlaryň tapawudyny döredýän $(P_1 - P_2)2\pi r dr$ güýç hem täsir edýär. Birsyhly akymda bu güýçleriň jemi nola deň bolmaly, ýagny

$$2\pi\eta l\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right)dr = -(P_1 - P_2)2\pi r dr, \quad \frac{d}{dr}\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{P_1 - P_2}{\eta l}r,$$

$$d\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{P_1 - P_2}{\eta l}rdr.$$

Muny integrirlesek,

$r\frac{d\vartheta}{dr} = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l}r^2 + C_1$. Bu ýerden $d\vartheta = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l}rdr + \frac{C_1}{r}dr$.

Ýene bir gezek integrirlesek

$$\vartheta = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}r^2 + C_1\ln r + C_2 \qquad (1)$$

C_1 we C_2-ni gyraky şertlerden taparys: $r = R_1$-de $\vartheta = 0$ we $r = R_2$-de $\vartheta = 0$, onda

$$\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}R_1^2 = C_1\ln R_1 + C_2, \qquad (2)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}R_2^2 = C_1\ln R_2 + C_2. \qquad (3)$$

Bu iki deňlemäni bilelikde çözüp C_1 we C_2-ni taparys. (3) deňlemeden (2)-njini aýyrsak $\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}(R_2^2 - R_1^2) = C_1\ln\frac{R_2}{R_1}$ bolar. Bu ýerden

$$C_1 = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}. \qquad (4)$$

(1) we (4) deňlemelerden, $\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}R_1^2 = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln R_1 + C_2$

we

$$C_2 = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left[R_1^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln R_1\right].$$

C_1-iň we C_2-niň bahalaryny (1) deňlemede goýup alarys:

$$\vartheta = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}r^2 + \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln r + \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left[R_1^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln R_1\right]$$

ýa-da $\vartheta = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left[R_1^2 - r^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln\frac{r}{R_1}\right]$. (5)

Wagt birliginde akyp çykýan suwuklygyň göwrümi $\frac{dV}{dt} = \vartheta 2\pi r dr \Rightarrow dV = \vartheta 2\pi r dr dt$. Bu ýerde (5)-den ϑ-iň bahasyny goýup alarys. $dV = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left[R_1^2 - r^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln\frac{r}{R_1}\right]2\pi r dr dt$. Bu deňlemäniň çep tarapyny 0-dan V-e, sag tarapyny 0-dan t-e we r-e görä R_1-den R_2-ä çenli çäklerde integrirläp (ony okyjylaryň özlerine özbaşdak ýerine ýetirmegi hödürleýäris) alarys:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{8\eta l}\left[R_2^4 - R_1^4 - \frac{\left(R_2^2 - R_1^2\right)^2}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\right].$$

7.20. Oturtmanyň aşaky ujundan x derejede kesigiň radiusy $r_x = \frac{l_1}{2} + xtg\alpha$ bolar. $tg\alpha = \frac{l_2 - l_1}{2h}$. Şol kesikde suwuklygyň basyşy

$$P_x = P_a + \rho g(H - x) - \frac{\rho\vartheta_x^2}{2} \qquad (1)$$

bolmaly. Akymyň boýuna basyş peselmeli. Şonuň üçin (1) deňlemede $\frac{\rho\vartheta_x^2}{2}$ minus alamaty bilen alyndy. Bu kesik we oturtmanyň aşaky kesigi üçin $\vartheta_x S_x = \vartheta_1 S_1$ deňligi ýazyp bolar we $\vartheta_1 = \sqrt{2gH}$, $S_x = 2r_x L$, bu ýerde L-oturtmanyň uzynlygy, $S_1 = l_1 L$,

onda $\vartheta_x 2r_x L = \sqrt{2gH}l_1 L$ ýa-da $\vartheta_x = \frac{\sqrt{2gHl_1}}{2\left(\dfrac{l_1}{2} + xtg\alpha\right)}$. Bu ýerden

$$\frac{\rho\vartheta_x^2}{2} = \frac{\dfrac{\rho}{2}2gH\dfrac{l_1}{2}}{\left(\dfrac{l_1}{2} + x\dfrac{l_2 - l_1}{2h}\right)^2} = \frac{\rho gH}{\left(1 + x\dfrac{2(l_2 - l)_1}{2hl_1}\right)^2} = \frac{\rho gHh^2 l_1^2}{\left[hl_1 + x(l_2 - l_1)\right]^2}. \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemelerden $P_x = P_a - \rho gx + \rho gH\left[1 - \frac{h^2 l_1^2}{\left[hl_1 + x(l_2 - l_1)\right]^2}\right]$ aňlatmany alarys.

8. MEHANIKI YRGYLDYLAR WE TOLKUNLAR

8.1. Usuly görkezmeler

Garmoniki yrgyldynyň deňlemesi we onuň çözüwi:
$\ddot{x}+\omega_0^2 x=0$, $x=a\cos(\omega_0 t+\alpha)$, ω_0 - yrgyldynyň hususy aýlaw ýygylygy, - $\omega_0^2=\frac{k}{m}$, a - yrgyldynyň amplitudasy, x - deňagramlylyk ýagdaýdan süýşme.

Garmoniki yrgyldynyň periody:

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}. \qquad (1)$$

Matematiki maýatnigiň yrgyldysynyň periody

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (2)$$

Togtaýan yrgyldynyň deňlemesi we onuň çözüwi:

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2 x=0,\ x=a_0 e^{-\beta t}\cos(\omega_0 t+\alpha), \qquad (3)$$

bu ýerde $\beta=\frac{r}{2m}$ - togtama koeffisiýenti; $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ - togtaýan yrgyldynyň aýlaw ýygylygy, $\lambda=\beta T$ - togtamanyň logarifmik dekrementi we $Q=\frac{\pi}{\lambda}$ - hillilik.

Mejbury yrgyldynyň deňlemesi we onuň durnugyşan çözüwi:

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2 x=F_0\cos\omega t,\ x=a\cos(\omega t-\varphi), \qquad (4)$$

bu ýerde

$$a=\frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\beta^2\omega^2}},\quad tg\varphi=\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2},\quad f_0=\frac{F_0}{m}. \qquad (5)$$

Amplitudanyň rezonans bahasy

$$\omega_{rez}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2} \qquad (6)$$

bolanda alynýar.

Tekiz we sferik tolkunlaryň deňlemeleri:

$$\xi=a\cos(\omega t-kx),\ \xi=\left(\frac{a_0}{r}\right)\cos(\omega t-kr). \qquad 7)$$

Siňdiriji birhilli sredalar üçin bu formulalara, degişlilikde $e^{-\beta x}$ we $e^{-\beta r}$ köpeldijiler girýärler, β - tolkunyň togtama koeffisiýenti.

Tolkun deňlemesi:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{\vartheta^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} \qquad (8)$$

Maýyşgak sredalardaky boý tolkunlarynyň we gaty jisimlerdäki kese tolkunyň ($\vartheta_\parallel$), ($\vartheta_\perp$) faza tizlikleri:

$$\vartheta_\parallel=\sqrt{\frac{E}{\rho}},\quad \vartheta_\perp=\sqrt{\frac{N}{\rho}}, \qquad (11)$$

bu ýerde E-Ýunguň moduly, ρ - sredanyň dykyzlygy, N - süýşme moduly.

Kirşdäki kese tolkunyň $\vartheta_\perp$ - faza tizligi

$$\vartheta_\perp=\sqrt{\frac{T}{\rho_1}}, \qquad (12)$$

bu ýerde T - kirşiň dartylmasy, ρ_1 - onuň çyzykly dykyzlygy.

Sesiň gazdaky tizligi:

$$\vartheta=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \qquad (12)$$

bu ýerde R - uniwersal gaz hemişeligi $\left(R=8,31\frac{J}{mol\cdot K}\right)$,

T - absolýut temperatura, M - molýar massa, $\gamma=\frac{C_p}{C_V}$ hemişelik basyşdaky ýylylyk sygymynyň hemişelik göwrümdäki ýylylyk sygymyna bolan gatnaşygy.

Maýyşgak tolkunyň energiýasynyň göwrümleýin dykyzlygy:

$$W=\rho a^2\omega^2\sin^2(\omega t-kx),\ \langle W\rangle=\frac{1}{2}\rho a^2\omega^2. \qquad (13)$$

Ýaýraýan garmoniki tolkun üçin energiýa akymynyň dykyzlygy (Umowyň wektory):

$$\vec{j}=W\vec{\vartheta},\qquad \langle\vec{j}\rangle=\frac{1}{2}\rho a^2\omega^2\vec{\vartheta}. \qquad (14)$$

Umumy ýagdaýda bu tolkunlar üçin:

$$\vec{j}=-\sigma\vec{u}, \qquad (15)$$

bu ýerde σ - napryaženiýe $\left(\sigma=E\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)$, $\vec{u}$ - sredanyň bölejikleriniň tizligi.

Durujy garmoniki tolkunyň deňlemesi:

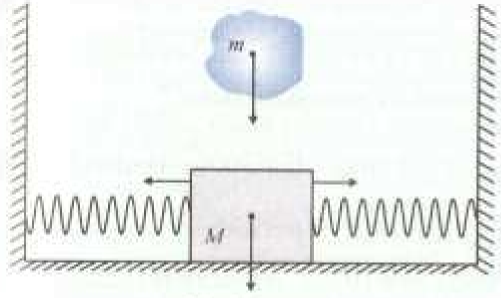
$$\xi=a\cos kx\cos\omega t. \qquad (16)$$

8.2. Meseleler

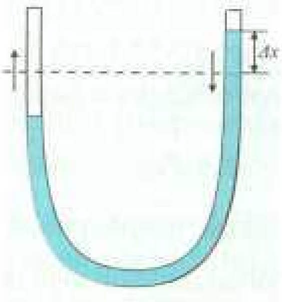
8.1. $M=1kg$ massaly brusok ýylmanak gorizontal tekizlikde garmoniki yrgyldylary ýerine ýetirýär *(8.1-nji çyzgy)*. Brusok deňagramlylyk ýagdaýyny geçýän pursatynda onuň üstüne dik aşaklaýyn $m=0,21kg$ massaly plastilin bölejigi gaçýar. Brusogyň yrgyldysynyň amplitudasy näçe esse üýtgär?

8.2. U - görnüşli turbajyga suwuklyk guýlupdyr. Turbajykdaky suwuklyk sütüniniň doly uzynlygy ℓ. Sürtülmäni hasaba almazdan,

turbajykdaky suwuklygyň kiçi yrgyldylarynyň ýygylygyny kesgitlemeli *(8.2-nji çyzgy)*.



8.1-nji çyzgy



8.2-nji çyzgy

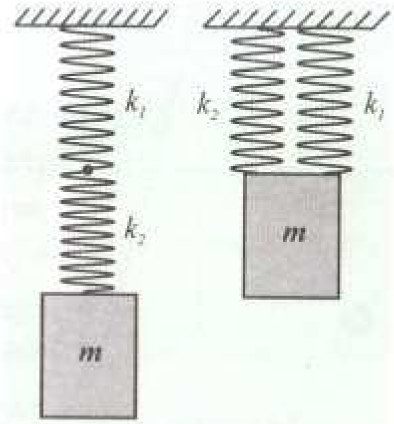
8.3. m massaly ýük: a) "yzygiderli"; b) "parallel" birikdirilen iki sany puržine birikdirilipdir *(8.3-nji çyzgy)*. Eger-de puržinleriň gatylyk koeffisiýentleri k_1 we k_2 bolsa, onda ýüküň yrgyldylarynyň ýygylygyny kesgitlemeli.

8.4. m massaly bölejigiň potensial energiýasy $U=-2D\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\frac{a^2}{x^2}\right)$ aňlatma bilen berlen. Bu ýerde $D>0$, $a>0$ bolan hemişelikler, x bolsa bölejigiň orny.

a) bu baglylygyň grafigini çyzmaly.

b) bölejik durnukly deňagramlyk ýagdaýyna degişli x_0 koordinatasyny kesgitlemeli.

ç) bölejigiň kiçi yrgyldylarynyň ω_0 ýygylygyny tapmaly.

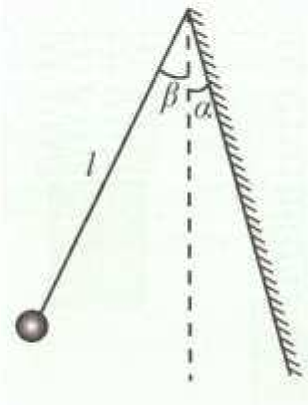


8.3-nji çyzgy

8.5. Şepbeşik gurşawda R radiusly şarjagaza $\vec{F}_v=-6\pi\eta R\vec{\vartheta}$ güýç täsir edýär, ϑ - şarjagazyň tizligi, η - sredanyň şepbeşikligi.

Gatylyk koeffisiýenti k bolan puržine berkidilen m massaly şarjagazyň şeýle sredada hereket deňlemesini ýazmaly. Hususy yrgyldylaryň ω_0 ýygylygyny, β togtama koeffisiýentini we togtaýan erkin yrgyldylaryň ω' ýygylygyny kesgitlemeli. Sredanyň haýsy şepbeşikliginde şarjagazyň hereketi aperiodik bolar?

8.6. Polýar molekulanyň güýjenmesi $E=300\dfrac{W}{sm}$ bolan birhilli elektrik meýdanyndaky yrgyldylarynyň periodyny kesgitlemeli. Polýar molekulanyň uçlarynda $m=10^{-24}g$ massaly iki sany material nokat ýerleşdirilen, uzynlygy bolsa $\ell=10^{-8}sm$ gaty çybyk hökmünde kabul etmeli. Material nokatlaryň zarýadlarynyň ululyklary özara deň $\left(q=1{,}6\cdot10^{-19}Kl\right)$, alamatlary bolsa garşylykly.



8.4-nji çyzgy

8.7. Dik ugurdan (wertikaldan) α burça gyşardylan diwarjykdan ℓ uzynlykly maýatnik asylypdyr *(8.4-nji çyzgy)*. Maýatnigi diwarjyga perpendikulýar tekizlikde dik ugurdan kiçi β burça gyşardyp goýberýärler. Eger-de $\alpha<\beta$ we şarjagazyň diwarjyga bolan urgusy absolýut maýyşgak bolsa, maýatnigiň yrgyldylarynyň periodyny tapmaly.

8.8. $\xi=a\cos\left(\omega t-\alpha x-\beta y-\gamma z\right)$ görnüşli tolkunyň $\vec{k}$ tolkun wektoryny we ϑ tizligini tapmaly.

8.9. Eger-de sferik tolkunlaryň nokatlanç çeşmesi göni çyzykda radius-wektorlary $\vec{r}_1$ we $\vec{r}_2$ bolan nokatlaryň arasynda ýerleşýän

bolsa, onda bu çeşmäniň ýagdaýyny (ornuny) häsiýetlendirýän radius-wektory tapmaly. Berlen nokatlarda sredanyň bölejikleriniň yrgyldylarynyň amplitudasy degişlilikde a_1 we a_2. Tolkunyň togtamasy hasaba alardan az, gurşaw birhilli.

8.10. Eger-de generatordan çykýan yrgyldylaryň ýygylygy $2\cdot10^2 Gs$ bolsa, onda polatda tolkun meýdanynyň $20sm$ aralykda bolan iki nokadynyň arasyndaky fazalar tapawudyny tapmaly.

8.11. Maýyşgak simiň (sterženiň) bir ujy $\xi=A\sin\omega t$ kanuna boýun egýän garmoniki yrgyldylaryň çeşmesi bilen, beýleki ujy bolsa diwara berkidilen. Simiň berkidilen ýerinde serpikmäniň has dykyz gurşawdan bolup geçýänligini hasaba alyp,

1) durujy tolkunyň $\xi(x,t)$ deňlemesini;

2) düwünleriň koordinatalaryny;

3) çugdumlaryň koordinatalaryny tapmaly.

8.12. Uzynlygy $\ell=20sm$ bolan sapakdan asylan $m=50g$ massaly ýük suwuklykda yrgyldyly hereket edýär. Garşylyk koeffisiýenti $r=0{,}02\dfrac{kg}{s}$. Ýüke $F=0{,}1\cos\omega t$ mejbur ediji güýç täsir edýär.

1) Mejbury yrgyldylaryň amplitudasynyň iň uly bahasyny üpjün edýän mejbur ediji güýjüň ýygylygyny;

2) rezonans amplitudasynyň bahasyny tapmaly.

8.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

8.1. Plastilin brusogyň üstüne gaçmanka we gaçandan soň seredilýän ulgam üçin energiýanyň we impulsyň saklanma kanunyndan peýdalanmaly. **Jogaby:** $\eta=0{,}9$.

8.2. Suwuklyk sütüniniň deňagramlylyk ýagdaýynda käbir kiçi $\Delta x << \ell$ gyşarmasynda ýüze çykýan gaýtaryjy güýji tapmaly. Ony $F_g = -k \cdot \Delta x$ güýje deňläp, berlen yrgyldyly ulgam üçin k "gatylyk" koeffisiýentini kesgitlemeli.

Jogaby: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2g}{\ell}}$.

8.3. a) puržinleriň yzygiderli birikmesinde umumy deformasiýasynyň

$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$,

Jogaby: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$.

b) parallel birikmede bolsa $\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2$ bolýandygyny hasaba almaly.

Jogaby: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$.

8.4. a) Durnukly deňagramlylyk ýagdaýy üçin $x = x_0$ koordinatanyň bahasy

$\left|\dfrac{dU}{dx}\right|_{x=0} = 0$ şertden tapylýar. Jogaby: $x_0 = a$.

b) Bölejigiň deňagramlylyk ýagdaýyndan kiçi $\Delta x << x_0$ süýşmesi üçin gaýtaryjy güýji tapmaly.

Jogaby: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2D}{ma^2}}$.

8.5. Şarjagazyň hereket deňlemesini ýazyp, ony (3) deňleme bilen deňeşdirmeli we 2β-nyň bahasyny kesgitlemeli. Togtama koeffisiýenti tapylandan soň, (4) formuladan peýdalanyp, togtaýan yrgyldylaryň ýygylygyny tapmaly.

Jogaby: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$; $2\beta = \dfrac{6\pi\eta R}{m}$; $\omega' = \sqrt{\omega_0^2\left(\dfrac{3\pi\eta R}{m}\right)^2}$; $\eta \geq \dfrac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$.

8.6. Zarýadlaryň hersine aýratynlykda seredip, bu ýerde elektrik güýçleriniň matematiki maýatnik üçin agyrlyk güýjüniň wezipesini

ýerine ýetirýändigini göz öňünde tutmaly. Zarýadlara edil uzynlygy $\ell/2$ bolan matematiki maýatnik hökmünde garap, yrgyldylaryň periodyny tapmaly.

Jogaby: $T \approx 2 \cdot 10^{-11} s$.

8.7. Garmoniki yrgyldylaryň deňlemesini gyşarma burçlarda $\varphi = \beta \cos \omega t$ görnüşde ýazmaly. $t = 0$ wagt pursatynda $\varphi = \beta$, ýagny maýatnik çepki çet ýagdaýda bolýar. Käbir t_1 wagtdan soň, maýatnigiň dik ugurdan gyşarma burçy α bolar. Gözlenilýän τ wagtyň $2t_1$-e deň boljaklygyndan peýdalanyp, maýatnigiň yrgyldylarynyň periodyny tapmaly.

Jogaby: $T = 2\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}\left(\pi - \arccos\dfrac{a}{\beta}\right)$.

8.8. Tolkunyň deňlemesinden onuň tekiz tolkundygy aýdyňdyr. Umumy ýagdaýda tekiz tokunyň deňlemesini ýazyp, ony meselede seredilýän tolkun bilen deňeşdirip $\vec{k}$ tolkun wektoryny tapyp bolýar. Tolkun wektorynyň üsti bilen $\vartheta = \dfrac{\omega}{k}$ formula arkaly tolkunyň tizligi tapylýar.

Jogaby: $k = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$; $\vartheta = \dfrac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}$.

8.9. $\xi = \left(\dfrac{a_0}{r}\right)\cos(\omega t - kr)$ sferiki tolkunda yrgyldylaryň amplitudasy çeşmeden hasaplanylýan r aralyga ters proporsionallykda kemelýär. Diýmek, eger-de S nokatda tolkunyň amplitudasy a_0 bolsa, onda radius wektory $\vec{r}_1$ bolan 1 nokada $a_1 = \dfrac{a_0}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}$ we $\vec{r}_2$ bolan 2 nokatda $a_2 = \dfrac{a_0}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|}$ bolar.

Jogaby: $\vec{r} = \dfrac{a_1\vec{r}_1 + a_2\vec{r}_2}{a_1 + a_2}$.

8.10. k tolkun wektoryny λ tolkun uzynlygy we ϑ tizlik arkaly aňladyp, $\Delta\varphi = k\cdot\Delta r$ aňlatmadan fazalar tapawudyny tapmaly.

Jogaby: $\Delta\varphi = 0,05rad$.

8.11. Düşýän we serpigen tolkunlaryň deňlemelerini ýazyp, olary goşmaly. Şunlukda tolkun has dykyz gurşawdan serpigende fazanyň π - e üýtgeýänligini hasaba almaly.

Jogaby: 1) $\xi = (x,t) = 2A\left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right|\cdot\cos\omega t$,

2) $x_d = \pm m\frac{\lambda}{2}$ $(m = 1,2,...)$; 3) $x = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ $(m = 1,2,...)$.

8.12. Sapakdan asylan ýüke matematiki maýatnik hökmünde garap, rezonans ýygylygy üçin formulada hususy ýygylygyň ornuna $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ goýmaly.

Jogaby: $\omega_{rez} = 7\frac{rad}{s}$; $A_{rez} = 0,714$.

8.4. Çözüwler

8.1. Plastilin brusogyň üstüne gaçmanka mehaniki energiýanyň saklanma kanunyndan alarys:

$$\frac{M\vartheta^2}{2} = \frac{kA_1^2}{2},$$

bu ýerde ϑ - deňagramlylyk ýagdaýyny geçýän pursatynda jisimiň tizligi; A_1 - yrgyldylaryň başlangyç amplitudasy. Impulsyň saklanma kanunyndan

$$M\vartheta = (M+m)u,$$

bu ýerde u - plastilinli brusogyň urgudan soňky tizligi.

Plastilinli brusogyň hereketi üçin energiýanyň saklanma kanunyny peýdalanyp alarys

$$\frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{kA_2^2}{2},$$

bu ýerde A_2 - plastilinli brusogyň yrgyldylarynyň amplitudasy. Ýokarda ýazylan formulalardan alarys:

$$\eta = \frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{M}{m+M}} = 0,9.$$

8.2. Goý, suwuklyk sütüni deňagramlylyk ýagdaýyndan käbir Δx *(8.2-nji çyzgy)* ululyga üýtgeýär diýeliň (yrgyldylary garmoniki hasap etmek üçin $\Delta x << \ell$ bolmalydyr).

Onda suratda görkezilen ýagdaý üçin turbajygyň sag böleginde döreýän artyk gidrostatik basyş $\Delta P_2 = \rho g(\Delta x + \Delta x) = 2\rho g\Delta x$. Ol basyş $\Delta F = \Delta PS = 2\rho g\Delta xS$ güýji döredýär. Bu güýç umumy ýagdaýda

$$\Delta F = k\Delta x$$

"gaýtaryjy" güýje deň bolmalydyr:

$$2\rho g\Delta xS = k\Delta x.$$

Bu ýerden $k = 2\rho gS$,

bu ýerde S-turbajygyň kese-kesiginiň meýdany.

Ýokarda tapylan basyş güýji

$$m = (\ell - 2\Delta x)\rho S$$

massaly suwuklyk sütünine täsir edýär. Eger-de Δx-iň kiçidigini hasaba alsak, soňky deňligi

$$m = (\ell - 2\Delta x)\rho S \approx \ell\rho S$$

görnüşde ýazyp bolýar.

Yrgyldylaryň hususy ýygylygy

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

formula boýunça tapylýar. Soňky formulada k, m üçin ýokarda tapylan bahalary goýup, alarys:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{2\rho gS}{\ell\rho S}}=\sqrt{\frac{2g}{\ell}}\,;\ \omega_0=\sqrt{\frac{2g}{\ell}}\,;$$

8.3. Ilki bilen a) ýagdaýa seredeliň. Yrgyldy wagtynda puržinleriň süýnmeleri degişlilikde Δx_1 we Δx_2 bolsun. Onda umumy süýnmäniň $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2$ boljakdygy düşnüklidir. Eger-de biz puržinleri gatylygy k bolan bir puržin bilen çalşyrsak, onda m massaly ýüküň hereketi üçin

$$k\Delta x=mg \text{ ýa-da } k(\Delta x_1+\Delta x_2)=mg.$$

Emma $\Delta x_1=\frac{mg}{k_1}$, $\Delta x_2=\frac{mg}{k_2}$ bolýandygyny hasaba alyp

$$k\left(\frac{mg}{k_1}+\frac{mg}{k_2}\right)=mg$$

deňligi ýazyp bolýar. Bu ýerden $k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$ we yrgyldylaryň ýygylygy

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}.$$

b) Bu ýagdaýda m ýüküň täsiri astynda puržinler şol bir $\Delta x_1=\Delta x_2=\Delta x$ ululyga süýnerler. Onda ýüküň hereket deňlemesi

$$mg=k_1\Delta x_1+k_2\Delta x_2=(k_1+k_2)\Delta x$$

görnüşde ýazylar. Diýmek, "Parallel" birikdirmede $k=k_1+k_2$.

Yrgyldynyň ýygylygy

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}.$$

8.4. a) Berlen baglylygyň çyzgysy 8.5-nji çyzgyda görkezilen. b) Durnukly deňagramlylyk ýagdaýyna jogap berýän $x=x_0$ bahasy $\left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=x_0}=0$ şertden tapylýar:

$$-2D\left[\left(-\frac{a}{x^2}\right)+\frac{a^2}{x^2}\right]_{x=x_0}=0$$

$$\left(\frac{a^2}{x^3}-\frac{a}{x^2}\right)_{x=x_0}=0$$

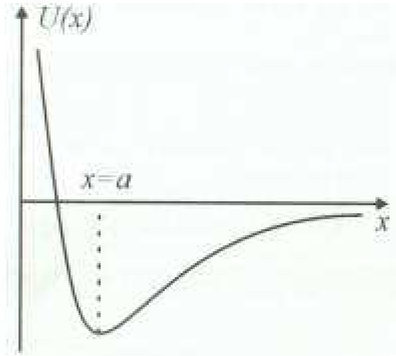
$\frac{a}{x^2}\left(\frac{a}{x}-1\right)_{x=x_0}=0$. Bu ýerden 1) $x_{01}=a$; 2) $\frac{a}{x_{02}^2}=0$, $x_{02}=\infty$.

Bölejigiň deňagramlylyk ýagdaýyndan kiçi süýşmesini Δx arkaly belgiläliň.

ç) Bölejige täsir edýän F güýji tapalyň. Kesgitlemä görä,

$$F=-\frac{dU(x)}{dx}, \quad \text{ýa-da}$$

$$F=\frac{2Da}{x^2}-\frac{2Da^2}{x^3}.$$



8.5.-nji çyzgy

Onda bölejige täsir edýän gaýtaryjy güýç

$$F=\frac{2Da}{(x_0+\Delta x)^2}-\frac{2Da^2}{(x_0+\Delta x)^3}$$

bolar.

Soňky aňlatmany Δx - iň kiçidigini hasaba alyp ýönekeýleşdiriň:

$$F=2Da\left[\frac{1}{(x_0+\Delta x)^2}\right]-2Da^2\left[\frac{1}{(x_0+\Delta x)^3}\right],$$

$$\frac{1}{(x_0+\Delta x)^2}\approx\frac{1}{x^2}\left(1-2\frac{\Delta x}{x_0}\right),$$

$$\frac{1}{(x_0+\Delta x)^3} \approx \frac{1}{x^3}\left(1-3\frac{\Delta x}{x_0}\right).$$ Onda alarys:

$$F = 2Da\frac{1}{x_0^2}\left(1-2\frac{\Delta x}{x_0}\right) - 2Da^2\frac{1}{x_0^2}\left(1-3\frac{\Delta x}{x_0}\right) =$$

$$=\frac{2D}{a}\left(1-2\frac{\Delta x}{a}\right)-\frac{2D}{a}\left(1-3\frac{\Delta x}{a}\right)=$$

$$=\frac{2D}{a}-\frac{4D}{a^2}\Delta x-\frac{2D}{a}+\frac{6D}{a^2}\Delta x=\frac{2D}{a^2}\Delta x.$$

Bu ýerden $k=\frac{2D}{a^2}$ bolýanlygy aýdyňdyr. Onda bölejigiň kiçi yrgyldylarynyň ýygylygy üçin alarys:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{2D}{ma^2}};\ \omega_0=\sqrt{\frac{2D}{ma^2}}.$$

8.5. Şarjagaza $F=-kx$ maýyşgaklyk we $F_s=-6\pi\eta R\dot{x}$ sürtülme güýçleri täsir edýär. Onda onuň hereket deňlemesi

$$-kx-6\pi\eta R\dot{x}=m\ddot{x}$$

görnüşde ýazylýar. Bu deňlemäni

$$m\ddot{x}+kx+6\pi\eta R\dot{x}=0 \text{ ýa-da}$$

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x+\frac{6\pi\eta R}{m}\dot{x}=0,$$

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x+2\beta\dot{x}=0$$

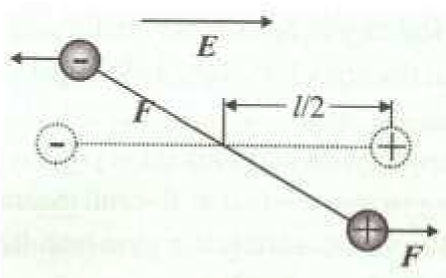
görnüşinde ýazyp bolýar, bu ýerde $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$ hususy yrgyldynyň ýygylygy, $\frac{6\pi\eta R}{m}=2\beta$, β - togtama koeffisiýenti.

Togtaýan erkin yrgyldylaryň ω' ýygylygy, $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ bolany üçin, $\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{\omega_0^2-\left(\frac{3\pi\eta R}{m}\right)^2}$ bolar.

Şarjagazyň hereketiniň aperiodik bolmagy üçin $\omega_0^2\le\beta^2$ şert ýerine ýetmelidir (ω' bahasynyň hyýaly ýa-da nol bolmaklygynyň şerti). Ýa-da

$$\frac{9\pi^2\eta^2R^2}{m^2}\ge\frac{k}{m};\ \eta\ge\sqrt{\frac{mk}{9\pi^2R^2}};\ \eta\ge\frac{\sqrt{mk}}{3\pi R}.$$

8.6. Durnukly deňagramlylyk ýagdaýynda molekula meýdanyň ugry boýunça ýerleşýär *(8.6-njy çyzgy)*. Eger-de molekula bu ýagdaýdan çykarylsa, onda ony agyrlyk merkeziniň töwereginde hereket etdirýän moment döreýär. Bu moment elektrik meýdanynda zarýadlara täsir edýän $\vec{F}$ we $-\vec{F}$ güýçleri ýüze çykarýar.



8.6-njy çyzgy

Eger-de zarýadlaryň hersine aýratynlykda seredilse, onda elektrik güýçleri olar üçin agyrlyk güýjüniň matematiki maýatnikdäki ähmiýetine eýedir. Şonuň üçin zarýadlar edil uzynlygy $\frac{\ell}{2}$ bolan matematiki maýatnik ýaly yrgyldaýar. Şeýle meňzeşlikden peýdalanyp, molekulanyň yrgyldylarynyň periody üçin ýazalyň

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g'}},$$

bu ýerde g' - elektrik meýdanyň zarýadlaryň her birine berýän tizlenmesi.

14 – Sargyt № 2342

Öz gezeginde $g' = \frac{F}{m}$ we $F = eE$, onda $g' = \frac{eE}{m}$. Bu aňlatmany hasaba alyp molekulanyň yrgyldy periodyny taparys:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2\frac{eE}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell}{2eE}} \approx 210^{-11}s.$$

8.7. Eger-de diwarjyk bolmadyk bolsa, onda maýatik β burç amplitudaly (dik ugurdan iň uly gyşarmaly) we

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

periodly garmoniki yrgyldylary amala aşyrardy. Diwarjyk bilen maýyşgak çaknyşmada maýatnigiň tizliginiň absolýut ululygy üýtgemeýär, hereket ugry bolsa garşylykly tarapa üýtgeýär. Munuň özi diwarjyk bar wagty maýatnigiň yrgyldylarynyň T periodynyň T_0 däl-de, ondan käbir τ wagta kiçidigini aňladýar. Şol τ wagtyň dowamynda maýatnik erkin yrgyldylary amala aşyryp, dik ugurdan sag tarapa α burçdan β-çenli gyşarardy we yzyna dolanyp gelerdi. Burçlarda aňladylan gyşarma üçin garmoniki yrgyldylaryň deňlemesini ýazalyň:

$$\varphi = \beta\cos\omega t,$$

bu ýerde $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$. Ýazylan $\varphi(\omega t)$ baglylygyň grafigi 8.7-nji çyzgyda görkezilen. $t = 0$ wagt pursatynda $\varphi = \beta$, ýagny maýatnik çetki çep ýagdaýda bolýar. Käbir t_1 wagtdan soň, maýtnigiň dik ugurdan gyşarma burçy α deň bolar:

$$\alpha = \beta\cos\omega t_1$$

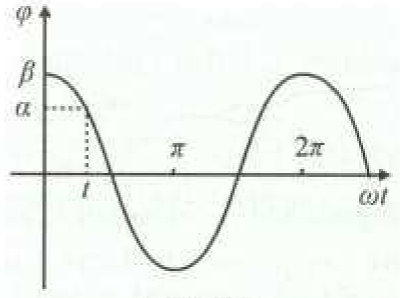
soňky deňlemeden

$$t_1 = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{\alpha}{\beta}.$$

Gözlenilýän τ wagtyň $2t_1$-e boljakdygy äşgärdir:

$$\tau = 2t_1 = \frac{2}{\omega}\arccos\frac{\alpha}{\beta} = \frac{T_0}{\pi}\arccos\frac{\alpha}{\beta}.$$

Onda diwarjyk bar wagty maýatnigiň yrgyldylarynyň periody



8.7-nji çyzgy

$$T = T_0 - \tau = T_0\left(1 - \frac{1}{\pi}\arccos\frac{\alpha}{\beta}\right) = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(\pi - \arccos\frac{\alpha}{\beta}\right).$$

8.8. Tolkunyň deňlemesinden onuň tekiz tolkundygy aýdyňdyr. Umumy ýagdaýda tekiz tolkunyň deňlemesi aşakdaky ýaly ýazylýar:

$$\xi = a\cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right).$$

Bu ýerde $\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$. Meselede seredilýän tolkun bilen deňeşdirip alarys:

$$k_x x + k_y y + k_z z = \alpha x + \beta y + \gamma z.$$

Diýmek, $\vec{k}$ tolkun wektorynyň düzüjileri $k_x = \alpha$, $k_y = \beta$, $k_z = \gamma$, $\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$, onda $\vec{k} = \alpha\vec{e}_x + \beta\vec{e}_y + \gamma\vec{e}_z$, bu ýerde $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ - -koordinata oklarynyň ortlary (birlik wektorlary).

Tolkunyň tizligi $\vartheta = \frac{\omega}{k}$ we tolkun wektorynyň moduly $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$. Onda:

$$\vartheta = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}.$$

8.9. Sferiki tolkunlaryň $\xi = \left(\frac{a_0}{r}\right)\cos(\omega t - kr)$ deňlemesinden görnüşi ýaly, olaryň amplitudasy çeşmeden hasaplanýan r aralyga ters proporsionallykda kemelýär.

Eger-de S nokatda tolkunyň amplitudasy a_0 bolsa, onda radius-wektory $\vec{r}_1$ bolan 1 nokatda onuň amplitudasy $a_1 = \frac{a_0}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}$, 2-nji nokatda bolsa $a_2 = \frac{a_0}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|}$ bolar, bu ýerde $|\vec{r}_1 - \vec{r}|$ we $|\vec{r}_2 - \vec{r}|$ degişlilikde S çeşmeden 1 we 2 nokatlara çenli aralyk. $\vec{r}_1 - \vec{r}$ we $\vec{r}_2 - \vec{r}$ wektorlaryň ugurlary garşylyklydyr, onda $\vec{r}_1 - \vec{r} = -(\vec{r}_2 - \vec{r})$ · *hemişelik*.

Ýöne $a_1 = \frac{a_0}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}$, $a_2 = \frac{a_0}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|}$ deňliklerden taparys $\frac{|\vec{r}_2 - \vec{r}|}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} = \frac{a_1}{a_2}$, ýa-da $\vec{r}_1 - \vec{r} = -\frac{a_2}{a_1}(\vec{r}_2 - \vec{r})$ ýa-da $\vec{r}_1 + \frac{a_2}{a_1}\vec{r}_2 = \vec{r} + \frac{a_2}{a_1}\vec{r}$.

Bu ýerden $\vec{r} = \frac{a_1\vec{r}_1 + a_2\vec{r}_2}{a_1 + a_2}$.

8.10. Tekiz tolkunyň deňlemesinden, berlen wagt pursatynda, tolkun meýdanynyň erkin alnan r_1 we r_2 koordinataly nokatlarynyň fazalar tapawudynyň

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - kr_1 - \omega t + kr_2 = k(r_1 - r_2) = k\Delta r$$

deňligi gelip çykýar.

Tolkun wektory $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, bu ýerde λ - tolkun uzynlygy. Tolkun uzynlygy bilen ýygylygyň arasynda

$$\lambda = \frac{\vartheta}{\nu},\ \vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

baglanyşyk bar. Bu ýerde E-maýyşgaklyk koeffisiýenti (süýnme we Ýunguň moduly), ρ - poladyň dykyzlygy.

Onda seredilýän nokatlaryň fazalar tapawudy

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = \frac{2\pi\nu}{\vartheta}\Delta r = 2\pi\nu\sqrt{\frac{\rho}{E}}\cdot\Delta r.$$

Polat üçin $\rho = 7,8\cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$, $E = 19,6\cdot 10^{10}\ \frac{N}{m^2}$, onda

$$\Delta\varphi = 2\pi\cdot 2\cdot 10^2 s^{-1}\cdot 0,2m\sqrt{\frac{7,8\cdot 10^3 kg\cdot m^2}{m^3\cdot 19,6\cdot 10^{10} N}} = 0,05 rad.$$

8.11. Düşýän tolkunyň deňlemesi $\xi_1(x,t) = A\sin\omega(t - \frac{x}{\vartheta})$, serpigen tolkunyň deňlemesi bolsa $\xi_1(x,t) = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) + \pi\right] = -A\sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{\vartheta}\right)\right]$ (tolkun has dykyz sredadan serpigende fazanyň π üýtgeýänligi hasaba alyndy). Ýokarda ýazylan deňlemeleri goşup alarys:

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) - A\sin\omega\left(t + \frac{x}{\vartheta}\right).$$

Indi $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ trigonometriki aňlatmany ulanyp, $\alpha = \omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right)$, $\beta = \omega\left(t + \frac{x}{\vartheta}\right)$ diýip belgiläp soňky deňlemäni özgerdeliň:

$$\xi(x,t) = A\left[2\sin\frac{\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) - \omega\left(t + \frac{x}{\vartheta}\right)}{2}\cdot\cos\frac{\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) + \omega\left(t + \frac{x}{\vartheta}\right)}{2}\right] =$$

$$2A\sin\left(-\omega\frac{x}{\vartheta}\right)\cos\omega t = 2A\left|\sin\left(\omega\frac{x}{\vartheta}\right)\right|\cdot\cos\omega t = 2A\left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right|\cdot\cos\omega t.$$

Sredanyň $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi\ (m = 0,1,2...)$ şert ýerine ýetýän nokatlarynda yrgyldylaryň amplitudasy nola öwrülýär (düwün nokatlary), sredanyň $\frac{2\pi x}{\lambda}=\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\pi\ (m=0,1,2...)$ şert ýerine ýetýän nokatlarynda bolsa yrgyldylaryň amplitudasy $2A$ bolan uly baha eýe bolýar (çugdum nokatlary). Diýmek, durujy tolkunyň deňlemesi: $\xi(x,t)=2A\left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right|\cdot\cos\omega t$;

düwünleriň koordinatalary $x_d=\pm m\frac{\lambda}{2}(m=0,1,2...)$;

çugdumlaryň koordinatalary $x_c=\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}(m=0,1,2...)$.

8.12. Mejbur ediji güýjüň ýygylygy rezonans ýygylygyna deň bolanda mejbury yrgyldylaryň amplitudasy iň uly baha eýedir:

$$\omega_{rez}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2},$$

bu ýerde ω_0 - ulgamyň yrgyldylarynyň hususy ýygylygy;

$\beta=\frac{r}{2m}$ - togtama koeffisiýenti.

Sapakdan asylan ýüke matematiki maýatnik hökmünde garap bolýar, onda

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}=\sqrt{\frac{g}{\ell}}.$$

ω_0 we ρ-nyň bahalaryny başdaky aňlatmada goýup, gözlenilýän rezonans ýygylygyny taparys:

$$\omega_{rez}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}=\sqrt{\frac{g}{\ell}-2\frac{r^2}{4m^2}}=\sqrt{\frac{g}{\ell}-\frac{r^2}{2m^2}}.$$

Mejbury yrgyldylaryň amplitudasy üçin aňlatmada ω_{rez} bahasyny goýup, alarys

$$A=\frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}=\frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega_0^2+2\beta^2)^2+4\beta^2(\omega_0^2-2\beta^2)}}=$$

$$=\frac{F_0}{m\sqrt{4\beta^4+4\beta^2(\omega_0^2-2\beta^2)}}=\frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\beta^2+\omega_0^2-2\beta^2}}=$$

$$=\frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}=\frac{F_0}{r\sqrt{\frac{g}{\ell}-\frac{r^2}{4m^2}}},$$

bu ýerde $F_0=0,1N$ mejbur ediji güýjüň amplituda bahasy, mundan başga-da biz $2\beta m=r$ bolýandygyny hasaba aldyk. Berlenleriň san bahalaryny alnan aňlatmalarda ýerinde goýup, taparys

$$\omega_{rez}=\sqrt{\frac{g}{\ell}-\frac{r^2}{2m^2}}=\sqrt{\frac{9,8}{0,2}-\frac{(0,02)^2}{2(0,05)^2}}\frac{rad}{s}=7\frac{rad}{s}$$

$$A_{rez}=\frac{0,1}{0,02\sqrt{\frac{9,8}{0,2}-\frac{(0,02)^2}{4(0,05)^2}}}m=0,714m.$$

9. RELÝATIWISTIK MEHANIKA

9.1. Usuly görkezmeler

Uzynlygyň Lorensiň özgertmesine laýyklykda gysgalmasy we hereket edýän sagatlaryň gidişiniň haýallamasy:

$$l = l_0\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}\,,\quad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\,, \tag{1}$$

bu ýerde l_0 - hususy uzynlyk, Δt_0 - hereket edýän sagadyň hususy wagty. Lorensiň özgertmesi:

$$x' = \frac{x-\vartheta t}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\,,\ y' = y\,,\ z' = z\,,\ t' = \frac{t - x\vartheta/c^2}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} \tag{2}$$

Interwal S_{12} - inwariant ululyk:

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = in\vartheta\,, \tag{3}$$

bu ýerde t_{12} 1 we 2 wakalaryň arasyndaky wagt aralygy, l_{12} - bu wakanyň bolup geçen nokatlarynyň arasyndaky uzaklyk.

Tizligiň özgertmesi:

$$\vartheta_x' = \frac{\vartheta_x - \vartheta}{1-\vartheta_x\vartheta/c^2}\,,\ \vartheta_y' = \frac{\vartheta_y\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}{1-\vartheta_x\vartheta/c^2}\,. \tag{4}$$

Relýatiwistik impuls

$$\vec{p} = m_r\vec{\vartheta} = \frac{m_0\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\,, \tag{5}$$

bu ýerde $m_r = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}$ - relýatiwistik massa, m_0 - bölejigiň dynçlyk massasy.

Bölejikleriň dinamikasynyň relýatiwistik deňlemesi:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}\,, \tag{6}$$

bu ýerde $\vec{P}$ - bölejigiň relýatiwistik impulsy.

Relýatiwistik bölejigiň doly we kinetik energiýalary:

$$W = m_r c^2 = m_0 c^2 + W_K\,,\ W_K = (m_r - m_0)c^2\,. \tag{7}$$

Relýatiwistik bölejigiň energiýasy bilen impulsynyň arasyndaky baglanyşyk:

$$W^2 - P^2c^2 = m_0^2c^4\,,\ P^2c^2 = W_K\left(W_K + 2m_0c^2\right). \tag{8}$$

Bölejikleriň çaknyşygyna seredilende

$$E^2 - P^2c^2 = m^2c^4 \tag{9}$$

inwariant ululygy ulanmak amatly.

Bu ýerde W we P - ulgamyň çaknyşykdan öňki doly energiýasy we impulsy, m_0 - döräň bölejigiň (ýa-da ulgamyň) massasy.

9.2. Meseleler

9.1. Steržen inersial K ulgama görä öz boý ugry boýunça hemişelik ϑ - tizlik bilen hereket edýär. Bu ulgamda ϑ - niň haýsy bahasynda sterženiň uzynlygy $\eta = 0{,}5\%$ kiçi bolar?

9.2. Relýatiwistik raketa gazy özüne görä hemişelik relýätiwistik däl u tizlik bilen goýberýär. Raketanyň tizliginiň onuň massasyna baglylygyny tapmaly. Raketanyň başlangyç massasy m_0.

9.3. Relýatiwistik bölejigiň tizligi ýagtylygyň tizliginden $\eta = 0{,}01\%$ -e tapawutlanýar. Bölejigiň relýatiwistik massasy onuň dynçlyk massasyndan näçe esse uly?

9.4. Tizlikleri ϑ_1 we ϑ_2 bolan iki bölejik K - hasaplama ulgamynda biri-birine görä göni burç boýunça hereket edýärler. Bir bölejik beýlekisine görä nähili tizlik bilen hereket edýär?

9.5. Massasy m bolan bölejik K - hasaplama ulgamynyň x-okuna görä $x=\sqrt{d^2+c^2t^2}$ kanun boýunça hereket edýär. Bu ýerde d-hemişelik ululyk, c-ýagtylygyň tizligi, t-wagt. Bu hasaplama ulgamynda bölejige täsir edýän güýji tapmaly.

9.6. Käbir durnuksyz bölejigiň ýaşaýyş wagty $\Delta t_0=10ns$. Bu bölejigiň ýaşaýyş wagty $\Delta t=20ns$ bolan tejribe ulgamyndaky geçýän ýoluny tapmaly.

9.7. Steržen K-ulgamda hereketsiz duran belligiň deňinden hemişelik tizlik bilen geçýär. K-ulgamda geçiş wagt $\Delta t=20ns$. Steržen bilen bagly ulgamda bolsa, onuň boýy ugry boýunça bellik $\Delta t'=25ns$ wagtyň dowamynda hereket edýär. Sterženiň hususy uzynlygyny tapmaly.

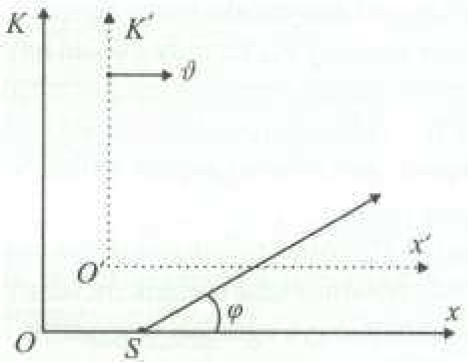
9.8. Eger K-hasaplama ulgamynda $t=5,0s$ wagtyň dowamynda hereket edýän sagat bu ulgamyň sagadyndan $\Delta t=0,1s$ gijä galýan bolsa, onda sagat nähili tizlik bilen hereket edýär?

9.9. Steržen biri-birinden Δx aralykda ýerleşen A we B bellikleriň ýanyndan öz boýy ugry boýunça hemişelik tizlik bilen hereket edýär. Ilki t_1 pursatda A - belligiň garşysyna sterženiň öňündäki ujy düşdi. Soňra B bellige t_2 we t_3 pursatlara degişlilikde sterženiň öňündäki we yzyndaky uçlary gabat geldi. Sterženiň hususy uzynlygyny tapmaly.

9.10. K hasaplama ulgamynda iki sany durnuksyz bölejik $\vartheta=0,990c$ tizlik bilen käbir göni çyzyk boýunça bir ugurda hereket edýärler. Bu hasaplama ulgamynda olaryň arasyndaky aralyk $l=120m$. Iki bölejige bagly bolan hasaplama ulgamynda olar bir wagtda dargaýarlar. Her bölejigiň dargama pursatlarynyň arasyndaky wagtyň haýsy dowamlylygyny K - ulgamda ölçediler? K - ulgamda haýsy bölejik giç dargaýar?

9.11. Steržen çyzgyjyň boýy boýunça haýsydyr bir hemişelik tizlik bilen hereket edýär. Eger berlen sterženiň iki ujunyň ýerleşişini çyzgyç bilen baglanyşykly ulgamda bir wagtda bellesek, onda çyzgyç bilen geçirilen ölçegleriň bahalarynyň tapawudy $\Delta x_1=4,0m$. Eger iki ujuň ýerleşişini steržen bilen bagly ulgamda bir wagtda bellesek, onda çyzgyjyň görkezmeleriniň tapawudy $\Delta x_2=9,0m$. Sterženiň hususy uzynlygyny we onuň çyzgyja görä tizligini tapmaly.

9.12. S bölejik K ulgamda x oky bilen φ burçy emele getirip hereket edýär. Degişli φ' burçy K' ulgamda tapmaly. K' ulgam suratda görkezilişi ýaly ϑ tizlik bilen hereket edýär.



9.1-nji çyzgy

9.13. Gönüburçly üçburçlugyň kateti $a=5,00m$ we bu katet bilen gipotenuzanyň arasyndaky burç $\alpha=30^0$. Bu üçburçluga görä a katet boýunça hemişelik $\vartheta=0,866c$ tizlik bilen hereket edýän K-ulgamda: a) burçuň degişli α' bahasyny; b) gipotenuzanyň ℓ' uzynlygynynyň onuň öz hususy bahasyna gatnaşygyny tapmaly.

9.14. Dynçlykda duran kosmos gämisine $\vartheta=0,980c$ tizlik bermek üçin näçe energiýa (massa birliginde hasaplananda) harçlamaly?

9.15. $E^2 - p^2c^2$ ululygyň inwariantdygyny, ýagny ähli inersial ulgamlarda şol bir hemişelik bahany kabul edýändigini görkezmeli. Ol inwariantyň bahasy näçe?

9.16. Massasy m bolan bölejik $t=0$ wagt pursatdan başlap hemişelik F - güýjüň täsiri astynda hereket edip başlaýar. Bölejigiň tizliginiň we geçen ýolunyň t wagta baglylygyny tapmaly.

9.17. Tizligiň haýsy bahasynda bölejigiň kinetik energiýasy onuň dynçlyk energiýasyna deň?

9.18. Dynçlyk massasy m_0 bolan π^0 - mezon uçup barýarka ε_1 we ε_2 (K - ulgamda) energiýaly 2 sany γ - fotona dargady. Bu fotonlaryň ugurlarynyň arasyndaky burçy tapmaly.

9.19. Dynçlyk massasy m_0, zarýady q bolan relýatiwistik bölejik induksiýasy B bolan birhilli hemişelik magnit meýdanynda hereket edýär. Hereket B wektora perpendikulýar tekizlikde ýerleşen ρ radiusly töwerek boýunça bolup geçýär. Bölejigiň impulsyny we aýlaw ýygylygyny tapmaly.

9.20. Impulsy $\boldsymbol{P}_0$ bolan relýatiwistik proton $t=0$ pursatda güýjenmesi $\boldsymbol{E}$ bolan birhilli kese elektrik meýdanyna girýär, özem $\boldsymbol{P}_0 \perp \boldsymbol{E}$. Protonyň başlangyç ugurdan φ gyşarma burçunyň wagta baglylygyny tapmaly.

9.3. Ugrukdyrmalar we jogaplar

9.1. Bu meselede uzynlygyň gysgalmasy üçin Lorensiň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = c\sqrt{\eta(2-\eta)} = 0{,}1c$.

9.2. Impulsyň saklanma kanunyny we tizlik üçin Lorensiň relýatiwistik özgertmesini peýdalanmaly.

Jogaby: $\vartheta / c = \left[1-(m/m_0)^{2u/c}\right] / \left[1+(m/m_0)^{2u/c}\right]$.

9.3. Relýatiwistik massanyň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $m/m_0 = 1/\sqrt{\eta(2-\eta)} = 70{,}7$.

9.4. Bölejik bilen bir ulgamy baglanyşdyryp, bu ulgamda ikinji bölejigiň tizligini tapmaly. Soňra tizligi özgertmegiň relýatiwistik kanunyny beýan edýän formulalary ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta_2' = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 - (\vartheta_1\vartheta_2/c)^2}$.

9.5. Bu meselede tizligiň kesgitlemesini we bölejikleriň dinamikasynyň $F = dP/dt$ relýatiwistik deňlemesini ulanmaly. Bu ýerde $\vec{p} = \dfrac{m\vec{\vartheta}}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}$.

Jogaby: $F = \dfrac{mc^2}{d}$.

9.6. Hereket edýän sagatlaryň işleýşiniň haýallamasynyň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $l = \vartheta\Delta t = \Delta tc\sqrt{1-\dfrac{\Delta t_0^2}{\Delta t^2}} = 5{,}2m$.

9.7. Hereket edýän sagatlaryň işleýşiniň haýallamasynyň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $l_0 = \Delta t' c\sqrt{1-\left(\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2} = 4{,}5m$.

9.8. Hereket edýän sagatlaryň işleýşiniň haýallamasynyň formulasyny ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = c\sqrt{\left(2-\dfrac{\Delta t}{t}\right)\dfrac{\Delta t}{t}} = 0{,}2c$.

9.9. Birinjiden sterženiň tizligini tapmaly. Soňra gysgalma üçin Lorensiň formulasyny peýdalanmaly.

Jogaby: $l_0 = \dfrac{l}{\sqrt{1-\dfrac{\vartheta^2}{c^2}}} = \dfrac{\Delta x(t_3-t_2)}{\sqrt{(t_2-t_1)^2-\dfrac{\Delta x^2}{c^2}}}$.

9.10. Iki bölejik üçin wagtyň özgertmesini peýdalanmaly.

Jogaby: $t_1' - t_2' = l_0 \frac{\vartheta}{c^2} / \left(1-(\vartheta/c)^2\right) = 20mks$. Yzda barýan birinji bölejik dargar.

9.11. Birinji ýagdaýda l_0 - hususy uzynlygy çyzgyjyň ulgamynda, ikinji ýagdaýda bolsa Δx_2 - çyzgyjyň böleginiň hususy uzynlygy sterženbilen bagly ulgamdaky l_0 uzynlygy bilen baglanyşdyrýan deňlemeleri ýazyp, olardan l_0 we ϑ -ni tapmaly.

Jogaby: $l_0 = \sqrt{\Delta x_1 \Delta x_2} = 6m$; $\vartheta = c\sqrt{1-\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}} = 0{,}75s$.

9.12. ϑ -niň K ulgamdaky düzüjilerini ϑ_x we ϑ_y bilen belgilenilse, onda $tg\varphi = \vartheta_y / \vartheta_x$. K' ulgam üçin $tg\varphi' = \vartheta_y' / \vartheta_x'$ gatnaşyk alynýar.

Jogaby: $tg\varphi' = \frac{\sin\varphi\sqrt{1-\beta^2}}{\cos\varphi - \vartheta/\varphi}$.

9.13. Üçburçlugyň beýleki katetini dürli ulgamlara görä degişlilikde b we b' bilen belgiläliň. Hereketiň b- katete perpendikulýar bolýanlygyny göz öňünde tutup, Lorensiň gysgalmasynyň formulasyny peýdalanmaly.

Jogaby: a) $tg\alpha' = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1-\beta^2}} \alpha' \sim 49^0$; bu ýerde $\beta = \vartheta / c$;

b) $\frac{l'}{l} = \sqrt{\frac{1-\beta^2 + tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}} = 0{,}66$.

9.14. Bu meselede Eýnşteýniň jisimiň doly we dynçlykda duran halyndaky energiýalary üçin

$$\left. W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \right\} W_0 = m_0 c^2$$ we görnüşdäki formulalardan peýdalanmaly.

Jogaby: $\frac{W}{m_0} = c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} - 1 \right) = 3{,}6 \cdot 10^{17} J/kg$.

9.15. Aňlatmanyň inwariantlygyny görkezmek üçin oňa girýän ululyklar üçin relýatiwistik formulalary ulanyp, ony ulgamy häsiýetlendirýän hiç bir ululygy saklamaýan aňlatma getirmeli.

9.16. Tizligi tapmak üçin bölejikleriň dinamikasynyň relýatiwistik deňlemesinden peýdalanmaly: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$, bu ýerde $P = \frac{m\vartheta}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}$ - relýatiwistik bölejigiň impulsy. Bölejigiň geçen ýoluny tapmak üçin $\vartheta = \frac{dS}{dt}$ formulany göz öňünde tutmaly.

Jogaby: $\vartheta = \frac{c}{\sqrt{1+(mc/Ft)^2}}$, $S = \left(\sqrt{1+(Ft/mc)^2} - 1\right) mc^2 / F$.

9.17. Relýatiwistik bölejigiň doly energiýasy üçin $W = m_r c^2$ formulany (bu ýerde $m_r = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}$ - relýatiwistiki massa) we kinetik energiýasy üçin bolsa $W_k = W - W_0$ formulany ulanmaly.

Jogaby: $\vartheta = c\sqrt{\frac{3}{4}}$.

9.18. $W^2 - c^2 p^2$ inwariant ululyk bolýandygy üçin onuň bahasyny K we foton bilen baglanyşykly ulgamda ýazylyp alnan deňlemeleri deňläp degişli burçy tapyp bolýar.

Jogaby: $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{m_0 c}{2\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}$.

9.19. Lorens güýjüniň we töwerek boýunça hereket üçin merkeze ymtylýan güýjüň formulalaryny ulanmaly.

Jogaby: $P = q\rho B$, $\omega = qB/m$.

9.20. Dinamikanyň $F = \frac{dP}{dt}$ relýatiwistik deňlemesini koordinata oklaryna proýeksiýalarda ýazmaly we $tg\varphi = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x}$ - gatnaşygy tapmaly. **Jogaby:** $tg\varphi = eEt/P$.

9.4. Çözüwler

9.1. Meseläniň şertine görä:

$$l_0 - l = \eta l_0 \text{ ýa-da } l = l_0(1-\eta). \qquad (1)$$

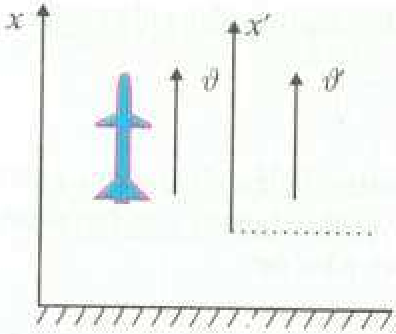
Başga tarapdan:

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemeleriň sag taraplaryny deňläp alarys:

$$1-\eta = \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}};\ (1-\eta)^2 = 1-\frac{\vartheta^2}{c^2};$$

$$\vartheta^2 = c^2\left(1-(1-\eta)^2\right) = c^2(1-1+\eta)(1+1-\eta);\ \vartheta = c\sqrt{\eta(2-\eta)}.$$



9.2-nji çyzgy

9.2. Goý, haýsydyr bir wagtda raketanyň tizligi ϑ, onuň massasy m bolsun *(9.2-nji çyzgy)*. Raketanyň hereketine onuň bilen ugurdaş we tizligi ϑ bolan ulgamda seredeliň. Bu ulgamda onuň bilen bir wagtdaky tizligi $\vartheta' = 0$. Goý, raketa Δm_0 -massaly gazy çykarsyn. Eger Δm_0 ýeterlik kiçi

bolsa onda impulsyň saklanma kanunyndan alarys:

$$\Delta m_0 u + \Delta\vartheta\left(m_0 - \Delta m_0\right) = 0.$$

Bu deňlemeden $\Delta\vartheta'$ - i tapalyň.

$$\Delta\vartheta = u\frac{\Delta m_0}{m_0 - \Delta m_0} = u\frac{\Delta m\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}{m\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} - \Delta m\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = \frac{\Delta m}{m-\Delta m}\cdot u.$$

Indi x ulgama geçip, tizligi bu ulgam üçin özgerdeliň:

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\vartheta' + \vartheta}{1+\frac{\vartheta\Delta\vartheta'}{c^2}} - \vartheta = \Delta\vartheta'\frac{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}{1+\frac{\vartheta\Delta\vartheta'}{c^2}} = u\frac{\Delta m}{m-\Delta m}\,\frac{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}{1+\frac{\vartheta}{c^2}u\frac{\Delta m}{m-\Delta m}}.$$

Alnan aňlatmanyň iki bölegini hem Δm - e bölüp alarys:

$$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta m} = \frac{u}{m-\Delta m}\,\frac{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}{1+\frac{\vartheta}{c^2}u\frac{\Delta m}{m-\Delta m}},$$

bu deňlikde $\lim\limits_{\Delta m\to 0}\frac{\Delta\vartheta}{\Delta m}$ - predele geçip, $\frac{d\vartheta}{dm}$ önümi taparys:

$$\frac{d\vartheta}{dm} = \lim_{\Delta m\to 0}\frac{\Delta\vartheta}{\Delta m} = \frac{u}{m}\,\frac{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}{1+0} = \frac{u}{m}\left(1-\beta^2\right),$$ bu ýerde $\beta = \frac{\vartheta}{c}$.

$d\vartheta$ -ny $d\beta$ arkaly aňladalyň:

$$d\vartheta = cd\left(\frac{\vartheta}{c}\right) = cd\beta, \qquad \frac{cd\beta}{1-\beta^2} = u\frac{dm}{m}, \qquad c\int_0^{\beta}\frac{d\beta}{1-\beta^2} = u\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m},$$

$$\frac{c}{2}\ln\frac{\beta+1}{\beta-1} = u\ln\frac{m}{m_0}, \qquad \ln\frac{\beta+1}{\beta-1} = \frac{2u}{c}\ln\left(\frac{m}{m_0}\right), \qquad \frac{\beta+1}{\beta-1} = \left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{2u}{c}},$$

14 $^1/_8$ – Sargyt № 2342

$$\beta=\frac{\vartheta}{c}=\frac{\left[1-\left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{2u}{c}}\right]}{\left[1+\left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{2u}{c}}\right]}.$$

9.3. Meseläniň şertine görä,

$$c-\vartheta=\eta c \text{ ýa-da } \vartheta=c(1-\eta). \qquad (1)$$

Belli bolşy ýaly, $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$. Onda $\frac{m}{m_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$.

(1) deňligi göz öňünde tutup, alarys:

$$\frac{m}{m_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2(1-\eta)^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-(1-\eta)^2}}=$$

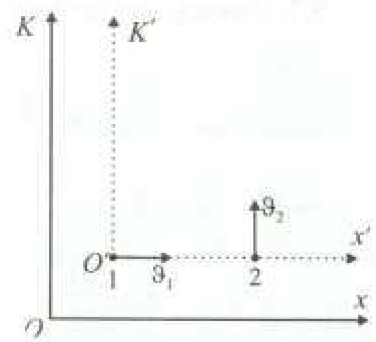
$$=\frac{1}{\sqrt{[1-(1-\eta)][1+(1-\eta)]}}=\frac{1}{\sqrt{\eta(2-\eta)}}=70,7.$$

9.4. *K*-ulgamdaky koordinata oklaryny we 1 bölejik bilen baglanyşykly K' - ulgamy 9.1-nji çyzgyda görkezilişi ýaly alalyň. 2-bölejigiň bu ulgamdaky tizligi gözlenilýän tizlik bolup durýar *(9.3-nji çyzgy)*.

$$\vartheta_2'=\sqrt{\vartheta_{2x}'^2+\vartheta_{2y}'^2} \qquad (1)$$

$$\vartheta_{2x}'=\frac{\vartheta_{2x}-\vartheta}{1-\vartheta_{2x}\vartheta/c^2},\quad \vartheta_{2y}'=\frac{\vartheta_{2y}\sqrt{1-\beta^2}}{1-\vartheta_{2x}\vartheta/c^2}.$$

Bu ýerde $\beta=\vartheta/c$;



9.3-nji çyzgy

Biziň ýagdaýymyzda $\vartheta=\vartheta_1$, $\vartheta_{2x}=0$.

Onda (1) deňlemä ϑ_{2x}' we ϑ_{2y}' tizlikleriň bahalaryny goýup,

$$\vartheta_2'=\sqrt{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2-(\vartheta_1\vartheta_2/c)^2}$$

aňlatmany alarys.

9.5. Meseläniň şertine görä

$$x=\sqrt{d^2+c^2t^2}.$$

Diýmek, bölejigiň tizligi

$$\vartheta_x=\frac{dx}{dt}=\frac{c^2t}{\sqrt{d^2+c^2t^2}}.$$

Indi bölejikleriň dinamikasynyň relýatiwistik deňlemesinden jisime täsir edýän güýji taparys:

$$F_x=\frac{dP_x}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vartheta_x}{\sqrt{1-\frac{\vartheta_x^2}{c^2}}}\right)=m_0\frac{d}{dt}\left(\frac{\frac{c^2t}{\sqrt{d^2+c^2t^2}}}{1-\frac{1}{c^2}\frac{c^4t^2}{d^2+c^2t^2}}\right)=m\frac{d}{dt}\left(\frac{ct}{d}\right)=\frac{mc^2}{d},$$

$$F=\frac{mc^2}{d}.$$

9.6. $l=\vartheta\Delta t$. Bu ýerde $\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$.

Soňky deňlikden $\vartheta=c\sqrt{1-\frac{\Delta t_0^2}{\Delta t^2}}$.

Diýmek, $l=\vartheta\Delta t=\Delta tc\sqrt{1-\frac{\Delta t_0^2}{\Delta t^2}}=5,2m$.

9.7. Wakany steržen bilen bagly bolan ulgamda seredeliň:

$$l_0 = \vartheta\Delta t', \quad \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$$

ýa-da

$$1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2 = \frac{\vartheta^2}{c^2}; \quad \vartheta = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2}.$$

Diýmek, $l_0 = \Delta t' c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2} = 4,5m$.

9.8.

$$t = \frac{t-\Delta t}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}. \quad \text{Onda} \quad \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = 1-\frac{\Delta t}{t}, \quad 1-\frac{\vartheta^2}{c^2} = \left(1-\frac{\Delta t}{t}\right)^2 =$$

$$=1-2\frac{\Delta t}{t}+\frac{\Delta t^2}{t^2}, \quad \vartheta^2 = c^2\frac{\Delta t}{t}\left(2-\frac{\Delta t}{t}\right) \text{ ýa-da } \vartheta = c\sqrt{\left(2-\frac{\Delta t}{t}\right)\frac{\Delta t}{t}}.$$

9.9. Δx aralygy steržen t_2-t_3 wagtda geçenligi üçin şeýle hem tizligiň üýtgemeýänligi üçin

$$\vartheta = \frac{\Delta x}{t_2-t_1}.$$

Sterženiň ujy (t_3-t_2) wagtda B nokatdan l aralyga süýşdi. Diýmek,

$$l = \vartheta(t_3-t_2) = \Delta x\frac{t_3-t_2}{t_2-t_1}; \quad l = l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}};$$

$$l_1 = \frac{l}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \frac{\Delta x(t_3-t_2)}{(t_2-t_1)^2-\frac{\Delta x^2}{c^2}}.$$

9.10.

$$t_1' = \frac{t-\frac{x\vartheta}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}; \quad t_2' = \frac{t-\frac{x_2\vartheta}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}; \quad t_1'-t_2' = \frac{t-x_1\frac{\vartheta}{c^2}-t+x_2\frac{\vartheta}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{(x_2-x_1)\frac{\vartheta}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = l\frac{\beta}{c}/\sqrt{1-\beta^2} = l_0/\sqrt{1-\beta^2}\,\frac{\beta}{c}/\sqrt{1-\beta^2} = l_0\frac{\beta}{c}/(1-\beta^2),$$

$\Delta t = 20mks$.

9.11. Birinji ýagdaý üçin aşakdakyny ýazyp bileris:

$$\Delta x_1 = l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

bu ýerde β - sterženiň tizligi (ýagtylyk tizligi birliginde). Ikinji ýagdaýda l_0 - bu hususy uzynlygy Δx_2 bolan çyzgyjyň böleginiň steržen bilen bagly bolan ulgamdaky uzynlygy. Şonuň üçin $l_0 = \Delta x_2\sqrt{1-\beta^2}$. Soňky deňlemelerden:

$$\frac{\Delta x_1}{l_0} = \frac{l_0}{\Delta x_2} \quad \text{ýa-da} \quad l_0 = \sqrt{\Delta x_1 \Delta x_2} = 6m.$$

$$\beta = \sqrt{1-\Delta x_1/\Delta x_2} = 0,75 \quad \text{ýa-da} \quad \vartheta = 0,75c.$$

9.12. Goý, K ulgamda ϑ tizligiň proýeksiýalary ϑ_x we ϑ_y bolsun. Onda φ burç üçin aşakdaky aňlatmany ýazyp bileris:

$$tg\varphi = \vartheta_y/\vartheta_x. \qquad (1)$$

K' ulgam üçin $\vartheta_x' = \frac{\vartheta_x-\vartheta}{1-\vartheta_x\vartheta/c^2}$; $\vartheta_y' = \frac{\vartheta_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\vartheta_x\vartheta/c^2}$, $(\beta=\vartheta/c)$

göz öňünde tutup, (1) deňligi aşakdaky görnüşde ýazyp bileris:

$$tg\varphi' = \vartheta_y'/\vartheta_x' = \vartheta_y\sqrt{1-\beta^2}/(\vartheta_x-\vartheta). \qquad (2)$$

Indi $\vartheta_x = \vartheta\cos\varphi$ we $\vartheta_y = \vartheta\sin\varphi$ bolany üçin (2) deňlemeden alarys:

$$tg\varphi = \frac{\sin\varphi\sqrt{1-\beta^2}}{\cos\varphi - \vartheta/\varphi}.$$

9.13. Üçburçlugyň beýleki katetini dürli ulgamlara görä degişlilikde b we b' bilen belgiläliň. Hereketiň b katete perpendikulýar bolýandygyny göz öňünde tutup alarys:

$$\begin{cases} b = b', \\ b = atg\alpha, \\ b' = a'tg\alpha'. \end{cases} \qquad (1)$$

(1) sistemadan:

$$atg\alpha = a'tg\alpha', \qquad (2)$$

$$tg\alpha' = \frac{a}{a'}tg\alpha. \qquad (3)$$

we (3) deňlemeden

a) $tg\alpha' = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1-\beta^2}}$, bu ýerde $\beta = \vartheta/c$; $\alpha' \sim 49^0$.

b) $l' = \frac{a'}{\cos\alpha'} = \sqrt{1+tg^2\alpha}\cdot a\sqrt{1-\beta^2} = \sqrt{1+\frac{tg^2\alpha}{1-\beta^2}}\cdot a\sqrt{1-\beta^2} =$

$$= a\sqrt{1-\beta^2+tg^2\alpha},$$

bu ýerde trigonometriýadan $\frac{1}{\cos\varphi} = \sqrt{1+tg^2\varphi}$ görnüşli aňlatma ulanyldy.

$$l' = a\sqrt{1-\beta^2+tg^2\alpha}, \qquad (4)$$

$$l = \frac{a}{\cos\alpha} = a\sqrt{1+tg^2\alpha}. \qquad (5)$$

(4) we (5) deňlemelerden $\frac{l'}{l} = \sqrt{\frac{1-\beta^2+tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}}0,66.$

9.14. W_0 - başlangyç energiýa; W_1 - ahyrky energiýa; $W = W_1 - W_0$. Eýnşteýniň aňlatmasyna görä,

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}c^2 \\ W_0 &= m_0c^2 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

we (2) deňlemelerden:

$$W = m_0c^2\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}-1\right),$$

$$W = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}-1\right); \quad \frac{W}{m_0} = c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}-1\right) = 3,6\cdot10^{17}\,J/kg.$$

9.15. Belli bolşy ýaly,

$$\begin{cases} W = mc^2 \\ P = m\vartheta \\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad (1)$$

Onda (1) sistemanyň deňlemelerini peýdalanyp, alarys:

$$W^2 - P^2c^2 = (mc^2)^2 - (m\vartheta)^2c^2 = \left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\right)^2 - \left(\frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\right)^2c^2 =$$

$$=\frac{m_0^2c^4-m_0^2\vartheta^2c^2}{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}=\frac{m_0^2c^2\left(c^2-\vartheta^2\right)}{\frac{c^2-\vartheta^2}{c^2}}=m_0^2c^4.$$

$$W^2-P^2c^2=m_0^2c^4,$$

bu ýerde m_0 - dynçlyk ýagdaýyndaky massa, ulgama bagly däl.

9.16. Nýutonyň 2-nji kanunyna görä , $F=\frac{dP}{dt}$.

Bu gatnaşygy $dP=Fdt$ görnüşde ýazyp, $t=0$ bolanda $\vartheta=0$ şerti göz öňünde tutup, integrirläp alarys:

$$P=Ft.$$

$$P=\frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\quad \text{bolany üçin}\quad \frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}=Ft.$$

Soňky deňlemeden ϑ-ny tapmak üçin onuň bilen aşakdaky ýönekeý özgertmeleri geçirmek ýeterlik:

$$\left(\frac{m_0}{Ft}\right)^2\vartheta^2=1-\frac{\vartheta^2}{c^2};\ \vartheta^2\left(\frac{1}{c^2}+\left(\frac{m_0}{Ft}\right)^2\right)=1;$$

$$\vartheta=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}+\left(\frac{m_0}{Ft}\right)^2}}=\frac{c}{\sqrt{1+(m_0c/Ft)^2}}.$$

Indi bolsa bölejigiň geçen ýoluny tapmaly.

$\vartheta=\frac{ds}{dt}$ bolanlygy we ϑ üçin ýokardaky alan aňlatmamyzdan aşakdaky gelip çykýar

$$\frac{ds}{dt}=\frac{c}{\sqrt{1+(m_0c/Ft)^2}}.$$

Onda ony integrirläp alarys:

$$S=\int_0^t\frac{tcdt}{\sqrt{t^2+(m_0c/Ft)^2}}=\frac{1}{2}\int_0^t\frac{cdt^2}{\sqrt{t^2+(m_0c/F)^2}}=c\sqrt{t^2+(m_0c/F)^2}\Big|_0^t=$$

$$=c\sqrt{t^2+(mc/F)^2}-cmc/F=\sqrt{\left(\frac{mc^2}{F}\right)^2+c^2t^2}-\frac{mc^2}{F}.$$

9.17. Meseläniň şertine görä $W_K=W_0$. (1)

Belli bolşy ýaly

$$W_K=W-W_0 \qquad (2)$$

bu ýerde W-doly energiýa

Onda (1) we (2) deňlemelerden:

$$W-W_0=W_0$$

ýa-da

$$W=2W_0. \qquad (3)$$

Eýnşteýniň formulasyna görä,

$$\left.\begin{array}{l} W=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \\ W_0=m_0c^2 \end{array}\right\} \qquad (4)$$

Soňky aňlatmalardan

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}=2m_0c^2,\quad \frac{1}{4}=1-\frac{\vartheta^2}{c^2}.$$

Diýmek, $\vartheta=c\sqrt{\frac{3}{4}}$.

9.18. $W^2-c^2p^2$ inwariant ululyk bolandygy üçin onuň bahasyny K we foton bilen baglanyşykly ulgamlarda ýazalyň (bu ulgamda $p=0$).

$$m_0^2c^2 = (\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2 - c^2(\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2, \qquad (1)$$

bu ýerde p_1 we p_2 - fotonlaryň impulslary. Fotonyň impulsy üçin aşakdakylary ýazyp bileris:

$$p = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{\varepsilon}{c};\ p = \frac{\varepsilon}{c}. \qquad (2)$$

Indi

$$p_1 + p_2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\theta \qquad (3)$$

(3) we (2) aňlatmalary göz öňünde tutup (1) deňlemäni aşakdaky görnüşde ýazarys:

$$m_0^2c^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_2 - c^2\left(\frac{\varepsilon_1^2}{c^2} + \frac{\varepsilon_2^2}{c^2} + 2\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{c^2}\cos\theta\right) =$$

$$= 2\varepsilon_1\varepsilon_2(1-\cos\theta) = 4\varepsilon_1\varepsilon_2\sin^2\frac{\theta}{2};$$

Diýmek, $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{m_0c}{2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}}$.

9.19. Berlen ýagdaýda bölejigiň hereketi Lorens güýjüniň täsiri astynda bolup geçýär:

$$F = q[\vartheta B],$$

bu ýerde ϑ - bölejigiň tizligi.

Başga tarapdan

$$F = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\right].$$

Bu ýagdaýda $\vartheta = hemi\text{ş}elik$ bolany üçin $F = a\cdot m$ deňligi ýazyp bileris. Diýmek,

$$[a\cdot m] = q[\vartheta B].$$

Bu ýerde a - normal tizlenme bolup, onuň moduly ϑ^2/ρ - e, deň. Şonuň üçin soňky deňligi aşakdaky görnüşde ýazarys:

$$m\frac{\vartheta^2}{\rho} = q\vartheta B.$$

Bu ýerden bölejigiň impulsyny taparys:

$$P = m\vartheta = q\rho B. \qquad (1)$$

Bölejigiň töwerek boýunça aýlanma periody $T = 2\pi\rho/\vartheta$. Bu ýerden bolsa aýlaw ýygylygyny taparys:

$$\omega = 2\pi/T = \vartheta/\rho.$$

(1) deňligi göz öňünde tutup, alarys:

$$\omega = qB/m.$$

9.20. Koordinatalar ulgamyny x ok P_0 wektoryň ugruna y ok bolsa E wektoryň ugruna ugrugar ýaly saýlap almaly. $F = \frac{dP}{dt}$ - -deňligi koordinata oklara proýeksiýalarda ýazalyň:

$$\frac{dP_x}{dt} = 0;\ \frac{dP}{dt} = eE,$$

bu ýerde e - protonyň zarýady. Bu deňliklerden $P_x = P_0 \quad P_y = eEt$ baglanyşyklar gelip çykýar. Olary başgaça

$$\frac{m_0\vartheta_x}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = P_0, \quad \frac{m_0\vartheta_y}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = eEt$$

görnüşde ýazyp bolar. Soňky 2 deňlikleriň gatnaşygyny alyp, taparys:

$$tg\varphi = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = eEt/P_0.$$

GOŞMAÇALAR

Käbir fiziki hemişelikler (ýakynlaşan bahalary)

Wakuumda ýagtylygyň tizligi	$c = 3\cdot 10^{8}\dfrac{m}{s}$
Grawitasion hemişelik	$\gamma = 6,67\cdot 10^{-11}\dfrac{m^3}{kg\cdot s^2}$
Erkin gaçmanyň tizlenmesi	$g \approx 9,807\dfrac{m}{s^2}$
Awagadro sany	$N_A \approx 6,02\cdot 10^{23} mol^{-1}$
Uniwersal gaz hemişeligi	$R = 8,314\dfrac{J}{K\cdot mol}$
Gazyň standart göwrümi	$V_0 = 22,41\cdot 10^{-3}\dfrac{m^3}{mol}$
Bolsmanyň hemişeligi	$k = 1,38\cdot 10^{-23} J/K$
Elektronyň zarýady	$e = 1,6\cdot 10^{-19} Kl$
Elektronyň massasy	$m_e = 9,1\cdot 10^{-31} kg$
Elektrik hemişeligi	$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12} F/m$
Plankyň hemişeligi	$h = 6,625\cdot 10^{-34} J\cdot s$

Käbir ýakynlaşan formulalar

Eger $|x| << 1$ bolsa, onda

$$(1+x)^2 \approx 1+2x \quad \sqrt{1+x} \approx 1+\frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x,\ \frac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1-\frac{1}{2}x,\ e^x \approx 1+x$$

$\ln(1+x) \approx x$ **takmyny deňlik dogrudyr.**

Eger $|a| << 1$ bolsa, onda

$$\sin\alpha \approx tg\alpha \approx \alpha \text{ we } \cos\alpha \approx 1-\frac{\alpha^2}{2}.$$

Funksiýalaryň önümleriniň we integrallaryň jedweli

Funksiýa	Önümi	Funksiýa	Önümi	Funksiýa	Önümi
x^n	nx^{n-1}	$\sin x$	$\cos x$	$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\arccos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\dfrac{1}{x^n}$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	tgx	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$arctgx$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$ctgx$	$-\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$arcctgx$	$-\dfrac{1}{1+x^2}$
e^x	e^x	$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	shx	chx
e^{nx}	ne^{nx}	$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	chx	shx
a^x	$a^x \ln a$	$\ln u$	$\dfrac{u'}{u}$	thx	$\dfrac{1}{ch^2x}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{vu'-v'u}{v^2}$	$cthx$	$\dfrac{1}{ch^2x}$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int tgx dx = -\ln(\cos x) + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = arctgx + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) + C$$

$$\int_0^\infty \frac{x^n dx}{e^x - 1} = \begin{cases} 2{,}31 & n = 1/2 \\ \pi^2/6 & n = 1 \\ 2{,}405 & n = 2 \\ \pi^4/6 & n = 3 \\ 24{,}9 & n = 4 \end{cases}$$

$$\int_0^\alpha \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \begin{cases} 0{,}225, & \alpha = 1 \\ 1{,}18 & \alpha = 2 \\ 2{,}56 & \alpha = 3 \\ 4{,}91 & \alpha = 4 \\ 6{,}43 & \alpha = 5 \end{cases}$$

$$\int e^{kx} \sin ax dx = \frac{e^{kx}}{k^2 + a^2}\left(k \sin ax - a \cos kx dx\right) + C$$

$$\int x^n \sin kx dx = -\frac{x^n}{k} \cos kx + \frac{n}{k} \int x^{n-1} \cos kx dx$$

$$\int \sin ka \cdot \sin lx dx = \frac{\sin(k-l)^x}{2(k-l)} - \frac{\sin(k+l)^x}{2(k+l)} + C$$ **, eger-de** $|k| \neq |l|$

$$\int x\sqrt{ax + bdx} = \frac{2(3ax - 2 - b)\sqrt{(ax + b^3)}}{15a^2} + C$$

$$\int x\sqrt{ax + bdx} = \frac{1}{2}(x\sqrt{a^2 - x^2 + a^2 \arcsin \frac{x}{a}}) + C$$

$$\int \sqrt[n]{ax + bdx} = \frac{n(ax + b)^x}{(n+1)a} \sqrt[n]{ax + b + C}$$

PEÝDALANYLAN EDEBIÝATLAR:

1. *Иродов И.Е. Задачи по общей физике*, М. 1988.

2. *Зилберман А.Р.* 3-я Соросовская олимпияда школьников (1996-1997), МСНМО-1997.

3. *Галякевич Б.К., Болсун А.И.* Физика в экзаменационных задачах, Минск, 1998.

4. *Голдфарб Н.И.* Сборник вопросов и задач по физике, М., 1969.

5. *Фирганг Е.В.* Руководство к решению задач по курсу общей физики, М., 1978.

6. *Коган Б.Ю.* Задачи по физике, М., 1971.

7. *Козел С.М.* и др. Сборник задач по физике, М., 1983.

8. *Савин А.П.* и др. Физико – математические олимпиады, М., 1977.

9. *Слободецкий И.Ш., Орлов В.А.* Всесоюзные олимпиады по физике, 1982.

10. Сборник задач по общей физике. Изд."МФТИ, Москва" Т. 1,2,3. 2000–2001 г.г.

11. *Кабардин О.Ф., Орлов В.А., Зилберман А.Р.* Физика, задачник (9-11 классы), М., 1999.

12. *Меледин Г.В.* Физика в задачах. Экзаменационные задачи с решениями, М., 1985.

13. *Кобушкин В.К.* Методика решения задач по физике, ЛГУ, 1972.

14. Мин ГЕН, Задачи по физике с решениями, "Мир", М., 1978.

15. *Иродов И.Е.* Основные законы механики, М., 1979.

16. *Фейнман Р.И.* и др. Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражнения с ответами и решениями, М., 1969.

17. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики, Том 1, Механика, М., 1974.

18. *G. Mälikgulyýew, G.Toýlyýew.* Fizikadan türgenleşik meseleleri, Aşgabat, 1977.

19. *Слободецкий И.Ш., Асламазов Л.Г.* Задачи по физике (библиотечка "Квант", выпуск 5) М., 1980.

20. Образованный ученый (перевод с английского А.В.Митрофанова. М., Наука 1979.)

21. *Буздин А.И.* и др. Задачи московских физических олимпиад, (библиотечка "Квант", выпуск 60) М., 1988.

22. *Orazow G., Toýlyýew G.* Abituriýente fizikadan gollanma, Aşgabat, 1992.

23. *Боровой А.А.* и др. Механика (библиотечка физико–математической школы) М., 1967.

24. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики, Санкт-Петербург, Книжный мир, 2004.

25. *Toýlyýew G.* Mehanikadan leksiýalaryň konspekti. Aşgabat, 1971.

26. *Toýlyýew G.* Mehanikadan leksiýalaryň konspekti. (Ÿrgyldylar we tolkunlar) Aşgabat, 1972.

MAZMUNY

Gurt Toýlyýew, Gylyçmämmet Orazow, Myrat Maşaýew

FIZIKADAN MESELELER

MEHANIKA

Orta we ýokary okuw mekdepleri üçin okuw gollanmasy

A.Çaryýewiň redaksiýasy bilen

Redaktor	*O.Abdyrahmanowa*
Surat redaktory	*G.Orazmyradow*
Teh.redaktory	*O.Nurýagdyýewa*
Suratçy	*A.Çaryýew*
Neşir üçin jogapkär	*A.Ataýew*

Çyzykly we burç ululyklaryň arabaglanyşygy:

$$\vartheta=\omega\cdot R;\ a_n=\omega^2\cdot R;\ a_\tau=\varepsilon\cdot R.$$

1.2. Meseleler

1.1. Nokat ϑ_0 tizlik bilen ýoluň ýarysyny geçdi. Ýoluň galan bölegine harçlanan wagtyň ýarysynyň dowamynda ϑ_1, beýleki ýarysynda bolsa ϑ_2 tizlik bilen hereket etdi.

Hereketiň dowamynda nokadyň orta tiziligini tapmaly.

1.2. Bir nokatdan iki jisimi birwagtda zyňdylar. Olaryň birini dik ýokaryk, beýlekisini bolsa gorizonta 60^0 burç bilen zyňdylar. Iki jisimiň hem başlangyç tizligi 25 *m/s*. Howanyň garşylygyny hasaba alman, 1,70 *s*-dan soň jisimleriň aradaşlygyny kesgitlemeli.

1.3. Üç sany nokat tarapynyň uzynlygy a bolan deňtaraply üçburçlugyň depelerinde ýerleşýär. Olaryň üçüsi-de birwagtda moduly ϑ -e deň tizlik bilen hereket edip başlaýarlar. Birinji nokadyň hereketiniň ugry mydama ikinjä, ikinjiniňki üçünjä we üçünjiniňki birinjä tarap ugrukdyrylan bolsa, nokatlar näçe wagtdan soň duşuşarlar?

1.4. Ýoldaky "*A*" duralgadan ýoldan ℓ uzaklykdaky meýdançada ýerleşen *B* edara iň az wagtda barmak gerek. Meýdançada maşynyň tizligi onuň ýoldaky tizliginden *n* esse kiçi bolsa, maşyny *D* nokatdan näçe daşlykda öwürmeli? (*1.5-nji çyzgy*).

1.5. Bölejik *Ox* okuň položitel ugruna $\vartheta=\alpha\sqrt{x}$ tizlik bilen hereket edýär (bu ýerde α = *hemişelik*). $t=0$ pursatda $x=0$ diýip hasaplap:

a) bölejigiň tizliginiň we tizlenmesiniň wagta baglylygyny;

b)bölejik ilkinji *S* ýoly geçýänçä gerek bolan wagtyň dowamynda onuň orta tizligini tapmaly.

1.6. Jisim göni çyzyk boýunça hereket edýär. Onuň tizligi koordinatanyň kwadratyna proporsionallykda artýar. $x=5m$ nokatda

tizlik $\vartheta=2m/s$. Bu nokatda jisimiň tizlenmesini tapmaly. Eger koordinatany 3 (üç) esse ulaltsaň, tizlenme nähili üýtgär?

1.7. Nokat *xOy* tekizlikde $x=A\sin\omega t$, $y=A(1-\cos\omega t)$ kanun boýunça hereket edýär. *A* we ω položitel hemişelikler.

a) τ wagtyň dowamynda nokadyň geçen *S* ýoluny;

b) nokadyň tizliginiň we tizlenmesiniň arasyndaky burçy tapmaly.

1.8. Howa şary ýeriň üstünden galyp başlaýar. Onuň galyş tizligi hemişelik we ϑ_0-a deň. Şemal bolany üçin şar kese ugur boýunça $\vartheta_x=\alpha y$(α-hemişelik, *y*-galyş beýikligi) tizlige eýe bolýar.

a) şaryň gapdal süýşmesiniň *x(y)*;

b) doly, tangensial we normal tizlenmeleriň galyş beýiklige baglylygyny tapyň.

1.9. R=5sm radiusly, ýarymaçym burçy $\alpha=30^0$ bolan togalak konus, suratda görkezilişi ýaly, typman togalanýar (*1.8-nji çyzgy*). Konusyň depesi "*O*" nokatda şarnirli berkidilen. "*O*" nokat konusyň esasynyň merkezi *C* bilen birderejede durýar. *C* nokadyň tizligi $\vartheta=10sm/s$.

a) Konusyň burç tizliginiň we

b) burç tizlenmesiniň modulyny tapmaly.

1.10. Otly ýerinden gozganyp başlan pursaty ugradyjy otlynyň hereketiniň ugruna $\vartheta_0=3{,}5m/s$ tizlik bilen deňölçegli ylgap başlady. Otly deňtizlenip hereket edýär diýip, ugradyjy ugradylýan bilen deňleşen pursaty otlynyň tizligini tapmaly.

1.11. *H* beýiklikden erkin gaçýan jisime tarap ýerden atylan ok *C* nokatda oňa degdi (*1.10-njy çyzgy*). Eger *BO=L* bolsa okuň gorizonta nähili burç (α) bilen atylandygyny kesgitlemeli.

1.12. Topdan *L* uzaklykda baýryň üstünde ýerleşen nyşana tarap ok atylýar. Nyşana topuň ýerleşen ýerinden gorizont bilen α burç boýunça görünýär. Gorizonta β burç bilen atylan ok (*1.11-nji çyzgy*) nyşana degmegi üçin ol nähili başlangyç tizlik bilen atylmaly?

1.13. Guýynyň çuňlugyny 5% takyklyk bilen ölçemeli: Onuň üçin guýa daş taşlanyp, daşyň suwa degen sesiniň eşidilýän τ wagtyny