1.5. Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp: *a*) üst dykyzlygy σ bolan deňölçegli zarýadlanan tekizligiň meýdanyny; *b*) zarýadlarynyň üst dykyzlyklary $+\sigma$ we $-\sigma$ bolan zarýadlanan iki parallel tekizligiň meýdanyny, tapmaly.

1.6. Deňölçegli zarýadlanan tükeniksiz tegelek silindriň uzynlyk biriligine λ zarýad düşýän bolsa, onuň döredýän meýdanyny tapmaly.

1.7. q zarýad bilen deňölçegli zarýadlanan:
a) sferiki üstüň;
b) radiusy a bolan şaryň
meýdanyny tapmaly.

1.8. Elektrik meýdany $\lambda = 40\,nKl/m$ dykyzlygy bolan inçe, tükeniksiz uzyn, deňölçegli zarýadlanan sapak bilen döredilen. Sapakdan $a = 20\,sm$ aralykda radiusy $R = 1\,sm$ bolan tekiz tegelek meýdança ýerleşýär. Eger-de meýdançanyň tekizligi meýdançanyň ortasyndan geçýän güýjenme wektory bilen $\beta = 30^0$ burç emele getirýän bolsa, onda meýdançadan geçýän güýjenme wektorynyň akymyny kesgitlemeli.

1.9. Radiusy $R = 20\,sm$ bolan inçe ýarymhalka $q = 0{,}70\,nKl$ zarýad bilen deňölçegli zarýadlanan. Bu ýarymhalkanyň merkezinde elektrik meýdanyň güýjenmesiniň modulyny tapmaly.

G.Toýlyýew

T.M.Ýusupow

G.Orazow

Fizikadan meseleler.

III. Elektromagnit hadysalary.

(Talyplar üçin okuw-usuly gollanma)

Aşgabat – 2010

M A Z M U N Y

I.2. Meseleler

1.1. Elektrik meýdany $q_1 = 30\,nKl$ we $q_2 = -10\,nKl$ nokatlanç zarýadlar tarapyndan döredilen. Zarýadlaryň arasyndaky uzaklyk $d = 20\,sm$. Birinji zarýaddan $r_1 = 15\,sm$ we ikinji zarýaddan $r_2 = 10\,sm$ uzaklykda ýerleşen nokatda elektrik meýdanynyň güýjenmesini kesgitlemeli.

1.2. Uzynlygy 2ℓ bolan inçe göni sapak q zarýad bilen deňölçegli zarýadlanan. Sapagyň merkezinden x uzaklykda duran we onuň uçlaryna görä simmetrik ýerleşen nokatda meýdanyň E güýjenmesini tapmaly. Iki ýagdaýa seretmeli: *a)* sapagyň uzynlygy tükeniksiz; *b)* $x \gg \ell$.

1.3. Radiusy $R = 8\,sm$ bolan inçe halka $\lambda = 10\,nKl$ çyzykly dykyzlyk bilen deňölçegli zarýadlanan. Halkanyň hemme nokatlaryndan $r = 10\,sm$ uzaklaşan nokatda elektrik meýdanynyň güýjenmesini kesgitlemeli.

1.4. Radiusy a bolan tegelek disk deňölçegli zarýadlanan. Eger zarýadyň üst σ bolsa diskiň okunyň haýsy nokadynda meýdanyň güýjenmesi $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\pi\sigma$ deň bolar?

1.18. Iki dielektrigiň araçäginde $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjileri üçin şert (1.3-nji çyzgy).

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \qquad (1.36)$$

bu ýerde $\sigma -$ iki gurşawyň araçägindäki erkin zarýadyň üst dykyzlygy.

Eger $\sigma = 0$ bolsa, onda

$$D_{1n} = D_{2n}, \qquad (1.37)$$

ýagny araçägiň iki tarapynda hem $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjileri birmeňzeşdir.

Sözbaşy

Fizikany çuňňur öwrenip, geljekde bu ugurdan özüne hünär saýlamagy maksat edinýän zehinli ýaşlar üçin niýetlenen bu okuw gollanmasy öň neşir edilen „Fizikadan meseleler. I. Mehanika“, „Fizikadan meseleler. II. Molekulýar fizika. Termodinamika“ gollanmalaryň dowamy bolup, onda umumy fizikanyň elektromagnit hadysalaryna degişli 200 golaý mesele getirilýär. Öňki gollanmalarda bolşy ýaly, ilki bilen degişli temalar boýunça usuly görkezmeler berilýär. Soňra meseleleriň şertleri, olary çözmek üçin ugrukdyrmalar we jogaplar getirilýär. Her babyň ahyrynda meseleler jikme-jik çözülip görkezilýär.

Hödürlenýän gollanma ilkinji nobatda fizikadan döwlet we halkara bäsleşiklerine taýýarlanýan zehinli okuwçylar we olaryň mugallymlary üçin niýetlenendir. Biziň pikirimizçe bu gollanma fizika-matematika boýunça ýöriteleşdirilen we beýleki zehinli çagalar mekdepleri üçin hem peýdaly ýardamçy bolar.

Gollanma jemi IX Bapdan durýar. Gollanmanyň IV, V, VI baplaryny professor G. Toýlyýew, I, VII, VIII, IX baplaryny professor T.M. Ýusupow, II, III baplaryny, fizikadan we matematikadan goşmaçalary fizika-matematika ylymlarynyň kandidaty G. Orazow ýazdylar.

Collanmadaky meseleler dürli ýyllarda çap edilen kitaplardan [1-23] saýlanyp toplandy. Meseleleriň işlenişini, işlemek üçin ugrukdymalary, usuly görkezmeleri we jogaplary ýazarlaryň özleri amala aşyrdylar.

Gollanmanyň gurluşy, onuň mazmuny barada öz pikirlerini aýdan we onuň kämilleşmegine ýardam etjek teklipleri iberen ähli okyjylara biz örän minnetdar bolardyk.

Ýazarlar

Onda

$$\oint \vec{D}\,d\vec{s} = q_{\text{içki}}\,, \qquad (1.32)$$

(1.32) aňlatma $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasy diýip atlandyrylýar.

Eger-de (1.31) formulada (1.24) gatnaşygy goýsak, onda alarys:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1+\chi)\vec{E}$$

ýa-da

$$\vec{D} = \varepsilon\,\varepsilon_0\,\vec{E}, \qquad (1.33)$$

bu ýerde

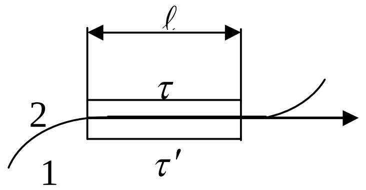
$$\varepsilon = 1+\chi \qquad (1.34)$$

maddanyň dielektrik syzyjylygy.

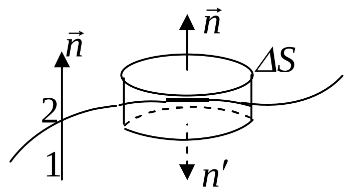
1.17. Iki dielektrigiň araçäginde $\vec{E}$ wektoryň tangensial düzüjisi üçin araçäk şert (1.2-nji çyzgy):

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}\,, \qquad (1.35)$$

ýagny $\vec{E}$ wektoryň tangensial düzüjisi araçägiň iki tarapynda-da birmeňzeşdir.



1.2-nji



1.3-nji

1.15. $\vec{P}$ wektory üçin araçäk şertler:

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma', \qquad (1.26)$$

bu ýerde σ' – bagly zarýadyň üst dykyzlygy.

(1.26) aňlatma iki dilektrigiň araçäginde $\vec{P}$ wektoryň normal düzüjisiniň üzülýändigini görkezýär.

Eger 2-nji gurşaw wakuum bolsa, onda (1.26) aňlatma ýönekeýleşýär:

$$\sigma' = P_n, \qquad (1.27)$$

bu ýerde $\vec{P}_n$ - $\vec{P}$ wektoryň üste geçirilen daşky normala proýeksiýasydyr.

(1.24) formulanyň esasynda

$$\sigma' = \chi\varepsilon_0 E_n, \qquad (1.28)$$

bu ýerde $\vec{E}_n$ - $\vec{E}$ wektoryň daşky normala proýeksiýasy.

1.16. Elektrik meýdanynyň induksiýasynyň $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasy:

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{s} = (q + q')_{\text{içki}}, \qquad (1.29)$$

bu ýerde q we q' – S üst bilen gurşan daşky we bagly zarýadlar.

(1.25) formulanyň esasynda

$$\oint\left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right) d\vec{s} = q, \qquad (1.30)$$

bu ýerde

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad (1.31)$$

I bap

Wakumda elektrostatiki meýdan. Dielektrikler elektrik meýdanynda

I.1. Usuly görkezmeler

1.1. Hereket etmeýän nokatlanç q' zarýada täsir edýän güýç

$$\vec{F} = q'\vec{E}, \qquad (1.1)$$

bu ýerde $\vec{E}$ wektor-berlen nokatda elektrik meýdanynyň güýjenmesi.

Nokatlanç q zarýadyň özüni gurşap alan giňişlikde döredýän $\vec{E}$ elektrik meýdanynyň güýjenmesi

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}, \qquad (1.2)$$

bu ýerde $\vec{r} - q$ zarýadyň ýerleşen nokadyndan elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň kesgitlenilýän nokadyna geçirilen radius-wektor.

(1.1) we (1.2) deňlemelerden q we q' zarýadlaryň arasyndaky özara täsir güýji tapylýar (Kulonyň kanuny):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q'}{r^3}\vec{r} \qquad (1.3)$$

Eger giňişlikde n sany zarýadyň ýerleşişi belli bolsa, onda bu zarýadlar tarapyndan döredilýän jemleýji meýdan aýry-aýry zarýadlar tarapyndan döredilýän meýdanlaryň jemine deňdir (superpozisiýa prinsipi):

$$\vec{E} = \sum_n E_n = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_n \frac{q_n}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} \qquad (1.4)$$

Eger zarýadlar giňişlikde üznüksiz paýlanan bolsa, onda zarýadlaryň $\rho -$ göwrümleýin, $\sigma -$ üst we $\lambda -$ çyzykly dykyzlygy düşünjeleri girizýärler. Kesgitlemä görä:

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad \sigma = \frac{dq}{ds}, \quad \lambda = \frac{dq}{d\ell}, \qquad (1.5)$$

bu ýerde dq – degişlilikde dV – göwrümde, ds üstde we $d\ell$ uzynlykda ýerleşen zarýad.

Meselem, eger zarýad göwrüm boýunça paýlanan bolsa, onda (1.4) formulada q_n – iň ýerine $dq = \rho dV$ we $\sum -$ iň ýerine $\int$ integral goýmaly. Onda

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho \vec{r} dV}{r^3}, \qquad (1.6)$$

bu ýerde integrirleme ähli giňişlik boýunça geçirilýär.

1.2. Wakuumda islendik ýapyk üst boýunça elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň akymy ýapyk üstüň içindäki zarýadlaryň algebraik jeminiň elektrik hemişeligine bölünmegine deňdir:

$$N = \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\square\square\square\square}, \qquad (1.7)$$

bu ýerde $q_{\square\square\square\square} = \int_V \rho\, dV$.

(1.7) formula Gaussyň teoremasyny aňladýar.

$$W = -\vec{p}\vec{E} \qquad (1.21)$$

1.11. Elektrik toguny geçirmeýän jisimlere **dielektrikler** diýilýär.

Dielektriklerdäki elektrik meýdan $\vec{E}$ daşky $\vec{E}_0$ we bagly zarýadlaryň $\vec{E}'$ meýdanlarynyň superpozisiýasydyr:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \qquad (1.22)$$

1.12. Dielektrikler elektrik meýdanynda ýerleşdirilende dipol momentiň ýüze çykmagyna **dielektrikleriň polýarlanmagy** diýilýär.

Dielektrigiň göwrüm birligine düşýän elektrik momentine **polýarlanma wektory** diýilýär we ol aşakdaky deňlikden kesgitlenýär.

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \qquad (1.23)$$

1.13. Polýarlanma wektory $\vec{P}$ berlen nokatda elektrik meýdanynyň güýjenmesine göni proporsionaldyr, ýagny

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E} \qquad (1.24)$$

bu ýerde $\chi -$ dielektrik kabul edijiligi,

$\varepsilon_0 -$ elektrik hemişeligidir.

1.14. $\vec{P}$ wektory üçin Gaussyň teoremasy:

$$\oint \vec{P} d\vec{s} = -q'_{\text{içki}} \qquad (1.25)$$

ýagny $\vec{P}$ wektoryň S ýapyk üst boýunça geçýän akymy bu üstüň içindäki ters alamaty bilen alnan bagly zarýadyna deňdir.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta} \quad , \qquad (1.18)$$

bu ýerde $\theta -$ $\vec{r}$ we $\vec{p}$ wektorlaryň arasyndaky burç.

1.8. Dipola täsir edýän güýç

$$\vec{F} = q\vec{E}_+ - q\vec{E}_- = q\left(\vec{E}_+ - \vec{E}_-\right),$$

bu ýerde $\vec{E}_+$ we $\vec{E}_-$ – dipolyň položitel we otrisatel zarýadlarynyň ýerleşen nokatlaryndaky daşky birhilli däl meýdanyň güýjenmesi.

$\vec{E}_+$ - $\vec{E}_- -$ $\vec{\ell}$ wektoryň boýuna $\vec{E}$ wektoryň $\Delta\vec{E}$ artym:

$$\Delta\vec{E} = \vec{E}_+ - \vec{E}_- = \frac{\partial\vec{E}}{\partial\ell}\ell$$

Bu aňlatmany $\vec{F}$ güýji üçin formulada goýup, alarys:

$$\vec{F} = p\frac{\partial\vec{E}}{\partial\ell}, \qquad (1.19)$$

bu ýerde $p = q\ell -$ dipolyň elektrik momenti.

1.9. Dipola täsir edýän güýjüň momenti

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\vec{E}\right] \qquad (1.20)$$

1.10. Daşky elektrik meýdanynda dipolyň energiýasy:

1.3. Gaussyň teoremasynyň differensial görnüşi:

$$diV\vec{E} = \rho/\varepsilon_0 \qquad (1.8)$$

Eger $div\vec{E} > 0$ bolsa, onda S ýapyk üst bilen çäklenen V göwrümde $\vec{E}$ wektoryň güýç çyzyklarynyň başlanýan nokatlary bardyr.

Eger $div\vec{E} < 0$ bolsa, onda S ýapyk üst bilen çäklenen V göwrümde $\vec{E}$ wektoryň güýç çyzyklarynyň ýygnanýan nokatlary bardyr.

1.4. Nokatlanç zarýadyň meýdanynyň potensialy

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \qquad (1.9)$$

ýagny nokatlanç zarýadyň meýdanynyň potensialy zarýadyň ululygy bilen göni baglanyşykda bolup, nokatlanç zarýad bilen potensialy kesgitlenýän nokatlaryň arasyndaky uzaklyga ters baglanyşyklydyr.

Hereket etmeýän nokatlanç zarýadlaryň toplumynyň potensialy:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i}, \qquad (1.10)$$

bu ýerde $r_i - q_i$ nokatlanç zarýadyň meýdanyň bizi gyzyklandyrýan nokadyna çenli aralyk.

(1.10) formula potensial üçin superpozisiýa prinsipiniň ýerine ýetýändigini görkezýär.

Eger ulgamy emele getirýän zarýadlar üznüksiz paýlanan bolsalar, onda

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho\, dV}{r} \,, \qquad (1.11)$$

bu ýerde $\rho - dV$ elementar göwrümiň ýerleşen ýerindäki zarýadyň göwrümleýin dykyzlygy.

Eger zarýadlar diňe S üst boýunça ýerleşen bolsalar, onda

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\sigma\, ds}{r} \,, \qquad (1.12)$$

bu ýerde $\sigma -$zarýadyň üst dykyzlygy; $ds - S$ üstüň elementi.

1.5. Potensial φ we elektrik meýdanyň $\vec{E}$ wektorynyň arasyndaky baglanyşyk:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \right) = -\overrightarrow{grad}\varphi = -\vec{\nabla}\varphi \,, \qquad (1.13)$$

bu ýerde $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ x, y, z koordinata oklaryň birlik wektorlary.

Eger φ üstüň ähli nokatlarynda birmeňzeş baha eýe bolsa, onda bu üste **ekwipotensial üst** diýilýär.

1.6. q' nokatlanç zarýadyň 1-nji nokatdan 2-nji nokada süýşürilende meýdanyň edýän işi

$$A_{12} = q'(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (1.14)$$

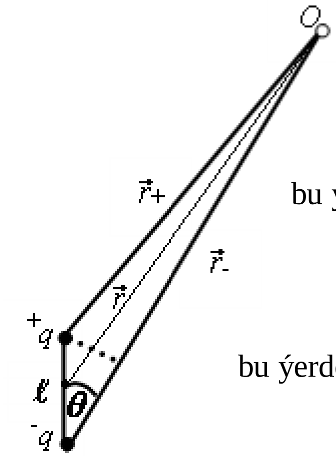
bu ýerde φ_1 we φ_2 degişlilikde 1-nji we 2-nji nokatlardaky potensiallar.

1.7. Biri birinden käbir ℓ uzaklykda ýerleşen modullary boýunça birmeňzeş, dürli atly $+q$ we $-q$ nokatlanç zarýadlaryň toplumyna **elektrik dipoly** diýilýär.

O nokatda (1.1-nji çyzgy) dipolyň döredýän meýdanynyň potensialy aşakdaky deňlikden tapylýar:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q(r_- - r_+)}{r_+ r_-} \qquad (1.15)$$

Dipolyň meýdany barada gürrüň edilende dipolyň özi nokatlanç we $r >> \ell$ diýip alynýar.



1.1-nji çyzgy.

1.1-nji çyzgydan görnüşi ýaly

$$r_- - r_+ = \ell \cos\theta \quad \text{we} \quad r_+ r_- = r^2 \,,$$

bu ýerde r – nokatdan dipola çenli aralyk.

Onda (1.15) deňlikden alynýar:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p\cos\theta}{r^2} \,, \qquad (1.16)$$

bu ýerde $p = q\ell -$ dipolyň elektrik momenti.

Wektor görnüşde

$$\vec{p} = q\vec{\ell} \qquad (1.17)$$

Nokatlanç dipolyň meýdanynyň güýjenmesi:

laýyklykda ýazyp bolar: $\sigma'/2\varepsilon_0 = \varepsilon(-\sigma'/2\varepsilon_0)$. Bu ýerden, meselede berlen halat üçin $\sigma' = 0$ gelip çykýar. Soňra ýapyk üst hökmünde merkezi q zarýadyň ýerleşen nokadynda radiusy r bolan sferany alyp we bu sfera üçin Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, $2\pi r^2 D_0 + 2\pi r^2 D = q$ gatnaşygy ýazyp bolar (bu ýerde D_0 – wakuumda q zarýaddan r aralykdaky $\vec{D}$ wektoryň moduly). Bu formulada $D = \varepsilon D_0$ formulany goýup, ilki D_0 we D, soňra bolsa meýdan E we potensial φ üçin aňlatmalar tapylar.

1.10. Radiusy R bolan inçe dielektrik halkasy $\lambda = \lambda_0 \cos\varphi$ çyzykly dykyzlyk bilen zarýadlanan ($\lambda_0 -$hemişelik ululyk, $\varphi -$azimut burçy).
a) halkanyň merkezinde;
b) halkanyň okunda onuň merkezine çenli x aralyga baglylykda Elektrik meýdanyň güýjenmesiniň modulyny tapmaly;
Alnan aňlatmany $x>>R$ şert üçin derňemeli.

1.11. Ýarymsfera $\sigma = 1nKl/m^2$ üst dykyzlygy bilen deňölçegli zarýadlanan. Ýarymsferanyň geometrik merkezindäki elektrik meýdanynyň güýjenmesini tapmaly.

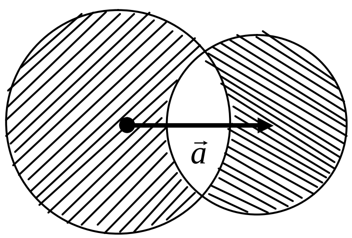
1.12. Örän ýuka disk $\sigma > 0$ üst dykyzlygy bilen deňölçegli zarýadlanan. Eger-de disk bu diskiň okunyň käbir nokadyndan Ω jisim burçy boýunça görünýän bolsa, onda bu nokatda elektrik meýdanyň $\vec{E}$ güýjenmesini tapmaly.
Alnan aňlatmany diskden uzaklyga baglylykda derňemeli.

1.13. Deňölçegli zarýadlanan örän uzyn göni sim uzynlyk birligine düşýän λ zarýada eýedir. Sapakdan y uzaklykda duran we onuň uçlarynyň birinden geçýän perpendikulýarda ýerleşen nokatda elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň modulyny we ugryny tapmaly.

1.14. Elektrik meýdanynyň güýjenmesi diňe x we y koordinatalara $\vec{E} = a(x\vec{i} + y\vec{j})(x^2 + y^2)$ kanun boýunça bagly (bu ýerde a – hemişelik, $\vec{i}$ we $\vec{j}$ - x we y oklaryň ortalary). Radiusy R we merkezi koordinatalar başlangyjynda bolan sferadan geçýän $\vec{E}$ wektorynyň akymyny tapmaly.

1.15. Ulgam radiusy R bolan sferiki simmetriýaly zarýadlanan şardan we göwrümleýin dykyzlygy $\rho = \alpha/r$ bolan zarýad bilen doldurylan töweregindäki gurşawdan ybarat (bu ýerde α – hemişelik, r – şaryň merkezinden uzaklyk). Şaryň daşynda elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň moduly r ululyga bagly bolmadyk şaryň zarýadyny kesgitlemeli. Bu ýagdaýynda güýjenme nämä deň? Dielektrik syzyjylygy ε hemme ýerde 1-e deň.

1.16. Göwrümleýin dykyzlyklary ρ we $-\rho$ bolan alamatlary boýunça dürli atly zarýadlar bilen deňölçegli doldurylan iki şaryň kesişme giňişliginde elektrik meýdanynyň $\vec{E}$ güýjenmesini tapmaly. Şarlaryň merkezleriniň arasyndaky uzaklyk $\vec{a}$ wektor bilen häsiýetlendirilen (1.4-nji çyzgy).



1.4-nji çyzgy.

Aýna – wakuum gurşawlar üçin (1.35) we (1.37) araçäk şertlerden peýdalanyp, $\vec{E}$ wektoryň modulyny, soňra bolsa E/E_0 gatnaşygy tapmaly. Bagly zaryadlaryň üst dykyzlygyny tapmak üçin $\vec{P}$ wektory üçin araçäk şertlerden peýdalanmaly: $P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'$, bu ýerde $\sigma' = P_{on} = \chi\varepsilon_0 E_{on}$ (E_{on}-wakuumda $\vec{E}$ wektoryň normal düzüjisi).

1.29. a) Wakuum – dielektrik gurşawlaryň araçäginde $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjisiniň üznüksizliginden peýdalanyp $\left(D_{2n} = D_{1n},\ E_{2n} = \varepsilon_0 E_{1n}\right)$ we $\sigma'/2\varepsilon_0$ aňlatmany nazary alyp, $\vec{E}$ wektory ($\sigma'/2\varepsilon_0$ - zarýadyň üst dykyzlygy σ' bolan tekizligiň uçastogynyň ýakynlygynda döredilýän meýdanyň güýjenmesiniň düzüjisi), r aralygyň funksiýasy bolan bagly zarýadlaryň üst dykyzlygyny tapyp bolar.
b) Araçägiň merkezi bolan O nokatda daşky we içki radiuslary r' we $r' + dr'$ bolan halka almaly. Berlen halkanyň çäginde dq' üst bagly zarýad $dq' = \sigma' \cdot 2\pi r' dr'$ baha deň bolmaly. Meseläniň birinji bölüminde σ' üçin alnan formuladan peýdalanyp, ony dq' üçin ýazylan aňlatmada goýmaly. Soňra bu aňlatmany ℓ-den ∞ çenli integrirlesek, gözlenilýän q' zarýady tapyp bolar.

1.30. $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjisiniň üznüksizliginden peýdalanyp $\left(E_{2n} = \varepsilon E_{1n}\right)$, meseledäki berlen şertlere

1.26. *a*) Ýapyk üst hökmünde radiusy *r* bolan sferany alyp, $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasyny ulanmaly. Mundan soň, alnan deňlemäni $r < a$ we $r > a$ şertler üçin derňäp, ilki $\vec{D}$ wektoryň, soňra bolsa $\vec{E}$ wektoryň modulyny tapyp, $E(r)$ funksiýanyň grafigini çyzyp bolar.

b) Meselede berlen şertlere esaslanyp, daşky (keseki) zarýadyň ρ dykyzlygynyň üsti bilen Gaussyň teoremasynyň formulasyny ýazmaly. Mundan soň gatlagyň göwrümi boýunça meýdanyň güýjenmesiniň *E* modulyny tapyp, $E(r)$ funksiýanyň grafigini şekillendirip bolar.

1.27. *a*) Meselede berlen şertlere görä diňe daşky (keseki) zarýadlaryň paýlanyşy belli, şonuň üçin *E* meýdany tapmak üçin $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasyndan peýdalanmaly. Alnan formulalardan $r << a$ we $r >> a$ halatlar üçin $\vec{E}$ wektoryň modulynyň bahasyny tapmaly. Mundan soň, $E(r)$ we $\varphi(r)$ grafiklerini çyzyp bolar.

b) Bagly zarýadlaryň üst we göwrüm dykyzlygyny tapmak üçin (1.27) we (1.28) formulalardan we $q' = -\dfrac{\chi}{1+\chi} q$ gatnaşykdan peýdalanmaly.

1.28. Aýnada *A* nokadyň ýakynlygynda meýdanyň *E* güýjenmesi $E = \sqrt{E_\tau^2 + E_n^2}$ formuladan tapylar, bu ýerde E_τ we E_n degişlilikde $\vec{E}$ wektoryň tangensial we normal düzüjileri.

1.17. $\sigma = 0{,}25\, mkKl/m^2$ Üst dykyzlykly deňölçegli zarýadlanan ýuka diskiň gyrasynda potensialy tapmaly. Diskiň radiusy $R = 20\, sm$.

1.18. Käbir elektrik meýdanyň potensialy $\varphi = \alpha\left(xy - z^2\right)$ görnüşe eýedir. $M(2,1;-3)$ nokatda $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}$ wektoryň ugruna $\vec{E}$ wektoryň proýeksiýasyny tapmaly.

1.19. Zarýadlanan şaryň içinde potensial diňe onuň merkezine çenli aralyga $\varphi = ar^2 + b$ ýaly baglydyr (bu ýerde *a* we *b* – hemişelikler). Şaryň içinde göwrümleýin dykyzlygynyň $\rho(r)$ zarýadyň paýlanyşyny tapmaly.

1.20. $q_1 = 3\, mkKl$ we $q_2 = 20\, nkKl$ položitel zarýadlar wakuumda biri-birinden 1,5 *m* aralykda ýerleşýärler. Zarýadlary 1 *m* aralyga ýakynlaşdyrmak üçin edilýän işi kesgitlemeli.

1.21. Elektrik momenti $p = 2nK\ell m$ bolan dipol güýjenmesi $E = 30\, kw/m$ birhilli elektrik meýdanynda ýerlesýär. $\vec{p}$ wektor meýdanyň güýç çyzyklary bilen $\alpha_0 = 60^0$ burç emele getirýär. Daşky güýçler tarapyndan dipoly $\beta = 30^0$ öwürmek üçin edilen işi kesgitlemeli.

1.22. Elektrik momenti $p = 4\, pK\ell m$ bolan nokatlanç dipolyň onuň merkezinden $r = 10\, sm$ uzaklykda elektrik momentiň wektory bilen $\alpha = 60^0$ burç emele getirýän ugurda döredýän meýdanynyň güýjenmesini we potensialyny tapmaly.

1.23. Eger-de biri-birinden $\ell = 10\,nm$ uzaklykda ýerleşen suwuň iki sany molekulalarynyň elektrik momentleri şol bir göni çyzygyň ugry boýunça gönükdirilen bolsalar, onda olaryň özara täsirleşme güýjüni tapmaly. Her bir molekulanyň elektrik momenti $0{,}62 \cdot 10^{-29} Kl \cdot m$ deňdir.

1.24. Nokatlanç q zarýad dielektrik syzyjylygy ε bolan birhilli dielektrik şaryň merkezinde ýerleşen. $\vec{P}$ polýarlanma wektorynyň radius-wektora baglylygyny hem-de radiusy şaryň radiusyndan kiçi bolan sferanyň içindäki q' bagly zarýady tapmaly.

1.25. Nokatlanç q zarýad syzyjylygy diňe radial ugurda $\varepsilon = \alpha / r$ kanuna boýunça üýtgeýän birhilli däl izotrop dielektrigiň sferiki gatlagynyň merkezinde ýerleşýär (bu ýerde $\alpha -$hemişelik, r – ulgamyň merkezinden uzaklyk). Gatlagyň içinde r uzaklygyň funksiýasy bolan bagly zarýadlaryň göwrümleýin dykyzlygyny tapmaly.

1.26. Birhilli dielektrik radiuslary a we b bolan sferiki gatlak görnüşdedir $(a < b)$. Eger dielektrik deňölçegli paýlanan položitel zarýada eýe bolsa,
a) gatlagyň içki üsti boýunça;
b) gatlagyň göwrümi boýunça.

1.23. Suwuň iki sany molekulasyna momentleri birmeňzeş *p* bolan iki sany nokatlanç dipol ýaly seretmek mümkin. Onda munuň ýaly ulgama täsir edýän *F* güýji (1.19) formuladan tapyp bolar. Bu formula girýän *E* ululygy (1.18) formuladan tapmaly. *E* ululygyň bahasyny *F* güýç üçin formulada goýup, onuň san bahasyny tapmaly.

1.24. Ilki meýdanyň *E* güýjenmesini tapmaly. Ony Gaussyň teoremasynyň integral görnüşinden tapyp bolar. Soňra $\vec{P}$ polýarlanma wektoryny tapmak üçin (1.24) formuladan peýdalanmaly $\left(\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}\right)$. Bu formulada meýdanyň *E* güýjenmesi üçin alnan aňlatmany goýup, $\vec{P}$ wektoryň bahasyny tapmaly. Soňra $\vec{P}$ wektory üçin (1.25) Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, q' bagly zarýady tapyp bolar.

1.25. $\vec{P}$ polýarlanma wektory üçin Gaussyň teoremasyndan peýdalanmaly ((1.25) formula). Soňra ýapyk üst hökmünde radiusy r bolan sferany alyp, bu sferanyň içindäki $q'(r)$ bagly zarýad üçin (1.25) formulany ýazmaly. Ýazylan aňlatmanyň differensialyny alyp, $4\pi d\left(r^2 p_r\right) = -dq'$ deňlige gelmeli (bu ýerde $dq' -$radiuslary *r* we *r*+*dr* bolan sferalaryň arasyndaky ýuka gatlakdaky bagly zarýad). Soňky deňligi differensirläp soň, gatlagyň içinde r uzaklygyň funksiýasy bolan bagly zarýadlaryň ρ' göwrümleýin dykyzlygy tapylýar.

1.19. Ilki (1.13) formuladan peýdalanyp, elektrik meýdanynyň güýjenmesini tapmaly. $\left(E_r = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial r} = -2ar\right)$. Soňra, Gaussyň teoremasyna esaslanyp, şar boýunça elektrik meýdanynyň akymyny tapmaly. Alnan aňlatmany differensirläp, şaryň içinde gözlenilýän $\rho(r)$ zarýadyň göwrümleýin dykyzlygyny tapyp bolar.

1.20. q nokatlanç zarýady bir nokatdan beýleki nokada süýşürmek üçin edilen işiň formulasyndan peýdalanmaly ((1.14) formula serediň). Mundan soň, berlen şertlerde ýoluň φ_1 we φ_2 başdaky we ahyrky nokatlarynyň potensialyny tapmaly. Potensiallaryň bahalaryny zarýadlary belli aralyga ýakynlaşdyrmak üçin daşky güýçleriň edýän işiniň formulasynda goýup, gutarnykly formulany almaly.

1.21. Daşky güýçler tarapyndan dipoly $d\alpha$ burça öwürmek üçin edilýän dA elementar işi aşakdaky formuladan tapyp bolar:

$$dA = Md\alpha$$

bu ýerde M – dipola täsir edýän güýjüň momenti. Ol (1.20) formuladan tapylar. M güýjüň momentiniň bahasyny ýokarda ýazylan formulada goýup we ony meseledäki berlen burçlaryň çäginde integrirläp, gözlenilýän işi tapmaly.

1.22. Nokatlanç dipolyň meselede berlen şertlere görä, döredýän meýdanyny (1.18) formuladan tapmaly. Soňra (1.16) formuladan peýdalanyp, bizi gyzyklandyrýan nokatda dipolyň meýdanynyň potensialy tapylar.

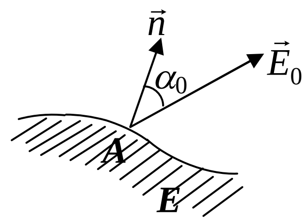
ulgamyň merkezinden r aralyga funksiýasy bolan elektrik meýdanynyň baglylykda güýjenmesiniň E modulynyň takmyny grafiklerini şekillendirmeli:

1.27. Erkin zarýadlar $\rho > 0$ göwrümleýin dykyzlygy bilen ε syzyjylykly birhilli izotrop dilektrikden ybarat bolan R radiusly şar boýunça deňölçegli paýlanan.

a) Şaryň merkezinden *r* aralyga baglylykda $\vec{E}$ wektoryň modulyny. *E(r)* we $\varphi(r)$ funksiýalaryň takmyny grafiklerini şekillendirmeli;

b) bagly zarýadlaryň üst we göwrümleýin dykyzlygyny tapmaly.

1.28. Aýna – wakuum araçäginiň A nokadynyň ýakynynda (1.5-nji çyzgy) wakuumda elektrik meýdanynyň E_0 güýjenmesi 10,0 *W/m* deňdir, $\vec{E}_0$ wektoryň we berlen nokatda araçägiň üstüne geçirilen $\vec{n}$ normalyň arasyndaky burç $\alpha_0 = 30^0$. Aýnada A nokadyň ýakynynda meýdanyň E güýjenmesini, E/E_0 gatnaşygy hem-de A nokatdaky bagly zarýadlaryň üst dykyzlygyny tapmaly.



1.5-nji çyzgy.

1.29. q nokatlanç zarýad wakuumda ähli ýarymgiňişligi dolduran birhilli izotrop dielektrigiň tekiz üstünden ℓ uzaklykda ýerleşen. Dielektrigiň syzyjylygy ε deňdir.

a) Bagly zarýadlaryň üst dykyzlygynyň q nokatlanç zarýaddan r aralyga funksiýasyny $\ell \to 0$ ýagdaýa seretmeli.

b) dielekrtigiň üstünde jemleýji bagly zarýady tapmaly.

1.30. q nokatlanç zarýad syzyjylygy ε bolan çäksiz birhilli izotrop dielekrik bilen wakuumyň serhetinde ýerleşýär. $\vec{D}$ we $\vec{E}$ wektorlaryň modullaryny we φ potensialyň q zarýaddan r uzaklyga baglylygyny tapmaly.

I.3. Ugrukdyrmalar

1.1. Meýdanyň E güýjenmesini tapmak üçin superpozisiýa prinsipinden peýdalanmaly (1.4 formula). q_1 we q_2 zarýadlar tarapyndan döredilen E_1 we E_2 meýdanlary (1.2) formuladan tapmaly. Mundan soň, kosinuslar teoremasyna esaslanyp, $\vec{E}$ wektoryň modulyny tapyp bolar.

1.2. Ilki meselede berlen sapagyň zarýady dq bolan $d\ell$ elementiniň döredýän dE_x düzüjisini tapmaly. dE_x düzüji (1.5) formuladan λ çyzykly dykyzlygyň üsti bilen tapylýar. Alnan aňlatmany integrirläp, meýdanyň E güýjenmesini kesgitläp bolar.

1.3. Ilki halkanyň dq zarýadly $d\ell$ elementiniň döreden elektrik meýdanynyň dE güýjenmesini tapmaly. Bu ýerde (1.2) we (1.5) formuladan peýdalanmaly. Soňra alnan aňlatmany 0-dan ℓ-e çenli integrirläp, halkanyň berlen

güýjenmesiniň bahasyny hem tapyp bolar. Ol $E = \dfrac{\alpha}{2\varepsilon_0}$ deň bolmaly.

1.16. Ilki Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, deňölçegli zarýadlanan şaryň içinde elektrik meýdanynyň güýjenmesini tapmaly. Ol $(\rho/3\varepsilon_0)\vec{r}$ deň bolmaly (bu ýerde $\vec{r}$ – şaryň merkezine görä radius-wektor).
Soňra iki şaryň kesişme giňişliginde meýdany tapmaly. Bu giňişligiň erkin nokadyndaky elektrik meýdanynyň E güýjenmesi $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ deňlikden tapylar.

1.17. Başda (1.12) formuladan peýdalanyp, φ potensial üçin aňlatmany ýazmaly: $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \dfrac{\sigma ds}{r}$. Integrirlemäni ýönekeýleşdirmek üçin berlen diskde radiusy r we ini dr bolan ds meýdançany seçip almaly. Bu meýdança üçin $ds = 2\theta dr,\ r = 2R\cos\theta$ bolmaly. Bu ýerde $\theta -\ r$ radiusyň we diskiň $2R$ diametriniň arasyndaky burç. Bu ululyklary ulanyp, gözlenýän φ potensialy tapyp bolar. Integrirlemäni $\pi/2 -$den $0 -$a çenli aralykda geçirmeli.

1.18. (1.13) formulanyň esasynda $\vec{E}$ wektory tapmaly $\left(\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi = -\left(x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}\right)\right)$. Bu ýerden gözlenilýän E_a proýeksiýany tapyp bolar.

Zarýadly diskiň uly uzaklyklarda döredýän meýdanynyň güýjenmesi $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, diskiň ýakynynda bolsa $E = \sigma/2\varepsilon_0$ bolmaly.

1.13. Ilki çyzgyda $\vec{E}$ wektoryň E_x we E_y proýeksiýalaryny görkezmeli. Soňra bu proýeksiýalaryň dE_x we dE_y elementleriniň döredýän meýdanlaryny tapmaly. Alnan aňlatmany 0-dan $\pi/2$ çenli integrirläp, meýdanyň E_x we E_y düzüjilerini tapmaly. Ahyrda $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ formuladan elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň moduly tapylar.

1.14. Berlen şertlerde $\vec{E}$ wektoryň akymyny tapmak üçin oňa deňölçegli zarýadlanan sapagyň döredýän meýdanynyň akymy ýaly seretmeli, sebäbi $\vec{E}$ meýdan sferanyň merkezinden geçýän oka görä simmetrik ýerleşýär. Şonuň üçin radiusy R bolan sfera arkaly akýan akym edil şonuň ýaly radiusy we beýikligi $2R$ bolan silindriň gapdal üstünden akýan akyma deň bolmaly. Munuň ýaly silindr üçin Gaussyň integral görnüşli teoremasyndan peýdalanyp ((1.7) formula), gözlenilýän meýdanyň N akymyny tapyp bolar.

1.15. Gözlenilýän zarýady tapmak üçin radiusy r bolan q zarýadly sferanyň daşynda döreýän meýdanyň akymyny kesgitlemeli (Gaussyň integral görnüşli teoremasyndan peýdalanmaly). Alnan aňlatmadan elektrik meýdanynyň E

nokatda döredýän meýdanynyň E güýjenmesini tapyp bolar.

1.4. 1.3 meseläniň çözüwinden peýdalanyp, radiusy R we ini dR bolan diskiň elementar halkasynyň döredýän meýdanynyň güýjenmesini tapmaly. Soňra, alnan aňlatmany integrirläp, meýdanyň E güýjenmesini kesgitlemeli. Meseledäki berlen şerte laýyklykda soňky alnan aňlatmany $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\pi\sigma$ deňläp, gözlenýän ululygy tapyp bolar.

1.5. *a*) Ilki meseläniň simmetriýasyna laýyklykda elektrik meýdanynyň wektorynyň ugryny tapmaly. Soňra meýdanyň konfigurasiýasyny kanagatlandyrmak üçin ýapyk üst hökmünde göni silindr saýlap almaly. Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp (1.7) formula serediň), alnan silindriň üstünden akýan meýdanyň $\vec{E}$ wektorynyň normal düzüjisini tapmaly we ony $\sigma > 0$ we $\sigma < 0$ ýagdaýlar üçin derňemeli.
b) Gözlenilýän meýdany her bir tekizligiň aýratynlykda döredýän meýdanynyň superpozisiýasy ýaly tapyp bolar. Şonda meseläniň *a* bölüminde alnan aňlatma esaslanmaly.

1.6. Meseledäki berlen şertlere görä her bir nokatda meýdanyň $\vec{E}$ wektory silindriň okuna perpendikulýar bolmaly, onuň moduly bolsa silindriň okuna çenli r aralyga bagly bolmaly. Munuň esasynda ýapyk üst hökmünde koaksial göni silindr alyp, Gaussyň teoremasyndan bu silindriň gapdal üstünden geçýän $\vec{E}$ wektoryň akymyny tapmaly.

1.7. *a*) Meýdan sferiki simmetriýa eýedir, şonuň üçin islendik nokatda $\vec{E}$ wektoryň ugry sferanyň merkezinden geçmeli, onuň moduly bolsa diňe sferanyň merkezine çenli r aralyga baglydyr. Munuň esasynda ýapyk üst hökmünde konsentrik sferany alyp, Gaussyň teoremasynyň esasynda onuň meýdanyny tapmaly.

b) Şaryň meýdany hem sferiki simmetriýa eýedir, şonuň üçin onuň meýdanyny tapmak üçin ýapyk üst hökmünde konsentrik sferany almaly. Mundan soň, Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, şaryň daşyndaky we içindäki meýdany tapyp bolar.

1.8. Gaussyň integral görnüşde teoremasyndan peýdalanyp (1.7 formula), berlen şertlerde tegelek meýdançanyň üstünden geçýän meýdanyň güýjenmesiniň wektorynyň akymyny tapmaly. Alnan formulany integrirlände meýdançanyň çäginde güýjenmäniň $\vec{E}$ wektorynyň ululygy we ugry boýunça örän az üýtgeýändigini nazara almaly.

1.9. Ilki ýarymhalkanyň $d\ell$ elementiniň ýarymhalkanyň egrilik merkezinde döredýän elektrik meýdanynyň dE güýjenmesini tapmaly. ((1.6) formuladan peýdalanmaly). Soňra alnan aňlatmany $-\pi/2-$den $+\pi/2-$ä çenli integrirläp, gözlenilýän E meýdany tapyp bolar.

1.10. *a*) Zarýadyň berlen paýlanyşyndan peýdalanyp, halkanyň merkezinde $\vec{E}$ wektoryň ugryny tapmaly. Bu wektoryň moduly dq elementar zarýadlaryň döreden $d\vec{E}$ wektorlarynyň $\vec{E}$ wektoryň ugryna bolan proýeksiýalaryň jemine deň bolmaly. $\vec{E}$ wektora $d\vec{E}$ wektoryň proýeksiýasyny (1.4) formulanyň esasynda tapyp, alnan aňlatmany 0-dan 2π çenli integrirlemeli.

b) Halkanyň okunyň haýsy hem bolsa bir nokadynda $\vec{E}$ wektoryň modulyny tapmak üçin dürli atly zarýadlar bilen zarýadlanan ýarymhalkalaryň uzynlygynyň $d\ell$ elementini seçip almaly. Onuň berlen nokatda döreden $d\vec{E}_1$ we $d\vec{E}_2$ elektrik meýdanlaryň güýjenmeleriniň wektorlaryny çyzgyda şekillendirmeli. Soňra $d\vec{E}_1$ we $d\vec{E}_2$ wektorlaryň jemleýji wektorynyň modulyny tapmaly. Alnan aňlatmany 0-dan π ululyga çenli integrirläp, gözlenilýän E meýdany tapyp bolar.

1.11. Ilki berlen ýarymsferany zarýady $dq=\sigma ds$ bolan differensial ýuka halkalara bölmeli. Soňra halkanyň ýarymsferanyň merkezinde döredýän meýdanyň dE güýjenmesini tapmaly (1.3 meseläniň çözüwinden peýdalanmaly). Mundan soň, alnan formulany 0-dan $\pi/2$ çenli integrirläp, ýarymsferanyň geometrik merkezinde elektrik meýdanynyň güýjenmesini tapyp bolar.

1.12. Başda simmetriýa pikirlere görä $\vec{E}$ wektoryň ugryny tapmaly. Soňra diskiň ds meýdançasynda zarýadyň elementiniň diskiň z okunyň nokadynda döreden dE_z düzüjisini tapmaly. Alnan aňlatmany diskiň ähli üsti boýunça integrirlemeli. Mundan soň gözlenilýän elektrik meýdanynyň güýjenmesi tapylýar $\left(E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\Omega\right)$.

$$E_r \cdot 2\pi r h = \lambda\, h/\varepsilon_0$$, bu ýerden

$$E_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad (r > a) \qquad (1)$$

$\lambda > 0$ bolanda E_r hem noldan uludyr, ýagny $\vec{E}$ wektor zarýadlanan silindriň daşyna gönükdirilen eger $\lambda < 0$ bolsa, onda $E_r < 0$, ýagny $\vec{E}$ wektor zarýadlanan silindriň içine gönükdirilen.

Eger-de $r < a$ bolsa, onda ýapyk üst öz içinde zarýad saklamaýar, şonuň üçin bu giňişlikde $E = 0$. Şeýlelikde, üst boýunça deňölçegli zarýadlanan tegelek tükeniksiz silindriň içinde meýdan ýokdur.

1.7. *a*) Meseläniň şertine görä, meýdan merkezi – simmetrik bolmaly, islendik nokatda $\vec{E}$ wektoryň ugry sferanyň merkezinden geçýär, onuň moduly bolsa diňe sferanyň merkezine çenli r aralyga baglydyr. Munuň ýaly meýdanyň konfigurasiýasynda ýapyk üst hökmünde konsentrik sferany almaly. Goý, onuň radiusy $r > a$ bolsun, onda Gaussyň teoremasy boýunça

$$E_r \cdot 4\pi r^2 = q/\varepsilon_0 ,$$

bu ýerden

$$E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > a) \qquad (1)$$

I.4. Jogaplar

1.1.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r^4} + \frac{q_2^2}{r^4} + 2\frac{q_1 q_2}{r_1^2 r_2^2}\left(\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)}\, W/m = 1{,}67 \cdot 10^4\, W/m$$

1.2. $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x\left(\ell^2 + x^2\right)}$. $a)\ \ell = \infty,\ E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$,

1.3. $E = \dfrac{\lambda R\sqrt{r^2 - R^2}}{2\varepsilon_0 r^3} = 2{,}71 kW/m$.

$$b)\ x >> \ell,\ E \approx \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x^2}.$$

1.4. $|z| = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

1.5. $a)\ E = -\sigma/2\varepsilon_0$; $b)\ E = \sigma/\varepsilon_0$.

1.6. $E_r = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad (r > a)$.

1.7.

$a)\ E_r = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > a)$; $b)\ E_r = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{a^3} r \quad (r \le a)$.

1.8. $N_E = \dfrac{\lambda r^2}{2\varepsilon_0 a}\sin\beta = 565\,mW\cdot m.$

1.9. $E = \dfrac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2} = 0{,}10\,kW/m.$

1.10.

$E = \dfrac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}.$ $a)$ Eger $x=0$ bolsa, onda $E=\dfrac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}$,

$b\,)$Eger $x >> R$, onda $E \approx \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$, bu ýerde $p=\pi R^2\lambda_0$.

1.11. $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0} = 28{,}25\,W/m.$

1.12. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\Omega$ **.** Diskden uly uzaklykda $\left(\Omega = s/r^2\right)$

$E = \dfrac{\sigma s}{4\pi\varepsilon_0 r^2} -$ $q=\sigma s$ nokatlanç zarýadyň meýdany ýaly.

Diskiň merkeziniň ýakynlygynda $\left(\Omega = 2\pi\right)$ $E=\sigma/2\varepsilon_0$.

zarýadlanan, aşaky bolsa otrisatel zarýadlanan tekizlikleriň meýdanlaryna degişlidir.
Tekizlikleriň arasynda meýdanlaryň ugurlary birmeňzeşdir, şonuň üçin (3) aňlatma iki esse ulalar we tekizlikleriň arasyndaky jemleýji meýdan aşakdaka deň bolar:

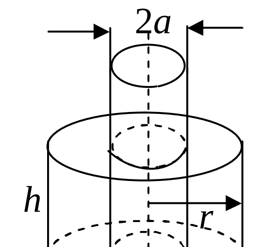
$$E = \sigma/\varepsilon_0\,, \qquad (4)$$

bu ýerde $\sigma -$zarýadyň üst dykyzlygynyň modulydyr. Çyzgydan görnüşi ýaly tekizlikleriň daşynda, meýdan nola deňdir.

1.6. Berlen şertlerde simmetriýa nazaryndan meýdanyň radial häsiýetlidigi gelip çykýar, ýagny her bir nokatda $\vec{E}$ wektor silindriň okuna perpendikulýardyr, onuň moduly bolsa silindriň okuna çenli r aralyga baglydyr. Şonuň üçin ýapyk üsti koaksikal göni silindr görnüşde almaly (1.11-nji çyzgy).

Onda bu silindriň esaslaryndan $\vec{E}$ wektoryň akymy nola deňdir, gapdal üstünden bolsa $E_r 2\pi rh$ deňdir (bu ýerde E_r- radiusy r we beýikligi h bolan silindriň gapdal üstüne geçirilen $\vec{n}$ normala proýeksiýasydyr.

Gaussyň teoremasy boýunça $r > a$ şert üçin alarys:



$$E = \sigma/2\varepsilon_0 , \quad (2)$$

Has takygy bu aňlatmany aşakdaky ýaly ýazmaly:

$$E_n = \sigma/2\varepsilon_0 , \quad (3)$$

bu ýerde $E_n - \vec{E}$ wektoryň zarýadlanan tekizlige geçirilen normala proýeksiýasy ($\vec{n}$ wektor bu tekizlikden daşyna gönükdirilen).

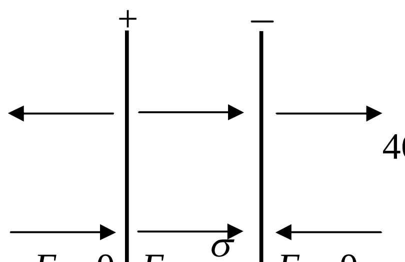
Eger $\sigma > 0$ bolsa, E_n onda $E_n > 0$ we $\vec{E}$ wektor zarýadlanan tekizlige tarap gönükdirilen.

$\vec{E}$ wektoryň tekizlige çenli aralyga bagly däldigi degişli elektrik meýdanynyň birhillidigini görkezýär.

Alnan netije diňe tükeniksiz tekiz üst üçin dogrudyr. Diňe bu şertde ýokarda getirilen simmetriýa pikirinden peýdalanyp bolar. Bu netijäni deňölçegli zarýadlanan çäkli tekiz üstüň orta bölegi, üçin ulanmak mümkindir.

b) Bu meýdany her bir tekizlikleriň aýratynlykda döredýän meýdanlarynyň superpozisiýasy ýaly tapyp bolar (1.10-njy çyzgy).

Çyzgyda görkezilen ýokarky strelkalar položitel



1.13. $E = \dfrac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 y}$.

1.14. $N = 4\pi aR$.

1.15. $q = 2\pi R^2\alpha$, $E = \alpha/2\varepsilon_0$.

1.16. $\vec{E} = \rho\,\vec{a}/3\varepsilon_0$.

1.17. $\varphi = \dfrac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0} = 1{,}8 kW$.

1.18. $E_a = \dfrac{-\alpha(y-6z)}{\sqrt{10}} \approx -6{,}0\alpha$.

1.19. $\rho = -6a\varepsilon_0$.

1.20. $A' = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_1}\right) = 180 mkJ$.

1.21. $A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha)$

Sagat strelkasy boýunça öwürmekde daşky güýçleriň edýän işi $A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1) = -2{,}19\cdot 10^{-5} J$.

Sagat strelkasyna garşy öwürmekde daşky güýçleriň edýän işi $A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) = 3\cdot 10^{-5} J$.

1.22. $E = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon\, r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha} = 47{,}6\,W/m.$

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\cos\alpha = 1{,}8\,W.$$

1.23. $F = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{3p^2}{\ell^4} = 2{,}1\cdot 10^{-16}\,N.$

1.24. $\vec{P} = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\dfrac{q}{4\pi\, r^3}\vec{r}. \quad q' = -\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}q.$

1.25. $\vec{P} = \dfrac{1}{4\pi\alpha}\dfrac{q}{r^2}.$

1.26. $a)\, E(r<a) = 0, \quad E(r>a) = \dfrac{D}{\varepsilon\varepsilon_0};$

$$b)\, E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon}\frac{r^3 - a^3}{r^2}.$$

1.27. $a)\, r \le 0, \quad E = \dfrac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0}r;$

$$r \ge 0, \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2};$$

$$b)\, \sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\frac{\rho R}{3}, \quad \rho' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho.$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{a}{z}\right)^2}} = \frac{1}{2} \quad \text{ýa-da}$$

$$1 + \frac{a^2}{z^2} = 4 \quad \text{ýa-da} \quad \frac{a^2}{z^2} = -3$$

Şeýlelikde

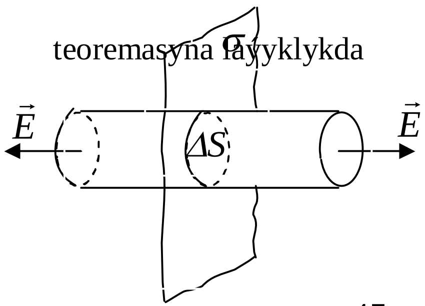
$$|\, z \,| = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

1.5. *a*) Zarýadyň paýlanmasynyň simmetriýasyna laýyklykda elektrik meýdanynyň güýjenmesiniň $\vec{E}$ wektory zarýadlanan tekizlige perpendikulýar bolmaly. Mundan başga, bu tekizlige görä simmetrik nokatlarda $\vec{E}$ wektorlar modullary boýunça birmeňzeşdirler ugurlary boýunça bolsa garşylyklydyrlar. Şunuň ýaly meýdanyň konfigurasiýasyny kanagatlandyrmak üçin ýapyk üst hökmünde 1.9-njy çyzgyda görkezilen göni silindri saýlap almaly. Goý, bu silindrde $\sigma > 0$ bolsun.

Silindriň gapdal üstünden $\vec{E}$ wektoryň akymy nola deňdir, şonuň üçin silindriň ähli üstünden doly akym $2E\Delta s$ bolar (bu ýerde Δs-silindriň esaslarynyň meýdanydyr). Silindriň içinde zarýad $\sigma\Delta s$ deňdir. Gaussyň teoremasyna laýyklykda

$$2E\Delta s = \sigma\,\Delta s/\varepsilon_0, \quad ($$

bu ýerden



1.9-njy çyzgy.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma\, z \int_0^a \frac{RdR}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \ bolar \qquad (2)$$

(2) aňlatma girýän integraly hasaplalyň. $R^2 + z^2 = t^2$ bilen belgiläp, alarys

$2tdt = 2RdR; \quad tdt = RdR$, onda

$$\int_0^a \frac{RdR}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} = \int_0^a \frac{tdt}{t^3} = \int_0^a \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{t}\bigg|_0^a = -\frac{1}{\left(z^2 + R^2\right)^{1/2}}\Bigg|_0^a =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} + \frac{1}{z} = \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}}.$$

Onda

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma \left(\frac{z}{z} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{z}\right)^2}} \right] \qquad (3)$$

Meseläniň şertini kanagatlandyrmak üçin (3) aňlatmada

$$\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{z}\right)^2}} \right] = \frac{1}{2} \quad \text{bolmaly}$$

Bu ýerden

1.28. $E = \left(E_0/\varepsilon\right)\sqrt{\cos^2\alpha_0 + \varepsilon^2 \sin^2\alpha_0} \approx 5{,}2W/m.$

$$\frac{E}{E_0} = \sqrt{\sin^2\alpha_0 + \frac{\cos^2\alpha_0}{\varepsilon^2}} < 1$$

$$\sigma' = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) E_0 \cos\alpha_0 \approx 64\ pKl/m^2.$$

1.29. $a)\, \sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\frac{q\ell}{2\pi r^3}$, $\ell \to 0$ halatda $\sigma' \to 0$;

$$b)\, q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} q.$$

1.30. $D = \frac{\varepsilon q}{2\pi(1+\varepsilon)r^2}$, $E = \frac{q}{2\pi(1+\varepsilon)\varepsilon_0 r^2}$.

$$\varphi = \frac{q}{2\pi(1+\varepsilon)\varepsilon_0 r}.$$

I.5. Çözüwler

1.1. Superpozisiýa prinsipine laýyklykda gözlenilýän nokatda elektrik meýdanynyň $\vec{E}$ güýjenmesi her bir zarýadyň aýratynlykda döredýän meýdanlarynyň $\vec{E}_1$ we $\vec{E}_2$ güýjenmeleriniň geometrik jemine deňdir:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Berlen şertde q_1 zarýadyň döredýän elektrik meýdanynyň güýjenmesi

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad (1)$$

ikinji zarýadyňky bolsa

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}, \qquad (2)$$

1.2. $\vec{E}_1$ wektor q_1 zarýaddan daşyna gönükdirilen, (1.6-njy çyzgy); $\vec{E}_2$ wektor bolsa q_2 zarýada tarap gönükdirilendir.

$\vec{E}_1$ wektoryň modulyny kosinuslar teoremasy boýunça tapyp bolar:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}, \quad (3)$$

bu ýerde $\alpha - \vec{E}_1$ we $\vec{E}_2$ wektorlaryň arasyndaky burç.

$$\cos\varphi = \frac{OC}{AC} = \frac{OC}{r} = \frac{\sqrt{r^2 - R^2}}{r}.$$

Bu aňlatmany (2) deňlikde goýup, alarys:

$$E = \frac{\lambda\sqrt{r^2 - R^2}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \cdot 2\pi R = \frac{\lambda R\sqrt{r^2 - R^2}}{4\varepsilon_0 r^3} \qquad (3)$$

$$E = \frac{10\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}08\sqrt{(0{,}1)^2 - (0{,}08)^2}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}(0{,}1)^3} W/m = \frac{24\cdot 10^{-12}\cdot 10^3}{8{,}85\cdot 10^{-12}} W/$$

$$= 2{,}71\cdot 10^3\, W/m = 2{,}71 kW/m$$

(3) aňlatmada $\lambda = q/2\pi R$, $\sqrt{r^2 - R^2} = z$, $r = \left(R^2 + z^2\right)^{1/2}$, hasaba alyp ony başga görnüşde ýazyp bolar:

$$E = \frac{q\cdot R\cdot z}{2\varepsilon_0\cdot 2\pi R\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}.$$

Käbir meselelerde bu formuladan peýdalanmak zerurdyr.

1.4. Radiusy R we ini dR bolan diskiň elementar halkasynyň döredýän meýdanynyň güýjenmesi

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi\sigma R dR \frac{z}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}, \qquad (1)$$

(1.3 meseläniň çözüwine serediň):

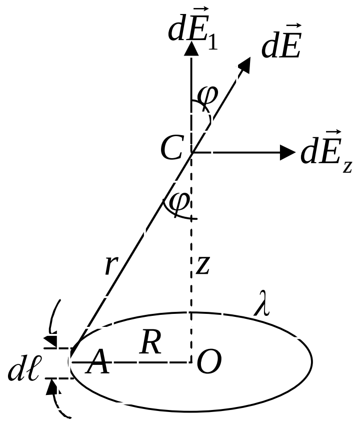
bu ýerde $2\pi\sigma R dR$ - elementar halkanyň üstüniň meýdany.

Jemleýji meýdanyň güýjenmesi

$$E \approx \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x^2},$$

1.3. Halkada A nokadyň töwereginde $d\ell$ elementi alalyň (1.8-nji çyzgy). dq zarýadyň döredýän elektrik meýdanynyň güýjenmesi

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{ýa} - \text{da} \quad dE = \frac{\lambda d\ell}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (1)$$



1.8-nji çyzgy.

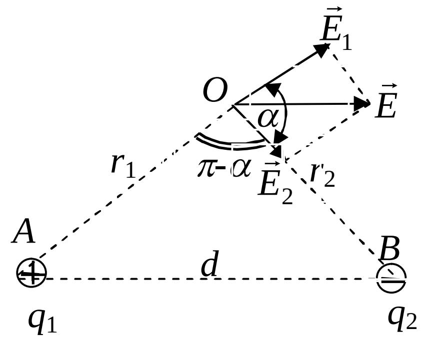
$d\vec{E}$ wektoryny iki düzüjä: halkanyň tekizligine geçirilen normal boýunça $d\vec{E}_1$ dargadalyň we tekizlige parallel bolan $d\vec{E}_z$ düzüjä.

Bu düzüjileri halkanyň hemme elementleri üçin jemläliň.

Şunlukda halkanyň tekizligine parallel bolan düzüjileriň jemi nola deň bolar. Normal düzüjileriň jemi aşakdaky integral bilen aňladylýar:

$$E = dE\cos\varphi = \frac{\lambda\cos\varphi}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_0^{\ell} d\ell \qquad (2)$$

Çyzgydan görnüşi ýaly,



1.6-njy çyzgy.

Bu burçy taraplary r_1, r_2 we d bolan OAB üçburçlukdan tapyp bolar.

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

bu ýerden

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} \qquad (4)$$

(1) we (2) formulalardan E_1 we E_2 ululyklaryň bahalaryny (3) formulada goýup, alarys:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1 q_2}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\,, \qquad (5)$$

ýa-da (4) formulanyň esasynda

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r^4} + \frac{q_2^2}{r^4} + 2\frac{q_1 q_2}{r_1^2 r_2^2}\left(\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)} \qquad (6)$$

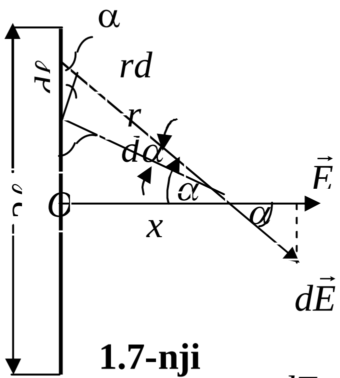
(6) formulada ululyklaryň san bahalaryny goýup, taparys:

$$E=\frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{\left(3\cdot 10^{-8}\right)^2}{\left(0{,}15\right)^4}+\frac{\left(10^{-8}\right)^2}{\left(0{,}1\right)^4}+2\frac{3\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-8}}{\left(0{,}15\right)^2\left(0{,}1\right)^2}\left[\frac{\left(20\right)^2-\left(15\right)^2-\left(10\right)^2}{2\cdot 15\cdot 10}\right]}=$$

$$=0{,}9\cdot 10^{10}\sqrt{1{,}8\cdot 10^{-12}+\cdot 10^{-12}+0{,}66\cdot 10^{-12}}\;N/Kl=0{,}9\cdot 10^{10}\sqrt{3{,}46\cdot 10^{-12}}\;N/Kl=$$

$$=0{,}9\cdot 10^{10}\cdot 1{,}86\cdot 10^{10}\;N/Kl==1{,}67\cdot 10^{4}\;N/Kl=1{,}67\cdot 10^{4}\;W/m.$$

1.2. Meseledäki berlen şertlerde $\vec{E}$ wektoryň ugry 1.7-nji çyzgyda görkezilişi ýaly bolmaly. Sapagyň *dq* zarýadly *dℓ* elementiniň dE_x düzüjisi deňdir:



1.7-nji

$$dE_x=dE\cos\alpha \quad (1)$$

Bu ýerden (1.2) formuladan peýdalanyp, alarys:

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,d\ell}{r^2} \quad (2)$$

Onda

$$dE_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,d\ell}{r^2}\cos\alpha, \quad (3)$$

bu ýerde $\lambda=q/2\ell$ – zarýadyň çyzykly dykyzlygy.

Çyzgydan görnüşi ýaly, $d\ell\cos\alpha=rd\alpha$ we $r=x/\cos\alpha$, şonuň üçin

$$dE_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r\,d\alpha}{r^2}=\frac{\lambda\,d\alpha}{r}=\frac{\lambda\cos\alpha\,d\alpha}{r\cos\alpha}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\alpha\,d\alpha \quad (4)$$

Meýdanyň $\vec{E}$ güýjenmesini tapmak üçin (4) aňlatmany iki esse ulaldyp, $0-$dan α_0 çenli ($\alpha_0-\alpha$ burçuň maksimal bahasy) integrirlemeli:

$$E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cdot 2\int_0^{\alpha_0}\cos\alpha\,d\alpha=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}2\sin\alpha_0 \quad (5)$$

Bu ýerde $\sin\alpha_0=\ell/\sqrt{\ell^2+x^2}$ we onda

$$E=\frac{q/2\ell}{4\pi\varepsilon_0 x}2\frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+x^2}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{\ell^2+x^2}} \quad (6)$$

a) Sapagyň uzynlygy tükeniksiz bolsa, onda (4) aňlatmadan taparys:

$$E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\int_{-\pi}^{+\pi}\cos\alpha\,d\alpha=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\alpha\Big|_{-\pi}^{+\pi}=\frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

b) $x>>\ell$ bolanda, (6) aňlatmadan alarys:

1.19. Ilki meýdanyň güýjenmesini tapalyň.

(1.13) formulanyň esasynda

$$E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -2ar \qquad (1)$$

Soňra Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, $4\pi r^2 E_r = q/\varepsilon_0$ ýazyp bolar: Bu aňlatmanyň differensialy

$$4\pi d\left(r^2 E_r\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} dq = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho 4\pi r^2 dr, \qquad (2)$$

bu ýerde

dq – radiuslary r we r+dr bolan iki sferanyň arasyndaky zarýad.

Bu ýerden

$$r^2 dE_r + 2rE_r dr = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho r^2 dr, \qquad \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{2}{r}E_r = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (3)$$

(1) aňlatmany soňky deňlemede goýup, alarys:

$$-2a + \frac{2}{r}(-2ar) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

ýa-da

$$-2a - 4a = \rho/\varepsilon_0, \quad \text{bu ýerden}$$

$\rho = -6a\varepsilon_0$, ýagny şaryň içindäki zarýad deňölçegli paýlanan.

bu ýerde E_r – sferanyň üstüne, geçirilen $\vec{n}$ normala $\vec{E}$ wektoryň proýeksiýasydyr. Zarýadyň alamaty E_r-iň alamatyny kesgitleýär.

Eger $r < a$ bolsa, onda ýapyk üstüň içinde zarýad ýok, şonuň üçin $E = 0$. Sferanyň daşynda meýdan edil nokatlanç zarýadynky ýaly r^2-a ters bagly kanun boýunça kemelýär.

b) Munuň ýaly ulgamyň meýdany hem merkezi – simmetrikdir, şonuň üçin bu ýerde hem meýdany tapmak üçin ýapyk üst hökmünde konsentrik sferany almaly. Şaryň daşynda netije öňki mysaldaky ýaly bolar, ýagny

$$E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > a) \qquad (1)$$

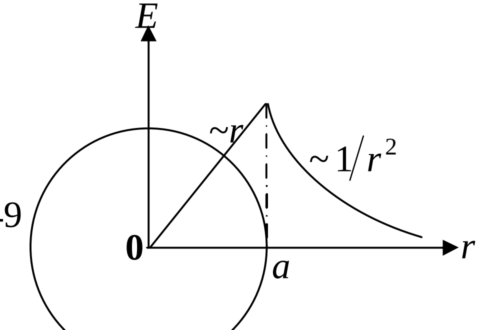
Şaryň içinde netije başgaça bolar.

Radiusy $r < a$ bolan sfera $q' = q\left(r/a\right)^2$ zarýady gurşap alýar, sebäbi biziň şertimizde zarýadlar degişli göwrümler ýaly, göwrümler bolsa radiuslaryň kublary ýaly gatnaşýarlar. Şonuň üçin Gaussyň teoremasyna laýyklykda

$$E_r \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} q\left(\frac{r}{a}\right)^3, \quad \text{bu ýerden}$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^3} r \quad (r \le a), \qquad (2)$$

ýagny deňölçegli zarýadlanan şaryň içinde güýjenme onuň merkezinden *r* aralyga çyzykly artýar. Meýdanyň güýjenmesiniň *r* aralyga baglylygy 1.12-nji çyzgyda görkezilen.

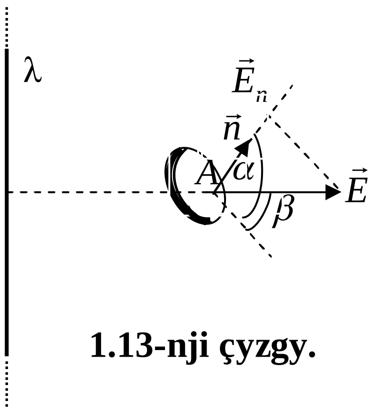


1.8. Tükeniksiz deňölçegli zarýadlanan sapagyň döredýän meýdany birhilli däl. Bu ýagdaýda güýjenme wektorynyň akymy aşakdaky integral bilen aňladylýar:

$$N_E = \int_S E_n ds, \qquad (1)$$

bu ýerde $E_n - ds$ üste $\vec{n}$ normala $\vec{E}$ wektoryň proýeksiýasy. Güýjenme wektorynyň E_n proýeksiýasy $\vec{E}$ wektoryň modulynyň bu wektor bilen $\vec{n}$ normalyň arasyndaky burçunyň kosinusyna köpeltmek hasylyna deňdir (1.13-nji çyzgy).

$$E_n = E\cos\alpha$$



1.13-nji çyzgy.

Muny nazara alyp, (1) formuladan alarys:

$$N_E = \int_S E\cos\alpha \, ds \qquad (2)$$

Meýdançanyň radiusynyň ululygy sapaga çenli aralykdan kiçi bolandygy üçin $(r << a)$,

$$\int_{\pi/2}^{0} \theta\sin\theta d\theta = -\theta\cos\theta\Big|_{\pi/2}^{0} + \int_{\pi/2}^{0}\cos\theta d\theta =$$

$$= -\theta\cos\theta\Big|_{\pi/2}^{0} + \sin\theta\Big|_{\pi/2}^{0} = -1.$$

Netijede (1) formuladan alarys:

$$\varphi = \frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0} \qquad (2)$$

(2) formulada ululyklaryň san bahalaryny goýup, taparys:

$$\varphi = \frac{0{,}25\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot 10^{-2}}{3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} W = 1{,}8\cdot 10^3 W = 1{,}8 kW.$$

1.18. Ilki $\vec{E}$ wektory tapalyň

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\nabla\varphi} = -\alpha\left(y\vec{i} + x\vec{j} - 2z\vec{k}\right)$$

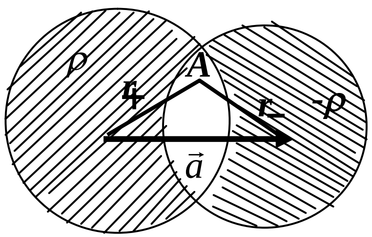
Gözlenýän proýeksiýa

$$E_a = \vec{E}\frac{\vec{a}}{a} = \frac{--\alpha\left(y\vec{i} + x\vec{j} - 2z\vec{k}\right)\left(\vec{i} + 3\vec{k}\right)}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{-(y-6z)\alpha}{\sqrt{10}}.$$

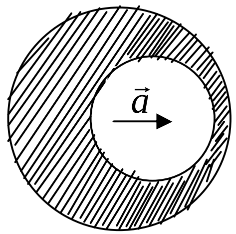
M nokatda

$$E_a = \frac{-(1+18)\alpha}{\sqrt{10}} = -\frac{19\alpha}{\sqrt{10}} \approx -6{,}0\alpha.$$

Haçan-da, bir şar tutuşlygyna beýleki şaryň içinde bolanda-da alnan netije dogrudyr. Başgaça aýdylanda, şaryň içinde sferiki boşluk bolsa, onda onuň içinde meýdan birhillidir (1.22-nji çyzgy).



1.21-nji çyzgy.



1.22-nji çyzgy.

1.17. Kesgitlemä görä, zarýad üst boýunça paýlanan ýagdaýynda potensial (1.12) integraldan tapylýar. Integrirlemäni ýönekeýleşdirmek üçin ds meýdança hökmünde radiusy r we ini dr bolan halkanyň bölegini alalyň (1.23-nji çyzgy). Onda $ds = 2\theta dr, \quad r = 2R\cos\theta, \quad dr = -2R\sin\theta d\theta$. Bu aňlatmalary

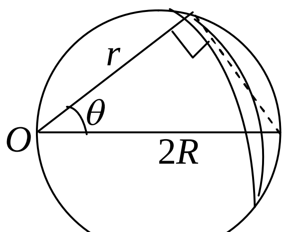
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma ds}{r}$$

integralda goýup, O nokatda potensial φ üçin alarys:

$$\varphi = -\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\pi/2}^{0}\frac{2\theta\cdot 2R\cos\theta\cdot 2R\sin\theta d\theta}{2R\cos\theta} = -\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\int_{\pi/2}^{0}\theta\sin\theta d\theta \qquad (1)$$

Integrirlemäni bölekler boýunça geçireliň.

$\theta = u, \quad \sin\theta d\theta = d\vartheta$ bilen belgiläliň. Onda



meýdançanyň çäginde elektrik meýdanyny birhilli diýip almak mümkin.

Diýmek, meýdançanyň çäginde $\vec{E}$ wektory ululygy we ugry boýunça örän az üýtgeýär, onda integralyň aşagyndaky E we $\cos\alpha$ bahalary olaryň $<E>$ we $<\cos\alpha>$ orta bahalary bilen çalyşyp, olary integralyň daşyna çykaryp bolar.

Integrirlemäni ýerine ýetirip, hem-de $<E>$ we $<\cos\alpha>$ ululyklary olaryň meýdançanyň orta nokady üçin hasaplanan E_A we $\cos\alpha_A$ takmynan bahalary bilen çalyşyp, alarys:

$$N_E = E_A\cos\alpha_A S = \pi r^2 E_A\cos\alpha_A \qquad (3)$$

E_A güýjenme aşakdaky formula boýunça hasaplanylýar:

$$E_A = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \qquad (4)$$

Çyzgydan:

$$\cos\alpha_A = \cos(\pi/2-\beta) = \sin\beta \ \textit{gelip}, \textit{çykýar} \quad ($$

(4) we (5) aňlatmalaryň esasynda (3) deňlik aşakdaky görnüşe eýe bolar.

$$N_E = \frac{\pi r^2\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\sin\beta$$

ýa-da

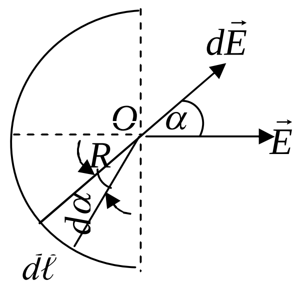
$$N_E = \frac{\lambda r^2}{2\varepsilon_0 a}\sin\beta \qquad (6)$$

Meseledäki berlen ululyklaryň bahalaryny soňky aňlatmada goýup, taparys:

$$N_E = \frac{4\cdot 10^{-8}\left(10^{-2}\right)^2}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}2}\cdot 0{,}5W\cdot m = 0{,}565W\cdot m = 565\,mW\cdot m.$$

1.9. Simmetriýa sebäpli $\vec{E}$ wektor 1.14-nji çyzgyda görkezilişi ýaly, gönükdirilen bolmaly. Çyzgydan görnüşi ýaly, ýarymhalkanyň $d\ell$ elementi O nokatda $d\vec{E}$ meýdanyny döredýär. Eger $d\ell$ elementiniň zarýadyny $dq = \lambda d\ell$ bilen belgilesek, onda onuň O nokatda döredýän elektrik meýdanynyň güýjenmesi

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\ell}{R^2}, \qquad (1)$$



bu ýerde $\lambda = q/\pi R -$ zarýadyň dykyzlygy.

$\vec{E}$ wektoryň ugruna $d\vec{E}$ wektoryň proýeksiýasy

1.14-nji çyzgy.

$$dE_1 = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\ell}{R^2}\cos\alpha \qquad (2)$$

ýa-da

Eger skobkadaky aňlatma nola deň bolsa, onda elektrik meýdanynyň E güýjenmesi r aralyga bagly bolmaly däl.

Onda

$$q = 2\pi R^2\alpha \quad \text{we} \quad E = \alpha/2\varepsilon_0\,.$$

1.16. Gaussyň teoremasynyň kömegi bilen deňölçegli zarýadlanan şaryň içinde elektrik meýdanynyň güýjenmesini tapyp bileris:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\cdot\vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\cdot V\cdot\vec{r}}{r^3}, \qquad (1)$$

bu ýerde $V = \frac{4}{3}\pi r^3 -$ şaryň göwrümi,

$\vec{r} -$ garalýan nokadyň radius-wektory.

Onda

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\cdot 4\pi r^3\cdot\vec{r}}{3r^3} = (\rho/3\varepsilon_0)\vec{r} \qquad (2)$$

Şarlaryň kesişme giňişligindäki meýdanyna iki deňölçegli zarýadlanan şarlaryň meýdanlarynyň superpopzisiýasy ýaly seretmek bolar.

Onda bu giňişligindäki A erkin nokatda (1.21-nji çyzgy).

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \rho(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)/3\varepsilon_0 = \rho\vec{a}/3\varepsilon_0 \qquad (3)$$

Şeýlelikde, şarlaryň kesişme giňişliginde meýdan birhilidir.

şonuň ýaly radiusly we beýikligi 2R bolan 1.20-nji çyzgyda görkezilişi ýaly ýerlesen silindriň gapdal üstünden akyma deňdir. Onda

$$N = q/\varepsilon_0 = \oint \vec{E}d\vec{s} = E_r S, \qquad (1)$$

bu ýerde $E_r = a/R$ we $S = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$

Soňky ululyklaryň bahalaryny (1) formulada goýup, alarys:

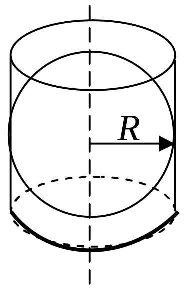
$$q/\varepsilon_0 = \frac{a}{R}\cdot 4\pi R^2 = 4\pi aR,$$

ýa-da

$$q = 4\pi\varepsilon_0 aR \qquad (2)$$

Şeýlelikde,

$$N = 4\pi aR.$$



1.20-nji çyzgy.

1.15. Goý, sferanyň gözlenilýän zarýady q deň bolsun, onda Gaussyň teoremasyndan peýdalanyp, radiusy r bolan sferiki üst üçin ýazyp bolar

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0}\int_R^r 4\pi r^2 dr \qquad (1)$$

(1) Bu ýerden:

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi\alpha r^2}{2\varepsilon_0} - \frac{2\pi\alpha R^2}{\varepsilon_0} = \left(q - 2\pi\alpha R^2\right)/\varepsilon_0 + 4\pi\alpha r^2/2\varepsilon_0$$

.

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{\pi RR^2}d\ell\cos\alpha \qquad (3)$$

Çyzgydan görnüşi ýaly, $d\ell = Rd\alpha$, onda

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{qR}{\pi RR^2}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{\pi R^2}\cos\alpha\, d\alpha \qquad (4)$$

Bu aňlatmany integrirläp, taparys:

$$E = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\alpha d\alpha = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\alpha\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\cdot 2 =$$

(5) formulada ululyklaryň san bahalaryny goýup, taparys:

$$E = \frac{0{,}7\cdot 10^{-9}}{2\cdot(3{,}14)^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot(0{,}2)^2}W/m = \frac{0{,}7\cdot 10^3}{6{,}98}W/m = 0{,}10\,kW$$

1.10. *a*)Zarýadyň berlen paýlanyşy 1.15-nji çyzgyda görkezilen. Bu paýlanyşyň simmetriýasyndan *O* nokatda $\vec{E}$ wektoryň ugryny tapyp bolar. Görnüşi ýaly, $\vec{E}$ wektor sag tarapa gönükdirilen, bu wektoryň moduly bolsa dq elementar zarýadlardan dörän $d\vec{E}$ wektorlaryň $\vec{E}$ ugruna proýeksiýalarynyň jemine deňdir. $\vec{E}$ wektora $d\vec{E}$ wektorlaryň proýeksiýalary aşakdaky deňlikden tapylýar:

$$dE\cos\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2}\cos\varphi, \qquad (1)$$

bu ýerde $dq = \lambda R d\varphi = \lambda_0 R\cos\varphi\, d\varphi$.

(1) aňlatmany φ boýunça 0-dan 2π çenli integrirläp, $\vec{E}$ wektoryň modulyny taparys:

$$E = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\, d\varphi \qquad (2)$$

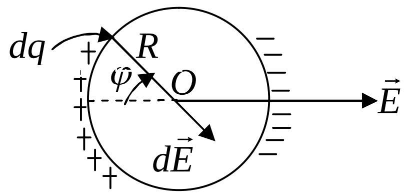
Eger $\cos^2\varphi$ ululygyň orta bahasyny alsak, onda (2) aňlatmadaky integraly ýönekeý usul bilen hasaplap bolar, Belli bolşy ýaly $<\cos^2\varphi> = \frac{1}{2}$. Onda

$$\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\, d\varphi = <\cos^2\varphi> 2\pi = \frac{1}{2}\cdot 2\pi = \pi$$

we

$$E = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot\pi = \frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R} \qquad (3)$$

b) Halkanyň okunyň *A* nokadynda (1.16-njy çyzgy) $\vec{E}$ wektoryň modulyny tapmak üçin dürli atly zarýadlar bilen zarýadlanan ýarymhalkalaryň $d\ell$ elementlerini alalyň. Olaryň *A* nokatda döreden $d\vec{E}_1$ we $d\vec{E}_2$ elektrik meýdanlarynyň güýjenmeleriniň wektorlarynyň ugry 1.16-njy çyzgyda



1.15-nji çyzgy.

çenli çäklerde integrirläp, taparys:

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\int_0^{\pi/2}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\left(-\cos\alpha\right)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y} \qquad (3)$$

E_y proýeksiýany tapmak üçin (2) formulada $\sin\alpha$ ululygy $\cos\alpha$ bilen çalyşmak ýeterlikdir. Onda

$$dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\cos\alpha\, d\alpha \qquad (4)$$

Bu aňlatmany integrirläp, taparys:

$$dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\int_0^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\sin\alpha\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y} \qquad (5)$$

(3) we (5) aňlatmalardan görnüşi ýaly, $E_x = E_y$

$\vec{E}$ wektor sapaga 45^0 burç boýunça gönükdirilen.

$\vec{E}$ wektoryň moduly

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{(4\pi\varepsilon_0 y)^2} + \frac{\lambda^2}{(4\pi\varepsilon_0 y)^2}} = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 y}.$$

1.14. Gaussyň teoremasyna laýyklykda, wakuumda gözlenilýän zarýad görkezilen sfera arkaly $\vec{E}$ wektoryň akymynyň dielektrik hemişeligine (E_o) köpeldilmegine deňdir. Berlen ýagdaýda akymy tapmak üçin oňa deňölçegli zarýadlanan sapagyň döredýän meýdanynyň akymy ýaly seretmeli, sebäbi berlen şertde $\vec{E}$ meýdan sferanyň merkezinden geçýän oka görä simmetrikdir. Şonuň üçin radiusy *R* bolan sferadan geçýän akym edil

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\,\Omega \qquad (2)$$

Diskden uly uzaklykda $\Omega = S/r^2$, bu ýerde S – diskiň tutýan meýdany.
Onda (2) aňlatmadan

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sigma\,S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \text{ gelip çykýar:}$$

O nokadyň ýakynlygynda bolsa Ω jisim burçy deňdir 2π we $E = \sigma/2\varepsilon_0$.

1.13. Meseläniň maksady $\vec{E}$ wektoryň E_x we E_y proýeksiýalaryny tapmakdan ybarat. (1.19-njy çyzgy, bu ýerde $\lambda > 0$ diýip çaklanan).
Ilki E_x proýeksiýany tapalyň. dx uçastokdaky zarýadyň elementiniň E_x proýeksiýa goşandy

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\sin\alpha \quad (1)$$

Bu aňlatmany integrirlemek üçin ony amatly görnüşe getireliň. Biziň ýagdaýymyzda

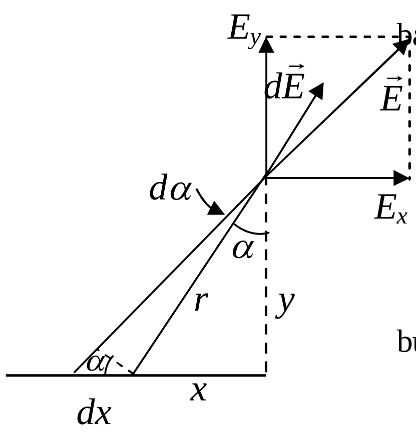
$$dx = r\,d\alpha/\cos\alpha,$$

$$r = y/\cos\alpha$$

Onda

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\sin\alpha\,d\alpha \quad (2)$$

Bu aňlatmany α boýunça 0-dan $\pi/2$



1.19-njy çyzgy.

görkezilen. Eger $d\ell$ elementiň zarýadyny dq bilen belgilesek, onda $d\vec{E}_1$ we $d\vec{E}_2$ wektorlaryň $d\vec{E}$ jemleýji wektorynyň moduly

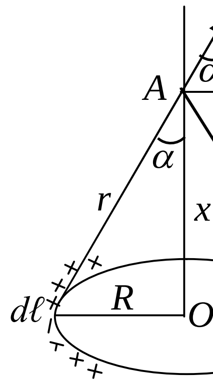
$$dE = 2dE_1\sin\alpha, \qquad (1)$$

bu ýerde

$$dE_1 = dE_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2},\ \sin\alpha = \frac{R}{r}.$$

Şonuň üçin

$$dE = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\cdot\frac{R}{r} = \frac{dqR}{2\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (2)$$



Berlen şertlerde

$$dq = \lambda d\ell = \lambda_0\cos\varphi d\ell$$

1.16-nj

λ ululygyň minimal bahasy $\lambda_{\min} = 0$, maksimal bahasy bolsa $\lambda_{\max} = 1$, şonuň üçin

$$<\lambda> = \frac{\lambda_0}{2}, \quad \text{ýagny} \quad \lambda_0\cos\varphi = \frac{1}{2}.$$

Onda (2) formuladan alarys:

$$E = \frac{\lambda_0 R}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{\pi R} d\ell = \frac{\lambda_0 R\cdot\pi R}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 r^3},$$

bu ýerde $r = \left(R^2 + x^2\right)^{1/2}$.
Şeýlelikde

$$E=\frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0\left(R^2+x^2\right)^{3/2}} \qquad (3)$$

a) Eger $x=0$ bolsa, onda $E=\lambda_0/4\varepsilon_0 R.$

b) Eger $x>>R$ bolsa, onda (3) aňlatmadan

$$E\approx\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^3}, \text{ gelip çykýar:} \qquad (4)$$

bu ýerde $p=\pi R^2\lambda_0$.

1.11. Ýarymsferany zarýady $dq=\sigma ds=2\pi r\sigma R d\varphi$ bolan tükeniksiz kiçi ýuka halkalara böleliň (1.17-nji çyzgy). Onda munuň ýaly halkanyň ýarymsferanyň merkezinde döredýän meýdanynyň dE güýjenmesi

$$dE=\frac{\sqrt{R^2-r^2}\,dq}{4\pi\varepsilon_0 R^3}=\frac{a\,dq}{4\pi\varepsilon_0 R^3}, \qquad (1)$$

(1.3 meseläniň çözüwine serediň):

bu ýerde $a=R\cos\varphi,\quad r=R\sin\varphi$.

(1) formulada dq we a ululyklaryň bahalaryny goýup, alarys:

$$dE=\frac{\sigma 2\pi R\sin\varphi\cdot R\cos\varphi\cdot Rd\varphi}{4\pi\varepsilon_0 R^3}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\varphi\cos\varphi d\varphi \qquad (2)$$

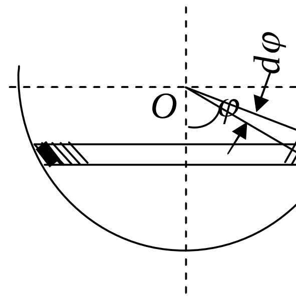
(2) aňlatmany integrirläp, taparys:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi d\varphi=$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\frac{\sin 2\varphi}{2}d\varphi=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin 2\varphi d\varphi=$$

$$=-\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\cos 2\varphi\Big|_0^{\pi/2}=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}.$$

$$E=\frac{1\cdot 10^{-10}}{4\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}W/m=28{,}25W/m$$



1.17-nji çyz

1.12. Simmetriýa nazaryndan diskiň okunda $\vec{E}$ wektor bu okuň ugry boýunça ugrukdyrylmaly (1.18-nji çyzgy). Şonuň üçin *ds* meýdançada zarýadyň elementiň *A* nokatdaky döredýän meýdanyň dE_z düzüjisini tapyp, alnan aňlatmany diskiň ähli üsti boýunça integrirlemeli. Çyzgydan görnüşi ýaly,

$$dE_z=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\,ds}{r^2}\cos\theta \qquad (1)$$

Bu ýerde

$ds\cos\theta/r^2=d\Omega-$ *A* nokatdan

ds meýdançanyň görünýän jisim burçy.

Onda (1) aňlatmany aşakdaky ýalygörnüşe eýe bolar:

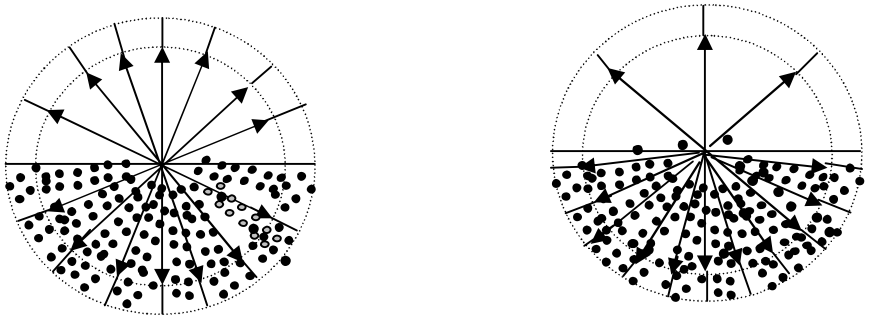
$$dE_z=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\,d\Omega$$

Bu ýerden gözlenilýän ululyk

1.18

Bizi gyzyklandyrýan nokadyň ýakynlygynda $\vec{E}$ wektoryň normal düzüjisine goşant diňe σ' üst zarýad berýär, şonuň üçin ýokarda ýazylan deňligi aşakdaky görnüşde ýazyp bolar:

$$\sigma'/2\varepsilon_0 = \varepsilon\left(-\sigma'/2\varepsilon_0\right) \qquad (1)$$



***E* meýdan** **D meýdan**

1.28-nji çyzgy.

(1) deňlemeden alynýar:

$$\sigma' = -\varepsilon\sigma'$$

$$\sigma'(1+\varepsilon) = 0, \quad \text{diýmek } \sigma' = 0.$$

Şeýlelikde, berlen halatda üst bagly zarýad ýokdur (*q* nokatlanç daşky zarýada gös-göni ýanaşan nokatlardan başga). Diýmek, gurşap alan giňişlikdäki elektrik meýdan $q+q'$ nokatlanç zarýadyň meýdanydyr we *E* diňe bu zarýada çenli *r* aralyga baglydyr. Ýöne q' zarýad bize belli däl, şonuň üçin $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasyndan peýdalanalyň. Ýapyk üst

1.20. q_1 birinji zarýad dynçlykda durýar, q_2 ikinji zarýad bolsa daşky güýçleriň täsirinde q_1 zarýadyň döreden meýdanynda süýşýär we $r_1 = 1{,}5m$ aralykdan 1 *m* aralyga çenli ýakynlaşýar.

A' daşky güýjüň q_1 zarýadyň potensialy φ_1 bolan nokadyndan potensialy φ_2 bolan nokadyna geçirmek üçin edýän işi şol nokatlaryň arasynda zarýady süýşürmek üçin meýdanyň eden *A* işine absolýut ululygy boýunça deň we alamaty boýunça garşylyklydyr:

$$A' = -A$$

Zarýady süýşürmek üçin meýdanyň eden *A* işi aşakdaky formula bilen aňladylýar:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (1)$$

Onda A' daşky güýçleriň edýän işini aşakdaky görnüşde ýazyp bolar:

$$A' = -q_2\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = q_2\left(\varphi_2 - \varphi_1\right) \qquad (2)$$

Ýoluň başdaky we ahyrky nokatlarynyň potensiallary

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}, \qquad (3)$$

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2}, \qquad (4)$$

formulalar bilen aňladylýar.

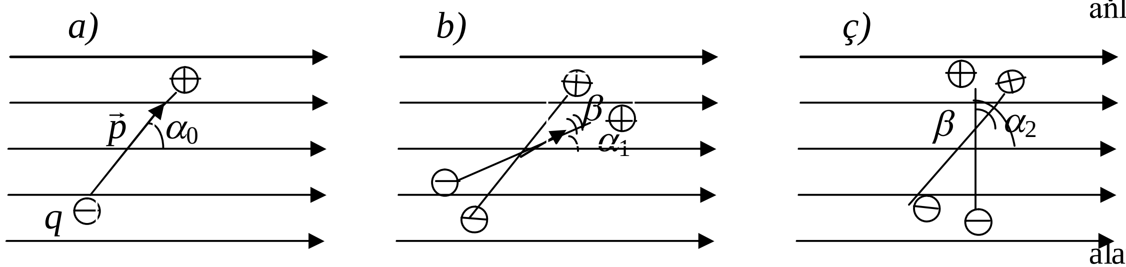
(3) we (4) aňlatmalary (2) formulada orunlaryna goýup alarys:

$$A' = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \qquad (5)$$

Bu aňlatmada san bahalary goýup, taparys:

$$A' = \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-8}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{1{,}5}\right)J = 1{,}83\cdot 10^{-4}J = 180 mkJ$$

1.21. Başlangyç ýagdaýyndan (1.24-nji a çyzgy) dipoly $\beta = 30^0$ burça iki usul bilen öwürip bolar: ýa-ha sagat strelkasy boýunça $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ (1.24-nji b çyzgy), ýa-da sagat strelkasyna garşy $\alpha_2 = \alpha_0 - \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ (1.24-nji ç çyzgy).



1.24-nji çyzgy.

Birinji ýagdaýda dipol meýdanyň täsiri astynda öwrülýär. Şonda daşky güýçleriň işi otrisateldir. Ikinji ýagdaýda bolsa bu iş položiteldir.

Dipoly $d\alpha$ burça öwürmek üçin dA elementar iş aşakdaky formuladan tapylar:

$$dA = Md\alpha = pE\sin\alpha\, d\alpha, \quad (1)$$

bu ýerde M – dipola täsir edýän güýjiň momenti.

Bu ýerde $\cos\theta = \frac{\ell}{r}$ hasaba alnan.

$\ell \to 0$ şertde $\sigma' \to 0$, ýagny eger q zarýad araçägiň özünde ýerleşen bolsa, onda tekizlikde üst zarýad ýokdur.

b) Araçägiň merkezinde (*O* nokatda) (1.27-nji çyzgy) inçe halka seredeliň. Goý, bu halkanyň daşky we içki radiuslary r' we $r' + dr'$ bolsun.

Berlen halkanyň çäginde üstdäki bagly zarýad $dq' = \sigma'\cdot 2\pi r' dr'$. Çyzgydan görnüşi ýaly, $r^2 = \ell^2 + r'^2$, bu ýerden $rdr = r'dr'$. Onda (2) deňligi hasaba alyp, dq' aňlatma üçin taparys:

$$dq' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\frac{q\ell}{2\pi r^3}\cdot 2\pi r dr = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} q\ell \frac{dr}{r^2}$$

Bu aňlatmany r boýunça ℓ-den ∞ çenli integrirläp, alarys:

$$q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} d\ell \int_\ell^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} d\ell \left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_\ell^\infty = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} q.$$

1.31. Berlen halatda $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjisiniň üznüksizlik şertinden $E_{2n} = \varepsilon E_{1n}$ gatnaşyk gelip çykýar.

Onda

$$\sigma' = \varepsilon_0\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)E_0\cos\alpha_0 \qquad (3)$$

$$\sigma' = 8{,}85\cdot10^{-12}\left(1-\frac{1}{6}\right)10\cos30^0 W/m^2 = 8{,}85\cdot10^{-12}\cdot\frac{5}{6}\cdot10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}W/m^2 =$$

$$= \frac{765}{12}\cdot10^{-12}W/m^2 \approx 64\,pKl/m^2$$

1.29. a) Iki dielektrigiň araçäginde $\vec{D}$ wektoryň normal düzüjisiniň üznüksizliginden peýdalanalyň (1.27-nji çyzgy):

$$D_{2n} = D_{1n}, \quad E_{2n} = \varepsilon E_{1n}$$

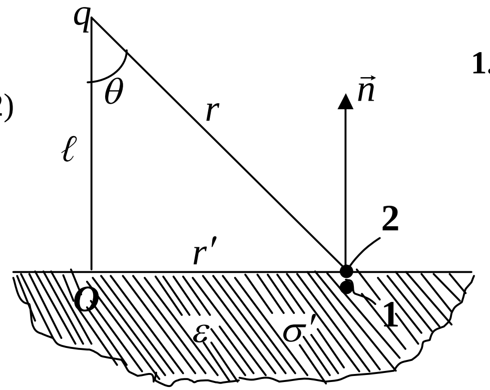
ýa-da

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta + \frac{\sigma'}{2\varepsilon_0} = \varepsilon\left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} - \frac{\sigma'}{2\varepsilon_0}\right), \qquad (1)$$

bu ýerde $\sigma'/2\varepsilon_0$ –

(1) deňlemeden

$$\sigma' = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\frac{q\ell}{2\pi r^3} \text{ gelip çykýar:} \qquad (2)$$



1.27-nji

Dipolyň α_0-dan α burça çenli öwrülende edilen doly iş

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} pE\sin\alpha\,d\alpha = pE\int_{\alpha_0}^{\alpha}\sin\alpha\,d\alpha \qquad (2)$$

Bu ýerden:

$$A = -pE(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) \qquad (3)$$

Dipolyň sagat strelkasy boýunça öwrülende daşky güýçleriň işi

$$A = -pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1) = 2\cdot10^{-9}\cdot3\cdot10^4\left(\cos\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{6}\right)j$$

$$= 6\cdot10^{-5}\left(1/2 - \sqrt{3}/2\right)j = -2{,}19\cdot10^{-5}\,j.$$

Dipol sagat strelkasyna garşy öwrülende daşky güýçleriň işi

$$A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) = 2\cdot10^{-9}\cdot3\cdot10^4\left(\cos\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{2}\right)j =$$

$$= 6\cdot10^{-5}\left(1/2 - 0\right) = 3\cdot10^{-5}\,j.$$

1.22. Umumy ýagdaýynda nokatlanç dipolyň döredýän meýdany aşakdaky formuladan tapylýar:

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha},$$

bu ýerde ε - gurşawyň dielektrik syzyjylygy.

Wakuum üçin $\varepsilon=1$, onda

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}, \qquad (1)$$

Nokatlanç dipolyň bizi gyzyklandyrýan nokatda döredýän meýdanynyň potensialy

$$\varphi=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha \qquad (2)$$

(1) we (2) formulalarda meseledäki berlen ululyklaryň san bahalaryny goýup, alarys:

$$E=\frac{4\cdot10^{-12}}{4\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot(0{,}1)^3}\sqrt{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^2}W/m\approx$$

$$\approx\frac{1000\cdot2{,}646}{55{,}6}W/m=47{,}6W/m.$$

$$\varphi=\frac{4\cdot10^{-12}}{4\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot(0{,}1)^2}\cdot\frac{1}{2}W\approx\frac{100}{27{,}8\cdot2}W=1{,}8W.$$

1.23. (1.19) formula laýyklykda

$$F=p\frac{\partial E}{\partial\ell} \qquad (1)$$

$$E=\sqrt{E_0^2\sin^2\alpha_0+\frac{E_0^2\cos^2\alpha_0}{\varepsilon^2}}=E_0\sqrt{\sin^2\alpha_0+\frac{\cos^2\alpha_0}{\varepsilon^2}}$$

ýa-da

$$E=(E_0/\varepsilon)\sqrt{\cos^2\alpha_0+\varepsilon^2\sin^2\alpha_0} \qquad (2)$$

Bu ýerden

$$\frac{E}{E_0}=\sqrt{\sin^2\alpha_0+\frac{\cos^2\alpha_0}{\varepsilon^2}}<1 ,$$

ýagny $E<E_0$.

(2) aňlatmada $\varepsilon=6$ (aýnanyň dielektrik syzyjylygy) goýup, taparys:

$$E=\frac{10}{6}\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+6^2\left(\frac{1}{2}\right)^2}W/m=\frac{10}{6}\sqrt{\frac{39}{4}}W/m\approx5{,}2W/m.$$

Indi bagly zarýadlaryň üst dykyzlygyny tapalyň.

$\vec{P}$ wektory üçin araçäk şertlerinden peýdalanalyň (1.26 formula):

$$P_{2n}-P_{1n}=-\sigma'$$

Berlen şertlerde (eger 2-nji gurşaw wakuum bolsa)

$$\sigma'=P_{0n}=\chi\varepsilon_0E_{0n},$$

bu ýerde $\chi=1-\frac{1}{\varepsilon}$; $\quad E_{0n}=E_0\cos\alpha_0$.

(6) aňlatmada $\chi = \varepsilon - 1$ goýup, taparys:

$$\rho' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho \qquad (7)$$

Bu netijä başga ýol bilenem gelip bolar. Eger $\vec{P}$ wektory üçin Gaussyň teoremasynyň differensial görnüşini $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho'$. ulansak, we $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$ hem χ-yň koordinatalara bagly däldigini nazara alyp,ýazyp bolar:

$\rho' = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\chi\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E}$ bu ýerde $\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E} = \rho + \rho'$.

Şonuň üçin $\rho' = -\chi(\rho + \rho')$. Bu ýerden (7) aňlatma alynýar.

1.28. Dielekrigiň içinde meýdanyň güýjenmesi

$$E = \sqrt{E_\tau^2 + E_n^2}\ , \qquad (1)$$

bu ýerde E_τ we E_n degişlilikde $\vec{E}$ wektoryň tangensial we normal düzüjileri.

$\vec{E}$ we $\vec{D}$ wektorlar üçin aýna-wakuum gurşawlaryň araçägindäki şertlerden peýdalanalyň:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \quad \text{we} \quad D_{1n} = D_{2n}$$

Onda (1.5-nji çyzgydan) suratdan taparys:

$$E_\tau = E_0 \sin\alpha_0\ , \quad E_n = \frac{D_n}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon} = \frac{E_{0n}\cos\alpha}{\varepsilon},$$

bu ýerde E_{0n} – wakuumda $\vec{E}_0$ wektoryň normal düzüjisi. Soňky aňlatmalary (1) deňlikde goýup, alarys:

Berlen şertlerde suwuň iki sany molekulasyny momentleri birmeňzeş p bolan iki sany nokatlanç dipollar ýaly seretmek bolar.

(1) formula girýän meýdanyň E güýjenmesini (1.18) formuladan tapyp bolar:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}$$

Meseledäki berlen şertlere görä bu formulada $r = \ell$, $\cos\alpha = 1$ (sebäbi $\alpha = 0^0$).

Onda

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{\ell^3} \qquad (2)$$

(2) aňlatmadan ℓ boýunça önümini alyp we ony (1) formulada goýup, taparys:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p \cdot 3\ell^2}{\ell^6} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{6p^2}{\ell^4}$$

ýa-da

$$F = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{3p^2}{\ell^4} \qquad (3)$$

$$F=\frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{3\cdot\left(0{,}62\cdot 10^{-29}\right)^2}{\left(10\cdot 10^{-9}\right)^4}N=\frac{1{,}15\cdot 10^{-14}}{55{,}6}N=$$

$$=\frac{115\cdot 10^{-16}}{55{,}6}N=2{,}1\cdot 10^{-16}N.$$

1.24. Ulgamyň simmetriýasy meselede goýulan soraga jogap bermek üçin Gaussyň teoremasyny peýdalanmaga mümkinçilik berýär.

Ilki meýdanyň E güýjenmesini tapalyň.

Radiusy r bolan sferanyň merkezinde ýerleşen q zarýad üçin ýazyp bolar:

$$4\pi r^2 D_r = q \qquad (1)$$

$D=\varepsilon_0\varepsilon E$ formula esaslanyp bu ýerden, taparys:

$$E_r=\frac{D_r}{\varepsilon_0\varepsilon}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \qquad (r<a) \qquad (2)$$

$\vec{P}$ polýarlanma wektoryny tapmak üçin $\vec{P}=\chi\varepsilon_0\vec{E}$ formuladan peýdalanalyň.

$$P=\frac{\chi\varepsilon_0 q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}=\frac{\chi}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi r^2}$$

ýa-da wektor görnüşde

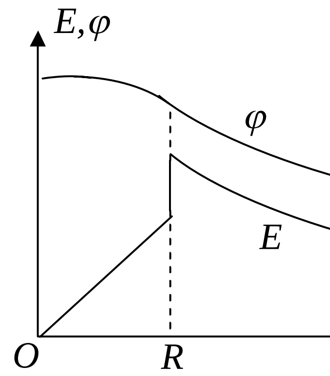
$$\vec{P}=\frac{\chi}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi r^3}\vec{r} \qquad (3)$$

(3) formulada $\chi=\varepsilon-1$ aňlatmany goýup, alarys:

$$r\le a, \qquad E=\frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0}r \qquad (3)$$

$$r\ge a, \qquad E=\frac{D}{\varepsilon_0}=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \qquad (4)$$

$E(r)$ we $\varphi(r)$ funksiýalaryň grafikleri 1.26-njy çyzgyda görkezilen.



1.26-njy çyzgy.

b) Bagly zarýadyň üst dykyzlygy

$$\sigma'=P_n=\chi\varepsilon_0 E_n=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\rho\frac{R}{3}$$

bu ýerde P_n we $E_n-\vec{P}$ we $\vec{E}$ wektorlaryň şaryň üstüne geçirilen daşky normala proýeksiýalarydyr.

Bagly zarýadlaryň göwrümleýin dykyzlygyny tapmak üçin

$$q'=-\frac{\chi}{1+\chi}q \qquad (5)$$

gatnaşykdan peýdalanalyň.

q' bagly we q erkin zarýadlaryň arasyndaky gatnaşyk dielektrigiň içindäki islendik göwrüm üçin dogrudyr. Tükeniksiz kiçi göwrüm üçin

$$q'\to dq'=\rho' dV \quad we \quad q\to dq=\rho\, dV.$$

Bulary (5) gatnaşykda orunlaryna goýup aşakdaky formulany alarys:

$$\rho'=-\frac{\chi}{1+\chi}\rho \qquad (6)$$

b) Berlen ýagdaýda Gaussyň teoremasyna laýyklykda

$$4\pi r^2 D = \frac{4}{3}\pi\left(r^3 - a^3\right)\rho, \qquad (3)$$

bu ýerde $\rho -$erkin zarýadyň göwrümleýin dykyzlygy.

(3) aňlatmadan

$$E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon}\frac{r^3 - a^3}{r^2} \text{ alynýar} \qquad (4)$$

E(r) we $\varphi(r)$ degişli grafikler 1.25-nji *b* çyzgyda görkezilendir.

1.27. *a*) Berlen şertlerde diňe erkinzarýadlaryň paýlanyşy belli, şol sebäpli *E* meýdany kesgitlemek üçin Gaussyň teoremasyndan peýdalanalyň:

$$r \le R,\ 4\pi r^2 D = \frac{4}{3}\pi r^3\rho, \quad D = \frac{\rho}{3}r \qquad (1)$$

$$r \ge R,\ 4\pi r^2 D = \frac{4}{3}\pi R^3\rho, \quad D = \frac{\rho R^3}{3r^2} \qquad (2)$$

(1) we (2) deňlemelerden

$$\vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\cdot\frac{q}{4\pi r^3}\vec{r} \qquad (4)$$

$\vec{P}$ wektoryň meýdanynyň esasy häsiýetinden, ýagny $\oint \vec{P}d\vec{s} = -q'_{içki}$ formuladan, birhilli dielektrik halaty üçin ýazyp bolar.

$$\oint \vec{P}d\vec{s} = \chi\oint \varepsilon_0\vec{E}d\vec{s} = -q' \qquad (5)$$

(5) deňlemede integral *S* ýapyk üstüň içindäki ähli zarýadlaryň (daşky we bagly) algebraik jemine deňdir, ýagny $q + q'$. Şonuň üçin $\chi\left(q + q'\right) = -q'$, bu ýerden

$$q' = -\frac{\chi}{1 + \chi}q \qquad (6)$$

ýa-da

$$q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}q \qquad (7)$$

1.25. $\vec{P}$ polýarlanma wektory üçin Gaussyň teoremasyny ýazalyň:

$$\oint \vec{P}d\vec{s} = -q'_{\text{içki}}$$

Ýapyk üst hökmünde merkezi ulgamyň merkezi bilen gabat gelýän radiusy r bolan sferany alalyň.

Onda

$$4\pi r^2 p_r = -q'(r), \qquad (1)$$

bu ýerde $q'(r) -$ bu sferanyň içindäki bagly zarýad.

(1) aňlatmanyň differensialyny ýazalyň:

$$4\pi d\left(r^2 P_r\right) = -q'(r), \qquad (2)$$

bu ýerde dq' – radiuslary r we $r+dr$ bolan sferalaryň arasyndaky ýuka gatlakdaky bagly zarýad.

$dq' = \rho' 4\pi r^2$ deňligi nazara alyp, (2) aňlatmany aşakdaky görnüşe özgerdeliň:

$$4\pi r^2 dP_r + 4\pi 2rP_r = -\rho' r^2 dr$$

ýa-da

$$r^2 dP_r + 2rP_r dr = -\rho' r^2 dr,$$

bu ýerden

$$\rho' = -\left(\frac{dP_r}{dr} + \frac{2}{r}P_r\right) \qquad (3)$$

Biziň şertimizde

$$P_r = \chi\varepsilon_0 E_r = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} D_r = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\frac{q}{4\pi r^2},$$

sebäbi $D_r = \varepsilon\varepsilon_0 E_r, \quad \chi = \varepsilon - 1.$

Meselede berlen şerte görä $\varepsilon = \alpha / r$, onda

$$P_r = \frac{\frac{\alpha}{r} - 1}{\frac{\alpha}{r}} \cdot \frac{q}{4\pi r^2} = \left(1 - \frac{r}{\alpha}\right)\frac{q}{4\pi r^2} = \frac{q}{4\pi r^2} - \frac{q}{4\pi\alpha r}$$

p_r ululygyň bahasyny (3) deňlemede goýup, taparys:

$$\rho' = -\left[\frac{d}{dr}\left(\frac{q}{4\pi r} - \frac{q}{4\pi\alpha r}\right) + \frac{2}{r}\left(\frac{q}{4\pi r^2} - \frac{q}{4\pi\alpha r}\right)\right] =$$

$$= \frac{2q}{4\pi\, r^3} - \frac{q}{4\pi\alpha r^2} - \frac{2q}{4\pi r^3} + \frac{2q}{4\pi\alpha r^2} = \frac{1}{4\pi\alpha} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

1.26. *a*) $\vec{D}$ wektory üçin Gaussyň teoremasyny ýazalyň. Ýapyk üst hökmünde radiusy r bolan sferany alalyň. Onda

$$4\pi r^2 D = q, \qquad (1)$$

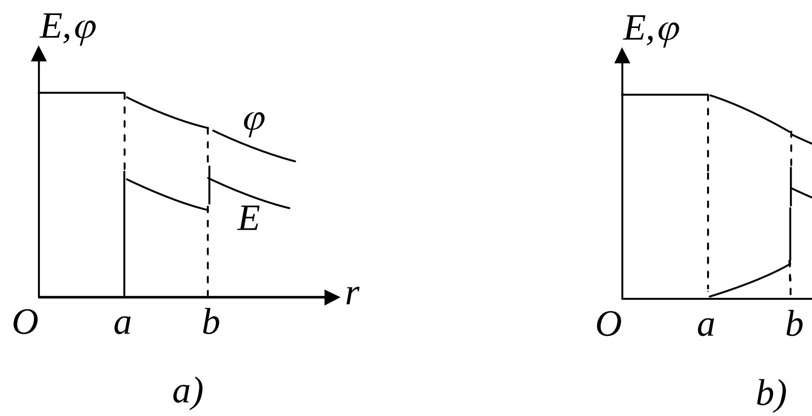
bu ýerde q – sferanyň içindäki erkin zarýad. (1) aňlatmadan:

$$D(r < a) = 0, \quad D(r > a) = \frac{q}{4\pi r^2}$$

Bu deňliklerden gözlenýän güýjenmäni taparys.

$$E(r < a) = 0, \quad E(r > a) = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (2)$$

E(r) baglylygyň grafigi 1.25-nji *a* çyzgyda görkezilen. Bu çyzgyda φ potensialyň r aralyga baglylyk grafigide görkezilendir.



a) b)

1.25-nji çyzgy.

$$U = \frac{2Q_1}{C} + \frac{Q_3}{C}, \qquad (2)$$

şunlukda,

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad (3)$$

Soňky deňlikden

$Q_3 = Q_1 - Q_2$ tapyp (2)-de ornuna goýalyň we (1)-i hasaba alalyň. Onda

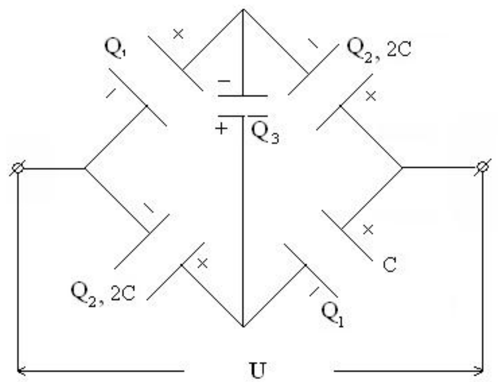
$$2CU = 2Q_1 + Q_2$$
$$CU = 3Q_1 - Q_2$$

bolar.

Indi soňky iki deňligi bir-birine goşalyň:

$$3CU = 5Q_1, \quad Q_1 = \frac{3}{5}CU.$$

Q_1 üçin alnan aňlatmany $CU = 3Q_1 - Q_2$ deňlikde ornuna goýalyň.



2.11

$$CU = 3\frac{3}{5}CU - Q_2,$$ bu ýerden

$$Q_2 = \frac{9}{5}CU - CU = \frac{4}{5}CU.$$

Diýmek, gözlenilýän ululyk

- nji çyzgy.

hökmünde merkezi q zarýadyň ýerleşen nokadynda radiusy r bolan sferany alyp, ýazarys:

$$2\pi r^2 D_0 + 2\pi r^2 D = q \qquad (3)$$

bu ýerde D_0 we $D -$ degişlilikde wakuumda we dielektrikde q zarýaddan r aralykdaky $\vec{D}$ wektoryň modullary.

Mundan başga $\vec{E}$ wektoryň tangensial düzüjisiniň üznüksizliginiň şertinden gelip çykýar:

$$D = \varepsilon D_0 \qquad (3)$$

(2) we (3) şertlerden tapylýar:

$$D_0 = \frac{q}{2\pi(1+\varepsilon)r^2}, \qquad D = \frac{\varepsilon q}{2\pi(1+\varepsilon)r^2} \qquad (4)$$

Şeýlelikde, ähli giňişlikde elektrik meýdanyň güýjenmesi

$$E = \frac{D_0}{\varepsilon_0} = \frac{q}{2\pi(1+\varepsilon)\varepsilon_0 r^2} \qquad (5)$$

(4) we (5) aňlatmalardan görnüşi ýaly, $\varepsilon = 1$ bolanda, bu formulalar bize belli bolan D we E üçin wakuumdaky nokatlanç zarýadyň aňlatmalaryna geçýär.

Alnan netijeler grafiki görnüşde 1.28-nji çyzgyda görkezilipdir.

(5) aňlatmadan potensial

$$\varphi = \frac{q}{2\pi(1+\varepsilon)\varepsilon_0 r}.$$

II bap
Geçirijiler elektrik meýdanynda.
Elektrik sygymy. Elektrik meýdanynyň energiýasy.
II.1. Usuly görkezmeler.

– Wakuumda geçirijiniň üstüniň golaýyndaky elektrik meýdany

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

σ - zarýadyň üst dykyzlygy $\left(\frac{\text{Kl}}{\text{m}^2}\right)$.

– Ýekelenen geçirijiniň sygymy

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

φ - geçirijiniň potensialy, q - onuň zarýady.

– Tekiz kondensatoryň sygymy

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

S- her bir plastinanyň maýdany.

– Ýekelenen zarýadly geçirijiniň energiýasy aşakdaky aňlatmalar arkaly tapylýar:

$$W = \frac{qU}{2}, \qquad W = \frac{CU^2}{2}, \qquad W = \frac{q^2}{2C};$$

– Elektrik meýdanynyň energiýasynyň göwrümleýin dykyzlygy

a) çyzgy). Superposiýa düzgününe görä $\vec{E}_I = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ýa-da skolýar görnüşde *OX* oka görä

I. $\vec{E}_I = \vec{E}_2 - \vec{E}_1$, bu ýerde $E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ we $E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\varepsilon}$.

Onda alarys.

$$E_1 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\varepsilon} = E_2 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon};$$

II. $E_{II} = E_1 + E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon};$

III. $E_{III} = E_1 - E_2 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$

2.10-njy çyzgy.

Mesele soralýan E(x) baglylygyň grafigi 2.10-nji b) çyzgyda görkezilen.

2.2. Shemadaky kondensatorlaryň zarýadlaryny degişlilikde Q_1, Q_2 we Q_3 bilen belgiläp, ýazyp bileris.

$$U = \frac{Q_1}{C} + \frac{Q_2}{C}$$

2.10. $q=\sqrt{2\pi\varepsilon_0 k\left[(l_2-l_0)^2-(l_1-l_0)^2\right]}\,\frac{l_1 l_2}{(l_2-l_1)}=1.4\cdot10^{-7}\,kl$

2.11. $Q=\frac{2}{3}CU_0^2;$

2.12 $Q=\frac{1}{3}CI_0^2R^2$

2.13. $A=\frac{CU^2}{2}\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right);$

2.14. $A=\frac{13Q\varepsilon}{30}.$

2.15. $U=\sqrt{\frac{2mg\,d^2}{\varepsilon_o S}}\approx5{,}9\,kW.$

2.16. a. $C=4\pi\varepsilon\varepsilon_o a\,b\,(b-a)$

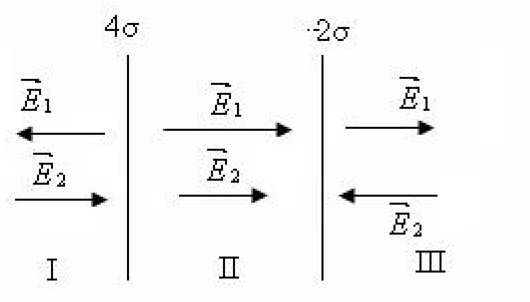
b. $C=\frac{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}{l\,n\frac{b}{a}};$

2.17. $\Delta q=\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)};$

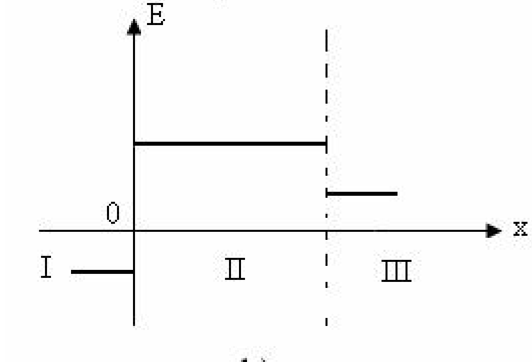
2.18. $A=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right).$

II.5. Çözüwler.

2.1. Meýdanyň I, II, III böleklerine seredeliň (2.10-njy



a)



b)

$$W_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}=\frac{ED}{2}.$$

– Sferiki kondensatoryň sygymy

$$C=\frac{\varphi\pi\varepsilon_0\varepsilon rR}{R-r},$$

r,R – içki we daşky sferalaryň radiusy. Silindrik kondensatoryň sygymy

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon L}{\ln\left(R/r\right)},$$

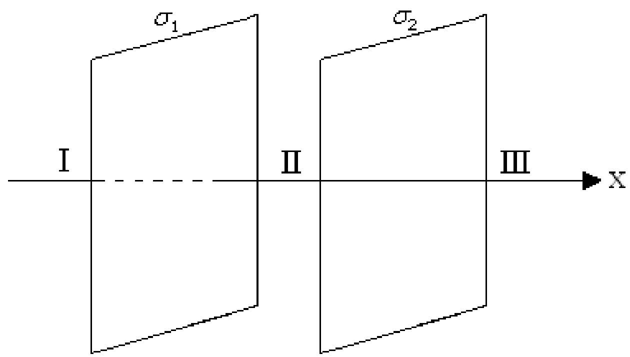
L – koaksial silindrleriň beýikligi.

– Tekiz kondensatoryň plastinkalarynyň arasyndaky dartuw güýji

$$F=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2S}{2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2}=\frac{\sigma^2S}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

II.2. Meseleler.

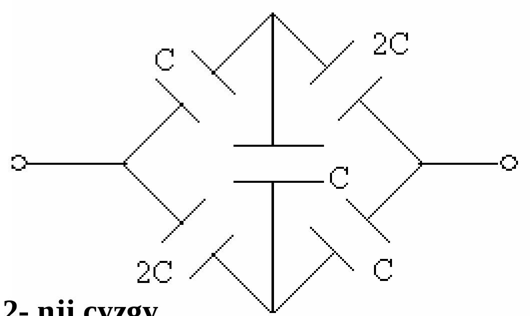
2.1. Iki sany tükeniksiz parallel tekizliklerde σ_1 we σ_2 üst dykyzlykly zarýadlar deňölçegli paýlanypdyr (2.1-nji çyzgy). Elektrik meýdanlarynyň



goşulma düzgünini peýdalanyp, I, II, III ýaýlalarda *E(x)* güýjenme üçin aňlatmany tapmaly we E(x) baglylygyň grafigini gurmaly, $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$ diýip kabul etmeli.

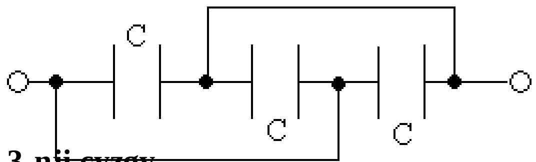
2.1 - nji çyzgy

2.2. 2.2-nji çyzgyda görkezilen kondensatorlar toplumynyň umumy sygymyny kesgitlemeli.



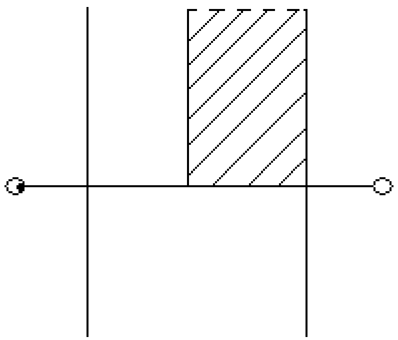
2.2- nji çyzgy

2.3. 2.3-nji çyzgyda görkezilen kondensatorlar toplumynyň umumy sygymyny kesgitlemeli.



2.3-nji çyzgy

2.4. Sygymy C_0 bolan howa kondensatoryna 2.4-nji çyzgyda görkezilişi ýaly dielektrik çyzyjylygy ε bolan plastinany girizýärler.



2.18. Gabygyň giňelmesinden sferik gatlaklaryň içinden elektrik meýdanynyň ýok bolup gidýändigini hasaba almaly. Şunlukda elektrik güýçleriniň işi degişi gatlakdan aýrylyp giden energiýa deňdir: $A = \Delta W$.

II.4. Jogaplar.

2.1. $E_I = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $E_{II} = \dfrac{3\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $E_{III} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$.

2.2. $C_U = \dfrac{7}{5}C$. **2.3.** $C_{AD} = \dfrac{C}{3}$.

2.4. $\Delta C = \dfrac{\varepsilon_0 Sd}{d(d - d_0)} > 0$, $\Delta W = -\dfrac{q^2 d_0}{2\varepsilon_0 S} < 0$.

2.5. $x = \pm\dfrac{r_0}{\sqrt{2}}$

2.6. $F_1 = F_2 \approx \dfrac{3q_1q_2\ell^2}{2\pi\varepsilon_0 d^4}$;

2.7. $\varphi = \dfrac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}$;

2.8. a). $C = \dfrac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b - a}$;

b). $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 a}{\ln b/a}$;

2.9. $d_2 = \dfrac{7}{8}d_0$;

q_1 zarýadyny tapmaly. Şeýle amaly plastina A^1B^1 ýagdaýdaka hem ýerine ýetirip, sag tarapky obkladkanyň q_2 zarýadyny hasaplamaly. Soňra kondensatoryň meýdanynyň energiýasyny içi plastinaly we plastinasyz ýagdaý üçin kesgitlemeli we energiýanyň saklanma kanunyny peýdalanyp, gözlenilýän ululygy tapmaly.

2.15. Ilki bilen tereziniň deňagramlylyk şertini ýazmaly. $F=mg$, bu ýerde F-ýokarky plastina täsir edýän güýç. Soňra F güýji $C, U, d,$ berilenler arkaly aňlatmaly.

2.16. Gözlenilýän ululyga tapmak üçin sygymyň umumy $C=\dfrac{q}{U}$ kesgitlemesinden peýdalanmaly.

Soňra potensiallar tapawudy üçin

$$U=\int_{r_1}^{r_2} E\,dr,$$

kondensatoryň zarýady üçin bolsa $D=\varepsilon_o\varepsilon(r)E$ we $D=\dfrac{q}{4\pi r^2}$ formulalary ulanmaly.

2.17. Birikmeden öň birinji kondensatoryň zarýady üçin $q=C_1U$ aňlatmany ýazmaly. Soňra bu zarýadyň birikdirilen kondensatorlar bataerýasynyň düzüjilerinde paýlanýandygyny hasaba almaly. Birikmeden soň birinji kondensatoryň q_1 zarýadyny tapyp, $\Delta q=q-q_1$ aňlatma boýunça birikdiriji simlerden akýan zarýady kesgitlemeli.

Kondensatorlar toplumynyň sygymy C_0 bolar ýaly berlen kondensatora haýsy sygymly kondensatory yzygider birikdirmeli.

2.4 - nji çyzgy

2.5. Radiusy bolan geçiriji halka çyzykly dykyzlykly zarýadlanan. Halkanyň simmetriýa okunda elektrik meýdanynyň güýjenmesini (wakuumda) kesgitlemeli. Bu okuň haýsy nokadynda güýjenme iň uly (maksimal) baha eýe?

2.6. Iki sany tekiz kondensator umumy oka perpendikulýar ýerleşdiripdir we biri-birinden d aralyga daşlaşdyrylypdyr. Bu d aralyk tekizçeleriň ölçeginden we olaryň arasyndaky l uzaklykdan birnäçe esse uly. Kondensatorlaryň ikisi hem zarýadlanan, olaryň birinjisiniň zarýady q_1, ikinjisiniňki bolsa q_2. Kondensatorlaryň F özara täsir güýjüni tapmaly.

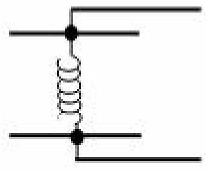
2.7. Ust dykyzlygy σ bolan deňölçegli zarýadlanan R radiusly ýuka tegelek geçiriji gapagyň gyrasyndaky potensialy kesgitlemeli.

2.8. Tekizçeleriniň radiuslary degişlilikde a we b bolan togalagцrtük şekilli kondensatoryň içini doldurýan dielektrigiň
a) dielektrik syzyjylygy birhilli ;

b) dielektrik syzyjylygy kondensatoryň merkezine çenli $\varepsilon=\dfrac{a}{r}$

baglanyşyga laýyklykda (a -hemişelik ululyk) üýtgeýän dielektrik bilen doldurylan halatynda onuň sygymyny kesgitlemeli.

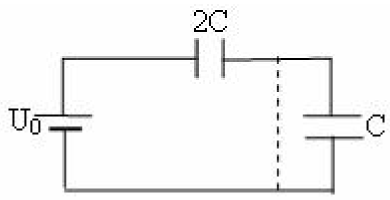
2.9. Tekiz kondensatoryň tekizçeleri dielektrik pružin (simýaýjyk) bilen birikdirilipdir (2.5-nji çyzgy). Başda kondensatoryň tekizçeleriniň arasyndaky uzaklyk d_0 , kondensator zarýadlandyrylandan soňra bolsa ol ölçege çenli kiçelýär. Eger, zarýadlanan kondensatora edil öňki seredilen haldaky ýaly, zarýadlandyrylmadyk kondensator parallel birikdirilse, onda tekizçeleriň arasy nähili bolar?



2.5-nji çyzgy.

2.10. Birmeňzeş, biratly zarýadlanan iki togalak geçiriji gatylygy, *l =4 sm* uzynlykly pružin bilen özara birikdirilen. Togalak geçirijiler yrgyldyly hereketde bolup, olaryň arasyndaky uzaklyk *3 sm*-den *6 sm* –e çenli üýtgeýär. Geçiriji togalaklaryň zarýadyny tapmaly.

2.11. Çyzgyda görkesilen zynjyrda *C* kondensatoryň tekizçelerini simjagaz arkaly özara utgaşdyrylýar (2.6-njy çyzgy). Bu halda zynjyrda näçe mukdarda ýylylyk bölçnip çykar? Soňra bu simjagaz elektrik shemadan aýrylan (ýazdyrylan) halatynda näçe mukdarda ýylylyk bölünip çykar?



2.6-njy çyzgy.

2.9. Kondensatoryň tekizçelerine pružin tarapyndan täsir edýän $F = k\left(d_0 - d\right)$ maýyşgaklyk güýjini elektrostatik güýje $F = q\frac{E}{2}$ deňlemeli.

2.10. Bu meseläni kulon we maýyşgak güýçleri bilen şertlenen energiýalaryň saklanma kanunyny ulanyp çözmek amatlydyr.

2.11. Energiýanyň saklanma kanuny boýunça $Q = W_1 + A - W_2$, bu ýerde W_1–kondensatorlar ulgamynyň başlangyç energiýasy, W_2 -simjagaz dakylandan soň ulgamyň energiýasy, A-tok çeşmesiniň ýerine ýetirýän işi.

2.12. Kondensatoryň tekizçelerini gysga utgaşdyrýan simjagaz köýen pursatyndan ulgamdan bölünip çykýan ýylylyk mukdary: $Q = W_0 - W_1$ deň, bu ýerde W_0 -elektrostatik meýdanyň başlangyç energiýasy, W_1 -kondensatorlar ulgamynyň ahyrky energiýasy.

2.13. Metal plastinka kondensatoryň içine salynmanka we salynandan soň onuň energiýalaryny tapmaly. Meseläniň şertindäki talap edilýän iş şol energiýalaryň tapawudyna deňdir. Şunlukda, içi metal plastinaly kondensatoryň sygymynyň üýtgeýänligini hasaba almaly.
2.14. Ilki bilen zarýadlanan plastina kondensatora çalynmanka onuň sag tarapky obkladkasynyň *Q* zarýadyny kesgitlemeli. Soňra içi *AB* ýagdaýdaky plastinaly kondensatordan we tok çeşmesinden ybarat elektrik zynjyry derňäp, sag obkladkanyň

2.3. *A*,*C* we *B*,*D* nokatlaryň sim bilen birikdirilendigi sebäpli berlen shemany özgertmeli, ýagny oňa ekwiwalent shemany görkezmeli. Soňra umumy sygymy tapmak kyn däldir.

2.4. Içi metally kondensatora sygymlary $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{l_1}$ we

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{l_2}$$

bolan iki sany yzygiderli birikdirilen kondensator hökmünde garap, sygymyň we elektrik meýdanynyň energiýasynyň üýtgemelerini tapmaly.

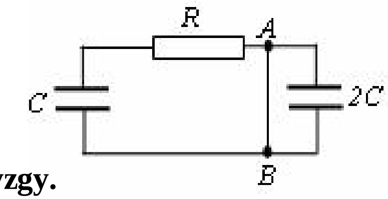
2.5. Geçiriji halkanyň kiçi *dl* bölekleriniň döredýän meýdanlarynyň *x* oka proýeksiýalaryny tapyp, olary jemlemeli we $\frac{dE_x(x)}{dx} = 0$ şertden gözlenilýän ululygy tapmaly.

2.6. Kondensatorlaryň bir-birine tarap biratly we dürli atly zarýadlanan tekizçeleri arkaly gönükdirilen ýagdaýyna seretmeli.

2.7. Üst boýunça üznüksiz paýlanan zarýadlaryň döredýän meýdanynyň potensialy üçin $j_s = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma ds}{r}$ aňlatmadan peýdalanmaly, *ds* meýdan hökmünde *r* radiusly tegelek geçiriji sapagyň *d*r galyňlykdaky bölegini almaly.

2.8. Sterik kondensatoryň plastinalarynyň arasyndaky potensiallar tapawudy üçin $U = \int Edr$ formuladan we $C = \frac{q}{U}$ kesgitlemeden peýdalanmaly.

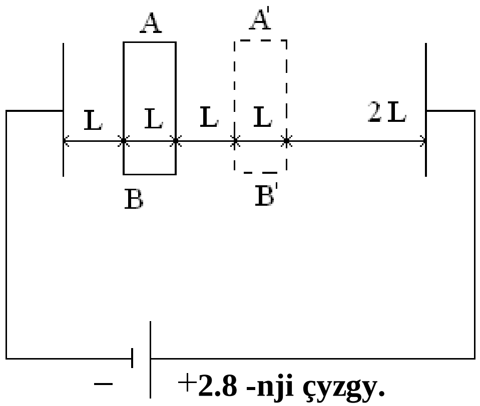
2.12. Elektrik sygymy *C* bolan kondensator *R* garşylyk we *AB* simjagaz arkaly zarýadsyzlanýar (2.7-nji çyzgy). Zarýadsyzlanmada elektrik akymynyň güýji I_0 baha ýetende simjagaz köýýär. Şu pursatdan başlap zyrjyrda bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny hasaplamaly.



2.7-nji çyzgy.

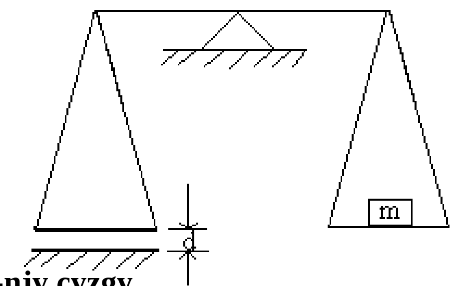
2.13. Tekiz kondensatoryň obkladkalarynyň arasyna galyňlygy $x = 0,6d$ bolan metal plastina olara parallel ýerleşdirilipdir (d-kondensatoryň obkladkalarynyň arasyndaky uzaklyk). Plastina ýok wagty kondensatoryň sygymy $C = 20nF$. Kondensator *U=100W* hemişelik napryaženiýe çeşmesine birikdirilen. Plastinany kondensatordan haýal çykardylar. Tapmaly:
a) kondensatoryň energiýasynyň artmasyny;
b) plastinany çykarmak üçin sarp edilen mehaniki işi.

2.14. Tekiz kondensator hemişelik *E* e.h.g.-li çeşmä birikdirilen. Kondensatora onuň obkladkolaryna parallel edip *L* galyňlykly zarýadlanan geçiriji plastinany salýarlar. Plastinany kondensatoryň her bir obkladkasyndan *L* we *4L* aralykda ýerleşdirýärler. (2.8-nji çyzgy). Plastinanyň zarýady položitel we kondensatoryň ilkibaşdaky *Q* zarýadyna deň. Plastinanyň we kondensatoryň obkladkalarynyň görnüşi we meýdany birmeňzeş, *L* aralyk plastinanyň ölçeglerinden köp esse kiçi. Plastinany *AB* ýagdaýdan A^1B^1 ýagdaýa ornuny, üýtgetmek üçin nähili iş edilmeli?



2.8 -nji çyzgy.

2.15. Tekiz kondensatoryň plastinalarynyň biri tereziniň okarasynda asylan kondensatoryň plastinalarynyň meýdany $S=628sm^2$, olaryň arasyndaky uzaklyk $d=5mm$. Eger-de deňagramlylyk üçin tereziniň beýleki okarasyna massasy $m=40gr$ bolan ýük goýulmaly bolsa, kondensatoryň plastinalarynyň arasyndaky potensiallar tapawudy nähili?



2.9 -njy çyzgy.

2.16. Obkladkalaryň radiuslary a we b bolan sferik kondensatoryň sygymyny tapmaly, $a<b$. hasaplamany iki ýagdaý üçin ýerine ýetirmeli:

a) obkladkalaryň arasyndaky giňişlik dielektrik çyzyjylygy ε bolan birhilli dielektrik bilen doldurylan;
b) dielektrik syzyjylygyň kondensatoryň merkezine çenli r aralyga baglylygy $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$ görnüşde berlen, a – hemişelik.

2.17. Sygymy C_1 bolan we U potensiallar tapawudyna çenli zarýadlanan kondensatory sygymlary C_1 we C_2 bolan zarýadlandyrylmadyk, yzygiderli birikdirilen iki sany kondensatordan ybarat ulgama parallel birikdirýärler. Şunlukda birikdiriji simlerden nähili zarýad alyp geçer?

2.18. Radiusy R_1 bolan we q zarýad bilen deňölçegli zarýadlanan sferik gabygy R_2 raidiusa çenli giňeltdiler. Şunlukda elektrik güýçleriniň ýerine ýetirýän işlerini tapmaly.

II.3. Ugrukdyrmalar.

2.1. Degişli böleklerde jemleýji meýdany tapmak üçin superpozisiýa düzgüninden peýdalanmaly. Şunlukda, zarýadlanan tekizligiň döredýän elektrik meýdanynyň

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

formula boýunça tapylýandygyny göz öňüne tutmaly.

2.2. Gözlenilýän ululygy tapmak üçin kondensatorlardaky zarýadlary kesgitlemeli we sygymyň $C = \dfrac{Q}{U}$ umumy kesgitlemesinden peýdalanmaly.

2.14. Çözüwi: Zarýadlanan plastina salynmanka kondensatoryň sag tarapky obkladkasynyň zarýady.

$$Q = C \cdot E = \frac{\varepsilon_O S}{6L} E$$

(1**)**

deň, bu ýerde S – kondensatoryň obkladkalarynyň meýdany.

Kondensatordaky meýdan ähli zarýadlar tarapyndan döredilýär. Kondensatoryň daşynda meýdanyň energiýasy üýtgemeýär.

Içi plastinaly kondensatorlardan ybarat shemany derňäliň. Elektrik zynjyry boýunça birlik zarýad ornuny üýtgedende

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \frac{q_1}{C_4} = \mathrm{E}, \quad \text{ýa-da}$$

$$q_1 \frac{5L}{2\varepsilon_o S} - Q\frac{4L}{2\varepsilon_o S} + Q\frac{L}{2\varepsilon_o S} + q_1 \frac{5L}{2\varepsilon_o S} = E$$

(2)

deňlik ýerine ýetýär. (1) deňligi hasaba alsak,

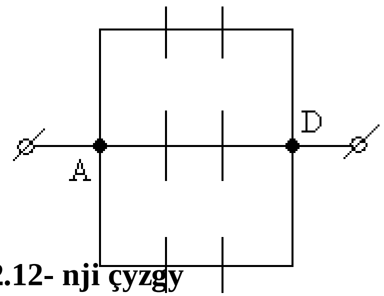
$$2q_1 = 3Q, \qquad q_1 = \frac{3}{2}Q$$

bolýandygyny hasaplamak kyn däldir.

Ýokardaky pikir ýöretmeleri gaýtalap, plastina A^1B^1 ýagdaýa ornuny üýtgedende kondensatoryň sag tarapky obkladkasynyň zarýadynyň

$$C_U = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{7}{5}C;$$

2.3. A we C hem-de B we D nokatlar sim bilen birikdirilendigi sebäpli, shemany başga bir ekwiwalent shema bilen çalşyp bolýar (2.12-nji çyzgy).



2.12- nji çyzgy

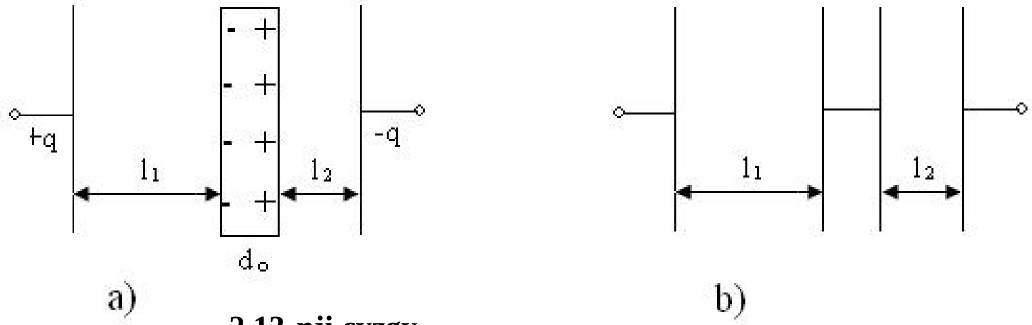
Onda A we D nokatlaryň arasyndaky sygymy kondensatorlaryň parallel birikdirilmesiniň formulasy boýunça tapyp bolar.

$$\frac{1}{C_{AD}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C}, \qquad C_{AD} = \frac{C}{3}.$$

2.4. Çözülişi: Metal plastinada zarýad indusirlenýär, onuň içinde meýdan nula deň. içi plastinaly kondensatora sygymlary

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{l_1} \quad \text{we} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{l_2}$$

bolan iki sany yzygiderli birikdirilen kondensator hökmünde garap bolýar. (2.13-nji çyzgy)



2.13-nji çyzgy.

Aňlatmalardaky ℓ_1 we ℓ_2 - obkladkalardan metal plastina çenli aralyk. Umumy sygym

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l_1}{\varepsilon_0 S} + \frac{l_2}{\varepsilon_0 S} = \frac{(l_1 + l_2)}{\varepsilon_0 S},$$

$$l_1 + l_2 = d - d_0, \qquad \text{deň.}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d_0}$$

Sygymyň üýtgemesi

$$\Delta C = C - C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 S d}{d(d - d_0)} > 0.$$

Elektrik meýdanynyň energiýasynyň üýtgemesi

$$Q = W_0 - W_1 = \frac{q_0^2}{2C} - \frac{q_0^2}{6C} = \frac{q_0^2}{3C} = \frac{qI_0^2 R^2}{3}$$

ýa-da bu ýylylyk energiýasyny

$$Q = \frac{1}{3} C I_0^2 R^2$$

görnüşde aňladyp bolar.

2.13. $W_1 = \frac{C_1 U^2}{2}$ - metal plastinka çykarylmanka energiýa

$W_2 = \frac{CU^2}{2}$ - plastinkany aýyranyňdan soňky energiýa

2.17-nji çyzgy

$$r = \frac{x}{d}; \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d - x} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S / d}{1 - \eta}; \quad C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}; \quad \text{(2.17-nji çyzgy)}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{CU^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2};$$

$$\frac{C_1}{C} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S / d}{1 - \eta} : \frac{d}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{1}{1 - \eta} \Rightarrow \quad C_1 = C \frac{1}{1 - \eta};$$

$$\Delta W = \frac{U^2}{2}\left(C - \frac{C}{1 - \eta}\right) = \frac{U^2}{2}\left(\frac{1 - \eta - 1}{1 - \eta}\right) = -\frac{CU^2}{2}\left(\frac{\eta}{1 - \eta}\right); \quad A = \frac{CU^2}{2}\left(\frac{\eta}{1 -\right.$$

$$Q = W_1 + A + W_2 = \frac{1}{3}CU_0^2 + \frac{4}{3}CU_0^2 - CU_0^2 =$$

$$= \frac{2}{3}CU_0^2$$

C kondensatoryň tekizçeleri özara gysga urgaşdyrylanda zynjyrdan bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny-energiýasynyň aňlatmasyny aldyk.

Kondensatoryň tekizçelerindäki gysga utgaşdyryjy sim aýrylandan soň, zynjyrda zarýadlar ornuny üýtgetmezler. Diýmek, ýylylyk mukdary hem bölünip çykmaz.

2.12. Elektrik akymynyň güýji I_0 baha ýeten pursaty *C* kondensatoryň zarýady

$$q_0 = CU = CI_0 R$$

deňdir. Başlangyü halda elektrostatik meýdanyň energiýasy

$$W_0 = \frac{q_0^2}{2C}$$

deň bolýar. Bu energiýa iki kondensatorlaryň arasynda deňagramlaşma haly döreýänçä paýlanar. Kondensatorlarda energiýa deňagramlylygy durnuklaşandan soňra ulgamyň energiýasy

$$W_1 = \frac{q_0^2}{2C_{um}} = \frac{q_0^2}{6C}$$

görnüşde aňladyp bolar.

Kondensatoryň tekizçelerini gysga utgaşdyrýan simjagaz köýen pursatyndan ulgamdan bölünip çykýan ýylylyk mukdary:

$$\Delta W = W_2 - W_1,$$

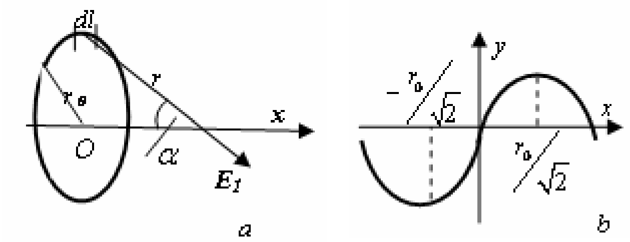
$$\Delta W = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2}\left(\frac{d - d_0}{\varepsilon_0 S} - \frac{d}{\varepsilon_0 s}\right) = -\frac{q^2 d_0}{2\varepsilon_0 S} < 0.$$

Elektrik meýdanynyň energiýasy azaldy, sebäbi plastinalaryň arasyndaky giňişlikde meýdanyň güýjenmesi üýtgemese-de meýdanyň tutýan göwrümi kiçeldi. Tekiz howa kondensatorynyň içine galyňlygy d_o bolan denir plastina salynýar. Kondensatoryň odkladkalaryndaky zarýad *q* deň. Kondensator çeşmeden ýazdyrylýar. Plastinalaryň arasyndaky uzaklyk *d*, olaryň meýdany *S*. kondensatoryň sygymynyň we onuň energiýasynyň üýtgemesini kesgitlemeli.

2.5. Geçiriji halkany kiçi *dl* böleklere bölüp, olaryň biri tarapyndan döredilýän elektrik meýdanynyň güýjenmesini (2.14-nji çyzgy)

$$dE_1 = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

görnüşde aňladyp bolar. Bu $r = r_0^2 + x^2$ ýerde Geçiriji halkanyň ähli *dl* bölejikleri tarapyndan döredilýän elektrik meýdanyň güýjenmesi simmetriýa görä, şol okyň ugry boýunça gönükdirilendir we *x* oka perpendikulýar tekizlik boýunça alnan onuň proýeksiýalarynyň jemi nola deňdir.



2.14 -nji çyzgy.

1-nji aňlatma bilen kesgitlenýän ululygyň x ok boýunça proýeksiýasy

$$dE_{1x} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha$$

(2)

deň. Bu ýerde , onda

$$E_{1x} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^3}x$$

(3)

Geçiriji halkanyň elektrik meýdanynyň netijeýji güýjenmesi onuň ähli dl bölekleriniň güýjenmeleriniň $2\pi r_0$ uzynlyk boýunça x oka proeksiýalarynyň jemine deňdir:

$$E_{1x} = \int dE_{1x} = \frac{\tau x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{4\pi r_0} dl = \frac{2\pi r_0 \tau x}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{r_0 \tau x}{2\varepsilon_0 (r_0 + x^2)^{3/2}}$$

(4)

$E_x(x)$ baglylygyň grafigi getirilen. Bu aňlatmadan görnüşi ýaly $x=0$ ýa-da $x\to\infty$ şertde E_x nola deň bolýar.

Meseläniň şerti boýunça degişli ululyklardan peýdalanyp, $q=1{,}4\cdot 10^{-7}\ Kl$ hasaplap bolar.

2.11. Kondensator ulgamynyň başlangyç energiýasy

$$W_1 = C_{um}\frac{U_0^2}{2} = \frac{2}{3}C\frac{U_0^2}{2} = \frac{1}{3}CU_0^2$$

Simjagaz dakylandan soň, diňe 2C kondensator zynjyra birikdirilgi bolýar we ulgamyň energiýasy

$$W_2 = 2C\frac{U_0^2}{2} = CU_0^2$$

bolar. Bu halda zynjyr boýunça

$$\Delta q = 2CU_0 - C_{um}U_0 = 2CU_0 - \frac{2}{3}CU_0 = \frac{4}{3}CU_0$$

goşmaça zarýad geçer. Şunlukda elektrik akym çeşmesi

$$A = \Delta qU_0 = \frac{4}{3}CU_0^2$$

işi ýerine ýetirýär. Indi energiýanyň saklanma kanuny boýunça

$$W_1 + A = W_2 + Q\ ,$$

alarys. Bu ýerden bolsa

mümkinçili k berýän deňligi alarys:

$$d_2 = \frac{7}{8} d_0$$

2.10. Meseläni energiýanyň saklanma kanunyny ulanyp çözmek amatlydyr. Geçiriji togalaklar özara maksimal ýakynlaşanlarynda ulgamyň Kulon we maýyşgak güýçleri bilen şertlenen energiýasy

$$W_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l_1} + \frac{k(l_1 - l_2)^2}{2}$$

deň. Geçiriji togalaklaryň arasyndaky uzaklygyň iň uly bahasynda ulgamyň energiýasy

$$W_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l_2^2} + \frac{k(l_2 - l_0)^2}{2}$$

görnüşde aňladylýar. Energiýanyň saklanma kanunyna görä $W_1 = W_2$ ýa-da

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l_1} + \frac{k(l_1 - l_2)^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l_2^2} + \frac{k(l_2 - l_0)^2}{2}$$

bu ýerden

$$q = \sqrt{2\pi\varepsilon_0 k\left[(l_2 - l_0)^2 - (l_1 - l_0)^2\right]} \frac{l_1 l_2}{(l_2 - l_1)}$$

Indi E_x-yň maksimal baha eýe bolýan şertini tapalyň. Onuň üçin ekstremum şertini,

$$\frac{dE_x(x)}{dx} = 0$$

birinji önümiň nola öwrülmegini ýazalyň:

$$\frac{\tau r_0}{2\varepsilon_0} \frac{(r_0^2 + x^2)^{3/2} - x\left(\frac{3}{2}\right)\left(r_0^2 + x^2\right)^{1/2} 2x}{(r_0^2 + x^2)} = 0$$

$$(r_0^2 + x^2)^{3/2} - x(3/2)((r_0^2 + x^2)^{1/2})\,2x = 0$$

$$r_0^2 + x^2 - 3x^2 = 0,$$

$$(r_0^2 - 2x^2) = 0 \Rightarrow (r_0 - \sqrt{2}x)(r_0 + \sqrt{2}x) = 0$$

.

Soňky delemeden $x = \pm\frac{r_0}{\sqrt{2}}$ gelip çykýar.

2.6. Kondensatorlaryň biri-birine tarap biratly zarýadlanan tekizçeleri arkaly gönükdirilen ýagdaýyna seredeliň

Položitel zarýadlanan tekizçeden x aralykda birinji kondensatoryň okuň boýunda döredýän meýdany

$$E(x) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2} - \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 (x+l)^2} = \frac{q_1}{4\pi}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+l)^2}\right]$$

Meseläniň, şertine görä $x >> l$ onda

$$E(x) = -\left[\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2} - \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\right]$$

tapawudy matematiki derňewden belli bolan

$$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x) \approx f'(x)\Delta x$$

aňlatmadan peýdalanyp, hem-de biziň ýagdaýymyzda, $\Delta x = l$

$f(x) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ bolýandygyny hasaba alyp özgerdeliň.

$$f(x) = -\frac{2q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^3},\ E(x) = -\left(-\frac{2q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^3}\right)l = \frac{2q_1 l}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

Onda birinjiden d aralykda ýerleşýän ikinji kondensatora täsir edýän güýç

$$F = [E(d) - E(d+l)]q_2 = \frac{q_1 q_2 l}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{d^3} - \frac{1}{(d+l)^3}\right]$$

deň bolar.

$\Delta x = l$ şertden peýdalanyp soňky aňlatmany aşakdaky ýaly ýönekeýleşdirip bolar.

$$F = \frac{q_1 q_1 \ell}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{d^3} - \frac{1}{(d+\ell)^3}\right] \approx \frac{3q_1 q_2 \ell^2}{2\pi\varepsilon_0 d^4}.$$

Diýmek, bu ýagdaýda kondensatorlar itekleşerler.

Ýokardaky ýaly pikir ýöretmeleri kondensatorlaryň biri-birine tarap dürli atly zarýadlanan tekizçeleri arkaly

$$k(d_0 - d) = q\left(\frac{E}{2}\right),$$

$$k(d_0 - d) = q\frac{q}{2dC} = \frac{q^2}{2dC}.$$

Kondensatoryň zarýady q_0-a deň bolan halatynda onuň tekizзeleriniň arasyndaky uzaklyk d_1 -e deň bolar, ýagny

$$k(d_0 - d_1) = q\frac{q_0^2}{2\varepsilon_0 C} \qquad (1)$$

Bu kondensatora ikinji zarэadlandyrylmadyk kondensator parallel birikdirilende, $q_0/2$ birinji kondensatoryň zarýady çenli, ýagny iki esse azalýar. Bu halda kondensatoryň tekizçeleriniň arasyndaky d_2 uzaklyk

$$k(d_0 - d_2) = q\left(\frac{q_0/2}{2\varepsilon_0 S}\right), \qquad (2)$$

gatnaşykdan kesgitlenýär.

1-nji we 2-nji aňlatmalary deňeşdirip alarys:

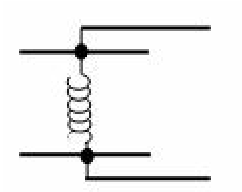
$$4k(d_0 - d_2) = (d_0 - d_1)k$$

$$(d_0 - d_2) = \frac{1}{4}(d_0 - d_1).$$

Indi $d_1 = \dfrac{d_0}{2}$ hasaba alyp, soňky aňlatmadan gözlenilýän uzaklygy tapmaklyga

$$C = \frac{q}{u} = \frac{q}{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \alpha \ln\dfrac{b}{a}}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\alpha}{\ln\dfrac{b}{a}}$$

2.9. Kondensatoryň zarýady bilen onuň tekizçeleriniň arasyndaky *d* uzaklygyň özara baglanyşygyny tapalyň. Kondensatoryň tekizçelerine pružin



$$F = k(d_0 - d)$$

2.16-njy çyzgy.

güýç bilen täsir edýär (2.16-njy çyzgy). Bu ýerde *k* –pružiniň maýyşgaklyk koeffisiýenti.

Bu güýç kondensatoryň tekizçeleriniň elektrostatik çekişme güýji bilen deňagramlaşýar.

$$F = q\left(\frac{E}{2}\right)$$

Bu ýerde *q* – kondensatoryň bir tekizçesiniň zarýady, *E*- kondensatordaky elektrostatik meýdanyň güýjenmesi (1/2 köpeldiji doly güýjenmäniň her bir tekizçäniň döredýän güýjenmeleriniň jemine deňdiginden gelip çykýar). Kondensatoryň tekizçelerindäki potensiallaryň tapawudy

$$U = Ed = \frac{q}{C}$$

bu ýerde $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ içi howaly tekiz kondensatoryň sygymy.
Onda

gönükdirilen ýagdaýy üçin hem geçirmek bolar. Bu halda hem kondensatorlar şol bir

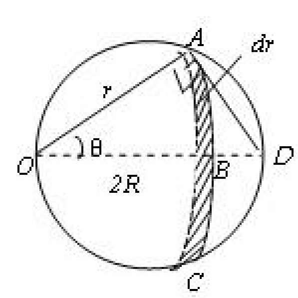
$$F = \frac{3q_1q_2l^2}{2\pi\varepsilon_0 d^4}$$

güýç bilen bir-birne dartylarlar.

2.7. Meseläniň şertindäki geçiriji tegelek gapagyň üsti boýünça zarýad deňölçegli paýlanandygy ücin onuň elektrik meýdanynyň potensialy (2.15-nji çyzgy) aňlatmalaryň

$$\varphi_s = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_s \frac{\sigma\, dS}{r}$$

(1)



görnüşdäkisine laýyk gelýär. Integrirlemäni ýeňilleşdirmek üçin *dS* meýdan hökmünde *r* radiusly tegelek geçiriji gapagyň *dr* galyňlykdaky bölegini alalyň (2.15-nji çyzgy). Onuň meýdany *dS=Adr*-e deň, bu ýerde *AC=AB+BC=2AB* sebäbi *AB=BC*. *AOB*

2.15-nji çyzgy.

üçburçlukdan *AB = r;* . *AOE* gönibürçly üçburçlukdyr. Ýagny Bu üçburçlukdan:

Onda $r = OD\cos\theta = 2R\cos\theta$

$$dS = 2r\theta dr, \quad dr = -2R\cos\theta$$

$$dS = 2r\theta\left(-2Rcos\theta\right) = -4r\theta Rsin\theta d\theta$$

(2)

2-nji aňlatmany 1-nji deňlikde ornuna goýup alarys:

$$\varphi = -\frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \theta \sin\theta d\theta$$

(3)

Bölekleýin integrirlemek usulyny, эagny $\theta = U;$ $sin\theta d\theta = dV;$ $V = -cos\theta$ aňlatmany ulanyp, taparys

$$\int\theta sin\theta d\theta = -\theta cos\theta + \int\theta cos\theta d\theta = -\theta cos\theta + sin\theta$$

we integralyň çäklerini goýulandan soň alarys:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\theta sin\theta d\theta = -1$$

.Şeýlelikde, gözlenilýän ululyk

$$\varphi = \frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}$$

(4)

aňlatma deňdir.

2.8. Radiuslary degişlilikde *a* we *b* bolan togalakörtük kondensatorlaryň tekizçeleriniň arasyndaky elektrostatik meýdanyň güýjenmesi

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

(1)

görnüşde aňladylýar.

Kondensatoryň tekizçeleriniň arasyndaky potensiallaryň tapawudy elektrik meýdanyň güýjenmesi bilen

$$dU = Edr$$

(2)

baglanyşykdadyr. Ýa-da (1-nji) aňlatmany (2-nji) aňlatmada ornuna goýup we *a* hem-de *b* здkde integrirlдр taparys.

$$U = \int_a^b Edr = \int_a^b \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_a^b\frac{dr}{r^2} =$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2}\right)\Big|_a^b = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Şeýlelikde elektrik sygymyň kesgitlemesine laýyklykda, togalakörtük şekilli kondensatoryň sygymy:

a) $a<b$ şertde

$$C = \frac{q}{u} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\alpha ln\frac{b}{a}}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\alpha}{ln\frac{b}{a}} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b-a} \quad (3)$$

b) $\varepsilon = \frac{\alpha}{r}$ şertde bolsa,

$$U = \int_a^b Edr = \int_a^b\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\frac{\alpha}{r}}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\alpha}\int_a^b\frac{dr}{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\alpha}ln\frac{b}{a}$$

(4)

3.11. Çeşmäniň napryaženiýesini $U(t) = \alpha t$ görnüşde ýazyp, açar $t = \tau$ pursatda utgaşdyrylýar diýip kabul etmeli. Garşylygyň we sygymyň yzygider birikdirilendigi sebäpli, $U(t) = RI_0 + \frac{q}{c}$ deňligi ýazmaly, bu ýerde I_0 -zynjyrdaky ululygy boýunça hemişelik tok. Soňra zarýadyň $q = I_0(t - \tau)$ deňdigini hasaba alyp, ýokardaky deňlemeden gözlenilýän ululygy tapmaly.

3.12. Soňra daşky R garşylygyň haýsy bahasynda bölünip çykýan kuwwatyň maksimal boljakdygyny $W_R = I^2R = \frac{E^2R}{(R + r)^2}$ aňlatmany ulanyp, $\frac{dW_R}{dR} = 0$ şertden tapmaly.

3.13. Açar 1 ýagdaýdaka zynjyr üçin Kirhgofyň ikinji düzgünini ulanmaly.

$$E_1 - E_2 = U_1, \text{ bu ýerde } U_1 = \frac{q_1}{C}.$$

Açar 2 ýagdaýa geçirilende zynjyrdan $q_2 - q_1 = \Delta q$ zarýadyň akýandygyny hasaba alyp, $\Delta W = \frac{\Delta q^2}{2C}$ formula boýunça bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny tapmaly.

$$q_2 = \frac{11}{10}Q$$

deň bolýandygyny görkezmek bolar. (2.18-nji çyzgy)

Kondensatoryň meýdanynyň energiýasynyň plastinasyz we plastinaly ýagdaýda degişlilikde

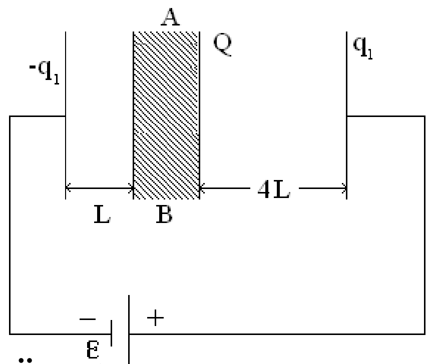
$$W_1 = \frac{2QE}{3} \quad \text{we} \quad W_2 = \frac{7QE}{10} \quad \text{deň.}$$

Tok çeşmesiniň işi

$$A_t = (q_2 - q)E = -\frac{2QE}{5} < 0.$$

Energiýanyň saklanma kanuny boýunça $A + A_t = W_2 + W_1$, bu ýerde A – gözlenilýän ululyk. Soňky deňlikde A_t, W_1, W_2 üçin bahalary ornuna goýup, taparys:

$$A = (W_2 + W_1) - A_t = \frac{13QE}{30}.$$



2.18 - nji çyzgy.

2.15. Deňramlylyk ýagdaýynda ýokarky plastina täsir edýän güýç ýüke täsir edýän agyrlyk güýjine deň bolmaly *F=mg*. Indi *F* güýji tapalyň.

$$F = qE = CUE = \frac{\varepsilon_0 S}{d} UE,$$

Güýjenmäniň

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$$ deňdigini

hasaba alyp, ýazarys.

$$F = CU\frac{q}{2\varepsilon_0 S} = CU\frac{q}{2\varepsilon_0 Cd/\varepsilon_0} = CU\frac{CU}{2Cd} = \frac{CU^2}{2d},$$

Sebäbi $q = CU$, we tekiz kondensator üçin $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Onda $mg = \frac{CU^2}{2d}$, ýa-da $mg = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d^2}$, bu ýerden

$$U = \sqrt{\frac{2mgd^2}{\varepsilon_0 S}}$$

San bahalaryny goýup, taparys

$$U = \sqrt{\frac{2\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 9{,}8\cdot 25\cdot 10^{-6}}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 6{,}28\cdot 10^{-2}}}W \approx 5900W = 5{,}9kW$$

2.16. Goý, kondensatoryň zarýady q bolsun. Onda onuň içinde elektrik induksiýa

kinetik energiýanyň peseltmeklige sarp edilen iş bilen deňeşdirmeli $A = N\frac{m\vartheta_0^2}{2}$. Şunlukda, geçiriji birden togtadylanda elektronlaryň inersiýasy zerarly ýüze çykýan elektrik akymynyň hemişelik däldigini hasaba almaly. Bu elektrik akymyny nola çeli deňölçegli kemelýän hasaplap, onuň orta $\frac{I}{2}$ bahasyny almaly.

3.9. Kondensatordaky $U_{AB} = \frac{q}{c}$ napryýaženiýanyň garşylygyň uçlaryndaky $U_{AB} = IR$ napryýaženiýä deňdigini göz öňüne tutmaly. Kondensatoryň zarýadsyzlanmasynyň

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

kanun boýunça bolup geçýändigini hasaba almaly. Soňra τ wagtyň dowamynda R garşylygyň üstünden akyp geçen q_1 zarýady tapmaly we $Q = \int_0^\tau I^2 Rdt$ aňlatma boýunça gözlenilýän ululygy tapmaly.

3.10. Emele gelen zynjyry simmetriýa häsiýetli görnüşde şekillendirmeli. Şonda elektrik zarýadyny geçirmäge gatnaşmaýan geçirijini tapmaly we ony zynjyrdan aýyrmaly. Zynjyr ýönekeýleşer we onuň umumy garşylygyny hasaplamak kyn bolmaz.

3.4. Ýokardaky meseledäki ýaly, käbir *dt* wagtda kondensatoryň alýan *dq* zarýady üçin $dq = Idt$, $dq = C\,dU$ deňliklerden peýdalanmaly. Tok güýji üçin $I = \frac{U_0 - U}{R}$ aňlatmany ulanyp, gözlenilýän ululygy tapmaly.

3.5. Geçirjiniň hemişelik napryaženiýe çeşmesinden dt wagtda alýan $\frac{U^2}{R}dt$ energiýa onuň içki energiýasyny üýtgemäge we daşky gurşawa bermäge sarp bolýar diýip hasaplap, energiýa bolansynyň $\frac{U^2}{R}dt = CdT + k\left(T - T_0\right)dt$ deňlemesinden gözlenilýän T(t) baglylygy tapmaly.

3.6. Açar 1 ýagdaýda kondensatoryň toplan $W = \frac{q^2}{2C}$ energiýasy açar 2 ýagdaýa geçirilende R_1 we R_2 garşylyklarda Q_1 we Q_2 ýylylyk mukdarynyň bölünipçykmagyna sarp bolýar, $W = Q_1 + Q_2$, şunlukda $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_1}{R_2}$. Ýokardaky deňliklerden Q_1-i ýeňil tapyp bolýar.

3.7. Sim karkasyň simmetriýa häsiýetine eýedigini hasaba almaly. Şunlukda tok birdeň ululykdaahalanýar.

3.8. Geçirijiden akyp geçýän elektrik akymynyň işini $A = I^2Rt$ grçirijidäki ähli erkin elektronlaryň inersiýasy sebäpli saklanan

$$D = \frac{q}{4\pi r^2},$$

meýdanyň güýjenmesi bolsa $E = \frac{D}{\varepsilon_o\varepsilon(r)}$ deňdir.

Öz nobatynda sferalaryň arasyndaky potensiallar tapawudy

$$U = \int_a^b E\,dr, \quad \text{sygym bolsa} \quad C = \frac{q}{U} \text{ bolar.}$$

Şeýlelikde sygym üçin indiki aňlatmany alarys:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_o}{\int_a^b \frac{dr}{r^2\varepsilon(r)}}.$$

Integrirlemäni a) we b) ýagdaýlar üçin ýerine ýetirip taparys:

a) $$C_\xi = \frac{4\pi\varepsilon_o}{\int_a^b \frac{dr}{r^2\varepsilon}} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o a b(b-a)$$

b) $$C = \frac{4\pi\varepsilon_o}{\int_a^b \frac{dr}{r^2\varepsilon}} = \frac{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}{\int_a^b \frac{dr}{r}} = \frac{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}{l\,n\frac{b}{a}};$$

2.17. Ilkibaşda birinji kondensatoryň $q = C_1U$ zarýady bar. Birikdirilenden soň bu zarýad birinji kondensatordaky we kondensatorlar batareýasyndaky naprýaženiýalar deň bolar ýaly olaryň arasynda paýlanýar. Onda

$$q_1 + q_2 = q, \quad \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C} = \frac{q_2}{\frac{C_2 C_3}{C_2 C_3}} = \frac{q_2 (C_2 + C_3)}{C_2 C_3},$$

bu ýerde q_1 – birikdirmeden soň birinji kondensatoryň zarýady, q_2 bolsa birikdirilen batareýadaky zarýad.

Birikdiriji simlerden akýan zarýad $\Delta q = q - q_1$ deň. Ýokardaky iki deňlemeden q_1 tapyp, alarys.

$$\Delta q = \frac{U}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)};$$

2.18. Gabyk giňelende radiuslary R_1 we R_2 bolan sferik gatlaklaryň içinden

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

elektrik meýdany aýrylýar.

Elektrik güýçleriniň işleriniň bu gatlakdan aýrylan energiýa deňdigi düşnüklidir:

3.13-nji çyzgy.

III.3. Ugrukdyrmalar.

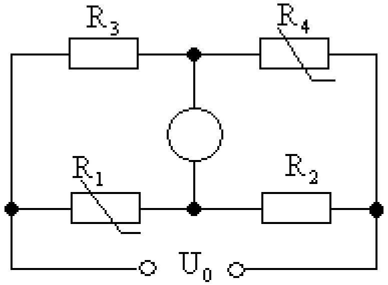
3.1. Berlen nokatlaryň arasyndaky potensiallar tapawudyny tapmak üçin zynjyryň birhilli däl bölegi üçin $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + E_1}{R_1}$ Omuň kanunyndan we zynjyrda toklaryň garşylykly taraplara akýanlygyndan ugur almaly, $E = E_1 - E_2$.

3.2. Koaksial silindirleriň arasyndaky gurşawyň *dr* galyňlykly gatlagyny almaly we onuň garşylygy üçin $dR = \rho\frac{dr}{s}$ formuladan peýdalanmaly. Iki silindriň arasyndan toguň $S = 2\pi r \cdot l$ üst boýunça akýandygyny hem hasaba almaly.

3.3. Açar ugtaşdyrylandan soň *dt* wagtda zyjyrdan *dq =Idt* zarýad akar. Başga bir tarapdan *dq* = C_1*dU* we *dU=-RdI*. Bu ýerde $C_1 = \frac{C}{2}$. Soňra bolsa $\frac{-RCdI}{2} = Idt$ deňligi integrirläp I(t) baglylygy tapyp bolýar. Bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny tapmak üçin $\Delta Q = I^2 R \Delta t$ formuladan peýdalanmaly.

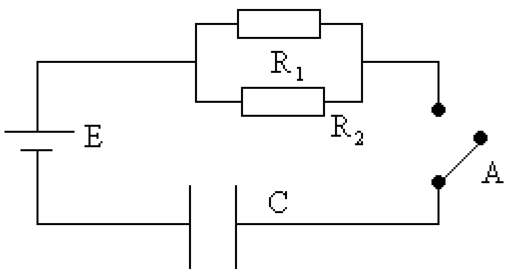
3.11-nji çyzgy.

3.17. Elektrik zynjyry her biriniň garşylygy *r* bolan iki sany birmeňzeş R_2, R_3 rezistorlardan we R_1, R_4 çyzykly däl rezistorlardan (3.12-nji çyzgyda) R_1, R_4 reziatorlaryň wolt-amper häsiýetnamasy $U = \alpha I_2$ (α - belli bolan hemişelik koefisiýent) görnüşe eýe. Iýmitlendiriş çeşmesiniň haýsy U_0 naprýaženiýesinde galwanometrden akýan tok nola deň?



3.12-nji çyzgy.

3.18. 3.13-nji çyzgyda görkezilen zynjyrda *C* sygymly kondensator zarýadlandyrylmadyk. *A* açary kondensatordaky naprýaženiýe *U* baha ýetýänçä birikdirýärler. Şol wagtyň dowamynda R_2 gaşylykda bölünip çykýan *Q* ýylylyk mukdaryny kesgitlemeli. Elektrik akym çeşmesiniň e.h.g.-si E, onuň içki garşylygyny hasaba almaly däl.



$$A = \frac{\varepsilon_o}{2}\int_{R_1}^{R_2} E^2(r) 4\pi r^2 d r = \frac{\varepsilon_o}{2}\int_{R_1}^{R_2}\frac{q^2}{(4\pi\varepsilon_o r^2)^2}\cdot 4\pi r^2 d r =$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o}\int_{R_1}^{R_2}\frac{d r}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{R_{11}}^{R_2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

III. bap
Hemişelik elektrik togynyň kanunlary.
III.1. Usuly görkezmeler.

– Elektrik zynjyryň birhilli we birhilli däl bölekleri üçin Omuň kanunlary

$$I = \frac{U}{R}, \qquad I = \frac{U}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + E}{R},$$

bu ýerde *U*-berlen bölekde naprýaženiýanyň peselmesi, *R*-bölegiň garşylygy, *E*-tok çeşmesiniň e.h.g.-si.

– Omuň kanunynyň differensial görnüşi

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right),$$

bu ýerde E^* - daşky güýçleriň maýdanynyň güýjenmesi, σ - geçirijilik

Kirhgofyň düzgünleri:

$$1. \sum I_i = 0, \qquad 2. \sum I_i R_i = \sum E_i$$

– Togyň kuwwaty we ýylylyk kuwwaty

$$p = IU = \left[\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + E\right] I, \qquad Q = I^2 R.$$

– Zynjyryň böleginde elektrik togunyň işi

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

– Metallarda togyň dykyzlygy

$$\vec{j} = e \cdot n \cdot \vec{u},$$

$\vec{U}$-tok äkidijileriň orta tizligi.

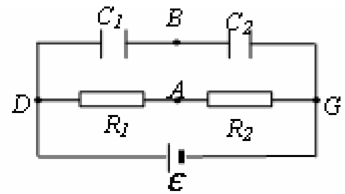
– Gazyň birlik göwrüminde birlik wagtda rekombirlenýän ionlaryň sany

$$n_r = r n^2,$$

r-rekombinaasiýa koeffisiýenti.

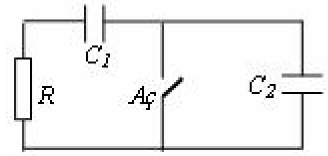
III.2. Meseleler.

3.1. Eger-de $R_1=10Om$, $R_2 = 20Om$, $E_1=5w$ we E_2 *w* bolsa, shemadaky 1we 2 nokatlaryň arasyndaky $\varphi_1 - \varphi_2$ potensiallar



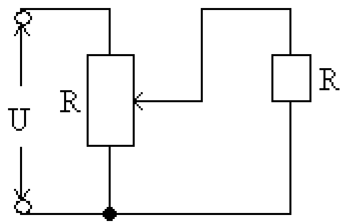
3.9-njy çyzgy.

3.15. Zynjyrdaky C_1 kondensator *R* garşylyk arkaly zarýadsyzlanýar (3.10-njy çyzgy). Elektrik akym güýji I_0 baha ýetende *Aç* açar ýazdyrylýar. Şol pursatdan başlap, garşylykda bölünip çykýan *Q* ýylylyk mukdaryny tapmaly.

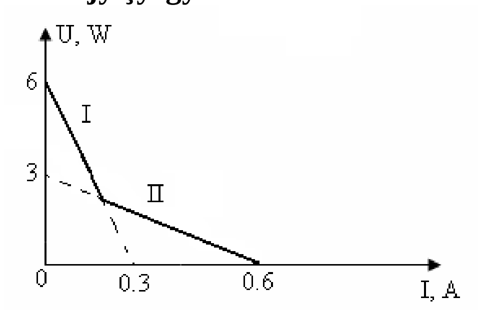


3.10-njy çyzgy.

3.16. Goşmaça garşylykdaky *(R)* naprýaženiýany sazlamak üçin 3.11-nji çyzgyda şekillendirilen zynjyr (shema) ýygnalypdyr. Goşmaça garşylygyň we sazlaýjy reostatyň garşylyklary *R*-e deň. daşky *R* garşylyk reostatyň ýarysyna birikdirilipdir. Girişdäki naprýaženiýe hemşelik we *U* deň. eger-de goşmaça garşylygyň bahasy iki esse artdyrylsa, ondaky naprýaženiýe nähili üýtgär?



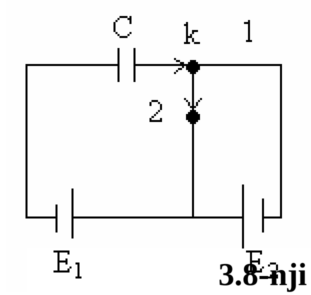
3.6-njy çyzgy.



3.12. 3.7-nji çyzgyda iýmitlendiriş çeşmesiniň naprýaženiýesiniň daşky garşylykdaky toga baglylygy getirilen. Daşky garşylykda alyp boljak iň uly kuwwaty tapmaly. Bu ululyk garşylygyň haýsy bahasynda alynýar?

3.7-nji çyzgy.

3.13. K-açary 1 ýagdaýdan 2 ýagdaýa geçireniňde zynjyrdan bölünip çykjak ýylylyk mukdaryny tapmaly. (3.8-nji çyzgy).



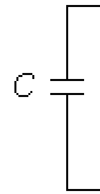
3.8-nji çyzgy.

3.14. Elektrik zynjyryň *AB* nokatlarynyň arasyndaky potensiallaryň tapawudyny kesgitlemeli (3.9-njy çyzgy). Shemadaky ulanylan gurluşlaryň ululyklary: $C_1=0{,}1mkF$, $C_2=0{,}2mkF$, $R_1=1Om$, $R_2=2Om$, $=3W$. Elektrik akym çeşmesiniň içki garşylygyny hasaba almaly däl. Elektrik çeşmesine birikdirimänkä kondensatorlar zarýadlandyrylmadyk.

tapawudyny tapmaly. Tok çeşmeleriniň içki garşylyklary hasaba alardan az.

3.2. *U*del garşylygy *P* bolan pes geçirijilikli birhilli gurşaw iki sany koaksial, ideal geçiriji ýuka silindriň arasyndaky giňişligi doldurýar. Silindrleriň radiuslary *a* we *b* $(a<b)$, her bir silindriň uzynlygy l. Gyra effektlerini hasaba alman, silindrleriň arasyndaky gurşawyň garşylygyny tapmaly.

3.3. 3.1 –nji çyzgyda görkezilen shemada kondensatorlaryň biri U_0 naprýaženiýa çenli zarýadlandyrylýar we $t=0$ wagt pursatynda *K* açar utgaşdyrylýar. Tapmaly: a). Zynjyrdaky *I* wagty *t* wagtyň funksiýasy hökmünde; b). $I(t)$ baglylygy bilip, bölünip çykan ýylylyk mukdaryny

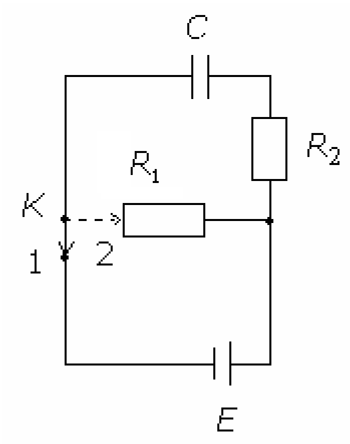


3.1 - nji çyzgy.

3.4. Sygymy $C=400pf$ bolan kondensatory $R=650Om$ garşylygyň üsti bilen henişelik U_0 naprýaženiýa çeşmesine birikdirdiler. Näçe wagtdan kondensatordaky naprýaženiýe $U=0{,}90\ U_0$ bolar?

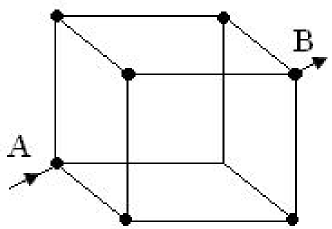
3.5. Temperatura bagly bolmadyk *R* garşylygy we umumy *C* ýylylyk sygymy belli bolan geçiriji bar. Ony $t=0$ wagt pursatynda hemişelik *U* naprýaženiýa birikdirýärler. Geçirijiniň daşky gurşawa berýän ýylylyk kuwwaty $q = k\left(T - T_0\right)$ bolsa, onuň T_1 temperaturasynyň wagta baglylygyny tapmaly. Bu ýerde *K*-hemişelik, T_0 - daşky gurşawyň, ýagny başlangyç wagt pursatynda geçirijiniň temperaturasy.

3.6. Sygymy $C = 5mkF$ bolan kondensator *EHG*-si *E=200W* bolan hemişelik tok çeşmesine birikdirilen. Soňra K açary 1 ýagdaýdan 2-ä geçirdiler. Eger-de $R_1 = 500$ Om, $R_2 = 330$ Om bolsa onda R_1 garşylykda bölünip çykan ýylylyk mukdaryny tapmaly, (3.2-nji çyzgy).



3.2-nji çyzgy

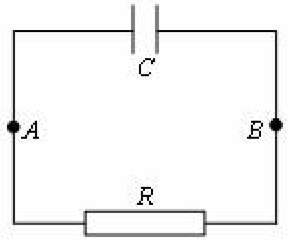
3.7. Kub görnüşli sim karkasynyň *A* we *B* nokatlarynyň arasyndaky garşylygy tapmaly.Kubuň gapyrgasyny düzýän her bir simiň garşylygy R deň.



3.3-nji çyzgy.

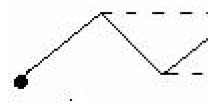
3.8. Kese kesiginiň meydany *S* bolan mis geçiriji özüniň kese kesigine perpendikulýar boyunça ϑ_0 tizlik bilen hereket edýär. Eger geçiriji duruzylsa (togtadylsa), onuň kese kesiginden nähili zaryad geçer? Geçirijiniň uçlary özara birikdirilen.

3.9. Sygymy *C* bolan kondensator q_0 zarýad bilen zarýadlandyrylýar (3.4 -nji çyzgy). Soňra kondensatoryň tekizçeleri *R* garşylygyň üsti bilen utgaşdyrylýar. τ wagtda kondensatordan geçen zarýady we şol wagtyň dowamynda ondan bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny tapmaly.



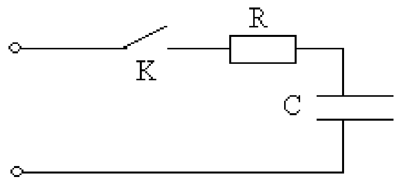
3.4-nji çyzgy.

3.10. Bäş sany birmeňzeş garşylyklardan durýan zynjyra 3.5-nji çyzgyda ştrihlenen çyzyk bilen görkezilen edil öňki ýaly iki sany garşylyk goşulýar. Şunlukda zynjyryň umumy garşylygy nahili üýtgär?



3.5-nj

3.11. Çeşmäniň naprýaženiýesi wagta görä çyzykly kanun boýunça üýtgeýär. Başlangyç pursatda naprýaženiýe nola deň. Açaryň *K* kömegi bilen çeşmäni 3.6-njy çyzgyda gökezilen shema birikdirip bolýar. Zynjyrdaky toguň ululygy boýunça hemişelik bolmagy üçin, açary haýsy wagt pursatynda utgaşdyrmaly.



$$\left(\alpha - \frac{I_0}{C}\right)t = 0,\quad I_0 = \alpha C;$$

$$RI_0 - \frac{I_0\tau}{C} = 0,\quad \tau = RC.$$

3.12. Woltamper häsiýetnama görkezýän göniniň ýapgytlygynyň çeşmäniň içki garşylygy bilen kesgitlenýändigini ýada salsak, onda berlen çeşmäniň dürli E.h.g.-lerii we içki garşylyklary bolan iki sany çeşmeden durýandgyna göz ýetirip bolar.

$$E_1 = U_1(0) = 6W,\ r_1 = \frac{6}{0,3}Om = 20Om \text{ we}$$

$$E_2 = U_2(0) = 3W,\ r_2 = \frac{3}{0,6}Om = 50Om$$

Bu çeşmeler *U*-nyň we *I*-niň diňe kesgitli çäklerinde „işleýändir.“

R garşylykda bölünip çykýan kuwwat

$$W_R = I^2R = \frac{E^2R}{(R+r)^2} \text{ deňdir.}$$

$$\text{Onda}\ \frac{dW_R}{dR} = \frac{E^2}{(R+r)^2} - \frac{2E^2R}{(R+r)^3} = 0 \quad \text{ýa-da}$$

$$1 - \frac{2R}{R+r} = 0,$$

Bu ýerden $R=r$.

Şeýlekikde, I we II böleklerde iň uly kuwwatlar

3.14. Elektrik meýdanynyň A we B nokatlardaky potensiallaryny d nokatdaky potensial bilen baglanyşdyrmaly. Yzygider birikdirilen kondensatorlardaky zarýadlaryň özara deňdigini hasaba almaly, $C_1U_1 = C_2U_2$.

3.15. Energiýanyň saklanma kanuny boýunça bölünip çykýan ýylylyk mukdary ulgamyň ahyrky we başlangyç energiýalarynyň tapawudyna deňdir.

$$Q = W_2 - W_1, \text{ bu ýerde}$$

$$W_2 = \frac{q_1^2}{2(C_1+C_2)},\ W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1}.\ \text{Indi}\quad q_1 = C_1I_0R$$

bolýandygyny hasaba alyp, gözlenilýän ululygy tapmak bolar.

3.16. Zynjyrda görkezilen reostat bilen goşmaça garşylygy $R_1 = \frac{5}{6}R$ garşylykly rezistor bilen çalyşmaly. Soňra zynjyrdan akýan umumy tok güýjini tapmaly, ol

$$I = \frac{6}{5}\frac{U}{R} \quad \text{deňdir.}$$

Indi goşmaça garşylykdaky napryaženiýany tapmak kyn däldir:

$$U_{1g} = U - I_1\frac{R}{2} = \frac{2}{5}U.$$

Ýokardaky pikir ýöretmeleri $R_{2g} = 2R$ ýagdaý üçin gaýtalap,

$$U_{2g} = \frac{U}{9}U \text{ tapyp bolar.}$$

Diýmek, $k = \frac{U_{2g}}{U_{1g}} = \frac{10}{9}$;

3.17. Ilki bilen „köpriniň“ deňagramlylyk şertini

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_3}{U_4} \quad \text{ýazmaly.}$$

Soňra U_1, U_2, U_3, U_4 uluklaryň bahalaryny ýerinde goýmaly we tok güýjiniň

$$I = \frac{R}{\alpha} \quad \text{bahasyny kesgitlemeli}$$

Indi $U_o = U_1 + U_2 = 2\frac{R^2}{\alpha}$ bolýandygyny hasaplamak kyn däldir.

3.18. Energiýanyň saklanma kanunyna görä, elektrik togunyň A işi R_1 we R_2 garşylyklarda ýylylygyň bölünip çykmagyna we kondensatory zarýadlandyrmaga sarp bolýar.

Bu zynjyryň simmetriýa häsiýetlidigi zerarly merkezi geçiriji elektrik zarýadyny geçirme hadysasyna gatnaşmaýar. Şonuň üçin, eger-de, zynjyryň deslapky garşylygy $R_1 = 5r$ bolsa, bu ýerde r-bir geçirijiniň garşylygy, onda zynjyr özgerenden soň onuň täze garşylygy R_2

$$R_2 = 2r + \frac{2r}{2} = 2r + r = 3r \text{ bolar.}$$

Şeýlelikde, $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3r}{5r} = \frac{3}{5}$;

3.11. Goý, çeşmäniň naprýaženiýesi $U(t) = \alpha t$, açar bolsa $t = \tau$ pursatda utgaşdyrylsyn. Zynjyrdaky ululygy boýunça hemişelik togy I_0 bilen belgiläliň. Onda $U(t) = RI_0 + \frac{q}{c}$.

Ýöne $q = I_0(t - \tau)$, diýmek

$$\alpha t = RI_0 + I_0(t - \tau)/C, \quad \text{ýa-da}$$

$$\left(\alpha - \frac{I_0}{C}\right)t = RI_0 - \frac{I_0\tau}{C}$$

Deňligiň sag tarapy wagta bagly bolmadyk hemşelik ululykdyr. Onda deňligiň çep tarapyndaky ýaýyň içindäki ululyk nola deňdir. Şeýlelikde

$$q(t=0)= C=q_0.$$

Onda $q = q_0 e^{-t/RC}$ bolar.

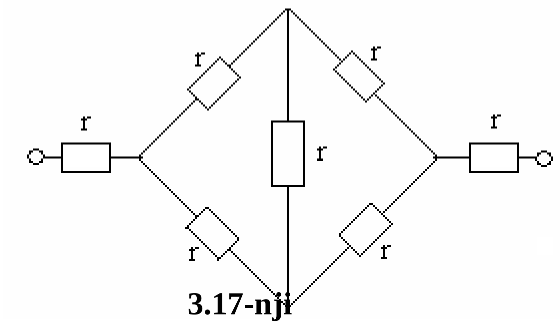
Indi τ wagtyň dowamynda R garşylygyň üstünden akyp geçen q_1 zarýady tapyp bolar:

$$q_1 = q_0 - q_0 e^{-\tau/RC} = q_0\left(1 - e^{-\tau/RC}\right) \quad (4)$$

Elektrik zynjyrdaky R garşylykda τ wagtyň dowamynda bölünip çykan ýylylyk mukdary tapmak üçin ýylylyk kuwwatyny wagta görä integrirlemek ýeterlikdir:

$$Q = \int_0^{\tau} I^2 R dt = \frac{q_0^2}{RC^2}\int_0^{\tau} e^{-2t/RC} dt = \frac{q_0^2}{2C}\left(1 - e^{-2\tau/RC}\right) \quad (5)$$

3.10. Iki sany geçiriji goşulandan soň, zynjyr 3.17-nji çyzgyda görkezilen görnüşe eýe bolar.



3.17-nji çyzgy.

$$Eq = Q_1 + Q_2 + \frac{q^2}{2C}.$$

Mundan başga-da, $q = CU$, $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}$ gatnaşyklary hasaba almak bilen, ýokardaky deňlemeden gözlenilýän Q_2 ululygy taparys.

III.4. Jogaplar.

3.1. $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(E_1 - E_2\right) - E_1 = -4W$

3.2. $R = \frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a}$

3.3. $I = I_0 \cdot e^{-\frac{2t}{CR}} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{2t}{CR}}$; $\Delta Q = \frac{U_0^2 C}{4}$;

3.4. $t = CR\ln 10$

3.5. $T - T_0 = \frac{U^2}{Rk}\left(1 - e^{-\frac{k}{c}t}\right)$;

3.6. $Q = \frac{E^2 C}{2\left(R_1 + R_2\right)} = 60mJ$ **.**

3.7. $R_0 = \frac{5}{6}R$

3.8. $q = \frac{m\vartheta_0}{4eR} = \frac{m\vartheta_0}{4e\rho\frac{l}{S}} = \frac{m\vartheta_0 S}{4e\rho}$

3.9. $Q = \int_0^{\tau} I^2 R dt = \frac{q_0^2}{RC^2}\int_0^{\tau} e^{-2t/RC}dt = \frac{q_0^2}{2C}\left(1 - e^{-2\tau/RC}\right)$

3.10. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{5}$

3.11. $I_0 = \alpha \cdot c, \quad \tau = RC.$

3.12.
$W_1 = 0,45Wt, \;\; W_2 = 0,45Wt, \quad R_1 = r_1 = 20Om, \;\; R_2 = r_2 = 5Om$
.

3.13. $\Delta W = \frac{E_2^2 C}{2}$

3.14. $\varphi_A - \varphi_B = 3W$

$$Q = \frac{\left(I_0 R\right)^2 C_2}{2\left(C_1 + C_2\right)}$$

3.9. Kondensatordaky naprýaženiýe $U_{AB} = q/C$ garşylygyň uçlaryndaky
$U_{AB}=IR$ naprýaženiýä deňdir:

$$U_{AB} = q/C \qquad (1)$$

Bu ýerde elektrik akym güýji

$$I = -\frac{dq}{dt} \qquad (2)$$

deňdir. Sebäbi elektrik akymy kondensatoryň zarýadsyzlanmasynyň hasabyna ýüze çykýar. Soňky aňlatmany 1-njide ornuna goýup alarys:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \qquad (3)$$

ýa-da $\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$

bu deňlemäniň çözüwi

$$lnq = -\frac{t}{RC} + lnC, \quad q = Ce^{-t/RC}$$

görnüşdedir. Başlangyç şerti hasaba alyp, C hemişeligi kesgitläliň:

5-nji aňlatmany ulanyp, 3-nji deňligi aşakdaky görnüşde ýazyp bolar :

$$A = 2en\vartheta_0 SqR \qquad (6)$$

Mälim bolşy ýaly $n = N/V = N/(Sl)$ Onda

$$A = \frac{2eRq\vartheta_0}{l} = N\frac{m\vartheta_0^2}{2} \qquad (7)$$

Bu ýerde l-geçirijiniň uzynlygy.

Ýerine ýetirilen işiň 4-nji we 7-nji aňlatmalaryny deňeşdireliň. Ýagny

$$N\frac{2eRq\vartheta_0}{l} = N\frac{m\vartheta_0^2}{2}$$

bu ýerden bolsa, geçirijiniň kese kesiginden akyp geçen zarýady taparys:

$$q = \frac{m\vartheta_0}{4eR} = \frac{m\vartheta_0}{4e\rho\frac{l}{S}} = \frac{m\vartheta_0 S}{4e\rho} \qquad (8)$$

Bu aňlatmadaky , *e* - degişlilikde elektronyň massasy we zarýady; -mis geçirijiniň udel garşylygy.

3.15.

3.16. $k = \frac{10}{9}$

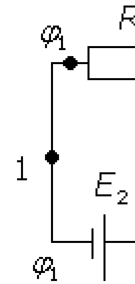
3.17. $U_o = 2\frac{R^2}{\alpha}$.

3.18. $Q_2 = \frac{CUR_1(2E - U)}{2(R_2 + R_1)}$

III.5. Çözüwler.

3.1. 2.14-nji çyzgyda 1,2 nokatlaryň potensialynyň degişlilikde φ_1 we φ_2 bilen belgiläliň. Onda, φ_1 we φ_2 nokatlaryň arasynda R_1 garşylykda we ε_1 EHG-de potensial pese düşýär.

Onda, $\varphi_1 - \varphi_2 = IR_1 - \varepsilon_1$



3.14-nji çyzgy.

EHG-ler togy peseldýär, sebäbi olarda tok garşylykly tarapa akýar. Doly zynjyr üçin Omuň kanunyndan alyp bileris.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2}; \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2 + R_2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \varepsilon_1$$

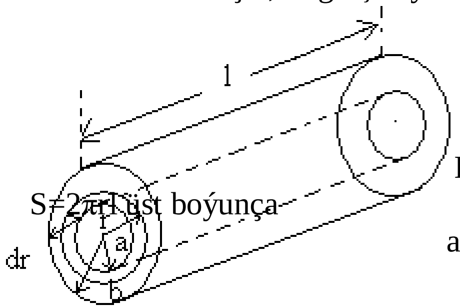
$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{R_1}{R_1+R_1}\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)-\varepsilon_1=\frac{10\,Om}{30\,Om}\cdot 3w-5w=1w-5w=-4w$$

$$\varphi_1-\varphi_2=-4w$$

3.2. Koaksial silindirleriň arasyndaky gurşawyň garşylygyny tapmak üçin, ol gurşawyň dr galyňlygyny alalyň. Onda,

$$dR=\rho\frac{dr}{S}$$

Iki silindiriň arasyndan tok S=2πrl üst boýunça alýar. **(**3.15-nji çyzgy**).**



3.15-nji çyzgy.

$$dR=\rho\frac{dr}{2\pi rl}=\frac{\rho}{2\pi l}\frac{dr}{r};$$

$$\int dR=R=\frac{\rho}{2\pi l}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\rho}{2\pi l}\left(\ln b-\ln a\right)=\frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a};\quad R=\frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a}$$

3.3. Zarýad bilen elektrik togynyň arasyndaky baglanşykdan

$dq=Idt,\quad dq=C_1dU$ gelip çykýar, $C_1=\frac{C}{2}$ $dU=-RdtI$, bu

$$A=I^2R\,t \qquad (1)$$

Bu ýerde *R*-geçirijiniň garşylygy, *I*-ondan akýan elektrik togunyň güýji. Meseläniň şertine görä geçiriji birden duruzylanda elektronlaryň inersiyasy zerarly ýüze çykýan elektrik togy hemişelik däldir. Bu elektrik akymyny nola çenli deňölçegli azalýan hasaplap, geçirijiniň kese kesiginden geçýän elektrik mukdarynyň orta bahasyny aşakdaky ýaly ýazalyň :

$$I\,t=2q\,. \qquad (2)$$

Onda

$$A=2qIR \qquad (3)$$

Bu iş geçirijidäki ähli erkin elektronlaryň inersiyasy sebäpli saklanan kinetik energiyasyny peseltmeklige harç edilyär.Ýagny:

$$A=-N\Delta W_k=-N\left(-\frac{m\vartheta_0^2}{2}\right)=N\frac{m\vartheta_0^2}{2} \qquad (4)$$

bu yerde ΔW_k -geçiriji togtadylan pursaty ondaky elektronlaryň tizlikleriniň ϑ_0 -dan 0-a çenli peselmegi bilen bagly kinetik energiýanyň üýtgemegi.

Elektrik akymynyň güýjüni (2.2-nji) we (2.3-nji) aňlatmalara görä ýazalyň:

$$I=j\,S=en\vartheta_0S \qquad (5)$$

$$W = Q_1 + Q_2; \quad Q_1 = I^2R_1\Delta t, \quad Q_2 = I^2R_2\Delta t$$

$$\frac{q^2}{2c} = \frac{E^2c}{2} = Q_1 + Q_2;$$

$$Q_2 = Q_1\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{E^2c}{2} = Q_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = Q_1 = \frac{E^2c}{2\left(R_1 + R_2\right)}$$

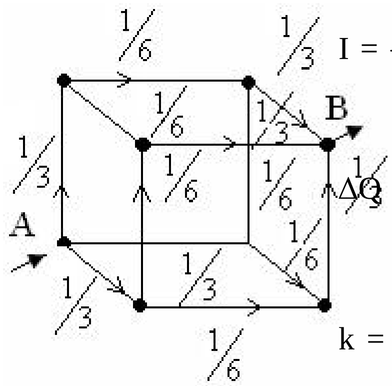
$$Q_1 = \frac{E^2c}{2\left(R_1 + R_2\right)} = 60mJ$$

3.7. Sim karkasyň simmetrik bolandygy sebäpli deň tok 3-e bölüner (3.16-njy çyzgy).

$$U_{AB} = IR_x$$

$$U_{AB} = \frac{1}{3}R + \frac{1}{3}R + \frac{1}{3}R = IR_x \qquad \frac{2}{3}R + \frac{1}{6}R = R_x$$

$$\frac{4R + R}{6} = R_x \qquad R_x = \frac{5}{6}R$$



3.16-njy çyzgy.

3.8. Geçirijiden akyp geçýän elektrik akymynyň ýerine ýetirýän işi

ýerde (-) alamaty R garşylykda naptýaženiýanyň ulalmagy bilen akýan togyň peselýändigini görkezýär.

$$C_1dU = Idt; \quad -RC_1dI = -\frac{RC}{2}dI = Idt, \quad \frac{dI}{I} = -\frac{2}{RC}$$

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = -\frac{2}{RC}\int_0^t dt \qquad \ln I - \ln I_0 = -\frac{2}{RC}t, \qquad I = \frac{U_0C}{R}e^{-\frac{2t}{CR}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

$$I = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{2t}{CR}}; \quad \Delta Q = I^2R\Delta t$$

$$\Delta Q = I^2Rdt = \frac{U_0^2}{R}e^{-\frac{4t}{CR}}dt = \frac{U_0^2}{R}e^{-\frac{4t}{CR}}\left(-d\frac{4t}{CR}\right)\cdot\frac{CR}{4} = \frac{CR}{R4}U_0^2e^{-k}d\left(-k\right);$$

$$k = \frac{4t}{CR}, \qquad \int_{Q_1}^{Q_2}dQ = \frac{CU_0^2}{4}\int_0^k e^{-k}d\left(-k\right) = \frac{CU_0^2}{4}\ e^{-k}\Big|_0^k = \frac{CU_0^2}{4}e^{-\frac{4t}{CR}}$$

$$Q = \frac{CU_0^2}{4}e^{-\frac{4t}{CR}}$$

3.4. , dt wagtda kondensatoryň alan zarýady *dq*- bolsa
$dq = Idt$;

Zynjyrdan akýan tok üýtgänok diýip, ýazyp bileris:

$dq = CdU$

$$I = \frac{U_0 - U}{R}; \qquad CdU = \frac{U_0 - U}{R}dt \Rightarrow \qquad dt = CR\frac{dU}{U_0 - U};$$

$$t = CR\int_0^{0,94U_0}\frac{dU}{U_0 - U} = -CR\int_0^{0,94U_0}\frac{d(U_0 - U)}{U_0 - U} = -CRln(U_0 - U)\Big|_0^{0,94U_0}$$

=

$$= -CRln\left|\frac{U_0 - U_0 0,9}{U_0}\right| = -CRln\frac{1}{10} = CRln10 \quad , \qquad t = CRln10 = 0,6mkS.$$

3.5. Haýsy hem bolsa dt wagtda geçirijä berlen energiýa onuň içki energiýasyny üýtgetmäge we gurşawa berlen ýylylyk mukdaryna sarp bolýar:

$$\frac{U^2}{R}dt = CdT + qdt = CdT + k(T - T_0)dt$$

$$\left(\frac{U^2}{R}k(T - T_0)\right)dt = CdT$$

$\frac{U^2}{R}k(T - T_0) = \alpha$ belgilemäni girizeliň, onda

$\alpha dt = CdT \Rightarrow$, bu ýerden $dt = \frac{CdT}{\alpha}$. Indi

$dT = -\frac{1}{K}d\alpha$ hasaba alyp, alarys $dt = -\frac{C}{k}\frac{d\alpha}{\alpha}$, $\frac{C}{k}dt = \frac{d\alpha}{\alpha}$,

bu deňlemäni integrirläliň:

$$-\frac{k}{C}\int_0^T dt = \int_{T0}^T\frac{d\alpha}{\alpha} \Rightarrow -\frac{k}{C}t = ln\alpha\Big|_{T0}^T = ln\left|\frac{U_0}{R} - k(T - T_0)\right|\Big|_{T0}^T = ln\left|\frac{U_0}{R} - k(T - T_0)\right|$$

$$= ln\left|\frac{\frac{U_0}{R} - k(T - T_0)}{\frac{U_0}{R}}\right| = ln|-k(T - T_0)| \quad ,$$

$1 - \frac{kR}{U^2}(T - T_0) = e^{-\frac{k}{c}t}$, bu ýerden

$$U^2 - kR(T - T_0) = U^2 e^{-\frac{k}{c}t} \qquad \frac{U^2}{kR}(T - T_0) = \frac{U^2}{kR}e^{-\frac{k}{c}t}$$

$$T - T_0 = \frac{U^2}{kR}\left(1 - e^{-\frac{k}{c}t}\right); \qquad T = T_0 + \frac{U^2}{kR}\left(1 - e^{-\frac{k}{c}t}\right);$$

3.6. Açar bir ýagdaýdaka kondensator doly zarýadlanýar, ýagny naprýaženiýesi *EHG* bilen deňleşýär, *U=E*

$U = \frac{q}{c}$; kondensator $W = \frac{q^2}{2C}$ energiýa toplaýar,

2-ä geçende, energiýanyň saklanma kanuny ýazaýlyň,

4.11. Biri-birine ýakyn ýerleşen plastinalaryň arasyndaky howa ultramelewşe şöhleler bilen ionlaşdyrylýar. Ol howanyň göwrümi V = 500 sm^3, gözegçilik edilýän doýgun elektrik togy I_d = 0,48 mkA.

a) ionlaşdyryjynyň kuwwatyny (onuň göwrüm birliginde wagt birliginde döredýän ion jübtleriniň sanyny);

b) eger howa ionlarynyň rekombinirleşme koeffisiýenti $\beta = 1{,}67 \cdot 10^{-6}$ sm^3/s bolsa, ion jübtleriniň deňagramlylykda konsentrasiýasyny tapmaly.

4.12. Kuwwaty $n_0 = 3{,}5 \cdot 10^9$ $sm^{-3} \cdot s^{-1}$ bolan ionlaşdyryjy uzak wagt işländen soň öçürilýär. Ionlaryň ýitgisini döredýän ýeke-täk sebäp olaryň rekombinirleşmesi diýip ($\beta = 1{,}67 \cdot 10^{-6}$ sm^3/s), ionlaryň sanynyň näçe wagtdan soň $\eta = 2$ esse azaljakdygyny hasaplamaly.

4.13. Plastinalaryň aradaşlygy d= 5 mm bolan tekiz howa kondensatoryny U = 90 W naprýaženiýä çenli zarýadlandyryp, naprýaženiýe çeşmesinden aýyrdylar. Goýulan U naprýaženiýe doýgun akyma laýyk gelýär we adaty şertlerde howanyň göwrüm birliginde wagt birliginde $n_i = 5 sm^{-3} \cdot s^{-1}$ ion

$R_1 = r_1 = 20Om$, $R_2 = r_2 = 5Om$ garşylyklarda

bölünip çykýar. Zynjyrdaky tok güýçlerem degişlilikde

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + r_1} = 0{,}15A, \quad I_2 = \frac{E_2}{R_2 + r_2} = 0{,}3A \text{ deň}$$

bolar.

Indi degişli kuwwatlaryň iň uly bahalaryny tapmak kyn däldir:

$$W_1 = I_1^2 R_1 = o{,}45Wt, \quad W_2 = I_2^2 R_2 = 0{,}45Wt,$$

3.13. Açar bir ýagdaýdaky Kirhgofyň düzgünini ulanyp alyp bileris.

$$E_1 - E_2 = U_1; \qquad U_1 = \frac{q_1}{C};$$

Açar 1 ýagdaýda kondensatoryň zarýady q_1 bolsa, açar 2 ýagdaýa geçende, onuň zarýady q_2 we

$$E_1 = U_2 = \frac{q_2}{C};$$

$$q_1 = C(E_1 - E_2); \qquad q_2 = E_1 C$$

deňlikler ýerine ýetýär.

Şunlukda zynjyrdan $q_2 - q_1 = \Delta q$ zarýad akýar we ol degişli ýylylygyň bölünip çykmagyna getirýär. Onda

$$W = \frac{q_2}{2C}; \quad \Delta W = \frac{\Delta q^2}{2C}; \quad \Delta q = q_2 - q_1 = E_1 C - C\left(E_1 - E_2\right) = CE_2;$$

$$\Delta W = \frac{C^2 E_2^2}{2C} = \frac{E_2^2 C}{2}; \qquad \Delta W = \frac{E_2^2 C}{2}.$$

Görnüşi ýaly, ΔW E_1-e bagly däl.

3.14. Elektrik zynjyrdaky eR_1AR_2e ýapyk zynjyr üçin

$$I = \frac{\square}{R_1 + R_2}$$

(1)

Omuň kanuny bilen kesgitlenilýän elektrik akymy sagat peýkamynyň ugry bilen gabat gelýär.

Elektrik meýdanynyň *A* nokatdaky potensialy *D* nokatdaka garanyňda IR_1 ululyga kiçidir:

$$\varphi_A = \varphi_D - IR_1$$

(2)

Kondensatorlardaky naprýaženiýäni U_1 we U_2 bilen belgiläp,

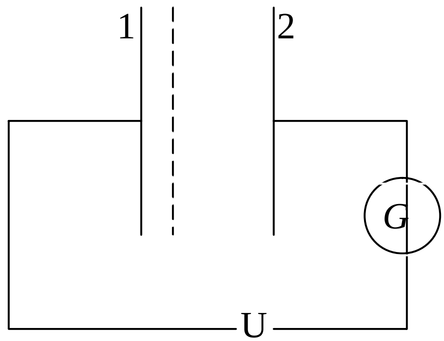
$$\square = U_1 + U_2$$

(3)

walentli. Olaryň hereketliligi degişlilikde $b_+ = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2/(w $\cdot$ s) we $b_- = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ m^2/(w $\cdot$ s). Turbajygyň garşylygy näçä deň?

4.9. Biri-birinden d = 20 mm daşlykda duran özara parallel plastinalaryň arasyndaky howa rentgen şöhleleri bilen ionlaşdyrylan. Her plastinanyň meýdany S = 500 sm^2. Eger plastinalara U = 100 W naprýaženiýe goýulanda I = 3mkA bolup, doýgun akymdan juda kiçi bolsa, položitel ionlaryň konsentrasiýasyny tapmaly. Howanyň ionlarynyň hereketliligi degişlilikde $b_+ = 1{,}37$ sm^2/(w.s.) we $b_- = 1{,}91$ sm^2/(w.s.).

4.10. Gaz tekiz elektrodyň (1) üstünde ionlaşdyrylýar. (4.1-nji çyzgy). 1-nji plastina 2-den l uzynlykda ýerleşýär. Elektrodlara $U = U_0 sm\omega t$ kanun boýunça üýtgeýän naprýaženiýe goýulýar. ω-ni kiçeldip G galwanometriň diňe $\omega < \omega_0$, (ω_0 – käbir serhet ýygylygy) bolanda akymyň bardygyny G görkezýändigi anyklanýar. Şu şertlerde 2-nji elektroda baryp ýetýän ionlaryň hereketliligini tapmaly.



4.1-nji çyzgy.

4.4. Uzynlygy l = 1000 m, kesigi S = 1 mm^2 bolan mis geçirijiden I = 4,5 A elektrik togy akýar. Misiň her bir atomyna bir erkin elektron düşýär diýip:

a) elektronyň geçirijiniň bir ujyndan beýleki ujyna geçip biljek wagtyny;

b) berlen geçirijide bar bolan ähli erkin elektronlara täsir edýän güýçleriň jemini tapmaly.

4.5. $AgNO_3$ erginli elektrolitik wanna bilen yzygider birikdirilen ampermetr 0,90 A görkezýär. Eger 5 min-da 316 mg kümüş bölünip çykan bolsa, ampermetriň görkezmesi dogrumy?

4.6. Birinde $AgNO_3$, beýlekisinde $CuSO_4$ erginler bolan iki sany elektrolitik wanna yzygider birikdirilen. Eger käbir wagtda 180 mg kümüş bölünip çykan bolsa, şol wagtyň dowamynda näçe mis bölünip çykar?

4.7. $AgNO_3$ ergininiň elektrolizinde 500 mg kümüş bölünip çykmagy üçin näçe mukdarda elektrik energiýasyny harçlamaly? Elektrodlaryň potensiallarynyň tapawudy 4W.

4.8. Uzynlygy 84 sm we kese-kesiginiň meýdany 5 mm^2 bolan turbajyk howadan doldurylan. Howa ionlaşdyrylyp onuň 1 sm^3-da deňagramlylykda ionlaryň 10^7 jübti bar. Ionlar bir

aňlatmany ýazyp bolar. Kondensatorlar yzygider birikdirilendigi üçin, olardaky zarýadlaryň ululygy özara deňdir, diýmek,

$$C_1U_1 = C_2U_2. \quad (4)$$

Ýokardaky (3-nji) we (4-nji) aňlatmalardan C_1 kondensatordaky napryaženiýäni kesgitläliň:

$$U_1 = \square\frac{C_2}{C_1+C_2}. \quad (5)$$

Elektrik zynjyryndaky *B* nokadyň potensialy *D* nokatdaky potensialdan U_1 ululyga kiçidir

$$\varphi_B = \varphi_D - U_1 \quad (6)$$

Ýokardaky (6-njy) we (2-nji) deňliklerden

$$\varphi_A - \varphi_B = \varphi_D - IR_1 - (\varphi_D - U_1) = U_1 - IR_1,$$

(5-nji) we (1-nji) deňliklerden U_1-*iň* we *I* –niň bahalaryny soňky aňlatmada goýup alarys.

$$\varphi_A - \varphi_B = \square\frac{C_2}{C_1+C_2} - \frac{\square}{R_1+R_2}R_1 = \square\left(\frac{C_2}{C_1+C_2} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right).$$

San bahalaryny goýup taparys.

$=3W. \quad \varphi_A - \varphi_B$

3.15. Garşylygyň üstünden akýan elektrik akymynyň güýji I_0 ululyga ýeten pursatynda C_1 sygymly kondensatoryň zarýady

$$q_1 = C_1 I_0 R . \qquad (1)$$

Şol wagtda kondensatorda toplanan energiýa

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} \qquad (2)$$

Açar ýazdyrylandan soňra, zarýadsyzlanma hadysasynyň soňunda kondensatorlardaky umumy zarýad q_1 bolar, olardaky naprýaženiýeler bolsa özara deňdir. Bu şertleri iki deňleme görnüşinde ýazalyň:

$$q_1' + q_2' = q_1, \quad \frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2}$$

bu ýerde q_1' we q_2' - zarýadsyzlanmanyň ahyrynda kondensatorlardaky zarýadlar. Bu (3-nji) aňlatmadan

$$q_1' = q_1 - q_2' = q_1 - \frac{q_1'}{C_1} C_2$$

$$q_1' + \frac{q_1'}{C_1} C_2 = q_1$$

4.2. Meseleler

4.1. Radiusy r = 25 sm we l = 500 m uzynlykly inçe mis simi saralan tegek ω = 300 rad/s burç tizligi bilen öz okunyň daşyndan aýlanýar. Typýan kontaktlaryň üsti bilen tegek ballistiki galwanometre birikdirilen. Ähli zynjyryň doly garşylygy R = 21 om. Eger tegegi birden togtadylanda galwonometrden q = 10 nKl elektrik zarýady geçen bolsa, simde elektrik toguny döredýän bölejikleriň udel zarýadyny tapmaly.

4.2. Uzynlygy l = 1000 m bolan göni geçirijiden I = 70 A elektrik togy akýan bolsa, ondaky elektronlaryň jemi impulsyny tapmaly.

4.3. Mis siminden dykyzlygy j = 1 A/mm^2 bolan elektrik togy akýar. Misiň her bir atomyna bir erkin elektron düşýär diýip, simiň boýuna l = 10 mm süýşüp elektronyň näçe ýol geçjekdigini bahalandyrmaly.

- Doýgun elektrik togunyň dykyzlygy

$\mathbf{j_d = n \cdot q \cdot d}$ d – elektrodlaryň aradaşlygy,

q – bir bölejigiň zarýady,

n – ionlaşdyryjynyň kuwwaty

- Dürli metallaryň, aramgeçirijileriň sepinde temperaturalar birmeňzeş bolmasalar ($T_1 \neq T_2$), döreýän potensiallaryň tapawudy

$\Delta\varphi$ = $\mathbf{E_T = \beta\ (T_1 - T_2)}$ bu ýerde β_T – termo Eh.g-niň koeffisiýenti (ol tablisalarda getirilýär)

- Elektrolitik dissosasiýa koeffisiýenti

$\mathbf{a} = \dfrac{n}{n_0}$ bu ýerde n – jübt ionlaryň konsentrasiýasy

n_0 – erän maddanyň molekulalarynyň konsentrasiýasy

$$q_1' = \frac{q_1 C_1}{C_1 + C_2}, \quad q_2' = \frac{q_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

gelip çykýar.

Zarýadsyzlanmadan soň ulgamyň doly energiýasy

$$W_2 = \frac{(q_1')^2}{2C_1} + \frac{(q_2')^2}{2C_2} = \left(\frac{q_1 C_1}{C_1 + C_2}\right)^2 \frac{1}{2C_1} + \left(\frac{q_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 \frac{1}{2C_2} =$$

$$= \frac{q_1^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Şol wagtyň dowamynda garşylykda bölünip çykýan ýylylyk mukdary

$$Q = W_1 - W_2 = \frac{q_1^2}{2C_1} - \frac{q_1^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Ýa-da (1-nji)deňligi hasaba alyp,

$$Q = \frac{(I_0 R)^2 C_2}{2(C_1 + C_2)}$$

R garşylykda bölünip çykýan ýylylyk mukdaryny hasaplamaga mümkinçilik berýän aňlatmany alarys.

Meseläniň şertindäki ululyklaryň san bahasyny ulanyp, $I_a = 5 \cdot 10^{-3} A$ deňligiň esasynda deňdigini hasaplap bileris.

3.16. Reostaty goşmaça garşylyk bilen birlikde

$$R_1 = \frac{R}{2} + R^1 = \frac{R}{2} + \frac{R\frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{R}{2} + \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{2} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R$$

garşylykly rezistor blen çalyşyryp bolar, çünki $\frac{R}{2}$ we R garşylyklar parallel birikdirilendir. Onda zynjyrdaky umumy elektrik akymy

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{U}{\left(5/6\right)R} = \frac{6}{5}\frac{U}{R}$$

bolar. Bu ýagdaýda goşmaça garşylykdaky naprýaženiýe

$$U_{1g} = U - I_1\frac{R}{2} = U - \frac{6}{5}\frac{U}{R} = U - \frac{3}{5}U = \frac{2}{5}U$$

deňdir. Eger-de daşky garşylyk *2R* deň bolsa, onda umumy elektrik togy

$$I_2 \frac{U}{R_2} = \frac{U}{\frac{R}{2} + \frac{\left(\frac{R}{2}\right)2R}{\frac{R}{2} + 2R}} = \frac{10}{9}\frac{U}{R} \text{ deň bolar.}$$

Goşmaça garşylykdaky naprýaženiýe bolsa

$$K = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z}$$ we birleşdirilen

$$m = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z}It$$ kanunlary ulanylýar.

m – elektrolizde bölünip çykan maddanyň massasy,

K – maddanyň elektrohimiki ekwiwlenti, I – toguň güýji,

t – wagt, q – elektrik mukdary, F = 9,65 · 10^5 $\frac{Kl}{mol}$ - Faradeýiň sany,

A – atom massasy, Z – walentlilik.

- Gazlarda özbaşdak däl elektrik togunyň güýji

I = n · e Z (b_+ + b_-) · S · E b_+ we b_- - položitel ionyň we elektronyň hereketliligi,

S – elektrodyň üstüniň meýdany,

E – elektrik meýdanynyň güýjenmesi,

Z – walentlilik

υ_{or} - elektronyň ugrukdyrylan hereketiniň orta tizligi

formuladan tapylýar.

- Wakuumda elektrik togunyň güýji Boguslawskiý-Lengmýuryň formulasy bilen kesgitlenilýär

$I_a = C \cdot U_a^{3/2}$ I_a – anod zynjyrynda elektrik akymynyň güýji

U_a – anod-katod aralyga goýulan naprýaženiýe

C – hemişelik

- Termoelektron emissiýada doýgun elektrik akymynyň dykyzlygy

- **j_d** $= B \cdot T^2 e^{-\frac{A}{KT}}$ T – katodyň temperaturasy

A – elektronyň çykyş işi

K – Bolsmanyň hemişeligi

B – hemişelik

- Elektrolitlerde Faradeýiň birinji

$m = K \cdot I\, t = k\, q$ we

ikinji

$$U_{2g} = U - I_2 \frac{R}{2} = U - \frac{10}{9}\frac{U}{R}\frac{R}{2} = U - \frac{5}{9}U = \frac{4}{9}U \text{ deňdir.}$$

Şeýlekide, daşky garşylykdaky naprýaženiýe

$$k = \frac{U_{2g}}{U_{2g}} = \frac{4}{9}U\frac{5}{2U} = \frac{10}{9} \text{ esse üýtgär.}$$

$$k = \frac{10}{9} \text{ esse,}$$

3.17. Rezistorlardaky naprýaženiýeleriň arasynda $\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_3}{U_4}$

(1)

Gatnaşyk ýerine ýetende „köpri“ deňagramlaşýar we galwanometrden elektrik togy akmaýar.

Onda

$$U_1 = \alpha I^2, \quad U_2 = IR, \quad U_3 = IR, \quad U_4 = \alpha I^2$$

bolany üçin (1) deňligi şeýle ýazyp bolýar:

$$\frac{2I^2}{IR} = \frac{IR}{\alpha I^2}, \quad \text{bu ýerde:}$$

$$I = \frac{R}{\alpha}$$

(2)

Diýmek,

$$U_0 = U_1 + U_2 = \alpha I^2 + IR = \alpha \cdot \frac{R^2}{\alpha^2} + \frac{R}{\alpha} \cdot R = \frac{R^2}{\alpha} + \frac{R^2}{\alpha} = 2\frac{R^2}{\alpha};$$

$$U_0 = 2\frac{R^2}{\alpha};$$

$$U_0 = \frac{2R^2}{\alpha};$$

3.18. Goý, kondensatordaky naprýaženiýe *U* deň bolan wagt pursatyna çenli elektrik akym çeşmesinden *q* zarýad akyp geçsin. Onda energiýanyň saklanma kanuny görä, elektrik akymynyň $A = IE\Delta t = Eq$ işi $Eq = Q + \frac{q^2}{2C}$ deň bolar, bu ýerde Q –iki garşylykda bölünip çykan ýylylyk mukdary. Indi

$Q = Q_1 + Q_2$, $q = CU$ we parallel birikdirilen geçirijilerde bölünip çykýan ýylylyk mukdarlarynyň gatnaşygynyň

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Deňdigini hasaba alyp aşakdaky deňlemeler ulgamyny alarys:

$$\begin{cases} CUE = \dfrac{CU^2}{2} + \left(Q_1 + Q_2\right) \\ \dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

Ony Q_2 görä çözüp, taparys:

$$Q_1 = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}Q_2; \qquad CUE = \frac{CU^2}{2} + \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)Q_2$$

$$Q = \frac{\left(CUE - \dfrac{CU^2}{2}\right)}{R_2 + R_1}R_1 = \frac{CUR_1\left(2E - U\right)}{2\left(R_2 + R_1\right)};$$

IV bap.

Dürli gurşawlarda elektrik akymy.

4.1. Usuly görkezmeler.

Bu bölümde, esasan, suwuklyklarda, gazlarda, aramgeçirijilerde we wakuumda elektrik akymynyň aýratynlyklary hasaba alynyp, meseleler çözülýär. Şeýle-de bolsa elektrikgeçirijiligiň klassiki elektron nazaryýeti esasynda metallarda elektrik toguna degişli käbir meselelere-de garalýar.

- Metallaryň elektron geçirijiligi bolup, ondan geçýän elektrik togunyň dykyzlygy

j = n e υ_{or} **n** – göwrüm birliginde erkin elektronlaryň sany

e – elektronyň zarýady

rekombinirleşme sebäpli şonça jübt ion ýitýär (n_r). Belli bolşy ýaly ýitýän jübüt ionlaryň sany

$n_r = \beta\, n_d^2 = n_0$ Bu ýerden

$$n_d = \sqrt{\frac{n_0}{\beta}} = \sqrt{\frac{6\cdot 10^9\, sm^{-3}.s^{-1}.s}{1{,}67\cdot 10^{-6}\, sm^3}} \approx 6\cdot 10^7\ sm^{-3}$$

4.12. Ionlaşdyryjy uzak wagtlap täsir edenden soň deňagramlylykdaky ion jübtüniň sany $n_d = \sqrt{\frac{n_0}{\beta}}$ (6.11.-iň çözüwine seret). Ionlaşdyryjy öçürilenden soň ion jübütüniň sanynyň üýtgemesi diňe olaryň rekombirinirleşmesi sebäpli bolsa, onda

$$-\frac{dn}{dt} = \beta\, n_d^2; \quad \frac{dn}{n^2} = -\beta\, dt \quad \text{Muny integrirläliň}$$

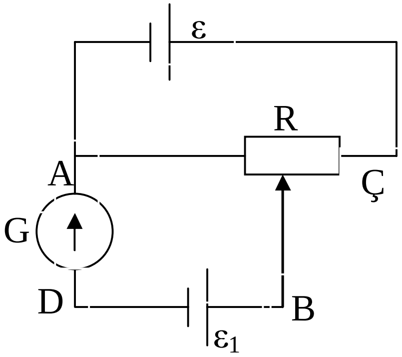
$$\int_{n_d}^{n_d/\eta} \frac{dn}{n^2} = -\beta t \quad \text{we}$$

$$-\frac{1}{n}\int_{n_d}^{\frac{n_d}{\eta}} = -\beta t \quad \text{ýa-da} \quad \frac{\eta}{n_d} - \frac{1}{n_d} = \beta t$$

jübüti döreýär diýip, kondensatordaky napryýaženiýäniň näçe wagtdan soň $\eta = 1\ \%$ peseljekdigini kesgitlemeli.

4.14. Biri-birinden d daşlykda duran plastinaly tekiz kondensatorda gaz bar. Plastinalaryň biri özünden her sekuntda γ_0 elektrony goýberýär. Elektronlar elektrik meýdanynda hereket edip, olaryň her biri ýoluň uzynlyk birliginde α elektrony (we ionlary) döredip, gazy ionlaşdyrýarlar. Ionlaryň gazy ionlaşdyrmasyny hasaba almazdan garşylykly plastinanyň ýanynda elektron akymynyň güýjüni tapmaly.

4.15. Demir-konstantan termojübüti we galwonometri özara yzygider birikdirilip A nokat bilen potensiometriň Ç süýşgüji aralygynda zynjyra utgaşdyrylan (4.2-nji çyzgy). Potensiometre εh · g-si 2W bolan akkumulaýtorda napryýaženiýe goýulan. Termojübütüň sowuk sepi içi eräp duran buzly Dýuaryň gabyna salnan. Eger potensiometriň AÇ böleginiň garşylygy R_1=132,5 Om bolanda galwanometriň zynjyrynda elektrik togunyň güýji nola deň bolsa, termojübtüň gyzgyn sepiniň



4.2-nji çyzgy.

temperaturasy nämä deň bolar? Akkumulýatoryň we birikdiriji simleriň garşylygyny hasaba almaly däl.

4.16. Duz kislotasynyň suwdaky ergininden 2 minutlap 0,5 A elektrik togy geçirilýär. Şonda emele gelen partlaýjy gazyň massasyny tapyň.

4.17. Wakuum elektron çyralarynda doýgun anod akymynyň dykyzlygy katodyň temperaturasyna bagly. Bu baglanyşygy klassiki nazaryýetden getirip çykarylsa $j_d = CT^{\frac{1}{2}}$ exp $(-\frac{A}{KT})$ aňlatma alynýar. Bu formulany (Riçardsonyň formulasy) getirip çykaryň.

4.18. Iki elektrodly wakuum elektron çyrasynda wakuum giňişligi zynjyryň bölegi hökmünde Omuň kanunyna boýun egmän, Boguslawskiyniň-Lengmýuryň kanunyny kanagatlandyrýar ($I_a = C \cdot U_a^{\frac{2}{3}}$). Bu aňlatmany getirip çykaryň.

4.19. Katoddan wagt birliginde meýdan birliginden çykýan elektronlaryň zarýadyny (doýgun toguň dykyzlygyny ýa-da emissiýany) Dýoşmeniň formulasyndan $j_d = B \cdot T^2$ exp $[-\frac{A}{KT}]$ tapylsa has takyk netije alynýar. Wolframyň

$$\frac{1}{\omega}\int_0^{T_0} \sin\omega\, t d(\omega\, t) = \frac{1}{bU_0}\int_0^{\ell} \ell d\ell$$

$\frac{1}{\omega}\cos\omega\, t = \frac{\ell^2}{2bU_0}$ ω = ω_0 -da t = T_0 we cos ωt = cos $\frac{2\pi}{T_0}\cdot\tau_0$

$$= \cos 2\pi = 1$$

Onda

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{\ell^2}{2bU_0}; \; b = \frac{\omega_0\ell^2}{2U_0}$$

4.11. a) Belli bolşy ýaly doýgun elektrik togunyň dykyzlygy

$j_d = n_0 \cdot e \cdot d$ ýa-da $I_d = j_d \cdot s = n_0\, e\, d\, s = n_0\, e\, V$

Bu ýerden

$$n_0 = \frac{I_d}{e\cdot V} = \frac{0{,}48\cdot 10^{-6}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 500\cdot 10^{-6}}\, m^{-3}.s^{-1} = 0{,}06\cdot 10^{17}\, m^{-3}.s^{-1} =$$

$$= 6\cdot 10^{15}\cdot 10^{-6}\, sm^{-3}.s^{-1} = 6\cdot 10^{9}\, sm^{-3}.s^{-1}$$

b) Deňagramlylykda ionlaşdyryjy wagt birliginde göwrüm birliginde näçe jübt ionlary (n_0) döretse,

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\ell}{ne(b_+ + b\_)\cdot s} = \frac{0{,}84}{10^{13}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3{,}1\cdot 10^{-4}\cdot 5\cdot 10^{-6}} \text{ Om}$$

$$= 3{,}4 \cdot 10^{14} \text{ Om.}$$

4.9. Gazlarda doýgun däl elektrik togy üçin I = n e s (b_+ + $b\_$) E, $E = \frac{U}{d}$ hasaba alyp ýazarys:

$$n = \frac{Id}{es(b_+ + b\_)\cdot U} = \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 500\cdot 10^{-4}\cdot 3{,}28\cdot 10^{-4}\cdot 100} \text{ m}^{-3}$$

$$\approx 2{,}3 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3} = 2{,}3 \cdot 10^{8} \text{ sm}^{-3}$$

4.10. 2-nji plastina ionlaryň barýan wagty t narprýaženiýäniň üýtgeýiş döwründen t ≤ T_0 bolmaly. Diňe şonda ionlar baryp ýetişerler. t > T_0 bolaýsa ionlar barýança plastinanyň polýarlygy 180^0 üýtgär we ionlar oňa çekilmän, ondan itekleniler.

$$dt = \frac{d\ell}{\upsilon_u}, \text{ emma } \upsilon_u = b\,E = \frac{bU}{\ell} = \frac{bU_0 \sin\omega\, t}{\ell}$$

Bu ýerden $dt = \dfrac{\ell d\ell}{bU_0 \sin\omega\, t}$ ýa-da $S\,\omega\, t\, dt = \dfrac{\ell d\ell}{bU_0}$

Bu deňlemäni integrirläliň.

temperaturasyny 2400 K-den 2500 K-ne çenli ýokarlandyrylsa, ondan udel emissiýa näçe esse üýtgär?

4.20. Arassa wolfram üçin udel emissiýa hemişeligi B_1 = $60\frac{A}{sm^2\cdot grad^2}$. Torirlenen wolframyň ($B_2$ = $3\frac{A}{sm^2\cdot grad^2}$) udel emissiýasy 2500 K temperaturaly arassa wolframyňka deň bolmagy üçin onuň temperaturasy näçä deň bolmaly?

4.3. Ukrukdyrmalar.

4.1. Ulgam togtadylanda döreýän inersiýa güýji daşary güýç bolup hyzmat edýär. Bu güýç meýdanynyň güýjenmesini tapyň, soňra elektrik togunyň güýjüni ondan bolsa ulgam doly togtadylýança galwonometrden geçjek elektrik mukdaryny taparsyňyz. Alnan deňlikden udel zarýady tapyp bolýar.

4.2. l uzynlykly geçirijide näçe elektron bolsa, şolaryň impulslarynyň jemini tapmaly. Elektron nazaryýetden akym güýjüniň formulasyndan, elektronlaryň ugrukdyrylan hereketiniň tizligini, soňra ony elektronyň massasyna köpeldip gözlenýän ululygy taparsyňyz.

4.3. Elektronlaryň ýylylyk hereketiniň orta arifmetiki tizligini otag temperaturasy üçin hasaplaň. l uzynlygy geçýänçä gerek wagty tapyň. Soňra şol wagtyň dowamynda haotik hereketinde elektronyň geçjek ýoluny taparsyňyz.

4.4. a) I = n e S υ_u formuladan peýdalanyp υ_u-ny tapyň. Meseläniň şertinden ugur alyp n-i hasaplaň. Soňra gözlenýän ululyklary tapyp bolar. b)Güýjüň formulasyndan peýdalanyň, şonda güýjenme bilen naprýaženiýäniň arasyndaky baglanyşygy ulanyň.

4.5. Faradeýiň 1-nji kanunyny ulanyp tok güýjüni tapyň we ony meseläniň şertinde berlen ululygy bilen deňeşdiriň.

4.6. Faradeýiň 1-nji kanunyny her bir elektrolitik wanna üçin ýazyň we olary özara gatnaşdyryp gerekli ululygy tapyp bolar.

4.7. Faradeýiň 1-nji kanunyny we elektrik meýdanynda zarýady süýşürmek üçin işiň formulasyny ulanyň.

4.8. Gazlarda özbaşdak däl elektrik togy üçin formulada $E=\frac{U}{l}$ ornuna goýup R = $\frac{U}{I}$-ni taparsyňyz.

4.9. 4.8-nji meseledäki ugrukdyrmany ulanyp, n-i tapyp bolar.

4.10. Ionlaryň plastina baryp ýetjek wagty (t), plastinalara goýulan üýtgeýän naprýäženiýäniň periodyndan

K_2 = 0,3 mg/Kl we K_1 = 1,12 mg/Kl bolup, olar degişlilikde misiň we kümüşiň elektrohimiki ekwiwalentleridir. Bulary hasaba alyp taparys.

$$m_2 = 180 \text{ mg} \cdot \frac{0{,}33}{1{,}12} \approx 53 \text{ mg}.$$

4.7. Harçlamaly elektrik energiýasy E = q $\cdot$ U formuladan tapylar. Bu ýerde q = $\frac{m}{K}$ erginden geçmeli elektrik mukdary. Onda

$$E = \frac{m \cdot U}{K} = \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 4}{1{,}12 \cdot 10^{-6}} \text{ J} \approx 1786 \text{ J} \approx 1800 \text{ J}$$

4.8. Gazlarda elektrik togunyň güýji I = n $\cdot$ e (b_+ + b_-) s $\cdot$ E formuladan tapylýar. Emma E = $\frac{U}{\ell}$ we I = n e (b_+ + b_-) s $\frac{U}{\ell}$. Bu ýerden

ρ_m = 8,9 · 10^3 kg/m^3 – misiň dykyzlygy

Onda

$$\sum_{i=1}^{N} F = 8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 16 \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 \text{ N} \approx 1 \cdot 10^6 \text{ N} = 1\text{MN}$$

4.5. Faradeýiň kanuny boýunça m = K I t, bu ýerden

$$I = \frac{m}{K \cdot t} = \frac{316 \cdot 10^{-6}}{1{,}12 \cdot 10^{-6} \cdot 300} \text{ A} = 0{,}94 \text{ A bolmaly.}$$

bu ýerde K = 1,12 · 10^{-6} kg/Kl – kümüşiň elektrohimiki ekwiwalenti. Ampermetr 0,90 A görkezýän bolsa, ol bolmalysyndan 0,04 A az görkezýär. Ampermetriň görkezmesi dogry däl.

6.6. Zynjyra yzygider birikdirilen wannalarda $I_1 = I_2 = I$. Onda

$$m_1 = K_1 It$$

$$m_2 = K_2 It$$

Bu ýerden

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{K_2}{K_1} = m_2 = m_1 \frac{K_2}{K_1}$$

(T) kiçi ýa-da aýgyt ýagdaýda oňa deň bolmaly, ýagny t ≤ T. Şu şertden gözlenýän uulygy tapyp bolar.

4.11. a) Gazlarda özbaşdak däl elektrik togunyň doýgun haly üçin formuladan ionlaşdyryjynyň kuwwatyny tapyp bolar. b) Deňagramlylyk ýagdaý üçin, meseläniň şertini hasaba alyp, ion-elektron jübütüniň durnuklaşan konsentrasiýasyny taparsyňyz.

4.12. Tükeniksiz kiçi dt wagt üçin rekombirinirleşme sebäpli ion-elektron jübtüniň üýtgemesi üçin differensial deňlemäni düzüň. Ony çözüp gözlenýän ululygy tapyp bolar.

4.13. Naprýaženiýäniň wagta görä üýtgemesiniň differensial deňlemesini düzüň. Alnan deňlemäni meseläniň şertini hasaba alyp çözseňiz gözleýän wagtyňyzy taparsyňyz.

4.14. Elektron urgusy sebäpli ionlaşma üçin differensial deňlemäni düzüp, ony integrirläň. Netijede elektron tarapyndan döredilýän elektrik togunyň güýjüni taparsyňyz.

4.15. Galwanometrden elektrik togy geçmese, termoelektrik hereketlendiriji güýç AÇ bölekdäki naprýaženiýe bilen kompensirleşýändigini göz öňünde tutmaly.

4.16. Faradeýiň birleşdirilen kanunyny iki gaz üçin ýazyň. Gözlenýän massanyň bu gazlaryň massalarynyň jemine deňdigini hasaba alyp gözlenýän ululygy tapyp bolar.

4.17. Termodinamiki deňagramlylykda wagt birliginde katodyň üstüniň meýdan birliginden çykýan elektronlaryň sany katoda gaýdyp girýän elektronlaryň sanyna deňdir. Doýgun toguň dykyzlygynyň elektron nazaryýetinden gelip çykýan formulasyny ulanyň. Soňra katodyň içindäki we daşyndaky elektronlar üçin Bolsmanyň paýlanmasyny peýdalansaňyz gerekli aňlatmany alarsyňyz.

4.18. Katod-anod giňişliginde giňişleýän zarýad bar. Şonuň üçin bu giňişlikde potensiallaryň paýlanmasyny Puassonyň deňlemesini çözüp almaly. Alnan deňlemeden $I_a = f(U_a)$ tapylar.

4.19. Dýoşmeniň formulasyny iki ýagdaý üçin ýazyň. Olary biri-birine bölüp meseläni çözüp bolýar.

4.20. Dýoşmeniň formulasyny iki ýagdaý üçin ýazyň. Meseläniň şertine görä, olary deňläň. Alnan algebraik deňlemäni 1) grafiki, 2) yzygiderli ýakynlaşma usullary bilen çözüp bolar. Gollanmada 2-nji usul ulanyldy. 1-nji usuly ulanmagy okyjylara hödürleýäris.

4.4. Jogaplar.

4.1. $\frac{e}{m} = l\,\omega\, r / (q \cdot R) = 1{,}8 \cdot 10^{11}$ kl/kg

$m = \frac{A}{N_A}$ - bir atomyň massasy.

4.4. a) Belli bolşy ýaly, $I = n\, e\, S \cdot \upsilon_u$, $n = \frac{\rho}{A} \cdot N_A$.

Onda $\upsilon_u = \frac{I}{neS}$ we

$t = \ell / \upsilon_u$. Diýmek,

$$t = \frac{nes\ell}{I} \quad \text{ýa-da} \quad t = \frac{\rho \cdot N_A \cdot es\ell}{I \cdot A}$$

Hasaplamalar (4.3.-nji meseläniň çözüwine seret).

$$t = \frac{8{,}9 \cdot 10^{3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{3}}{4{,}5 \cdot 64 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}} \text{(s)} \approx 3 \cdot 10^{6} \text{ s} = 3$$

Ms.

b) $\sum_{i=1}^{N} F = N \cdot e \cdot E = n \cdot \ell\, s \cdot e \cdot \frac{U}{\ell} = n\, s\, e\, I \cdot \rho\, \frac{\ell}{s} = n\, e\, I$

$\rho\, \ell$

Bu ýerde $\rho = 16 \cdot 10^{-9}$ Om.m – misiň udel garşylygy we

$n = \frac{\rho_m}{A} \cdot N_A$.

t = $\frac{\ell \cdot n \cdot e}{j}$ bolar. Eger elektronlaryň otag temperaturasynda

bitertip hereketiniň orta tizligi $<\upsilon> = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}} = \sqrt{\frac{8KT}{\pi \cdot m}}$ bolsa,

geçilen ýol S = $<\upsilon> \cdot t = \frac{\ell ne <\upsilon>}{j}$ alarys.

Netijede

$$S = \frac{\ell ne \cdot \sqrt{\frac{8KT}{\pi \cdot m}}}{j}$$ bolar, bu ýerde n = $\frac{\rho}{A} \cdot N_A$.

Hasaplamalar

$$S = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}9 \cdot 10^{3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3{,}14 \cdot \frac{6{,}4 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}}{6{,}02 \cdot 10^{23}}}}}{6{,}4 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 1 \cdot 10^{6}} \approx 10^{7}\,m$$

Bu ýerde ρ = $8{,}9 \cdot 10^{3}$ - misiň dykyzlygy, A = $64 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg – misiň atom massasy, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{J}{mol}$ - Awogadro sany, K = $1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$ - Bolsmanyň hemişeligi, T = 300 K – otag temperaturasy (şeýle kabul etdik),

4.2. P = l I m / e = 0,40 mkN.s.

4.3. s = e n l $<\upsilon>$ / j ~ 10^7 m.

6.4. a) t = e n l s / I = 3 Ms.

b) F = e n l ρ I = 1 M N.

4.5. Dogry däl. Ampermetr 0,04 A az görkezýär.

4.6. 53 mg.

4.7. 1800 J.

4.8. $3{,}4 \cdot 10^{14}$ Om.

4.9. n = I d / [e $(b_+ + b_-) \cdot U \cdot S$] = $2{,}3 \cdot 10^{8}$ sm^3 $2{,}3 \cdot 10^{8} \cdot 10^{6}\, m^{-3} = 2{,}3 \cdot 10^{14}\, m^{-3}$

4.10. b = $\omega_0 l^2 / (2U_0)$

4.11. a) $n_i = I_d / (e V) = 6 \cdot 10^{9}\ sm^{-3} \cdot s^{-1}$.

b) n = $\sqrt{\frac{n_i}{\beta}} = 6 \cdot 10^{7}\ sm^{-3}$.

4.12. t = $(\eta - 1)\sqrt{\beta \cdot n_i}$ = 13 ms.

4.13. t = $\varepsilon_0 \eta U / (e \cdot n_i \cdot d^2)$ = 4,6 gije-gündiz

4.14. I = $e \cdot \gamma_0 \cdot \exp(\alpha \cdot d)$

4.15. T_1 = 349,4 K = $76{,}4^0$C

4.16. m = $5{,}8 \cdot 10^{-6}$ kg.

4.19. 2,6 esse artar.

4.20. T_2 = 1760 K.

4.5. Çözüwler.

4.1. Tegek togtadylanda metal simdäki elektronlar (- a) tizlenme bilen hereket ederler. Şonda olara täsir edýän güýç F^d = - ma bolar. Inersiýa güýji daşgary güýç bolup hyzmat edýär. Ol güýçleriň güýjenmesi E^d = $\frac{F^d}{e} = -\frac{ma}{e}$ bolar we simiň uçlaryna U = -$\frac{ma\ell}{e}$ naprýaženiýe goýulan ýaly bolar. Simdäki elektrik akymynyň güýji I = $\frac{U}{R} = -\frac{ma\ell}{eR}$, emma I = $\frac{dq}{dt}$, onda

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{ma\ell}{eR} \quad \text{Bu ýerden,}$$

$$dq = -\frac{m\ell}{eR}adt = -\frac{m\ell}{eR}dv \quad (\text{sebäbi } adt = dv)$$

Tegek υ-den 0-a çenli togtadylýança simiň kese-kesiginden geçen (galwanometrden geçen) zarýadyň ululygy

$$\int_0^q dq = -\int_\upsilon^0 \frac{m\ell}{eR}d\upsilon$$

we

$$q = \frac{m\ell \cdot \upsilon}{eR} \text{ bolar. } \upsilon = \omega r \quad \text{bolany üçin}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{\ell \omega r}{qR} \text{ alarys.}$$

Hasaplamalar $\frac{e}{m} = \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 25 \cdot 10^{-2}}{10^{-8} \cdot 21} \approx 1{,}8 \cdot 10^{11}$ $\frac{Kl}{kg}$ berer.

4.2. Jemi elektronlaryň sany N bolsa, N = n · V = n S ℓ.

Emma I = n e υ · S. Bu ýerden υ = I / (n e S). $\sum_{i=1}^{N} P_i$ = Nm, · υ=n S ℓ m. I / (n e S) = $\frac{\ell \cdot mI}{e}$ alarys. Hasaplamalar $\sum_{i=1}^{N} P_i$ =

$\frac{10^3 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 70}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}$ kg · m/s = 39,8 · 10^{-8} N.S ≈ 0,40 mkN.S.

4.3. Simiň boýuna elektronlar tertipleşen hereket edýärler, onda elektron ℓ aralygy t = ℓ / υ_u wagtda geçer. Emma j = n e υ_u we υ_u = j / (n e) bolýar.

Bu ýerden $\frac{1}{n_d}(\eta - 1) = \beta t = $ t = $\frac{\eta - 1}{n_d \cdot \beta} = \frac{\eta - 1}{\sqrt{\frac{n_0}{\beta}} \cdot \beta} = \frac{\eta - 1}{\sqrt{n_0 \beta}}$

alarys.

Hasaplamalar t = $\frac{2-1}{\sqrt{3{,}5 \cdot 10^9 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-6}}} \approx 13 \cdot 10^{-3}$ s = 13 ms

sany berer.

4.13. Naprýaženiýäniň üýtgemesi plastinalardaky q zarýadyň üýtgemesi bilen baglanyşyklydyr, ýagny

- dn = $\frac{dq}{C}$ bu ýerde dq = Idt = j s dt = n e ds dt

we C = $\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ Şonuň üçin

-dn = $\frac{ned^2 dt}{\varepsilon_0}$ Bu aňlatmany integrirläliň

$$\Delta U = \frac{ned^2}{\varepsilon_0} \Delta t$$

Emma $\Delta U = \eta \cdot U$, onda

$$\eta\, U = \frac{ned^2}{\varepsilon_0}\Delta t \quad \text{Bu ýerden} \quad \Delta t = \frac{\eta U \varepsilon_0}{ned^2} \quad \text{alarys.}$$

$$\Delta t = \frac{10^{-2}\cdot 90\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}{5\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 25\cdot 10^{-6}}\ \text{s} = 0{,}39 \cdot 10^{6}\ \text{s} = \frac{0{,}39\cdot 10^{6}}{24\cdot 3600}$$

gije-gündiz =

= 0,00046 $\cdot$ 10^4 gije-gündiz = 4,6 gije-gündiz

4.14. Goý, garşylykly plastina wagt birliginde γ sany elektron barýar diýeliň. Onda I = $\gamma \cdot e$ bolar. Elektronyň urgysy sebäpli dx uzynlykda döreýän elektronlaryň sanynyň artymy

$$dn = \alpha\ n\ d\,x \quad \text{ýa-da}$$

$$\frac{dn}{n} = \alpha\ d\,x$$

Bu deňlemäniň iki tarapyny-da integrirläliň. Çep bölegini n-e görä γ_0-dan γ, sag bölegini x-e görä 0-dan d-e çenli.

$$\int_{\gamma_0}^{\gamma}\frac{dn}{n} = \int_0^d \alpha dx \quad \text{Bu ýerde} \quad \ell n n \int_{\gamma_0}^{\gamma} = \alpha x \int_0^d$$

$$\ell n\, \gamma - \ell n\, \gamma_0 = \alpha\, d$$

$$\ell n \frac{\gamma}{\gamma_0} = \alpha d \quad \text{ýa-da}$$

$$\gamma = \gamma_0 e^{\alpha d} \quad \text{alarys. Netijede}$$

$$I = e\,\gamma_0\, e^{\alpha d} \quad \text{bolar.}$$

4.15. Belli boluşy ýaly

$$\varepsilon_T = \beta\,(T_1 - T_2) \qquad \textbf{(1)}$$

ε_T - ni tapmak üçin ABÇD kontura garalyň. Galwanometrde tok bolmasa, AÇ bölekdäki potensiallaryň tapawudy termojübtüň ehg-sini kompensirleýär, ýagny

$$\varepsilon_T = U_{AÇ} = I \cdot R_1 \qquad \textbf{(2)}$$

Galwanometriň zynjyrynda tok bolmadyk şertde

potensiometriň ähli böleklerinde birdeň elektrik akymy bolar. Ol

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \text{deň.} \qquad \textbf{(3)}$$

Onda

$$\varepsilon_T = \varepsilon\,\frac{R_1}{R} \qquad \textbf{(4)}$$

Plastina görä dürli metallaryň termo ehg koeffisiýentleriniň tablisasyndan peýdalanyp demir-konstantan jübti üçin β-ni tapalyň.

Metallar	**β, mkw/grad.**
Wismut	-65
Demir	+16
Mis	+7,4
Nikel	-16,4
Surma	+47,0
Konstantan	-34,4

$$\beta = [16 - (-34{,}4)] \cdot 10^{-6} = 50{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{W/K}$$

(1) we (4)-i bilelikde çözüp alarys.

$$T_1 = T_2 + \frac{\varepsilon}{\beta}\cdot\frac{R_1}{R} = \quad T_1 = 349{,}4\ \text{K} = 76{,}4^0\text{C}$$

4.16. Partlaýjy gazyň massasy wodorodyň (H_2) m_1 we kislorodyň (O_2) m_2 massalarynyň jemine deňdir.

$$m = m_1 + m_2 \qquad \textbf{(1)}$$

Bu ýerden $e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = \dfrac{2{,}84\cdot 10^3}{B_2\cdot T_1^{\,2}} = 1{,}86 \cdot 10^{-8}$ we $T_2 = 1690$ K bolar.

Ikinji ýakynlaşmada

$B_2\,(1690)^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = 2{,}84 \cdot 10^3\ \dfrac{A}{m^2}$. Bu ýerden $T_2 = 1770$ K.

Üçünji ýakynlaşma

$B_2\,(1770)^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = 2{,}84 \cdot 10^3\ \dfrac{A}{m^2}$. Bu ýerden $T_2 = 1750$ K.

Dördünji ýakynlaşma

$B_2\,(1750)^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = 2{,}84 \cdot 10^3\ \dfrac{A}{m^2}$. Bu ýerden $T_2 = 1760$ K.

Bäşinji ýakynlaşmanyň üçünji razrýada çenli takyklykda dördünji ýakynlaşma bilen gabat gelýändigi aýdyň. Diýmek, gözlenýän çözgüt $T_2 = 1760K$ bolmaly.

$$B_1T_1^2 \exp\left[-\frac{A_1}{KT_1}\right] = B_2 \cdot T_2^2 \exp\left[-\frac{A_2}{KT_2}\right]$$

$$B_1T_1^2 \exp\left[-\frac{A_1}{KT_1}\right] = 60\frac{A}{m^2 \cdot grad^2} \cdot 10^4 \cdot (2500)^2 \cdot \exp$$

$$\left[-\frac{7{,}2\cdot 10^{-19}}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 2500}\right] \approx \approx 2{,}84 \cdot 10^3 \frac{A}{m^2}.\ \text{Onda}$$

$$B_2T_2^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = 2{,}84 \cdot 10^3 \frac{A}{m^2}$$

Bu deňlemäni iki ýol bilen: 1) grafiki; 2) yzygiderli ýakynlaşma usullary bilen çözüp bolar. Biz ikinji usuly ulanalyň.

Udel emissiýanyň temperatura baglylygy esasan T^2-a däl-de $e^{-\frac{A_2}{KT_2}}$ - bagly. Şonuň üçin birinji ýakynlaşmada $T_2 = T_1$ diýeliň. Şonda

$$B_2T_2^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} = B_2\,(2500)^2\, e^{-\frac{A_2}{KT_2}} \approx 2{,}84 \cdot 10^3 \frac{A}{m^2}$$

Faradeýiň kanunyndan

$$m_1 = \frac{1}{F}\cdot\frac{A_1}{Z_1}\cdot It \quad \text{we} \quad m_2 = \frac{1}{F}\cdot\frac{A_2}{Z_2}\cdot It \qquad \textbf{(2)}$$

ýazyp bolar. Bu ýerde F – Faradeýiň sany, A_1, A_2 – wodorodyň we kislorodyň atom massasy, Z_1, Z_2 – olaryň walentliligi.

(2)-ni (1)-de orunlaryna goýalyň. Şonda

$$m = \frac{I\cdot t}{F}\left(\frac{A_1}{Z_1}+\frac{A_2}{Z_2}\right) \quad \text{alarys.}$$

$$m = 9{,}65 \cdot 10^7 \frac{Kl}{kg\cdot mol};\quad A_1 = 1\frac{kg}{Kmol};\quad A_2 = 16\frac{kg}{Kmol}$$

$$Z_1 = 1;\ Z_2 = 2 \quad \text{Onda} \quad m = 5{,}8 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}$$

4.17. Goý, katodyň temperaturasy T, onuň maddasyndaky elektronlaryň konsentrasiýasy n_0 bolsun. Termodinamiki deňagramlylyk ýagdaýynda wagt birliginde katodyň meýdan birliginden çykýan elektronlaryň sany katodyň üstündäki elektron bulutjagazyndan gaýdyp katodyň içine girýän elektronlaryň sanyna deň bolýar. Eger elektron bulutjagazyndaky elektronlaryň konsentrasiýasyny $n_ç$ diýip belgilesek, onda wagt birliginde katodyň meýdan birliginden onuň içine girýän elektronlaryň sany $n_ç \cdot \upsilon_{or}$ deň bolar. Şonça elektron hem katoddan çykar. Onda doýgun anod akymynyň dykyzlygy $j_d = n_ç \cdot \upsilon_{or} \cdot \ell$, bu ýerde $\upsilon_{or} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ elektronlaryň bitertip hereketiniň orta arifmetiki tizligi, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Kl – elektronyň zarýady. $n_ç$-ni Bolsmanyň paýlanmasyndan taparys. Çykan elektronlaryň potensial energiýasy katodyň içindäkileriňkiden elektronyň çykyş işiniň ululygyça köpdür. Onda

$n_ç = n_0 \cdot e^{-A/KT}$ ýazyp bolar.

Diýmek,

$$j_d = n_0 e^{-\frac{A}{KT}} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot T^{\frac{1}{2}} \cdot e$$

ýa-da $n_0 = \frac{\rho}{A} \cdot N_A$ peýdalanyp (bu ýerde ρ – katodyň maddasynyň dykyzlygy, A – onuň atom massasy, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} Awogadro sany) alarys

$$j_{d2} = BT_2^2 \exp\left[-\frac{A}{KT_2}\right]$$

Bulary biri-birine bölüp alarys.

$$\frac{j_{d2}}{j_{d1}} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \exp\left[-\frac{A}{K}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right].$$ Wolfram üçin A = 4,5

$$eW = 7{,}2 \cdot 10^{-19} \text{ J};$$

$$K = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

Onda $\frac{j_{d2}}{j_{d1}} \approx 2{,}6$ esse artar.

4.20. $j_w = B_1 \cdot T_1^2 \exp\left[-\frac{A_1}{KT_1}\right]$

$$j_{w-Tn} = B_2 \cdot T_2^2 \exp\left[-\frac{A_2}{KT_2}\right]$$

Şerte görä $j_w = j_{w-Tn}$, onda

Bu deňlemede X = d –de U = U_a – ny goýsak

$$U_a^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{j}{\varepsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{m}{2e}} d^2$$ **(6)** alarys.

(6)-dan

$$j_a = \frac{4\varepsilon_0}{9d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot U_a^{\frac{3}{2}}$$

Bu deňligiň iki tarapyny-da plastinalaryň S meýdanyna köpeltsek we $j_a \cdot S$ = = I_a – anod elektrik togunyň güýjüdigini hasaba alsak,

$$I_a = C \cdot U_a^{\frac{3}{2}}, \quad C = \frac{4\varepsilon_0 \cdot S}{9d^2} \cdot \sqrt{\frac{2e}{m}}$$

görnüşdäki formulany alarys.

4.19. Dýoşmeniň formulasyny iki ýagdaý üçin ýazalyň

$$j_{d1} = BT_1^2 \exp\left[-\frac{A}{KT_1}\right]$$

$$j_d = \frac{\rho \cdot N_A}{A} \cdot \sqrt{\frac{8R}{\pi\mu}} \cdot e \cdot T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{A}{KT}},$$

bu ýerde

$$\frac{\rho \cdot N_A}{A} \cdot \sqrt{\frac{8R}{\pi\mu}} \cdot e = C$$ we

$$j_d = C \cdot T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{A}{KT}}$$

bolar.

4.18. Ýönekeýlik üçin diodyň elektrodlary özara parallel biri-birinden “d” daşlykda ýerleşen iki sany S meýdanly tekiz plastina diýip düşüneliň. Bu plastinalaryň arasyndaky giňişlikde elektrik meýdany birhillidir. Elektronlar katody nola deň bolan tizlikli taşlaýarlar, katodyň ýanynda elektrik meýdany nola deň. Katodyň üstündäki elektron bulutjagazy giňişlik zarýadyny döredýär. Onda Puassonyň deňlemesini birölçegli görnüşde ýazalyň. Şonda hereket diňe OX oky (katodyň üstüne perpendikulýar bolup anoda ugrukdyrylan) boýunça amal ediler.

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ **(1)**

Toguň dykyzlygy j = n e υ, bu ýerde n – elektronlaryň konsentrassiýasy, υ – olaryň ugrukdyrylan hereketiniň orta tizligi. Ol $\frac{m\upsilon^2}{2}$ = e U deňlikden tapylar we υ = $\sqrt{\frac{2eU}{m}}$ deňdir. Giňişlik zarýadynyň dykyzlygy ρ = - n e (elektronyň zarýady otrisatel bolany üçin (-) goýulýar). Bulary hasaba alyp

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{ne}{\varepsilon_0} = \frac{j}{v\varepsilon_0} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}U^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(2)}$$

Soňky deňlemäniň iki tarapyny-da $\frac{dU}{dx}$-e köpeldeliň.

$$\frac{dU}{dx}\cdot\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2e}}U^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{dU}{dx}$$

ýa-da

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{j}{\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2e}}\cdot 2\frac{d}{dx}U^{\frac{1}{2}}$$

Soňky deňlemäni integrirläliň.

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{4j}{\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2e}}\cdot U^{\frac{1}{2}} + C_1 \qquad \textbf{(3)}$$

Gyraky şertlerde U = 0 bolanda $\frac{dU}{dx}$=0 we C_1 = 0 bolar. (3)-nji deňlemeden kwadrat kök alsak

$$\frac{dU}{dx} = 2(\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}})^{\frac{1}{2}}\cdot U^{\frac{1}{2}} \quad \text{ýa-da}$$

$$U^{-\frac{1}{2}}\frac{dU}{dx} = 2(\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}})^{\frac{1}{2}} \quad \text{bolar} \quad \textbf{(4)}$$

(4)-nji deňlemäni integrirlesek

$$\frac{4}{3}\cdot U^{\frac{4}{3}} = 2(\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}})^{\frac{1}{2}}\cdot X + C_2 \quad \text{alarys.} \quad \textbf{(5)}$$

X = 0 bolanda U = 0 we C_2 = 0 bolýar. (5)-iň iki tarapyny-da kwadrata götereliň. Şonda

$$U^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{4}\cdot\frac{j}{\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2e}}x^2 \quad \text{alarys.}$$