Ý. Abaýew

SANLY TEHNIKANYŇ FIZIKI-MATEMATIKI ESASLARY

Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby

Türkmenistanyň Bilim ministrligi tarapyndan hödürlenildi

Aşgabat
Türkmen döwlet neşirýat gullugy
2017

UOK 519.6
A 12

Abaýew Ý.

A 12 **Sanly tehnikanyň fiziki-matematiki esaslary.** Ýokary okuw mekdepleri üçin okuw kitaby. –A.: Türkmen döwlet neşirýat gullugy, 2017.

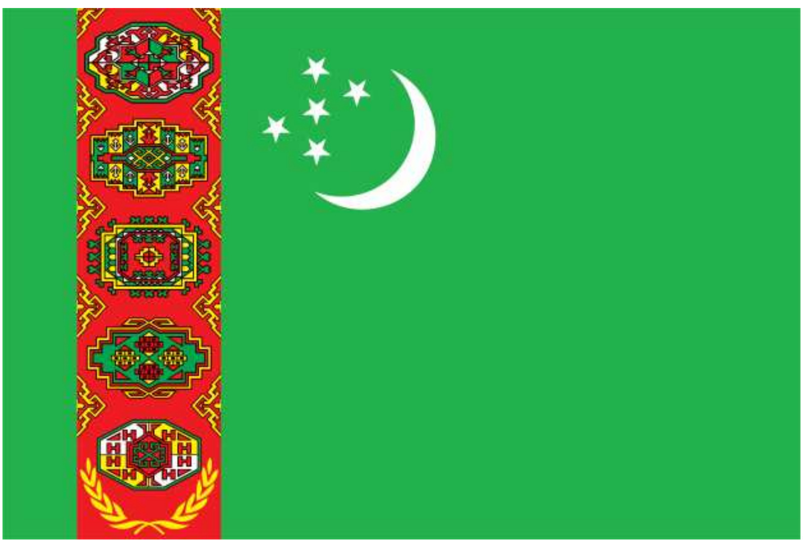
Bu okuw kitaby Türkmen döwlet ulag we aragatnaşyk institutynyň aragatnaşyk fakultetiniň talyplary "Sanly tehnikanyň fiziki-matematiki esaslary" dersi boýunça okadylanda toplanan tejribäniň esasynda ýazyldy.

Okuw kitabynda san ulgamlary, sanlaryň bir san ulgamyndan başgasyna geçmeginiň usullary, ikilik ulgamdaky sanlaryň üstündäki amallaryň ýerine ýetirilişiniň maşyn usullary, ýagny ýönekeý kalkulýatorlaryň matematiki esaslary, logiki algebranyň elementar funksiýalary (Bulyň funksiýalary), olaryň käbirleriniň elektron shemalary we işleýiş düzgünleri, funksiýalaryň berliş usullary, olary minimumlaşdyrmagyň usullary, elektron shemalary, funksiýalaryň elektron shemalarynyň analizi we sintezi, wagtly we rekurrent funksiýalary we başgalar barada giňden maglumatlar berilýär. Temalar mysallar arkaly berkidilip, olara degişli goşmaça gönükmeler hem getirilen. Okuw kitaby "Sanly tehnikanyň fiziki-matematiki esaslary" diýen dersiň okuw maksatnamasy esasynda ýazylan. Bu okuw kitabyny sanly tehnikanyň fiziki-matematiki esaslary barada düşünje berilýän okuw mekdepleriniň talyplary giňden peýdalanyp bilerler.

TDKP № 292, 2016 KBK 22.19 ýa 73

TÜRKMENISTANYŇ PREZIDENTI
GURBANGULY BERDIMUHAMEDOW

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET TUGRASY



TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET BAÝDAGY

TÜRKMENISTANYŇ DÖWLET SENASY

Janym gurban saňa, erkana ýurdum,
Mert pederleň ruhy bardyr köňülde.
Bitarap, garaşsyz topragyň nurdur,
Baýdagyň belentdir dünýäň öňünde.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

Gardaşdyr tireler, amandyr iller,
Owal-ahyr birdir biziň ganymyz.
Harasatlar almaz, syndyrmaz siller,
Nesiller döş gerip gorar şanymyz.

Gaýtalama:
Halkyň guran Baky beýik binasy,
Berkarar döwletim, jigerim-janym.
Başlaryň täji sen, diller senasy,
Dünýä dursun, sen dur, Türkmenistanym!

SÖZBAŞY

Ylmyň we tehnikanyň ösmeginde EHM-iň peýda bolmagyny, ähmiýeti boýunça, kosmosy özleşdirmegiň hem-de atom energiýasynyň iş ýüzünde ulanylyp başlanmagy bilen bir hatarda goýmak bolar.

Mundan 60 ýyla golaý ozal peýda bolan EHM-ler adamzat bilimleriniň we mümkinçilikleriniň täze sahypasyny açdylar, alymlaryň zähmet öndürijiligini görlüp-eşidilmedik möçberlerde ýokary göterdiler, çylşyrymly prosesleri öwrenmäge mümkinçilik berdiler. Häzir halk hojalygynda EHM-leriň ulanylmaýan bir pudagyda ýokdur, mundan başga-da ylmyň we tehnikanyň tutuş bölümleri olarsyz ýaşap bilmez. EHM-leriň jemlenen kuwwaty islendik ýurduň maglumat-hasaplaýyş kuwwatyny kesgitleýär.

EHM-iň peýda bolmagy hasaplaýyş serişdeleriniň taryhy ösüşi bilen taýýarlanyldy. Adama tebigatyň özüniň beren gadymy hasap guraly onuň öz eli boldy. Hasaplamagyň bäşlik (bir eli) we onluk (iki eli) ulgamlary öz başlangyjyny barmak hasabyndan alýar. Instrumental hasabyň ýene bir görnüşi – ýüzi kertikli taýajyklary we düwünli ýüpler gadymda ulanyldy. Ýöne söwdanyň ösmegi we giňelmegi bilen olar hasaplama serişdelerine bolan islegleri kanagatlandyryp bilmediler. Tiz wagtdan gadymda «abak» diýen at bilen meşhur bolan ýörite hasap abzaly peýda boldy, ol dik ternawlary bolan tagta bolup, olarda daşjagazlar ondan-oňa süýşürilipdir. Rus abagy–hasaplar – XVI - XVII asyryň sepgidinde peýda boldy. Olaryň esasy tapawudy - hasaplamalaryň on belgili ýörelgesidir. Mundan 250 ýyldan gowrak ozal hasaplaryň bellenilen görnüşi häzirki wagtda-da üýtgemedi diýen ýaly. XVII asyrda ilkinji logarifmik çyzgyçlar peýda boldy.

Jemgyýetiň ösmegi bilen dürli hasaplamalara bolan talaplar ösdi, olar köp zähmeti talap etdiler. Munuň özi mehaniki hasaplaýyş enjamlarynyň peýda bolmagyna getirdi. Olaryň ilkinjisi Paskalyň jemleýji enjamy (1623 ý.) boldy. Onda sagat mehanizmi hasap mehanizmine öwrüldi we sagat dilleriniň deregine sanlar ýazylan disk hereket etdi. Soňra B. Paskal jemleýji enjamyň birnäçe wariantlaryny döretdi, ýöne olaryň hiç biri-de durmuşda ulanylmady: enjamlar işde ygtybarsyz boldy we ýörite taýýarlyksyz ondan peýdalanmak mümkin bolmady. Şeýle-de bolsa hasaplaýyş tehnikasynyň ösüş taryhynda Paskalyň jemleýji enjamlarynyň ähmiýeti örän uludyr: olar ýönekeý hasaplaýyş abzallaryndan mehaniki hasaplaýjylary bolan maşynlara geçis tapgyry bolup hyzmat etdiler, adamyň akyl zähmetiniň bellibir bölegini mehaniki enjam bilen ýerine ýetirmek mümkinçiligini subut etdiler. Bu enjamlaryň döredilmegi täze hasaplaýjy enjamlary işläp taýýarlamaga kuwwatly itergi boldy. Hasaplaýjy enjamlaryň üstünde geçirilýän işler iki ugurda alnyp baryldy: sap jemleýji enjamlary (summatorlary) we arifmetikanyň dört amallaryny ýerine ýetirýän (arifmometr) enjamlary döretmek.

Russiýada ilkinji jemleýji enjam 1770-nji ýylda Neswiže şäherindäki sagat ussasy we mehanigi Ýewna Ýakobson tarapyndan oýlanyp tapyldy we taýýarlanyldy. Şol wagtda döredilen jemleýji enjamlar köpçülikleýin ulanylmady, olar, esasan, görkezme esbap hökmünde peýdalanyldy. Munuň özi olaryň ygtybarsyzlygy, ulanmakdaky amatsyzlygy, zerur maddy-tehniki we tehnologik binýadynyň ýoklugy, düýpli konstruktiw kemçilikleri bilen düşündirildi. Bu enjamlarda sanlary girizmek, amallary ýerine ýetirmek operasiýalary örän haýal bolup geçýärdi.

Hasaplaýjy enjamlary döretmekde düýpli öwrülişik XIX asyryň ortasynda bolup geçdi, şonda olar üçin hasaplaýjy maşynlaryň detallaryny taýýarlamagyň talap edilýän takyklygyny üpjün edýän zerur tehnologik binýady peýda boldy. Mundan başga-da jemgyýetçilik-ykdysady ýagdaýlar (senagatyň güýçli ösüşi, banklaryň we demir ýollaryň ösüşi) ygtybarly we çalt hereket edýän hasaplaýyş enjamlarynyň döredilmegini talap etdi. Munuň üçin, ilkinji nobatda, sanlaryň «haýal ornaşdyrylmagyny» üýtgetmek gerek boldy. Klawiş girişini oýlap tapmak meselesi takmynan amala aşyryldy. Radioelektronikanyň peýda bolmagy bilen bu mesele prinsipial taýdan çözüldi. Şeýle-de bolsa, XIX asyryň 80-nji ýyllarynyň ortasynda maglumatlary klawiş-mehaniki girizmegiň netijesinde jemleýji enjamlaryň senagat taýdan çykarylmagyny guramak başartdy, ol geçen ýüzýyllygyň birinji ýarymynda giňden ýaýrady. 50-nji ýyllardan başlap, klawiş enjamlarynda elektrik herekete getirijilerini, soňra bolsa elektronikany peýdalanyp başladylar.

Hasaplaýjy–jemleýji enjamlaryň ösüşi bilen birlikde arifmometrler döredilip başlandy. XVII asyryň ahyrynda peýda bolan Leýbnisiň «arifmetiki maşyny» dünýäde ilkinji arifmometr boldy. Ilki bilen Leýbnis diňe Paskalyň maşynyny gowulandyrmaga çalyşdy, ýöne köpeltmek we bölmek amallaryny ýerine ýetirmek üçin düýbünden täze ýörelgäniň gerekdigi ýüze çykaryldy. Leýbnis bu wezipäni gowy çözdi, silindri peýdalanmagy teklip edip, onuň parallel emele getirijili gapdal üstünde dürli uzynlyklardaky basgançaklaryň dokuzysy ýerleşdi. Bu silindr soňra basgançakly walik diýlip atlandyryldy. Maşyn giňden ýaýramady, ýöne Leýbnisiň basgançakly waliginiň taglymaty hatda XX asyrda hem täsirli we netijeli boldy. Basgançakly waligiň prinsipinde senagat tarapyndan öndürilýän dünýäde ilkinji hasaplaýjy enjam bolan Tomasyň arifmometri hem guruldy. Dişleriň üýtgeýän sany bilen Odneriň dişli tigri olaryň esasy elementi boldy.

1878-nji ýylda Russiýada P.L.Çebyşew tarapyndan arifmometr döredildi, onuň artykmaçlygy şundan ybarat boldy, ýagny kiçi razrýadlardan onlarçasynyň uly razrýadlara geçirilmegi ýuwaş-ýuwaşdan birlikleriň toplanmak prosesinde amala aşyryldy we soňraky razrýadlara degişli boldy. Çebyşewiň arifmometrlerinde goýlan taglymatlar häzirki zaman enjamlarynyň köp görnüşleriniň esasynda ýatandyr.

Jemleýji enjamlaryň we arifmometrleriň düýpli kemçilikleri diýlip, hasaplamalaryň tizligini artdyrmaga mümkinçiligiň bolmazlygy hasap edilýär, enjamlaryň öndürjiligi adamyň elleriniň çaltlygy bilen kesgitlenýär. Şoňa görä-de, maglumatlaryň girizilmegini we amallaryň dolandyrylmagyny maşynyň ygtyýaryna bermek gerekdi. Häzirki zaman kompýuterleriniň keşbi bolan arifmetiki maşynyň taslamasyny döredip, iňlis alymy Ç. Bebbij ilkinji gezek hasaplaýyş prossesini awtomatlaşdyrdy. Maşyn hasaplaýyş ulgamyny saklamak «ammardan» ybaratdy, sanlary ýatda saklamak, arifmetiki amallary we dolandyryş amallaryny ýerine ýetirmek üçin bolsa durnukly ýagdaýlaryň ikisine eýelik edýän elektromehaniki releleri (13 000 sany) saklaýardy. Maşynda goşmak we aýyrmak amallary takmynan 0,125 sekundy, köpeltmek amaly 0, 25 sekundy eýelediler.

Releli hasaplaýjy maşynlaryň şowly konstruksialarynyň biri-de 1956-njy ýylda inžener N. I. Bessonowyň ýolbaşçylygynda konstruirlenen we gurlan RHM-1 maşyny boldy.

Kiçi elektron hasaplaýyş maşynynyň (KEHM) peýda bolmagy hasaplaýyş matematikasynyň meseleleriniň köp bölegini işläp düzmäge itergi berdi: ol maşynda ýadro fizikasynyň meseleleriniň köp bölegi çözüldi, birnäçe şäherara elektrik geçirijisiniň liniýasynyň hasaby amala aşyryldy, raketa ballistikasynyň meseleleri çözüldi. Olaryň emeli çözgüdi ýurduň ylmynyň we tehnikasynyň ösüşini örän köp wagtlyk yza galdyrdy. KEHM-i işläp düzmek eksperimental häsiýete eýedi we ilkinji çalt işleýän elektron hasaplaýyş maşynyny döretmek üçin möhüm tapgyr bolup hyzmat etdi.

KEHM-iň dörediliş prosesinde uly elektron hasaplaýyş maşynynyň (UEHM) çalt işleýän enjamlary we uzelleri işlenilip düzüldi, montažlandy we barlanylyp görüldi. Ony düzmek 1953-nji ýyla çenli dowam etdi.

Ondan soň birnäçe ýyllaryň dowamynda 8 müň amal/sagat tizlikli çalt hereket edýän UEHM Ýewropada iň çalt işleýän maşyn boldy. Onda hasaplamalaryň göwrüminiň uludygy sebäpli, öň çözüp bolmaýan birnäçe meseleler çözüldi. UEHM-de durmuşa geçirilen tehniki çözgütleriň hatary ikinji nesliň EHM-lerinden üstün çykýardy. Şeýlelikde, maşynyň düzümine ýöriteleşdirilen gözegçilik enjamlary girdi, arifmetiki enjamyň we giriş we çykyş enjamlarynyň ýadyna garaşsyz birigip bilmegi bolsa, köp programmaly maşynlaryň gurluşyna laýyk gelýärdi. Programma ýüzlenmegiň shema usuly we komandalary dolandyrmagyň ýerli we merkezi ulgamlary arkaly komandalaryň modifikasiýasy möhüm ähmiýete eýe. Bu programmirleme sungatynda täze mümkinçilikleri açdy.

1953-nji ýylda Ý.A.Bazilewskiniň ýolbaşçylygynda «Strela» sanly hasaplaýjy maşynlary, 1954-nji ýylda B.I.Rameýewiň ýolbaşçylygynda «Ural» EHM-i döredildi. Bu maşynlar bilen bir wagtyň özünde diýen ýaly M-3, «Minsk-1» we beýleki EHM-ler peýda boldy. Olar ýurduň 1-nji nesil EHM-leriniň maşgalasyny düzdüler.

Birinji nesliň EHM-leriniň häsiýetli alamatlary diňe bir esasy we kömekçi shemalardaky elektron lampalar däl-de, eýsem parallel arifmetiki enjamyň bolmagy, maşynyň ýadynyň çäklendirilen göwrümli çalt işleýän operatiw (elektron şöhleli trubkadan ýa-da ferrit serdeçniklerden ýasalan) hem-de haýal işleýän uly göwrümli daşky ýada (magnit barabanly we lentaly ýygnaýjylary ulanýan) bölünmegi, maşynyň logiki elementlerinde ýarymgeçiriji diodlaryň we magnit serdeçnikleriniň, maglumaty girizeniňde we alanyňda göteriji hökmünde perfolentalaryň we perfokartalaryň ulanylmagy bolup durýardy. Birinji nesliň EHM-leriniň ortaça tizligi sekuntda onlarça müň amala ýetýärdi.

Wagt boýunça ähli enjamlaryň işini utgaşdyrmagyň hasabyna olaryň ýokary ýüklüligini üpjün edýän gurluşlary agtarmak ikinji nesliň EHM-leriniň peýda bolmagyna getirdi, olarda lampaly shemalaryň ýerine tranzistorly shemalar peýdalanyldy. Ýarym geçirijili diodlar we tranzistorlar ikinji nesliň EHM-leriniň tehniki binýadynyň esasyny düzdüler.

Ikinji nesliň EHM-leri birinji nesliň EHM-leri bilen deňeşdirilende has ýokary ygtybarlylygy, energiýany az sarp edijiligi, has ýokary çalt täsir edijiligi bilen tapawutlandy. Olaryň çalt täsir edijiligi ýatda saklaýjy elementleriniň geçirijilik tizligini ýokarlandyrmagyň we maşynyň gurluşyndaky üýtgetmeleriň hasabyna gazanyldy. Ikinji nesliň ýurtda öndürilen kuwwatly EHM-i S. A. Lebedewiň ýolbaşçylygynda döredilen BESM-6 maşyny boldy. BESM-iň esasynda köpçülikleýin peýdalanylýan we dolandyrylýan utgaşdyryjy hasaplaýyş merkezleri we başgalar döredildi.

BESM-1, BESM-2, M-20, BESM-3M, BESM-4 EHM-ler maşgalasynyň binagärligi, gurluşy we konsepsiýalarynyň bitewüligi nepis inženerçilik çözgütleri bilen häsiýetlendirildi. BESM-6 EHM-de bu has doly ýüze çykdy: maşynyň çylşyrymly ulgam bolup durýandygyna garamazdan onuň enjamlarynyň işleýiş mehanizmlerine, olaryň funksional aragatnaşyklaryna aňsat düşünilýärdi, netijede BESM-6 maşyny ýeňil ulanylýardy. BESM-6 EHM-iň element binýady örän täzedi. Maşynyň ähli shemalary Buluň algebrasynyň formulalary bilen ýazyldy. BESM-6 maşyny komandalaryň ulgamy boýunça-da, içerki gurluşy boýunça-da haýsydyr bir ýurduň ýa-da daşary ýurt enjamlarynyň nusgasy däldi.

Ikinji nesliň EHM-leri üçin aýry-aýry komandalary ýerine ýetirmegiň «ýapylyş» wagtyndan başlap we komandalaryň dürli programmalardan goragyny parallel ýerine ýetirmekde tamamlap, aýry-aýry bloklaryň işinde parallelizm häsiýetlidir. Munuň özi sekuntda milliona çenli amallaryň çalt hereketine ýetmäge mümkinçilik berdi. EHM-leriň çalt hereketiniň mundan beýläk artmagy aýry-aýry elementlerden-rezistorlardan, kondensatorlardan, diodlardan, tranzistorlardan ýygnalýan elektron shemalarynyň konstruktiw ýerine ýetirilmegi bilen bökdeldi.

Konstruktiw elementleriň kiçeldilmegi aýratynlykda her bir element bilen işjeň zerurlyk arkaly kynlaşýar. Integral tehnologiýany ulanmak bu kynçylyklardan çykalga boldy. Kiçi integral shemalar (KIS) XX asyryň 60-njy ýyllarynda peýda bolan üçünji nesliň maşynlarynyň binýady boly.

Integral shemalarda elektron abzallaryň we elementleriň roluny molekulalaryň köp bolmadyk toparlary ýerine ýetirýär. Şonuň ýaly-da shemanyň esasy bolup, ýarym geçirijili (kremniý elementli) materiallar hyzmat edýärler.

Himiki arassalygyň ýokary derejesi bolan ýörite taýýarlanan kremniniň uly kristallary aýratyn plastinalara bölünýär. Olaryň tekizliklerinde ýa-da içinde kondensatorlaryň, garşylyklaryň, diodlaryň, tranzisterleriň we beýlekileriň alamatlary bolan ýörite usul bilen uçastoklar formirlenýär. Inçe metal çykaryş usuly ýa-da «gatnaşyk kanaly» arkaly ol ýa-da beýleki wezipäni ýerine ýetirýän kristalyň içinde bir uçastok bilen beýleki uçastogy birikdirseň, integral shema taýýar bolýar. Bir integral shemada dürli kiçi bölekleriň köp sanlysy bolup, ýarymgeçiriji shemalaryň köp ýetmezçiliklerinden gaça durmaga kömek edýär. Integral shemalara geçmek − EHM-leriň hiliniň ýokarlanmagyna, olaryň gabaralarynyň kiçelmegine we energiýany sarp etmesiniň peselmegine ýardam etdi.

Dürli elementleriň integrasiýasy näsazlyklaryň emele gelmegine sebäp bolýan köp ýagdaýlary aradan aýyrdy. *Birinjiden*, onlarça elementlerden durýan integral shemalaryň girişleriniň we çykyşlarynyň sany azaldy, integral shemasyna geçmezden öň bolsa olar örän köpdi. *Ikinjiden*, gabaranyň kiçeldilmegi elementleriň arasyndaky gerek bolmadyk baglanyşyklary azaldyp, maşynyň çalt işlemegine oňyn täsir etdi. Integral shemalaryň artykmaçlyklary az däldi. Emma şonda-da integral shemalardan düzülen EHM-leriň çalt işlemek we ygtybarlylyk ýaly häsiýetnamalary esasy kesgitleýji däldi.

Üçünji nesliň EHM-leriniň ondan öňki maşynlardan esasy tapawudy nämede?

Üçünji nesliň EHM-leri harply-sanly maglumatlar bilen işleýärler. Onda öňki nesliň maşynlarynyň iki ugry birleşdirilendi: harply -maglumatlar bilen işleýän işewürlik we täjirçilik maksatly EHM, sanly maglumatlary işlemek babatynda ylmy edaralara niýetlenen EHM.

Üçünji nesliň EHM-leriniň iş tertibi üýtgedi; bu maşynlaryň dürli enjamlarynyň, ýagny prosessorlarynyň we daşky ýat serişdeleriniň garaşsyz parallel iş ýörelgesi gurnaldy. Enjamlaryň garaşsyz işini, EHM-leri ulanyjylaryň salýan maglumatlarynyň işini ýörite enjamlar bilen dolandyrylýan kanallar üpjün edýär. Aýratyn enjamlaryň parallel işlemekleri arkaly EHM-ler amallaryň seriýasyny ýerine ýetirip bilýärler: indiki wezipe üçin maglumaty magnit lentasyndan ýa-da magnit diskinden göçürmek, degişli enjam üçin maglumaty çykarmak, maglumaty salmak we ş.m.

Üçünji nesliň EHM-leriniň adaty wekilleri bitewi ulgam maşynlary (BU EHM) bolup, olar ylmy-tehniki, ykdysady we dolandyryş wezipelerini çözmek üçin niýetlenendi. Bu maşynlar Bolgariýanyň, Wengriýanyň, Polşanyň, ozalky SSSR-iň we Çehoslowakiýanyň alymlarynyň, inženerleriniň we işgärleriniň bilelikdäki tagallalary esasynda döredildi. BU EHM-leriň ilkinji kysymynyň senagat önümçiligi 1972-nji ýylda başlandy. Uly çalt işjeňligi (sekuntda 1,5 million amallara çenli) we giň mümkinçilikleri − BU EHM kysymlaryny netijeli ulanmak üçin esas bolup hyzmat etdi.

Dördünji nesliň EHM-leri uly integral shemalarda (UIS) gurnaldy. Kub santimetr hem bolmadyk şeýle shemanyň birinde birinji nesliň EHM-lerinde bütin bir şkafyň ornuny tutan blok ýerleşip bilýär. EHM-leriň öndürijiliginiň hem ýokarlanyp, eger üçünji nesliň EHM-leri 20-30 million amallary ýerine ýetirip bilýän bolsa, onda dördünji nesliň maşynlary sekuntda ýüzlerçe million amallary ýerine ýetirýär. Ýadynyň hem göwrümi artyp, magnit disklerindäki we lentalardaky ýat enjamlary bilen bir hatarda hereket etmeýän bölekli ýatlar hem döredildi. Dördünji nesliň iň uly maşynlarynyň ýadynyň umumy göwrümi 10^{14} simwoldan hem artyp, bu birnäçe million uly tomdan durýan kitaphana barabardyr.

Ýokarda beýan edilenlere salgylansak, EHM-leriň ösüşinde onuň çalt işleýjiligini ýokarlandyrmak tendensiýasynyň ýüze çykýandygyny aýtmak bolar. Bu birnäçe ýagdaýlar bilen düşündirilýär. EHM-iň esasy uzeli diňe goşmak amalyny ýerine ýetirýän jemleýji bolanlygy sebäpli, bir tarapdan, islendik meseläniň çözgüdi ýönekeý hereketleriň bellibir mukdarynyň ýerine ýetirilmeginiň jemi bolmalydyr. Mysal üçin, 241 sany 16 sana köpeltmek üçin 241 sany 16 gezek goşmak gerek. Beýleki arifmetiki amallar hem şu ýol bilen amala aşyrylýar. Beýleki tarapdan, aýdalyň hasaplaýyş göwrümi 10^{13} goşmak amallary bolan meseläni çözmek gerek. Eger hasaplaýjy maşyn 10^{6} amal/sekunt tizlik bilen işleýän bolsa, onda meseleleriň çözgüdi 10^{7} sekunt 1 wagt alar, bu bolsa takmynan 3000 sagatdyr. EHM beýle uzak wagtlap durman işläp bilenok. Hut şonuň üçin hem EHM-iň näsazlyklary işiň netijesine täsir etmez ýaly, ulanyjylar iň çylşyrymly meseleleri hem az wagtyň içinde çözmek isleýärler.

Mümkin, bäşinji nesliň EHM-leri üçin element bazasy bolup kogerent şöhleli optoelektronika hyzmat eder. Ýagtylygyň tizliginiň elektronlaryň tizliginden has ýokarylygy sebäpli maşynyň çalt işleýşi hem-de EHM-e maglumat gelýän aragatnaşyk liniýasynyň geçirijilik ukyby gowulaşar. Bu meseläniň çözgüdi üçin eýýäm köp zatlar edildi. Az ýitgili ýagtylyk geçirijiler döredildi – 1 *km* uzaklykda olaryň intensiwligi iki esse peselýär.

Gologramma görnüşinde we degişli hasaplaýjy gurşawlarynda berilýän maglumaty parallel özgertmek geljegiň meselesi bolup durýar. Eger çalt hereket edýän ýatda saklaýjy enjamlary we golografiýanyň mümkinçiliklerini bir bitewilige birleşdirsek, onda geljegiň maşynlary adamzadyň köp asyrlaryň dowamynda ösen maglumat baýlyklaryny özünde saklap, ilkinji buýruk berlende dessine görkezip biler.

Şeýlelik bilen, EHM-leri gurnamagyň, arifmetiki we logiki meseleleri çözmegiň eýýäm mälim bolan algoritmlerini kämilleşdirmegiň täze ýörelgeleriniň gözlegi – EHM-leri gurnamak we döretmek boýunça hünärmenleriň iň esasy wezipeleridir.

Halk hojalygynda dürli informasiýalaryň ýygnalmagy, şeýle hem, hasaplaýyş we aragatnaşyk serişdeleriniň ulanylmagy bilen senagatda we oba hojalygynda talap edilýän ummasyz zähmet azaldylýar.

Jemgyýetiň mundan beýläk hem ösmegini, onuň durmuşa ukyplylygyny anyklamakda informasiýa örän zerur strategik resursdyr. Şeýle resurslary–baýlyklary gazanmak we işläp taýýarlamak üçin hasaplaýyş we aragatnaşyk serişdeleriniň bilelikde ulanylmaklygy tehniki esas bolup durýar.

Aragatnaşygyň ösüşinde sanly ulgamyň işlenip girizilmegi örän wajyp ugurlaryň biri boldy. Hasaplaýyş tehnikasynyň kömegi bilen informasiýanyň sanly işlenilmegi dürli görnüşli aragatnaşyk ulgamlaryny meýilleşdirmeklige getirdi.

EHM-lerde birnäçe obýektleriň sanly modeller görnüşinde aňladylmagy – matematiki modulirleme diýen ady aldy. Matematiki modulirlemäniň esasynda triada − model-algoritm–meýilleşdirme ýatyr. Biziň öňümizde goýulýan wezipe sanly tehnikanyň matematiki modulirlenmesini öwrenmekden we onuň fiziki esaslaryna düşünmekden ybaratdyr. Mundan beýläk beýan edilýänleriň ählisi maşynlaryň işleýiş algoritmleriniň düzüliş ýörelgelerini öwrenmäge we olaryň işlerini resmi beýan etmek usullaryna bagyşlanar.

I BÖLÜM
SANLY TEHNIKADA ARIFMETIKA

I BAP. SANLY TEHNIKANYŇ SERIŞDELERINDE MATEMATIKI ELEMENTLER

§1.1. Hasaplama ulgamlary

Islendik sany gutarnykly belgileriň kömegi bilen aňladyp bolýan ulgama *hasaplaýyş ulgamy* diýilýär.

Hasaplama ulgamynda ulanylýan belgilere bolsa *sifrler* diýilýär.

Adamzat jemgyýetinde özüniň ulanylyş häsiýetine görä, dürli görnüşli hasaplaýyş ulgamlary bolupdyr. Sanamakda, hasaplamakda häzir ulanylyp ýörlen onluk san ulgamy peýdalanylýar. Wagt ölçeginde 60-lyk diýen hasaplaýyş ulgamy peýdalanylypdyr. 1 minut – 60 sekunt; 1 sagat – 60 minut. (Bu ýerde 60 sany belgini ulanmaly bolupdyr. Ýöne 60-lyk ulgamyň sifrleriniň dereginde 10-luk sifrleri peýdalanmak amatly bolupdyr).

Hasaplama ulgamlary iki görnüşde bolupdyr:

1. Pozision hasaplama ulgamy.
2. Pozision däl hasaplama ulgamy.

Sifrleriň bahasy ornaşan ýerine bagly san ulgamlaryna *pozision san ulgamy* diýilýär. Mysal üçin, biziň peýdalanýan 3233 sanymyza seredeliň. Bu sany ýazmak üçin, iki sany belgi–sifr ulanylypdyr: 3 we 2. Iň soňky 3-lük 3 sany birligi; ondan öňki 3-lük 3 sany onlugy, ýagny 30-y; birinji 3-lük bolsa, 3 sany müňligi – 3000 aňladýar. 2 bolsa, 2 sany ýüzlügi-200-i aňladýar.

Adyndan mälim bolşuna görä, pozision san ulgamynda sifrleriň haýsy pozisiýada – orunda duranlygyna görä degişli bahasyna eýe bolýar.

Pozision däl san ulgamyna Rim sifrlerini mysal getirmek bolar:

I, V, X, L, C, M.

I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, M=1000.

Sanlar Rim sifrleri bilen aňladylanda, ululy-kiçili tertipde ýazylýar. Uly sifrler öňde, kiçiler yzda bolýarlar we ähli sifrler goşulyp aýdylýar. Eger kiçi sifr uly sifrden öňde bolsa, onda yzyndaky uly sifrden kiçisi aýrylýar we netijesi beýleki sifrler bilen goşulýar.

XVII=10+5+1+1=17;

IV = 5-1 = 4, IX = 10 – 1 = 9;

XC=100-10=90, XL=50-10=40;

MCCCXXIV = 1000+100+100+100+10+10+(5-1)=1324;

MMXIII = 1000+1000+10+1+1+1= 2013;

MCMXCI=1991, MMXVI=2016.

Görnüşi ýaly, pozision däl hasaplaýyş ulgamynda sanlaryň üstünde amallary ýerine ýetirmek aňsat däl.

Şeýlelikde, pozision san ulgamynda hasaplama amallaryny ýerine ýetirmek amatly bolýar. Sanly tehnikada bolsa, diňe pozision san ulgamlary ulanylýar.

Biz mekdepde ilki onluk hasaplaýyş ulgamyny ýokary synplarda bolsa, 2-lik san ulgamyny öwrenipdik. Mälim bolşuna görä, näçelik san ulgamy bolsa, şonça-da sifr-belgileri ulanylmalydyr:

1) onluk hasaplaýyş ulgamynda jemi 10 sany sifrler: 0; 1, 2, 3, 4; 5; 6; 7; 8; 9.

2) ikilik hasaplaýyş ulgamynda jemi 2 sany sifrler: 0; 1.

3) sekizlik hasaplaýyş ulgamynda jemi 8 sany sifrler: 0; 1, 2, 3, 4; 5; 6; 7.

4) on altylyk hasaplaýyş ulgamynda jemi 16 sany sifrler:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; A; B; C; D; E; F. Bu ýerde: A=10, B=11, C=12, D=13; E=14, F=15.

Aýdalyň, 7-lik hasaplaýyş ulgamynda; 0;1;2;3;4;5;6. sifrler-belgiler ulanylmalydyr.

Şeýlelikde, pozision san ulgamlaryny girizdik. Sanlaryň haýsy san ulgamyndadygyny sanyň soňunda indeksde belgi girizmek bilen tapawutlandyrarys: 101_2, 101_8, 101_{10}, 101_{16}. Indi olaryň razrýadlara bölünişlerini görkezeliň. Ilki bilen onluk ulgamdaky sanlara seredeliň:

$$379_{10}= 300+70+9=3\cdot 100+7\cdot 10+9\cdot 1=3\cdot 10^2+7\cdot 10^1+9\cdot 10^0;$$

$$27034518_{10}=2\cdot 10^7+7\cdot 10^6 + 0\cdot 10^5+3\cdot 10^4+4\cdot 10^3+5\cdot 10^2+1\cdot 10^1+8\cdot 10^0;$$

$$8435,416=8\cdot 10^3+4\cdot 10^2+3\cdot 10^1+5\cdot 10^0+4\cdot 10^{-1}+1\cdot 10^{-2}+6\cdot 10^{-3}.$$

2. Sargyt № 1177.

A= $\overline{abcde}$ =a·10^4 +b·10^3+c·10^2+d·10^1+e·10^0.

Bu ýerde: *a,b,c,d,e* - onluk ulgamyň sifrleri.

A= $\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} ... a_{-k}}$ sanyň pozisiýada berlişi (bu ýerde: a_i – sifrler):

$A = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + a_{-2} \cdot 10^{-2} + \ldots + a_{-k} \cdot 10^{-k}$.

Sanlaryň şeýle usulda ýazylyşlaryndan ugur alyp, islendik ulgamlarda berlen sanlary razrýadlarda aňladyp bolar.

Goý, A = $\overline{a_n a_{n-1}, ... a_1 a_0}$ san berilsin. Onda ony jem görnüşinde ýazyp bolar:

$A = a_n A_n + a_{n-1} A_{n-1} + \ldots + a_1 A_1 + a_0 A_0$.

Pozision ulgamynda, A_n, $A_{n-1}, \ldots$, A_1,A_0 sanlar maýdalawjysy q deň bolan geometrik progressiýany düzýärler: q^n, q^{n-1},..., q^1,q^0.

$$A = \overline{a_n a_{n-1}, .. a_1 a_0} = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \ldots + a_1 q^1 + a_0 q^0 = \sum_{i=0}^{n} a_i q^i.$$

Bu ýerde: a_i – berlen ulgamyň sifrleri.

Eger san drob görnüşinde bolsa,onda:

A = $\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} ... a_{-k}}$ = $a_n \cdot q^n + a_{n-1} \cdot q^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot q^1 + a^0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \ldots + a_{-k} \cdot q^{-k}$.

q – ulgamyň esasy: *q*=2, *q*=8, *q*=16, *q*=32, *q*=10, *q*=60 we ş.m.

Mysallara seredeliň:

1) $11001_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$, $q=2$.

i = |4| |3| |2| |1| |0|. – maýdalawjynyň derejeleri.

2) $2730546_8 = 2 \cdot 8^6 + 7 \cdot 8^5 + 3 \cdot 8^4 + 0 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$, $q=8$.

3) $30051956_{10} = 3 \cdot 10^7 + 0 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$, $q=10$.

4) $125AB4_{16} = 1 \cdot 16^5 + 2 \cdot 16^4 + 5 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0$, $q=16$.

Umumy görnüşde aşakdaky ýaly bolar:

1. $B_2 = \overline{b_n b_{n-1} b_{n-2} ... b_2 b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} ... b_{-k}}$

$B_2 = b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \ldots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0 + b_{-1} \cdot 2^{-1} + \ldots + b_{-k} \cdot 2^{-k}$.

2. $D_8 = \overline{d_n d_{n-1} d_{n-2} ... d_2 d_1 d_0, d_{-1} d_{-2} ... d_{-k}}$;

$D_8 = d_n \cdot 8^n + d_{n-1} \cdot 8^{n-1} + \ldots + d_1 \cdot 8^1 + d_0 \cdot 8^0 + d_{-1} \cdot 8^{-1} + \ldots + d_{-k} \cdot 8^{-k}$.

3. $C_{16} = \overline{c_n c_{n-1} c_{n-2} ... c_2 c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} ... c_{-k}}$.

$C_{16} = c_n \cdot 16^n + c_{n-1} \cdot 16^{n-1} + \ldots + c_1 \cdot 16^1 + c_0 \cdot 16^0 + c_{-1} \cdot 16^{-1} + \ldots + c_{-k} \cdot 16^{-k}$.

§1.2. Sanlary bir hasaplama ulgamyndan başga bir hasaplama ulgamyna öwürmek

Sanlary ikilik ulgamdan 8-lik we 16-lyk ulgamlara we tersine geçirmek düzgünleri - $8=2^3$ we $16=2^4$ bolýanlygy sebäpli, örän ýönekeýdir.

8-lik ulgamdan 2-lik ulgama geçirmek üçin 8-lik ulgamda berlen sanyň her bir sifrini üç razrýadly ikilik sanda – triada görnüşde ýazmak ýeterlikdir:

Sifrler	0	1	2	3	4	5	6	7
Triada görnüşde	000	001	010	011	100	101	110	111

Mysal üçin, 601_8 sekizlik ulgamda berlen sany ikilik ulgamdaky sana öwürmeli bolsun: $6_8=110_2$, $0_8=000_2$, $1_8=001_2$, onda $601_8=110\ 000\ 001_2$ bolar.

$3475,16_8=011\ 100\ 111\ 101,\ 001\ 110_2$;

$0,300556_8=0,011\ 000\ 000\ 101\ 101\ 110_2$.

16-lyk ulgamdan 2-lik ulgama geçirmek üçin 16-lyk ulgamda berlen sanyň her bir sifrini dört razrýadly 2-lik sanda – tetradada ýazmaly:

Sifrler	Tetrada görnüşde	Sifrler	Tetrada görnüşde
1	2	3	4
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011

Dowamy

1	2	3	4
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

1207_{16}=0001 0010 0000 0111_2
$519C7E02_{16}$=0101 0001 1001 1100 0111 1110 0000 0010_2
$36A,F1D_{16}$=0011 0110 1010, 1111 00011101_2

2-lik sanlary 8- lik we 16-lyk ulgamlara geçirmek:

Ikilik sanlary 8-lige ýa-da 16-lyga öwürmek üçin, ol sanlary oturdan çepe we saga degişlilikde 3 we 4 razrýadlardan toparlara bölmeli we ol toparlary degişlilikde ýokardaky tablisalardan peýdalanyp, degişli sifrlere öwürmeli:

$11101,0011011_2$=011 101,001 101 100=$35,154_8$;
$11101,0011011_2$=0001 1101,0011 0110=$1D,36_{16}$.

P esasly ulgamdan 10-luk ulgama we tersine geçmek.

P esasly ulgamdaky *N* sanyň ülüşlerde ýazylyşynyň umumy görnüşi:

$$N_p = x_m p^m + x_{m-1} p^{m-1} + \ldots + x_1 p^1 + x_0 p^0 + x_{-1} p^{-1} + \ldots + x_{-k} p^{-k}.$$

Haýsy hem bolsa bir esasdaky bitin we drob bölekli sany başga bir esasly ulgama öwürmek üçin, uniwersial algoritmden peýdalanmak mümkin. Onuň üçin berlen sanyň bitin we drob böleklerini aşakdaky görnüşe getireliň:

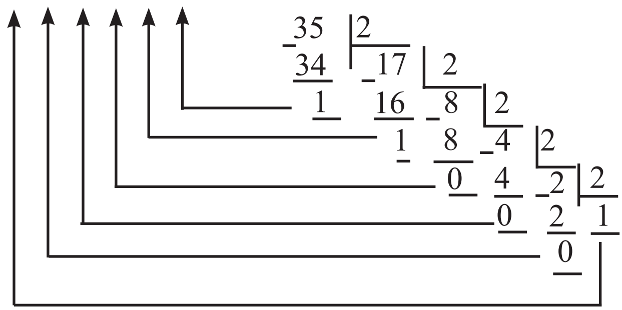
$$N_{p\ \mathrm{bit.}} = ((\ldots((x_m p + x_{m-1})p + x_{m-2})p + \ldots)p + x_0;$$

$$N_{p\ \mathrm{drob}} = p^{-1}(x_{-1} + p^{-1}(x_{-2} + p^{-1}(x_{-3} + \ldots + p^{-1}(x_{-(k-1)} + p^{-1}x_{-k}))\ldots).$$

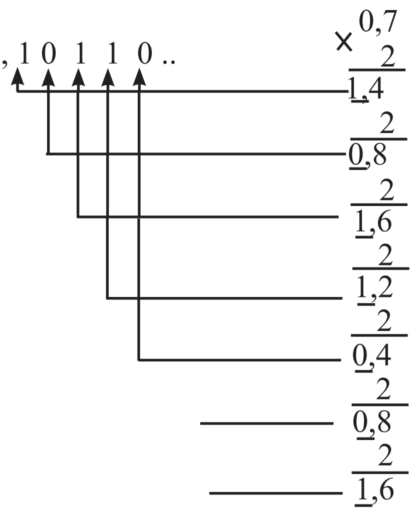
Berlen sanyň bitin bölegini öwürmek üçin, berlen sany geçirmeli ulgamyň esasyna yzygiderlilikde bölmek prosesinde (sany esasa bölýäň, ýeten bitin paýy ýene-de bölmeli we ş.m., tä bitin paýdan ýetýänçä) iň soňky galyndy ilkinji bolar ýaly, galan galyndylary yzygiderlilikde ýerleşdirip ýazmaly.

Berlen sanyň drob bölegini öwürmek üçin, ol sany her gezek esasa köpeldilende onuň bitin bölegi indiki köpeltmäge degişli bolmaýar. Ol bitin bölegi täze ulgama geçirilen ýagdaýdaky sanyň drob bölegi aňladylýar. Ilkinji bitin san sanyň drob böleginiň birinji sifri bolýar.

1) $35_{10} = 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1$



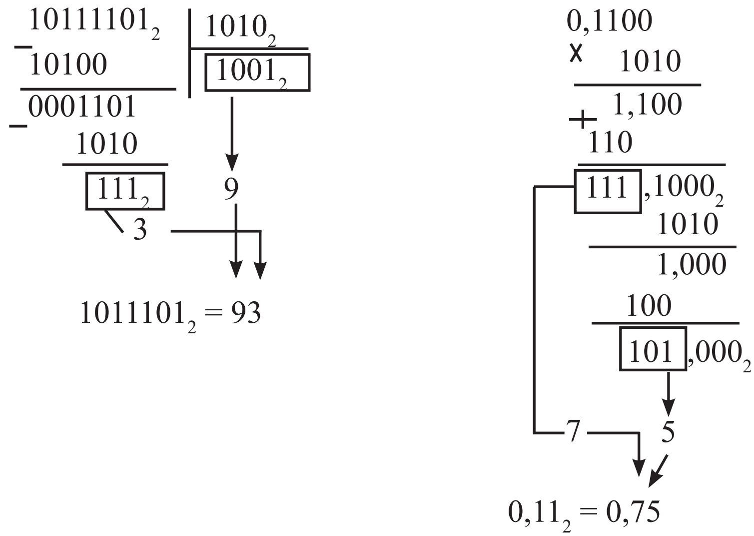
2) $0{,}7_{10} = 0{,}1\ 0\ 1\ 1\ 0\ ..$



Şeýlelikde, $35{,}07_{10}=100011{,}1011\ldots_2$ deňligi alarys.

Eger sany täze ulgama öwreniňde, periodik drob emele gelse, onda ony gerek bolan takyklykda tegelekläp almak bolar.

Edil şuňa meňzeşlikde, 2-lik ulgamdan 10-luk ulgama öwürmek bolar. Ýöne 10 sana bölüp ýa-da köpeldip galyndyny, ýa-da bitin bölegini ýene-de 2-lik sanlara öwürmezden göni 10-uň özüni 2-lik sanda ýazyp: $10_{10}=1010_2$, şoňa bölmeklik ýa-da köpeltmeklik amatly bolýar:



Şeýlelikde, 1011101,112=93,75.

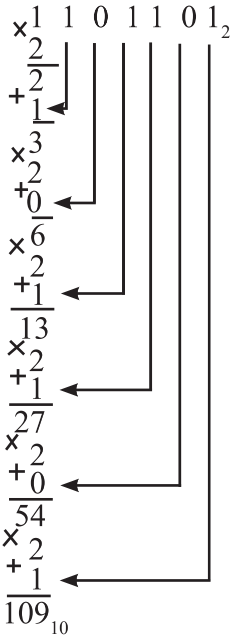
Barlagy:

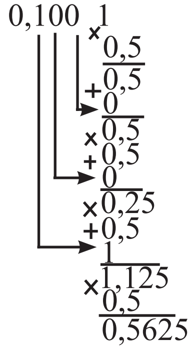
$$\begin{array}{r} 0,75 \\ 2 \\ \hline 1,50 \\ 2 \\ \hline 1,00 \end{array} \qquad 0,75_{10}=0,11_2$$

Bu seredilen algoritmlerde sanlar goşulanda, aýrylanda, köpeldilende, bölünende degişli bolan ulgamlara degişli olaryň tablisalaryndan peýdalanmak örän zerur bolýar. Bu amallar el bilen ýerine ýetirilende uly esasly ulgamlarda kynçylyk ýüze çykjagy gümansyzdyr. Şol sebäpli, bu ýagdaýlar üçin başga algoritm peýdalanylýar.

Berlen sanyň bitin böleginiň ilkinji razrýadynyň sifrini şol ulgamyň *p* esasyna köpeldip, berlen sanyň ikinji razrýadynyň sifri goşulýar. Bitin sanyň soňky razrýady gutarýança emele gelen jemi *p* esasa köpeldip, indiki razrýadyň sifri goşulýar. Şeýlelikde, sanyň bitin böleginiň täze ulgama geçirilen görnüşi alnar:

$$N_{p\ \mathrm{bit.}} = ((\ldots((x_m p+x_{m-1})p+x_{m-2})p+\ldots)p+x_0.$$





$0{,}1001_2 = 0{,}5625_{10}.$

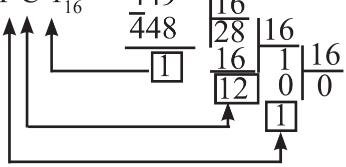
$1101101_2 = 109_{10}.$

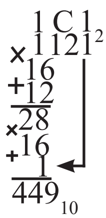
Sanyň drob bölegi öwrülende, p däl-de p^{-1} köpeldilýär, şeýle hem iň soňky sifrden başlanýar we iň birinjä ýetenden soň hem, ýene-de p^{-1}-e köpeldilýär:

$$N_{p\ \mathrm{drob}}=p^{-1}(x_{-1}+p^{-1}(x_{-2}+p^{-1}(x_{-3}+\ \dots\ +p^{-1}(x_{-(k-1)}+p^{-1}x_{-k}))\dots).$$

Algoritmiň bu standart görnüşini peýdalanmak bilen sanyň 10–luk ulgamyndan 8-lik, 16-lyk ulgamlaryna degişlilikde 16-a ýa-da 8-e bölmek (bitin bölegi üçin), köpeltmek (drob bölegi üçin) bilen we tersine 16-lyk we 8-likden 10-luk ulgama özgertmek bolar.

$449_{10} = 1\ C\ 1_{16}$





Hasaplamagyň 16-lyk ulgamyny peýdalanmak bilen,10-luk ulgamyndan 2-lik ulgama we tersine geçmek bolýar. Onuň üçin 10-luk sanlar 16-lyga soňra, 16-lyklar 2-lik sanlara öwrülýär.

Mysala seredeliň:

$449_{10} = 1C\ 1_{16} = 0001\ 1011\ 0001_2$.

449_{10} sany $1C\ 1_{16}$ sana öwürdik, soňra ony hem 2-lige öwürdik.

Tersine-de, 2-lik sany 10-luk sana öwürmek hem edil şunuň ýaly amala aşyrylýar.

Mysaldan görnüşi ýaly, sanlar 16-a bölünende operasiýalarynyň mukdary azalýar. Muňa garamazdan, ony iki tapgyrda ýerine ýetirmeli bolýar.

Şeýlelikde, sanlaryň bir ulgamdan başga bir ulgama geçirlişiniň dürli görnüşlerini görkezdik. Algoritmleriň amatlysyny peýdalanyp, sanly awtomatlar üçin geçiş mehanizimini döretmeli. Sanly tehnikalaryň ikilik ulgamda işleýändigi bize öňden mälimdir.

§1.3. Sanlaryň aňladylyş formalary

0,028 sany aşakdaky görnüşlerde ýazmak bolar:

$28 \cdot 10^{-3}$

0,03 (tegeleklenip alnan)

$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ we ş.m.

Sanlaryň ýazylyşynyň dürli görnüşde bolmagy, sanly enjamlaryň işlemegi üçin kynçylyklaryň döremegine bahana bolmagy mümkin. Ýagny dürli görnüşde berlen sanlary girizmekde we olaryň üstünde geçiriljek amallaryň ýerine ýetirilmeginde düşünişmezlikleriň boljagy ikuçsuzdyr.

Bu aýdylanlardan gaça durmak üçin, ýa sanlary anyklamak üçin ýörite algoritm döretmeli, ýa-da her gezek onuň ýazylyş formasyny görkezmeli. Ikinji ýol, megerem, ýeňil bolsa gerek.

Sanlary ýazmagyň iki usuly bar:

- tebigy;
- normal.

Sanyň tebigy formasynda ýazylyşy: san tebigy- natural - adaty görnüşde ýazylýar.

Mysal üçin, 12573 – bitin san;

0,0734 – dogry drob ($\frac{734}{1000}$).

3,9856 - nädogry drob ($\frac{39856}{10000}$).

Sanyň normal formasynda ýazylyşy: şol bir sanyň ýazylyşy onuň görnüşine goýlan çäklilige baglylykda dürli görnüşde bolmagy mümkin.

Mysal üçin, 173570 san şeýle görnüşlerde ýazylyp bilner: $173570=1,7357 \cdot 10^5=0,17357 \cdot 10^6=1735700 \cdot 10^{-1}$ we ş.m.

Maşynlaryň-awtomatlaryň sanlara düşünmekleri üçin sanlaryň bellibir görnüşde ýazylyşyny girizmek gerek bolýar.

Sanlaryň maşyn (awtomat) şekillendirilmeleri.

A sanyň sanly awtomatyň razrýad-ülüş gözeneginde aňladylyşy. *A* sanyň maşyn şekilendirilişiniň şertli belgilenişi [*A*] simwol bilen aňladylýar.

Onda aşakdaky gatnaşyk adalatlydyr:

$A=[A]\ K_A$.

Bu ýerde: K_A - koeffisiýent, onuň ululygy awtomatda aňladyljak sanyň görnüşine bagly. Aşakda sanlaryň fiksirlenen oturly we ýüzýän oturly görnüşdäki maşyn şekillendirmelerine seredip geçeliň.

Sanlaryň fiksirlenen (bellenen, gozganmaýan) oturly (nokatly) görnüşdäki aňladylyşy.

Tebigy görnüşdäki sanlar sanly awtomatda aňladylanda maşyn şekillenmesinde ol sanyň özüniň ululygyna bagly bolman, onuň razrýadlarynyň ýerleşiş ýagdaýlary elmydama hemişelik saklanýar. Sanyň şeýle ýazylyşynyň başga-da bir atlandyrylyşy bar – fiksirlenen oturly (nokatly) aňladylyşy.

Sanly awtomatyň funksiýasyny ýönekeýleşdirmek üçin, giriş maglumatlary birtaraplaýyn ýaýla bilen çäklendirmek zerurdyr. Ýagny giriş awtomatyna mümkin bolsa ýa bitin sanlary, ýa dogry droblary, ýa-da islendik sanlary bermeli. Bu bolsa K_A masştab koeffisiýentiň bahasyny kesgitlemäge mümkinçilik berýär. Mysal üçin, eger sanly awtomatyň girişine diňe dogry droblar gowuşýan bolsa, onda

$$-1< [A]_ф < 1 \qquad (1.1)$$

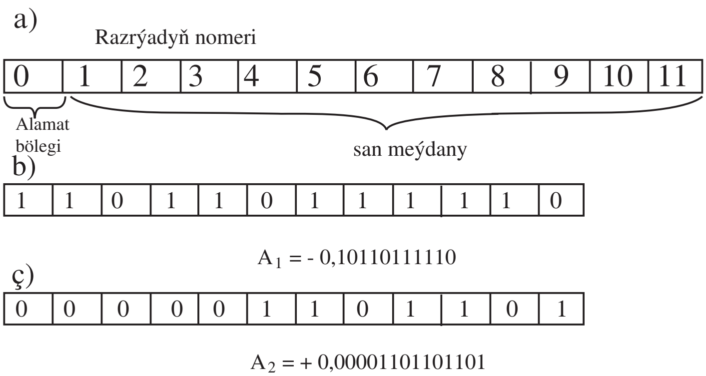
bu ýerde: $[A]_ф$ – fiksirlenen oturly sanyň aňladylyş görnüşi üçin maşyn şekillendirilişi. A sanyň aňladylyşy şeýle görnüşde bolar:

$A= [A]_ф\ K_A$.

(1.1) şerti kanagatlandyrýan K_A masştab koeffisiýenti saýlamak, maşyn şekillenmede otur elmydama drobyň bitin böleginiň yzyndan, başgaça, onuň iň ýokary razrýadynyň öňünde goýulmagyny aňladýar. Şeýlelikde, sanyň diňe drob bölegini (sanly bölegini) goramak mümkin, bitin bölegiň razrýadynda goşmaça informasiýany ýazmaly.

Sanlaryň položitel we otrisatel bolýandyklary üçin, maşyn şekillendirmede format (razrýad gözenegi) alamat bölegine we san meýdançasyna bölünýär (*1.1-nji a surat*).

Alamat böleginde sanyň alamaty hakda maglumat ýazylýar. Položitel sanyň «+» belgisiniň ýerine 0 simwoly şekillendirmäni, otrisatel sanyň «–» belgisiniň ýerine 1 simwoly şekillendirmekligi kabul edilýär.



1.1-nji surat. Sanlaryň fiksirlenen oturly formada aňladylyşy

Sanlaryň ýüzýän oturly formada aňladylyşy.

$$A = m_A P_A \qquad (1.2)$$

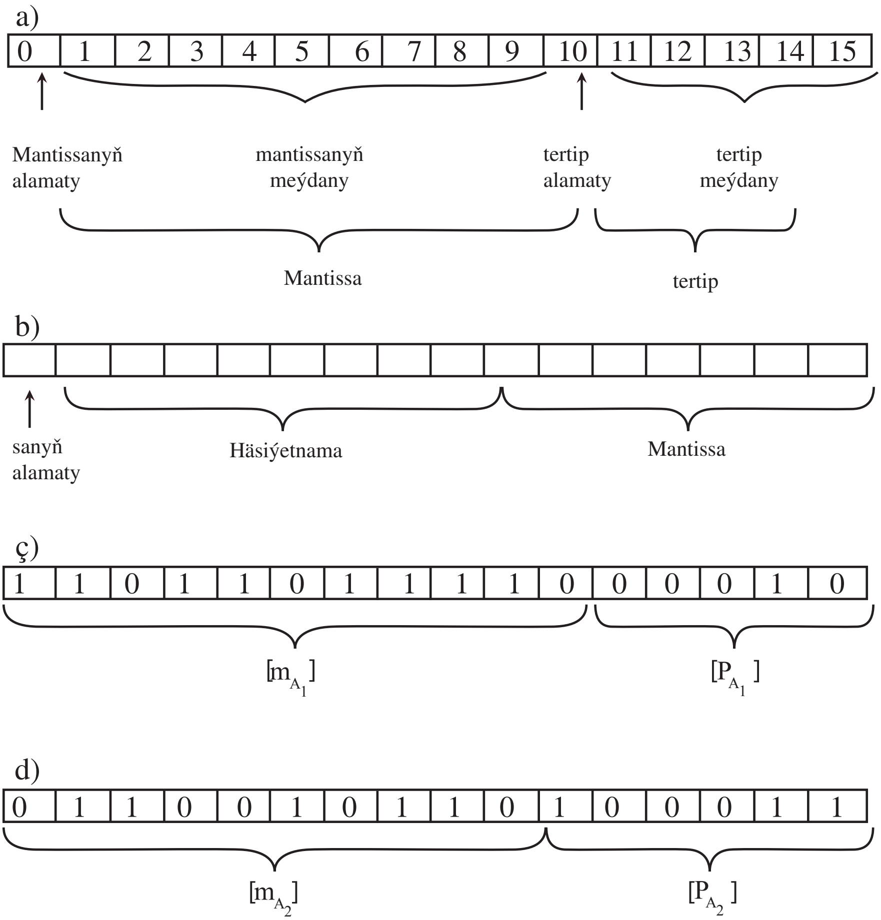
bu ýerde: m_A – sanyň mantissasy; P_A – A sanyň tertibi (sanyň häsiýetnamasy).

Öň şekillendirilişlerinden görnüşi ýaly, sanyň bu aňladylyşy bir bahaly däl. Mundan gaçmak üçin, birnäçe çäklendirmeler girizilýär. Köp ýaýran we amatly çäklendirmeleriň biri aşaky görnüşli çäklendirmedir:

$$q^{-1} \leq |m_A| < 1, \qquad (1.3)$$

bu ýerde: *q* – hasaplama ulgamynyň esasy.

(1.3) şert adalatly bolan sanlaryň aňladylan formasyna sanlaryň aňladylyşynyň normal formasy diýilýär. Bu şert ikilik ulgamy üçin, $q^{-1}=0{,}1 \leq |m_A| < 1$ bolar.



1.2-nji surat. Ýüzýän oturly formada sanlaryň aňladylyşy

Bu ýagdaý üçin, mantissanyň absolýut ululygy q^{-1}-den 1- q^{-n}-e çenli çäkde ýerleşýänligi sebäpli (bu ýerde *n* – alamatsyz mantissany şekillendirmek üçin razrýadyň sany), sanyň razrýadlarynyň ýerleşiş ýagdaýlary onuň awtomat şekillendirmekde hemişelik däl. Şonuň üçin, sanyň aňladylyşynyň şeýle formasyna başgaça ýüzýän oturly aňladylyş formasy hem diýilýär.

Ýüzýän oturly sanyň maşyn şekillendiriş formasy alamat bölegi, mantissa we tertip üçin meýdanlary hökman saklamaly (*1.2-nji (a) surat*). Sanyň (mantissanyň) alamaty we tertibiň alamaty ýa-da häsiýetnamasy üçin ýörite razrýadlardan bölünip berilýär (*1.2-nji (a,b) suratlar*).

Fiksirlenen oturly sanlar üçin, alamatlaryň kodlanyşy öň görkezilendäki ýaly saklanyp galýar.

Ýüzýän oturly formada sanlaryň ýazylyş mysalyna seredeliň. Goý, sanly awtomatyň razrýad gözeneklerine (*1.2-nji surat*) A_1 = - 10110,1111 we A_2= +0,00011001011 ikilik sanlary ýazmaly bolsun. Ilki bilen, bu sanlary normal formada ýazmak zerur.

Sanlaryň tertibini, bu sanlar üçin (1.3) şert ýerine ýeter ýaly ýagdaýda saýlamaly, ýagny:

$A_1 = - 0{,}101101111 \cdot 2^{+5}$ we $A_2 = +0{,}11001011 \cdot 2^{-3}$,

$m_{A_1} = - 0{,}101101111$, $m_{A_2} = 0{,}11001011$,

$P_{A_1} = 2^{+5}$, $P_{A_2} = 2^{-3}$,

çünki:

$q^{-1}=0{,}1 \leq |m| = 0.101101111 < 1$;

$q^{-1}=0{,}1 \leq |m| = 0.101101111 < 1$.

Olar hökmany suratda ikilik hasaplaýyş ulgamynda ýazylmalydyr.

Tertibi şekillendirmek üçin bäş sany sanly razrýadlar we bir razrýad alamat üçin bölünip berilýänligi sebäpli, olaryň maşyn şekillendirmeleri aşakdaky görnüşde bolarlar:

$[P_{A_1}]$= 000101;

$[P_{A_2}]$= 100011.

Mantissalarynyň maşyn şekillendirmeleri degişlilikde:

$[m_{A_1}]$=1,101101111;

$[m_{A_2}]$=0,11001011

bolar.

A_1 we A_2 sanlaryň ýüzýän oturly formasy şekillendirilişi 1.2-nji (*ç,d*) suratda şekillendirilendir.

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. A=121 onluk sany ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

2. A_2=10001010111,01 ikilik sany onluk hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

3. A=135,636 onluk sany oturdan soň bäş bellige çenli takyklykda ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

4. A=10^{11} onluk sany şekillendirmek üçin ikilik razrýaddan näçesi gerek bolar?

5. A_2=10111011 ikilik sany esasyna bölmek usuly bilen, onluk hasaplaýyş ulgamyna geçmeli.

6. A_8=345,766 sekizlik sany ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçmeli.

7. A=79,346 onluk sany ikilik – onluk formada ýazmaly.

8. $A=63\frac{9}{64}$ onluk droby ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

9. $A_8= 63\frac{3}{40}$ sekizlik droby ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

10. A_8=325 sekizlik sany üçlük hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

11. A_8= 15,647 sekizlik sany, ikilik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

12. A_3=1211 üçlük sany bäşlik hasaplaýyş ulgamyna geçirmeli.

13. Aşakdaky sanlaryň içinden fiksirlenen oturly formadaky sanlary saýlaň:

11,011101; -101,1000111; 0.001101; -0,11101; 1,1010101; -0,001; -1,01; 0,11111110; 1100; -10011; -0.100101; 110.01.

14. Sanlary ýüzýän oturly formada aňlatmaly:

1011.011; -110001,1; -0,000101; 0.0010111; 0,0111101; 10,11; 11101,11011; 10110.1; 11110,111001; -110001,0001; 10.1001; 0,01; -0,01; 1,010; -1,11001; 0,0000001; -0,00000001; 10000.

15. Sanlary ýüzýän oturly formada aňlatmaly:

0,0111; - 0,1011; 11110,0001; 111,101001; -0,01001; 1110.1; 11110,1; -111111,00011;-110101,0000001; 1111101,0101; 110,1111; -101111,11101; 100000,100001; -111111,1.

II BAP. IKILIK JEMLEÝJIDE–SANLARYŇ GOŞULYŞY

§2.1. Ikilik arifmetikanyň resmi düzgünleri

Ikilik ulgamyň meşgurlygy arifmetiki amallary ýerine ýetirmegiň ýönekeý bolmagy bilen kesgitlenýär.

goşmak	*aýyrmak*	*köpeltmek*
0+0=0	0-0=0	$0\cdot0=0$
0+1=1	1-0=1	$0\cdot1=0$
1+0=1	1-1=0	$1\cdot0=0$
1+1=(1)0	0-1=(1)1	$1\cdot1=1$
uly razrýada geçirme	uly razrýaddan alnan karz	

Islendik EHM-iň arifmetiki - logiki gurluşynyň esasynda summator-goşujy ýa-da aýryjy goýlan bolmagy mümkin. Iki ýagdaýda-da arifmetiki amallaryň ýerine ýetirilişleriniň algoritmleri işlenen bolmaly.

Arifmetiki amallar ýerine ýetirilende hemişe iki ýa-da ondan hem köp sanlar gatnaşýarlar. Arifmetiki amalyň netijesinde täze bir san emele gelýär:

$$C=A \nabla B. \quad (2.1)$$

Bu ýerde: ∇ - arifmetiki amalyň belgisi – goşmak, aýyrmak, köpeltmek, bölmek belgisi.

Operand – bu san, ýagny sanly awtomat tarapyndan ýerine ýetirilende arifmetiki operasiýa gatnaşýan san.

Sanly awtomat sanlaryň diňe maşyn şekillerinde amallary ýerine ýetirýär, şonuň üçin, sanyň iň soňkusy operand hasabynda çykyş edýär. Şeýlelikde, maşyn ýazgylary üçin (2.1) aňlatmanyň has dogry ýazgysy aşakdaky görnüşde bolýar:

$$[C] = [A] \nabla [B]. \quad (2.2)$$

Bu ýerde: [ ] – operandlaryň maşyn şekiliniň belgilenişi.

Goşmagyň we aýyrmagyň arifmetiki amalynyň ýerine ýetirilişiniň resmi düzgünlerine operandlaryň razrýadlar derejesinde seredeliň.

Ikilik arifmetikasynyň düzgünleriniň esasynda, ikilik sifrleriň goşulyşynyň düzgünlerini ýazmak bolar. Bu düzgün 2.1-nji tablisada görkezilendir, bu ýerde: a_i, b_i – degişlilikde A we B operandlaryň maşyn ýazgylarynyň i-nji razrýady; c_i – goşmagyň netijesi (jem); H_i – berlen razrýadlardan goňşy uly razrýada geçirmek.

2.1–nji tablisa

a_i	b_i	c_i	H_i
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ikilik ýarym jemleýji (polusummator) – bu 2.1-nji tablisada görkezilen düzgün boýunça arifmetiki amallary ýerine ýetirýän gurluşdyr.

Iki razrýad goşulanda geçirijide birligiň ýüze çykmagy, ikilik sifrleri goşmagyň düzgünlerini birneme üýtgedýär (*2.2-nji tablisa*).

2.2-nji tablisa

a_i	b_i	H_{i-1}	c_i	H_i
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

Ýokarda beýan edilenleri umumylaşdyryp, A we B operandlar goşulanda, razrýadlar boýunça amallaryň düzgünini aşakdaky ýaly ýazmak bolar:

$$a_i+b_i+H_{i-1}= c_i+H_i$$

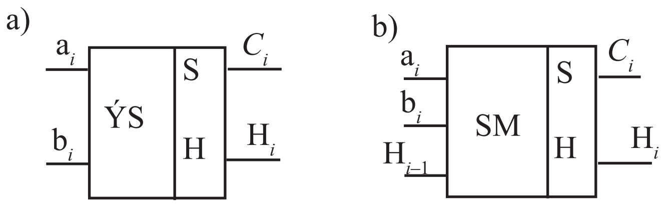
bu ýerde: a_i, b_i 1-nji we 2-nji goşulyjylaryň, degişlilikde, i-nji razrýadlary;

H_{i-1} – (i-1)-nji razrýaddan geçirilen; (H-huş sözüniň baş harpy alyndy);

H_i– i-nji razrýaddan (i+1)-nji razrýada geçirilen (geçirilenler 0 ýa-da 1 bahalary kabul edýärler).

Ikilik jemleýji (summator) – bu 2.2-nji tablisada görkezilen düzgünler boýunça arifmetiki amallary ýerine ýetirýän gurluşdyr.

Ikilik ýarym jemleýjiniň (polusummatoryň) we jemleýjiniň (summatoryň) şertli belgilenilişi 2.1-nji suratda görkezilendir.



2.1-nji surat. Şertli belgilenmeler:
a) ýarymjemleýji (polusummator); b) jemleýji (summator).

Ikilik arifmetikanyň düzgünleriniň esasynda ikilik sifrleriň aýyrmak düzgünlerini ýazmak bolar, ol bolsa 2.3-nji tablisada görkezilendir.

2.3-nji tablisa

a_i	b_i	c_i	K_{i+1}
0	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
0	1	1	-1

Bu ýerde: a_i-kemelijiniň i-nji razrýady; b_i-kemeldijiniň i-nji razrýady; c_i-tapawudyň i-nji razrýady; K_{i+1}-uly razrýaddan alnan karz.

Karz uly razrýaddan birligi kemeltmek bilen deň güýçli. Goňşy uly razrýaddan birlik karzy hasaba almak bilen ikilik sifrleri aýyrmagyň düzgünlerini ýazmak bolar, çünki, 2.4-nji tablisada görkezilen (karzy geçirmeden tapawutlandyrmak üçin öňünde minus alamat goýlan).

2.4-nji tablisa

a_i	b_i	K_i	c_i	K_{i+1}
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0
0	1	0	1	-1
0	0	-1	1	-1
1	0	-1	0	0
1	1	-1	1	-1
0	1	-1	0	-1

Eger A – kemeliji (1-nji operand), B- kemeldiji (2-nji operand) bolsa, onda razrýadlar boýunça amal:

$$a_i - b_i + K_i = c_i + K_{i+1}$$

deňlik görnüşinde bolar. Bu ýerde: a_i, b_i, c_i- i-nji razrýadyň, degişlilikde, kemelijisi, kemeldijisi we tapawudy;

K_i – i-nji razrýaddan kiçisinden karz;

K_{i+1}-uly, (i+1)-nji razrýada karz.

Ikilik aýryjy – bu 2.4-nji tablisada görkezilen düzgün boýunça arifmetiki amalyň ýerine ýetiriji gurluşydyr.

Tehniki ýerine ýetiriliş nukdaýnazardan, iki elektrik signalyny biri-birinden aýranyňdan olary goşanyň amatly. Şonuň üçin, aýyrmagy ikilik jemleýjiler arkaly amala aşyrmak amatly bolýar. Umuman, ikilik jemleýjiler islendik EHM-leriň esasy gurluşy bolup durýar. Bularyň kömegi bilen aýyrmak, köpeltmek, bölmek we başga arifmetiki amallary ýerine ýetirmek üçin, degişli algoritmleriň düzülmekleri zerur bolup durýar.

§2.2. Otrisatel sanlaryň aňladylyşy

Ikilik jemleýjiniň kömegi bilen aýyrmak operasiýany ýerine ýetirmegiň bir usuly kemeldijiniň alamatyny ters alamata çalşyp, kemelijiniň üstüne goşmak bolup durýar:

$$A\text{-}B=A+(\text{-}B). \qquad (2.5)$$

Şunuň bilen, aýyrmagyň arifmetiki amaly goşmagyň algebraik amaly bilen çalyşýar. Iň soňundan esasy amal ikilik jemleýji bolup galýar. Şeýle sorag ýüze çykýar: *nädip otrisatel sanlary awtomatda aňlatmaly?*

Otrisatel sanlary maşynda aňlatmak üçin, göni, goşmaça, ters kodlar peýdalanylýar.

Bu kodlaryň fiksirlenen oturly formada aňladylan sanlar üçin ulanylyşyna seredeliň.

Bellik. Beýan etmesi ýönekeý bolar ýaly, mundan beýläk moduly boýunça 1-den kiçi sanlara seretjekdiris. Bu bolsa masştab koeffisiýenti hasaplamakda has oňaýly ýönekeýleşdirmäge mümkinçilik berer.

Sanyň göni kody. A=–0, $a_1a_2\ldots a_n$ sanyň göni kody maşyn aňladylyşy $[A]_{gn} = 1, a_1a_2\ldots a_n$ görnüşde bolan sandyr.

Kesgitlemä görä, göni kodda otrisatel sanlaryň ähli razrýadlary üýtgemän galyp, alamat bölegine birlik ýazylýar.

Mysal üçin, eger A=–0,101110, onda $[A]_{gn}$=1,101110 bolar.

Göni kodda položitel sanlar özüniň şekillerini üýtgetmeýärler. Mysal üçin, eger A=0,110101 bolsa, onda $[A]_{gn}$=0,110101 bolar.

Göni kodda sanly gurluşyň razrýad gözeneginde sanyň absolýut ulylygy boýunça aşakdaky ýaly maksimal sany ýazmak bolar:

3. Sargyt № 1177.

$$A_{\text{gön max}} = 0{,}111...1 = 1-2^{-n},$$

bu ýerde: n - sanly gurluşyň razrýad gözenegindäki razrýadlaryň mukdary. Göni kod üçin maşyn şekiliň diapazon üýtgeýiş çägi:

$$-(1-2^{-n}) \leq [A]_{gn} \leq 1-2^{-n}.$$

Sanlary göni koda özgertmegiň düzgünini aşakdaky görnüşde beýan etmek bolar:

$$[A]_{gn} = \begin{cases} A, \mathit{eger}\ A \geq 0 \\ 1 + |A|, \mathit{eger}\ A < 0\ \mathit{bolsa}. \end{cases} \quad (2.6)$$

Sanyň goşmaça kody. $A=-0, a_1 a_2 \ldots a_n$ sanyň goşmaça kody - maşyn aňlatmasy $[A]_{gş} = 1, \overline{a_1}\,\overline{a_2}\ldots\overline{a_n}$ bolup, onuň üçin eger $a_i = 1$ bolsa, $\overline{a_i} = 0$, eger $a_i = 0$ bolsa, $\overline{a_i} = 1$ bolan, ýöne iň soňky manyly razrýadda $a_k = 1$ üçin $\overline{a_k} = 1$ bolan sandyr.

Mysal üçin, A=–0,101110. Bu san üçin iň soňky manyly razrýad $a_5 = 1$,onda $\overline{a_5} = 1$. Şeýlelikde, sanyň goşmaça kody $[A]_{gş}$=1,010010 bolar.

Goşmaça kod hasaplaýyş ulgamynyň esasynyň matematiki doldurgyjy bolýar:

$$|A|+[A]_{gş}=q. \quad (2.7)$$

Bu ýerde: |A| A sanyň absolýut ululygy.

Ýokardaky mysalda:

$$\begin{array}{l} |A| = 0{,}101110 \\ + \\ [A]_{gş} = 1{,}010010 \\ \hline q = 10{,}000000=2_{10}. \end{array}$$

Položitel sanlarda goşmaça koduň öz şekilini üýtgetmeýänligi sebäpli, goşmaça koda geçmegiň düzgünini aşakdaky ýaly beýan etmek bolar:

$$[A]_{gş} = \begin{cases} A, \mathit{eger}\ A \geq 0\ \mathit{bolsa}; \\ q + A, \mathit{eger}\ A < 0\ \mathit{bolsa}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Bu ýagdaýda maksimal goşmaça san $(1-2^{-n})$-e deň bolar. Iň uly otrisatel sany goşmaça kodda şeýleräk aňlatmak bolar. Iň uly otrisatel san $A^{/}$=–0,111...11 diýip güman edeliň. Onda bu sanyň goşmaça koddaky şekili $[A^{/}]_{gş}$=1,000...01 bolar. Eger $A^{/}$ sanyň iň soňky razrýadyna birlik goşulsa, netijede –1,000...0 bolar. Bu sany kanuna laýyk özgerdip, $[A^{/}]_{gş\ min}$ =1,000...00 alarys.

Şeýlelikde, ýokarky razrýadynyň öňünde otur bilen fiksirlenen sanlaryň görnüşi üçin goşmaça kodda sanlaryň maşyn şekiliniň üýtgeme diapazony:

$$-1 \leq [A]_{gş} \leq (1-2^{-n})$$

bolar. Bitin sanlary goşmaça kodda aňladylanda (2.7) formula aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$|A| +[A]_{gş} = q^{k+1}. \qquad (2.9)$$

Bu ýerde: k-bitin sanyň maşyn şekilinde aňladylandaky bitin böleginiň razrýadlarynyň sany (k=0;1;2;...).

Mysal üçin:

A=–101101 (razrýadynyň sany k=6)

Bu bitin sanyň goşmaça kodda maşyn şekillenmesi: $[A]_{gş}$=1010011. Onda (2.9) formuladan alarys:

$|A|+[A]_{gş}=101101+1010011=10000000_2=2^7$

$(2^0=1_{10}=1_2;\ 2^1=2_{10}=10_2;\ 2^2=4_{10}=100_2;\ 2^3=8_{10}=1000_2;...)$

Şeýlelikde, (2.7) formula k=0 bolanda (2.9) formulanyň hususy haly bolýar.

Sanyň ters kody. $A=-0,a_1a_2\ldots a_n$ sanyň ters kody – maşyn aňlatmasy $[A]_{tr}=1,\ \overline{a_1},\overline{a_2}...\overline{a_n}$ bolup, onuň üçin $\overline{a_i} = 0$, eger $a_i = 1$ we tersine, $\overline{a_i} = 1$, eger a_i=0 bolan sandyr.

Kesgitlemeden ikilik sanyň ters kody bu sanyň inwersiýa aňladylyşynyň bolýandygy gelip çykýar. Berlen sanyň ähli razrýadlary inwersion ters bahany kabul edýär, ýagny sanyň ähli nollary birlik bilen, ähli birlikleri bolsa, nol bilen çalşyrylýar. Muňa başgaça inwersiýa diýilýär. Mysal üçin, eger A=–0,101110 bolsa, onda $[A]_{ters}$=1,010001 bolar.

Şeýlelikde, uly razrýadynyň öňünde fiksirlenen oturly formada berlen sanyň ters kody üçin aşakdaky deňlik dogrudyr:

$$|A|+[A]_{tr}=q-q^{-n}, \qquad (2.10)$$

Bu ýerde: $|A|$ A sanyň absolýut ululygy; n-şekillendirilen sanyň oturdan soňky razrýadlarynyň sany; q-hasaplaýyş ulgamynyň esasy ($q=2_{10}=10_2$).

Sany ters koda özgertmegiň düzgünini aşakdaky ýaly beýan etmek mümkin:

$$[A]_{tr} = \begin{cases} A, eger\ A \geq 0 \\ q - q^n + A, eger\ A < 0\ bolsa. \end{cases} \tag{2.11}$$

(2.7) we (2.10) deňlikleri deňeşdirip, alarys:

$$[A]_{gş}=[A]_{tr}+q^{-n}. \tag{2.12}$$

(2.12) gatnaşyk otrisatel sanlaryň goşmaça kodyny almak üçin şeýle görnüşde peýdalanylýar: ilki bilen, berlen sanyň sifrli bölegini inwertirleýärler, netijede onuň ters kody alynýar; soňra, alnan sanyň sifrli böleginiň iň kiçi razrýadyna birlik goşulýar we şeýlelikde, berlen sanyň goşmaça koddaky şekili alynýar.

2.1-nji mysal. A=–0,111000 sanyň ters we goşmaça kodlaryny tapmaly.

Çözülişi. Ters koduň kesgitlemesini peýdalanyp alarys:

$$[A]_{tr}=1,000111.$$

Sanyň goşmaça koduny tapmak üçin alnan şekiliniň kiçi razrýadyna birlik goşarys:

$$\begin{array}{r} 1,000111 \\ +\quad\quad\quad 1 \\ \hline [A]_{gş}=\ 1,001000 \end{array}$$

Jogaby: $[A]_{tr}=1,000111$; $[A]_{gş}=1,001000$.

Ýokarda getirilen mysaldaky A=–0,101110 sanyň goşmaça koda öwrülişini aşakdaky ýaly ýazyp görkezmek has amatly bolar:

$[A]_{tr}=1,010001$

$[A]_{gş}= 1,010001+0,000001 =1,010010,$

ýa-da:

$$\begin{array}{r} [A]_{gş}=\ 1,010001 \\ +\quad\quad\quad 1 \\ \hline 1,010010 \end{array}$$

Bellik. Sanyň maşyn şekilinden hakyky şekiline (tersine) geçilende, tersine amallar ýerine ýetirilýär, ýöne goşmaça kodda iň soňky manyly razrýada ýene-de 1 goşulýar (aýrylmaýar).

$[A]_{gn}$=0,1110101, A= 0,1110101;
$[A]_{gn}$=1,1110101, A= –0,1110101;
$[A]_{tr}$=0,1110101, A= 0,1110101,
$[A]_{tr}$=1,1110101, A= –0,0001010;
$[A]_{gş}$=0,1110101, A= 0,1110101;
$[A]_{gş}$=1,1110101, A= –0,0001011.

Ters kodda $[A]_{tr\ max}$=0,111…1=1-2^{-n} maksimal sany we –0,111… 1=–(1–2^{-n}) iň uly otrisatel sany şekillendirmek mümkin, ol $[A]_{tr\ min}$ = =1,000…0 görnüşde ýazylýar.

Sanly awtomatlar taslananda ters kodda noluň birbahaly däl şekillenmelerini göz öňüne tutmak zerur bolýar:

$$\begin{cases} +0 - 0,000...0, \\ -0 - 1,111...1. \end{cases}$$

Sanly awtomatlarda otrisatel sanlaryň dürli usullardaky şekilleriniň peýdalanylmagy, ikilik sanlaryň algebraik goşmak amallary ýerine ýetirilende, köp sanly aýratynlyklaryň şertlendirilmegine sebäp bolýar.

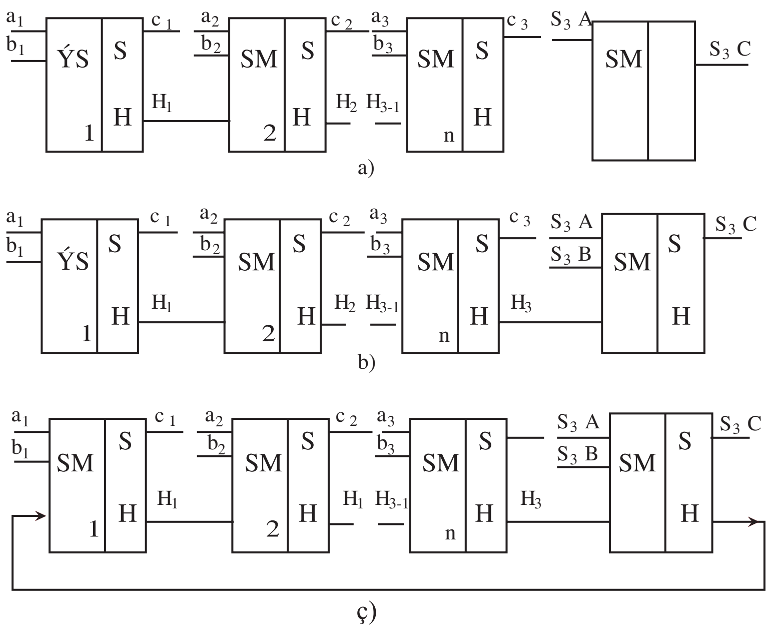
§2.3. Göni kodda ikilik jemleýjide (summatorda) fiksirlenen, oturly aňladylan sanlaryň goşulyşy

Göni kodda ikilik jemleýji (G*n*KIJ(S)) – uly sifriň we alamat razrýadlarynyň arasynda razrýadara geçiş zynjyry bolmadyk jemleýjidir (*2.2-nji (a) surat*).

G*n*KIJ(S)-yň kesgitlemesine görä, diňe birmeňzeş alamatly sanlary goşmak bolýar, ýagny beýle jemleýji bilen algebraik jem amalyny ýerine ýetirmek mümkin däl. Hakykatdan-da, goýberlen operandlar:

$[A]_{gn}=Sg_A, a_1\, a_2 \dots a_n$;
$[B]_{gn}=Sg_B, b_1\, b_2 \dots b_n$

bolsunlar, bu ýerde, Sg_A, Sg_B – degişlilikde A we B sanlar şekillendirilende alamat razrýadyndakylar (*Sg – belgi iňlis sözi bolan «sign» – «alamat» sözünden gelip çykýar*).



2.2-nji surat. Jemleýjiniň gurluş shemasy:
a) göni kodda; b) goşmaça kodda, ç) ters kodda

Eger $Sg_A=Sg_B$ bolsa, onda sanlaryň jemi alamaty iki sanyň islendik biriniň alamatyna, san bölegi bolsa operandlaryň san bölekleri goşulandan soň, netijesine eýe bolar:

$$[A]_{gn}=Sg_A,\ a_1\ a_2\ \dots\ a_n;$$
$$\underline{[B]_{gn}=Sg_B,\ b_1\ b_2\ \dots\ b_n;}$$
$$[C]_{gn}=Sg_C,\ c_1\ c_2\ \dots\ c_n;$$
$$Sg_C=Sg_A=Sg_B.$$

2.2-nji mysal. A=0,1011 we B=0,0100 sanlary göni kodly jemleýjide goşmaly.

Çözülişi:

$$+\frac{\begin{array}{l}[A]_{gn}=0,1011\\ [B]_{gn}=0,0100\end{array}}{[C]_{gn}=0,1111} \qquad +\frac{\begin{array}{l}Sg_A=0\\ Sg_B=0\end{array}}{Sg_C=0}$$

$$Sg_C=Sg_A=Sg_B=0$$

Jogaby: C=0,1111.

2.3-nji mysal. A=–0,0101, B=–0,1001 sanlary göni kodly jemleýjide goşmaly.

Çözülişi:

$$[A]_{gn}=1{,}0101; \qquad [B]_{gn}=1{,}1001;$$

$$\begin{array}{r} Sg_A = 1 \\ +\ Sg_B = 1 \\ \hline Sg_C = 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1{,}0101 \\ +\ 1{,}1001 \\ \hline 1{,}1110 \end{array}$$

$Sg_C=Sg_A=Sg_B=1$ $[C]_{gn}=1{,}1110$.

Jogaby: C=–0,1110.

GnKIJ(S) sanlar goşulanda, operandlaryň absolýut bahalarynyň jemi birden geçmek ýagdaýlarynyň bolmagy mümkin. Şonda awtomatyň razrýad gözenekleriniň ýerleri aşa dolma bolýar. Aşa dolma nyşanyny-jemleýjiniň san böleginiň uly razrýadyndan bir birlik öňe–alamat razrýadyna geçmeli bolýar. Bu bolsa alamaty ýalňyşdyrýar.

Bu ýagdaýda aşa dolmany duýdurýan gurluşy girizmeli bolýar. Aşa dolmany duýdurýan gurluşda signal φ=1 hökmany işleýär we awtomat ýagdaýda maşyn saklama bolýar we aşa dolmadan gaçmak maksady bilen, masştab koeffisiýentlerine düzeldişler girizilýär. Aşa dolma bolmadyk ýagdaýlarda φ=0 bolýar (bular barada heniz durup geçeris).

§2.4. Goşmaça kodda ikilik jemleýjide (summatorda) fiksirlenen, oturly formada aňladylan sanlaryň goşulyşy

Goşmaça kodda ikilik jemleýji (GşKIJ(S)) – bu sanlaryň goşmaça kodda şekillendirilenleriniň operasiýasyny ýerine ýetirýän jemleýjidir.

GşKIJ(S) esasy aýratynlygy, sifrli bölegiň uly razrýadlaryna razrýadlar boýunça geçiş zynjyrlarynyň bolmagyndan ybaratdyr (*2.2-nji (b) surat)*.

GşKIJ(S)-de sanlary goşmak düzgünini kesgitlemezden öň, bu teoremany subutsyz kabul edeliň:

Teorema. Goşmaça kodly sanlaryň jeminiň netijesi goşmaça kodly sandyr.

Teorema razrýad gözenekleriniň artykmaç dolmaklary ýüze çykmaýan ähli ýagdaýlar üçin adalatlydyr. Bu bolsa, ikilik arifmetikanyň düzgünleri boýunça sanlaryň maşyn aňlatmalarynda (şekillerinde) goşmagy ýerine ýetirmäge ýol berýär (*2.2-nji tablisa seret*).

2.4-nji mysal. A=0,1010, B=0,0100 sanlaryň jemini goşmaça kodda jemleýjini peýdalanyp tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekili goşulýar:

$$\begin{array}{l} [A]_{gş}=0,1010 \\ + \\ \underline{[B]_{gş}=0,0100} \\ [C]_{gş}=0,1110 \end{array}$$

Jogaby: C=0,1110.

2.5-nji mysal. A=–0,1011, B=0,0100 sanlaryň jemini goşmaça kodda jemleýjide tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{l} [A]_{gş}=1,0101 \\ + \\ \underline{[B]_{gş}=0,0100} \\ [C]_{gş}=1,1001 \end{array}$$

Jogaby: C=–0,0111.

2.6-njy mysal. A=0,1011, B=–0,0100 sanlaryň jemini goşmaça kodda jemleýjide tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{l} [A]_{gş}=0,1011; \\ + \\ \underline{[B]_{gş}=1,1100} \\ [C]_{gş}=0,0111 \end{array}$$

Jogaby: C=0,0111.

2.7-nji mysal. A=–0,1001, B=-0,0110 sanlaryň jemini goşmaça kodda jemleýjide tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{l} [A]_{gş}=1,0111; \\ + \\ \underline{[B]_{gş}=1,1010} \; . \\ [C]_{gş}=1,0001 \end{array}$$

Jogaby: C=-0,1111.

Bu mysalda alamatlar gabat gelýär, öňe geçmeli ýatdaky 1 hasaba alynmaýar.

§2.5.Ters kodda ikilik jemleýjide (summatorda) fiksirlenen, oturly formada aňladylan sanlaryň goşulyşy

Ters kodda ikilik jemleýji (TKIJ(S)) - ters kodda şekillenen sanlaryň amallaryny amal ediji jemleýjisidir.

TKIJ(S)-iň esasy aýratynlygy, alamat razrýadyndan sifrli bölegiň kiçi razrýadyna aýlawly geçiriş zynjyrynyň barlygydyr (*3.2-nji (ç) surat*).

TKIJ(S)-de sanlary goşmak düzgünini çykarmak üçin aşakdaky teoremany kabul etmek zerurdyr.

Teorema. Sanlaryň ters kodlarynyň jemi netijede ters kodly san bolýar.

Şeýlelikde,TKIJ(S)-de sanlaryň maşyn şekilleri 2.2-nji tablisada getirilen düzgün boýunça goşulýar.

2.8-nji mysal. A=0,0101 we B=0,011 sanlaryň jemini ters koduň jemleýjisini peýdalanyp tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{l} [A]_{tr}=0{,}0101 \\ \underline{[B]_{tr}=0{,}0111} \\ [C]_{tr}=0{,}1100 \end{array}$$

Jogaby: C=0,1100.

2.9-njy mysal. A=–0,0101 we B=0,0111 sanlaryň jemini TKIJ(S) peýdalanyp tapmaly.

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{l} [A]_{tr}=1{,}1010 \\ [B]_{tr}=0{,}0111 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} \underline{10{,}0001} \\ \rightarrow 1 \end{array} \\ [C]_{tr}=0{,}0010. \end{array}$$

Aşa dolmadan emele gelýän 1 iň soňky razrýada goşulýar.

Jogaby: C=0,0010.

2.10-njy mysal. A=0,0101 we B=–0,0111 sanlaryň jemini TKIJ(S)-ini peýdalanyp tapmaly:

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{l}
[A]_{tr}=0{,}0101 \\
[B]_{tr}=0{,}1000 \\
\hline
[C]_{tr}=0{,}1101
\end{array}$$

Jogaby: C=-0,0010.

2.11-nji mysal. A=-0,0101 we B=–0,1000 sanlaryň jemini TKIJ(S)-ni peýdalanyp tapmaly:

Çözülişi. Bu sanlaryň maşyn şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{rl}
 & [A]_{tr}=1{,}1010 \\
+ & [B]_{tr}=1{,}0111 \\
\hline
+ & 1{,}0001 \\
 & 1 \\
\hline
 & [C]_{tr}=1{,}0010
\end{array}$$

Jogaby: C=-0,1101.

Bellik: Mundan beýläk ýazgylaryň ýönekeý bolmagy üçin, netije alnanda şekilli geçiriş göni amala aşyrylýar.

§2.6. Razrýad gözenekleriniň aşa dolmagy

Öň görkezilişi ýaly, fiksirlenen oturly formada aňladylan birmeňzeş alamatly sanlar goşulanda, razrýad gözenekleriniň aşa dolmaklygynyň ýüze çykmagy mümkin.

Razrýad gözenekleriniň aşa dolmagynyň aşakdaky üç nyşanyna seredip geçeliň:

I. Göni kodda jemleýjiniň razrýad gözeneklerinde aşa dolmaklygyň nyşany: sanyň sifr bölegininiň uly razrýadynda birlik geçirmäniň ýüze çykmagy.

Mysal:

1. A=0,1010 we B=0,1101

$$\begin{array}{l}
[A]_{gn}=0{,}1010 \\
\quad\;\; + \\
[B]_{gn}=0{,}1101 \\
\hline
[C]_{gn}\neq 0{,}0111
\end{array}$$

1. ← birlik geçirme

2. A=–0,1100 we B=–0,1010

$$\begin{array}{l}
[A]_{gn}=1{,}1100 \\
\quad\;\; + \\
[B]_{gn}=1{,}1010 \\
\hline
[C]_{gn}\neq 1{,}0110
\end{array}$$

1. ← birlik geçirme

II. Goşmaça kodda jemleýjiniň razrýad gözeneklerinde aşa dolmaklygyň nyşany: položitel sanlar goşulanda netijede otrisatel alamatyň, otrisatel sanlar goşulanda netijede položitel alamatyň emele gelmegi.

Mysal:

3. A=0,1011 we B=0,1010

$$[A]_{gş}=0,1011$$
$$+$$
$$[B]_{gş}=0,1010$$
$$\overline{\phantom{[C]_{gş}\neq1,0101}}$$
$$[C]_{gş}\neq1,0101$$

4. A=–0,1011 we B=–0,1001

$$[A]_{gş}=1,0101$$
$$+$$
$$[B]_{gş}=1,0111$$
$$\overline{\phantom{[C]_{gş}\neq0,1100}}$$
$$[C]_{gş}\neq0,1100$$

III. Ters kodda jemleýjiniň razrýad gözeneklerinde aşa dolmaklygyň nyşany: netijäniň alamaty operandlaryň alamatlaryna garşylykly bolmagy.

Mysal:

5. A=0,0111 we B=0,1101

$$[A]_{tr}=0,0111$$
$$+$$
$$[B]_{tr}=0,1101$$
$$\overline{\phantom{[C]_{tr}\neq1,0100}}$$
$$[C]_{tr}\neq1,0100$$

6. A=–0,0110 we B=–0,1101

$$[A]_{tr}=1,1001$$
$$+$$
$$[B]_{tr}=1,0010$$
$$\overline{\phantom{[C]_{tr}\neq0,1100}}$$
$$[C]_{tr}\neq0,1100$$

Öň belläp geçişimiz ýaly, razrýad gözenekleriniň aşa dolmaklygyny ýüze çykarmak üçin, sanly awtomatyň düzüminde aşa dolmagyň φ signalynyň awtomat işläp ýüze çykarma awtomat enjamyny hökmany suratda göz öňüne tutulmalydyr.

TKIJ(S) we GşIJ(S)-lerde razrýad gözeneklerinde aşa dolmany ýüze çykarmak üçin, sanyň şekiliniň alamat böleginde kömekçi razrýad girizilýär (*2.3-nji sur.*).

Oňa aşa dolma razrýady diýilýär. Sanlaryň şeýle aňladylyşyna modufisirlenen-şekili üýtgedilen aňladylyş diýilýär.

Aşa dolmagyň razrýady:

a) $\downarrow$

Sg_1	Sg_2	1	2	3	...	n-2	n-1	n

Alamat bölegi

san meýdany

b)

0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1

ç)

1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0

2.3-nji surat. Modufisirlenen kodda sanlaryň aňladylyşy:
a) razrýadly gözenek; b) položitel san; ç) otrisatel san.

Şeýlelikde, aşa dolma ýüze çykan ýagdaýynda φ signal aşakdaky şertlerde işläp başlaýar:

$$\begin{cases} Sq_1 \wedge \overline{Sq_2} = 1 \\ \overline{Sq_1} \wedge Sq_2 = 1 \end{cases} \text{ bolsa, onda } \varphi=1,$$

galan ýagdaýlarda $\varphi = 0$.

Bu ýerde we mundan beýläk &, ∧ simwollar logiki köpeltmegi we ýokarsyndaky kese çyzyk: $\overline{Sg_1}$ – DÄL funksiýany aňladýar, $\overline{0}=1$, $\overline{1}=0$. Bular barada kitabyň 2-nji bölüminde giňişleýin öwreniler.

Ýokardaky aşa dolmaklygyň şertleri ýönekeý dilde düşündirilende, *alamat böleginde 01 ýa-da 10 bolmagy alamat razrýadlarynyň aşa dolmaklygyny aňladýar*.

Mysallar:

3a. $[A]^m_{gş}$ =00,1011; $[A]^m_{gş}$ –A operandyň goşmaça kodda modufisirlenen-kämilleşen şekili.

$[B]^m_{gş}$ =00,1010; $[B]^m_{gş}$ – B operandyň goşmaça kodda modufisirlenen şekili. (Derejedäki *m* modufisirlenen şekili aňladýar).

$$+\begin{array}{l} [A]^m_{gş} = 00{,}1011 \\ [B]^m_{gş} = 00{,}1010 \\ \hline [C]^m_{gş} = 01{,}0101 \end{array} \quad , \varphi = 1$$

$$\begin{array}{ll} \text{4a.} & [A]^m_{gş} = 11{,}0101 \\ + & \\ & [B]^m_{gş} = 11{,}0111 \\ \hline & [C]^m_{gş} = 10{,}1100 \quad , \varphi = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{5a.} & [A]^m_t = 00{,}0111 \\ + & \\ & [B]^m_t = 00{,}1101 \\ \hline & [C]^m_t = 01{,}0100 \quad , \varphi = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{6a.} & [A]^m_t = 11{,}1001 \\ + & \\ & [B]^m_t = 11{,}0010 \\ \hline & [C]^m_t = 10{,}1100 \quad , \varphi = 1 \end{array}$$

§2.7.Ýüzýän oturly formada aňladylan sanlary goşmagyň aýratynlyklary

Eýýäm öň bellenip geçilişine görä, ýüzýän oturly formada aňladylan sanlaryň şekili iki bölekden – mantissadan we tertipden ybaratdyr.

Mantissanyň we tertibiň üstünde ýerine ýetirilen algebraik goşmak amalynyň operasiýasy her haýsy üçin dürli bolýar. Şeýlelikde, sanly awtomatda mantissalary işlemek üçin bir gurluşyň, tertipleri işlemek üçin başga bir gurluşyň bolmagy hökmanydyr.

Bize mälim bolşy ýaly, ýüzýän oturly sanlar üçin (1.3) şertiň ýerine ýetmegi adalatlydyr, ýagny: $q^{-1} \leq |m_A| < 1$, q – hasaplama ulgamynyň esasy, m_A – sanyň mantissasy. Bu bolsa, (1.3) şerti kanagatlandyrmaýan islendik netijäni (1.3) şert bilen gabat geler ýaly edilmeginiň hökmanylygyny aňladýar. Şeýle operasiýa, amala – *sany normalaşdyrma* diýilýär.

Sany normalaşdyrma operasiýasy – amaly: (1.3) şertiň ýerine ýetýänligini barlamakdan we mantissanyň şekilini şu ýa-da beýleki tarapa süýşürmekden durýar. Süýşmek – bir razrýad we ondan köp çepe ýa-da saga maşynyň razrýad gözeneleriniň çäginde amala aşyrylýar.

Ýönekeý süýşme – aşakdaky düzgün boýunça ýerine ýetirilýän operasiýa – amaldyr:

Berlen kombinasiýa	Bir razrýad çepe süýşürilen	Bir razrýad saga süýşürilen
$0{,}a_1a_2...a_n$	$a_1{,}a_2a_3...a_n0$	$0{,}0\ a_1...a_{n-1}$
$1{,}a_1a_2...a_n$	$a_1{,}a_2a_3...a_n\alpha$	$0{,}1a_1...a_{n-1}$

Modufisirlenen süýşme – modufisirlenen şekilleriň üstünde aşakdaky görnüşde ýerine ýetirilýän operasiýa – amaldyr:

Berlen kombinasiýa	Bir razrýad çepe süýşürilen	Bir razrýad saga süýşürilen
$00{,}a_1a_2...a_n$	$0a_1{,}a_2a_3...a_n0$	$00{,}0a_1...a_{n-1}$
$01{,}a_1a_2...a_n$	$1a_1{,}a_2a_3...a_n0$	$00{,}1a_1...a_{n-1}$
$10{,}a_1a_2...a_n$	$0a_1{,}a_2a_3...a_n\alpha$	$11{,}0a_1...a_{n-1}$
$11{,}a_1a_2...a_n$	$1a_1{,}a_2a_3...a_n\alpha$	$11{,}1a_1...a_{n-1}$

Bellik. α ululyk koda bagly: goşmaça kod üçin α = 0; ters kod üçin α = 1.

Sany normalaşdyrmada düzgüni bozma – (1.3) şertiň ýerine ýetmezligi bolýar.

(1.3) şert iki deňsizligi saklaýanlygy sebäpli, düzgüni bozma çepde ýa-da sagda bolmagy mümkin.

Sany normalaşdyrmada düzgüni bozma sag γ nyşany (haçan netijede ululyk bire deň ýa-da ondan köp bolanda), jemleýjiniň – alamat razrýadlarynda dürli atly kombinasiýalar bar bolsa ýüze çykýar, ýagny:

$$\gamma = 1, \text{ eger } \mathrm{Sg}_1 \wedge \overline{Sg}_2 = 1 \text{ ýa-da } \overline{Sg}_1 \wedge Sg_2 = 1 \text{ bolsa,} \qquad (3.14)$$

(beýle diýildigi, alamat razrýadlary 10, 01 – dürli bolanda $\gamma = 1$, galan ýagdaýlarda 00, 11 – deň bolanlarynda, $\gamma = 0$), bu ýerde: γ - sany normalaşdyrmada sag nyşan, ol sany hökmany bir razrýad saga süýşürmegi görkezýär.

Sany normalaşdyrmada düzgüni bozma çep δ nyşany (haçan netije absolýut ululygy boýunça 1/q-den kiçi bolsa) – aşa dolma razrýadda we jemleýjiniň sifr böleginiň uly razrýadynda (p_1) birmeňzeş kombinasiýalar bar bolanda ýüze çykýar:

$$\delta = 1, \text{ eger } Sg_2 \wedge p_1 = 1 \text{ ýa-da } \overline{Sg_2} \wedge \overline{p_1} = 1 \text{ bolsa,} \qquad (3.15)$$

(beýle diýildigi, oturyň iki gapdalynda sanlar deň bolsalar: 1,1 we 0,0, δ =1, galan ýagdaýlarda: 0,1 we 1,0 dürli bolanlarynda δ=0), bu ýerde: δ – normalaşdyrmada düzgün bozma nyşany. Ol sany hökman bir razrýad çepe süýşürmegi görkezýär.

Şeýlelikde, sanlary normalaşdyrma operasiýasy: süýşürmek toplumyndan we γ we δ düzgüni bozma nyşanlarynyň barlygyny barlamakdan durýar.

P_A=P_B birmeňzeş tertipli A=$m_A P_A$ we B=$m_B P_B$ sanlaryň goşulyşyna seredeliň. Iki mantissada normalaşdyrma şertleri kanagatlandyrýan bolsunlar.

Mantissalary goşmak degişli jemleýjide fiksirlenen oturly formada aňladylan sanlar üçin, öň aýdylyp geçilen düzgün boýunça amala aşyrylýar.

Eger mantissalary goşmakdan soň, netije normalaşdyrma şerti kanagatlandyrsa, ýagny $\delta = 0$, $\gamma = 0$, onda bu netijä operandlaryň islendiginiň tertibi ýazylýar. Garşylykly ýagdaýda sanlary normalaşdyrma bolup geçýär.

2.12-nji mysal. Eger mantissa we tertip goşmaça kodly jemleýjide işlenilýän bolsa (mantissa üçin alty razrýad, tertip üçin dört razrýad), A = 0.1000×2^{-3} we B = –0.1011×2^{-3} sanlaryň jemini tapmaly.

Çözülişi. Ilki bilen operandlaryň maşyn şekili ýazylýar:

$[m_A]^m_{gş}$ = 00,1000; $[P_A]_{gş}$ = 1101;

$[m_B]^m_{gş}$ = 11,0101; $[P_B]_{gş}$ = 1101.

Soňra, mantissalar goşulýar:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}00{,}1000\\ 11{,}0101\end{array} \\ \hline [m_c]_{gş}^{m} = 11{,}1101 \end{array}$$

Bu ýerde: Sg_2 & p_1=1, ýagny δ=1,ɣ=0, onda mantissany bir razrýad çepe süýşürmek zerur:

$[m_c^/]^m_{gş}$ =11,1010, (δ=1, ɣ=0).

Şol bir wagtyň özünde çepe süýşürmek bilen, tertibe düzediş girizmek gerek, ýagny onuň ulylygyny bir birlik kemeltmeli: –001 (ol goşmaça kodda 1111 sany goşmak bilen deň güýçlüdir):

$$\begin{array}{ll} [Pc]_{gş} & = 1,101 \\ & +\underline{1,101} \\ [Pc^{/}]_{gş} & = 1,100 \end{array}$$

Süýşürmeden soň hem täzeden δ = 1, onda ýene-de bir gezek çepe süýşürmegi we tertibe düzediş girizmegi amala aşyrmaly:

$[m^{//}]^{m}_{gş}$ = 11,0100,(δ=0, ɣ=0)

$$\begin{array}{ll} [Pc^{/}]_{gş} & = 1,100 \\ & +\underline{1,111} \\ [Pc^{//}]_{gş} & = 1,011 \end{array}$$

δ nola deň bolmasa, çepe süýşürmek dowam etdirilip gidiler oturylar. Şeýlelikde, $[P_C'']_{gş}$ normalaşdyrma şerti kanagatlandyrýar we netije:

$[m_C'']^{m}_{gş}$ = 11.0100

$[P_C'']_{gş}$=1011

Jogaby: C = -0.1100×2^{-5}.

2.13-nji mysal. A = –0.1100×2^4 we B = –0.1000×2^4 eger, sanlar ters kodda jemleýjide goşulýan bolsalar (mantissa üçin alty razrýad we tertip üçin dört razrýad), sanlaryň jemini tapmaly.

Çözülişi.

$[m_A]^{m}_{tr}$ =11.0011; $[P_A]$=$[P_B]_{tr}$=0100

$[m_B]^{m}_{tr}$ =11.0111.

Soňra mantissalar goşulýar:

$$+\begin{array}{l} 11,0011 \\ \underline{11,0111} \end{array}$$

$[m_c]^{m}_{tr}$ =10.1011 (δ=0, γ =1).

Bu ýerde normalaşdyrmanyň sag düzgün bozulmasy bolup geçdi we netijäniň mantissasyny bir razrýad saga süýşürme kämilleşdirmäni – modufikasiýany talap edýär:

$[m_c']_{tr}^{m} = 11.0101$ ($\delta = 0$, $\gamma = 0$).

Şol bir wagtyň özünde süýşme bilen netijäniň tertibine +0.001 düzediş girizilýär ýa-da $[P_c']_{tr}$= 0100+0001=0101 netijede gutarnykly netije alynýar.

Jogaby: C = –0.1010×2^{+5}.

Ýüzýän oturly formada aňladylan sanlary goşmagyň has umumy ýagdaýyna, haçanda olaryň tertipleri bir-birine deň bolmadyk ýagdaýyna seredeliň, ýagny $P_A \neq P_B$. Sanlary goşmak amaly üçin, operandlaryň razrýadlarynyň bir-biri bilen gabat gelmegi zerur şert bolup durýar. Onda ilki bilen olaryň tertiplerini deňlemeli. Onuň üçin goşulyjylaryň birini wagtlaýyn normalaşma düzgünini bozma çekmeli bolýar. Tertibini deňlemek – tertibi kiçini $\Delta P = |P_A - P_B|$ san ulaltmagy aňladýar, ol bolsa kiçi sanyň mantissasyny saga ΔP deň bolan mukdarda süýşürmäni aňladýar.

Şeýlelikde, sanly awtomatyň iki operandyň haýsysynyň kiçidigini özbaşdak kesgitlemegi hökman. Ony $P_A - P_B$ tapawudyň alamaty görkezer: $P_A \geq P_B$ položitel alamat, $P_A < P_B$ bolsa otrisatel alamat bolar.

Ýüzýän oturly formada sanlary goşmak we aýyrmak amallary häzirki zaman maşynlaryň ählisinde ýokarda görkezilen düzgünler boýunça amala aşyrylýar.

2.14-nji mysal. $A = 0.1011 \times 2^{-2}$ we $B = -0.1001 \times 2^{-3}$ sanlary goşmaly.

Mantissa we tertip ters kodda jemleýjilerde işlenip geçilmeli (mantissa üçin alty sany ikilik razrýad we tertip üçin dört ikilik razrýad).

Çözülişi: Ilki bilen sanlary maşyn şekillerde ýazmaly we olaryň ikisinden haýsysynyň tertibiniň uludygyny anyklamaly:

$[m_A]_{tr}^{m} = 00.1011$; $[P_A]_{tr} = 1101$

$[m_B]_{tr}^{m} = 11.0110$; $[P_B]_{tr} = 1100$

$[\Delta P]_{tr} = [P_A]_{tr} - [P_B]_{tr}$.

$-[P_B]_{tr}$ ululygy $[\overline{P_B}]_{tr}$ bilen belläliň, bu bolsa, P_B sanyň alamatyny tersine üýtgetmäni aňladar, ýagny $[\overline{P_B}]_{tr}$=0011 bolar. Onda:

$[\Delta P]_{tr} = [P_A]_{tr} + [\overline{P_B}]_{tr} = 1101 + 0011 = 0001$.

ΔP ululyk položitel, onda $P_A > P_B$. Şeýlelikde, *B* sanyň mantissasyny ΔP deň bolan mukdaryça razrýad saga süýşürmeli, ýagny bir razrýad: $[\overrightarrow{m_B}]_{tr}$=11.1011 (süýşme – modufisirlenen, m_B simwolyň üstündäki ugur belgisi süýşmäniň degişli tarapyny görkezýär). Indi operandlaryň tertibi deň boldy, galan ýerine ýetirmeler 3.12-nji mysalda seredilen yzygiderlige meňzeşlikde amala aşyrylmaly.

Mantissalaryň şekilleri goşulýar:

$$[m_A]^m_{tr} = 00,1011$$
$$+$$
$$\underline{[\overrightarrow{m_B}]^m_{tr} = 11,1011}$$
$$[m_C]^m_{tr} = 00,0111\,(\delta = 1, \gamma = 0).$$

Mantissany normalaşdyrmak amala aşyrylýar (δ=1) we tertibe degişli düzedişler ýerine ýetirilýär:

$[m_c']^m_{tr}$ =00.1110 (δ=0, γ =0).

$[P_c']_{tr}$=1101+1110=1100 (bu ýerde ters koddan geçende: 1110 → -001=–1_{10}; 1101→ –010=–2_{10}; 1100→ –011=-3).

Normalaşdyrmada düzgün bozulma ýok, şonuň üçin gutarnykly netijäni alarys.

Jogaby: C = 0,1110×2^{-3}.

2.15-nji mysal. m_A=100110; X_A=101; m_B= -111001; X_B=011 fiksirlenen nokatly formada berlen *A* we *B* sanlary goşmaly.

Goşmak amalyny ýerine ýetirmek üçin, alamaty bilen mantissa üçin ýedi bite, alamaty bilen – häsiýetnamasy üçin dört bite eýe bolan goşmaça kodda jemleýjini peýdalanmaly.

Çözülişi. Ilki bilen mantissalary maşyn şekilde ýazalyň:

$[m_A]^m_{gş}$ =00,100100;

$[m_B]^m_{gş}$ =11.000111.

Häsiýetnamalary deňeşdireliň:

ΔX=$[X_A]_{gş}$ – $[X_B]_{gş}$=0.101+1.101=0.010.

Häsiýetnamalaryň tapawudy- položitel: ikinji tertip birinjiden 2 birlik kiçi. Şeýlelikde, ikinji sanyň mantissasy iki birlik süýşürilýär (süýşürme- modufisirlenen) we şondan soň mantissalar goşulýar, jemiň häsiýetnamasy bolsa:

$[X_C]_{gş} = [X_A]_{gş} = 0{,}101$ bolar.

$[\overrightarrow{m}_B]^m_{gş} = 11.110001$

Mantissalary goşup alarys:

$$
\begin{array}{l}
\quad [m_A]^m_{gş} = 00{,}100100 \\
+ \\
\quad \underline{[\overrightarrow{m}_B]^m_{gş} = 11.11+0001\qquad} \\
\quad [m_C]^m_{gş} = 00.010111 \ (\delta = 1, \gamma = 0)
\end{array}
$$

δ = 1 bolanlygy sebäpli:

$[m_c^{/}]^m_{gş} = 00.101110$ $(\delta = 0, \gamma = 0)$

$[X'_c] = 0.101 + 1.111 = 0.100.$

Jogaby: C = +101110, X_C = 100.

Ýüzýän oturly formada aňladylan sanlary goşmak (aýyrmak) operasiýalary ýerine ýetende, jemleýjiniň tertip razrýad gözeneginde aşa dolmak ýüze çykmagy mümkin: mantissa normal görnüşde dogry bolýar, emma tertip häsiýetnamasy gabat gelmeýär. Şonuň üçin, jemleýjiniň tertip aşa dolma signalyny işlemek zerurdyr.

III BAP. IKILIK SANLARY KÖPELTMEK

§3.1. Ikilik hasaplaýyş ulgamynda köpeltmek amalyny ýerine ýetirmegiň esasy usullary

Ikilik hasaplaýyş ulgamynda köpeltmek amalyny ýerine ýetirmegiň has belli esasy usullary aşakdakylardan ybaratdyr:

1) köpeltmeklik köpeldijileriň kiçi razrýadlaryndan başlanýar:

```
   1101  ——— köpeliji
 x
   1101  ——— köpeldiji
  ------
   1101
 + 0000      hususy köpeltmek
  1101       hasyllary
 1101
 --------
 10101001 ——— köpeltmek hasyly
```

2) köpeltmeklik köpeldijileriň uly razrýadlaryndan başlanýar:

```
    1101  ————  köpeliji
 x
    1101  ————  köpeldiji
    ----
    1101
 +   1101       hususy köpeltmek
     0000       hasyllary
      1101
 --------
 10101001  ————  köpeltmek hasyly.
```

Iki usulda-da hususy köpeltmek hasyllary goşmak amallarynyň yzygider hataryndan durýar. Goşmak operasiýalarynda köpeldijileriň razrýadlary ulanylýar: eger köpeldijiniň razrýadynda birlik bar bolsa, onda hususy köpeltmek hasyllarynyň jemine degişli süýşmek bilen köpeliji goşulýar; eger köpeldijiniň razrýadynda nol bolsa, onda köpeliji goşulma ýa-da degişli süýşme bolýar.

Şeýlelikde, köpeltmek hasylyny almak üçin, sanlary goşmak amalyndan başga-da sany süýşürme operasiýasy hem zerur. Şunlukda, köpelijini süýşürme ýa-da hususy köpeltmek hasyllarynyň jemini süýşürme mümkinçilikleri ýüze çykýar. Bu bolsa köpeltmek amalyny ýerine ýetirmegiň dürli usullary üçin esas bolup durýar.

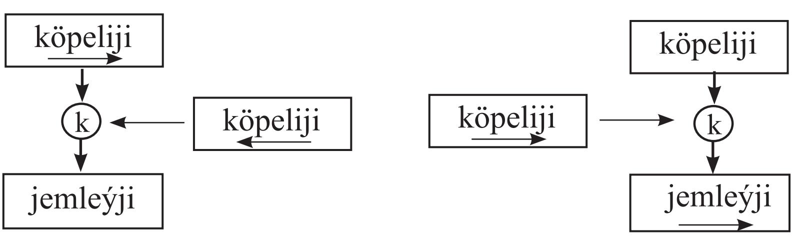
1-nji usul. Goý, A–köpeliji (A>0), B–köpeldiji (B>0), C–köpeltmek hasyly bolsun. Onda sanyň fiksirlenen oturly formada aňladylan ýagdaýynda alarys:

$A=0,a_1a_2...a_n;$

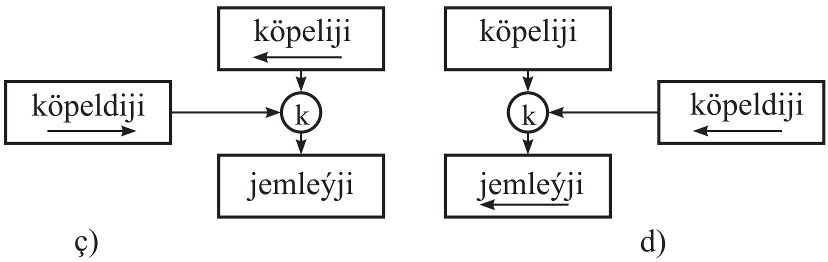
$B=0,\ b_1b_2...\ b_n=b_1\cdot 2^{-1}+b_2\cdot 2^{-2}+...+b_n\cdot 2^{-n}$

Bu ýerden:

$C=A\cdot B=0,\ a_1a_2...a_n\ (b_1\cdot 2^{-1}+b_2\cdot 2^{-2}+...+b_n\cdot 2_n)=(2^{-1}\cdot 0,a_1a_2...a_n)b_1+(2^{-2}\cdot 0,a_1a_2...a_n)b_2+...+(2^{-n}\cdot 0,a_1a_2...a_n)b_n.$ (3.1)



a) b)



3.1-nji surat. Köpeldiji gurluşyň gurluş shemalary

(3.1) deňlikde ýaýyň içindäki 2^{-n} köpeliji, sany n razrýad saga süýşürmäni aňladýar, ýagny bu ýagdaýda köpeliji saga süýşýär we köpeltmeklik ýokary razrýaddan başlanýar.

Seredilen köpeldiji gurluşyň gurluş shemasy 3.1-nji (*a*) suratda görkezilendir.

2-nji usul. Goý, $A=0,a_1a_2...a_n$ –köpeliji we $B=0,b_1b_2...b_n$–köpeldiji bolsun.

Köpeldijini Gorneriň usulyny peýdalanyp, ýeňil özgertmek bolar:

$B=(...((b_n\cdot 2^{-1}+b_{n-1})\cdot 2^{-1}+b_{n-2})\cdot 2^{-1}+...+ b_2)\cdot 2^{-1}+b_1)\cdot 2^{-1}.$

Onda

$$C=A\cdot B=((...((b_n\cdot 0,a_1,a_2...a_n)2^{-1}+b_{n-1}\cdot 0,a_1,a_2...a_n)2^{-1}+... \quad b_2\cdot 0,a_1,a_2...a_n)2^{-1}+b_1\ 0,a_1,a_2...a_n)2^{-1}. \tag{3.2}$$

Bu ýerde köpeldilmek kiçi razrýaddan başlanýar we hususy köpeltmek hasyllarynyň jemi saga süýşýär. Bu usulda amala aşýan köpeltmegiň gurluşynyň gurluş shemasy 3.1-nji (*b*) suratda görkezilendir.

3-nji usul. Goý, $A=0,a_1,a_2...a_n$–köpelýän, we $B=0,b_1,b_2...b_n$–köpeldiji bolsun. Gorneriň usulyny köpeldiji üçin ulanyp, şeýle ýazmak bolar:

$B=2^{-n}(b_1\cdot 2^{n-1}+b_2\cdot 2^{n-2}+...+b_{n-1}\cdot 2^1+b_n\cdot 2^0)=$

$= 2^{-n}(...((b_1\cdot\ 2^1+b_2)2^1+...+b_{n-1})2^1+b_n).$

Bu ýagdaýda

$$C=A\cdot B=2^{-n}(b_n\cdot 0,\ a_1,a_2...a_n+(2^1\cdot 0,a_1,a_2...a_n)b_{n-1}+... \\ ...+(2^{n-1}\cdot 0,a_1,a_2...a_n)b_1). \tag{3.3}$$

Bu bolsa köpeltmek kiçi razrýaddan başlanýar we köpeliji her gezekde çepe bir razrýad süýşmäni aňladýar. Köpeltmek gurluşynyň shemasy 3.1-nji (ç) suratda görkezilendir.

4-nji usul. Goý, $A=0,a_1a_2...a_n$ – köpeliji we $B=0,b_1b_2...b_n$ – köpeldiji bolsun.

Eger B köpeldiji Gorneriň usuly boýunça ýazylsa:

$$C=A\cdot B=2^{-n}(...(2^1(b_1\cdot 0,a_1a_2...a_n)+b_2\cdot 0,a_1a_2...a_n)2^1+...$$
$$...+b_{n-1}\cdot 0,a_1a_2...a_n)2^1+b_n\cdot 0,a_1a_2...a_n), \qquad (3.4)$$

onda köpeltmek uly razrýaddan başlanýar we her taktda hususy köpeltmek hasylynyň jemi çepe süýşýär. Köpeltmegiň gurluş shemasy 3.1-nji (*d*) suratda görkezilendir.

Şeýlelikde, köpeltmek amalyny ýerine ýetirmek üçin, hökmany ýagdaýda jemleýji, köpelijini we köpeldijini ýatda saklamak üçin registrler we köpedijileriň razrýadlarynyň analiziniň shemasy bolmaly. Jemleýji we registrler hökmany ýagdaýda özünde saklaýanlary köpelmegi kabul edilen usulyna gabat gelýän, şu ýa-da beýleki tarapa süýşme zynjyry bolmaly.

(3.1), (3.4) formulalaryň derňewinden iki sanyň köpeltmek prosesi resmi nukdaýnazarda aşakdaky ýaly aňladylyp bilner:

- razrýadlaryň mukdary boýunça köp gezek gaýtalanýan aýlawyň:

$$S_i=S_{i-1}+A\cdot b_i \qquad (3.5)$$

yzygider ýerine ýetirilmegi. Bu ýerde: $S_{i\text{-}1}$, S_i–degişlilikde (i-1) we i ädimlerdäki hususy köpeltmek hasyllarynyň jemi;

-setirleri $A\cdot 2^{-i}$ boýunça, sütünleri b_i boýunça (bu ýerde i nobatdaky razrýadyň nomeri) diagonal matrissanyň agzalarynyň jemi parallel ýerine ýetirilmegi.

Bellik: Mundan beýläk köpeltmek amalyny ýerine ýetirmegiň yzygiderlik esasyna üns beriljekdir.

Iki san takyk köpeldilende köpeltmek hasylynyň sifrleriniň mukdary köpeldijileriň sifrleriniň mukdarynyň iki essesinden köp bolmadyk ýagdaýda köpelýär. Birnäçe sany sanlar köpeldilende köpeltmek hasylynyň sifrleriniň mukdary has köp bolmagy mümkin. Sanly awtomatlaryň gurluşynyň razrýadlarynyň sanynyň gutarnyklylygy jemleýjiniň razrýadlarynyň mukdarynyň maksimal ikeldilmegini çäklendirmäge mejbur edýär.

Jemleýjileriň razrýad gözenekleriniň çäkliliginde köpeltmek amaly ýerine ýetirilende ýalňyşlyklar goýberilýär. Uly giň göwrümli hasplamalarda bir ýalňyşlygyň alamaty üsti-üstüne düşüp, netijede umumy ýalňyşlyk has ösýär. Şonuň üçin, köpeltmegiň netijesini tegeleklemeklik uly ähmiýete eýe bolýar.

Sanlary köpeltmek amallary ýerine ýetirlende razrýad gözeneginiň çäginden daşyna çykmaklyk, diňe kiçi razrýadlar tarapyndan fiksirlenen oturly formada aňladylan sana goýlan çäklendirmede bolmagy mümkin. Köpeltmegiň ähli dört usulynda-da takyk şol bir köpeltmek hasyllary alynýar, ýöne muňa garamazdan, onuň üçin dürli mukdardaky gurluşlar talap edilýär.

§3.2. Göni kodda ikilik jemleýjide (summatorda) fiksirlenen, oturly formada aňladylan sanlary köpeltmek

Goý, maşyn şekilde iki san berilsin:

$[A]_{gn}=Sg_A,a_1a_2...a_n$;

$[B]_{gn}=Sg_B,b_1b_2...b_n$.

Onda olaryň köpeltmek hasyly:

$[C]_{gn}=Sg_C,c_1c_2...c^n$.

Bu ýerde: $Sg_C=Sg_A \oplus Sg_B$,

Sg_A	Sg_B	$Sg_C=Sg_A \oplus Sg_B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

0-položitel alamat;

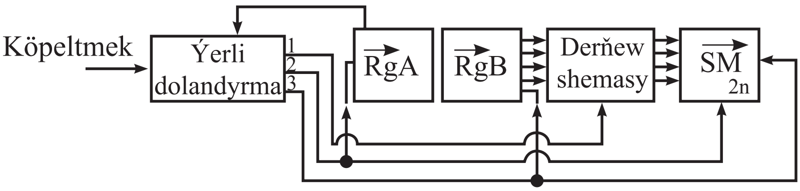
1-otrisatel alamat;

$\oplus$-iki moduly boýunça goşmak belgisi (bu barada soňrak giňden düşünje berler).

Bu amaly ýerine ýetirmekde, amalyň amala aşyryljak (operandlary) we köpeltme usulynyň gurluşynyň gurluş shemalary hökmany berlen bolmaly.

3.1-nji mysal. $[A]_{gn}=1{,}11010$, $[B]_{gn}=0{,}11001$ sanlary köpeltmeli.

Köpeltmek ýerine ýetirilende 2-nji usul we 3.2-nji suratda görkezilen gurluş peýdalanylmaly.



3.2-nji surat. Köpeldiji gurluş

Ýerine ýetirýän gurluşyň ähli hereketleriniň ýazgysy şertli belgileriň kömegi bilen amala aşyrylýar, ýagny:

: = –baha bermek operatory;

[[$\overrightarrow{RgA}$]] - registryň içindäkileri bir razrýad saga süýşürme;

[SM]- summatoryň içi, ýagny onuň saklaýan bahasy;

b.ý.- başdaky ýagdaý.

3.1-nji tablisa

Jemleýji (SM):	Registr (RgB):	Bellikler:
+ 0000000000 11010 1101000000 0110100000	11001	B.ý.: [SM]:=0;[RgA]:= [A′] [RgB]:= [B′] b_5=1; [SM]:= [SM]+[RgA]
0011010000	01100	[$\overrightarrow{RgB}$]; [$\overrightarrow{SM}$];
0001101000	00110	b_4=0; [$\overrightarrow{RgB}$]; [$\overrightarrow{SM}$];
+ 0001101000 11010 1110101000	00011	b_3=0; [$\overrightarrow{RgB}$]; [$\overrightarrow{SM}$]; b_2=1; [SM]:= [SM]+[RgA];
+ 0111010100 11010 10100010100	00001	[$\overrightarrow{RgB}$]; [$\overrightarrow{SM}$]; b_1=1; [SM]:=[SM]+[RgA]; [$\overrightarrow{RgB}$]; [$\overrightarrow{SM}$]
1010001010	00000	soňy

Çözülişi. Köpeltmek hasylynyň alamaty sifr böleginden aýratyn degişlilikde aşakdaky deňlik bilen kesgitlenýär:

$Sg_c=Sg_a \oplus Sg_b = 1 \oplus 0 = 1.$

Sifrli bölegiň alnyşyny bolsa aşakdaky ýazgy görnüşinde görkezmek bolar. Goý, jemleýji alamaty hasaba almazdan 10 razrýada, registr bolsa, alamatsyz 5 razrýada eýe bolsun.

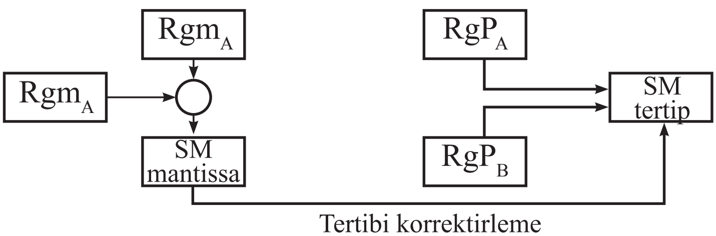
[A′], [B′]-degişlilikde köpelijiniň we köpeldijiniň sifr böleginiň şekili bolan belgilenmäni girizeliň, ýagny [A′]=11010, [B′]=11001.

Köpeltmek operasiýasynyň ýerine ýetiriliş prosesiniň yzygider hereketi 3.1-nji tablisa görnüşinde görkezilen.

Jogaby: $[C]_{gn}$=1,1010001010

§3.3. Ýüzýän oturly formada aňladylan sanlary köpeltmegiň esaslary

Ýüzýän oturly formada aňladylan sanlary köpeltmek üçin, sanlaryň mantissa we tertip görnüşinde aňladylmagy hökmany. Köpeltmekde mantissalaryň we tertibiň üstünde ýerine ýetirilýän operasiýasynyň amaly dürlüdir: mantissalar köpelýärler, tertipler goşulýarlar. Köpeltmegiň netijesini normaşdyrmagyň zerurlygy görnüp dur. Onda netijäniň tertibi degişli düzedişli normalaşdyrmany talap eder. Şeýlelikde, köpeldiji gurluşynyň struktura shemasy hökmany üýtgeýär (*3.3-nji surata seret*).



3.3-nji surat. Ýüzýän oturly sanlary köpeltmek üçin gurluş

Göni kodda berlen sanlary köpeltmek amalynyň ýerine ýetiriliş mysalyna seredeliň.

3.2-nji mysal. $A=-0,11001\cdot2^{-3}$, $B=0,10011\cdot2^{+1}$ sanlary köpeltmeli.

Köpeltmek gurluşy hökmünde 3.3-nji suratda görkezilen shema peýdalanylýar, bu ýerde: RgP_A we RgP_B–degişlilikde P_A we P_B tertipler üçin registrler.

Çözülişi. Mantissalar fiksirlenen oturly formada aňladylan sanlar üçin seredilip geçilen düzgün boýunça köpeldilýär. Mantissalary köpeltmek üçin göni kodda ikilik summator, tertipleri goşmak üçin bolsa ters kodda ikilik summator peýdalanylýar.

Ilki bilen sanlar maşyn şekilde ýazylýar:

$[m_A]_{gn}$=1,11001; $[P_A]_{tr}$=1,100

$[m_B]_{gn}$=0,10011; $[P_B]_{tr}$=0,001.

Mantissanyň köpeltmek amalynyň ýerine ýetiriliş yzygiderligini 3.2-nji tablisada görkezeliň:

3.2-nji tablisa

Netijäniň alamaty:	Summator (SM):	Registr (Rgm_B)	Bellikler:
$SgC=Sg_A$	00000	10011	B.y.:$Rgm_B:=[m_B]$;
$\oplus Sg_B=$	+		$Rgm_A:=[m_A]$;
$=1\oplus 0=1$	11001		$RgP_A:=[P_A]$;
	11001		$RgP_B:=[P_B]$;SMm:=0
			$b_5=1$;
			SMm:=[SMm]+$[Rgm_A]$;
			$\overrightarrow{SMm}$; $\overrightarrow{Rgm_B}$
	011001	01001	$b_4=1$;
	+		SMm:=[SMm]+$[Rgm_A]$
	11001		
	1001011		$\overrightarrow{SMm}$; $\overrightarrow{Rgm_B}$
	1001011	00100	$b_3=0$; $\overrightarrow{SMm}$; $\overrightarrow{Rgm_B}$
	01001011	00010	$b_2=0$; $\overrightarrow{SMm}$; $\overrightarrow{Rgm_B}$
	001001011	00001	
	+		
	11001		$b_1=1$;
	111011011		SMm:=[SMm]+$[Rgm_A]$
	0111011011	00000	$\overrightarrow{SMm}$; $\overrightarrow{Rgm_B}$
			soňy

Görkezilen amallar ýerine ýetirilenden soň, mantissalaryň köpeltmek hasyllary tapylýar:

$[M_C]_{gn}$=1,0111011011.

Şol bir wagtyň özünde tertipleriň üstünde goşmak amaly ýerine ýetirilýär:

$[P_C]_{tr}=[P_A]_{tr}+[P_B]_{tr}=1,100+0,001=1,101.$

Netijäniň mantissasy normalaşma şertini kanagatlandyrmaýar (çep araçäk tertip bozulma $\delta=1, \gamma=0$; çünki,

$0,1\leq|-0,0111011011|<1$ (1.3) normalaşdyrma şert ýerine ýetmeýär, onda mantissada bir razrýad çepe süýşme geçirilýär:

$[M_C]=1,1110110110,$

şeýle hem tertibiň düzeldilişi:

$[P_C]_{tr}=[P_C]_{tr}+1,110=1,101+1,110=1,100$

Eger mantissanyň jemleýjisi diňe n razrýady saklaýan bolsa, onda tegeleklemeden soň gözlenýän netije alnar.

Jogaby: $C=-0,11110\cdot2^{-3}$.

Köpeltmek operasiýasy ýerine ýetirilende birnäçe aýratyn ýagdaýlar ýüze çykyp biler.

Mysal üçin,

- eger köpelijilerden biri nola deň bolsa, onda köpeltmek hasyly hem nola deň;
- eger netijäniň tertibi iň uly otrisatel ululyga deň bolsa, onda hakyky noly resmileşdirmek zerur;
- eger köpeliji iň uly otrisatel san bolsa, onda köpeldijini 2^{n-1}-e köpeltmek gelip çykýar, ýagny çepe süýşürilmeli.

Bu aýratyn ýagdaýlary amalyň başynda algoritme nola köpeltmek analizator operasiýasyny girizmekligi (birinji ýagdaý) ýa-da netijäniň nyşanlary esasynda köpeltmek hasylyna düzediliş (korreksiýa) girizmekligi (iki we üçünji ýagdaýlar) göz öňünde tutmak bolar.

§3.4. Goşmaça kodda ikilik jemleýjide (summatorda) fiksirlenen, oturly formada aňladylan sanlary köpeltmek

Haçanda sanlar maşynda goşmaça kodda saklanýan ýagdaýynda, jemleýjide sanlaryň üstünde geçirilýän ähli amallaryň goşmaça kodda geçirilmegi maksadalaýykdyr. Muňa garamazdan, göz öňüne tutma zerurlygy bolan birnäçe aýratynlyklar hem ýüze çykýar.

Diňe položitel köpelijiler bolan ýagdaýlarynda goşmaça kodda köpelijileriň köpeltmek hasyly netijede goşmaça kodda deň bolýar.

Goý, köpeliji A–islendik san, ýagny $A=[A]_{gş}$, köpeliji B bolsa, $B>0$ bolsun. Onda

$$A\cdot B=[A]_{gş}\cdot0,b_1b_2...b_n=[A]_{gş}b_1\cdot2^{-1}+[A]_{gş}b_2\cdot2^{-2}+...+[A]_{gş}b_n\cdot2^{-n}. \quad (3.6)$$

Goşmaça koddaky sanlary goşmak hakyndaky teoremanyň esasynda (3.6) deňlemäniň sag tarapynyň netijesiniň goşmaça kodda bolýanlygyny tassyklamak bolar.

Şeýlelikde, goşmaça kodda köpeltmek köpeldijiniň razrýadlarynyň derňewine baglanýar. b_i=1 bolanda summatorda saklanýan sanyň üstüne goşmaça koddaky köpeliji hökman modifisirlenen--kämilleşen süýşmäni amala aşyrmak bilen goşulýar.

3.3-nji mysal. A=–0,10101 we B=0,10011 sanlary goşmaça kodda summatorda (2-nji usuly peýdalanyp) köpeltmeli.

Çözülişi. Ilki bilen sanlary maşyn şekilde ýazalyň:

$[A]^m_{gş}$ =11,01011;

$[B]^m_{gş}$ =00,10011.

Sanlaryň üstünde geçirilýän köpeldiliş hereketleriniň yzygiderligi 3.3-nji tablisada görkezilendir.

3.3-nji tablisa

Summator (SM):	Registr (RgB)	Bellikler:
00,0000000000 + 11,01011 11,0101100000 11,1010110000	10011 01001→	B.ý: SM:=0;RgA:=$[A]^m_{gş}$; RgB:=[B′] b_5=1; [SM]:=[SM]+[RgA]; $[\overrightarrow{Rg\,B}];[\overrightarrow{SM}]$;
+ 11,01011 11,10000010000 11,10000010000	 00100→	b_4=1; [SM]:=[SM]+[RgA]; $[\overrightarrow{Rg\,B}];[\overrightarrow{SM}]$;
11,1100000100	00010→	b_3=0; $[\overrightarrow{Rg\,B}];[\overrightarrow{SM}]$;
11,1110000010	00001→	b_2=0; $[\overrightarrow{Rg\,B}];[\overrightarrow{SM}]$;
+ 11,01011 11,001110001 11,1001110001	 00000→	b_1=1; [SM]+[RgA]; $[\overrightarrow{Rg\,B}];[\overrightarrow{SM}]$; soňy

$[C]^m_{gş}$ =11,1001110001,

Jogaby: C=A·B=-0,0110001111.

Indi bolsa, köpeliji A–islendik san bolanda, köpeliji B<0 bolandaky ýagdaýa seredeliň. Onda

$[B]_{gş}=1, \overline{b_1}\,\overline{b_2}...\overline{b_n}$.

Bu bahany (2.7) deňligiň esasynda, $B=[B]_{gş}-2$ ýa-da $B=0, \overline{b_1}\,\overline{b_2}...\overline{b_n}-1$ görnüşde ýazyp bolar. Şeýlelikde, sanlaryň köpeltmek hasyly:

$$A\cdot B=A\cdot(0, \overline{b_1}\,\overline{b_2}...\overline{b_n}-1)=A\cdot 0, \overline{b_1}\,\overline{b_2}...\overline{b_n}-A. \qquad (3.7)$$

(3.7) formulada goşmaça kodda operandlaryň köpeltmek hasyly köpeldiji otrisatel bolanda, goşmaça kodly netijä deň bolmaýar. Eger $-A=\overline{A}$ çalyşma girizilse, onda aşakdaky düzgüni çykarmak bolar:

3.4-nji tablisa

Summator (SM):	Registr (RgB)	Bellikler:
00,00000 + 11,01001	00111	b.ý:SM:=0;RgB:=$[B']]_{gş}$; RgA:=$[A]^m_{gş}$; b_5=1; [SM]:=[SM]+$[A]^m_{gş}$
11,01001 11,10100 + 11,01001	.0011	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; b_4=1; [SM]:=[SM]+$[A]^m_{gş}$
10,11101 11,01110 + 11,01001	..001	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
10,10111 11,01011	... 00	b_3=1; [SM]:=[SM]+$[A]^m_{gş}$
11,10101	 0	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; b_2=0; $[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,11010 + 00,10111	.....	b_1=0; $[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; [SM]:=[SM]+ $[\overline{A}]^m_{gş}$
00,10001		soňy

Jogaby: C=A·B=00,10001.

Eger köpeldiji otrisatel bolsa, onda goşmaça kodda summatorda sanlaryň köpeltmek hasyly goşmaça kodda köpelijilere $[\overline{A}]$ düzedilişli goşmak bilen alynýar.

3.4-nji mysal. A=-0,10111 we B=–0,11001 sanlary goşmaça kodda summatorda (2-nji usul boýunça) 3.1-nji mysaldaky gurluş shemany peýdalanmak bilen köpeltmeli:

Çözülişi. Ilki bilen sanlary maşyn şekilde ýazalyň:

$[A]^{m}_{g\c{s}}$ =11,01001;

$[B]^{m}_{g\c{s}}$ =11,00111;

$[\overline{A}]^{m}_{g\c{s}}$ =00,10111.

Sanlaryň üstünde geçirilýän köpeldiliş hereketleriniň yzygiderligi 3.4-nji tablisada görkezilendir.

Şeýlelikde, goşmaça kodda summatorda operandlaryň maşyn şekillerinde köpeldiliş prosesinde köpeltmek hasylynyň alamat we sifr bölekleri bir wagtyň özünde alynýar.

§3.5. Ters kodda ikilik summatorda sanlaryň köpeldilişi

Öňki ýagdaýlaryň derňewine görä, ters kodda berlen operandlary köpeltmegiň düzgünine serederis.

Ters kodda köpelijileriň köpeltmek hasyllary ters kodly netijä diňe köpelijileriň ikiside položitel ýagdaýda bolanda deň bolýar.

Goý, köpeliji $A=[A]_{tr}$, köpeldiji bolsa B>0 bolsun. Onda

$A \cdot B=[A]_{tr} \cdot 0,b_1b_2...b_n=[A]_{tr}b_1 \cdot 2^{-1}+[A]_{tr}b_2 \cdot 2^{-2}+...+ [A]_{tr}b_n \cdot 2^{-n}$.

Ters koddaky sanlary goşmak hakyndaky teorema boýunça, berlen deňlemäniň sag tarapynyň netijesi ters kodda alynýar.

Şeýlelikde, ters kodda summatorda köpeltmek hem köpeldijiniň razrýadynyň derňewine baglanýar, eger köpeldijiniň nobatdaky razrýady bire deň bolsa, onda summatoryň içine ters koddaky köpeliji goşulýar.

3.5-nji mysal. A=–0,10011 we B=0,11001 sanlary, 3.1-nji mysaldaky gurluş shemany peýdalanyp, ters kodda summatorda köpeltmeli.

Çözülişi. Ilki bilen sanlar maşyn şekilinde ýazalyň:

$[A]^{m}_{tr}$ =11,01100;

$[B]^{m}_{tr}$ =00,11001.

Sanlaryň üstünde geçirilýän köpeltmegiň ýerine ýetiriliş yzygiderligi 3.5-nji tablisada görkezilendir.

3.5-nji tablisa

Summator (SM):	Registr (RgB)	Bellikler:
11,11111 + 11,01100 11,01100	11001	B.ý:SM:=0;Rg A:=$[A]_{tr}$;Rg B:=[B′]; b_5=1; [SM]:=[SM]+$[A]_{tr}^{m}$;
11,10110	→.1100	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,11011	→..110	b_4 =0; $[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,11101 + 11,01100 11,01010	→...11	b_3 =0; $[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; b_2 =1; [SM]:=[SM]+$[A]_{tr}^{m}$;
11,10101 + 11,01100 11,00010	→....1	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; b_1 =1; [SM]:=[SM]+$[A]_{tr}^{m}$;
11,10001	→.....	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$; Soňy

Bellik: 11,11111 san -0-yň ters kodda maşyn şekili.

Jogaby: $[C]_{tr}^{m}$ =11,1000100100; C=A·B=–0,0111011011.

Goý, A=$[A]_{tr}$ we B<0 bolsun. Onda

$[B]_{tr}$=1, $\overline{b_1}\,\overline{b_2}\ldots\overline{b_n}$.

Sanlaryň ters koduna degişli (2.10) umumy görnüşdäki deňlemeden alarys:

$[B]_{tr}$= 2 + B – 2^{-n}

Şeýlelikde,

B=0, $\overline{b_1}\,\overline{b_2}\ldots\overline{b_n}$ + 2^{-n} – 1.

Netijede köpeltmek hasyly aşakdaka deň bolar:

$$A\cdot B=[A]_{tr}\cdot 0,\ \overline{b_1}\,\overline{b_2}\ldots\overline{b_n} + [A]_{tr}\cdot 2^{-n} + \overline{A}\,. \qquad (3.8)$$

Bu formulanyň esasynda köpeltmegiň düzgünini beýan etmek bolar:

– eger köpeldiji otrisatel bolsa, onda ters kodda summatorda sanlaryň köpeltmek hasyly köpelijileriň ters koddaky köpeltmek hasylyna $[\overline{A}]$ we $[A]_{tr}\cdot 2^{-n}$ düzeldişleriň goşulmagyndan alynýar.

3.6-njy mysal. A=–0,110101 we B=–0,101000 sanlary ters kodda summatorda köpeltmeli (2-nji usul we 4.1-nji mysaldaky gurluş shema peýdalanylýar).

Çözülişi. Sanlar maşyn şekilinde ýazylýar:

$[A]^{m}_{tr}$ =11,001010;

$[B]^{m}_{tr}$ =11,010111;

$[\overline{A}\,]$=00,110101.

Sanlaryň üstünde geçirilýän köpeltmegiň ýerine ýetiriliş yzygiderligi 3.6-njy tablisada görkezilendir.

Şeýlelikde, umumy ýagdaýda, ters kodda summatorda köpeltmek hasyly alamaty bilen we *n* razrýad uzynlykda göni alynýar, çünki köpeltmegiň soňky ädiminde alamatlary dürli bolan sanlar goşulýar, şonuň üçin hem, netijä köpelijileriň registrinde saklanýan – «gurçuk» diýip atlandyrylýany goşup goýbermek bolmaýar.

3.6-njy tablisa

Summator (SM):	Registr (RgB)	Bellikler:
11,111111	010111	B.ý:SM:=0;Rg A:=$[A]^{m}_{tr}$;RgB:=$[B]^{m}_{tr}$;
+		[SM]:=[SM]+$[A]^{m}_{tr}$;
11,001010		
11,001010		
+		b_6=1; [SM]:= [SM]+$[A]^{m}_{tr}$;
11,001010		
10,010101		$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,001010	→101011	
+		
11,001010		b_5 =1; [SM]:= [SM]+$[A]^{m}_{tr}$;
10,010101	→110101	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,001010		
+		b_4 =1; [SM]:=[SM]+$[A]^{m}_{tr}$;
11,001010		
10,010101		
11,001010	→111010	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,100101	→111101	b_3=0;$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
+		
11,001010		b_2 =1; [SM]:=[SM]+$[A]^{m}_{tr}$;
10110000		
11,011000	→111110	$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
11,101100	→111111	b_1=0;$[\overrightarrow{SM}]$; $[\overrightarrow{RgB}]$;
+		
00,110101		[SM]:=[SM]+ $[\overline{A}\,]$
00,100010		Soňy

Jogaby: A·B = 00,100010.

§3.6. Gysga köpeltmek usuly

Ýörite maşynlarda, käwagtlar, uly razrýadlardan başlap, gysga köpeltmek usuly ulanylýar. Bu usulyň aýratynlygy, köpeltmek hasyly diňe *n* uly razrýadlardan alynýar. Gysga köpeltmek hasylyny ýerine ýetirmegiň dürli ýollary bar. Has köp ýaýranlarynyň birine seredeliň.

Käbir maşynlarda peýdalanylýan köpeltmegiň gysga ýerine ýetirilýän usulyny aşakdaky shemanyň kömegi bilen düşündirmek bolar.

Doly shema

$$
\begin{array}{l}
\times\begin{array}{l} A=00{,}10011 \\ B=00{,}11001 \end{array} \\
\hline
\quad\boxed{00}10011 \\
+\quad\;\; 0010011 \\
\hline
\quad\;\;\boxed{01}11001 \\
+\quad\;\;\;\; 0000000 \\
\hline
\quad\;\;\;\;\boxed{01}10010 \\
+\quad\;\;\;\;\;\; 0000000 \\
\hline
\quad\;\;\;\;\;\;\boxed{01}00100 \\
+\quad\;\;\;\;\;\;\;\; 0010011 \\
\hline
\quad\;\;\;\;\;\;\;\;\boxed{00}11011
\end{array}
$$

Gysgaça shema

$$
\begin{array}{l}
00 \\
\;\;01 \\
+\;\;\;\;01 \\
\;\;\;\;\;\;01 \\
\;\;\;\;\;\;\;\;00 \\
\hline
0{,}01110
\end{array}
$$

Şeýlelikde, $A \cdot B = 0{,}01110 \cdot 2^5$.

Bu shemadan görnüşi ýaly, köpeltmek hasyly, köpeltmegiň her ädiminde alnan jemde diňe ýokarky iki razrýady goşulyp alynýar. Bu ýagdaýda, summatorda diňe *n* sany razrýadyň bolmagy ýeterlik bolýar. Muňa garamazdan, köpeltmek hasylynda takyk *n* belgini almak üçin, goşmaça razrýadlary girizmek zerurdyr.

Hakykatdan-da, goý, $A=0,a_1a_2.....a_n$ we $B=0,b_1b_2.....b_n$ şeýle hem ähli $b_i=1$ bolsun. Onda:

$$
\begin{array}{ll}
b_1=1 & \\
b_2=1 & \\
b_3=1 & \\
\ldots\ldots & \\
b_{n=1} &
\end{array}
\left\{
\begin{array}{l}
\underbrace{\begin{array}{r}
a_1a_2a_3.....\;\; a_n \\
+\;\; a_1a_2\;\; .....a_{n-1} \\
a_1\;\; .....a_{n-2} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_1
\end{array}}_{n \text{ razrýad}}
\end{array}
\right.
\left|
\begin{array}{l}
\underbrace{\begin{array}{l}
\\
a_n \\
a_{n-1}\; a_n \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_2a_3.....\; a_{n-1}\; a_n
\end{array}}_{n-1 \text{ razrýad}}
\end{array}
\right.
$$

5. Sargyt № 1177.

Dik çyzykdan çep tarapy goşulyp alynýar, sag tarapy bolsa hasaba alynmaýar. Muňa mysalda seredeliň:

A=0,10011 we B=0,11001 bolsun. Gysga köpeltmek ýoly aşakdaky görnüşde bolar:

$b_1=1$	10011	
$b_2=1$	1001	1
$b_3=0$	+ 000	00
$b_4=0$	00	000
$b_5=1$	1	0011
	11101	

Bu mysalyň ýerine ýetirilişini 3.1-nji tablisada beýan edilen algoritim usuly bilen aşakdaky ýaly görkezmek bolar:

A=0,10011
B=0,11001

0,10011		birinji hususy köpeltmek hasyly
0,01001	1	bir razrýad saga süýşme
+ 00000		ikinji hususy köpeltmek hasyly
0,01001	1	ikinji hususy köpeltmek hasylyny goşmak
0,00100	11	bir razrýad saga süýşme
+ 00000		üçünji hususy köpeltmek hasyly
0,01001	11	üçünji hususy köpeltmek hasylyny goşmak
0,00010	011	bir razrýad saga süýşme
+ 10011		dördünji hususy köpeltmek hasyly
0,10101	011	dördünji hususy köpeltmek hasylyny goşmak
0,01010	1011	bir razrýad saga süýşme
10011		bäşinji hususy köpeltmek hasyly
0,11101	1011	bäşinji hususy köpeltmek hasylyny goşmak
0,01110	11011	bir razrýad saga süýşme

AB=0,01110

Dürli görnüşli meseleleriň çözüliş programmalarynda köpeltmek amaly ýeterlik derejede ýygy gabat gelýär. Şonuň üçin, köpeltmegi ýerine ýetirmekde, onuň çaltlandyrylmagyna we köpeldiji gurluşlaryň rasional gurnalmagyna hemişe köp üns berilýär. Köpeltmek amalyny çaltlandyrmak, köpeltmegiň matrissa usuly barada goşmaça okuw kitaplardan özbaşdak öwrenip bilersiňiz.

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. A= – 0,1100011 we B= – 0,1011101 sanlary göni kodda summatorda köpeldiň.

2. A= – 0,011, B= – 0,011 sanlary ters we goşmaça kodlarda köpeldiň.

3. A=0,1100011101 we B=–0,1100100011 sanlary köpeldijileriň iki razrýadlaryny bir wagtda analizlemek usuly bilen köpeldiň:

a) kiçi razrýaddan başlap;

b) uly razrýaddan başlap.

4. Eger razrýadlylyk berlen bolsa: mantissa üçin, alamaty bilen ýedi sany ikilik razrýad, alamaty bilen tertip üçin dört sany ikilik razrýad, onda A=0,100101·2^5 we B=0,110001·2^{-3} sanlary köpeltmeli.

5. Sanlary normal görnüşde ýazyň. GnKIJ(S), GşKIJ(S) we TrKIJ(S)-larda köpeltmegiň ýerine ýetirilişini ýazyň:

1) A= –11101,01, B=1010,1;

2) A= –1001,001, B= –1100001,01;

3) A=0,00010111, B= –101,11.

6. GnKIJ(S)- da köpeltmegiň ýerine ýetirilişini ýazyň:

1) A=0,110011, B= –0.0101101;

2) A= –0,011101, B=0,1101;

3) A=0,1001101$2^5$, B=0,11011$2^{-2}$.

7. GşKIJ(S)-da köpeltmegiň ýerine ýetirilişini ýazyň:

1) A= –0,101011, B= –0,1011;

2) A=0,1010101, B= –0,01101;

3) A=0,101101$2^{-3}$, B= –0,10011$2^{-1}$.

8. TrKIJ(S)-da köpeltmegiň ýerine ýetirilişini ýazyň:

1) A=0,1100111, B=0.10111;

2) A= –0,0101101, B= –0,101011;

3) A=0,1001011$2^4$, B= –0,11001$2^{-1}$.

IV BAP. IKILIK SANLARY BÖLMEK

§4.1. Bölmek amalyny ýerine ýetirmegiň usullary

Bölmek amalyny ýerine ýetirmegiň köp sanly usullaryndan giň ýaýranlaryna seredip geçeliň.

Ilki bilen bölmegiň «mekdep» algoritmi atly usulyna seredeliň. Umumy ýagdaýda bölmegiň «mekdep» algoritmi ikilik san ulgamynyň mysalynda aşakdaky ýaly amala aşyrylýar:

$$\begin{array}{lcr|ll}
\text{bölüniji} & \longrightarrow & _1100100 & 1010 \longrightarrow & \text{bölüji} \\ \cline{4-4}
\text{bölüji} & \longrightarrow & \underline{1010} & 1010 \longrightarrow & \text{paý} \\
\text{galyndy} & \longrightarrow & _00101 & & \\
 & & \underline{1010} & & \\
 & & -1011 & & \\
\text{galyndyny dikeltmek} & & +\ \underline{1010} & & \\
 & & 01010 & & \\
 & & \underline{1010} & & \\
 & & 0000 & &
\end{array}$$

Bu ýerde paýyň sifrleri uly razrýadlardan alnyp başlanýar. Birinji ädimde bölünijiden bölüji aýrylýar, soňra galyndydan bölüji aýrylýar. Eger tapawut položitel bolsa, onda paýyň sifri bire deň, eger otrisatel bolsa, onda nola deň bolýar we şonda öňki položitel galynda dikeldilýär. Galyndy položitel bolan ýagdaýda soňky galyndy bir razrýad çepe süýşürilýär (ýa-da bölüji bir razrýad saga süýşürilýär) we ondan bölüji aýrylýar we ş.m.

Eger galyndy otrisatel bolan ýagdaýynda otrisatel galyndynyň üstüne bölüjini goşup, öňki položitel galynda dikeldilýär we bir razrýad çepe (ýa-da bölüji bir razrýad saga) süýşürilip we ondan bölüji aýrylýar. Bölmegiň şeýle algoritmi *galyndyny dikeltmek bilen bölmegiň algoritmi* diýen ada eýedir.

Resmi tarapdan algoritmiň ähli hereketlerini aşakdaky ýaly beýan etmek bolar.

Goý, A-bölüniji, B-bölüji we C-paý bolsun. Şonda: $A=0,a_1\ a_2\ a_3.....a_n$; $B=0,b_1b_2.....b_n$; $C=0,c_1c_2.....c_n$; Onda birinji ädimde galyndy kesgitlenýär:

$A_1=A - B\cdot 2^{-1}$

Eger $A_1 \geq 0$, onda $c_1=1$;

Eger $A_1<0$ bolsa, onda $c_1=0$; öňki san dikeldilýär:

Goý, $A_1>0$ bolsun, onda proses dowam edýär:

$A_2=A_1 - B\cdot 2^{-2}$.

Goý, $A_2<0$ bolsun, onda $c_2=0$, bu ýagdaýda galyndyny dikeltmek amala aşyrylýar:

$A_1=A_2 + B\cdot 2^{-2}$.

Bu galyndy A'_2 -hökmünde kabul edilýär we bölmek aşakdaky görnüşde dowam etdirilýär:

$A_3=A_1 - B\cdot 2^{-3}$ we ş.m.

Umumy görnüşde islendik *i*-nji ädimdäki hereketi aşakdaky ýaly beýan etmek bolar:

$$A_i=A_{i-1} - B\cdot 2^{-i}, \qquad (4.1)$$

eger $A_i\geq 0$ bolsa, onda $c_i=1$, degişli süýşme geçirilýär we täzeden (4.1)-e dolanylýar;

eger $A_i<0$ bolsa, onda $c_i=0$, we galyndy dikeldilýär

$$A_{i-1}=A_i+B\cdot 2^{-i}. \qquad (4,2)$$

Eger öňki položitel galyndy (4.2) boýunça alnan bolsa, indiki ädimde proses (4.1) boýunça dowam etdirilýär.

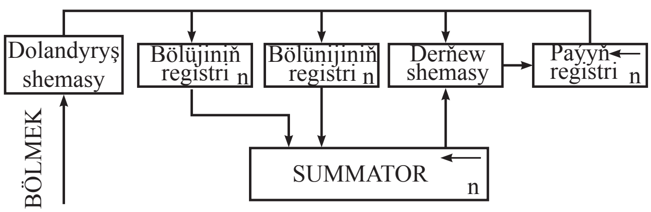
(4.1) we (4.2) aňlatmalarda esaslandyrylan, ýokardaky ýaly düzgüne getirilen bölmek operasiýasynyň algoritmini ters we goşmaça kodda summatorlarda amala aşyrmak bolar.

Şeýlelikde, bölmek operasiýasynyň prosesine absolýut ululykly bölünijiler we bölüjiler gatnaşmaly bolar.

Bölmek amalyny ýerine ýetirmegiň shemasy aşakdaky ýaly kesgitlenýär.

Bölmek aýyrmagyň yzygiderli ýerine ýetirilmeginden alynýar. Onda algebraik goşmak üçin summatorlar zerur. Mälim boluşy ýaly, şeýle maksatlar üçin ýa ters, ýa-da göni kodly summatorlar ulanylýar. Şeýle hem, bölüjini we paýy saklamak üçin, registrler zerur. Bölünijini ýa ýörite registrde, ýa-da summatorda saklamak mümkin.

Paýyň sifrlerini almak shemasynyň yzygiderli amala aşyrmak üçin 4.1-nji suratda görkezilen gurluş shemany hödürlemek bolar.



4.1-nji surat. Bölmek operasiýasyny ýerine ýetirmegiň gurluş shemasy

Köp razrýadly ikilik sanlary bölmekde iki amaly ýerine ýetirmek gerek bolýar: paýyň alamatyny kesgitlemek we onuň absolýut ululygyny kesgitlemek.

Paýyň alamat bölegi köpeltmek hasylynyň alamat bölegini tapandaky ýaly, bölünijiniň we bölüjiniň alamat razrýadlarynyň jemi aşa dolmasyz (geçirişsiz) bolmaly. Paýyň absolýut ululygyny tapmak üçin alamaty hasaba alman, bölmegi kesgitlemeli.

Bölüniji bölüjiden uly we kiçi bolan ýagdaýlardaky mysallara seredeliň:

```
 11010111   |10110
-10110      |100,110
 -------
  100111
 - 10110
   ------
   100010
  - 10110
    -----
    11000
  - 10110
    -----
Galyndy 0100
```

```
 1011001            |11011010
 101100100          |0,01101
- 11011010
  ---------
  100010100
 - 11011010
   ---------
   011101000
  - 11011010
    ---------
Galyndy  1110
```

Sanly gurluşlarda bölmek amallary ýerine ýetirilende, edil algebraik goşmak amalynyň ýerine ýetirilişi ýaly, goşmaça we kämilleşen-modifisirlenen kodlar peýdalanylýar. Mysal üçin, A=0,11011 sany B=0,11101 sana bölmekde bölüjini goşmaça kodda aňladarys: -B=-0,11101, $[-B]^{m}_{gş}$ =11,00011.

```
  00 11 011      11 1 01      —berlen bölüji 0,11101
+ 11 00 011      0, 1 1 1 1
  ---------
  11 11 110  ⇨
+ 00 11 101                   berlen bölüji 0,11101
  ---------
  00 11 011
+ 11 10 010                   süýşürilen bölüji 0,01110
  ---------
  00 01 101  ⇨
+ 11 11 001                   süýşürilen bölüji 0,00111
  ---------
  00 00 110  ⇨
+ 11 11 001                   süýşürilen bölüji 0,00011
  ---------
  00 00 011  ⇨
+ 11 11 111                   süýşürilen bölüji 0,0001
  ---------
  00 00 010  ⇨
```

Aýrylanda süýşürilen bölüjiler goşmaça kodda aňladylýar.

Bölmegi çaltlandyrmak üçin, galyndyny dikeltmesiz bölmek peýdalanylýar.

A=10011 sany B=0,11001 sana bölmegi galyndyny dikeltmesiz, usulda goşmaça modifisirlenen koda geçmek bilen, ýerine ýetireliň.

Bu usulda galyndy otrisatel ýa-da položitel bolanda-da ýol berilýär. Eger nobatdaky galyndy položitel bolsa, onda paýa 1 ýazylýar, indiki aýlawda bolsa, galyndynyň içi bir razrýad çepe süýşürilen galyndydan aýrylmaly.

```
  00 10011      0 0 0  0 1
+ 11 00111     _______________
  --------      0 0 0  0 1 0   —— bölüjini aýyrmak
  11 11010
  11 10100                     —— galyndyny çepe süýşürmek
+ 00 11001                     —— bölüjini goşmak
  --------
  00 01101
+ 00 11010                     —— galyndyny çepe süýşürmek
  11 00111                     —— bölüjini aýyrmak
  --------
  00 00001
+ 00 00010                     —— galyndyny çepe süýşürmek
  11 00111                     —— bölüjini aýyrmak
  --------
  11 01001
+ 11 10010                     —— galyndyny çepe süýşürmek
  00 11001                     —— bölüjini goşmak
  --------
  00 01011
+ 00 10110                     —— galyndyny çepe süýşürmek
  11 00111                     —— bölüjini aýyrmak
  --------
  11 11101
```

Eger nobatdaky galyndy otrisatel bolsa, onda 0 ýazylýar, indiki aýlawda bolsa, bölüjiniň içi bir razrýad çepe süýşürilen galyndynyň üstüne goşulmaly.

Ýerine ýetirilen mysallardan görnüşi ýaly, bölmek diýseň uly göwrümli amaldyr.

Sanly gurluşlarda bu amalda bölüjiniň ters ululygyny tapmak üçin ýörite bölek programma girizilýär.

Bölmek amalyny ýerine ýetirmegiň başga bir usuly – bölünijini bölüjiniň ters ululygyna köpeltmekden ybaratdyr:

$$C = \frac{A}{B} = A \cdot \frac{1}{B}.$$

Bu ýerde täze bir amal ýüze çykýar – sanyň ters ululygyny tapmak. Ol bolsa belli ýakynlaşma formulalary (mysal üçin, Nýutonyň binomial hataryna dargatmak we ş.m.) boýunça ýerine ýetirilýär. Bu ýagdaýda maşynyň komandasynyň düzümine ters ululygy tapmagyň ýörite amalynyň girizilmegi hökmandyr.

§ 4.2. Galyndylary dikeltmek bilen fiksirlenen, oturly formada aňladylan sanlary bölmek

Galyndyny dikeltmek bilen bölmegi dikeltmegi ýerine ýetirmezden ozal, netijede (bölmekde paýyň) emele geljek alamatyň düzgünini kesgitlemek zerurdyr.

4.1-nji tablisa

Summator (SM)	Registr (RgC)	Bellikler
11011000	000000	B.ý.SM: $=[A]^m_{tr}$; RgB=$[B]^m_{tr}$; RgC=0
10110001	00000-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
11100010	000001	$A_1<0$, $c_1=1$;
11000101	00001-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
11110110	000011	$A_2<0$, $c_2=1$;
11101101	00011-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
00011111	000110	$A_3>0$, $c_3=0$;
+ 11001110		galyndyny dikeltmek:
11101101		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
11011011	00110-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
00001101	001100	$A_4>0$, $c_4=0$;
+ 11001110		galyndyny dikeltmek:
11011011		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
10110111	01100-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$
11101000	011001	$A_5<0$, $c_5=1$;
11010001	11001-	summatory we registri süýşürmek
+ 00110001		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
00000011	110010	$A_6>0$, $c_6=0$;
+ 11001110		galyndyny dikeltmek:
11010001	110010	SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
....	....	summatory we registri süýşürmek
		SM:=[SM]+$[\overline{B}]^m_{tr}$;
		Soňy

4.1-nji mysal. A=-0,100111 we B =–0,110001 sanlary bölmeli. 4.1-nji suratda görkezilen gurluş shemasy peýdalanylýar.

Çözülişi. Amal ters kodda jemleýji summatorda ýerine ýetirilýär. Paý bolsa göni kodda alynýar. Sanlary maşyn şekilde ýazalyň:

$[A]_{tr}^{m} = 11,011000;$

$[B]_{tr}^{m} = 11,001110;$

$[\overline{B}]_{tr}^{m} = 00,110001$ ($[\overline{B}]_{tr}^{m}$ – bu $[B]_{tr}^{m}$ sanyň inwersiýasy, ýagny 0 sifr 1-e 1 sifr bolsa 0-a öwrülen san).

Netijäniň alamaty aşakdaky ýaly kesgitlenýär:

SgC = SgA ⊕ SgB=1 ⊕ 1 = 0.

Sanlaryň üstünde ýerine ýetirilýän amallar 4.1-nji tablisada görkezilendir.

$[C]_{gn}$=0,110010

Jogaby: C=0,110010.

§4.3. Galyndyny dikeltmesiz fiksirlenen, oturly formada aňladylýan sanlary bölmek

$$A_{i+1} = A_i + B\cdot 2^{-(i+1)} \qquad (4.3)$$

Bu formuladan galyndyny dikeltmegiň gerek däldigi gelip çykýar.

4.2-nji mysal. A=0,10011 sany B=–0,11001 sana, 4.1-nji suratda görkezilen bölmegiň gurluşynyň gurluş shemasyndan peýdalanyp bölmeli.

Çözülişi. Amaly ýerine ýetirmek üçin, goşmaça kodda summatory peýdalanalyň.

$[A]_{gş}^{m} = 00,10011;$

$[B]_{gş}^{m} = 11,00111.$

Bölmek amalynyň ýerine ýetirilişi 4.2-nji tablisada görkezilendir.

4.2-nji tablisa

Summator (SM)	Registr (*RgC*)	Bellikler
0010011	00000	B.ý: SM:=$[A]^m_{gş}$;$R_g B = [B]^m_{gş}$;$R_g C$=0
0100110	0000-	summatory we registri süýşürmek
+		
1100111		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0001101	00001	c_1=1;
0011010	0001-	summatory we registri süýşürmek
+		
1100111		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0000001	00011	c_2=1;
0000010	0011-	summatory we registri süýşürmek
+		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
1100111		c_3=0;
1101001	00110	summatory we registri süýşürmek
1010010	0110-	
+		
0011001		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
1101011	01100	c_4=0;
1010110	1100-	summatory we registri süýşürmek
+		
0011001		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
1101111	11000	c_5=0;
		Soňy

Jogaby: C= -0,11000.

4.3-nji mysal. Ters kodda ikilik summatorda, şeýle hem paýyň ters kodda alynmagy bilen, A = – 0,10011 we B =0,11001 sanlary bölmeli.

Çözülişi. Degişli düzgünler bilen alamatlarda özgertmeler geçireliň:

$[A]^m_{tr}$ = 11,01100;

$[B]^m_{tr}$ = 00,11001;

$[\overline{B}]^m_{tr}$ =11,00110.

Netijäniň alamaty:

SgC = SgA ⊕ SgB=1 ⊕ 0 = 1.

Bölmek amalynyň ýerine ýetiriliş yzygiderligi 4.3-nji tablisada görkezilendir.

4.3-nji tablisa

Summator (SM)	Registr (*RgC*)	Bellikler
1101100	00000	B.ý:SM:=$[A]^m_{gş}$; $R_gB=[B]^m_{gş}$; $RgC=0$
1011001	0000-	summatory we registri süýşürmek
+		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0011001		$c_1=1$
1110010	00001	summatory we registri süýşürmek
1100101	0001-	
+		SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0011001		$c_2=1$
1111110	00011	summatory we registri süýşürmek
1111101	0011-	
+		
0011001	00110	SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0010111		$c_3=0$
0101110	0110-	summatory we registri süýşürmek
+		
1100110		
0010101	01100	SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
0101010	1100-	$c_4=0$
+		summatory we registri süýşürmek
1100110		
0010001	11000	SM:=[SM]+$[B]^m_{gş}$;
		$c_5=0$;
		Soňy

Jogaby: C = 0.11000.

§4.4 Ýüzýän oturly formada aňladylýan sanlary bölmek

Ýüzýän oturly formada aňladylan iki san bölünende, paýy almak üçin, aşakdaky amaly ýerine ýetirmek hökmandyr:

$m_C=m_A/m_B$ *we* $P_C=P_A-P_B$.

4.4-nji mysal. A = $0{,}10001111\cdot2^3$ we B = $0{,}1111\cdot2^2$ sanlary bölmeli.

Çözülişi. $|m_A|<|m_B|$ ýagdaýa seredilýär. Ilki bilen sanlaryň mantissalaryny maşyn şekilinde ýazalyň:

$[m_A]^m_{gş}$ =00,10001111

$[m_B]^m_{gş}$ = 00,1111 we $[\overline{m_B}]^m_{gş}$ = 11,0001

Ähli amallar goşmaça kodda summatorda 4.4-nji tablisada görkezilen yzygiderlikde ýerine ýetirilýär.

4.4-nji tablisa

Summator (SM)	Registr (RgC)	Bellikler
00,10001111	0000	B.Ý.:SM:=$[m_A]$; RgC=0; RgB:=$[m_B]$
01,00011110	000-	summatory we registri süýşürmek
+		[SM]:=[SM]+ $[\overline{m_B}]$;
11,0001		
00,00101110	0001	c_1=1
00,01011100	001-	summatory we registri süýşürmek
+		[SM]:=[SM]+ $[\overline{m_B}]$;
11,0001		
11,01101100	0010	c_2=0
10,11011000	010-	summatory we registri süýşürmek
+		[SM]:=[SM]+$[m_B]$;
00,1111		
11,11001000	0100	c_3=0
11,10010000	100-	summatory we registri süýşürmek
+		[SM]:=[SM]+$[m_B]$;
00,1111		
00,10000000	1001	c_4=1
		soňy

Şol bir wagtyň özünde paýyň tertibi aşakdaky ýaly hasaplanýar:

$P_C=P_A-P_B$ = 0,011 – 0,010 = 0,001

we paýyň alamaty:

SgC = SgA ⊕ SgB = 0⊕0=0

Jogaby: C = $0{,}1001\cdot 2^1$

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. Göni kodda berlen sanlary bölmeli:

a) $[A]_{gn}$ = 1,100011 we $[B]_{gn}$ = 1,110011;

b) $[A]_{gn}$ = 0,100111 we $[B]_{gn}$ = 1,101101;

ç) A = -0,011101 we B = 0,110101

2. Ters kodda berlen sanlary galyndyny dikeltmek usulynda bölmeli:

a) $[A]_{tr}$ = 1,011001 we $[B]_{tr}$ = 0,11001;

b) A = 0,0111011 we B = –0,11011;

ç) A = –0,0010101 we B = –0,101010.

3. Goşmaça kodda berlen sanlary galyndylary dikeltmesiz usuly bilen bölmeli:

a) $[A]_{goş}$ = 0,110000 we $[B]_{goş}$ = 1,000111;

b) A = –0,101101 we B = –0,11001;

ç) A = –0,01001111 we B = 0,11101.

4. Sanlary ýüzýän oturly forma öwrüp,

a) goşmaça kodda;

b) ters kodda bölmeli:

1) A=101,1101 we B=11010,11

2) A=–1001 we B=100,101

V BAP. ONLUK ARIFMETIKA

§5.1. D-kodlar

Onluk sanyň D-kody ýa-da ikilik-kodlanyşynyň aňladylyşy– bu her bir onluk sifriň ikilik simwollardan ybarat tetrad görnüşinde şekillendirilen aňlatmasydyr:

$$A_D = \{\propto_4^{(1)} \propto_3^{(1)} \propto_2^{(1)} \propto_1^{(1)}\}_1 \{\propto_4^{(2)} \propto_3^{(2)} \propto_2^{(2)} \propto_1^{(2)}\}_2 \ldots \{\propto_4^{(n)} \propto_3^{(n)} \propto_2^{(n)} \propto_1^{(n)}\}_n \quad (5.1)$$

Bu ýerde $\propto_i^{(j)}$ - j tetradyň ikilik razrýadlary, n-onluk sanyň razrýadlarynyň mukdary.

Bellik: «D-kod» ady rusça «Десятичный код» adyndan emele gelen. Diýmek, «Onluk kod» ýa-da «O-kod» bolýar. «D-kod» termin--adalga bolanlygy sebäpli, şonlugyna kabul ederis.

Kodirleme düşnükli bolar ýaly, aşakdaky ýönekeý mysala seredeliň:

A= 20139 onluk sany ikilik ulgamda kodirläliň. Sanlar onluk san ulgamdan on altylyk san ulgamyna geçirilende, tetraddan peýdalanylyşyny ýatlalyň:

Onluk sifrler	0	1	2	3	4
Tetradlar	0000	0001	0010	0011	0100
Onluk sifrler	5	6	7	8	9
Tetradlar	0101	0110	0111	1000	1001

$2_{10}=0010_2$, $0_{10}=0000_2$, $1_{10}=0001_2$, $3_{10}=0011_2$, $9_{10}=1001_2$.

Bu bahalary berlen sanda sifrleriň ornuna ýerbe-ýer goýuşdyryp alarys:

A_D=0010 0000 0001 0011 1001.

Şeýlelikde, kodirlemede her onluk sifr dört razrýaddan-tetraddan ybarat bolan ikilik sifrleriň toplumy bilen aňladyldy. Şeýle D-kodirlemäniň dürli görnüşleri bolmagy mümkin. Aslynda, tetradyň ýol berýän kombinasiýalarynyň sany 16-a deň, ýöne şolardan 10 sanysy boýunça D-kodlar alnypdyr.

D–kodlar emele getirilende geçilýän hasaplama ulgamynyň umumy talaplaryndan ugur alynmaly:

– dürli onluk sifrlere hökmany ýagdaýda dürli tetradlar gabat gelmeli;

– uly onluk sifrler hökmany ýagdaýda uly tetradlar bilen aňladylmaly(eger tetradyň razrýady ikilik hasaplama ulgamynyň ösüşine eýe bolýan bolsa);

– a+b=9 gatnaşyk bilen bagly bolýan $a=\{\alpha_4\ \alpha_3\ \alpha_2\ \alpha_1\}$ we $b=\{\beta_4\ \beta_3\ \beta_2\ \beta_1\}$ onluk sifrler üçin:

$$\beta_i = \begin{cases} 0,\ eger \propto_i = 1 \\ 1,\ eger \propto_i = 0\ bolsa \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, 4). \qquad (5.2)$$

şert ýerine ýetmeli.

Sanlary D-koda we tersine bir bahaly geçirmek üçin, mümkin bolandan, tetradyň razrýadlary kesgitli agrama-ölçege eýe bolmaly. Şonda a_i onluk sifriň bahasy:

$$a_i=\alpha_4\sigma_4+\alpha_3\sigma_3+\alpha_2\sigma_2+\alpha_1\sigma_1, \qquad (5.3)$$

aňlatma gabat geler, σ_i-tetradyň razrýadynyň ölçegi.

5.1-nji tablisada onluk sifrleriň dürli D-kodlarda kodirlenişi görkezilendir.

5.1-nji tablisa

Onluk sifrler	Ekwiwalent kody			
	D_1 (8421 ulgam)	D_2 (2421 ulgam)	D_3 (5121 ulgam)	D_4 (8421+3 ulgam)
0	0000	0000	0000	0011
1	0001	0001	0001	0100
2	0010	0010	0010	0101
3	0011	0011	0011	0110
4	0100	0100	0111	0111
5	0101	1011	1000	1000
6	0110	1100	1001	1001
7	0111	1101	1010	1010
8	1000	1110	1011	1011
9	1001	1111	1111	1100

Onluk sifrler	Ekwiwalent kody			
	D_5 (53-21 ulgam)	D_6 (75-31 ulgam)	D_7 (5421 ulgam)	D_8 (7421ulgam)
0	0000	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001	0001
2	0111	0110	0010	0010
3	1010	0111	0011	0011
4	0101	1010	0100	0100
5	1000	0100	1000	0101
6	1001	0101	1001	0110
7	1111	1000	1010	1000
8	1100	1001	1011	1001
9	1101	1110	1100	1010

Tablisada her bir D-kod üçin rugsat edilen kombinasiýalar görkezilen. Beýleki ähli kombinasiýalar – gadagan. Rugsat edilen we gadagan edilen kombinasiýalaryň bolmagy, D-kodlaryň örän wajyp häsiýetidir. Ol adaty pazision hasaplama ulgamyndan ähli rugsat edilen kombinasiýany tapawutlandyrýar.

Has ýaýran D-kodlaryň käbirlerine seredip geçeliň.

D_1 kod, göni çalşyrma (8421 ulgam). D_1 kodda rugsat edilen kombinasiýa -onluk sifriň 2 esasly derejä deň bolan razrýad ölçegli ikilik ekwiwalentine gabat gelýär. Bu kod üçin (5.2) şert ýerine ýetmeýär.

D_2 kod (2421 ulgam). D_2 kod üçin tetradyň razrýadlarynyň ölçegi degişlilikde 2, 4, 2, 1-e deň. Kodirleme tablisasy iki bölege bölünen: 0-dan 4-e çenli tetradlar ikilik ekwiwalenti gaýtalaýarlar; 5-den 9-a çenli – ikilik ulgamyň her bir tetrady bilen deňeşdireniňde, degişlilikde +0110 artykmaçlyk edýär. Bu bolsa, tablisanyň bir bölegindäki islendik sany öwürmek üçin, onuň 9-a çenli doldurgyjyny ýönekeý inwertirlemäge mümkinçilik berýär.

0 {0000}; 1 {0001}; 2 {0010}; 3 {0011}; 4 {0100};
9 {1111}; 8 {1110}; 7 {1101}; 6 {1100}; 5 {1011}.

D_4 kod (8421+3 ulgam). Bu kod üçin ähli tetradyň bahalary, D_1 kod bilen deňeşdireniňde üç birlik köp. Koduň ady hem şondan şeýle atlandyrylan. Şeýle-de, bu kod üçin (5.3) aňlatmany kanagatlandyrýan ölçegiň bitin sanly bahasy bolmaýar.

D_5 kod (53-21 ulgam) we D_6 kod (75-31 ulgam). Bu kodlar ýokarda atlandyrylyp geçilen kodlardan – birnäçe ölçegleri otrisatel baha eýe bolýandyklary bilen tapawutlanýarlar.

D_7 kod (5421 ulgam) we D_8 kod (7421 ulgam). Bu kodlar düzüminde ikiden köp bolmadyk birligi saklaýan kombinasiýalardan ybarat. Bu bolsa kombinasiýalarda ýalňyşlyklary tapmak üçin peýdalanylýar.

Ikilik - onluk kodirlemede diňe tetrad- 4 razrýad peýdalanylman, eýsem 5 razrýadly ikilik sanlaryň peýdalanylýanlary hem bar.

ulgamlar	0	1	2	3	4
5-den 2	11000	01100	00110	00011	10001
3a+2	00010	00101	01000	01011	01110
ulgamlar	5	6	7	8	9
5-den 2	10100	01010	00101	10010	01001
3a+2	10001	10100	10111	11010	11101

5-den 2 ulgam kodunda ähli kod kombinasiýalary diňe iki sany birligi saklaýarlar. 3a+2 ulgam kody bolsa (5.2) şerti kanagatlandyrýar.

Dürli maksatly hasaplaýyş maşynlarynda köplenç, D_1 we D_4 kodlar peýdalanylýar.

§5.2. D- kodlarda goşmagyň düzgünleri

D-kodda sanlar goşulanda birnäçe kynçylyklar ýüze çykýar: onluk geçirmäni şertleşilen zerurlyk bilen işläp geçmeli we tetrad ýazgylary 16 sany dürli kombinasiýany berýär, islendik D- kodda bolsa diňe şol 10 sanysyndan peýdalanylýar.

Goý,

$A_D = a_n\, a_{n-1} \ldots a_1 a_0$. we $B_D = b_n\, b_{n-1} \ldots b_1 b_0$

sanlar berlen bolsun, bu ýerde a_i we b_i tetrad görnüşinde aňladylan onluk sifrler. Onda

$C_D = A_D + B_D$ we $c_i = a_i + b_i + H_{i-1} - H_i q$.

Bu ýerde: $H_i = \{0,1\}$, H_{i-1} –onluk geçirme; q=10 – hasaplaýyş ulgamynyň esasy.

Goşmagyň düzgünlerini çykarmagyň dowamynda D-kodlarda seretmek gerek bolar.

D_1 kod. D_1 kodda sanlar goşulanda aşakdaky ýagdaýlaryň ýüze çykmagy mümkin:

1. Goý, $c_i = a_i + b_i + H_{i-1} < 10$ bolsun, bu ýerde: a_i, b_i – D_1 kod üçin tetradlar. Şeýle görnüşli razrýadlarda sanlar goşulanda 10-dan az bolan jemi emele getirýärler. Eger tetradyň razrýadlarynyň üstünde geçirilýän amallar ikilik arifmetikanyň düzgüni boýunça ýerine ýetirilse, onda dogry netije düzedişsiz–korreksiýasyz alnar.

5.1-nji mysal. $H_{i-1}=0$ bahada a_i =0011 we b_i=0101 tetradlary goşmaly.

Çözülişi.

$c_i = a_i + b_i + H_{i-1} = 1000$

Jogaby: $c_i = 1000$.

2.$c_i = a_i + b_i + H_{i-1} \geq 10$, ýagny onluk geçirme we jem hökmany ýagdaýda $a_i + b_i + H_{i-1} - H_i \cdot 10$ deň bolmaklygy ýüze çykýar, bu ýerde $H_i = 1$.

Ýa $15 \geq a_i + b_i + H_{i-1} \geq 10$ gadagan kombinasiýa ýüze çyksa ýa-da onluk geçirmäni 6 baha ulaldýan $H_i^{/} = 16$ tetrad geçirme ýüze çykanda netijäniň nädogry bolýandygyna şaýatlyk edýär. Şeýlelikde, netijä berlen tetrada +0110 deň bolan düzediş girizmek korreksiýany talap edýär.

5.2-nji mysal. $H_{i-1}=1$ bahada a_i =0100 we b_i=1001 tetradlary goşmaly.

6. Sargyt № 1177.

Çözülişi.

$c_i^{/}=a_i+b_i+H_{i-1}$=0100+1001+1=1110.

$c_i^{/}$=1111 ululyk–gadagan kombinasiýasy. Şeýlelikde, düzediş girizmeli:

$$\begin{array}{rr} & 1110 \\ + & \underline{0110} \\ \boxed{1} & 0100 \\ \uparrow & \\ H_i & \end{array}$$

Berlen tetradda netije 0101 deň, şeýle hem, uly tetrada geçirme döredi.

Jogaby: c_i=0100, H_i=1.

Şuňa degişli ýene bir mysala seredeliň:

5.3-nji mysal. H_{i-1}=0 bahada a_i =0101 we b_i=0111 tetradlary goşmaly.

Çözülişi.

$c_i^{/}=a_i+b_i+H_{i-1}$=0101+0111+0=1100

$c_i^{/}$=1100 ululyk–gadagan kombinasiýa. Onda

1100+0110=1 0010

Jogaby: c_i=0001, H_i=1.

5.4-nji mysal. H_{i-1}=1 bahada a_i =0111 we b_i=1001 tetradlary goşmaly.

Çözülişi.

$c_i^{/}=a_i+b_i+H_{i-1}$=1 0001.

Tetraddan geçmäniň ýüze çykmasy, netijäni korreksiýalaşdyrmagy talap edýär:

c_i=0001+0110=0111.

Jogaby: c_i=0111, H_i=1.

Şeýlelikde, eger berlen tetradda sifrleriň jemi goňşy kiçi tetraddan geçme bilen 10-dan az bolsa, onda goşmak düzedişsiz amala aşyrylýar; eger jem geçirme bilen 10-a deň ýa-da 10-dan uly bolsa, onda netije 0110 düzediş girizmek bilen korreksiýalaşdyrylýar.

5.5-nji mysal. A=372_{10}=0011 0111 0010_2 we B=489_{10}=0100 1000 1001_2. C=A+B-?

Çözülişi.

$$\begin{array}{lccc}
A= & 0011 & 0111 & 0010 \\
+ & & & \\
B= & 0100 & 1000 & 1001 \\
\hline
 & 0111 & 1111 & 1011 \\
+ & & & \\
 & & 0110 & 0110 \\
\hline
C= & 1000 \xleftarrow{1} & 0110 \xleftarrow{1} & 0000
\end{array}$$

Jogaby: C =1000 0110 0001$_2$=861$_{10}$.

D_2 kod. D_2 kodda sanlar goşulanda aşakdaky ýagdaýlaryň ýüze çykmagy mümkin:

1.Goý, $a_i'<5$ we $b_i'<5$, bu ýerde a_i', b_i' D_2 kodlar üçin tetradlar:

– eger $a_i'+b_i'+H_{i-1}<5$ bolsa, onda goşmagyň netijesine korreksiýa--düzediş talap edilmeýär;

– eger $a_i'+b_i'+H_{i-1}\geq 5$ bolsa, $c_i'=c_i+6$, netije kodirleme tablisanyň ikinji bölegine düşýär. Şeýlelikde, bu ýerde netijä 0110 düzediş girizip, korreksiýa hökmany. Bu ýagdaýyň nyşany – gadagan kombinasiýanyň ýüze çykmagydyr.

2. Goý, $a_i'\geq 5$ we $b_i'<5$; $5\leq a_i'+b_i'+H_{i-1}\leq 15$ bolsun.

$a_i'=a_i+6$ bolany üçin, jemlemede düzediş talap edilmeýär.

3. Goý $a_i'\geq 5$ we $b_i'\geq 5$ bolsun:

– eger $10\leq a_i'+b_i'+H_{i-1}\leq 15$ bolsa, onda netije –0110 düzedişi girizmek ýoly bilen korreksiýany talap edýär;

– eger $a_i'+b_i'+H_{i-1}\geq 15$ bolaýsa, onda netije korreksiýany talap etmeýär.

5.6-njy mysal. A=78742$_{10}$=1101 1110 1101 0100 0010$_2$ we B=95431$_{10}$=1111 1011 0100 0011 0001$_2$ sanlary goşmaly.

Çözülişi. Ilki bilen tetradlar boýunça jemlemäni soňra bolsa, korreksiýany geçireliň:

$$\begin{array}{llllll}
A= & 1101 & 1110 & 1101 & 0100 & 0010 \\
+ & & & & & \\
B= & 1111 & 1011 & 0100 & 0011 & 0001 \\
0001 \xleftarrow{1} & 1101 \xleftarrow{1} & 1010 \xleftarrow{1} & 0001 & 0111 & 0011 \\
 & 0000 & -0110 & 0000 & 0110 & 0000 \quad \text{düzedişler} \\
\hline
C= 0001 & 1101 & 0100 & 0001 & 1101 & 0011
\end{array}$$

Jogaby: C= 0001 1101 0100 0001 1101 0011$_2$=174173$_{10}$.

D_4 kod. D_4 kodda sanlar goşulanda aşakdaky ýagdaýlaryň ýüze çykmagy mümkin:

Goý $a_i''=a_i+3$, $b_i''=b_i+3$, bu ýerde a_i'' we b_i'' - D_4 kodlar üçin tetradlar:

– eger $a_i''+b_i''+H_{i-1}<10$ bolsa, onda $c_i''=a_i+3+b_i+3+H_{i-1}=(a_i+b_i+H_{i-1}+3)+3=c_i'+3$

– netije – 0011 düzedişi girizmek ýoly bilen korreksiýany talap edýär;

– eger $a_i''+b_i''+H_{i-1}\geq 10$ bolsa, onda $c_i''=a_i+3+b_i+3+H_{i-1}=(a_i+b_i+H_{i-1}+3)+3=c_i'+3$.

Bu ýagdaý üçin netije +0011 düzedişi girizmek ýoly bilen korreksiýany talap edýär.

5.7-nji mysal. A= 375_{10}=0110 1010 1000_2 we

B= 264_{10}=0101 1001 0111 sanlary goşmaly.

Çözülişi. Ilki bilen tetradlar boýunça jemlemäni soňra bolsa, korreksiýany ýerine ýetireliň.

$$
\begin{array}{rllll}
A = & 0110 & & 1010 & 1000 \\
+ & & & & \\
B = & 0101 & & 1001 & 0111 \\
\hline
 & 1100 & \xleftarrow{1} & 0011 & 1111 \\
 & -0011 & & +0011 & -0011 \quad \text{düzedişler} \\
\hline
C = & 1001 & & 0110 & 1100
\end{array}
$$

Jogaby: C= 1001 0110 1100_2=639_{10}.

Bu ýerde düzedişler tetradlaryň zynjyry boýunça blokirlenip-baglanyp amala aşyrylýar. Düzedişi girizmegiň düzgünini aşakdaky ýaly ýaňzytmak bolar:

– eger tetradlar goşulanda geçirme ýüze çykmasa, ýagny H_i=0 bolsa, onda düzediş –0011-e deň (ýa-da üstüni ýetirme +1101-e deň);

– eger tetrad boýunça geçirme ýüze çyksa, ýagny H_i=1 bolsa, onda düzediş +0011-e deň.

Beýleki D-kodlar üçin hem goşmagyň düzgünlerine şuňa meňzeş seretmek bolar.

§5.3. Otrisatel sanlaryň D-kodlarda aňladylyşy

Maşynyň razrýad gözeneklerinde D-kod aňladylanda ýa fiksirlenen, ýa-da ýüzýän oturly formada amala aşyrmak mümkin. Şonda otrisatel sanlaryň göni, ters ýa-da goşmaça kodlarda aňladylmagy hökmanydyr.

Şonuň üçin, eger A=–0, $a_1\, a_2 \ldots a_n$ bolsa, bu ýerde a_i tetradlar, onda:

$$[A]_{gn}=1,\ a_1\, a_2 \ldots a_n;$$
$$[A]_{ts}=1,\ \overline{\overline{a}}_1 \overline{\overline{a}}_2 \ldots \overline{\overline{a}}_n; \qquad (5.4)$$
$$[A]_{gş}=1,\ \overline{a}_1 \overline{a}_2 \ldots \overline{a}_n,$$

Bu ýerde: $\overline{\overline{a}}_i$ – ähli tetradlarda q–1-e çenli doldurma; $\overline{a}_i$ –kiçisini hasap etmezden ähli tetradlarda q–1-e çenli doldurma, iň kiçisinde bolsa q=10-a çenli doldurma.

(5.4) özgertmäniň düzgüniniň esasynda:

$$\overline{\overline{a}}_i + a_i = q - 1. \qquad (5.5)$$

Bu bolsa, D-kodlar üçin, (5.2) şertiň ýerine ýetýänleri üçin ters kod tetradlaryň ýygyndylarynyň ýönekeý inwertirlemesinden alynýandygyny aňladýar.

5.8-nji mysal. A=–0,2318 san üçin D_2 kodda ters we goşmaça koduny tapmaly.

Çözülişi. Berlen sany D_2 kodda ýazalyň:

$A= –0,2318_{10}= –0,0010\ 0011\ 0001\ 1110_2$.

(5.4) şertiň esasynda ýazarys:

$[A]_{ts}$=1,1101 1100 1110 0001.

$[A]_{ts}+q^{-n}=[A]_{gş}$ gatnaşygy peýdalanyp, goşmaça kodda ýazarys:

$[A]_{gş}$=1,1101 1100 1110 0001+0,0000 0000 0000 0001=1,1101 1100 1110 0010.

Jogaby: $[A]_{ts}$=1,1101 1100 1110 0001,

$[A]_{gş}$ =1,1101 1100 1110 0010.

Bellik. D_2-kodda goşmaça koda öwrülende iň kiçi tetrada birlik goşulanda bu kod üçin goşmagyň düzgünleri boýunça amala aşyrylýar.

5.9-njy mysal. A= – 0,4795 san üçin D_4 kodda ters we göni koduny tapmaly.

Çözülişi. Berlen sany D_4 kodda ýazalyň:

$A=–0,4795_{10}= –0,0111\ 1010\ 1100\ 1000_2$.

(5.4) şertiň esasynda alarys:
$[A]_{ts}$ =1, 1000 0101 0011 0111,
$[A]_{gş}$ =1,1000 0101 0011 1000.
Jogaby: $[A]_{ts}$ =1, 1000 0101 0011 0111,
$[A]_{gş}$ =1,1000 0101 0011 1000.

Bellik. D_4-kodda goşmaça koda öwrülende iň kiçi tetrada birlik goşulanda korreksiýa düzediş talap edilmeýär.

D_1-kod üçin (5.2) şert ýerine ýetmeýänligi üçin beýleki kodlardan tapawutlanýar. Koduň bu aýratynlygy ters ýa-da goşmaça koduň emele gelmegine täsir edýär. Çünki, tetradyň ýygyndysyny inwentirlemek 2^4–1=15-e çenli üstüne ýetirmäni aňladýar. Şeýlelikde, tapawudy hökmany aýyrmaly. Bu ýagdaýda ulanylýan usullaryň biri,sanyň sifr tetradlaryna +0110 goşulýar we şondan soň ýygyndylarda inwentirleme geçirilýär. Alnan şekillenme sanyň ters koduny aňladýar.

5.10-njy mysal. A= – 0,527 san üçin D_1 – kodda ters kody almaly.

Çözülişi: Berlen sany D_1 kodda aňladalyň:. A= – $0,5274_{10}$= – 0, $0101\ 0010\ 0111\ 0100_2$.

Ähli tetradlara 0110 goşulýar:

$$\begin{array}{rrrrr} & 0,0101 & 0010 & 0111 & 0100 \\ + & & & & \\ & 0110 & 0110 & 0110 & 0110 \\ \hline & 0,1011 & 1000 & 1101 & 1010 \end{array}$$

Bu ýygyndyny inwentirlemeden soň alarys:
[A]ts=1,0100 0111 0010 0101.
Jogaby: $[A]_{ts}$=1,0100 0111 0010 0101.

§5.4. D-kodlarda goşmak we aýyrmak amallarynyň ýerine ýetirilişi

D-kodlardaky operandlaryň üstündäki ähli arifmetiki amallar, ýokarda görkezilen ikilik arifmetikanyň resmi düzgünleri boýunça ýerine ýetirilýär. Ýüze çykjak aýratynlyklary anyk mysallarda seredip geçmek maksada laýyk bolar.

5.11-nji mysal. A=–0,0011 1000 0010 0101 we B=0,0111 1001 0100 0110 sanlary D_1–kodda goşmaça kodda summatorda goşmaly. (–3825+7946).

Çözülişi. Berlen sanlar goşmaça kodda aňladylýar (otrisatel sanda tetradlara 0110 goşup, inwertirlemeli) we olaryň şekilleri goşulýar:

$$
\begin{array}{cccc}
0011 & 1000 & 0010 & 0101 \\
+ & + & + & + \\
\underline{0110} & \underline{0110} & \underline{0110} & \underline{0110} \\
1001 & 1110 & 1000 & 1011
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllll}
[A]_{ts}=1, & 0110 & 0001 & 0111 & 0100. & \\
 & & & & & \\
[A]_{gş}=1, & 0110 & 0001 & 0111 & 0101 & \\
\quad + & & & & & \\
[B]_{gş}=0, & 0111 & 1001 & 0100 & 0110 & \\
\hline
\quad 1, & 1101 & 1010 & 1011 & 1011 & \\
 & 0110 & 0110 & 0110 & 0110 & \text{düzediş} \\
\hline
0 \xleftarrow{1} & 0100 \xleftarrow{1} & 0001 \xleftarrow{1} & 0010 & 0001. &
\end{array}
$$

Jogaby: C=0,0100 0001 0010 0001. (4121).

5.12-nji mysal. A=–0,0100 0001 1000 0111 we B=–0,0010 0011 0001 0110 sanlary D_1-kodda ters kodda summatorda goşmaly.(-4187 +(-2316))

Çözülişi. Berlen sanlar ters kodda aňladylýar we olaryň şekilleri goşulýar:

$$
\begin{array}{llllll}
[A]_{ts}= & 1, & 0101 & 1000 & 0001 & 0010 \\
\quad + & & & & & \\
[B]_{ts}= & 1, & 0111 & 0110 & 1000 & 0011 \\
\hline
 & 0, & 1100 & 1110 & 1001 & 0110 \\
+ & & & & & \\
 & & 0110 & 0110 & 0000 & 0000 \;\; \text{düzediş} \\
\hline
 & 1 \xleftarrow{1} & 0011 \xleftarrow{1} & 0100 & 1001 & 0110.
\end{array}
$$

Ters koduň netijesini özgertmeden soň, jogabyny alarys (tetradlara 0110 goşup, inwertirlemeli).

Jogaby: A+B=-0,0110 0101 0000 0011. (–6503).

Bellik. D_1-kodda korrektirlenende summatorlarda tetradara geçirme zynjyry blokirlenmeýär–beklenilmeýär.

5.13-nji mysal. A= – 0,0000 1101 0011 1011 we B=-0,0000 1111 0010 1011 sanlary D_2-kodda goşmaça kodda summatorda goşmaly.

Çözülişi. Eger berlen sanlar düzgün boýunça goşmaça koda öwrülse, onda tetradlaryň içinde gadagan edilen kombinasiýanyň bolmagy mümkin. Şonuň ýaly ýagdaýda, şol tetrada 0110 düzedişi girizmek ýoly bilen korrektirlemek hökmanydyr.

$[A]_{gş}$=1,1111 0010 1100 0101, $[B]_{gş}$= 1,1111 0000 1101 0101

$$\begin{array}{r} +0110 \\ \hline 1,1111\ \ 0010\ \ 1100\ \ 1011 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +0110 \\ \hline 1,1111\ \ 0000\ \ 1101\ \ 1011 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccccl}
[A_{gş} = & 1, & 1111 & 0010 & 1100 & 1011 & \\
+ & & & & & & \\
[B_{gş} = & 1, & 1111 & 0000 & 1101 & 1011 & \\
\hline
 & 1, \overset{1}{\leftarrow} & 1110 & 0011 \overset{1}{\leftarrow} & 1010 \overset{1}{\leftarrow} & 0110 & \\
 & & + & + & + & + & \\
 & & 0000 & 0000 & 1010 & 1010 & \text{düzediş} \\
\hline
[A+B]_{gş} = & 1, & 1110 & 0011 & 0100 & 0000. &
\end{array}$$

Goşmaça koddan tersine özgertme geçirilýär.

Jogaby: A+B= – 0,0001 1100 1100 0000.

5.14-nji mysal. A=0, 1110 0000 1011 0011 we B= – 0, 1100 1101 0100 1011 sanlary D_2-kodda ters kodda summatorda goşmaly.

Çözülişi. Berlen sanlar ters kodda aňladylýar we olaryň şekilleri goşulýar:

$$\begin{array}{lccccl}
[A]_{ts} = & 1, & 0011 & 0100 & 1000 & 0110 \\
 & + & & & & \\
[B]_{ts} = & 0, & 1000 & 0011 & 1001 & 1010 \\
\hline
 & 1, & 1011 & 1000 \leftarrow & 0010 \leftarrow & 0000 \\
 & & + & + & + & + \\
 & & 1101 & 1101 & 0011 & 0011 \ \text{düzediş} \\
\hline
[A+B]_{ts} = & 1, & 1000 & 0101 & 0101 & 0011
\end{array}$$

Jogaby: A+B=0,0001 0011 0000 11110.

5.15-nji mysal. A= – 0, 1100 1011 0111 1001 we B=0, 1000 0011 1001 1010 sanlary D_4-kodda ters kodda summatorda goşmaly.

Çözülişi. Berlen sanlar ters kodda aňladylýar we olaryň şekilleri goşulýar:

$$
\begin{array}{llllll}
[A]_{ts}= & 1, & 0011 & 0100 & 1000 & 0110 \\
 & + & & & & \\
[B]_{ts}= & 0, & 1000 & 0011 & 1001 & 1010 \\
\hline
 & 1, & 1011 & 1000 \leftarrow & 0010 \leftarrow & 0000 \\
 & & + & + & + & + \\
 & & 1101 & 1101 & 0011 & 0011 \quad \text{düzediş} \\
\hline
[A+B]_{ts}= & 1, & 1000 & 0101 & 0101 & 0011
\end{array}
$$

Jogaby: A+B=–0,0111 1010 1010 1100.

Bellik. Düzediş girizilende tetradara geçiriş zynjyry blokirlenýär–baglanýar we otrisatel düzedişler doldurgyç üsti doldurylan (1101) görnüşde girizilýär.

Ýokarda görkezilen D-kodlarda goşmak amalynda ýerine ýetirilen mysallar birnäçe umumy bellikleri etmäge mümkinçilik döredýär: netijäniň korreksiýasy ýa awtomat meýilleşdirme ýoly bilen, ýa-da gurluş enjamlarynyň kömegi bilen amala aşyrmak mümkin. Birinji usul ýörite dolandyryş blogyny işläp taýýarlamagy, ikinji bolsa, hususy summatorlaryň shemasyny çylşyrymlaşdyrmagy talap eder. Bu meseläni işläp taýýarlaýjy anyk talap edilişine görä çözýär.

Ýokarda aýdylyp geçilen düzgünler boýunça, fiksirlenen oturly formada aňladylan sanlary goşmak (aýyrmak) algoritmi ýörite onluk summatorlarda amala aşyrylýar.

Ýüzýän oturly onluk sanlar üçin, ikilik sanlar üçin ulanylýan şol bir usul ulanylýar: sanyň tertibi goşulmazyndan öň deňeşdirilýär (kiçi sana uly sanyň tertibi berilýär) we amal tamamlanandan soň, netijä normalaşdyrma geçirilýär. Bu ýerde kiçi razrýad tarapyndan saga süýşürmäni peýdalanmak bilen, goşmaça tetrad girizilýär.

§5.5.D-kodlarda sanlary köpeltmek

D-kodda köpeltmek amaly ýörite klassiki shemanyň esasynda amala aşyrylýar:

Sanlary köpeltmek köpelijini köpeldijiniň nobatdaky sifrine köpeldilende alnan hususy köpeltmek hasyllaryny yzygider jemlemeklige syrykdyrylýar. Her bir köpelijiniň sifri $(\beta_4\ \beta_3\ \beta_2\ \beta_1)_i$ görnüşde aňladylýanlygy üçin, bu ýerde *i*- razrýadyň nomeri–tertibi, onda köpeltmek köpelijiniň nobatdaky tetradynyň şifrini açmak we göni dört razrýad süýşürmek bile amala aşyrylýar. Şifri açmak dürli usullar bilen ýerine ýetirmek mümkin. Ýönekeý usuly: tetradyň bahasyndan noly alýançaň yzygiderlikde birligi aýyrmaly we her taktda summatorda degişlilikde köpelijini goşmaly. Göni kodda summatorda köpeldilende ýeriň aşa dolmagy ýagdaýynda goşmaça tetrady göz öňünde tutmaly.

5.16-njy mysal. Sanlary göni kodda summatorda (D2-kodda) köpeltmeli.

$[A]_{gn}$=1, 0010 0111;

$[B]_{gn}$=0, 0011 0101.

Çözülişi. Sanlar köpeldilende D_2-kod üçin göni kodda summatorda üç tetradda we iki tetradda bolan registrler ulanylýar.

Amalyň ýerine ýetiriliş yzygiderligi 5.2-nji tablisada görkezilendir.

Jogaby: $[AB]_{gn}$=1,0000 1000 0001 0011.

Bellik. D_2-kodda köpeltmekde tetradyň derňewini rewersiw sçýotçigiň ýardam beriji hasaplaýjynyň kömegi bilen amala aşyrmak bolar.

Ýeke-täk ulgamly käbir maşynlarda (mysal üçin, EC-1020) D_1-kodda onluk sanlar köpeldilende amallary çaltlandyrma usulyndan peýdalanylýar. Ähli amallar goşmaça kodda summatorda köpeldijiniň nobatdaky sifrine baglylykda goşmagy ýa-da aýyrmagy yzygiderlikde ýerine ýetirmeklige syrygýar.

Köpeldijiniň nobatdaky sifri	Amalyň görnüşi	Köpeldijiniň nobatdaky sifri	Amalyň görnüşi
0	0	5	+2A+2A+1A
1	+1A	6	-2 A-2 A
2	+2 A	7	-2 A-1A
3	+2 A+1 A	8	-2 A
4	+2 A+2 A	9	-1 A

Şeýlelikde, köpeliji we ikeldilen köpeliji öňünden taýýarlanylyp goýulmaly. Şonda öňündäki sifr bäşden uly bolan bolsa, onda nobatdaky ädimiň amalyny +1*A* ulaltmak gerek.

5.2-nji tablisa

Summator (SM)	Registr (RgB)	Bellikler
0000 0000 0000	0111 0101	B.y.SM:=0;RgB:=$[B]_{gn}$; RgA:=$[A]_{gn}$
+	-	
0010 0111	0001	
0010 0111	0100	
+	-	
0010 0111	0001	
0100 1110	0011	
+	-	
0010 0111	0001	b_1 tetradyň derňewi
0111 0101	0010	
+	-	Saklanýan tetraddan birligiň aýrylyşy
0010 0111	0001	
1001 1100	0001	
+	-	
0010 0111	0001	
	0000	Derňewiň soňy
0000 1100 0011		
0000 0000 1100 0011	0011	Dört razrýad süýşürmek
+	-	
0010 0111	0001	
0011 0011	0010	
+	-	b_2 tetradyň derňewi
0010 0111	0001	
0101 1010	0001	Saklanýan tetraddan birligiň aýrylyşy
+	-	
0010 0111	0001	
	0000	Derňewiň soňy
0000 1000 0001 0011		Dört razrýad süýşürmek
0000000010000010011		Soňy

Onluk sanlar köpeldilende, köplenç, bu amaly çaltlandyrmaga ýardam berýän başga usullar ulanylýar. Mysal üçin,

$$\left.\begin{aligned} AB &= 2A\frac{B}{2}, \text{ eger B jübüt san bolsa,} \\ AB &= 2A\frac{B-1}{2} + A \text{, eger B täk san bolsa.} \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

(5.6) usullara laýyk gelýän amallara onluk sanlaryň mysalynda seretmek mümkin:

$$41 \cdot 28 = 2 \cdot 41 \cdot \frac{28}{2} = 82 \cdot 14 = 2 \cdot 82 \cdot \frac{14}{2} =$$

$$= 164 \cdot 7 \cdot 164 \cdot \frac{6}{2} + 164 = 656 \cdot 1 + 328 + 164 = 1148.$$

Sanlaryň ikilik-onluk aňladylmasynda (5.6) usulyň ýönekeý bolmagy-da mümkin. Sanlary ikä köpeltmeklik çepe süýşmäni, ikä bölmeklik bolsa saga süýşmegi aňladýar. Ikilik kodlarda süýşmeklik ýerine ýetýär, onda her ädimde tetradlarda korreksiýalary amala aşyrmak talap edilýär. Korrektirleýji düzedişler her D-kod üçin kesgitlenýär. Korreksiýa, haçanda berlen tetradyň iň çetki razrýadyndan birlik goňşy tetrada süýşende ýerine ýetýär. Mysal üçin, D_1-kod üçin korreksiýa düzediş – köpelijiniň tetrady üçin +0110-a, köpeldijiniň tetrady üçin –0011 (ýa-da +1101)-e deň.

5.17-nji mysalyň çözüliş shemasy:

```
       B            A                     C
   0100 0011   0000 0010 0100       0000 0000 0010 0100
 → 0010 0001   0000 0100 1000  ←    0000 0000 0100 1000  süýşme
 → 0001 0000   0000 1001 0000  ←    0000 0000 0110 1100  süýşme
                         0110                      0110  düzediş
               ______________      ____________________
               0000 1001 0110       0000 0000 0111 0010
 → 0000 1000   0001 0010 1100  ←                         süýşme
        1101        0110 0110                            düzediş
   _________   ______________
   0000 0101   0001 1001 0010       0000 0001 1001 0010
                                    ___________________
                                    0000 0010 0000 0100
                                              0110       düzediş
                                   ____________________
                                    0000 0010 0110 0100
 → 0000 0010   0011 0010 0100  ←                         süýşme
                    0110                                 düzediş
               ______________
               0011 1000 0100
 → 0000 0001   0111 0000 1000  ←                         süýşme
                    0110                                 düzediş
               ______________
               0111 0110 1000       0000 0111 0110 1000
                                    ___________________
 → 0000 0000   1110 1101 0000  ←    0000 1001 1100 1100  süýşme
                                              0110 0110  düzediş
                                              _________
                                    0000 1010 0011 0010
                                         0110            düzediş
                                    ___________________
                                    0001 0000 0011 0010
```

Soňy.

5.17-nji mysal. A=0010 0100 we B=0100 0011 sanlary D_1 – kodda (5.6) usulda köpeltmeli.

Çözülişi. Köpeltmegiň shemasy ýokardaky görnüşde bolar.

Jogaby: AB=0001 0000 0011 0010.

§5.6. D-kodlarda sanlaryň bölünişleri

Onluk sanlary D-kodda bölmekde bölüjini birinji ädimde bölünijiden, indiki ädimlerde galyndydan aýyrmak yzygiderlik usuly bilen ýerine ýetirilýär. Her ädimde aýyrmak galyndyda otrisatel san emele gelýänçä dowam edilýär. Her gezek galyndyda položitel san alnanda, ýöriteleşdirilen sçýotçige (sanaýja) bir san goşulýar. Bu sanaýjyda paýyň nobatdaky sifri toplanýar. Onsoň dört ikilik razrýadda süýşürme amala aşyrylýar we tä položitel galyndy emele gelýänçä bölüji goşulýar. Goşmagyň sany (mukdary, iň soňkyny hasap etmezden) paýyň degişli sifriniň 9-a çenli doldurmasy bolýar.

Şeýlelikde, bölmek prosesi goşmagyň we aýyrmagyň süýşürmek bilen, gezekleşip gelýän sikllериniň yzygiderliginiň hatarynda durýar. Bölmek operasiýasy ýerine ýetirilende, ähli amallar degişli D-kodda goşmak-aýyrmak düzgünleri boýunça işleýän goşmaça (ters) kodda summatorda amala aşyrylmalydyr.

Ýönekeýlik üçin, bölmek mysalyna sanlary tetrad görnüşinde aňladylyşyndan gaça durman onluk hasaplaýyş ulgamynda seredip geçeliň.

5.18-nji mysal. A=0,154678 (bölüniji) we B=0,550 (bölüji) sanlary bölmeli.

Çözülişi. Başlangyç ýagdaýy gurnamak.

1-nji ädim. Barlag aýyrmagy amala aşyrylýar: eger netije položitel ýa-da 0-a deň bolsa, onda üzülmek signaly işläp başlaýar, eger otrisatel bolsa, onda bir tetrad süýşme amala aşyrylýar. Bu ýagdaýda galyndy otrisatel bolýar (sanyň diňe sifr bölegine seredilýär).

2-nji ädim

154 675 SJ (Sanaýjy):= 0

<u>–55 000</u>

99 675 SJ:=0+1

<u>–55000</u>

44 675 SJ:=1+1

–55 000

Galyndy<0 89 675 c_1=2.

3-nji ädim.

89 675 SJ:=9

+5 500

95 175 SJ:=9-1

+5 500

Galyndy>0 00 675 c_1=2.

4-nji ädim.

00 675 SJ:=0

– 550

00 125 SJ:=0+1

– 550

Galyndy<0 99575 c_3=1 we ş.m.

Jogaby: C=0,281.

Ýokarda seredilene meňzeş onluk hasaplaýyş ulgamynda algoritmleri EC ЭВМ (ÝTU EHM) maşynlarynda peýdalanýarlar.

Bölmek amalyny çaltlandyrmak üçin, adaty usul bolan, köpeltmek amalyny çaltlandyrmak üçin ulanylýan usul peýdalanylýar.

Goý, A – bölüniji, B – bölüji, C- paý bolsunlar. Paýy

$C=0, c_1c_2... c_n$

görnüşinde gözläp bolýar diýip, güman edeliň. Onda

$$A=B(c_1 2^{-1} +c_2 2^{-2}+... +c_n 2^{-n})+R_n \qquad (5.7)$$

bu ýerde: R_n - bölmekden galan galyndy.

Goý, $R_n = 0$ bolsun, c_1=1, c_2= c_3=....=c_n=0 diýeliň. Onda birinji ädimdäki galyndy

$R_1=A - 2^{-1} B$

bolar. Eger $R_1 \geq 0$ bolsa, onda c_1=1; eger $R_1<0$, onda c_1=0 bolar. Soňky ýagdaýda öňki položitel galynda dikeldilýär. Soňra c_2=1, beýlekiler bolsa, c_i=0 diýip, kabul ederis we ş.m.

Islendik ädim üçin galyndy:

$$R_i = A - B\sum_{i=0}^{n} c_i 2^i.$$

Şeýlelikde, D-kodda berlen onluk sanlar bölünende, netije ikilik hasaplaýyş ulgamynda alynýar.

5.19-njy mysal. A=0, 3056 (bölüniji) we B=0,5800 (bölüji) sanlary bölünende paýy tapmaly.

Çözülişi. Düşnükli bolar ýaly, bu mysaly netijäni ikilik koda ýazmak bilen, onluk hasaplaýyş ulgamynda ýerine ýetireliň. Şonda kesgitli D-koda geçilende, onluk sanlaryň üstünde geçirilen ähli amallar bu D-koduň düzgünleri boýunça ýerine ýetiriler diýip, güman ederis.

Bölmegiň ýerine ýetirilişiniň yzygiderligi 5.3-nji tablisada berlendir.

5.3-nji tablisa

Bölüji (B) i-nji ädimde	Summator (SM)	Bellikler	c_i sifrler
0,5800	0,3056	B.y.	
0,2900	-0,2900	$B2^{-1}$; SM:=[SM]-$B2^{-1}$	
	0,0156	galyndy položitel	c_i=1
0,1450	-0.1450	$B2^{-1}$; SM:=[SM]-$B2^{-2}$	
	9,8706	galyndy otrisatel	c_i=0
	+0,1450	R_2 dikeldilmeli	
	0,0156		
0,0725	-0.0725	$B2^{-3}$; SM:=[SM]-$B2^{-3}$	
	9,9431	galyndy otrisatel	c_i=0
	+0,0725	R_3 dikeldilmeli	
	0,0156		
0,0362	-0,0362	$B2^{-4}$; SM:=[SM]-$B2^{-4}$	
	9,9794	galyndy otrisatel	c_i=0
	+0,0362	R_3 dikeldilmeli	
	0,0156		
0,0181	-0,0181	$B2^{-4}$; SM:=[SM]-$B2^{-4}$	
	9,9974	galyndy otrisatel	c_i=0
	+0,0181	R_4 dikeldilmeli	
	0,0156		
0,0090	-0,0090	$B2^{-5}$; SM:=[SM]-$B2^{-5}$	
	0,0066	galyndy položitel	c_i=1
0,0045	-0,0045	$B2^{-6}$; SM:=[SM]-$B2^{-6}$	
	0,0021	galyndy položitel	c_i=1
	we ş.m		

Jogaby: C=0,1000011.

D-kodda aňladylan sanlary süýşürmek üçin, düzediş girizmeli bolýar, onda bir tetraddan başga tetrada birlik geçirilende düzedişi awtomat girizýän bölüjini saklamak üçin özbaşdak summatoryň bolmagy maksada laýykdyr.

§5.7. Sanlary D-koda öwürmek

Onluk sanlar ikilik hasaplaýyş ulgamynda D-kodlarda aňladylanda, ýüze çykýan birnäçe soraglara seredip geçeris.

Goý, A= $a_4\ a_3\ a_2\ a_1$ onluk san berilsin, bu ýerde: a_i –onluk sifr bolup, $a_i=\{\alpha_4^{\ i}\ \alpha_3^{\ i}\ \alpha_2^{\ i}\ \alpha_1^{\ i}\}$ görnüşde D-kodda aňladylmaly bolsun.

$10=8+2=2^3+2^1$ deňligi peýdalanyp, islendik bitin onluk sany aşakdaky ýaly ýazmak mümkin:

$$A_0 = (...(\alpha_4^{IV}\alpha_3^{IV}\alpha_2^{IV}\alpha_1^{IV}(2^3+2^1)+\alpha_4^{III}\alpha_3^{III}\alpha_2^{III}\alpha_1^{III})(2^3+2^1)+$$
$$+\alpha_4^{II}\alpha_3^{II}\alpha_2^{II}\alpha_1^{II})(2^3+2^1)+\alpha_4^{I}\alpha_3^{I}\alpha_2^{1}\alpha_1^{I}.$$

2^k köpeltmek diýmek – ikilik kody k razrýad çepe süýşürmegi aňladýar. Şeýlelikde, geçirmä degişli tetrady süýşürmeklige we olary nobatdaky jemlemeklige syrygýar. Bu jemleme aşakdaky shema boýunça ýerine ýetirilip bilner (dört razrýadly san üçin):

$$\begin{array}{l}
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_2^{IV}\ \alpha_1^{IV}\ \alpha_2^{IV}\alpha_1^{IV}\ \alpha_1^{III}\ \alpha_1^{IV}\alpha_1^{III}\alpha_1^{IV}\alpha_2^{III}\ \alpha_1^{II}\ \alpha_1^{I}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_2^{IV}\ \alpha_1^{IV}\ \alpha_2^{IV}\alpha_1^{IV}\ \alpha_1^{III}\ \alpha_2^{III}\ \alpha_2^{II}\ \alpha_2^{I}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_2^{IV}\ \alpha_1^{IV}\ \alpha_2^{IV}\alpha_1^{IV}\ \alpha_2^{IV}\alpha_2^{III}\ \alpha_3^{I}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_3^{III}\ \alpha_2^{III}\ \alpha_2^{IV}\alpha_2^{III}\ \alpha_2^{II}\ \alpha_3^{II}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_3^{III}\ \alpha_2^{III}\ \alpha_3^{III}\ \alpha_4^{I}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_3^{III}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_4^{II}\\
\alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{IV}\ \alpha_4^{IV}\ \alpha_3^{II}\\
\alpha_4^{III}\ \alpha_3^{II}\ \alpha_4^{III}\\
\alpha_4^{III}\\
\hline
12\quad 11\quad 10\quad 9\quad 8\quad 7\quad 6\quad 5\quad 4\quad 3\quad 2\quad 1\quad 0
\end{array}$$

Ikiligiň derejesi.

Shemada birnäçe belgiler köp gezek gabat gelýär. Geçirme jemleme sütünler boýunça amala aşyrylýar, onda birmeňzeş jübüt belgiler goňşy razrýada birlik geçirmäni berýär. Bulary öňünden hasaba almak bolar we ýokarda getirilen shema aşakdaky shema özgerer:

a_4^{IV}	a_3^{IV}	a_2^{IV}	a_1^{IV}	a_2^{IV}	a_1^{IV}	a_1^{III}	a_1^{IV}	a_1^{IV}	a_1^{IV}	a_2^{III}	a_1^{II}	a_1^{I}
a_4^{IV}	a_4^{IV}	a_3^{IV}	a_3^{IV}	a_2^{III}	a_2^{IV}	a_3^{IV}	a_2^{III}	a_2^{II}	a_2^{II}	a_2^{I}		
a_3^{IV}	a_4^{III}	a_4^{IV}	a_3^{IV}	a_4^{IV}	a_3^{IV}	a_3^{III}	a_2^{III}	a_3^{I}				
a_2^{IV}	a_1^{IV}	a_2^{III}	a_4^{III}	a_4^{IV}	a_4^{III}	a_3^{II}						
a_4^{IV}	a_3^{IV}	a_3^{III}	a_1^{IV}	a_1^{III}	a_4^{III}							
a_4^{III}	a_2^{III}											
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Ikiligiň derejesi

Şeýlelikde, sanlary D-koda geçirmek, degişli geçirmäni gowşurmak bilen, tetradlaryň elementlerini sütünler boýunça jemlemek ýoly bilen amala aşyrylýar.

Geçirmäniň şeýle usullary EHM-iň ýeke-täk ulgamly bolan maşynlarynda, «IBM» şereket maşynlarynda we başgalarynda amala aşyrylypdyr. Geçirmäniň shemasy işlenip düzülende, köp girişli jemleýji gurluşy döretmek meselesini çözmek gerek bolar. Hakykatdan-da, geçirmede, mysal üçin, sekiz razrýadly onluk sanlarda sütünde goşulyjylaryň sany 13-e deň bolar. Diýmek, 13 girişli summator gerek bolar. Şeýle shemalary amala aşyrmak köpbasgançakly shemalaryň kömegi bilen mümkin. Bu ýagdaýda signalyň goşmaça säginmeginiň, ýüze çykjagy tebigydyr, bu-da sanyň geçirme tizligini peselder.

Ikilik hasaplaýyş ulgamyndan D-koda geçirmäni dürli usullar bilen amala aşyrmak bolar. Ikilik şekillendirilen sanlaryň üstündäki yzygiderli operasiýalaryň hatarlary üçin birnäçe ýagdaýlarda hasaplaýyş maşynlaryň özlerini peýdalanmak bolar (mysal üçin, bitin ikilik sany 1010 sana bölеniňde: onluk sifrler biri-biriniň yzyndan yzygiderlikli alynýar, drob sanlarda bu operasiýanyň görnüşi üýtgeýär, ýagny sany 1010-a köpeldilende, onluk drobuň degişli sifri alnar ýaly).

Sanlary ikilik hasaplaýyş ulgamyndan D-koda geçirmegiň algoritmi shemalaýyn ýa-da meýilnamalaýyn (programmalaýyn) usullarda amala aşyryp bolmagy mümkin. Onluk sany D-koda ýa-da D-koddan ikilik hasaplaýyş ulgamyna we tersine geçmegiň shema usuly juda geljegi bar usuldyr.

7. Sargyt № 1177.

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. D_1, D_2, D_5 kodlar üçin haýsy kombinasiýalar gadagan?

2. A= – 0,3651 sany goşmaça kodda D_1 we D_2 kodlarda özgertmeli.

3. B=0,2413 sany ters kodda D_1 we D_2 kodlarda özgertmeli.

4. A= – 0,5316 we B=0,2143 sanlary D_1 kodda goşmaça kodda summatorda goşmaly.

5. A=0,5316 we B= – 0,2143 sanlary D_2 kodda ters kodda summatorda goşmaly.

6. A=0,2316 we B= – 0,2317 sanlary D_4 kodda goşmaça kodda summatorda goşmaly.

7. A=0,23 we B=0,24 sanlary D_1 kodda göni kodda summatorda köpeltmeli.

8. A=0,1246 we B=0,13 sanlary D_2 kodda goşmaça kodda summatorda bölmeli.

9. A=0,153 we B=0,184 sanlary D_1 kodda ters kodda summatorda (5.6) formula boýunça çaltlandyrylan usulda köpeltmeli.

II BÖLÜM
SANLY AWTOMATLARYŇ (GURLUŞLARYŇ) LOGIKI ESASLARY

VI BAP. LOGIKI ALGEBRANYŇ ESASLARY

§6.1. Logiki algebra düşünjesiniň esaslary

Sanly awtomatlary (gurluşlary) resmi (formal) beýan etmek üçin, matematiki logikanyň wajyp bölümleriniň biri bolan, logiki algebranyň apparatlary (elementleri) giňden peýdalanylýar.

Logiki algebrany döreden iňlis matematigi J.Bul (1815-1864). Şonuň üçin logiki algebra *Bulyň* algebrasy diýilýär. Soňky ýyllarda Bulyň algebrasy alymlar E. Post, K. Şennon, G. Şestakow, W. Gluşkow, S. Ýablonskiý we başga-da birnäçe alymlaryň işleriniň netijesinde has-da ösdürildi.

Logiki algebranyň esasy düşünjesi – pikir aýtmadan ybarat.

Pikir aýtma – bu çynlygy ýa-da ýalanlygy hakda tassyklap bolýan sözlemdir.

Mysal üçin «5-iň kwadraty 25», «Aý Ýeriň hemrasy» sözlemler pikir aýtmalar bolup, olar hakykatdyr, ýagny çyndyr. Şeýle pikir aýtmalara çyn *pikir aýtmalar* diýilýär.

«4=5», «Gün Ýeriň daşyndan aýlanýar» pikir aýtmalar ýalandyr, şonuň üçin, şeýle pikir aýtmalara *ýalan pikir aýtmalar* diýilýär. «Daşarda ýagyş ýagýar» pikir aýtmanyň çyndygy ýa-da ýalandygy hakynda bellibir zat aýtmak mümkin däl. Onuň üçin, onuň haýsy pursatdadygy we şol pursatda howa hakynda goşmaça maglumatlar talap edilýär.

Bir sözlemden ybarat bolan pikir aýtmalar *ýönekeý pikir aýtmalar* diýilýär. Birnäçe ýönekeý pikir aýtmalardan düzülen pikir aýtmalara bolsa *çylşyrymly* pikir aýtmalar diýilýär. Çylşyrymly pikir aýtmalarda ýönekeý pikir aýtmalar özara *we, ýa-da, däl, eger, onda* sözleri bilen baglanyşdyrylýar.

Islendik ýönekeý pikir aýtma setir latyn elipbiýleri: $a, b, c, \ldots, x, y, z,$ ýa-da olaryň indeksli: $a_i, b_i, c_i, \ldots, x_i, y_i, z_i \ldots$ görnüşleri bilen belgilenýär.

Bulyň algebrasynda hem biziň öň öwrenen algebramyza meňzeş belgiler peýdalanylýar.

Pikir aýtmany x belgisi bilen belgiläliň. Eger pikir aýtma çyn bolsa onda x=1, eger pikir aýtma ýalan bolsa, onda x=0 diýlip hasap edilýär.

Eger x pikir aýtma diýilse, onda x – islendik pikir aýtma bolup biler.

Diňe iki (0 ýa-da 1) bahalary kabul edip bilýän x ululyga logiki üýtgeýän ululyk ýa-da Bulyň üýtgeýän ululygy diýilýär.

$$x=\{0;1\}$$

Eger islendik şertlerde logiki pikir aýtmanyň degişli logiki ululygy $x = 1$ bahany kabul edýän bolsa, onda oňa *absolýut çyn pikir aýtma* diýilýär.

Eger islendik şertlerde degişli logiki ululylygy $x = 0$ bahany kabul edýän bolsa, onda oňa *absolýut ýalan pikir aýtma* diýilýär.

«Ýer – bu Gün ulgamynyň planetasydyr» diýen pikir aýtma absolýut çyn pikir aýtma mysal bolup biler.

«Aý – Marsyň hemrasy» absolýut ýalan pikir aýtmadyr.

x_1,x_2,..., x_n logiki üýtgeýänleriň ýygyndysynda 0 we 1–e deň bolan bahalary alyp bilýän f $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ funksiýa logiki funksiýa, has takygy logiki algebranyň funksiýasy (LAF) diýilýär. x_1,x_2,..., x_n logiki üýtgeýänlere LAF-nyň üýtgeýänleri ýa-da argumentleri diýilýär we olar diňe 0 ýada 1 baha eýe bolup bilýärler. Diýmek, logiki argument hem, logiki funksiýa-da diňe 0 ýa-da1 baha eýe bolup bilýärler. LAF- -lary adaty algebradaky ýaly f, F ýaly latyn harplary bilen belgilenýär.

Üýtgeýän bir ululykly logiki funksiýa. Ol f(x) ýaly belgilenýär. Üýtgeýän bir ululykly logiki funksiýa bary-ýogy dört sany bolup biler, olar 6.1-nji tablisada görkezilen.

6.1-nji tablisa

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	1	0	0	1
1	1	0	1	0

Üýtgeýän bir ululykly BF-na *simwilýar* funksiýa ýa-da *unar* hem diýilýär.

Girizilen logiki funksiýanyň kesgitlemesine görä, f$_1$(x) absolýut çyn funksiýa bolýar. Oňa başgaça birligiň konstantasy diýilýär. Üýtgeýän x ululygyň 0 we 1 iki bahasynda-da funksiýanyň bahasy 1-e deň. $f_2(x)$ bolsa, absolýut ýalan funksiýa bolýar. Oňa başgaça noluň konstantasy diýilýär. Sebäbi funksiýanyň iki bahasyda 0-a deňdir. $f_3(x)$

funksiýa logiki üýtgeýäniň bahalaryny gaýtalaýan – toždestwolaýyn funksiýa diýilýär. Ol bolsa $f_3(x) \equiv x$ ýaly belgilenýär.

$f_4(x)$ funksiýa üýtgeýän x ululygyň bahalaryna ters bolaýan bahalara eýe bolýar. Şeýle funksiýalara logiki inkär etme funksiýasy diýilýär. Özem $f(x) = \neg x = \bar{x}$ ýaly belgilenýär. Üstündäki kese çyzyk inkär etmäniň belgisi: $\bar{0}=1$, $\bar{1}=0$.

Üýtgeýän iki ululykly logiki funksiýa.

Iki üýtgeýänli LAF-a binar diýilýär.

16 sany binar funksiýa bar. Üýtgeýän iki ululyk, hersi iki bahany alyp bilýän bolsa, kombinatorikanyň esasynda 16 görnüş almak bolýar. Olar 6.2-nji tablisada görkezilendir.

6.2-nji tablisa

Funksiýalar	(x_1x_2)				Bellikler
	00	01	10	11	$\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_2 = x_2$
f_1	0	0	0	0	f_0
f_2	0	0	0	1	$x_1 \wedge x_2$ (konýunksiýa)
f_3	0	0	1	0	$x_1 \wedge \bar{x}_2$ (x_2-ni inkär etme)
f_4	0	0	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 = x_1$
f_5	0	1	0	0	$\bar{x}_1 x_2$ (x_1-i inkär etme)
f_6	0	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_2 = x_2$
f_7	0	1	1	0	$x_1 \oplus x_2$ (iki moduly boýunça goşmak)
f_8	0	1	1	1	$x_1 \vee x_2$ (dizýunksiýa)
f_9	1	0	0	0	$\overline{x_1 \wedge x_2} = x_1 \downarrow x_2$ (Pirsiň funksiýasy)
f_{10}	1	0	0	1	$x_1 \equiv x_2$ (deňbahalylyk, ekwiwalentlik)
f_{11}	1	0	1	0	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_2$
f_{12}	1	0	1	1	$x_2 \to x_1$ (implikasiýa)
f_{13}	1	1	0	0	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2 = \bar{x}_1$
f_{14}	1	1	0	1	$x_1 \to x_2$ (implikasiýa)
f_{15}	1	1	1	0	x_1 / x_2 (Şefferiň funksiýasy)
f_{16}	1	1	1	1	f_1

Bu tablisada funksiýalar onlyk sanlaryň ikilik ýazgydaky tertibi boýunça ýerleşdirilendir. Bu funksiýalaryň içinden esasy hasaplanýan – olara elementar funksiýalar diýlip at berilýär. Bu elementar funksiýasynyň birnäçesi barada durup geçeris.

Elementar logiki funksiýalar:

1. Dizýunksiýa (ýa-da logiki goşmak) – bu $f_8(x_1, x_2)$ funksiýa.

Kesgitleme. Üýtgeýän x_1 we x_2 ululyklaryň biri 1 bolanda ýa-da ikisi hem 1 bolanda 1 bolýan, ikisi hem 0 bolanda 0 bolýan logiki funksiýa *dizýunksiýa* diýilýär.

Bu kesgitlemäni birneme ýönekeýleşdireliň:

Üýtgeýän ululyklaryň bolmanda biri 1 bolanda 1, galan ýagdaýda 0 bolýan funksiýa *dizýunksiýa* diýilýär. Ýa-da üýtgeýän ululyklaryň ikiside 0 bolanda 0, galan ýagdaýlarda 1 bolýan funksiýa *dizýunksiýa* diýilýär.

Dizýunksiýa köplenç ÝA-DA funksiýasy hem diýilýär we ol $f(x_1,x_2)=x_1 \vee x_2$ ýaly şertli belgilenýär. Bu ýerde $\vee$-dizýunksiýanyň belgisi. Dizýunksiýa funksiýasyna başgaça logiki goşmak funksiýasy hem diýilýär we $f(x_1,x_2)=x_1+x_2$ ýaly belgilenýär.

Dizýunksiýa funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_3(x_1\ x_2)= x_1 \vee x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Dizýunksiýanyň logiki çynlyk tablisasyndan dizýunksiýanyň esasy häsiýetleri gelip çykýar:

$0 \vee 0=0$
$0 \vee 1=1$
$1 \vee 0=1$
$1 \vee 1=1$

$x \vee x=x$ $\qquad x+x=x$
$x \vee \overline{x}=1$ $\qquad x+\overline{x}=1$
$x \vee 1=1$ $\qquad x+1=1$
$x \vee 0=x$ $\qquad x+0=x$

Şeýle hem, $x_1 \vee x_2= x_2 \vee x_1$, $x_1+x_2= x_2+x_1$ (orun çalşyrma kanuny).

2. Konýuksiýa *(logiki köpeltmek)* - bu $f_2\ (x_1,x_2)$ funksiýa.

Kesgitleme. Üýtgeýän ululyklaryň ikisi hem 1 bolanda 1 bolýan, galan ýagdaýlarda 0 bolýan funksiýa konýuksiýa diýilýär.

Konýuksiýa köplenç WE funksiýasy diýlip, şertli aýdylýar. Konýuksiýa $f(x_1,x_2)=x_1 \wedge x_2$ ýaly şertli belgilenýär. $\wedge$ - konýuksiýa belgisi. Oňa logiki köpeltmek funksiýasy hem diýilýär we $f(x_1,x_2)=x_1 x_2$ ýaly belgilenýär.

Konýuksiýa funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_2(x_1\ x_2)= x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Konýuksiýanyň çynlyk tablisasyndan onuň esasy häsiýetleri gelip çykýar:

$x \wedge x = x$;

$x \wedge \overline{x} = 0$;

$x \wedge 1 = x$;

$x \wedge 0 = 0$;

$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1$.

3.Implikasiýa - bu $f_{14}(x_1,x_2)$ funksiýa.

Kesgitleme. Birinji üýtgeýän ululyk 1 we ikinji üýtgeýän ululyk 0 bolanda 0, galan ýagdaýlarda 1 bolýan logiki funksiýa implikasiýa diýilýär. Implikasiýa $f(x_1,x_2) = x_1 \rightarrow x_2$ şertli belgi bilen aňladylýar. Bu ýerde $\rightarrow$ implikasiýa belgisi.

Implikasiýa funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_{14}(x_1\ x_2)= x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Implikasiýanyň çynlyk tablisasyndan, onuň esasy häsiýetlerini alarys:

$x \rightarrow x = 1$; $x \rightarrow \overline{x} = \overline{x}$; $x \rightarrow 1 = 1$; $x \rightarrow 0 = \overline{x}$.

4. Şefferiň ştrihi – bu $f_{15}(x_1,x_2)$ funksiýadyr.

Kesgitleme. Üýtgeýän ululyklaryň ikisi hem 1 bolanda 0 bolýan, galan ýagdaýlarda 1 bolýan funksiýa Şefferiň funksiýasy ýa-da Şefferiň ştrihi diýilýär.

Şefferiň ştrihi $f(x_1,x_2)=x_1/x_2$ ýaly belgilenýär. /- Şefferiň ştrihi belgisi.

Nemes alymy D. Şeffer bu funksiýanyň esasynda «Şefferiň algebrasy» diýen algebrany düzýär.

Şefferiň ştrih funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_{15}(x_1, x_2)= x_1/x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Şefferiň ştrihiniň esasy häsiýetleri:

$x / x = x;$

$x / \overline{x} = 1;$

$x / 0 = 1;$

$x / 1 = \overline{x}.$

5. Pirsiň (Webbiň) funksiýasy – bu $f_9(x_1,x_2)$ funksiýadyr.

Kesgitleme. Üýtgeýän ululyklaryň ikisi hem 0 bolanda 1 bolýan, galan ýagdaýlarda 0 bolýan funksiýa Pirsiň (Webbiň) funksiýasy diýilýär.

Pirsiň (Webbiň) funksiýasy $f(x_1,x_2)=x_1\downarrow x_2= x_1 O\ x_2$ ýaly belgilenýär. Ç. Pirs we D. Webb bir-birinden habarsyz, bu funksiýanyň häsiýetlerini öwrenip, özleriniň algebralaryny, ýagny Pirsiň algebrasyny we Webbiň algebrasyny döredipdirler.

Pirsiň (Webbiň) funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_9(x_1, x_2)= x_1 \downarrow x_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Pirsiň (Webbiň) funksiýalarynyň esasy häsiýetleri:

$x \downarrow x = \overline{x}$;

$x \downarrow \overline{x} = 0$;

$x \downarrow 1 = 0$;

$x \downarrow 0 = \overline{x}$.

6. Deňbahaly funksiýa – bu $f_{10}(x_1 x_2)$ funksiýadyr.

Kesgitleme. Üýtgeýän ululyklaryň ikisi hem deň bolanda 1, dürli bolanlarynda 0 bolýan funksiýa deň bahaly funksiýa diýilýär. Oňa ekwiwalent funksiýa hem diýilýär. Deň bahaly funksiýa $f(x_1\ x_2) = x_1 \equiv x_2$ ýaly belgilenýär.

Deňbahaly funksiýanyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_{10}(x_1,x_2) = x_1 \equiv x_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Deňbahaly funksiýanyň esasy häsiýetleri:

$x \sim x = 1$;

$x \sim \overline{x} = 0$;

$x \sim 1 = x$;

$x \sim 0 = \overline{x}$.

7. 2 modul boýunça goşmak funksiýasy – bu $f_7(x_1,x_2)$ funksiýa. Muňa başgaça, dürli atly funksiýa hem diýilýär.

Kesgitleme. Üýtgeýän ululyklarynyň diňe biri 1 bolanda 1, galan ýagdaýlarda 0 bolýan funksiýa 2 modul boýunça goşmak funksiýasy diýilýär.

Bu kesgitlemäni başgarak aýtsak: üýtgeýän ululyklar dürli bolanda – 1, deň bolanlarynda 0 bolýan funksiýa 2 modul boýunça goşmak funksiýasy diýilýär.

Ol $f(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2$ ýaly belgilenýär.

2 modul boýunça goşmak funksiýasynyň çynlyk tablisasy

x_1	x_2	$f_7(x_1,x_2)= x_1 \oplus x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2 modul boýunça goşmak funksiýalarynyň esasy häsiýetleri:

$x \oplus x = 0;$
$x \oplus \overline{x} = 1;$
$x \oplus 0 = x;$
$x \oplus 1 = \overline{x};$
$x_1 \oplus x_2 = x_2 \oplus x_1.$

Ýokarda seredilen ähli logiki funksiýalara – elementar funksiýalar diýilýär.

Deňgüýçli funksiýalar.

Eger iki funksiýa üýtgeýän ululyklaryň mümkin boljak ähli ýygyndylarynda şol bir bahany $f_1(x_1,x_2,\dots,x_n) = f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)$ alýan bolsalar, onda şeýle funksiýalara deňgüýçli funksiýalar diýilýär.

Hakyky ýa-da ýalan (galp) üýtgeýän ululyklar.

Eger $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ logiki funksiýada x_i üýtgeýän ululygyň bahasy üýtgände $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ funksiýanyň bahasy düýpli üýtgese, onda şeýle üýtgeýän ululyklara hakyky üýtgeýän ululyklar diýilýär.

Eger üýtgeýän x_i ululygyň bahasy üýtgände $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ funksiýanyň bahasy üýtgemese, onda şeýle üýtgeýän ululyklara ýalan ýa-da galp üýtgeýän ululyk diýilýär.

Üýtgeýän üç ululykly logiki funksiýa tablisa görnüşde (*6.3-nji tablisa*) berlen.

Tablisadan görnüşi ýaly, üýtgeýänler x_1 we x_2 – hakyky, emma x_3 – galp. Hakykatdan-da, ähli x_1, x_2 ýygyndylar üçin $f(x_1,x_2,0) = f(x_1,x_2 1)$. Şeýlelikde, galp üýtgeýänleri ýok etmek ýa-da girizmek bilen, logiki funksiýalar üçin üýtgeýänleriň sanyny gysmak ýa-da giňeltmek mümkinçiligi ýüze çykýar.

6.3-nji tablisa

x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Çünki, x_i üýtgeýän ululyklaryň sany çäkli, onda üýtgeýän ululyklaryň islendik sanyna bagly bolan funksiýalaryň N sanyny şeýle kesgitlemek mümkin:

$N = 2^{2^n}$,

bu ýerde: $n - x_i$ üýtgeýän ululyklaryň sany. Diýmek, argumentleriň sany n bolsa, $N = 2^{2^n}$ sany dürli funksiýany almak bolar:

üýtgeýän bir ululykly funksiýalarda n=1, funksiýalarynyň sany $N = 2^{2^1}$=4;

üýtgeýän iki ululykly funksiýalarda n=2, funksiýalarynyň sany $N = 2^{2^2}$=16;

üýtgeýän üç ululykly funksiýalarda n=3, funksiýalarynyň sany $N = 2^{2^3}$=64;

n=4 bolanda $N = 2^{2^4}$=2^8=256;

n=5 bolanda $N = 2^{2\cdot 5}$=2^{10}=1024.

Şeýlelikde, üýtgeýän ululygyň sany näçe köp bolsa, funksiýanyň sany şoňa görä hem köp bolýan eken.

Logiki algebranyň peýdalanylýan durmuşy mysallarynyň käbirlerine seredip geçeliň.

6.1-nji mysal. Mekdepde gelşiksiz bir waka bolupdyr: Bir ders otagynyň penjiresiniň aýnasy döwülipdir. Dört adama güman edilýär: Lälä, Durda, Tirkeşe hem Myrada.

Sorag edilende, her çaga özüniň üç sany arzyny aýdýar:

Läle:

1.Men günäkär däl – L_1

2.Men penjirä golaý barmadym – L_2

3.Kimiň döwenini Myrat bilýär – L_3

Durdy:

1.Aýnany döwen men däl – D_1

2.Mekdebe girmezden öň Myrat bilen tanyş däldim – D_2

3.Muny Tirkeş etdi – D_3

Tirkeş:

1.Men günäkär däl – T_1

2.Muny Myrat etdi – T_2

3.Aýnany maňa döwdi diýip, Durdy nädogry gürleýär – T_3

Myrat:

1.Men günäkär däl – M_1

2.Aýnany Läle döwdi – M_2

3.Durdy meniň üçin güwä geçip biler, çünki, ol meni doglanymdan bäri tanaýar – M_3.

Soňurrak ählisi hem üç arzdan biriniň ýalandygyny boýun alýarlar. Bu bolsa has çylşyrymly formulany düzmeklige ýardam eder. Her bir çaganyň haçanda, iki arzy çyn, biri ýalan bolan şertde, görkezmesi bütinleý çyn bolar. Elementar logiki funksiýany peýdalanyp, ähli okuwçylaryň görkezmesini aşaky görnüşde ýazmak bolar:

$$L = L_1 L_2 \overline{L}_3 + L_1 \overline{L}_2 L_3 + \overline{L}_1 L_2 L_3$$
$$D = D_1 D_2 \overline{D}_3 + D_1 \overline{D}_2 D_3 + \overline{D}_1 D_2 D_3$$
$$T = T_1 T_2 \overline{T}_3 + T_1 \overline{T}_2 T_3 + \overline{T}_1 T_2 T_3$$
$$M = M_1 M_2 \overline{M}_3 + M_1 \overline{M}_2 M_3 + \overline{M}_1 M_2 M_3$$

Indi bu deňlemeler ulgamyny çözmek we haýsy görkezijiniň çynlygyny kesgitlemek galýar. Onuň üçin, aksiomalardan peýdalanyp, aňlatmalary ýönekeýleşdirmeli. Şerte görä $T_1=T_3$, onda $\overline{T}_1 = \overline{T}_3$, emma $\overline{T}_1 T_1=0$, $T_1 T_1=T_1$. Bu şertleri degişli deňlemede goýup, alarys:

$$T = T_1 T_2 \overline{T}_3 + T_1 \overline{T}_2 T_3 + \overline{T}_1 T_2 T_3 = T_1 T_2 \overline{T}_1 + T_1 \overline{T}_2 T_1 + \overline{T}_1 T_2 T_1 = T_1 \overline{T}_2.$$

Netijede, $T= T_1 \overline{T_2}$ aňlatmany aldyk. Bu bolsa, $T_1=1$, $T_2=0$ bolanda çyn bolýar. Onda Tirkeş günäkär däl we Myrat günäkär däl bolýar.

Bulardan, D_3 ýalan, ýagny $D_3=0$ ($\overline{D}_3=1$) gelip çykýar.

Şeýlelikde, ýokarky deňliklerden alarys:

$$D = D_1 D_2 \overline{D}_3 + D_1 \overline{D}_2 D_3 + \overline{D}_1 D_2 D_3 = D_1 D_2 \overline{D}_3.$$

Bu ýerden D_1=1; D_2=1 gelip çykýar.

D_1=1: Durdy günäkär däl.

D_2=1 bolsa M_3-e garşylykly, ýagny $\overline{D_2} = M_3$.

Onda M_3 =0 ýa-da $M = M_1 M_2 \overline{M_3}$.

Bu bolsa haçan M_1=1, M_2=1 bolanda çyn bolýar.

Şeýlelikde, aýnany döwen Läle bolup çykýar.

Ýene-de bir mysala seredip geçeliň.

6.2-nji mysal. Jaý üçin howany kondinsionirleme ulgamy bolup, onda pes we ýokary kuwwatly iki sany kondinsionerden ybarat bolan EHM gurnalan we ol aşakdaky şertlerde işleýär:

Pes kuwwatly kondinsioner, jaýyň howasynyň temperaturasy 19°*C*-ä ýetende işläp başlaýar;

Ýokary kuwwatly kondisioner, howanyň temperaturasy 22°*C*-ä ýetende işläp başlaýar (şonda pes kuwwatly kondisioner işlemesini bes edýär).

Howanyň temperaturasy 30°*C* bolanda bolsa, iki kondisioner hem işläp başlaýar. Goý, temperatura 19°*C*, 22°*C*, 30°*C*-ä baranda işleýän datçiklerden degişlilikde howanyň temperaturasy baradaky informasiýa–maglumatlar gelýän bolsun. Bu datçikleriň her birinden kondisionerleri dolandyrmak gurluşy üçin giriş informasiýalary berilýär. Ilkinji üç datçik işleýiş düzgüni kesgitleýär we olary awtomaty dolandyryş girişi hökmünde göz öňüne getirmek mümkin. Datçigiň ýagdaýyny aňlatmak üçin, ikilik ulgamyny ulanmak bilen, (0-temperaturanyň ýetmeli derejä ýetenligi hakda signal ýok, 1- temperaturanyň ýetmeli derejä ýetenligi hakda signal bar), kondinsionirleme dolandyryş ulgamynyň funksionirlemesini aşakdaky ýaly beýan etmek mümkin:

z_3	z_2	z_1	w_2	w_1
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	1	1	1	1

Bu ýerde: z_1 – temperatura 19°C-de işleýän datçik;

z_1 =0, eger temperatura 19°C-dan pes bolsa;

z_1 =1, eger temperatura 19°C deň we ondan ýokary bolsa;

z_2 - temperatura 22°C-de işleýän datçik;
z_2 =0, eger temperatura 22°C-dan pes bolsa;
z_2=1, eger temperatura 22°C deň we ondan ýokary bolsa;

z_3 - temperatura 30°C-de işleýän datçik;
z_3 =0, eger temperatura 30°C-dan pes bolsa;
z_3 =1, eger temperatura 30°C deň we ondan ýokary bolsa.

w_2 we w_1 degişlilikde pes we ýokary kuwwatly kondisionerleri dolandyrmak (w=0 – kondisioner öçen, işlemeýär; w=1 – kondisioner ýakylýar –işleýär).

Ýokardaky tablisa dolandyryş ulgamynyňyň bozulman işleýşini beýan edýär.

Bulyň teoriýasyny ilkinji gezek (1910) P. S. Erenfest galtaşdyryjylaryň zynjyryny analizlemekde peýdalanypdyr. Logiki formulalaryň kömegi bilen galtaşdyryjy-ýazdyryjy shemalaryň ýazgysynyň mümkinçiligi iki sebäp boýunça gaty gymmatly ekeni:

birinjiden – formulalaryň kömegi bilen shemanyň işleýşini barlamak amatly.

ikinjiden – islendik galtaşdyryjy-ýazdyryjy shemanyň işleýiş şertiniň formula görnüşinde berilmesi, bu galtaşdyryjy-ýazdyryjy shemanyň özüni gurmak prosesini ýönekeýleşdirýär. Çünki, netijede logiki formulalary ýönekeýleşdirýän birnäçe ekwiwalent özgertmeler ýüze çykýar.

Galtaşdyryjy-ýazdyryjy shemalar beýan edilende, ýapyk kontakt çyn pikir aýtmany, ýazdyrylan kontakt bolsa, ýalan pikir aýtmany kabul edýär. Şonuň üçin, kontaktlaryň yzygider birikdirilmesini WE funksiýasy hökmünde, parallel birikdirilmesini ÝA-DA funksiýasy hökmünde seretmek mümkin. Logiki funksiýalary peýdalanmak, EHM-leriň logiki elementleriniň işleýşini beýan etmekde has peýdaly bolupdyr.

§6.2. Logiki algebranyň elementar funksiýalarynyň häsiýetleri

6.2-nji tablisadan görnüşi ýaly, inkär etme, dizýunksiýa, konýuksiýa, Şefferiň, Pirsiň, implikassiýa we şuňa meňzeş elementar funksiýalaryň bir-biriniň arasynda kesgitli bir baglanyşyklar bar. Berlen funksiýalarda bu baglanyşyklara we häsiýetlere seredip geçeliň.

Konýuksiýa, dizýunksiýa, inkär etme (WE, YA-DA, DÄL) funksiyalary bilen beýleki funksiýalaryň arasyndaky baglanyşyklara seredeliň.

Logiki algebranyň esasy düzgünlerini peýdalanyp, aşakdaky aksiomalaryň dogrulygyna göz ýetirmek kyn däl. Goý, x – haýsy hem bolsa bir logiki üýtgeýän ululyk bolsun. Onda:

1) $x=\overline{\overline{x}}$ - bu logiki aňlatmanyň ähli agzalarynda iki gezek inkär etme bar bolsa, olary berlen ululyk bilen çalşyp, inkär etmeleri ýok etmek mümkinçiligini aňladýar.

2) $x+x=x;$ $x \cdot x=x.$ Şuňa meňzeş özgertmeler aňlatmalaryň uzynlygyny gysgaltmaklyga mümkinçilik berýär.

3) $x+0=x;$	6) $x \cdot 1=x;$
4) $x+1=1;$	7) $x\overline{x}=0;$
5) $x \cdot 0=0;$	8) $x+\overline{x}=1$ (logiki çynlyk).

Dizýunksiýa we konýunksiýa adaty goşmagyň we köpeltmegiň arifmetiki operasiýalarynyň häsiýetlerine meňzeş birnäçe häsiýetlere eýe bolýarlar:

1) assosiatiwlik häsiýeti (utgaşdyrma kanuny):

$x_1+(x_2+x_3)=(x_1+x_2)+x_3;$

$x_1(x_2x_3)=(x_1x_2)x_3.$

2) kommutatiwlik häsiýeti (orun çalşyrma kanuny):

$x_1+x_2=x_2+x_1;$

$x_1 \cdot x_2=x_2 \cdot x_1.$

3) distributiwlik häsiýeti (paýlaşdyrma kanuny):

dizýunksiýa görä konýunksiýa üçin distributiw häsiýet:

$x_1(x_2+x_3)=x_1x_2+x_1x_3;$

konýunksiýa görä dizýunksiýa üçin distributiw häsiýet:

$x_1+x_2x_3=(x_1+x_2)(x_1+x_3).$

Hakykatdan-da:

$(x_1+x_2)\wedge(x_1+x_3)=x_1x_1+x_2x_1+x_1x_3+x_2x_3=x_1+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=$

$=x_1(1+x_2+x_3)+x_2x_3=x_1+x_2x_3;$

$(1+x_2+x_3=1,\ x_1 \cdot 1=x_1).$

Şuňa meňzeşlikde beýleki kanunlary hem subut etmek bolar.

De Morganyň kanunlary:

$$\left.\begin{aligned} \overline{x_2 \wedge x_2} &= \overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \\ \overline{x_1 \vee x_2} &= \overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2 \end{aligned}\right\} . \tag{6.1}$$

De Morganyň kanunlaryndan aşakdakylar gelip çykýarlar:

$$\left.\begin{aligned} x_1 x_2 &= \overline{\overline{x}_1 + \overline{x}_2} \\ x_1 + x_2 &= \overline{\overline{x}_1 \overline{x}_2} \end{aligned}\right\} . \tag{6.2}$$

Bularyň kömegi bilen konýuksiýany dizýunksiýa inkär etme bilen, dizýunksiýany konýuksiýa inkär etme bilen aňlatmaga mümkinçilik berýär.

De Morganyň kanunlary we olaryň netijeleri islendik sany üýtgeýän ululyklar üçin hem adalatlydyr:

$$\left.\begin{aligned} \overline{x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_n} &= \overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2 \wedge \ldots \wedge \overline{x}_n \\ \overline{x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_n} &= \overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \ldots \vee \overline{x}_n \end{aligned}\right\} . \tag{6.3}$$

Logiki funksiýalar üçin (законы поглащения) siňdirme kanunlary ady bilen belli bolan aşakdaky gatnaşyklar gurnalýar:

$$\left.\begin{aligned} x_1 + (x_1 x_2) &= x_1, \\ x_1 (x_1 + x_2) &= x_1 . \end{aligned}\right\} \tag{6.4}$$

Siňdirme kanunlarynyň adalatlydyklary 6.4-nji tablisada görkezilýär:

6.4-nji tablisa

x_1	x_2	x_1+x_2	x_1x_2	$x_1+(x_1x_2)$	$x_1(x_1+x_2)$
0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

2 moduly boýunça goşmak funksiýasy aşakdaky ýaly aňladylýar:

$$x_1 \oplus x_2 = x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1 x_2 = (x_1 + x_2)(\overline{x}_1 + \overline{x}_2). \qquad (6.5)$$

2 moduly boýunça goşmak funksiýasy aşakdaky häsiýetlere eýe:
kommutatiwlik (orun çalşyrma kanuny)
$x_1 \oplus x_2 = x_2 \oplus x_1$;
Assosiatiwlik (utgaşdyrma kanuny)
$x_1 \oplus (x_2 \oplus x_3) = (x_1 \oplus x_2) \oplus x_3$;
Distributiwlik (paýlaşdyrma kanuny)
$x_1 (x_2 \oplus x_3) = (x_1 x_2) \oplus (x_1 x_3)$;
Bu funksiýa üçin aşakdaky aksiomalar adalatlydyr:

$$x \oplus x = 0; \quad x \oplus 1 = \overline{x};$$
$$x \oplus \overline{x} = 1; \quad x \oplus 0 = x.$$

Öwrenilen aksiomalaryň we häsiýetleriň kömegi bilen WE, ÝA-DA, DÄL funksiýalary 2 moduly boýunça goşmak funksiýasy arkaly we tersine aňlatmak düzgünlerini çykarmak mümkin:

$$\left.\begin{aligned} \overline{x} &= x \oplus 1 \\ x_1 + x_2 &= x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \\ x_1 x_2 &= (x_1 \oplus x_2) \oplus (x_1 + x_2) \end{aligned}\right\} \qquad (6.6)$$

Implikasiýa funksiýasy (→) – bu aşakdaky ýaly aňladylýar:

$$x_1 \to x_2 = \overline{x}_1 + x_2.$$

Implikasiýa funksiýa üçin aşakdaky aksiomalar adalatlydyr:

$$x \to x = 1; \qquad x \to \overline{x} = \overline{x}$$
$$x \to 1 = 1; \qquad 1 \to \overline{x} = x$$
$$x \to 0 = \overline{x}; \qquad 0 \to x = 1.$$

Aksiomalardan implikasiýanyň diňe üýtgedilen görnüşinde kommutatiwlik (orun çalşyrma kanuny) häsiýetine eýedigi gelip çykýar:

$$x_1 \to x_2 = \overline{x}_2 \to \overline{x}_1.$$

Bu funksiýa üçin assiosatiwlik häsiýeti adalatly däldir, ony 6.5-nji tablisada gurlan çynlyk tablisadan görmek bolar:

8. Sargyt № 1177.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \to (x_2 \to x_3)$	$(x_1 \to x_2) \to x_3$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

WE, ÝA-DA, DÄL funksiýalar implikasiýa arkaly şeýle aňladylýar:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \bar{x}_1 \to x_2 \\ x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1 \cdot x_2}} = \overline{\bar{x}_1 + \bar{x}_2} = \overline{\bar{\bar{x}}_1 \to x_2} = \overline{x_1 \to \bar{x}_2} \\ \bar{x}_1 = x_1 \to 0 \end{array}\right\} \qquad (6.7)$$

Şefferiň funksiýasy (/) – bu funksiýany aşakdaky gatnaşyklar bilen aňlatmak mümkin:

$$x_1/x_2 = \overline{x_1 x_2}.$$

Bu funksiýa üçin aşakdaky aksiomalar ýerine ýetýändir:

$$\begin{array}{ll} x/x = \bar{x}; & x/1 = \bar{x}; \\ x/\bar{x} = 1; & x/0 = 1; \\ x/0 = 1; & \bar{x}/1 = x. \end{array}$$

Şefferiň funksiýasy üçin diňe kommutatiwlik häsiýet adalatlydyr:

$$x_1/x_2 = x_2/x_1,$$

emma

$$x_1/(x_1/x_3) \neq (x_1/x_2)/x_3.$$

Esasy häsiýetlerden özgertme formulalaryny almak bolar:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 x_2 = \overline{x_1/x_2} = x_1/x_2/x_1/x_2 \\ \bar{x} = x/x; \end{array}\right\} \qquad (6.8)$$

$$x_1 + x_2 = \overline{\overline{x_1 + x_2}} = \bar{x}_1/\bar{x}_2 = x_1/x_2 = x_1/x_1/x_2/x_2.$$

Pirsiň (Webbiň) funksiýasy (↑) – bu funksiýa aşakdaky aňlatmalar bilen aňladylýar:

$$x_1 \uparrow x_2 = \overline{x_1 + x_2} = \overline{x_1} \wedge \overline{x_2}.$$

Bu funksiýa üçin aksiomalar aňsatlyk bilen subut edilýär:

$$x \uparrow x = \overline{x}; \qquad x \uparrow 0 = \overline{x};$$
$$x \uparrow \overline{x} = 0; \qquad x \uparrow 1 = 0.$$

Aksiomalaryň esasynda Pirsiň (Webbiň) funksiýasy üçin diňe kommutatiwlik häsiýetiň ýerine ýetýändigini görkezmek mümkin.

$$x_1 \uparrow x_2 = x_2 \uparrow x_1$$

WE, ÝA-DA, DÄL funksiýalar Pirsiň (Webbiň) funksiýasy arkaly aşakdaky görnüşde aňladylýar:

$$\left.\begin{aligned} x_1 x_2 &= (x_1 \uparrow x_1) \uparrow (x_2 \uparrow x_2); \\ x_1 + x_2 &= (x_1 \uparrow x_2) \uparrow (x_1 \uparrow x_2); \\ \overline{x} &= x \uparrow x. \end{aligned}\right\} \qquad (6.9)$$

Hakykatdanda:

$$x_1 x_2 = \overline{\overline{x_1}}\,\overline{\overline{x_2}} = \overline{\overline{x_1} + \overline{x_2}} = \overline{x_1} \uparrow \overline{x_2} = (x_1 \uparrow x_1) \uparrow (x_2 \uparrow x_2);$$
$$x_1 + x_2 = \overline{\overline{x_1 + x_2}} = \overline{\overline{x_1}\,\overline{x_2}} = \overline{x_1 \uparrow x_2} = (x_1 \uparrow x_2) \uparrow (x_1 \uparrow x_2).$$

§6.3. Logiki algebranyň fuksiýasynyň (LAF) analitiki beýan edilişi

Logiki funksiýalaryň berlişiniň köp usullary bar. Mundan öň funksiýanyň berlişiniň tablisa usulyna seredildi. Çynlyk tablisada üýtgeýän ululyklaryň her bir bahalar ýygyndysynda, logiki funksiýanyň bahasy görkezilýär. Bu usul görnükliligi, şeýle hem, üýtgeýän ululygyň islendik sany mukdaryndaky funksiýany ýazmak mümkinçiligi üçin ulanmak bolar. Muňa garamazdan LAF häsiýetleri derňelende şeýle ýazylyş tygşytly, amatly, komponentli ykjam bolmaýar. Formula görnüşinde analitiki ýazgy ýönekeý görünýär. Logiki algebranyň funksiýasynyň $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ fiksirlenen üýtgeýän ululyklarynyň ýygyndysyna seredeliň. Islendik üýtgeýän ululyk $x_i = \{0;1\}$ bolýanlygy sebäpli, üýtgeýän ululyklaryň bahalarynyň ýygyndysy hakykatdan haýsy hem bolsa bir ikilik sany aňladýar. Ýygyndynyň nomeri:

$$i = x_1 2^{n-1} + x_2 2^{n-2} + x_3\, 2^{n-3} + \ldots + x_{n-1} 2^1 + x_n \qquad (6.10)$$

görnüşde alnan erkin ikilik i san bolsun diýip, güman edeliň.
Goý,

$$\Phi_i = \begin{cases} 0, \text{ eger ýygyndynyň nomeri } i\text{-e deň bolsa,} \\ 1, \text{ eger ýygyndynyň nomeri } i\text{-e deň däl bolsa.} \end{cases}$$

deň bolan $\Phi_i = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ funksiýa bar bolsun. Φ_i funksiýa **term** diýlip at berilýär.

Dizýunktiw term (maksterm) - ähli üýtgeýän ululyklaryň göni ýa-da inwersiýa görnüşinde dizýunksiýa amaly bilen baglanyşan termdir. Muňa başgaça «noluň konstituenti» hem diýilýär.

Meselem:

$\Phi_1 = \overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4$,

$\Phi_2 = x_1 \vee \overline{x}_2$

Konýunktiw term (minterm) - üýtgeýän ululyklaryň göni ýa-da inwersiýa görnüşde konýunksiýa amaly- belgisi bilen baglanyşdyrylan termdir. Muňa başgaça «birligiň konstituenti» hem diýilýär.

Mysal üçin:

$F_1 = \overline{x}_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_3 \wedge \overline{x}_4$

$F_2 = \overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3$.

Termiň rangy *r* – berlen terme girýän üýtgeýän ululyklaryň sany bilen kesgitlenýär.

Mysal üçin:

$F_1 = \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 x_4 \overline{x}_5$

minterm üçin $r = 5$

$\Phi_1 = \overline{x}_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3$

maksterm üçin bolsa, $r = 3$.

Ýokardaky aýdylanlaryň esasynda aşakdaky teoremany almak bolar.

Teorema. Tablisa görnüşinde berlen islendik LAF-y:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = F_1 \vee F_2 \vee \ldots \vee F_k = \bigvee_1 F_i \qquad (6.11)$$

görnüşde analitik usulda aňlatmak bolar, bu ýerde: i-funksiýa 1-e deň bolanda ýygyndylaryň nomerleri, $\bigvee_1$ - 1-e deň bolan ähli F_i termleri birikdirýän dizýunksiýa belgisi.

Hakykatdanda, eger haýsy hem bolsa bir ýygyndyda $f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0$ bolsa, onda $x \vee 1 = 1$ häsiýetden, (6.11) aňlatmanyň sag tarapynda elmydama 1-e deň bolan bir elementi tapmak bolar. Eger--de i-ýygyndyda funksiýa $f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0$ bolsa, onda sag tarapdaky bölekden 1-e deň bolan bir element hem tapylmaz, çünki $0 \vee 0 \vee \ldots \vee 0 = 0$.

Şeýlelikde, her bir i-ýygyndyda, $f_i=1$ üçin $F_i=1$ element degişli, emma $f_i=0$ üçin bolsa, $F_i=1$ deň bolan hiç bir element degişli bolmaýar. Şonuň üçin, çynlyk tablisasy (6.11) görnüşli analitik ýazgyda birmanyly şöhlelenýär. Mundan beýläk şeýle ýazylyşy *termleriň birikmesi* diýip atlandyrarys.

Normal dizýunktiw forma (NDF). Dürli rangly mintermlereň girýän termleriniň ýygyndysyna normal dizýunktiw forma (NDF) diýilýär. Mysal üçin:

$$f(x_1,x_2,x_3)=\overline{x}_1\overline{x}_3 + x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2 + x_3 + x_1\overline{x}_2x_3.$$

(6.11) funksiýanyň düzümine girýän ähli termleriň mukdary çynlyk tablisanyň birlik setirleriniň mukdaryna deňdir.

6.3-nji mysal. 6.6-njy tablisada berlen funksiýany analitik görnüşde ýazmaly.

6.6-njy tablisa

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	F_i
0	0	0	1	F_0
0	0	1	0	F_1
0	1	0	1	F_2
0	1	1	1	F_3
1	0	0	0	F_4
1	0	1	0	F_5
1	1	0	1	F_6
1	1	1	0	F_7

Çözülişi. Teoremanyň esasynda berlen funksiýany analitiki görnüşinde aşakdaky ýaly ýazmak bolar:

$$f(x_1,x_2,x_3)=F_0+F_2+F_3+F_6=1$$

$$f(x_1,x_2,x_3) = F(0,0,0) + F(0,1,0) + F(0,1,1) + F(1,1,0) =$$
$$= \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3.$$

Jogaby: $f(x_1,x_2,x_3) = \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3.$

LAF-y (6.11) görnüşde ýazmak üçin dizýunksiýa belgileriniň (∨ ýa-da +) birikdirilmeginde termleriň jemleri ulanylýar.

Bu amal üçin esasy talaplary görkezeliň :

1-nji talap: eger haýsy hem bolsa term F_i=1 bolsa, onda f - funksiýa hökmany suratda 1-e deň.

2-nji talap: eger haýsy hem bolsa F_i=0 bolsa, onda f - funksiýanyň nola deň bolmagy mümkin.

f - funksiýanyň nola deň bolmagy üçin ähli termleriň F_i=0 bolmagy zerurdyr.

Tablisa görnüşdäki gözlenýän logiki Δ operasiýasy 6.7-nji we 6.8-nji tablisa görnüşlere eýedir.

6.7-nji tablisa

F_i	F_j	$\Delta=\vee$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

6.8-nji tablisa

F_i	F_j	$\Delta=\oplus$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Şeýlelikde, gözlenýän funksiýadan başga ekwiwalent funksiýanyň bolmak mümkinligini aldyk. Şonuň üçin (6.11) teoremadan gelip çykýan netije adalatlydyr.

Netije. Islendik tablisa görnüşinde berlen LAF-y aşakdaky ýaly analitik görnüşde ýazmak mümkin:

$$f(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)=F_1\Delta F_2\Delta\ldots\Delta F_k, \tag{6.12}$$

bu ýerde: Δ belgi ∨, ⊕ belgileri.

1-nji we 2-nji talaplary umumylaşdyrmak mümkin we tablisanyň nol we birlik setirleriniň analitik aňladylyşy tapawutlanar ýaly hem--de nol (birlik) setirleriň we termleriň arasynda özara – birbahaly degişlilikler saklanar ýaly talap goýulmalydyr.

3-nji talap: eger haýsy hem bolsa term Φ_i =0 bolsa, onda f funksiýanyň hem 0-a deň bolmagy hökman.

4-nji talap: eger ähli term Φ_i =1, onda funksiýa f=1.

Bu talaplar ýerine ýetende, başga bir mümkin bolan iki funksiýa: konýuksiýa we deňbahalylyk (ekwiwalent) funksiýalaryna (*6.9-njy we 6.10-njy tablisalar*) gelinmegi mümkin.

6.9-njy tablisa

Φ_i	Φ_j	$\Delta = \wedge$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

6.10-njy tablisa

Φ_i	Φ_j	$\Delta = \equiv$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Teorema: Islendik tablisada berlen LAF-yň aşakdaky ýaly analitik görnüşde berilmegi mümkin:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \Phi_1 \wedge \Phi_2 \wedge ... \wedge \Phi_k \qquad (6.13)$$

bu ýerde: k- ikilik ýygyndylaryň mukdary, bular üçin $f = 0$.

6.4-nji mysaldaky tablisada berlen funksiýany (6.13) analitik görnüşde ýazalyň :

$$f(x_1, x_2, x_3) = \Phi(0,0,1) \wedge \Phi(1,0,0) \wedge \Phi(1,0,1) \wedge \Phi(1,1,1) =$$
$$= (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$$

Hakykatdan-da : $f(x_1, x_2, x_3) = \Phi_1 \wedge \Phi_4 \wedge \Phi_5 \wedge \Phi_7 = 0$.

Normal konýunktiw forma (NKF).

Dürli rangly makstermleri özünde saklaýan termleriň birikmesine normal kanýuktiw forma (NKF) diýilýär. Mysal üçin:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge x_3 \wedge (\overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$.

Ýokarky teoremadaky (6.13) deňlige meňzeş aşakdaky netije gelip çykýar.

Netije. Islendik tablisada berlen LAF-y aşakdaky görnüşde aňlatmak bolar:

$$f(x_1, x_2, .., x_n) = \Phi_1 \equiv \Phi_2 \equiv ... \equiv \Phi_k \qquad (6.14)$$

bu ýerde: k–funksiýanyň nolluk bahalarynyň mukdary.

§6.4. Funksiýalaryň kämil-normal formalary (KNF)

Funksiýanyň normal konýunktiw ýa-da normal dizýunktiw formalary bir bahalylygyny aňladyp bilmeýär. Şeýle talaby ol normal kämil görnüşde görkezip biler.

Belgilemeler girizeliň:

$$x^0=\overline{x};x^1=x.$$

Onda üýtgeýän ululyk haýsy hem bolsa funksiýa ýaly:

$$x^{\alpha} = \begin{cases} x,\ eger\ \alpha = 1, \\ \overline{x},\ eger\ a = 0 \text{ bolsa} \end{cases} \tag{6.15}$$

umumy görnüşde berlip bilner. Bu ýagdaýda

$$x^{\alpha} = \alpha\, x + \overline{\alpha}\ \overline{x} \tag{6.16}$$

bu ýerde: α-ikilik üýtgeýän ululyk.

$x_1^{\alpha_1} \wedge x_2^{\alpha_2} \wedge x_3^{\alpha_3} \wedge ... \wedge x_n^{\alpha_n}$ görnüşli konýuksiýa seredeliň, bu ýerde $\{\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_n\}$ özüni ikilik ýygyndy görnüşinde aňladýar. Ýygyndynyň sany 2^n-e deň.

Mysal üçin: n=4 bolanda $2^n=2^4=16$ bolar, ýagny

0000	1000
0001	1001
0010	1010
0011	1011
0100	1100
0101	1101
0110	1110
0111	1111

Eger ähli α_i -lere 0 we 1 bahalary berilse, onda meselem, dizýunktiw görnüşde şeýle ýazgyny almak bolar:

$$\begin{gathered} \underset{1}{V} x_1^{a_1} x_2^{a_2} ... x_n^{a_n} = x_1^0 x_2^0 ... x_n^0 \vee \\ \vee x_1^0 x_2^0 ... x_n^1 \vee x_1^0 x_2^0 ... x_{n-1}^1 x_n^0 \vee x_1^0 x_2^0 ... x_{n-1}^1 x_n^1 \vee x_1^1 x_2^1 ... x_n^1, \end{gathered} \tag{6.17}$$

bu ýerde: $\underset{1}{V}$ birlik setirleri boýunça dizýunksiýany umumylaşdyryjy simwol (belgisi).

Onda aşakdaky teorema adalatlydyr.

Teorema. Islendik LAF-y aşakdaky görnüşde görkezmek mümkin:

$$\begin{gathered} f(x_1, x_2, ..., x_k, x_{k+1}, .., x_n) = \\ = \underset{1}{V} x_1^{a_1} x_2^{a_2}, .., x_k^{a_k} f(a_1, ..., a_k, x_{k+1}, .., x_n) \end{gathered} \tag{6.18}$$

LAF-yň bu görnüşde aňladylmasyna logiki algebranyň funksiýasynyň k üýtgeýänler boýunça dagytmasy diýilýär. Teoremany subut edeliň. Ilki bilen haýsy şertlerde $x^{\alpha}=1$ deňligiň ýerine ýetýändigini kesgitlemek gerek bolsun.

Elbetde, $x=\alpha$ bolanda, bu deňlik ýerine ýetýär. Hakykatdan-da:

$$\alpha^{\alpha}=\alpha\alpha+\overline{\alpha}\ \overline{\alpha}=\alpha+\overline{\alpha}=1;$$

eger $x=\overline{\alpha}$ bolsa, onda:

$$\overline{\alpha}^{\alpha}=\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}\ \overline{\overline{\alpha}}=\alpha\overline{\alpha}=0.$$

$x=\alpha$ bolanda, $x^{\alpha}=1$ deňligi hasaba almak bilen, $x_1=\alpha_1, x_2=\alpha_2, \ldots, x_n=\alpha_k$ bolanda $x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}x_3^{\alpha_3}\ldots x_k^{\alpha_k}$ kanýunksion görnüşiň 1-e deňdigini tassyklamak bolar.

Bu deňligi (6.18) aňlatmanyň sag tarapynda goýmak bolar. Netijede alarys:

$$V_1 x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2},..,x_k^{\alpha_k}f(x_1,x_2,..,x_k,x_{k+1},..,x_n)=f(x_1,x_2,..,x_k,x_{k+1},..,x_n).$$

Şuny hem subut etmek talap edilýärdi.

(6.18) teoremadan iki sany esasy netijäni çykarmak mümkin:

1) eger $k=1$ bolsa, onda logiki algebranyň funksiýasyny:

$$f(x_1,x_2,..,x_n)=x_1 f(1,x_2,..,x_n)\vee f(0,x_2,...,x_n) \qquad (6.19)$$

görnüşde aňlatmak bolar.

2) eger $k=n$ bolanda, onda islendik LAF-y

$$f(x_1,x_2,..,x_n)=\underset{1}{V}x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2},..,x_n^{\alpha_n} \qquad (6.20)$$

görnüşde aňlatmak bolar.

Kämil normal dizýunktiw forma (KNDF). LAF-yň (6.20) görnüşde berlişine kämil-normal dizýunktiw forma (KNDF) diýilýär. Ýönekeý söz bilen aýdylanda: her bir elementar konýuksiýada üýtgeýän ululyklaryň özi ýa-da inkär etmesi bolan dizýunktiw normal forma aýdylýar. Mysal üçin:

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2\overline{x}_3\vee x_1\overline{x}_2x_3\vee x_1\overline{x}_2\overline{x}_3\vee x_1x_2x_3=\underset{1}{V}x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}x_3^{\alpha_3}.$$

Ýokarda aýdylanlary göz öňünde tutup, KNDF-niň esasy häsiýetlerine seredeliň :

KNDF-de birmeňzeş iki sany minterm ýok;

KNDF-niň hiç bir mintermininiň düzüminde iki sany birmeňzeş köpeldiji (üýtgeýän ululyk) ýok;

KNDF-niň hiç bir mintermi üýtgeýän ululygy onuň inkär etmesi bilen saklamaýar. Bu aýdylan häsiýetleriň esasynda, berlen funksiýanyň çynlyk tablisasyndan KNDF-ni almak üçin aşakdaky algoritmi hödürlemek bolar:

1.Tablisadaky setirleriň nomeri i, bu setirlerdäki elementleriň nomeri j:

i=1, j=1 diýeliň.

2. Tablisadan i nomerli ýygyndyny saýlalyň. Eger $f = 1$ bolsa, onda 3-e geçmeli, bolmasa 5-e geçmeli.

3. F_i termi (formirlemeli) düzmeli. Setiriň j nomerli elementini saýlamaly. Eger:

$$x_j = \begin{cases} 0\ bolsa,\ onda\ F_i = F_i \wedge \overline{x}_j \\ 1\ bolsa,\ onda\ F_i = F_i \wedge x_j \end{cases}$$

4. $j:=j+1$ hasaplamaly. Eger $i<n$ bolsa, onda 3-e geçmeli, bolmasa 5-e geçmeli.

5. $i:=i+1$ hasaplamaly. Eger $i<2^n$ bolsa, onda 2-ä geçmeli, bolmasa 6-a geçmeli

6. Soňy.

Bu algoritmi ýönekeý söz bilen aşakdaky ýaly mysalyň üsti bilen beýan etmek bolar.

Goý, käbir $f(x_1,x_2,x_3)$ logiki algebra funksiýasy özüniň çynlyk tablisasy bilen berlen bolsun:

6.11-nji tablisa

j / i	1	2	3	f
	x_1	x_2	x_3	
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

- funksiýa 1-e deň bolan üýtgeýän ululyklaryň ýygyndysyny ýüze çykaralyň;

- bu ýygyndylar üçin konýunksiýalary- minterimleri ýazalyň. Onuň üçin, eger üýtgeýän ululyk 1-e deň bolsa, onda ol üýtgeýän ululygy inkär etmesiz, özüni ýazmaly, eger üýtgeýän nola deň bolsa, onda ol üýtgeýän ululygy inkär etmesi bilen ýazmaly.

- elementar konýunksiýalary-mintermleri dizýunksiýa belgisi bilen birleşdirmeli.

- alnan aňlatma kämil NDF-de bolar.

$i=1, f_1=0;$
$i=2, f_2=0;$
$i=3, f_3=1$, onda $x_1=0, x_2=1, x_3=0, F_1=\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3$
$i=4, f_4=0;$
$i=5, f_5=1$, onda $x_1=1, x_2=0, x_3=0, F_2=x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3$
$i=6, f_6=1$, onda $x_1=1, x_2=0, x_3=1, F_3=x_1 \bar{x}_2 x_3$
$i=7, f_7=1, x_1=1, x_2=1, x_3=0, F_4=x_1 x_2 \bar{x}_3$
$i=8, f_8=0.$

Şeýlelikde,

$f=F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3.$

Kämil normal konýunktiw forma (KNKF).

KNF-i başga funksiýalar üçin seredeliň. Goý, term aşakdaky görnüşde berlen bolsun:

$$\Phi_i = x_1^{\bar{\alpha}_1} V x_2^{\bar{\alpha}_2} V x_3^{\bar{\alpha}_3} V, ..., V x_n^{\bar{\alpha}_n}$$

bu ýerde:

$$\Phi_i = \begin{cases} 0, \text{ eger ýygyndynyň nomeri } i\text{-e deň bolsa,} \\ 1, \text{ eger ýygyndynyň nomeri } i\text{-e deň bolmasa.} \end{cases}$$

Eger $x_i=\alpha_i$ we α_i ikilik ýygyndynyň nobatdaky elementi bolsa, onda aşakdaky ýagdaýlaryň bolmagy mümkin:

1) $x_i=0$	2) $x_i=0$	3) $x_i=1$	4) $x_i=1$
$\alpha_i=0$	$\alpha_i=1$	$\alpha_i=0$	$\alpha_i=1$
$\bar{\alpha}_1 = 1$	$\bar{\alpha}_1 = 0$	$\bar{\alpha}_1 = 1$	$\bar{\alpha}_1 = 0$

$x_i^{\bar{\alpha}_1} = \bar{x}_i = 0;\ x_i^{\bar{\alpha}_l} = x_i = 1;\ x_i^{\bar{\alpha}_l} = x_i = 1;\ x_i^{\bar{\alpha}_l} = x_i = 0.$

$x_i = \alpha_i$ üçin $x_i^{\bar{\alpha}_i} = 0$, onda Φ_i termi funksiýalary (6.13) we (6.14) görnüşlerde aňlatmak üçin peýdalanmak mümkin.

Teorema. Absolýut çyn funksiýadan başga islendik LAF-y kämil normal kanýunktiw formada (KNKF) aňlatmak bolar.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigwedge_0 x_1^{\overline{\alpha_1}} \vee x_2^{\overline{\alpha_2}} \vee x_3^{\overline{\alpha_3}} \vee, ..., \vee x_n^{\overline{\alpha_n}} \qquad (6.21)$$

Logiki funksiýany aňlatmak üçin WE,ÝA-DA, DÄL (∧, ∨, ˥) amallar (operasiýalar) ulanylýar.

(6.21) teoremadan gelip çykýan netije: konstituent 1-den başga islendik LAF-y aşakdaky görnüşde aňlatmak mümkin:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \equiv_0 x_1^{\overline{\alpha_1}} \vee x_2^{\overline{\alpha_2}} \vee x_3^{\overline{\alpha_3}} \vee, ..., \vee x_n^{\overline{\alpha_n}}. \qquad (6.22)$$

Bu ýerde deňbahaly ekwiwalent, dizýunksiýa, inkär etme (≡,∨,˥) (operasiýalary) amallary ulanylýar.

6.6-njy mysal. 6.11-nji çynlyk tablisasy bilen berlen funksiýa üçin KNKF tapmaly.

Çözülişi.

$f_{KNKF}(x_1,x_2,x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$

Funksiýalarda köplenç 0-lar agdyklyk edýänlikleri sebäpli, şeýle ýazylyş örän uly möçberde bolýar.

Seredilip geçilen F_{ij} we Φ_{ij} termleriň ýazgysy üçin termleriň birikmesinde ÝA-DA, DÄL şeýle hem WE, DÄL amallar ulanyldy. Şeýle hem implikasiýadan (→) we inkär etmeden (DÄL) durýan ýygyndylary ulanmak mümkin.

NF-i KNF özgertmegiň usullary.

KNF-leriň NF-lerden tapawutlylygy – olar elmydama maksimal ranga eýe bolan termleri saklaýarlar we funksiýanyň birbahaly aňladylyşyny beýan edýärler.

Erkin normal dizýunktiw formadan (DNF) kämil NDF-a aşakdaky ýaly geçirilýär.

Goý, f_{NF} funksiýada F termde üýtgeýän x_i ululykly argument ýok bolsun. Onda bu üýtgeýäni F-iň düzümine üýtgeýän x_i ululygy girizmek üçin aşakdaky özgertmäni peýdalanmak bolar:

$$F = F(x_i \vee \overline{x}_i) = Fx_i \vee F\overline{x}_i \qquad (6.23)$$

Mysallarda düşündireliň.

6.7-nji mysal. Logiki funksiýa NDF görnüşde berlen:

$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1\bar{x}_2\vee x_2\bar{x}_3x_4\vee x_1x_2\bar{x}_4\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$

Bu funksiýany KNDF-e özgertmeli.

Çözülişi:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=F_1\vee F_2\vee F_3\vee F_4.$$

$F_1=x_1\bar{x}_2$ bu termde x_3 bilen x_4-iň özleri ýa-da olaryň inkär etmeleri ýetmezçilik edýär. Onda (6.23) formulany peýdalanyp, ýazarys:

$$\begin{aligned}F_1 &= x_1\bar{x}_2(x_3\vee\bar{x}_2) = x_1\bar{x}_2x_3\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 =\\ &= x_1\bar{x}_2x_3(x_4\vee\bar{x}_4)\vee(x_1\bar{x}_2\bar{x}_3)(x_4\vee\bar{x}_4) =\\ &= x_1\bar{x}_2x_3x_4\vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\end{aligned}$$

Edil şonuň ýaly F_2 we F_3 termleriň ranglaryny r=4-e deňläris.

$$F_2=x_2\bar{x}_3x_4(x_1\vee\bar{x}_1)=x_1x_2\bar{x}_3x_4\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$$

$$F_3=x_1x_2\bar{x}_4(x_3\vee\bar{x}_3)=x_1x_2x_3\bar{x}_4\vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

F_4 termiň rangy r = 4-e deň.

Şeýlelikde, berlen funksiýa aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$f(x_1,x_2,x_3x_4)=x_1\bar{x}_2x_3x_4\vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee$
$\vee V\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4\vee x_1x_2x_3\bar{x}_4\vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4.$

Alnan özgertmede iki sany meňzeş $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$ term bar. ($x\vee x=x$) häsiýetden peýdalanyp, berlen funksiýany KNDF-de ýazarys: $f_{KNDF}=$
$=x_1\bar{x}_2x_3x_4\vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4+$
$+x_1x_2x_3\bar{x}_4\vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4.$

Eger funksiýanyň maksimal rangy r bolup, j termiň rangy k deň bolsa, onda j term üçin (6.23) özgertmäni r-k gezek ulanmaly bolýar.

Erkin normal kanýunktiw formadan (NKF) kämil NKF geçmek.

Goý, $f_{KNF}=\Phi_1$ bolsun we Φ_1 termiň düzüminde x_i ýa-da $\bar{x}_i$ üýtgeýänleriň birden-biri ýok bolsun.

Onda aşakdaky özgertmäni geçireris:

$$f_{KNF}=\Phi_1\vee x_i\bar{x}_i=(\Phi_1\vee x_i)\wedge(\Phi_1\vee\bar{x}_i).$$

6.8-nji mysal. Berlen logiki funksiýany KNKF-e özgertmeli:

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1\vee x_2)(x_2\vee\bar{x}_3)(x_1\vee x_2\vee x_3).$$

Çözülişi.

Goý, $f(x_1,x_2,x_3)=\Phi_1\Phi_2\Phi_3$ bolsun, onda:

$\Phi_1=x_1\vee x_2=x_1\vee x_2\vee(x_3\overline{x}_3)=(x_1\vee x_2\vee x_3)\ (x_1\vee x_2\vee\overline{x}_3);$
$\Phi_2=x_2\vee\overline{x}_3=(x_1\overline{x}_1)\vee x_2\vee\overline{x}_3=(x_1\vee x_2\vee\overline{x}_3)\ (\overline{x}_1\vee x_2\vee\overline{x}_3);$
$\Phi_3=x_1\vee x_2\vee x_3.$

Deňgüýçli makstermleri umumylaşdyryp, gutarnykly ýagdaýdaky KNKF aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$f_{KNKF}(x_1x_2x_3)=(x_1\vee x_2\vee x_3)(x_1\vee x_2\vee\overline{x}_3)(\overline{x}_1\vee x_2\vee\overline{x}_3).$$

§6.5. Logiki algebra funksiýasynyň doly ulgamy

Bir logiki funksiýany başga bir logiki funksiýa arkaly aňladyp bolýanlygyna ýokarda seredip geçipdik.

Bazis – bu LAF-yň doly ulgamy bolup, onuň kömegi bilen islendik LAF-y berlen ýagdaýyndan has amatly ýagdaýynda (superpozisiýa) bolar ýaly aňladylyp bolmagy mümkin.

Aşakdaky bazislere seredeliň:

1-nji bazis – bu bazise WE, ÝA-DA, DÄL funksiýalar ulgamy degişli bolýar.

Bu bazisiň häsiýetleri J.Bull tarapyndan öwrenilipdir. Şonuň üçin, bu funksiýanyň esasynda gurlan pikir aýtmalar algebrasyna Bulyň algebrasy diýilýär.

2-nji bazis – bu bazis WE, DÄL funksiýalaryň ulgamynda durýar.

3-nji bazis – ÝA-DA, DÄL funksiýalar ulgamy.

4-nji bazis – Şefferiň funksiýasyndan durýar.

5-nji bazis – Pirsiň (Webbiň) funksiýasyndan durýar.

Bu sanalyp geçilenlerden - *artykmajy bilen* (1-nji bazis) we *minimal ýagdaýdaky* (4 we 5-nji bazisler) bazisler bolup biler.

Minimal bazis – eger bolmanda bir funksiýa ýok edilende, LAF-yň ulgamy doly däl ýagdaýa öwrülýär.

Logiki funksiýany ýönekeý görnüşde görkezmek meselesi, diňe bazisi saýlamaga däl-de, eýsem, bu funksiýanyň formasyny has tygşytly görnüşde görkezmeklige syrygýar.

1-nji bazis – WE, ÝA-DA, DÄL artykmajy bilen ulgam, çünki ondan käbir funksiýany aýyrmak mümkinçiligi hem bar.

Meselem, De Morganyň kanunlaryny peýdalanmak bilen, ÝA-DA we DÄL funksiýa çalşyp WE funksiýany ýa-da WE we DÄL funksiýa çalşyp, ÝA-DA funksiýany aýyrmak bolar.

Eger LAF-yň dürli görnüşde ýazylyşynyň minimal (gysga) görnüşini aňyňda deňeşdirseň, onda funksiýanyň kämil normal formasyndan ýöne normal formasy has tygşytly bolýar. Ýöne başga tarapdan, funksiýanyň normal formasy birbahalylyk görnüşini bermeýär.

LAF-yň minimal görnüşde (formada) görkezilişi.

Eger LAF termleri we termlerdäki üýtgeýän ululyklary iň az mukdarda saklaýan bolsa, onda oňa *minimal görnüşdäki* LAF – diýilýär.

Başgaça, minimal forma hiç hili ýönekeýleşdirmäge ýol bermeýär.

Mysal üçin, $f(x_1,x_2,\dots,x_n)= x_1+x_2$ funksiýa minimal formada. Tersine, $f=x_1+\bar{x}_1x_2$ funksiýany ýönekeýleşdirmek mümkin.

Eger bu aňlatmada paýlaşdyrma kanuny peýdalanylsa, ýagny:

$$f=x_1+\bar{x}_1x_2=(x_1+\bar{x}_1)(x_1+x_2)=x_1+x_2.$$

Çünki:

$(x_1+\bar{x}_1)(x_1+x_2)=x_1x_1+\bar{x}_1x_1+x_1x_2+\bar{x}_1x_2=x_1+x_1x_2+\bar{x}_1x_2= =x_1(1+x_2)+ + \bar{x}_1x_2 =x_1+\bar{x}_1x_2.$

Şeýlelikde, çylşyrymly logiki aňlatmalary, ýokarda beýan edilen esasy kanunlar we aksiomalar boýunça ýönekeýleşdirmäni geçirmek mümkin.

6.9-njy mysal. f $(A,B,C) = A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}C + \bar{A}B$

Funksiýany 1-nji bazisde ýönekeýleşdirmeli.

Çözülişi. Ilki bilen (6.23) düzgüni peýdalanalyň, soňra ýönekeýleşdireliň :

$$F(A,B,C) = A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}C(A+\bar{A}) + \bar{A}B(C+\bar{C}) =$$

$$= A\bar{B} + B\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}\,\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} =$$

$$= A\bar{B}(1+C) + B\bar{C}(1+\bar{A}) + \bar{A}C(\bar{B}+B) = A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{A}C$$

Jogaby: $f(\mathrm{A,B,C})=A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{A}C$.

6.10-njy mysal. 1-nji bazisde $f(A,B,C,D)=A\bar{B} + C + A + \bar{A}\,\bar{C}D + B\bar{C}D$ funksiýany ýönekeýleşdirmeli.

Çözülişi. $x+\bar{x}y=x+y$ bolýandygyny eýýäm ýokarda subut edipdik. Şeýle hem De Morganyň teoremasyny peýdalanyp,

$$x+y=\overline{\overline{x}\,\overline{y}}$$

alarys. Onda

$C+\overline{A}\,\overline{C}D=C+\overline{A}D;+C++B\overline{C}D=C+BD.$

Şeýlelikde,

$f(A,B,C,D)=A\overline{B}+C+\overline{A}D+BD=A\overline{B}+D(\overline{A}+B)+C=A\overline{B}+\overline{DA\overline{B}}+C=$
$=A\overline{B}+D+C$

Jogaby: $f(A,B,C,D)=A\overline{B}+C+D$.

§6.6. Logiki algebra funksiýasynyň sanly we geometrik aňladylyşy

Logiki algebranyň funksiýalarynyň ýazylyşyny ýönekeýleşdirmek üçin, köplenç, termleriň doly sanawlarynyň ýerine ýygyndylarynyň nomerleri (tertipleri) peýdalanylýar.

Mysal üçin, 6.5-nji tablisa bilen berlen funksiýa, $\underset{1}{V}\ f(x_1,x_2,x_3)=$ $=\underset{1}{V}\ F(0,3,4)$ görnüşde ýazylmagy mümkin. Bu bolsa nomerleri (tertipleri) 0,3,4 deň bolan ýygyndylarda funksiýa 1 bahany kabul edýär. Funksiýanyň şeýle ýazylyş formasyna sanly ýazylyşy diýilýär.

Mysal üçin, $f(x_1,x_2)=\underset{1}{V}\ (0,2)=\overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee x_1\,\overline{x}_2$

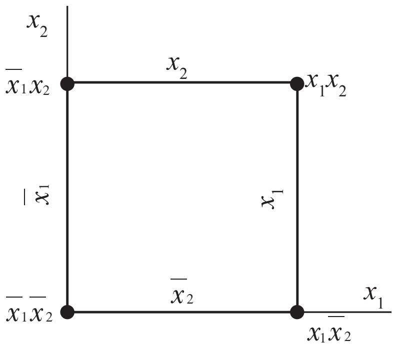
$$f(x_1,x_2,x_3)=\underset{1}{V}(1,4,7)=\overline{x}_1\,\overline{x}_2\,x_3+x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3+\overline{x}_1\overline{x}_2x_3$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\underset{1}{V}\ (3,6,10,14)=$$
$$(3=(0011)_2,\ 6=(0110)_2,\ 10=(1010)_2,\ 14=(1110)_2)$$
$$=\overline{x}_1\overline{x}_2x_3x_4+\overline{x}_1x_2x_3\overline{x}_4+x_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4+x_1x_2x_3\overline{x}_4.$$

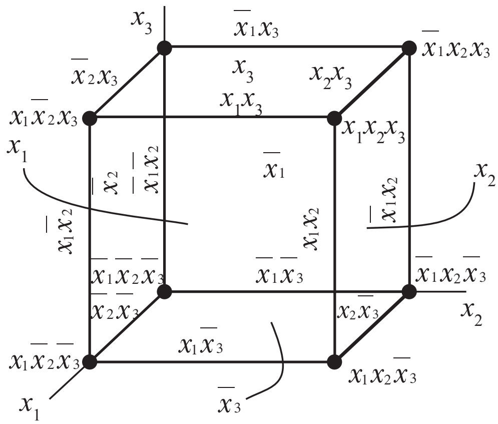
Indi bolsa, LAF-yň geometriki aňladylyşy barada durup geçeliň.

Buluň funksiýalarynyň üstünde geçirilýän özgertmeler barada düşündirmek üçin, olaryň geometriki aňladylyşyny peýdalanmak amatly bolýar.

Üýtgeýän iki ululykly funksiýanyň geometriki aňladylyşyny, x_1, x_2 koordinatalar ulgamynda berlen käbir tekizlik ýaly düşündirmek mümkin (*6.1-nji surat*). x_1 we x_2 otrisatel däl ululyklar bolýandyklary sebäpli, tekizligiň birinji çärýegini almak ýeterlik bolar. Koordinatalar oklarynyň başlangyjynda birlik kesimleri alyp goýarys.



6.1-nji surat. Üýtgeýän iki ululykly funksiýanyň geometriki aňladylyşy



6.2-nji surat. Üýtgeýän üç ululykly funksiýanyň geometriki aňladylyşy

Depeleri üýtgeýän ululyklaryň kombinasiýalaryna gabat gelýän kwadraty alarys. Şeýle üýtgeýän iki ululykly funksiýanyň geometriki beýan edilişinden şular gelip çykýar, ýagny bir gapyrga degişli bolan iki depä – *goňşular* diýlip at berilýär we gapyrgalaryň boýy boýunça üýtgeýän ululyga *ýelimlenýär*.

$\bar{x}_1 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_2$; $\bar{x}_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 = \bar{x}_1$; $x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = x_1$; $\bar{x}_1 x_2 + x_1 x_2 = x_2$.

Şeýlelikde, üýtgeýän üç ululykly funksiýanyň mintermleri üçin ýelimlenme düzgünini aşakdaky ýaly ýazmak bolar:

$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 = x_1 \bar{x}_2$ ýa-da $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 = x_1 \bar{x}_3$ we ş.m.

6.11-nji mysal. Goňşy mintermleri kesgitlemeli hem-de ýelimlenme düzgünini peýdalanmaly.

$$f_1(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2x_3$$
$$f_2(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$
$$f_3(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2\bar{x}_3$$
$$f_4(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$$
$$f_5(x_1,x_2,x_3)=x_1\bar{x}_2x_3.$$

Çözülişi. Kesgitlemä gabat gelýän goňşy termleri ýazalyň.

f_1 we f_3; f_1 we f_5; f_2 we f_4; f_3 we f_4.

Bu alnan jübütlere ýelimlenme düzgünini peýdalanyp, täze termleri alarys:

$$x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3=x_1x_2$$
$$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3=\bar{x}_1\bar{x}_3$$
$$x_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3=\bar{x}_1x_3$$
$$x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3=x_2\bar{x}_3.$$

Üýtgeýän üç ululykly funksiýanyň geometrik aňladylyşy.

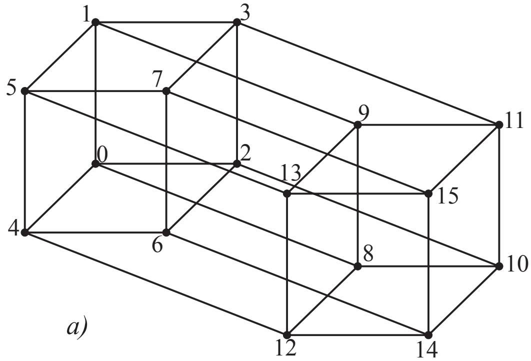
Üýtgeýän üç ululykly funksiýanyň geometrik aňladylyşy ölçegleri 1-e deň bolan kub görnüşinde ýerine ýetýär (*6.2-nji surat*). Kubuň gapyrgalary özlerine degişli depelerini saklaýarlar, ýagny «siňdirýärler». Kubuň granlary bolsa özlerine degişli gapyrgalaryny siňdirýärler, şeýle hem degişli depelerini-de siňdirjekdikleri düşnüklidir (*6.2-nji suratdaky çyzga ünsli serediň*).

Mysal üçin $\bar{x}_1x_2$ gapyrga $\bar{x}_1x_2x_3$, $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$ depelerini siňdirýär.

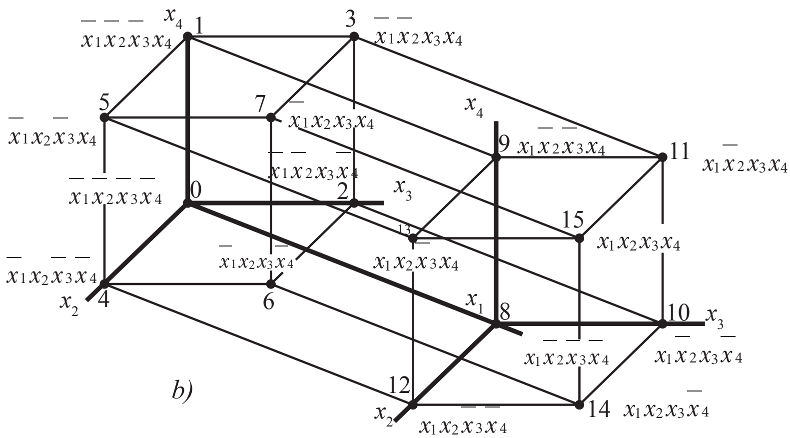
x_1 gran özüne degişli bolan $x_1\bar{x}_3$, $x_1\bar{x}_2$, x_1x_3, x_1x_2 gapyrgalary, şeýle hem, $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$, $x_1\bar{x}_2x_3$, $x_1x_2x_3$, $x_1x_2\bar{x}_3$ depelerini siňdirýär.

Üýtgeýän dört ululykly funksiýanyň geometrik aňladylyşy.

Üýtgeýän dört ululykly funksiýanyň geometriki aňladylyşy eýýäm, dört ölçegli kub görnüşinde bolýar (*6.3-nji surat*).



a)



6.3-nji surat. Üýtgeýän dört ululykly funksiýanyň geometriki aňladylyşy

$f_4(x_1,x_2,x_3,x_4)=\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ we $f_{12}(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ goňşy nokatlar $x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ gapyrgany emele getirýärler:

$$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4+x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4=x_2\bar{x}_3\bar{x}_4.$$

f_4, f_5, f_{13} we f_{12} nokatlar ýa-da bu nokatlaryň emele getirýän parallel iki gapyrgasy $x_2\bar{x}_3$ grany emele getirýär:

$$f_4+f_5+f_{13}+f_{12}=\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4+x_1x_2\bar{x}_3x_4+x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4=$$
$$=\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2\bar{x}_3=x_2\bar{x}_3.$$

Parallel iki gran ýa-da bu granlaryň depeleriniň 8 sany nokatlary kuby aňladýar, başgaça aýdylanda, kuby emele getirýär. Mysal üçin:

$$f_4+f_5+f_{13}+f_{12}+f_0+f_1+f_9+f_8=x_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_3=\bar{x}_3;$$
$$=x_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_3=\bar{x}_3;$$
$$=\bar{x}_3x_4+\bar{x}_3\bar{x}_4=\bar{x}_3.$$

Diýmek, üýtgeýän dört ululykly funksiýanyň geometriki şekilinde 8 sany kub bolmaly. Olar: $x_1, x_2, x_3, x_4, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4$.

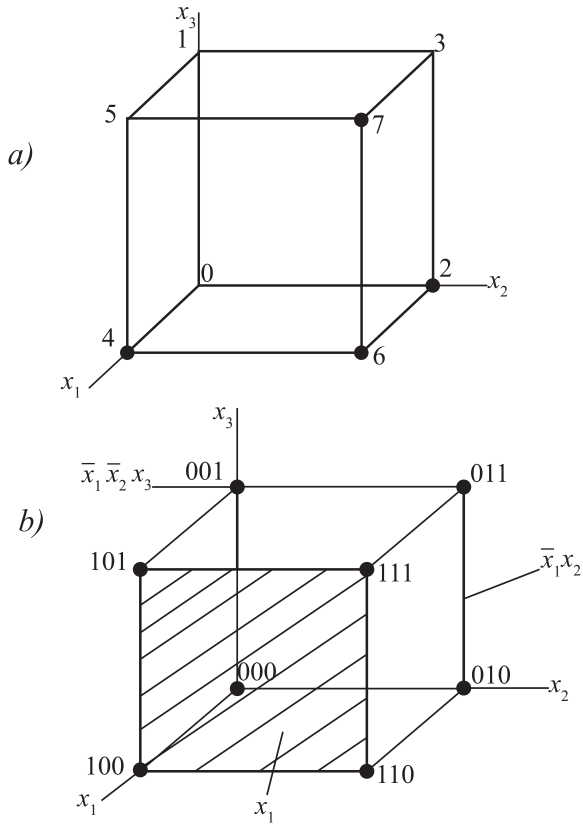
Her bir $x_1,x_2,x_3...x_n$ ýygyndynyň geometriki aňladylyşyny, n ölçegli giňişlikde n ölçegli wektoryň nokady kesgitleýşi ýaly seretmek bolar. Bu aýdylanlardan ugur alynsa, onda üýtgeýän n ululykly funksiýany kesgitleýän ýygyndylar köplüginiň ähli si n ölçegli kubuň depelerini aňladýar.

Kubuň depeleriniň koordinatalary funksiýa ýazylanda, olaryň üýtgeýän ululyklarynyň sanawynyň tertibine laýyk gelýän tertipde görkezilmegi hökmanydyr. Funksiýanyň bahalarynyň 1-e deň bolan depeleriniň nokatlaryny bellemek bilen LAF-yň geometriki aňladylyşyny alarys.

Mysal üçin,

1) $f(x_1, x_2, x_3)=\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3 = \bigvee_1 (2;4;6;7)$

Bu funksiýanyň geometriki aňladylyşy 6.4-nji (*a*) suratda şekillendirilendir.



6.4-nji surat

2) $f(x_1,x_2,x_3)=x_1+\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3$.

Ýelimlenme düzgüninden aşakdakylary alarys (*6.4-nji (b) surat*):

$x_1=x_1\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3$

$\bar{x}_1x_2=\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$.

Bu bolsa berlen funksiýany kämil formada ýazmaklyga mümkinçilik berýär:

$f(x_1,x_2,x_3)=x_1+\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3= x_1\bar{x}_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3+$
$+\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3$.

K^0*-nokat*. Maksimal rangdaky termi 0 - kub diýip atlandyrmak kabul edilen (ýagny nokat) we K^0 bilen belgilenýär.

Mysal üçin, $f(x_1x_2x_3)=V_1(0,4,7)$ funksiýa üçin:

$$K^0 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \text{başgaça} \qquad \begin{matrix} K_1^0 = \{000\} \\ K_2^0 = \{100\} \\ K_3^0 = \{111\} \end{matrix}$$

Eger K^0 toplumynda iki 0 – kub diňe bir koordinatasy bilen tapawutlanýan bolsalar, onda olar 1-kuby emele getirýärler (ýagny kesim) we K^1 bilen belgileýärler:

$$K^1=\{x00\}$$

bu ýerde: x – bagly däl koordinata.

$$K_1^1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}.\ K_2^1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Eger iki sany 1-kub umumy bagly däl komponentlere eýe bolýan bolsalar, şeýlelikde, diňe bir koordinata bilen tapawutlanýan bolsalar, onda olar 2-kuby emele getirýärler (ýagny gran) we ony K^2 bilen belgileýärler.

Şunlukda, bir ölçegli birlik kuby gurmak üçin, iki sany 0- kub (nokat) alynýar we olar kesim arkaly birleşdirilýär.

Iki ölçegli kub (gran) bolsa, iki sany 1- kubuň depelerini parallel kesimler arkaly birikdirilende alynýar.

Üç ölçegli kub – iki sany iki ölçegli kubuň depeleri uzynlygy bire deň bolan kesimler bilen birikdirilende alynýar.

Funksiýanyň geometriki aňladylyşyny minimumlaşdyrma kartasyny peýdalanmak bilen, minimumlaşdyrma usullaryny işläp geçenimizde peýdalanarys.

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. a) üýtgeýän üç ululykly; b) üýtgeýän n ululykly funksiýa üçin islendik konýunksiýany ýazyň.

2. a) üýtgeýän üç ululykly; b) üýtgeýän n ululykly funksiýa üçin islendik Şefferiň funksiýasyny ýazyň.

3. Üýtgeýän üç ululykly funksiýa üçin De Morganyň kanunlaryny ýazyň.

4. $f_1(x_1x_2x_3)=\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3$

$f_2(x_1x_2x_3)=x_1+x_2$ bolanda

$f_1(x_1x_2x_3)=f_2(x_1x_2x_3)$ bolýandygyny subut ediň.

5. Elementar funksiýalaryň häsiýetlerini peýdalanmak bilen, logiki funksiýalary normal forma özgertmeli:

$f_1(x_1x_2x_3)=(\overline{x_1x_2+\bar{x}_2x_3})\ \overline{x_1x_3}$

$f_2(x_1x_2x_3)=(\overline{x_1x_2x_3}+\overline{x_2x_3})+\overline{x_1\bar{x}_3}$

6. a) $f(x_1x_2x_3)=x_1+\bar{x}_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_3$,

b) $f(x_1x_2x_3)=x_1+\bar{x}_2+x_3$

görnüşli funksiýalary KNDF we KNKF özgertmeli.

7. a) $f_1(x_1x_2x_3)=\underset{0}{\Lambda}\,(3,4,6)$

b) $f_2(x_1x_2x_3)=\underset{1}{V}\,(1,2,5)$ görnüşdäki funksiýanyň sanly aňladylyşyny «implikasiýa, inkär etme» bazasynda aňlatmaly.

8. $f(x_1x_2x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3$ funksiýany Şefferiň bazasynda aňlatmaly.

9. $f(x_1x_2x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_2+\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3$ funksiýany Pirsiň (Webbiň) bazasynda aňlatmaly.

10. Elementar funksiýalaryň häsiýetlerini peýdalanyp, logiki aňlatmalary ýönekeýleşdirmeli :

a) $f(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3$,

b) $f(x_1,x_2,x_3)=\underset{1}{V}\,(1,3,5,6,7)$.

VII BAP. LOGIKI ALGEBRANYŇ FUNKSIÝALARYNY MINIMUMLAŞDYRMAK

§7.1. WE, ÝA-DA, ÝOK bazis üçin kesgitlenmedik koeffisiýentler usuly

Islendik logiki funksiýany :

$$f(x_1,x_2\ldots x_n)=\underset{1}{V}x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_k^{\alpha n}f(x_1x_2,\ldots x_n)$$

normal görnüşinde ýazmak bolýar.

Mysal üçin, $f(x_1,x_2,x_3)$ NDF aşakdaky ýaly görnüşde ýazylan bolsun:

$$
\begin{aligned}
f(x_1, x_2, x_3) &= K_1^1 x_{1,} + K_1^0 \overline{x}_1 + K_2^1 x_2 + K_2^0 \overline{x}_2 + K_3^1 x_3 + \\
&+ K_3^0 \overline{x}_3 + K_{12}^{11} x_1 x_2 + K_{12}^{10} x_1 \overline{x}_2 + K_{12}^{01} x_1 x_2 + K_{13}^{11} x_1 x_3 + + K_{13}^{10} x_1 \overline{x}_3 + \\
&+ K_{23}^{11} x_2 x_3 + K_{23}^{10} x_2 \overline{x}_3 + K_{23}^{01} \overline{x}_2 x_3 + K_{12}^{00} \overline{x}_1 \overline{x}_2 + + K_{13}^{00} \overline{x}_1 \overline{x}_3 + \\
&+ K_{23}^{00} \overline{x}_2 \overline{x}_3 + K_{123}^{111} x_1 x_2 x_3 + K_{123}^{110} x_1 x_2 \overline{x}_3 + + K_{123}^{101} x_1 \overline{x}_2 x_3 + K_{123}^{100} x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 + K_{123}^{011} \overline{x}_1 x_2 x_3 + \\
&+ K_{123}^{010} \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 + + K_{123}^{000} \overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3
\end{aligned} \tag{7.1}
$$

Bu ýerde: $K_{i,j,k}$, näbelli koeffisiýentler 0 ýa-da 1 baha eýe bolup, olary berlen funksiýa minimal NDF-de bolar ýaly saýlamaly.

Minimumlaşdyrmanyň kriteriýasyna görä, NDF-däki ýazgyda harplar minimal mukdarda bolmaly. NDF kesgitlenende aşakdaky häsiýetler peýdalanylýar:

1) eger $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$ bolanda, $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 0$ bolar;

2) eger deňlemäniň bir agzasy 1-e deň bolsa, onda $x_1 + x_2 + \ldots x_n = 1$ bolar.

Funksiýa 0 we 1 bahalaryň ýygyndysyndan ybarat bolar ýaly, ýokardaky ýazylan (7.1) deňlemäniň esasynda aşakdakylary almak bolar:

$$
\begin{aligned}
&K_1^0 + K_2^0 + K_3^0 + K_{12}^{00} + K_{13}^{00} + K_{23}^{00} + K_{123}^{000} = f_0^I(0,0,0); \\
&K_1^0 + K_2^0 + K_3^0 + K_{12}^{00} + K_{13}^{00} + K_{23}^{00} + K_{123}^{001} = f_1^I(0,0,1); \\
&K_1^0 + K_2^0 + K_3^0 + K_{12}^{01} + K_{13}^{00} + K_{23}^{10} + K_{123}^{010} = f_2^I(0,10); \\
&K_1^0 + K_2^1 + K_3^1 + K_{12}^{01} + K_{13}^{01} + K_{23}^{11} + K_{123}^{011} = f_3^I(0,11); \\
&K_1^1 + K_2^0 + K_3^0 + K_{12}^{10} + K_{13}^{10} + K_{23}^{00} + K_{123}^{100} = f_4^I(100); \\
&K_1^1 + K_2^0 + K_3^1 + K_{12}^{10} + K_{13}^{11} + K_{23}^{01} + K_{123}^{101} = f_5^I(101); \\
&K_1^1 + K_2^1 + K_3^0 + K_{12}^{11} + K_{13}^{10} + K_{23}^{10} + K_{123}^{110} = f_6^I(110); \\
&K_1^1 + K_2^1 + K_3^1 + K_{12}^{11} + K_{13}^{11} + K_{23}^{11} + K_{123}^{111} = f_7^I(111).
\end{aligned} \tag{7.2}
$$

Eger degişli üýtgeýän ululyklaryň ýygyndysynda f_i=0 bolsa, onda berlen deňlemä girýän ähli koeffisiýentler nola deň bolar.

Diýmek, beýleki deňlemelerde nola deň bolan koeffisiýentleriň üstüni çyzmalydyr.

Her bir deňlemede iň az rangly konýunksiýany kesgitleýän, 1-e deň bolan deňlemelerdäki galan koeffisiýentleriň bahalaryny kesgitlemeli.

Aýdylyp geçilenleriň esasynda kesgitli bolmadyk koeffisiýentleri tapmak üçin aşakdaky algoritmi düzmek bolar.

1)f_i=0 bolan nobatdaky setiri saýlamaly. Bu setiriň ähli koeffisiýentlerini nola deňlemeli;

2) ähli nol setirlere seredilen bolsa, onda 3-nji ädime, bolmasa, 1-nji ädime geçmeli;

3) f_1=1 deň bolan setire seretmeli we f_i=0 bolan setirdäki gabat gelen koeffisiýentleriň üstüni çyzmaly;

4) modifisirlenen iň oňat görnüşli deňlemäni ýazmaly.

5) nobatdaky f_i=1 bolan setiri saýlamaly we galan agzalarynyň ranglary minimal bolar ýaly, maksimal ýagdaýda koeffisiýentleri çyzmaly.

Näbelli koeffisiýentler usuly funksiýanyň dizýunktiw görnüşi üçin amatly, ýöne konýunktiw ýagdaýda peýdalanmak amatly däl.

7.1-nji mysal. $f(x_1,x_2,x_3)= \underset{1}{V}\ (0,2,4,7)= \bar{x}_1\ \bar{x}_2\ \bar{x}_3 + \bar{x}_1\ x_2\ \bar{x}_3 + x_1\ \bar{x}_2\ \bar{x}_3 + x_1\ x_2\ x_3$ görnüşde berlen funksiýa üçin minimal formany tapmaly.

Çözülişi. (7.2) deňlemeler ulgamyny düzeliň, onuň üçin ony tablisa görnüşinde ýazmak has amatly bolýar:

7.1-nji tablisa

0	$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{00}}$	K_{13}^{00}	K_{23}^{00}	K_{123}^{000}	1
1	$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{00}}$	$\cancel{K_{13}^{01}}$	$\cancel{K_{23}^{01}}$	$\cancel{K_{123}^{001}}$	0
2	$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{01}}$	K_{13}^{00}	$\cancel{K_{23}^{10}}$	K_{123}^{010}	1
3	$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{01}}$	$\cancel{K_{13}^{01}}$	$\cancel{K_{23}^{11}}$	$\cancel{K_{123}^{011}}$	0
4	$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{10}}$	$\cancel{K_{13}^{10}}$	K_{23}^{00}	K_{123}^{100}	1
5	$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{10}}$	$\cancel{K_{13}^{11}}$	$\cancel{K_{23}^{01}}$	$\cancel{K_{123}^{101}}$	0
6	$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{11}}$	$\cancel{K_{13}^{10}}$	$\cancel{K_{23}^{10}}$	$\cancel{K_{123}^{110}}$	0
7	$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{11}}$	$\cancel{K_{13}^{11}}$	$\cancel{K_{23}^{11}}$	K_{123}^{011}	1

Nola deň bolan koeffisiýentleriň üsti çyzylandan soň, (7.2) deňleme aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$\begin{cases} K_{13}^{00} + K_{23}^{00} + K_{123}^{000} = 1 \\ K_{13}^{00} + K_{123}^{010} = 1 \\ K_{23}^{00} + K_{123}^{100} = 1 \\ K_{123}^{111} = 1 \end{cases}$$

Netijede,

$$K_{23}^{00} = 1, \; K_{13}^{00} = 1, \;\; K_{123}^{111} = 1.$$

Jogaby: $f(x_1,x_2,x_3) = \bar{x}_2\,\bar{x}_3 + \bar{x}_1\,\bar{x}_3 + x_1\,x_2\,x_3.$

§7.2. Kwaýnyň usuly

Kwaýnyň usuly boýunça (1-nji bazis) minimumlaşdyrmada funksiýa kämil normal dizýunktiw formada (KNDF) berlen diýlip güman edilýär.

f funksiýanyň implikanty diýlip üýtgeýänleriň ýygyndysynda 0-a öwrülende bu funksiýanyň özü-de 0-a deň bolýan käbir logiki φ funksiýa aýdylýar.

Şonuň üçin, KNDF-iň düzümine girýän islendik konýunktiw term ýa-da dizýunksiýa belgisi bilen birleşdirilýän termler topary berlen normal *DF*-niň implikanty bolup biler.

1) $f(x_1,x_2,x_3)= x_1\bar{x}_2x_3$, $\varphi= x_1\bar{x}_2x_3$;

2) $f(x_1,x_2,x_3)= \bar{x}_1\,x_2\,x_3+ \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$, $\varphi= \bar{x}_1x_2$;

3) $f(x_1,x_2,x_3x_4)=x_1x_2x_3x_4+x_1\bar{x}_2x_4$, $\varphi=x_1x_4$.

Funksiýanyň ilkinji başlangyç implikanty – bu heniz hiç bir bölegi implikant bolmadyk birnäçe üýtgeýän ululyklaryň elementar konýunktiw görnüşdäki implikantdyr.

Kwaýnyň usuly boýunça minimumlaşdyrma usulynyň meselesi – haýsy bolsa-da üýtgeýän ululygy ýok etmek mümkinçiligini ýüze çykarmak maksady bilen, KNDF girýän ähli implikantlary jübüt -jübütden deňeşdirmekden durýar.

Ýagny

$$Fx_i \vee F\bar{x}_i = F. \tag{7.3}$$

Şunlukda, bu formula termleriň ranglaryny peseltmeklige mümkinçilik döredýär. Bu edilýän amal, tä haýsy hem bolsa başga bir term bilen üýtgeýän ululygyň ýok etmäge mümkinçilik döretmejek, hiç bir agzasy bolmaýança dowam etdirilýär. Ýok etmäge girýän termler bellenilýär. Bellenmedik termler özüni ilkinji implikant görnüşinde görkezýärler.

Alnan logiki aňlatma elmydama minimal ýagdaýda bolup bilmeýär. Ýönekeýleşdirmegi dowam etdirmegiň mümkinçiliklerini derňemeli. Onuň üçin, tablisa düzülýär: setirlerde tapylan ilkinji implikantlar, sütünlerde berlen deňlemedäki termler görkezilýär. Bu tablisanyň gözeneklerinde, eger ilkinji implikant haýsy hem bolsa bir termiň düzümine girýän bolsa, şonda belgilenýär.

Şondan soň, ýönekeýleşdirmek meselesi, ähli sütünleri ýapýan iň az mukdardaky ilkinji implikantlary tapmaklyga syrygýar.

Şunlukda, Kwaýnyň usulynda birnäçe döwürleri ýerine ýetirmeli bolýar.

Bulary anyk mysallarda göreliň.

Goý, berlen funksiýany minimumlaşdyrmak zerur bolsun:

$$f(x_1,x_2,x_3x_4)= \bigvee_1 (3,4,5,7,9,11,12,13) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4+\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4+ x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4+ x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4.$$

Mesele birnäçe döwürde işlenilýär:

1-nji döwür. Ilkinji implikantlaryň tapylyşy.

Ilki bilen 7.2-nji tablisany düzeliň.

Şeýle hem, dördünji we üçünji rangly implikantlary tapalyň ýagny, KNDF-e girýän agzalaryň ranglaryny peseldeliň.

Ondan soň başga bir (*7.3-nji tablisa*) tablisany düzeliň. Oňa siňdirmäge duçar etmedik ilkinji implikantlary, şeýle hem üçünji rangly implikantlary girizilmeli.

Tablisa düzmekligi, tä (7.3) düzgüni ulanyp bolmaýança dowam etdirmeli.

Seredilýän mysalda, ilkinji implikant ikinji ranga – x_2x_3 (*7.3-nji tab.*) çenli getirilýär.

Şeýlelikde, iň az rangly ilkinji implikant (7.3-nji tablisada gönüburçlukda belgilenendir) tapyldy.

2-nji döwür. Bellik goýmak.

Tablisa düzülýär. Bu tablisanyň setirleriniň sany alnan ilkinji implikantlaryň sanyna, sütünleriniň sany KNDF-niň mintermleriniň sanyna laýyk gelmeli. Eger KNDF-niň mintermine, haýsy hem bolsa, ilkinji implikantlar girýän bolsa, onda şolaryň setirleriniň

Berlen termler	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$x_1x_2\bar{x}_3x_4$
$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	1			$\bar{x}_1x_3x_4$		$\bar{x}_2x_3x_4$		
$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$		1	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$				$x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	
$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$		$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$	1	$\bar{x}_1x_2x_4$				$x_2\bar{x}_3x_4$
$\bar{x}_1x_2x_3x_4$	$\bar{x}_1x_3x_4$		$\bar{x}_1x_2x_4$	1				
$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$					1	$x_1\bar{x}_2x_4$		$x_1\bar{x}_3x_4$
$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$\bar{x}_2x_3x_4$				$x_1\bar{x}_2x_4$	1		
$x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$		$x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$					1	$x_1x_2\bar{x}_3$
$x_1x_2\bar{x}_3x_4$			$x_2\bar{x}_3x_4$		$x_1\bar{x}_3x_4$		$x_1x_2\bar{x}_3$	1

7.3-nji tablisa

Rangy 3 bolan ilkinji implikantlar	$\bar{x}_1x_3x_4$	$\bar{x}_2x_3x_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$	$x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2x_4$	$x_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_4$	$x_1\bar{x}_3x_4$	$x_1x_2\bar{x}_3$
$\bar{x}_1x_3x_4$	1								
$\bar{x}_2x_3x_4$		1							
$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$			1						$x_2\bar{x}_3$
$x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$				1		$x_2\bar{x}_3$			
$\bar{x}_1x_2x_4$					1				
$x_2\bar{x}_3x_4$				$x_2\bar{x}_3$		1			
$x_1\bar{x}_2x_4$							1		
$x_1\bar{x}_3x_4$								1	
$x_1x_2\bar{x}_3$			$x_2\bar{x}_3$						1

7.4-nji tablisa

Ikinji implikantlar	1	2	3	4	5	6	7	8
	Berlen termler							
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$x_1x_2\bar{x}_3x_4$
$\bar{x}_1x_3x_4$	$\vee$			$\vee$				
$\bar{x}_2x_3x_4$	$\vee$					$\vee$		
$\bar{x}_1x_2x_4$			$\vee$	$\vee$				
$x_1\bar{x}_2x_4$					$\vee$	$\vee$		
$x_1\bar{x}_3x_4$					$\vee$		$\vee$	$\vee$
$x_2\bar{x}_3$		$\vee$	$\vee$				$\vee$	$\vee$

we sütünleriniň sanyna laýyk gelmeli. Eger KNDF-niň mintermine haýsy hem bolsa ilkinji implikantlar girýän bolsa, onda olaryň setirleriniň we sütünleriniň kesişmesinde bellik goýulýar. (*7.4-nji tablisa*).

3-nji döwür. Manyly implikantyň tapylyşy.

Eger 7.4-nji tablisanyň sütünleriniň biri diňe bir bellige eýe bolsa, onda muňa degişli setiriň ilkinji implikanty manyly bolýar, çünki berlen mintermleriň ähli köplügini onsuz alyp bolmaýar.

7.4-nji tablisada manyly implikant $x_2\bar{x}_3$ term bolar. Manyly implikantyň degişli sütüni tablisadan çyzylýar.

4-nji döwür. Artykmaç sütünleri çyzmak.

3-nji döwürden soň, 2, 3, 7 we 8 sütünleri çyzmaklygyň netijesinde 7.5-nji tablisany alarys.

7.5-nji tablisa

Ilkinji Implikantlar	1	2	3	4
	Berlen termler			
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$
$\bar{x}_1x_3x_4$	$\vee$	$\vee$		
$\bar{x}_2x_3x_4$	$\vee$			$\vee$
$\bar{x}_1x_2x_4$		$\vee$		
$x_1\bar{x}_2x_4$			$\vee$	$\vee$
$x_1\bar{x}_3x_4$			$\vee$	

Eger tablisada iki sütüniň belligi şol bir setirde bar bolsa, onda olaryň biri çyzylýar. Galan sütünleri ýapmagy –örtmegi taşlanan mintermler ýerine ýetirer. Bu mysalda şeýle ýagdaý ýok.

5-nji döwür. Ilkinji implikantlaryň artykmajyny çyzmak. Eger 4-nji döwürde birnäçe sütünler taşlanandan soň, 7.5-nji tablisada bir bellik hem bolmadyk setirlere degişli ilkinji implikantlar soňky seredilmelerden aýrylýar, çünki olar galan seredilýän mintermleri ýapmaýarlar – örtmeýärler.

6-njy döwür. Minimal örtügi saýlamak. Bellikler ähli sütünlere girer ýaly(degişli bolar ýaly), 7.5-nji tablisadan ilkinji implikantlaryň toplumyny saýlaýarlar (bolmanda her bir sütünde bir bellik bolar ýaly).

Şeýle saýlamalaryň mümkin bolan birnäçe wariantyndan örtgi emele getirýän implikantyň harplarynyň sanlarynyň iň az - minimaly bilen örtýän warianty alynýar.

Bu talaby kanagatlandyrýan ilkinji implikantlar: $\overline{x}_2x_3x_4$ we $x_1\overline{x}_2x_4$.

Şeýlelikde, berlen funksiýanyň minimal formasy manyly implikantlaryň (*3-nji döwür*) we galan mintermleri örtýän ilkinji implikantlaryň (*6-njy döwür*) jemleriniň goşulmagy bolar:

$f(x_1x_2x_3)= x_2\overline{x}_3\vee\overline{x}_2x_3x_4\vee x_1\overline{x}_2x_4$.

§7.3. Kwaýnyň – Mark-Klaskyň usuly

Kwaýnyň usulynyň ýetmezçiligi, ýagny ilkinji implikantlary tapmaklyk tapgyrynda, ähli mintermleri dolulygyna jübüt-jübütden deňeşdirmek zerurlygy bolup durýar.

Mintermleriň sanynyň artmagy bilen jübütleýin deňeşdirmegiň sany hem artýar. Logiki algebranyň funksiýasynyň sanly aňladylyşy 1-nji tapgyry ýönekeýleşdirmäge mümkinçilik berýär.

Ähli mintermler olaryň ikilik nomerleri – tertipleri görnüşinde ýazylýar, ähli nomerler kesişýän toparlarynda birlik san boýunça dargadylýar. Çünki *r*-kubuň emele gelmek şerti, diňe bir koordinatasy (bir ikilik razrýady) boýunça (*r*-1) kuba dargamagy we umumy bagly däl koordinatanyň bolmagy bolýar. Şonuň üçin, iki we ondan köp razrýadlary tapawutly toparlary deňeşdirmek hiçhili mana eýe bolup bilmeýär. Şonda özüniň ikilik ýazgysynda *i* – sany birlik bolan ähli nomerler (ýygyndylar) *i*- topara girerler. Jübüt deňeşdirmekligi diňe toparlarynyň nomerleri boýunça goňşylarda geçirmek bolar. Mysallara seredeliň.

7.2-nji mysal. Goý, funksiýa berlen bolsun:

$F(x_1,x_2,x_3,x_4) = V_1$ (3,4,5,7,9,11,12,13).

Çözülişi. Ilki bilen 0-kuby ýazalyň:

K^0={0011,0100,0101,0111,1001,1011,1100,1101}

O-kuby her ikilik nomerde birlikleriň sany boýunça üç topara dagydalyň:

$$K_1^0 = \{0100\},\ K_2^0 = \begin{Bmatrix} 0011 \\ 0101 \\ 1001 \\ 1100 \end{Bmatrix},\ \ K_3^0 = \begin{Bmatrix} 0111 \\ 1011 \\ 1101 \end{Bmatrix}$$

1-nji döwür. Ilkinji implikantoryň tapylyşy:

a) K_1^0 we K_2^0 deňeşdirilişi:

0100*	0011
	0101*
	1001
	1100*

* – belgi ýygyndylaryň ýelimleşýändiklerini görkezýär.

Deňeşdirmäniň esasynda K_1^1 kuby gurarys, (siňdiriljek) ýok ediljek koordinatalar x belgi bilen çalşyrylar :

$$K_1^1 = \begin{Bmatrix} 010x \\ x100 \end{Bmatrix}$$

b) K_2^0 we K_3^0 deňeşdirilişi :

0011*	0111*
0101*	1011*
1001*	1101*
1100*	

K_2^1 kuby guralyň:

$$K_2^1 = \begin{Bmatrix} 0x11 \\ x011 \\ 01x1 \\ 10x1 \\ 1x01 \\ 110x \\ x101 \end{Bmatrix}$$

Rangy 4-e deň bolan ilkinji implikant ýok.

ç) bagly däl koordinatanyň ýerleşiş ýagdaýyna görä, ähli 1- kuby 4 sany topara dagydalyň:

$$K_1^2 = \begin{Bmatrix} 010x \\ 110x \end{Bmatrix};\ K_1^3 = \begin{Bmatrix} 01x1 \\ 10x1 \end{Bmatrix};\ K_1^4 = \begin{Bmatrix} 0x11 \\ 1x01 \end{Bmatrix};$$

$$K_1^5 = \begin{Bmatrix} x100 \\ x011 \\ x101 \end{Bmatrix};$$

K_1^2 we K_1^3, K_1^4 we K_1^5 her toparyň içiniň deňeşdirilişi:

$010x$	$01x1$*	$0x11$*	$x100$
			$x011$ *
$110x$	$10x1$*	$1x01$*	$x101$

Deňeşdirmäniň esasynda kublary gurarys:
$K_2^{1^{\mathrm{I}}} = x10x$; $K_2^{1^{\mathrm{IV}}} = x10x$;
K_1^3 *we* K_1^4 deňeşdirip bolmaýar:
Şeýlelikde, rangy 3 bolan ilkinji implikantlar *belgi bilen bellener:
$K^1=\{01x1;\ 10x1;\ 0x11;\ 1x01;\ x011\}$;
$K_2^{1^{\mathrm{I}}}$ we $K_2^{1^{\mathrm{IV}}}$ deňeşdirilişi:

$$K_2^{1^{\mathrm{I}}} = K_2^{1^{\mathrm{IV}}}.$$

Şeýlelikde, rangy 2 bolan ilkinji implikanty alarys:

$$K^2=\{x10x\}.$$

2-nji döwür. Bellik goýmak (*7.6-njy tab.*)

7.6-njy tablisa

Ilkinji Impli-kantlar	Berlen termler							
	0011	0100	0101	0111	1001	1011	1100	1101
$01x1$			*	*				
$10x1$					*	*		
$0x11$	*			*				
$1x01$					*			*
$x011$	*					*		
$\boxed{x10x}$		*	*				*	*

3-nji döwür. Manyly implikantyň tapylyşy.
Rangy 2 bolan manyly implikant:
$\{x10x\}=x_2\,\overline{x}_3$ term bolar.
4-nji we 5-nji döwürler ýok.

6-njy döwür. Galan termler minimal örtýänler boýunça saýlanylýar: {10x1} we {0x11} (*7.7 tab.*).

7.7-nji tablisa

Ilkinji implikantlar	Berlen termler			
	0011	0111	1001	1011
01x1		*		
$\boxed{10x1}$			*	*
$\boxed{0x11}$	*	*		
1x01			*	
x011	*			*

Netijede, $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_2\bar{x}_3\vee x_1\bar{x}_2x_4\vee\bar{x}_1x_3x_4$.

KNKF üçin Kwaýnyň usuly peýdalanylanda funksiýanyň f=0 bahasyna we bu baha degişli termlere seretmek zerur.

Netijede, $\bar{f} = \underset{1}{V}\ (x_1x_2,\ldots x_n)$ alarys. Soňra funksiýany KNDF getirmek üçin de Morganyň gatnaşygyny peýdalanmak zerurdyr. Galan soňky işler ýokarda beýan edilenlere meňzeşlikde ýerine ýetirilýär.

§7.4. Minimumlaşdyryjy kartalar usuly. Karnonyň kartasy

Bize mälim bolşy ýaly, islendik funksiýalar KNDF ýa-da KNKF görkezijide berlip biler. Funksiýanyň şunuň ýaly analitik görnüşde berilmesi amatly bolmaýar. Funksiýanyň bahasyny üýtgetmän, onuň logiki aňlatmasyny ýönekeýleşdirmek bolar.

Şeýle ýönekeýleşdirme usulyna minimumlaşdyrma usuly diýilýär. Logiki funksiýany minimumlaşdyrmanyň netijesinde logiki agzalaryň minimal sany we her agzada logiki argumentleriň minimal sany bolan NDF ýa-da NKF-de aňladylan görnüşine getirilýär. LAF-nyň aňlatmasyny ýönekeýleşdirmäniň grafiki şeýle hem algebraik usullary bar.

Karnonyň kartasy.

Az sanly argumentli LAF-yň aňlatmasyny ýönekeýleşdirmek üçin Karnonyň kartasynyň kömegi bilen grafiki usul amatly bolýar.

Karnonyň kartasy iki argument, üç argument we dört argument üçin kesgitlenen çynlyk tablisasyny hödürleýär.

Iki argumentli funksiýalar üçin Karnonyň kartasy:

	x_2	$\bar{x}_2$
x_1	11 $_3$	10 $_2$
$\bar{x}_1$	01 $_1$	00 $_0$

	x_2	$\bar{x}_2$
x_1	x_1x_2	$\bar{x}_1x_2$
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$

Üç argumentli funksiýalar üçin Karnonyň kartasy:

	x_2		$\bar{x}_2$	
x_1	110 $_6$	111 $_7$	101 $_5$	100 $_4$
$\bar{x}_1$	010 $_2$	011 $_3$	001 $_1$	000 $_0$
	$\bar{x}_3$	x_3		$\bar{x}_3$

	x_2		$\bar{x}_2$	
x_1	$x_1x_2\bar{x}_3$	$x_1x_2x_3$	$x_1\bar{x}_2x_3$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$	$\bar{x}_1x_2x_3$	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3$	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$
	$\bar{x}_3$	x_3		$\bar{x}_3$

Dörtargumentli funksiýalar üçin Karnonyň kartasy:

	x_2	x_2	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	
x_1	$x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$x_1x_2x_3\bar{x}_4$	$x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_4$
x_1	$x_1x_2\bar{x}_3x_4$	$x_1x_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	x_4
$\bar{x}_1$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	x_4
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_4$
	$\bar{x}_3$	x_3	x_3	$\bar{x}_3$	

	x_2	x_2	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	
x_1	1100_{12}	1110_{14}	1010_{10}	1000_{8}	$\bar{x}_4$
x_1	1100_{13}	1111_{15}	1011_{11}	1001_{9}	x_4
$\bar{x}_1$	1100_{5}	0111_{7}	0011_{3}	0001_{1}	x_4
$\bar{x}_1$	1100_{4}	0110_{6}	0010_{2}	0000_{0}	$\bar{x}_4$
	$\bar{x}_3$	x_3	x_3	$\bar{x}_3$	

1. Karnonyň kartasynyň gurluşy. Her gözenek argumentleriň kesgitlenen toplumyna – ýygyndysyna gabat gelýär. Bu ýygyndylar setirleriň we sütünleriň kesişme gözeneginde argumentleriň ýygyndysy şol gözenegiň bahasyny – 1-*i* aňladýar. Kartanyň gözenekleriniň sany argumentleriniň bahalarynyň mümkin bolup biljek ýygyndysynyň sanyna deň. Argumentiň sany *n*-e deň bolsa, gözenekleriň sany 2^n-e deň bolar.

2. Karnonyň kartasyny doldurmak – düzmek. Bu kartanyň gözeneklerinde gözenekleriň, argumentleriň bahalarynyň ýygyndylaryna degişli funksiýanyň bahalary ýazylýar.

Mysal üçin: 1. Üç argumentli logiki funksiýa tablisa görnüşinde berlen bolsun:

Arg.	0	1	2	3	4	5	6	7
	Argumentleriň bahalarynyň ýygyndysy							
x_1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1,x_2,x_3)$	0	1	0	1	0	0	1	1

Bu tablisany başgaça hem düzüp bolar:

Ýygyndynyň onluk bahasy	x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$
	Argumentleriň bahalarynyň ýygyndysy			
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Bu funksiýa üçin Karnonyň kartasyny düzeliň. Bu funksiýany başgaça san görnüşinde hem ýazyp bolýar: $f(x_1,x_2,x_3)=f(1,3,6,7)$. Bu funksiýanyň analitik görnüşindäki ýazgysy aşakdaky ýalydyr:

$f(x_1,x_2,x_3)= \bar{x}_1\ \bar{x}_2\ x_3 \vee \bar{x}_1\ x_2\ x_3 \vee x_1\ x_2 \bar{x}_3 \vee x_1\ x_2\ x_3$

Kartanyň gözeneklerinde funksiýanyň argumentleriniň ýygyndylarynyň 1-e deň bahalarynyň gabat gelýän ýerlerinde 1-i ýazmaly. 0 bahany ýazmaly däl:

	$\overbrace{\quad\quad}^{x_2}$		$\overbrace{\quad\quad}^{\bar{x}_2}$	
x_1	1	1		
$\bar{x}_1$		1	1	
	$\bar{x}_3$	$\underbrace{\quad\quad}_{x_3}$		$\bar{x}_3$

2. Üýtgeýän dört ululykly funksiýa üçin, Karnonyň karnasyny gurmaklyga synanyşalyň:

$$f(x_1x_2x_3x_4)=x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee$$
$$\vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$

	x_2	x_2	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	
x_1	1	1	1		$\bar{x}_4$
x_1		1	1		x_4
$\bar{x}_1$			1	1	x_4
$\bar{x}_1$			1		$\bar{x}_4$
	$\bar{x}_3$	x_3	x_3	$\bar{x}_3$	

3.Karnonyň kartasy boýunça funksiýany düzeliň:

	x_2	$\bar{x}_2$
x_1	1	
$\bar{x}_1$	1	

$f(x_1,x_2)= x_1\, x_2 \vee \bar{x}_1 x_2$.

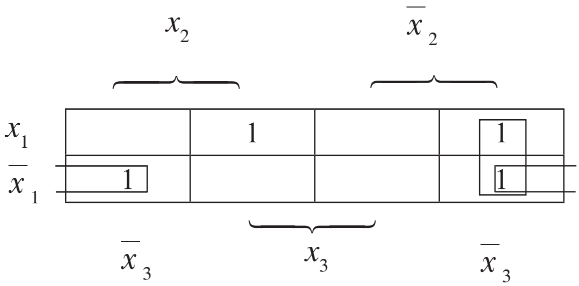
3. Karnonyň kartasynda ýapyk ýaýlalary düzmek. Ähli 1-i saklaýan gözenekler ýapyk ýaýlany düzýär. Onuň üçin her ýaýla gözenekleriň sany 2^k deň bolan gönüburçluklardan ybarat bolmaly, bu ýerde k=0,1,2,3,4.

Ýaýlalar kesişip biler we şol bir gözenek dürli ýaýlalara degişli bolup biler (çyzgylarda ýaýlalar ştrih gönüburçluklar bilen görkezilendir).

Ýapyk ýaýlalar kartanyň granlaryny-gyralaryny birikdirip, silindr görnüşinde güman etmek bilen hem alynýar.

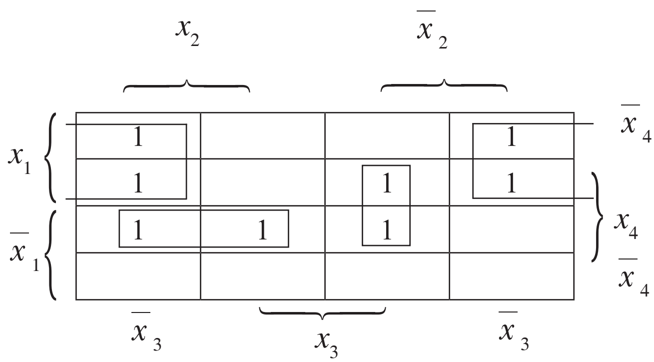
Mysal üçin:

1) $f(x_1x_2x_3x_4)=x_1x_2x_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$



2) $f(x_1x_2x_3x_4)=x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\vee\bar{x}_1x_2x_3x_4\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\vee$

$$\vee\, x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\vee x_1\bar{x}_2x_3x_4\vee\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$$

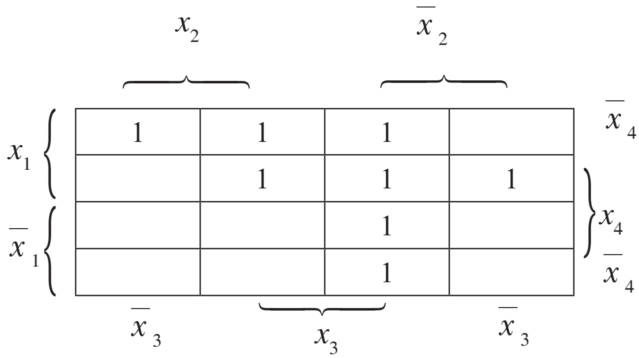


4. LAF-nyň minimumlaşdyran görnüşiniň ýazylyşy.

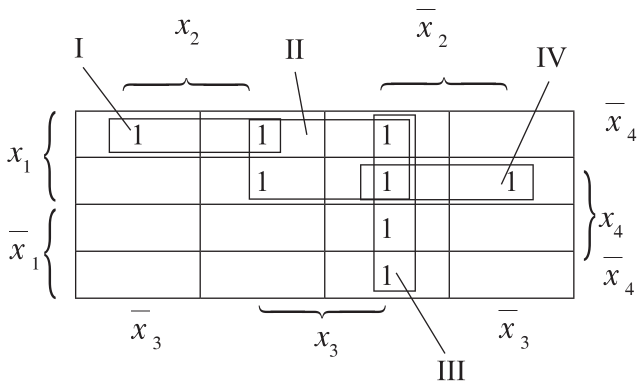
Alnan her ýapyk ýaýlada gözenekleriniň sany 2^k (k=0,1,2,3,4) bolýar diýipdik. Eger funksiýanyň argumentleriniň sany (ranggy) n-e deň bolsa, onda her ýaýla üçin elementar KF ýa-da DF-iň ranglary, ýagny alynjak ýygyndyda argumentleriň sany n-k deň bolar. Şeýlelikde, funksiýada argumentleriň sany n=3 bolsa, iki gözenekli ýaýla üçin k=1, n-k= 3–1=2, bir gözenekli ýaýla üçin k=0, n–k=3–0=3; dört gözenekli ýaýlalar üçin k=2, n–k=3–2=1 deň bolar.

Her bir ýapyk ýaýla üçin argumentleriň ýa-da olaryň inkär etmeleriniň ýygyndysyny düzmek üçin, şol ýaýla girýän ýygyndylaryň üýtgeýän bahalaryny x bilen belgilemeli.

Mysal üçin:



Tablisadaky ýaýlalara seredeliň: n=4, (x_1, x_2, x_3, x_4)



I ýapyk ýaýla we IV ýaýla üçin k=1, $(2=2^1)$,

I ýapyk ýaýlada gözeneklerde degişlilikde (1100) we (1110), üçünji baha üýtgeýär, onda (1 1 x 0) we (11 x 0) bolar.

IV ýapyk ýaýlanyň gözeneklerinde (0011) we (0001) bolsa, onda (00x1) we (00x1) bolar.

II we III ýapyk ýaýla üçin: k=2, $(4=2^2)$.

II ýapyk ýaýlanyň gözeneklerinde:

(1110),	(1010) ,	(1111),	(1011),
1x1x,	(1x1x) ,	(1x1x),	(1x1x),

III ýapyk ýaýlanyň gözeneklerinde:

(1010),	(1011),	(0011),	(0010),
(x01x),	(x01x),	(x01x),	(x01x),

Şeýlelikde, ýapyk ýaýlalaryň gözeneklerinde şol bir bahaly ýygyndylar emele getirildi. Ýygyndylardaky sanlaryň ýerine degişli logiki argumentleri ýa-da olaryň inkär etmelerini degişlilikde alarys:

I ýaýla üçin: $(x_1 x_2 x \bar{x}_4)$,

IV ýaýla üçin: $(\bar{x}_1 \bar{x}_2 x x_4)$,

II ýaýla üçin: $(x_1 x x_3 x)$,

III ýaýla üçin: $(x \bar{x}_2 x_3 x)$.

Alnan ýygyndylardaky x-leri taşlap, berlen logiki funksiýanyň KNF-ny düzeris:

$f(x_1x_2x_3x_4)=x_1x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_4 \vee x_1x_3 \vee \bar{x}_2x_3.$

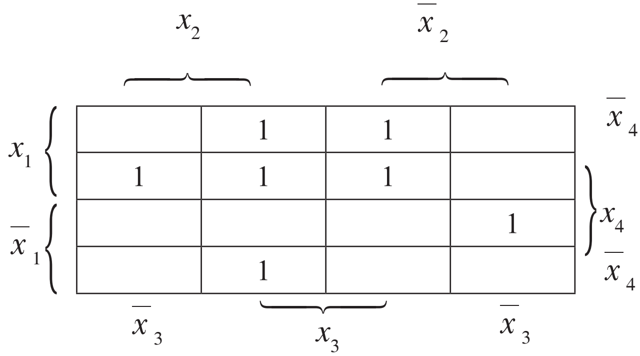
Şeýlelikde, berlen logiki funksiýany minimumlaşdyrdyk. Alnan netijäni kämilleşdirilen görnüşe geçirmek bilen, onuň dogrulygyny barlamak bolar.

7.3-nji mysal. $f(x_1x_2x_3x_4)= x_1x_2x_3\bar{x}_4+ x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4+ x_1x_2\bar{x}_3x_4 +$ $+ x_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$

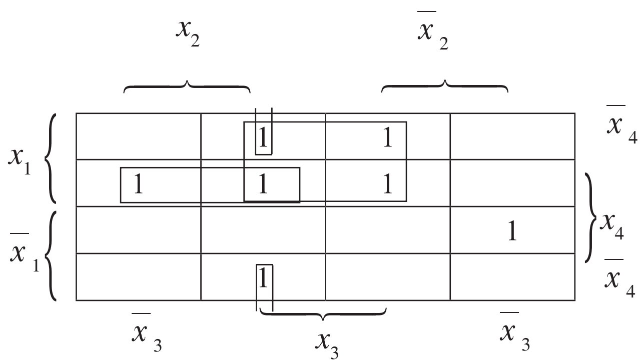
funksiýany minimumlaşdyrmaly.

Çözülişi:

Berlen funksiýa üçin Karnonyň kartasyny guralyň:



Alnan kartada ýapyk ýaýlalary düzeliň:



Ýaýlalaryň kömegi bilen berlen funksiýanyň minimumlaşdyrylan görnüşini ýazalyň:

$$f(x_1x_2x_3x_4)= x_1x_2x_3\overline{x}_4 + x_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4 + x_1x_2\overline{x}_3x_4 + x_1x_2x_3x_4 +$$
$$+ x_1\overline{x}_2x_3x_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4 + \overline{x}_1x_2x_3\overline{x}_4 = x_1x_3 + x_1x_2x_4 + x_2x_3\overline{x}_4 +$$
$$+ \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4.$$

§7.5.Logiki funksiýalary berlen (⊕,Λ,Ί) bazisde minimumlaşdyrmak

Funksiýalary minimumlaşdyrmak üçin kesgitlenmedik koeffisiýentler usulyny berlen dürli bazislerde ulanmak mümkin. Kesgitlenmedik koeffisiýentler usulyny (⊕,Λ,Ί) bazis mysalynda ulanmaklyga seredeliň. $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiýany, normal dizýunktiw formadaka meňzeşlikde, nirede dizýunksiýa belgisiniň bar ýerine, ⊕ 2 moduly boýunça goşmak amaly – belgisi durýar. Bu operasiýanyň belgisi dizýunksiýa amalyndan tapawutlanýar:

$$0=0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus ... \oplus 0 \qquad (1)$$

ýa-da

$$0 = \underbrace{1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus ... \oplus 1}_{m} \qquad (2)$$

bu ýerde: m=2k, birlikleriň sany jübüt;

$$1 = \underbrace{1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus ... \oplus 1}_{m} \qquad (3)$$

bu ýerde: m=2k+1, birlikleriň sany täk.

Dizýunksiýa amaly üçin, elmydama: $1=1 \vee 1 \vee ... \vee 1$.

(2) we (3) düzgünleriň bolýanlygy sebäpli, 2-niň moduly boýunça goşmak amalynda minimumlaşdyrmany kynlaşdyrýar. Çünki, minimumlaşdyrmagyň kriteriýasy öňki bolşy ýaly: her bir termiň minimal rangy we minimal termleriň sany bolmaly. Onda (⊕,Λ,Ί) bazisde minimumlaşdyrmak: nirede f=0 bolsa, ýygyndynyň ähli koeffisiýentlerini nola deňlemek maksada laýykdyr. Çünki onda birlik setirde ýokary rangly termleriň galmagy mümkin. Şonuň üçin indiki setiriň saýlanylyp alynmagynyň (noly ýa-da birlik) arasynda tapawut hem ýok. Nolluk setiriň koeffisiýentleriniň sany (mukdary) hökmany jübüt bolmaly, birlikleriňki bolsa, täk bolmaly. Gowusy, ilki bilen birlik setirden başlamaly. Bu setirlerdäki ýygy gaýtalanýan minimal rangly koeffisiýentler galdyrylmaly.

7.4-nji mysal. $f(x_1,x_2,x_3) = \oplus\ (0,1,5,6)$ funksiýa berlen. $(\oplus,\Lambda,1)$ bazisde minimal aňladylyşyny tapmaly.

Çözülişi. 7.8-nji tablisany düzeliň.

7.8-nji tablisa

K_1^1	K_2^1	K_3^1	K_{12}^{11}	K_{13}^{11}	K_{23}^{11}	K_{123}^{111}	0	111
K_1^1	K_2^1	K_3^0	K_{12}^{11}	K_{13}^{10}	K_{23}^{10}	K_{123}^{110}	1	110
K_1^1	K_2^0	K_3^1	K_{12}^{10}	K_{13}^{11}	K_{23}^{01}	K_{123}^{101}	1	101
K_1^1	K_2^0	K_3^0	K_{12}^{10}	K_{13}^{10}	K_{23}^{00}	K_{123}^{100}	0	100
K_1^0	K_2^1	K_3^1	K_{12}^{01}	K_{13}^{01}	K_{23}^{11}	K_{123}^{011}	0	011
K_1^0	K_2^1	K_3^0	K_{12}^{01}	K_{13}^{00}	K_{23}^{10}	K_{123}^{010}	0	010
K_1^0	K_2^0	K_3^1	K_{12}^{00}	K_{13}^{01}	K_{23}^{01}	K_{123}^{001}	1	001
K_1^0	K_2^0	K_3^0	K_{12}^{00}	K_{13}^{00}	K_{23}^{00}	K_{123}^{000}	1	000

Tablisada K_2^0 koeffisiýent 4 sapar gaýtalanýar. Ony galdyrmak maksada laýykdyr. Nolly setirde ýene-de haýsy hem bolsa, minimal rangly, heniz bir koeffisiýenti hem galdyrylmadyk birlik setirden gaýtalanýan koeffisiýenti galdyrmak gerek:

$K_2^0 \oplus K_{23}^{01} \oplus K_{123}^{101} = 1.$

Aşakdaky hereketlerden soň, minimal forma alnar:

1. Birlik setirlerdäki birinji (minimal) rangly termleriň näçe gezek gaýtalanýandyklaryny sanamaly we maksimal san gezek gabat gelýänini galdyrmaly;

2. Galdyrylan termleriň gabat gelýän nolly setirlerini tapmaly we bu termleri setirlerde galdyrmaly;

3. Bolmanda, bir sany birlik termiň galan nolly setirlerine seretmeli we ýene-de ondan bir sany heniz bir term hem galdyrylmadyk birlik setirde maksimal san gezek gabat gelýän birlik termi tapmaly $(1\oplus1=0)$ (*4,6-njy setirler*).

Netijäni deňleme görnüşinde alarys:

$K_{23}^{10} \oplus K_{13}^{10} \oplus K_{123}^{110} = 1$

$K_{2}^{0} \oplus K_{23}^{01} \oplus K_{123}^{101} = 1$

$K_{2}^{0} \oplus K_{12}^{00} \oplus K_{23}^{01} \oplus K_{123}^{001} = 1$

$K_{2}^{0} \oplus K_{12}^{00} \oplus K_{123}^{000} = 1$

Jogaby: $f(x_1,x_2,x_3)= \overline{x}_2 \oplus x_1\overline{x}_3$

(⊕,Λ,Ί) bazisde minimumlaşdyrmagy Kwaýnyň-Mak-Klaskyň usullarynda-da peýdalanmak bolar. Bu ýagdaýda mintermlerden başga-da berlen funksiýa 1 bahany kabul edýän A-mintermler imp-likant tablisa goşulýar, şeýle hem, birnäçe funksiýa 0 bahany kabul edýän (B-mintermler) goşulýar. Soňky A- minterm mintermlerden 2 sany ikilik razrýady bilen tapawutlanýar.

B-mintermleriň goşulmaklarynyň sebäbi, minimal formada minimal rangly termler bilen üpjün etmek üçin. Üýtgeýän üç ululykly funksiýalar üçin bu kubuň depeleri, ýagny bu depelerde ýerleşen diognallarda f=1.

(1⊕1)⊕(1⊕1)...(1⊕1) =0 bolýanlygy üçin, soňra olary f funksiýany iki gezek minimal örtýänligi sebäpli, ýok etmek bolar. Muny KNDF-de ýerine ýetirmek hiç haçan mümkin däl, çünki 1=1∨1.

B-mintermleri kesgitlemek üçin, A-mintermler boýunça jübütleýin deňeşdirmäni geçirmeli. Eger-de A_1we A_2 jemde iki birlik bar bolsa, onda A_1, A_2-niň islendik biri alynýar we 0 we 1-leriň ähli mümkin bolan kombinasiýalarynda birlige degişlilikde A_1 ýa-da A_2-ni ornuna goýup, dört sany minterm alynýar. Şonuň bilen berlen köplükden rangy iki birlik az bolan rangly örtügiň köplügi kesgitlenilýär. Eger alnan mintermleriň birnäçesi A-minterm däl bolsa, onda olar gözlenýän mintermlerdir.

7.5-nji mysal. Goý, funksiýa berlen bolsun:

$f(x_1,x_2,x_3)=\underset{1}{\oplus}(0,2,4,7)= \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3) \oplus \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 \oplus x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 \oplus x_1x_2x_3.$

{000, 010, 100, 111} berlen A-mintermler.

Minimal formany tapmaly.

Çözülişi:

1-nji ädim. B-mintermleriň tapylyşy.

Jübütleýin deňeşdirmeleri geçirilmeli:

$$a)\ \frac{\oplus\begin{matrix}000\\010\end{matrix}}{010}\quad b)\ \frac{\oplus\begin{matrix}000\\100\end{matrix}}{100}\quad c)\ \frac{\oplus\begin{matrix}000\\111\end{matrix}}{111}\quad d)\ \frac{\oplus\begin{matrix}100\\010\end{matrix}}{110}\quad e)\ \frac{\oplus\begin{matrix}100\\111\end{matrix}}{011}\quad f)\ \frac{\oplus\begin{matrix}010\\111\end{matrix}}{101}$$

e), d), f) hallarda jem iki sany birlikden ybarat

B = {011, 101, 110}.

2-nji ädim. Ilkinji implikantlaryň tapylyşy:

K^0= {000, 010, 011, 100, 101, 110, 111}.

A. Rangy 3-e deň bolan ilkinji implikantlaryň tapylyşy:

$$K_1^0 = \{000\},\ K_2^0 = \begin{Bmatrix}010\\100\end{Bmatrix}, K_3^0 = \begin{Bmatrix}011\\101\\110\end{Bmatrix}, K_4^0 = \{111\}.$$

K_1^0 we K_2^0 deňeşdirilişi:

000*	010*
	100*

$K_1^1 = \{0x0, x00\}$;

K_2^0 we K_3^0 deňeşdirilişi:

010*	011*
100*	101*
	110*

$K_2^1 = \{01x, x10, 10x, 1x0\}$

K_3^0 we K_4^0 deňeşdirilişi

011*	111*
101*	
110*	

$K_3^1 = \{x11, 1x1, 11x\}$.

3 rangly ilkinji implikantlar ýok.

B. 2 rangly ilkinji implikantlaryň tapylyşy. x bagly däl koordinatanyň ýerleşiş ýagdaýyna görä ähli ilkinji implikantlary üç sany köplüge böleliň:

$$K_1^{11} = \begin{Bmatrix}10x\\01x\\11x\end{Bmatrix};\ K_2^{11} = \begin{Bmatrix}0x0\\1x0\\1x1\end{Bmatrix};\ K_3^{11} = \begin{Bmatrix}x00\\x10\\x11\end{Bmatrix}$$

a) K_1^{11}, k_2^{11} *we* K_3^{11} deňeşdirilişleri:

$K_1^2 = \{1xx, x1x\}$,

$K_2^2 = \{xx0, 1xx\}$,

$K_3^2 = \{xx0, x1x\}$.

Şeýlelikde, $K^2=\{1xx, x1x, xx0\}$.

3-nji ädim. Örtügi saýlamak üçin bellik goýmak (*7.9-njy tablisa*)

7.9-njy tablisa

Ilkinji implikantlar	Mintermler						
	A				B		
	000	010	100	111	101	011	110
1	2	3	4	5	6	7	8
000	*						
010		*					
100			*				
111				*			
101					*		
011						*	
110							*
$x00$	*		*				
$1x0$			*				
$x10$		*					
$0x0$	*	*					
$11x$				*			*
$01x$		*				*	
$10x$			*		*		
$xx0$	*	*	*				*
$1xx$			*	*	*		*
$x1x$		*		*		*	*

7.9-njy tablisanyň esasynda minimal formany aşakdaky görnüşde alarys:

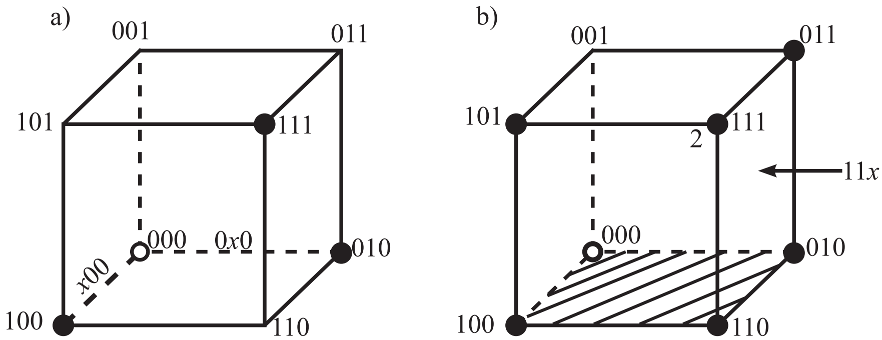
$f(x_1,x_2,x_3)= x_1x_2 \oplus \overline{x}_3$, $(\Lambda,\oplus,\text{I})$ bazisde.

Deňeşdirmek üçin minimal formadaky aňlatmany KNDF-ä, getireliň. Onuň üçin, $a \oplus b = \overline{a}b + a\overline{b}$ toždestwolaýyn özgertmeden peýdalanyp alarys:

$f(x_1,x_2,x_3)= x_1x_2 \oplus \bar{x}_3 = \overline{x_1x_2}\,\bar{x}_3 \vee x_1x_2\bar{\bar{x}}_3 =(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)\, \bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3=$
$= \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3.$

$f(x_1,x_2,x_3)== \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3.$

7.1-nji suratda iki bazis üçin hem grafiki çözüwleri görkezilen. Jogaby: $f(x_1,x_2,x_3)= x_1x_2 \oplus \bar{x}_3$.



7.1-nji surat. Minimumlaşdyrma meselesiniň grafiki çözülişi:
a) KNDF üçin; b) (Λ, ⊕,1) bazis üçin.

§7.6. Pirsiň (Webbiň) bazisinde minimumlaşdyrma

Pirsiň (Webbiň) funksiýasy aşakdaky funksiýalardyr:

$$f(x_1,x_2) = x_1 \downarrow x_2 = \overline{x_1 \vee x_2} = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 . \qquad (7.4)$$

(7.4) funksiýanyň esasynda dizýunksiýa we konýunksiýadan Pirsiň (Webbiň) funksiýasyna geçmeklik amala aşyrylýar.

$$x_1 + x_2 = \overline{x_1 \downarrow x_2} .$$

$$x_1x_2 = \bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_2 . \qquad (7.5.1)$$

Bu formulalary islendik üýtgeýän ululyklar üçin ýazalyň:

$$x_1 + x_2 + ... + x_0 = \overline{\overline{\overline{x_1 \downarrow x_2} \downarrow ...} \downarrow x_n} ;$$

$$x_1x_2 ... x_n = \bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_2 \downarrow ... \downarrow \bar{x}_n . \qquad (7.5.2)$$

Eger logiki funksiýa KNKF-da berlen bolsa, onda (7.5.2) formulalaryň esasynda

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigwedge_0 \Phi_1 (x_1^{\bar{a}_1} \vee x_2^{\bar{a}_2} \vee ... \vee x_n^{\bar{a}_n}) =$$

$$= \bigwedge_0 (\overline{\overline{\overline{x_1^{\bar{a}_1} \downarrow x_2^{\bar{a}_2}} \downarrow ...} \downarrow x_n^{\bar{a}_n}}). \qquad (7.6)$$

Şeýlelikde, (7.6) formuladan Pirsiň (Webbiň) funksiýasy üçin kämil normal formany almak bolar, (ýagny, iň üstki umumy inkär etmäni taşlamak bilen):

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \mathop{\downarrow}_0 (\overline{\overline{\overline{x_1^{\bar{a}_1} \downarrow x_2^{\bar{a}_2}} \downarrow ... \downarrow x_{n-1}^{\bar{a}_{n-1}}} \downarrow x_n^{\bar{a}_n}}). \qquad (7.7)$$

Eger (7.7)-de $\bar{x} = x \downarrow x$ baha goýulsa, onda kämil normal forma alnar.

7.6-njy mysal. $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiýa 7.10-njy tablisada berlen. Bu funksiýanyň (7.7) görnüşinde analitik ýazgysyny bermek talap edilýär:

7.10-njy tablisa

x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$	x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

Çözülişi. Tablisadan degişlilikde (7.6) düzgün boýunça alarys:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) =$$

$$= (\overline{\overline{x_1 \downarrow x_2} \downarrow \bar{x}_3})(\overline{\overline{\bar{x}_1 \downarrow x_2} \downarrow \bar{x}_3}).$$

Bu ýerde (7.5) formulany peýdalanyp alarys:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{\overline{x_1 \downarrow x_2} \downarrow \bar{x}_3})(\overline{\overline{\bar{x}_1 \downarrow x_2} \downarrow \bar{x}_3}).$$

Indi bolsa, $\bar{x} = x \downarrow x$ formulanyň esasynda, Webbiň funksiýasy üçin gutarnykly kämil forma geleris:

$$f(x_1, x_2, x_3) = [(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_3)] \downarrow$$

$$\downarrow \{[(x_1 \downarrow x_1) \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_1) \downarrow x_2] \downarrow (x_3 \downarrow x_3)\}.$$

Eger esas edip KNDF alynsa, onda özgertmek aşakdaky formulanyň esasynda amala aşyrylardy:

$$f(x_1,x_2,\ldots,x_n) = V_1 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots x_n^{a_n} = V_1 x_1^{\overline{a_1}} \downarrow x_2^{\overline{a_2}} \downarrow \ldots \downarrow x_n^{\overline{a_n}} = \underset{1}{\downarrow} \overline{\left(x_1^{\overline{a_1}} \downarrow x_2^{\overline{a_2}} \downarrow \ldots \downarrow x_n^{\overline{a_n}}\right)}. \tag{7.8}$$

7.7-nji mysal. Goý, $f(x_1, x_2)$ funksiýa 7.11-nji tablisada berilsin. Minimal formasyny tapmaly.

7.11-nji tablisa

x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$	x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1

Çözülişi. Kämil-normal formany Pirsiň (Webbiň) bazisinde dizýunksiýanyň esasynda ýazarys:

$$f(x_1,x_2) = \overline{\overline{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow \overline{x}_2)} \downarrow \overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2}.$$

Bu formany özgerdip, başlangyç aňlatmany alarys:

$$f(x_1,x_2) = \overline{\overline{\overline{x}_1 \overline{x}_2 \downarrow \overline{x}_1 \downarrow x_2} \downarrow x_1 x_2} = \overline{\overline{\overline{x}_1} x_2 \overline{x_1 x_2} \downarrow x_1 x_2} =$$
$$= \overline{\overline{\overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_1 x_2}\,\overline{x_1 x_2}} = \overline{x}_1 \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_1 x_2.$$

Jogaby:

$f(x_1,x_2) = \overline{x}_1 \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_1 x_2$.

Pirsiň (Webbiň) bazisinde LAF-yň funksiýalaryny minimumlaşdyrmak üçin, kesgitlenmedik koeffisiýentler usulyndan peýdalanmak mümkinçiligine seredeliň.

Islendik logiki funksiýa Pirsiň (Webbiň) bazisinde aşakdaky görnüşde ýazylyp bilner:

$$\begin{aligned}
f(x_1,x_2,x_3) = {} & K_1^1 x_1 \downarrow K_1^0 \overline{x}_1 \downarrow K_2^1 x_2 \downarrow K_2^0 \overline{x}_2 \downarrow K_3^1 x_3 \downarrow K_3^0 \overline{x}_3 \downarrow \\
& \downarrow K_{12}^{11}(x_1 \downarrow x_2) \downarrow K_{12}^{10}(x_1 \downarrow \overline{x}_2) \downarrow K_{12}^{01}(\overline{x}_1 \downarrow x_2) \downarrow K_{13}^{11}(x_1 \downarrow x_3) \downarrow \\
& \downarrow K_{13}^{01}(\overline{x}_1 \downarrow x_3) \downarrow K_{13}^{10}(x_1 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{23}^{11}(x_2 \downarrow x_3) \downarrow K_{23}^{10}(x_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{23}^{01}(\overline{x}_2 \downarrow x_3) \downarrow \\
& \downarrow K_{12}^{00}(\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2) \downarrow K_{13}^{00}(\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{23}^{00}(\overline{x}_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow \\
& \downarrow K_{123}^{111}(x_1 \downarrow x_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{123}^{110}(x_1 \downarrow x_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{123}^{101}(x_1 \downarrow \overline{x}_2 \downarrow x_3) \downarrow \\
& \downarrow K_{123}^{100}(x_1 \downarrow \overline{x}_2 \downarrow x_3) \downarrow K_{123}^{011}(\overline{x}_1 \downarrow x_2 \downarrow x_3) \downarrow \\
& \downarrow K_{123}^{010}(\overline{x}_1 \downarrow x_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow K_{123}^{001}(\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2 \downarrow x_3) \downarrow K_{123}^{000}(\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2 \downarrow \overline{x}_3).
\end{aligned} \tag{7.9}$$

Pirsiň (Webbiň) funksiýasy üçin aşakdaky deňlikler dogrudyr.

$0\downarrow 0=1$

$1\downarrow 0=0\downarrow 1=0$

$1\downarrow 1=1$

Şeýlelikde, (7.9) funksiýanyň esasynda alnan deňlemeler ulgamynyň birlik setiriniň ähli koeffisiýentlerini 0 deňlemek bolar. Ondan başga setirde bolmanda bir sany 1 bar bolsa, onda Webbiň funksiýasy 0 deň bolar.

Şunlukda, maksimal rangly termlerde koeffisiýentleri 0 deňlemek gelip çykýar.

7.8-nji mysal. Goý, funksiýa $f(x_1,x_2,x_3)= \underset{1}{V}$ (0, 2, 4, 7) görnüşde berlen bolsun (*7.5-nji mysala seret*). Minimal formany tapmaly.

Çözülişi. (7.9)-yň esasynda deňlemeler ulgamyny 7.12-nji tablisa görnüşinde düzeris:

7.12-nji tablisa

$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{00}}$	$\cancel{K_{13}^{00}}$	$\cancel{K_{23}^{00}}$	$\cancel{K_{123}^{000}}$	1
$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{00}}$	$\boxed{K_{13}^{01}}$	$\boxed{K_{23}^{01}}$	K_{123}^{001}	0
$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{01}}$	K_{13}^{00}	$\cancel{K_{23}^{10}}$	$\cancel{K_{123}^{010}}$	1
$\cancel{K_{1}^{0}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{01}}$	$\boxed{K_{13}^{01}}$	$\cancel{K_{23}^{11}}$	K_{123}^{011}	0
$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{10}}$	$\cancel{K_{13}^{10}}$	K_{23}^{00}	$\cancel{K_{123}^{100}}$	1
$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{0}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{10}}$	$\cancel{K_{13}^{11}}$	$\boxed{K_{23}^{01}}$	K_{123}^{101}	0
$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{0}}$	$\cancel{K_{12}^{11}}$	$\cancel{K_{13}^{10}}$	$\cancel{K_{23}^{10}}$	K_{123}^{110}	0
$\cancel{K_{1}^{1}}$	$\cancel{K_{2}^{1}}$	$\cancel{K_{3}^{1}}$	$\cancel{K_{12}^{11}}$	$\cancel{K_{13}^{11}}$	$\cancel{K_{23}^{11}}$	$\cancel{K_{123}^{111}}$	1

Galan koeffisiýentlerden aşakdaky deňlemeler alarys:

$K_{13}^{10} \downarrow K_{23}^{10} \downarrow K_{123}^{110} = 0$

$K_{13}^{10} \downarrow K_{123}^{100} = 0$

$K_{23}^{10} \downarrow K_{123}^{010} = 0$

$K_{123}^{001} = 0$

$K_{123}^{110} = K_{123}^{100} = K_{123}^{010} = 0$ kabul ederis.

Onda

$$f(x_1,x_2,x_3) = (\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2 \downarrow x_3) \downarrow (x_2 \downarrow \overline{x}_3) \downarrow (x_1 \downarrow \overline{x}_3)$$

ýa-da:

$$f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2\overline{x}_3 \downarrow \overline{x}_2x_3 \downarrow \overline{x}_1x_3 = \overline{x_1x_2\overline{x}_3} \wedge \overline{\overline{x}_2x_3} \wedge \overline{\overline{x}_1x_3} =$$
$$= (\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + x_3)(x_2 + \overline{x}_3)(x_1 + \overline{x}_3) = x_1x_2x_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_3$$

Jogaby:

$f(x_1,x_2,x_3)= x_1x_2x_3+\overline{x}_2\overline{x}_3+\overline{x}_1\overline{x}_3$

Bellik:

$$(\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3)(x_2 + \overline{x_3})(x_1 + \overline{x_3}) = x_1x_2x_3 + x_1\overline{x}_2x_3 +$$
$$+\overline{x}_1x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3 = x_1x_2x_3 + (x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1 + \overline{x}_1x_2 + \overline{x}_2)\,\overline{x}_3 =$$
$$= x_1x_2x_3 + (\overline{x}_1 + \overline{x}_2)\overline{x}_3 = x_1x_2x_3 + \overline{x}_1\overline{x}_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3.$$

Özüňi barlamak üçin ýumuşlar

1. $f(x_1,x_2,x_3) = \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2x_3$
funksiýa üçin, kesgitlenmedik koeffisiýentler usulyny peýdalanyp, minimal formany tapmaly.

2. $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \underset{0}{\Lambda}(0,1,2,4,5,6,11,12,10,14)$
funksiýa üçin, Karna kartasynyň kömegi bilen minimal konýunktiw normal formany tapmaly.

3. $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \underset{1}{V}(0,1,2,3,4,5,6,10,12,13,14)$
funksiýa üçin, geometriki beýan edilişiň kömegi bilen minimal formany tapmaly.

4. $f(x_1,x_2,x_3) = \underset{1}{V}(0,2,4,7)$ funksiýa üçin, kesgitlenmedik koeffisiýentler usuly bilen, $(\oplus, \Lambda, 1)$ bazisde minimal aňladylyşyny tapyň.

5. Kwaýnyň-Mak-Klaskyň usulyny peýdalanmak bilen, $f(x_1,x_2,x_3)=\underset{1}{\oplus}(0,2,3,7)$ funksiýa üçin, ($\oplus$, Λ, I) bazisde minimal formany tapmaly.

6. $f(x_1,x_2,x_3)=\underset{1}{V}(0,1,5,6)$ funksiýa üçin, minimal aňladylyşyny Webbiň bazisinde tapmaly.

7. $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\underset{1}{V}(0,1,2,6,7,9,11,14,15)$ funksiýa üçin, ýönekeý implikantlary tapmaly.

8. $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\underset{0}{\Lambda}(1,2,3,4,6,7,10,11,12,15)$ funksiýa üçin, minimumlaşdyryjy kartany düzmeli.

VIII BAP. ELEKTRON SHEMALARDA ANALIZ WE SINTEZ

§8.1. Elektron shemalarda logiki operatorlar

Çykyş signallaryň giriş signallara baglylygy boýunça ähli elektron shemalary aşakdaky ýaly şertleýin bölmek bolar:

- *birinji jynsly shemalar* – kombinasion shemalary saklaýan wagtyň her bir pursadynda çykyş signallary diňe giriş signallaryň ýagdaýyna (giriş signallaryň sanyna) bagly bolýan shemalar;

- *ikinji jynsly shemalar* – toplaýan - ýygnaýan shemalary (ýatly elementleri) saklaýan – çykyş signallar girýän signallara-da, şeýle hem, wagtyň öňki pursadyndaky shemalaryň ýagdaýyna-da bagly shemalar.

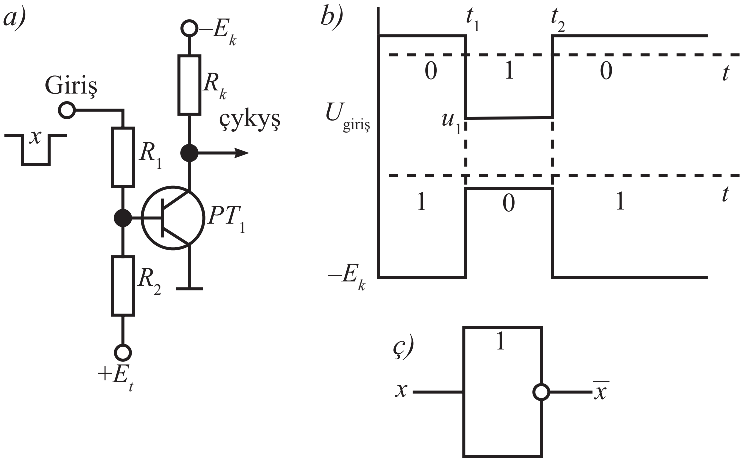
Giriş we çykyş signallaryň sany-mukdary boýunça shemalar:

- bir girişi we bir çykyşy bilen,
- birnäçe girişi we bir çykyşy,
- bir girişi we birnäçe çykyşy,
- birnäçe girişi we birnäçe çykyşy bilen bolup biler.

Iş ýüzünde islendik EHM dürli çylşyrymlylykly birinji we ikinji jynsly shemalaryň kombinasiýalaryndan durýar.

Birnäçe takyk mysallara seredeliň. 8.1-nji (*a*) suratda tranzistrde ýygnalan shema görkezilen.

Shema aşakdaky ýaly işleýär. Wagtyň 0-dan t_1 interwalynda (*8.1-nji (b) surat*) girişde napryaženiýe nol diýen ýaly täsirde. R_1-R_2 bölüjiniň we -E_t çeşmäniň hasabyna PT_1 transiztor ýapyk we çykyşda napryaženiýe -E_k deň bolýar.



8.1-nji surat. Elementar elektron shemasynyň işleýşiniň analizi

Wagtyň t_1 pursadynda çykyşda napryaženiýede üýtgeme (u_1 täsir edýär) bolup geçýär, ol hem transistory açar ýaly derejä çenli PT_1 tranzistoryň bazasynda potensialy üýtgedýär. R_k rezistordan tok geçýär. Ol hem çykyşdaky napryaženiýäni üýtgedýär we nola golaý bolýar. Haçan çykyşda degişli üýtgemeleri döredip girişde napryaženiýe täzeden üýtgände, wagtyň t_2 pursadyna çenli şeýle ýagdaý dowam edýär.

8.1-nji (*b*) suratda girişde we çykyşda napryaženiýäniň üýtgeýşiniň wagta görä diagrammasy görkezilen.

Çykyşda we girişde napryaženiýe iki bahany (ýokary dereje-0, aşaky dereje-1) kabul edýär. Onda seredilen shemanyň logiki işleýşini aşakdakylary tassyklaýan, DÄL funksiýanyň kömegi bilen suratlandyrmak bolar.

Wagtyň pursatlary	$0 - t_1$	$t_1 - t_2$	$t_2 - t_3$
Giriş x	1	0	1
Çykyş $f(x)$	0	1	0

Shemalaryň logiki operatorlary shemanyň işleýşini suratlandyrýan elementar logiki funksiýalardyr.

Şeýlelikde, ýokarda seredilen shema DÄL funksiýany suratlandyrýar we oňa *inwertor* diýilýär.

8.1-nji (ç) suratda inwertor logiki operatoryň shemada şekillendirilişi görkezilen.

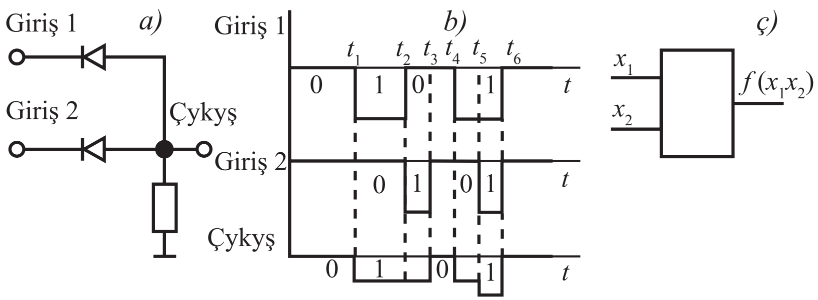
8.2-nji (*a*) suratda *dizýunktoryň* shemasy görkezilen. Ol ÝA-DA logiki operatory suratlandyrýar. Bu shemanyň işleýşiniň wagta bagly diagrammasy 8.2-nji (*b*) suratda görkezilen.

8.3-nji suratda *dizýunktoryň we inwertoryň* tranzistora doldurylan kombinasion elektron shemasy görkezilen, onuň ÝA-DA–DÄL logiki operatory 8.3-nji (*a*) suratda görkezilen. Bu shemanyň işleýşiniň wagtlaýyn diagrammasy 8.3-nji (*b*) suratda görkezilen.

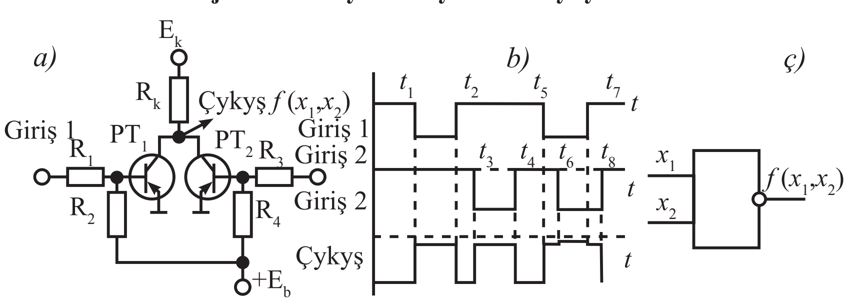
Kanýunktoryň shemasynyň işleýşiniň analizi hem ýokardaky ýaly meňzeşlikde geçirilýär (*8.4-nji (a) surat*). Shemanyň işleýşiniň wagta görä diagrammasy we onuň logiki operatory degişlilikde 8.4-nji (*b*),(*ç*) suratlarda görkezilen.

8.5-nji (*a*) suratda *kanýunktor-inwertoryň* kombinirlenen shemasy, 8.5-nji (*b*),(ç) suratlarda bolsa shemanyň işleýşiniň wagta görä diagrammasy we onuň logiki operatory görkezilen.

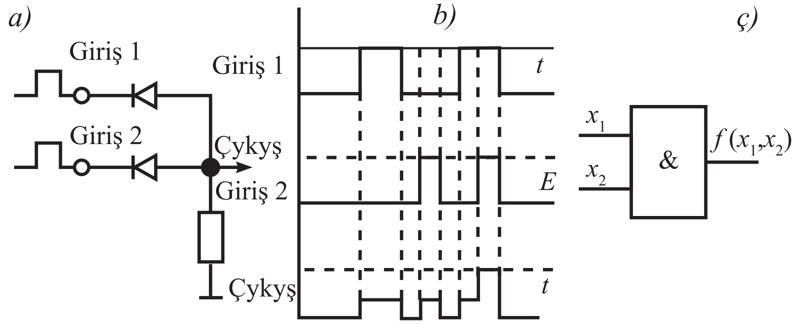
Bu shemalaryň esasy aýratynlyklary, 8.2-nji (*a*) we 8.3-nji (*a*) suratlarda görkezilen shemalar bilen dolulygyna ideýalary deň. Degişlilikde şunuň bilen ýene bir gezek, WE –DÄL we ÝA-DA–DÄL logiki funksiýalaryň ýygyndylarynyň ikilik häsiýetini suratlandyrýan de-Morganyň kanunlarynyň dogrudygyny tassyklaýar.



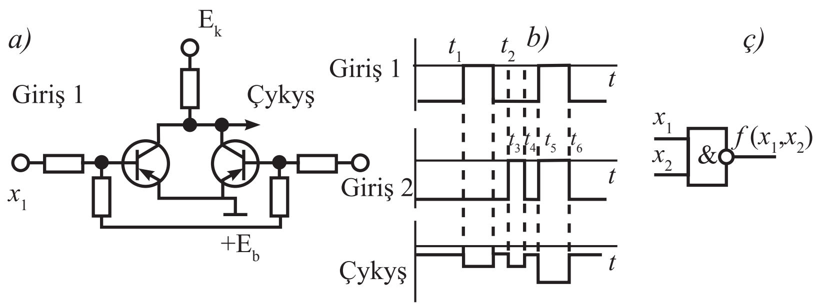
8.2-nji surat. Dizýunktoryň shemasynyň analizi



8.3-nji surat. Dizýunktoryň we inwertoryň shemasynyň analizi



8.4-nji surat. Kanýunktoryň shemasynyň analizi



8.5-nji surat.Kanýunktor-inwertoryň kombinirlenen shemasy

§8.2. Elektron shemalarda analiz we sintez meseleleri

Ýokarda aýdylanlaryň esasynda şeýle netijä gelmek mümkin, ýagny dürli elektron shemalary ýa-da olaryň kombinasiýalaryny logiki derejede logiki operatorlaryň kömegi bilen ýazmak mümkin. Elektron shemlaryň şeýle operatorly ýazgysy takyk elektron elementleriň fiziki tebigatyndan abstragirlemäge mümkinçilik berýär we olaryň analizini ýüze çykarýar. Şoňa görä analiz üçin shemanyň bolmagy hökman däl eken. Haýsy bolsa-da shemanyň çykyşynda funksiýanyň ýerine ýetmegi bilen gabat gelýän özara baglanyşygy logiki operatorlar görnüşinde bu baglylygy ýazmak ýeterlikdir.

Logiki algebranyň aparatlarynyň kömegi bilen elektron shemalaryň *analiziniň meselesini* berlen shemanyň işleýşini suratlandyrýan logiki funksiýany tapmak meselesi ýaly düzgünleşdirmek mümkin bolar. Onuň üçin, elektron shemanyň her bir funksional elementine degişli logiki operatorlary goýmak bolar.

Şonda shemanyň elementleri bilen onuň matematiki ýazgysynyň arasynda birbahaly baglanyşyk gurnalýar.

Elektron shemanyň analizi iki tapgyrda geçirilýär.

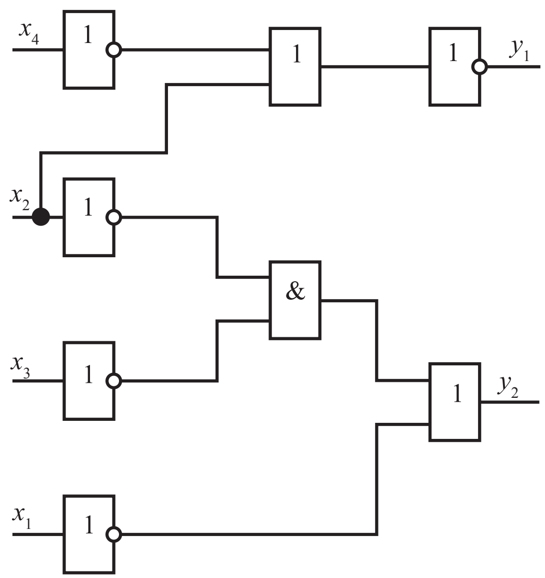
1. Prinsipal shemadan shemanyň logiki işleýşine täsir etmeýän, manysy ýok kömekçi elementleriň ählisini ýok etmeli;

2. Ähli elementler logiki operatorlar arkaly aňladylýar. Logiki deňleme alynýar. Ol bolsa berlen shemanyň ýerine ýetiriş funksiýasynyň modeli bolýar.

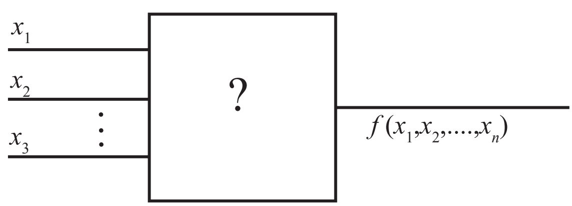
Mysal üçin, 8.6-njy suratda görkezilen shema:

$$y_1 = \overline{x_2 + \overline{x}_4}; \;\; y_2 = \overline{x}_1 + \overline{x}_2\overline{x}_3,$$

logiki aňlatmany suratlandyrýan bolmagy mümkin.



8.6-njy surat. Iki çykyşly logiki shema



8.7-nji surat. Sintez meselesiniň şertli şekillendirilişi

Inžener proýektirlemäniň gözýetimi nukdaýnazary bilen seredeniňde, meseläni tersine çözmeklik köp gabat gelýär (*8.7-nji surat*). Ony bolsa elektron shemanyň *sintez meselesi* diýlip atlandyrýarlar.

Elektron shemanyň sintez meselesini şeýleräk aňlatmak bolar: girişdäki üýtgeýän ululyklar berlende we çykyş funksiýa mälim bolanda, bu funksiýany aňladýan logiki gurluşy taslamak zerurdyr.

Bu ýerde ulanylýan logiki ulgamlaryň görnüşinde ýa-da logiki elementleriň operatorlarynyň mukdary boýunça talap edilýän görnüşinde goşmaça çäklendirmeleriň goýulmagy mümkin.

Şeýlelikde, sintez meselesiniň çözüwiniň netijesinde, berlen funksiýany dikeldýän logiki shema emele gelýär. Analiz we sintez meseleleri çözülende funksiýanyň doly bazisi ulanylýar.

Elektron shemanyň sintez meselesiniň çözülişiniň tapgyrlary:

- Matematiki ýazylyşyny düzmeli (logiki deňlemeler ulgamyny);

- Logiki deňlemeleri analizlemeli we olaryň her biri üçin berlen bazisde minimal görnüşi almaly;

- Logiki deňlemelerden, logiki operatorlaryň serişdelerini peýdalanyp, logiki shema (struktura-gurluşa) geçmeli.

§8.3. Bir çykyşly elektron shemanyň sintezi

Birnäçe girişli we bir çykyşly shemalar örän ýönekeýje shemalara degişlidir. Şeýle shemalaryň esasy kynçylygy çykyş funksiýasynyň berlen bazisde aňladylyşyny tapmaklyk bolýar. Mysala seredeliň.

8.1-nji mysal. Eger funksiýa $\varphi(x_1,x_2,x_3)=\overline{x}_1\to(x_1\overline{x}_2+x_3)$ görnüşde bolsa, onda onuň «DÄL-IMPLIKASIÝA» bazisde shemasyny sintezlemeli.

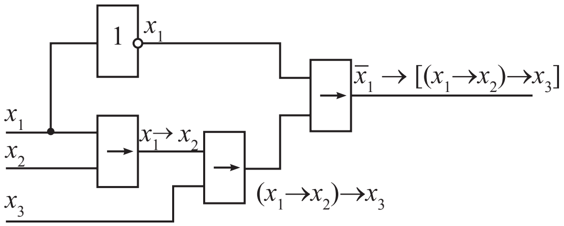
Çözülişi.

$$\begin{cases} x_1\to x_2=\overline{x}_1+x_2=\overline{x_1\overline{x}_2} \\ x_1\overline{x}_2=\overline{x_1\to x_2} \\ x_1+x_2=\overline{x}_1\to x_2 \end{cases} \qquad (8.1)$$

geçiş düzgünleriniň esasynda logiki funksiýanyň garyşyk ulgamyndan «DÄL- IMPLIKASIÝA» ulgamyna geçeliň:

$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=\overline{x}_1\to(\overline{x_1\to x_2}+x_3)=\overline{x}_1\to((x_1\to x_2)\to x_3)$$

$\varphi(x_1,x_2,x_3)$ funksiýanyň shemasyny «DÄL» we «IMPLIKATOR» operatorlaryň esasynda sintezlemek bolar (*8.8-nji surat*).



8.8-nji surat. Elementar logiki shema implikasiýada we inwersiada ýerine ýetirilen (8.1-nji mysal).

Jogaby: 8.8-nji suratdaky logiki shema.

Sintez meselesi, düzgüne görä, logiki elementleriň ulgamynyň saýlanyp alnyşyna baglylykda köp çözüwe eýe bolýar.

Muňa garamazdan, islendik berlen logiki algebranyň funksiýasy üçin bu funksiýa gabat gelýän shemany elmydama diýen ýaly sintezlemek mümkin. Iň az mukdardaky logiki baglanyşykly amatly shemany almak üçin, logiki algebranyň funksiýasynyň minimal formasyny tapmaklyk talap edilýär.

Birnäçe çykyşy bolan käbir has çylşyrymly shemalary hususy halda, bir çykyşly ýygyndylaryň shemasyna getirip bolmagy mümkin. Şeýle ýagdaýlarda, her bir ýüze seredilýän shemalar üçin kompozisiýanyň bozulmagy bilen sintez amala aşyrylýar. Mysal hökmünde dekompozisiýa usuly bilen bir razrýadly ikilik summatoryň sintezine seredeliň.

8.2-nji mysal. WE-ÝA-DA-ÝOK bazisde 8.1-nji tablisada berlenleriň shemasyny sintezlemeli.

8.1-nji tablisa

a_i	b_i	H_{i-1}	c_i	H_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Bu ýerde: a_i, b_i –a we b operatorlaryň i-nji razýadynyň goşulyjylary; c_i- i-nji razýadlaryň jemi; H_i we H_{i-1} - degişlilikde i-nji we (i-1)-nji razýadlardan geçirijiler.

Çözülişi. Sintezlenýän shema iki bölümden durýan shema ýaly seretmek mümkin:

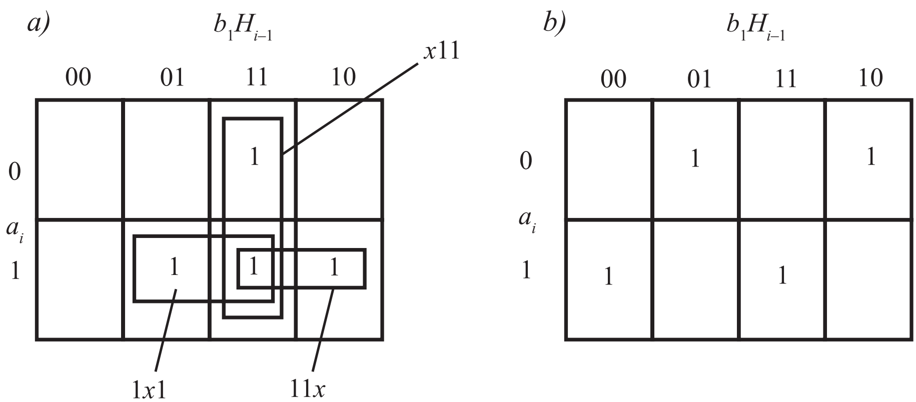
1) c_i razrýadlar boýunça jemi (ýarym summatory) almak üçin shema;

2) Π_i geçirijini almak üçin shema.

c_i we Π_i funksiýalar üçin KNDF-i ýazalyň.

$$\begin{cases} c_i = \overline{a}_i\overline{b}_i H_{i-1} + \overline{a}_i\overline{b}_i H_{i-1} + \overline{a}_i\overline{b}_i H_{i-1} + \overline{a}_i\overline{b}_i H_{i-1} \\ H_i = \overline{a}_i b_i H_{i-1} + a_i\overline{b}_i H_{i-1} + a_i b_i \overline{H}_{i-1} + a_i\overline{b}_i H_{i-1} \end{cases} \tag{8.2}$$

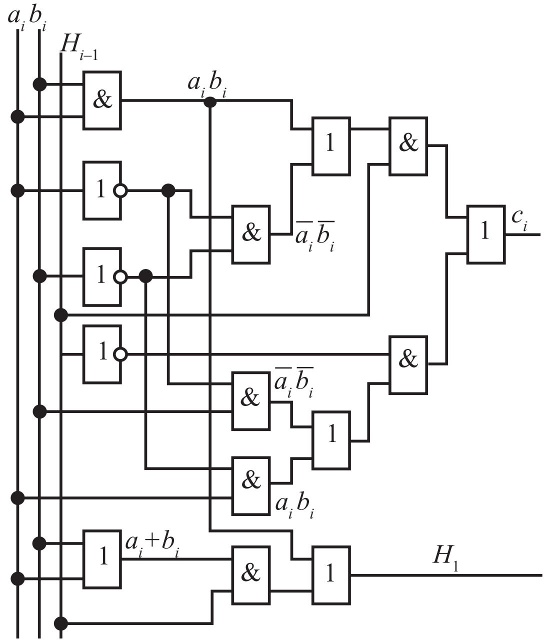
Minimizirleýji Karno kartasyny peýdalanyp, c_i we H_i funksiýalaryň her biri üçin minimal formany alarys (*8.9 a,b-nji suratlar*).



8.9-njy surat. c_i we Π_i funksiýalaryň minimumlaşdyrylyşy (8.2-nji meselä degişli)

$$\begin{cases} c_i = H_{i-1}(\overline{a}_i\overline{b}_i + a_i b_i) + \overline{H}_{i-1}(\overline{a}_i b_i + a_i\overline{b}_i) \\ H_i = H_{i-1}(x_i + b_i) + a_i b_i. \end{cases} \tag{8.3}$$

(8.3) funksiýany 8.10-njy suratdaky shema ýaly aňlatmak mümkin.



8.10-njy surat. Ikilik summatoryň logiki shemasy

Jogaby: 8.10-njy suratdaky logiki shema.

Muňa garamazdan, 8.2-nji mysalda görkezilen çözüliş ýoly hemişe minimal çözüwi bermeýär. Mysal üçin, c_i üçin berlen aňlatmanyň başgaça ýazylmagy mümkin. 8.2-nji tablisadan görnüşi ýaly, razrýad boýunça c_i jem a_i, b_i ýa-da H_{i-1} 1-e deň bolanda 1-e deň bolýar. Başga jemler 0-a deň we şonda $H_{i=0}$, ($\overline{H}_i$=1) ýa-da üç goşulyjy hem 1-e deň bolýar.

Şonuň üçin:

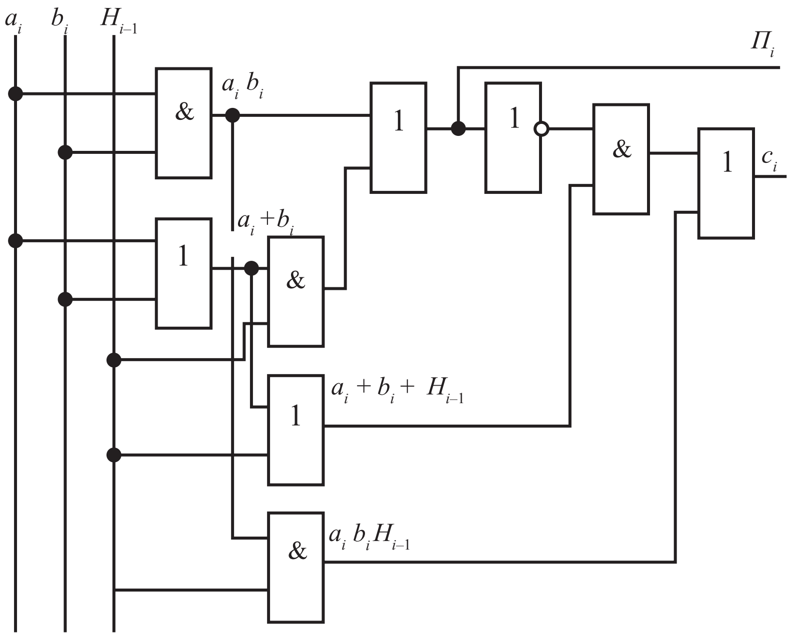
$c_i = (a_i + b_i + \overline{H}_{i-1})\overline{H}_i + a_i b_i \overline{H}_{i-1.}$

görnüşinde ýazmak bolar.

Şeýlelikde, aňlatma gutarnykly görnüşe eýe bolýar:

$$\begin{cases} c_i = (a_i + b_i + \overline{H}_{i-1})\overline{H}_i + a_i b_i \overline{H}_{i-i} \\ \overline{H}_i = \overline{H}_{i-1}(a_i + b_i) + a_i b_i \end{cases} \qquad (8.4)$$

(8.4) funksianyň logiki shemasy 8.11-nji suratdaky ýaly aňladylmagy mümkin.

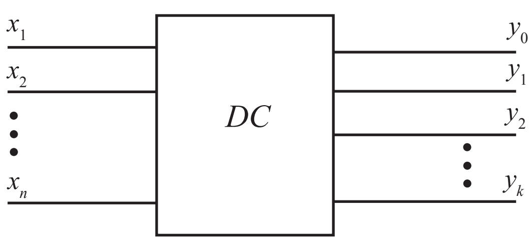


8.11-nji surat. Ikilik summatoryň minimal shemasy

§8.4. Birnäçe çykyşly elektron shemanyň sintezi

n girişli we *k* çykyşly shemany sintezleme meselesiniň *n* girişli we bir çykyşly *k* sany shemany sintezleme meselesinden tapawutlylygy – çözülende sintezlenýän funksiýanyň *k* sany shemasyndan gaýtalanmalary ýok etmekligiň zerurlygyndandyr.

Birnäçe girişli we birnäçe çykyşly shema mysal bolup, deşifratoryň (*8.12-nji sur.*) shemasy hyzmat edip biler.



8.12-nji surat. Deşifrator

Deşifratoryň işleýiş prinsipi ýönekeýdir: berlen ýygyndyda giriş signallary çykyşda berlen baglanyşyklar bilen gabat gelýän bir gurşawy - halkany ýa-da birnäçe gurşawy – halkany oýandyrýar (işe girizýär). 8.2-nji tablisada üýtgeýän üç ululykly deşifratoryň işleýşi görkezilen. Onda çykyşlardan diňe biri oýandyrylýar.

8.2-nji tablisa

Giriş			Çykyş							
x_1	x_2	x_3	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Eger her bir çykyş funksiýasy aşakdaky böleklerde:

$y_0 = \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3;\quad y_4 = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3;$

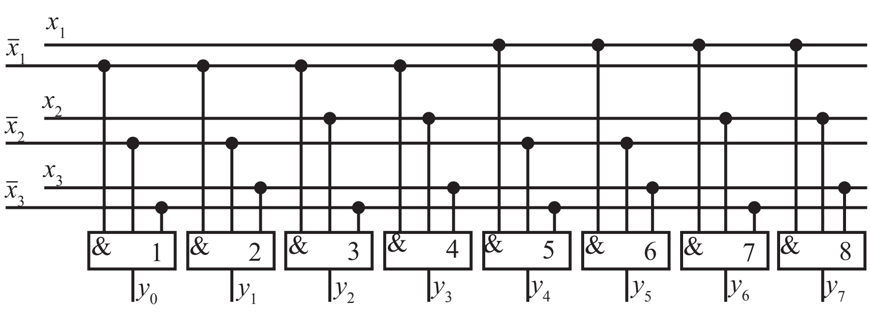
$y_1 = \overline{x}_1\overline{x}_2 x_3;\quad y_5 = x_1\overline{x}_2 x_3;$

$y_2 = \overline{x}_1 x_2\overline{x}_3;\quad y_6 = x_1 x_2\overline{x}_3;$

$y_3 = \overline{x}_1 x_2 x_3;\quad y_7 = x_1 x_2 x_3;$

seredilse, onda şeýle shemanyň sintezini amala aşyrmak bolar.

Bu aňlatmalaryň konýunktor görnüşinde amala aşyrylmagy deşifratoryň logiki shemasyny düzmäge mümkinçilik döredýär (*8.13-nji sur.*).



8.13-nji surat. Deşifratoryň logiki shemasy

Muňa garamazdan, ýokarda aýdylyp geçilen birnäçe çykyşly shemalaryň aýratynlyklaryndan, shemany gurmagyň şeýle çemeleşmeleriniň oňaýly – optimal çözüwi bermeýänligine göz ýetirmek kyn däl.

Şeýle shemalary sintezlemegiň has ýönekeý usullaryna seredeliň.

Birinji (klassyk) usul–berlen funksiýanyň ulgamyndan ýönekeý implikantlary bölüp çykarmaga esaslanan. Bu edil Kwaýnyň – Mark-Klaskyň minimumlaşdyrma usulyna meňzeş. Soňra shemanyň sintezi ýönekeý implikantlar derejesinde gidýär. Şonda aşakdakylar talap edilýär:

1. Berlen funksiýanyň ulgamynda ýönekeý implikantlary tapmaly.

2. Berlen her bir funksiýany ýönekeý implikantlar arkaly aňlatmaly.

3. Diňe bu implikantlaryň girýän we olaryň arasyny baglanyşdyrýan shemany sintezlemeli.

8.3-nji mysal. Çykyşda aşakdaky görnüşlere eýe bolýan funksiýanyň shemasyny sintezlemeli:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + x_1x_2\overline{x}_3 + x_1x_2x_3;$$
$$y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + \overline{x}_2x_3.$$

Bazis hökmünde WE, ÝA-DA, DÄL funksiýalar alnan.

Çözülişi. y_1 köplügi her topardaky birlikleriň mukdaryna görä degişlilikde üç topara bölüp, ýönekeý implikantlary tapalyň:

$K_1^0 = \{100\}$; $K_2^0 = \{110\}$; $K_3^0 = \{111\}$.

Toparlary deňeşdirmäniň netijesinde alarys:

$K^1 = \{1x0, 11x\} = \{x_1\overline{x}_3, x_1x_2\}$.

Rangy 3-e deň bolan ýönekeý implikant ýok.

Rangy 2-ä deň bolan ýönekeý implikant:

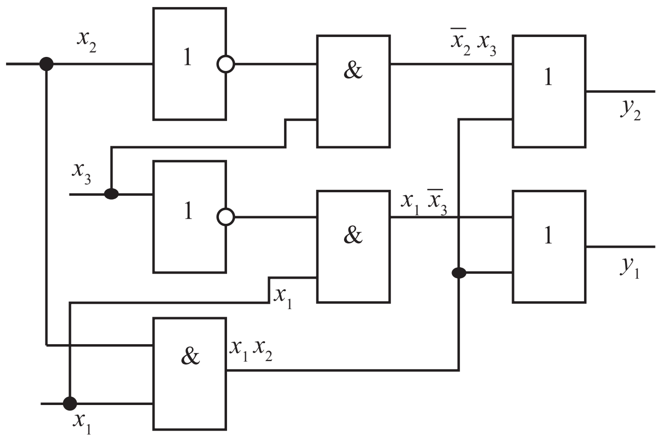
$K^1 = \{x_1x_2, \overline{x}_2x_3, x_1\overline{x}_3\}$.

Çykyş funksiýanyň gutarnykly görnüşi:

$y_1 = \underline{x_1x_2} + x_1\overline{x}_3$; $y_2 = \underline{x_1x_2} + \overline{x}_2x_3$

bolar.

Alnan aňlatmalarda iki deňleme üçin hem umumy bolýan agzanyň aşagy çyzylan. Bu bolsa shemany gutarnykly wariantda ýönekeýleşdirmäge mümkinçilik berýär (*8.14-nji sur.*).



8.14-nji surat. Logiki shema (8.3-nji mysala degişli)

Jogaby: 8.14-nji suratdaky logiki shema.

Ikinji usul (çalasyn usul). Bu usul logiki funksiýany üýtgeýän n ululyklar boýunça dagatmak teoremasyna esaslanan we aşakdaky ýaly aňladylýar:

$$\left.\begin{aligned} f(x_1,x_2,...x_n) &= x_n f_1 \vee \bar{x}_n f_2;\\ f_1(x_1,x_2,...x_{n-1}) &= x_{n-1} f_{11} \vee \bar{x}_{n-1} f_{12};\\ f_2(x_1,x_2,...x_{n-1}) &= x_{n-1} f_{21} \vee \bar{x}_{n-1} f_{22};\\ f_{11}(x_1,x_2,...x_{n-2}) &= x_{n-2} f_{111} \vee \bar{x}_{n-2} f_{122};\\ f_{22}(x_1,x_2,...x_{n-2}) &= x_{n-2} f_{221} \vee \bar{x}_{n-2} f_{222};\\ f_{21}(x_1,x_2,...x_{n-2}) &= x_{n-2} f_{211} \vee \bar{x}_{n-2} f_{212};\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\}\qquad(8.5)$$

Dagatmak prosesi tä diňe iki argumente bagly bolan $f_{gk\ldots e}$ funksiýa alynýança dowam etdirilýär. Soňra minimal rangly deňlemeler ulgamynyň degişli shemalary sintezlenýär.

8.4-nji mysal. WE-ÝA-DA-DÄL bazisde aşakdaky görnüşdäki deňlemelerde berlen çykyş funksiýalaryň shemasyny sintezlemeli:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= x_1x_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3;\\ \varphi_2 &= \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3;\\ \varphi_3 &= x_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3. \end{aligned}$$

Çözülişi. Berlen funksiýalarda (11.4) dargatmany peýdalanalyň:

$$\varphi_1 = \underbrace{x_1 x_2}_{f_{11}} x_3 \vee \overline{x}_3 \underbrace{(x_1 x_2 \vee \overline{x}_1 x_2)}_{f_{12}=x_2};$$

$$\varphi_2 = \underbrace{\overline{x}_1 x_2}_{f_{21}} x_3 \vee x_3 \underbrace{(x_1 \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_2)}_{f_{22}=\overline{x}_2};$$

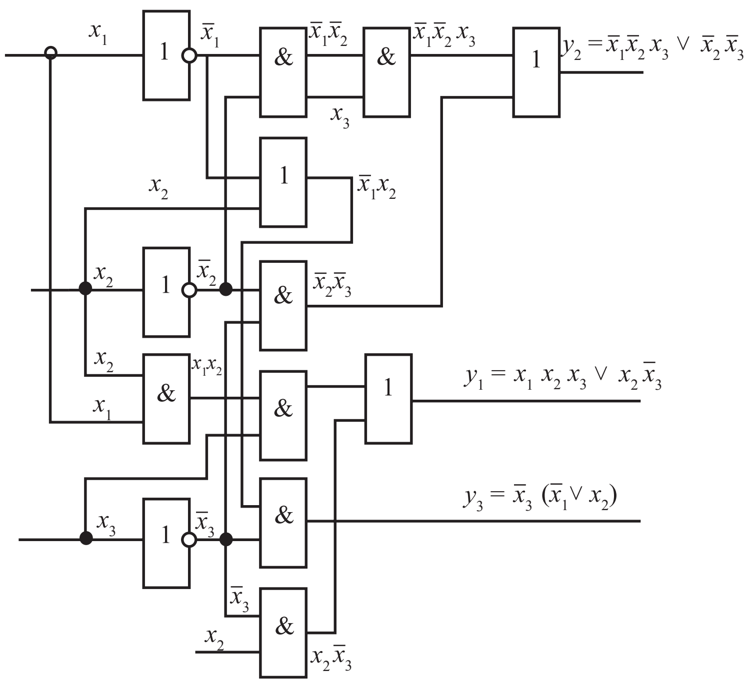
$$\varphi_3 = \overline{x}_3 \underbrace{(x_1 x_2 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_2)}_{f_{31}};$$

$$f_{31} = x_1 x_2 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_2 = \overline{x}_1 \vee x_2.$$

Ýönekeýleşdirmeden soň, çykyş deňlemelerini aşakdaky görnüşde ýazmak bolar:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= x_1 x_2 x_3 \vee x_2 \overline{x}_3; \\ \varphi_2 &= \overline{x}_1 \overline{x}_2 x_3 \vee \overline{x}_2 \overline{x}_3; \\ \varphi_3 &= \overline{x}_3 (x_2 \vee \overline{x}_1). \end{aligned}\right\} \qquad (8.6)$$

Bu deňlemeleriň logiki shemasy, degişlilikde 8.15-nji suratda şekillendirilendir.



8.15-nji surat. Logiki shema (7.4-nji mysala degişli)

Jogaby: 8.15-nji suratdaky logiki shema.

12. Sargyt № 1177.

§8.5. Wagtly bul funksiýasy (WBF)

Şu wagta çenli birinji jynsly (kombinasion) shemalaryň analiz we sintez usullaryna seredip geçdik, emma ýatly (ol ikinji jynsly shemalar) shemalar üçin olary ulanmak mümkin däl. Ýatly shemalaryň (ýady bar bolan shema) esasy aýratynlyklary – olaryň işleýşi wagta bagly bolýanlygyndandyr. Şeýlelikde, ýatly shemanyň çykyş funksiýasynyň bagly bolan üýtgeýän ululyklarynyň sanyna, hökmany ýagdaýda, t wagt girmelidir. Ýöne, t wagt ikilik ulgamda üýtgeýän ululyk däldir. Şonuň üçin, ol 0, 1, 2, 3, … diskret bitin sanlary kabul edýän awtomat wagt diýen düşünje girizilýär.

Bu bolsa ýatly shemanyň işleýşi interwallar hataryna bölünýär, şol döwürde *awtomat wagt* şertli hemişelik bahany kabul edýär diýilmegi aňladýar.

Wagtly bul funksiýasy (WBF) – bu $0 \le t \le S - 1$ bolanda, $\{0, 1\}$ bahalary alýan $y = \varphi(x_1,x_2,\ldots x_n, t)$ logiki funksiýadyr.

Bu ýerde: S – awtomat wagtyň interwallarynyň sany.

Dürli görnüşli WBF-iň sanynyň $2^{S\cdot 2^n}$ bolýandygyny tassyklamak bolar. Hakykatdan-da, eger wagt S bahany alýan bolsa, ýagny $t = 0$, 1, 2,…, S-1 we her bir wagtyň interwalynda dürli görnüşli 2^n sany ikilik ýygyndy degişli bolsa, onda dürli ýygyndylar $S\cdot 2^n$ sany bolar. Şeýlelikde, WBF-iň umumy sany $2^{S\cdot 2^n}$ deň bolar. Islendik wagtly bul funksiýany

$$y = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = \varphi_0\tau_0 \vee \varphi_1\tau_1 \vee \varphi_{s-1}\tau_{s-1} \qquad (8.7)$$

görnüşde aňladylmagy mümkin.

Bu ýerde φ_i – $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ üýtgeýän ululykly konýunktiw ýa-da dizýunktiw termler;

τ_i – t_i kömekçi funksiýa. Ol wagt pursadynda $\tau_i = \{0, 1\}$ bahalary kabul edýär.

Wagtly logiki funksiýalaryň (8.7) aňladylyş formasy, y funksiýa öň seredilip geçilen ýönekeýleşdirme we minimumlaşdyrma usullaryny peýdalanmaga mümkinçilik berýär.

8.5-nji mysal. 8.3-nji tablisa görnüşinde berlen funksiýany (8.7) görnüşde özgertmeli.

x_1	x_2	t	$\varphi(x_1,x_2,t)$		x_1	x_2	t	$\varphi(x_1,x_2,t)$
0	0	0	0		1	0	1	1
0	1	0	0		1	1	1	0
1	0	0	1		0	0	2	0
1	1	0	0		0	1	2	0
0	0	1	0		1	0	2	1
0	1	1	1		1	1	2	1

Çözülişi. $y=\varphi(x_1,x_2,t)$ funksiýany 8.3-nji tablisa üçin $\varphi_0(x_1,x_2)$; $\varphi_1(x_1,x_2)$; $\varphi_2(x_1,x_2)$ üç funksiýanyň toplumynda aňladalyň.

$$\varphi_0(x_1,x_2) = x_1\overline{x}_2;$$
$$\varphi_1(x_1,x_2) = \overline{x}_1 x_2 \vee x_1\overline{x}_2$$
$$\varphi_2(x_1,x_2) = x_1\overline{x}_2 \vee x_1x_2 = x_1.$$

(8.7) funksiýanyň esasynda wagtly logiki funksiýanyň gutarnykly görnüşini ýazarys:

$$y = x_1x_2\tau_0 \vee (x_1x_2 \vee x_1\overline{x}_2)\tau_1 \vee x_1\tau_2. \tag{8.8}$$

Jogaby: (8.8) deňlik.

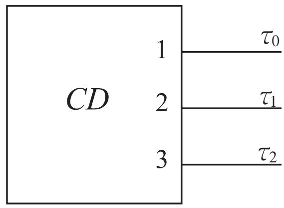
(8.7) görnüşli dargatmany diňe periodly, wagtly funksiýalarda ulanmak mümkin. (8.7) görnüşli logiki aňlatmadan shema geçmegi aşakdaky ýaly amala aşyrmak bolar.

Käbir shemanyň (deşifrator) çykyşynda wagtyň t_i pursadynda signallar şeýle ýüze çykýar diýip güman edeliň:

eger $t_1 = 0$ bolsa, onda çykyş 1-de, signal $\tau_1 = 0, \tau_2 = 0$ bolanda $\tau_0 = 1$,

eger $t_2 = 1$, bolsa onda çykyş 2-de, signal $\tau_0 = 0, \tau_2 = 0$ bolanda $\tau_1 = 1$,

eger $t_3 = 2$, onda bolsa çykyş 3-de, signal $\tau_0 = 0, \tau_1 = 0$ bolanda $\tau_2 = 1$ (*8.16-njy surata serediň*).



8.16-njy surat. Deşifratoryň dürli görnüşliligi

Her bir φ_i funksiýa üçin t üýtgeýäne bagly bolmadyk degişli logiki shemany gurarys. Şondan soň (8.7) formula bilen laýyk gelýän ähli shemalar bir-birleri bilen birikdirilýär.

Rekurrent bul funksiýasy (RBF) – bu nobatdaky (x_t) giriş üýtgeýänleriň bahasyna bagly bolşy ýaly, bu funksiýanyň özüniň öňki (y_{t-i}) bahalarynda bagly bolýan logiki funksiýadyr.

Şeýle funksiýanyň doly analitiki ýazylyşy:

$$y_t = \varphi(x_1, x_{t_2} \dots \dots, x_{t_n}, y_{t-1}, y_{t-2} \dots, y_{t-k}) \tag{8.9}$$

– eger $t > 0$ bolsa, $y_t = \{0,1\}$

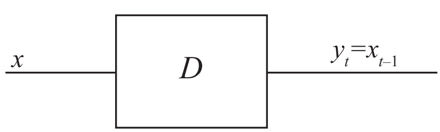
bu ýerde: x_{t_i} – giriş üýtgeýänleriň nobatdaky bahalary, y_j – wagtyň $j = t, t–1, t–2,\dots$ pursatlarynda çykyş funksiýalaryň bahalary.

Rekurrent bul funksiýany aňlatmak zerurlygy bilen, işleýşi aşakda aňladylyşy ýaly bolan, käbir fiziki elementde seredeliň:

t	0	1	2	…	t_{i-1}	t_i
x	x_0	x_1	x_2	…	x_{i-1}	x_i
$y_t = f(x,t)$	0	x_0	x_1	…	x_{i-2}	x_{i-1}

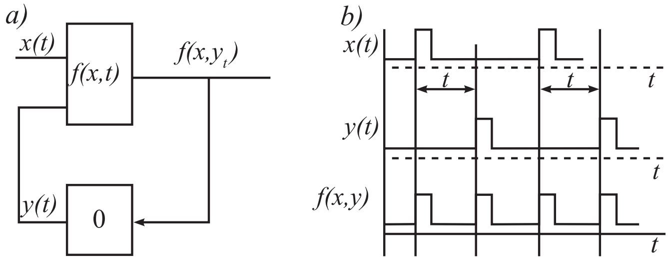
Tablisadan görnüşi ýaly, $y_{t+1}=x_t$. Şeýlelikde, wagtyň t+1 pursadyndaky çykyş signalyň bahasy wagtyň t pursadyndaky girişdäki signalyň bahasyna deň. Şeýle elemente togtama (säginme, bökdeme) diýilýär.

D(t) togtamanyň logiki elementi 8.17-nji suratda şekillendirilendir.



8.17-nji surat. Togtama shemasy

Togtama signalyny girizilmek bilen ters aragatnaşyk zynjyryna eýe bolan shema seredeliň (*8.18-nji surat*).



8.18-nji surat. Ters aragatnaşykly shema

$f(x,y)$ funksiýaly shemanyň deregine ÝA-DA logiki shema alnan diýip, güman edeliň. Onda bu shemanyň toplumy (8.18) wagtly diagrammada görkezilişi ýaly işlär, ýagny $f(x,y) = x_{t+1} V_{yt}$. 8.18-nji suratdaky shemada çykyş signalynyň wagtyň berlen pursadyndaky giriş signala bagly bolşy ýaly, wagtyň öňki pursadyndaky çykyş signalyna-da bagly. Has umumy halda, n giriş we k ters aragatnaşykly zynjyr bolanda, deň togtama amala aşyrylýar. Şeýle shemalar rekurrent wagt logiki funksiýanyň kömegi bilen beýan edilmegi mümkin.

Şeýlelikde, islendik rekurrent bul funksiýasyny logiki algebranyň adaty funksiýalaryny aňladýan funksional elementleriň logiki operatorlarynyň we togtama operatorlarynyň ýygyndylarynyň kömegi bilen amala aşyrmak mümkin.

§8.6. Yzygiderli awtomatlar

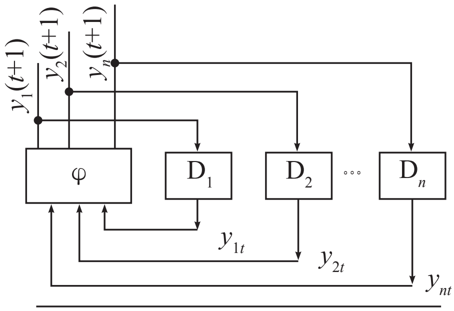
Rekurrent wagt logiki funksiýasynyň hususy halyna seredeliň. Funksional shemanyň girişinde giriş üýtgeýänler berilmeýär, oňa signallar ters aragatnaşyk zynjyryndan gelip gowuşýar, ýagny wagtyň t $(t \neq 0)$ pursatlarynda $x_i = 0$ bolsun diýeliň. Onda rekurrent bul funksiýasy (RBF) aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$y_i(t+1) = f_i\left(y_{it}, y_{i(t-1)}, ..., y_{i(t-l2)}, y_{2t}, ..., y_{2(t-l2)}, ..., y_{mt}, ..., y_{m(t-l_m)}\right), \quad i = 1, 2..., m. \tag{8.10}$$

Şeýle funksiýalar üçin, elmydama nolunjy (ýagny t = 0 bolandaky) bahasyny hökmany bermeli. Goý, ters aragatnaşyk wagtyň diňe bir birsydyrgyn pursadynda amala aşýar diýip güman edeliň. Onda:

$$y_{i(t+1)} = f_i\,(y_{1t}, y_{2t}, \ldots, y_{mt}),\ i=1,2,\ldots,m. \tag{8.11}$$

8.19-njy suratda (8.11) görnüşli deňlemeler ulgamynda beýan edilen yzygiderli awtomatyň logiki shemasy amala aşyrylan.



8.19-njy surat. Yzygiderli awtomatyň logiki shemasy

Yzygiderli awtomat – bu başlangyç şertler berlende (8.11) görnüşli deňlemeler ulgamynyň beýan edýän shemasydyr.

$y_{10}=1, y_{20}=1, y_{30}=1$ başlangyç bahaly üç çykyşly yzygiderli awtomata seredeliň.

Şeýle shema üçin wagtyň islendik pursadynda girişde giriş signallarynyň bolup biljek kombinasiýalarynyň sekizden biriniň hereket etmegi mümkin. Şonuň üçin, giriş üýtgeýän ululyklaryň her bir ýygyndysy üçin, çykyş üýtgeýän ululyklaryň bahasyny, bu pursatda ters aragatnaşygyň zynjyry şertli üzülen hasap etmek bilen kesgitlemek bolar.

Awtomatyň ýagdaýy aşakdaky tablisa (*8.4-nji tablisa*) boldy diýip hasap edeliň.

8.4-nji tablisa

y_{1t}	y_{2t}	y_{3t}	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	$y_{3(t+1)}$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1

Bu tablisalaryň berlenleriniň esasynda ähli çykyş parametrleri üçin KNDF-de ýazylýar:

$$
\begin{cases}
y_{1(t+1)} = \overline{y}_{1t}\overline{y}_{2t}y_{3t} \vee \overline{y}_{1t}y_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}y_{2t}y_{3t}; \\
y_{2(t+1)} = \overline{y}_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee \overline{y}_{1t}y_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}y_{2t}\overline{y}_{3t}; \\
y_{3(t+1)} = \overline{y}_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}y_{3t} \vee y_{1t}y_{2t}y_{3t};
\end{cases}
\tag{8.12}
$$

(8.12) deňleme wagtyň islendik pursady üçin adalatlydyr.

Minimumlaşdyrma usullary peýdalanyp, minimal formany almak bolar:

$$
\begin{cases}
y_{1(t+1)} = \overline{y}_{1t}\overline{y}_{2t}y_{3t} \vee \overline{y}_{1t}y_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}y_{2t}y_{3t}; \\
y_2(t+1) = \overline{y}_{3t}; \\
y_{3(t+1)} = \overline{y}_{2t}\overline{y}_{3t} \vee y_{1t}y_{3t}.
\end{cases}
\tag{8.13}
$$

Indi bolsa, bu yzygiderlilik awtomatynyň $t = 0$-dan başlap wagtyň pursatlarynda işleýşine seredeliň. Şerte görä, $t = 0$ bolanda girişde y_{10}=1, y_{20}=1, y_{30}=1 ýerine ýetýär. 8.5-nji tablisadan görnüşi ýaly, girişiň şeýle ýygyndysyna, çykyşyň y_{11}=1, y_{21}=0, y_{31}=1 bahalary degişli bolýar. Öz gezeginde, wagtyň $t = 1$ pursadynda bu üýtgeýän ululyklaryň ýygyndysy eýýäm awtomatyň girişine täsir edýär we çykyşdaky degişli bahalary çagyrýar: y_{12}=0, y_{22}=0, y_{32}=1 we şuňa meňzeş.

Şeýlelikde, wagtyň islendik fiksirlenen pursadynda awtomatyň işleýşine seljerme geçirmek we durkuň doly tablisasyny almak mümkin (*8.5-nji tablisa*).

8.5-nji tablisa

y_{1t}	y_{2t}	y_{3t}	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	$y_{3(t+1)}$
1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

Şeýlelikde, awtomatyň durky kesgitli periodda gaýtalanýar (berlen halda ol dörde deň).

Çykyşyň periodikligi we bahasy awtomatyň başlangyç ýagdaýyna-da bagly. Oňa dürli başlangyç şerti berilse, göz ýetirmek kyn däl.

Minimumlaşdyrmanyň netijesinde alnan (8.13) formulasy saýlanyp alnan (WE, ÝA-DA, DÄL) funksiýalaryň bazisinde awtomatyň shemasyny gurmaklyga mümkinçilik berýär.

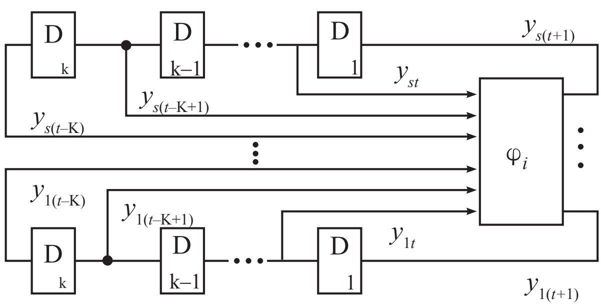
Awtomatyň ýagdaýynyň tablisasyny *geçiş diagrammasy* görnüşinde hem aňlatmak bolar. Ol tegelek görnüşinde bolup, onuň töweregi *k* sany deň böleklere bölünen, her bölegi awtomatyň giriş ýagdaýyny aňladýar (çykyşlara degişlilikde). Tegelegiň içinde giriş ýygyndylary bilen olara degişli bolan çykyş ýygyndylary peýkam çyzyklary bilen birikdirilýär.

§8.7. Rekurrent bul funksiýasynyň aňladylyşyny beýan edýän elektron shemalaryň analizi

Öň beýan edilenleriň esasynda, aşakdaky funksiýalar ulgamyny berýän käbir logiki shemany almak bolar:

$$\begin{cases} y_{1(t+1)} == \varphi_1\left(y_{1t,} y_{2t.} \ldots, y_{st} y_{1(t-1).} \ldots, y_{1(t-k),\ldots,} y_{s(t-1),} \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ y_{2(t+1)} == \varphi_2\left(y_{1t,} y_{2t.} \ldots, y_{st} y_{1(t-1).} \ldots, y_{1(t-k),\ldots,} y_{s(t-1),} \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ y_{s(t+1)} = \varphi_s\left(y_{1t,} y_{2t,} \ldots, y_{st} y_{1(t-1)}, \ldots, y_{1(t-k),} \ldots, y_{s(t-1),} \ldots, y_{s(t-k)}\right). \end{cases} \tag{8.14}$$

Şunuň bilen bahalary 0-a ýa-da 1-e deň bolan $y_{10}, y_{20}, y_{30}, \ldots, y_{S0}$, başlangyç şertler hem berilýär, Şeýle shemanyň mümkin bolan warianty 8.20-nji suratda şekillendirilendir.



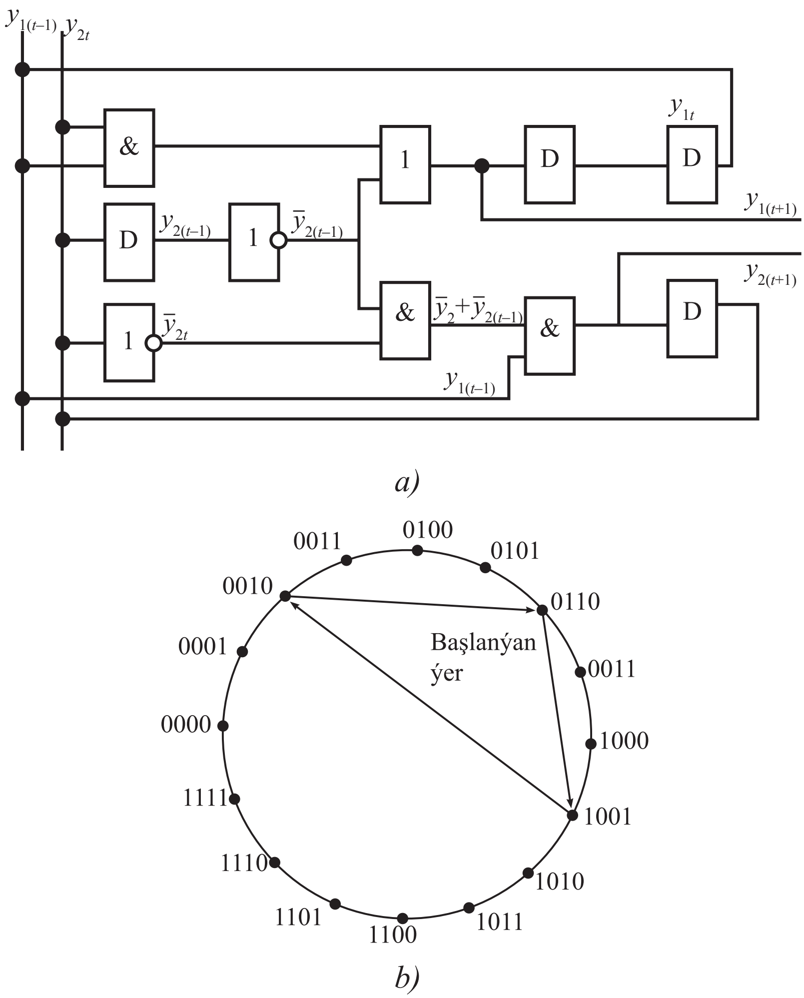
8.20-nji surat. Rekurrent funksiýanyň aňladylyşyny beýan edýän yzygiderli awtomatyň shemasy

Eger yzygider awtomatyň elektron shemasy berlen bolsa, onda ony şu yzygiderlikde analiz etmek hökmanydyr:

1. Shemanyň işleýşini beýan edýän (8.14) görnüşde berlen deňlemeler ulgamyny ýazmaly we başlangyç şertleri bermeli.

2. Alnan deňlemeler ulgamynyň esasynda, yzygider awtomatyň ýagdaýynyň tablisasyny ýa-da geçiş diagrammasyny kesgitlemeli.

8.6-njy mysal. $y_{1(t+1)}=y_{2t}\,y_{2(t-1)} \vee \overline{y}_{2(t-1)};\ y_{2(t+1)}=y_{1(t-1)}\,\overline{y}_{2t}\,\overline{y}_{2(t-1)}$ deňlemeler ulgamy bilen beýan edilýän yzygider awtomatyň elektron shemasyna (*8.21-nji a surat*) analiz geçirmeli.



8.21-nji surat. Yzygider awtomatyň:
a) logiki shemasy; b) geçiş diagrammasy (7.9-njy mysala degişli)

Çözülişi. Umumy halda tablisanyň ýagdaýyny kesgitläliň (*8.6-njy tablisa*), çünki başlangyç şertler berilmedik.

Indi dürli ahwalatlara baglylykda başlangyç şertleri berip bolar we ýagdaýyň anyk tablisasyny hem alyp bolar (*8.7-nji tablisa*).

Goý, y_{10}=0, y_{20}=1, $y_{1(-1)}$=1 $y_{2(-1)}$=0 bolsun.

3-e deň bolan gaýtalanma period alyndy. Berlen ýagdaý üçin geçiş diagrammasy 8.21-nji *b* suratda aňladylýar.

8.6-njy tablisa

y_{1t}	y_{2t}	$y_{1(t-1)}$	$y_{2(t-1)}$	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	y_{1t}	y_{2t}
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1

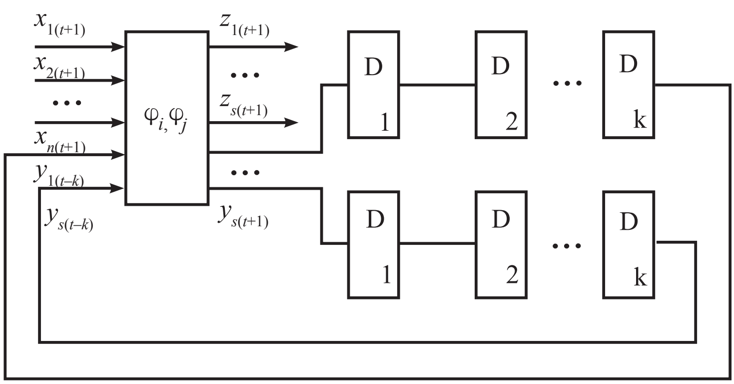
8.7-nji tablisa

y_{1t}	y_{2t}	$y_{1(t-1)}$	$y_{2(t-1)}$	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	y_{1t}	y_{2t}
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0

§8.8. Rekurrent bul funksiýasynyň kömegi bilen elektron shemalarynyň analizi we sintezi

Käbir yzygiderli awtomatyň umumylaşdyrylan shemasyna seredeliň (*8.22-nji surat*). Ony aşakdaky deňlemeler ulgamy beýan edýär.

$$\begin{cases} y_{1(t+1)} = \varphi_1\left(x_{1(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)}; y_{1t}, \ldots, y_{1(t-k)}, \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ y_{2(t+1)} = \varphi_2\left(x_{1(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)}; y_{1t}, \ldots, y_{1(t-k)}, \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{s(t+1)} = \varphi_s\left(x_{1(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)}; y_{1t}, \ldots, y_{1(t-k)}, \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ z_{1(t+1)} = \psi_1\left(x_{1(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)}; y_{1t}, \ldots, y_{1(t-k)}, \ldots, y_{s(t-k)}\right); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z_{s(t+1)} = \psi_s\left(x_{1(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)}; y_{1t}, \ldots, y_{1(t-k)}, \ldots, y_{s(t-k)}\right); \end{cases} \tag{8.15}$$



8.22-nji surat. Yzygider awtomatyň umumylaşdyrylan shemasy

Bu ýerde: x_{it}-giriş üýtgeýän ululyklary; y_{it}-wagtyň t pursadynda shemanyň içki ýagdaýy; z_{it}-wagtyň t pursadynda çykyş üýtgeýän ululyklar. Bu shemada çykyş üýtgeýän ululyklary giriş üýtgeýän ululyklaryna bagly bolşy ýaly, içki ýagdaýa-da baglydyrlar.

Takyk shema aşakdaky tablisanyň ýagdaýyny beýan edýär diýip güman edeliň (*8.8-nji tablisa*).

$x_{1(t+1)}$	$x_{2(t+1)}$	y_t	$y_{(t+1)}$	$\overline{y}_{(t+1)}$
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Bu shema üçin çykyş funksiýasy aşakdaky deňlemäni teswirleýär:

$$y_{(t+1)} = \overline{x}_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)}y_t \vee x_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)}y_t \vee$$
$$\vee x_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)}y_t \vee x_{1(t+1)}x_{2(t+1)}\overline{y}_t.$$

Bu funksiýa özgerdilenden we minimumlaşdyrylandan soň, aşakdaky görnüşe eýe bolýar:

$$y_{(t+1)} = \overline{x}_{2(t+1)}y_{1(t+1)}\overline{y}_t. \tag{8.16}$$

Iki girişli triggerler - bu çykyş funksiýasy (8.16) görnüşli funksiýa eýe bolýan shemadyr. Olar iki sany durnukly ýagdaýa eýedir. Triggeriň bir ýagdaýyndan, durkundan başgasyna geçmek aşakdaky şertler ýerine ýetende amala aşyrylýar:

– eger $x_{1(t+1)}$=1 bolanda y_t=0 bolsa, onda $x_{2(t+1)}$ täsir etmeýär.

– eger $x_{2(t+1)}$=1 bolanda y_t=1 bolsa, onda $x_{1(t+1)}$ täsir etmeýär.

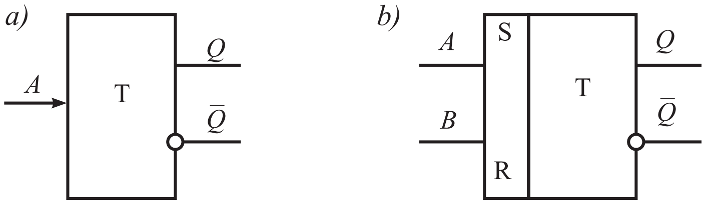
8.8-nji tablisany derňäp, $x_{2(t+1)} = x_{1(t+1)}$ =1 bolanda triggeriň bir ýagdaýyndan başga ýagdaýyna geçmeklik y_t-e baglylygyna göz ýetirmek bolar. Eger y_t=0, onda $y_{(t+1)}$=1, eger y_t=1, onda $y_{(t+1)}$=0. Bu ýerden netije gelip çykýar, ýagny triggeriň girişine iki sany bagly däl üýtgeýän ululyklary bermek hökman däl-de, iki girişe bir wagtda bir signal berilmegi ýeterlik. Bu shema üçin çykyş funksiýasy aşakdaky deňleme bilen beýan edilýär:

$$y_{(t+1)} = \overline{x}_{t+1}y_t \vee x_{t+1}\overline{y}_t. \tag{8.17}$$

Hasaba alyş girişli triggerleri - bu çykyş funksiýasy (8.17) görnüşdäki shemalardyr. Bu shemanyň tablisasy aşakdaky görnüşe eýe bolar (*8.9-njy tablisa*).

x_{i+1}	y_i	$y_{(i+1)}$	$\overline{y}_{(i+1)}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

8.23-nji *a,b* suratlarda degişlilikde iki girişli triggeriň we hasaba alyş girişli triggeriň şertli belgilenilişleri görkezilen.



8.23-nji surat. Triggerleriň şertli belgilenişi:
a) T görnüşli trigger; b) TRS görnüşli trigger

Şeýlelikde, seredilip geçilen triggerleriň shemalary (8.15) görnüşli deňlemeli umumylaşdyrylan shemanyň hususy hallary bolýandyr.

Eger aşakdaky belgilemeleri girizsek:

$$X_{(t+1)} = \{x_{1,(t+1)}, x_{2,(t+1)}, \ldots, x_{n1,(t+1)}\};$$
$$Y_t = \{y_{1,t}, y_{2,t}, \ldots y_{m,t}\};$$
$$Y_{(t+1)} = \{y_{1,(t+1)}, y_{2(t+1)}, \ldots, y_{m,(t+1)}\};$$
$$Z_{(t+1)} = \{z_{1,(t+1)}, z_{2(t+1)}, \ldots, z_{k,(t+1)}\};$$

onda (8.15) deňlemeler ulgamy aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$\begin{cases} Y_{(t+1)} = F(X_{(t+1)}, Y_t); \\ Z_{(t+1)} = \Phi(X_{(t+1)}, Y_t). \end{cases} \quad (8.18)$$

Bu (8.18) deňlemä *kanonik deňleme* diýilýär

8.7-nji mysal.

$$y_{1(t+1)} = x_{1(t+1)}\, y_{1t} \vee x_{2(t+1)}.$$

Deňlemäni triggeriň we başga logiki funksiýalaryň kömegi bilen amala aşyryp bolar ýaly özgertmeli.

Çözülişi. Triggeriň deňlemesiniň

$$y_{(t+1)} = \overline{x}_{2(t+1)} y_t \vee x_{1(t+1)} \overline{y}_t$$

bolýanlygy üçin, onda $\overline{x}_{2(t+1)} = y^1_{1(t+1)}$ we $x_{1(t+1)} = y^2_{1(t+1)}$ belgilenmäni girizip, we y_t =1 bolanda

$$y^1_{1(t+1)} = y_{1(t+1)}$$

bolýanlygyny bilip, şeýle hem y_{1t} =1, bulary berlen deňlemede ornuna goýup, netijesinde aşakdaky deňlemäni alarys:

$$y_{1(t+1)} = x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)}.$$

Muňa garamazdan, y_t =0 bolanda

$$y^2_{1(t+1)} = x_{2(t+1)}.$$

Şeýlelikde,

$$y_{1(t+1)} = \left(x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)}\right) y_{1t} \vee x_{2(t+1)} \overline{y}_t.$$

Jogaby:

$$y_{1(t+1)} = \left(x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)}\right) y_{1t} \vee x_{2(t+1)} \overline{y}_t.$$

Islendik ýatly shemany WE, ÝA-DA, DÄL we triggerleriň shema toplumynyň görnüşinde aňlatmak mümkin. Bu aýdylanlary subut edeliň.

Üýtgeýän k sany ululykly funksiýany dargatmak hakdaky teorema daýanyp, (8.15) deňlemeler ulgamynyň islendik deňlemesini aşakdaky görnüşde aňladyp bolar:

$$y_{1(t+1)} = y_{1.t} \underbrace{f_1(x_{1(t+1)}, x_{2(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)} 1,\ y_{z,t}, \ldots, y_{m,t})}_{u_{z(t+1)}} \vee;$$

$$\vee \overline{y}_{1,t} \underbrace{f_1(x_{1(t+1)}, x_{2(t+1)}, \ldots, x_{n(t+1)} 0,\ y_{z,t}, \ldots, y_{m,t})}_{u_{z(t+1)}}. \qquad (8.19)$$

Belgilemeleri girizip, (8.19) deňlemäniň gysga ýazylan görnüşini alarys:

$$y_{i,(t+1)} = \overline{u}_{z(t+1)} y_{1,t} \vee u_{1.(t+1)} \overline{y}_{1.t}.$$

Bu bolsa iki girişli triggeriň deňlemesidir. Bu ýagdaýda $u_{1(t+1)}$ we $u_{2(t+1)}$ funksiýalar triggeriň girişleridir.

Başga deňlemeler bilen hem şuňa meňzeş operasiýalary-amallary geçirip, ählisini hem (8.19) görnüşde ýazyp boljakdygy hakyndaky netijä geleris.

8.8-nji mysal. Deňlemeler ulgamy berlen:

$$y_{1(t+1)} = x_{1(t+1)} y_{1t} \vee x_{2(t+1)} y_{2t};$$

$$y_{2(t+1)} = x_{2(t+1)} y_{1t} \vee y_{2t};$$

$$z_{1(t+1)} = x_{1(t+1)} x_{2(t+1)} y_{2t}.$$

Bularyň shemasyny WE, ÝA-DA, DÄL elementlerde we triggerde gurmaly.

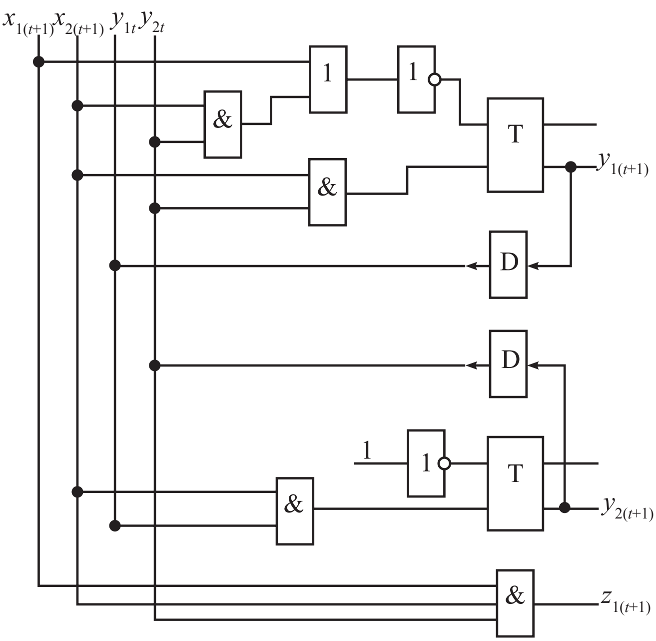
Çözülişi. Ilki bilen birinji we ikinji deňlemeleri (8.19) görnüşde dargadyp ýazalyň:

$$y_{1(t+1)} = y_{1t} \underbrace{\left(x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)}\right)}_{\bar{u}_{2(t+1)}} \vee \underbrace{\bar{y}_{1t} \left(x_{2(t+1)} y_{2t}\right)}_{u_{1(t+1)}};$$

$$y_{2(t+1)} = \underbrace{y_{2t} (1)}_{\bar{\upsilon}_{2(t+1)}} \vee \underbrace{\left(y_{1t} x_{2(t+1)}\right)}_{\upsilon_{2(t+1)}}.$$

Gutarnykly shemanyň görnüşi 8.24-nji suratda beýan edilendir.

Jogaby: 8.24-nji suratdaky logiki shema.



8.24-nji surat. Gurluşyň logiki shemasy (8.8-nji mysala degişli)

Beýan edilenleri berkitmek maksady bilen, goşmaça bir mysalyň çözülişine seredeliň.

8.9-njy mysal. Aşakdaky deňlemeler ulgamyna degişli bolan shemany gurmaly:

$$\varphi_1 = x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$$
$$\varphi_2 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4.$$

Çözülişi. Çözmek üçin, WE, ÝA-DA, DÄL bazis üçin ýönekeý implikantlary tapmak usulyny peýdalanalyň (*§8.4-e seret*).

$\varphi_1 = V_1\ \{1010,0010\};$
$K^0_{11} = \{1010\}*, K^0_{12} = \{0010\}*$
$K^1_1 = \{x010\};$
$\varphi_2 = V_1\ \{1000,0111,0101\};$
$K^0_{21} = \{1000\},\quad K^0_{22} = \{0111\}*\quad K^0_{23} = \{0101\}*;$
$K^1_2 = \{01x1\};;$
$K^1 = \{x010,01x1\};$
$K^0 = \{1000\}.$

Bu ýerde $*$ belgi, bellenen kublaryň termleri örtýändiklerini aňladýar. Shemanyň sintezi üçin deňlemeleriň gutarnykly görnüşi:

$$\varphi_1 = \bar{x}_2x_3\bar{x}_4;$$
$$\varphi_2 = \bar{x}_1x_2x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4.$$

Shemany özbaşdak çyzmaklyk maslahat berilýär.

8.10-njy mysal. WE, ÝA-DA, DÄL bazis funksiýalaryny we kaskadlar (çalasyn) usulyny peýdalanyp,

$$\varphi_1 = x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4;$$
$$\varphi_2 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4.$$

deňlemeler ulgamyna degişli shemany sintezlemeli.

Çözülişi. (*§8.4 seret*) Dagatmalary geçireliň:

$$\varphi_1 = \underbrace{(x_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3)}_{f_{12}}\bar{x}_4;$$
$$f_{12} = \underbrace{(x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2)}_{f_{121}}x_3.$$

$$f_{121} = \overline{x}_2;$$

$$\varphi_1 = \overline{x}_2 x_3 \overline{x}_4;$$

$$\varphi_2 = \underbrace{x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4}_{f_{22}} \vee \underbrace{(\overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3)}_{f_{21}} x_4;$$

$$f_{21} = \underbrace{(\overline{x}_1 x_3 \vee \overline{x}_1 \overline{x}_3) x_2}_{f_{211}};$$

$$f_{211} = \overline{x}_1;$$

$$f_{21} = \overline{x}_1 x_2 x_4.$$

Shemanyň sintezi üçin deňlemeleriň gutarnykly görnüşi:

$$\begin{cases} \varphi_2 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4 \vee \overline{x}_1 x_2 x_4 \\ \varphi_1 = \overline{x}_2 x_3 \overline{x}_4 \end{cases} \tag{8.20}$$

Jogaby: (8.20) deňlemeler ulgamy.

8.11-nji mysal. 8.25-nji *a* suratda beýan edilen shemanyň işleýşiniň analizini geçirmeli.

Çözülişi. (§8.9-a seret)

Shemanyň işleýşini beýan edýän deňlemeler ulgamy aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$y_{1(t+1)} = y_{1t} y_{2t} \vee \overline{y}_{2(t+1)};$$

$$y_{2(t+1)} = \overline{y}_{2(t-1)} \overline{y}_{2t}.$$

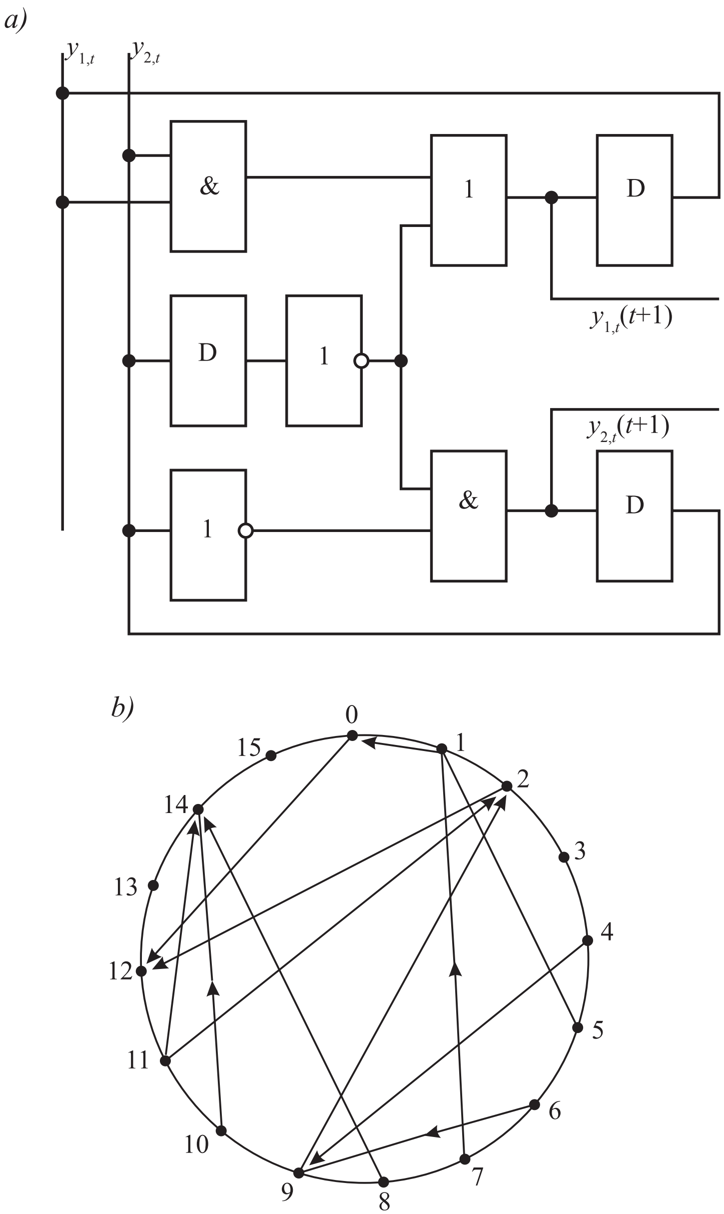
Bu deňlemeler ulgamyndan ugur alyp, shemanyň tablisasyny gurarys (*8.10-njy tablisa*).

8.10-njy tablisa

y_{1t}	y_{2t}	$y_{1(t-1)}$	$y_{2(t-1)}$	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	y_{1t}	y_{2t}
0	0	0(1)	0	1	1	0	0
0	0	0(1)	1	0	0	0	0
0	1	0(1)	0	1	0	0	1
0	1	0(1)	1	0	0	0	1
1	0	0(1)	0	1	1	1	0
1	0	0(1)	1	0	0	1	0
1	1	0(1)	0	1	0	1	1
1	1	0(1)	1	0	0	1	1

13. Sargyt № 1177.

Geçiş diagrammasy 8.25-nji *b* suratda görkezilişi ýaly görnüşe eýe bolar.



8.25-nji surat. Shemanyň analizi we diagrammasy
a) logiki shemanyň analizi; b) geçiş diagrammasy (8.11-nji mysala degişli)

8.12-nji mysal. WE, ÝA-DA, DÄL elementlerde we triggerlerde we berlen deňlemeler ulgamynda ýerine ýetýän shemany sintezlemeli

$$y_{1(t+1)} = x_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)}y_{1t} \vee y_{2t};$$
$$y_{2(t+1)} = x_{2(t+1)} \vee y_{1t}.$$

Çözülişi. (*7.10 seret*). Triggeriň deňlemesi.

$$y_{t+1} = \underbrace{\overline{x}_{2(t+1)}y_t}_{y^1_{t+1}} \vee \underbrace{x_{1(t+1)}\overline{y}_t}_{y^2_{t+1}};$$

Bu ýerde:

$$y^1_{t+1} = y_{t+1|\,yt=1} \qquad y^2_{t+1} = y_{t+1|\,yt=0}.$$

Bu ýerden

$$y^1_{1(t+1)} = y_{t+1|1t=1} = x_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)} \vee y_{2t},$$
$$y^2_{1(t+1)} = y_{1(t+1)}\big|_{y_{1t=0}} = y_{2t}.$$

Şeýlelikde,

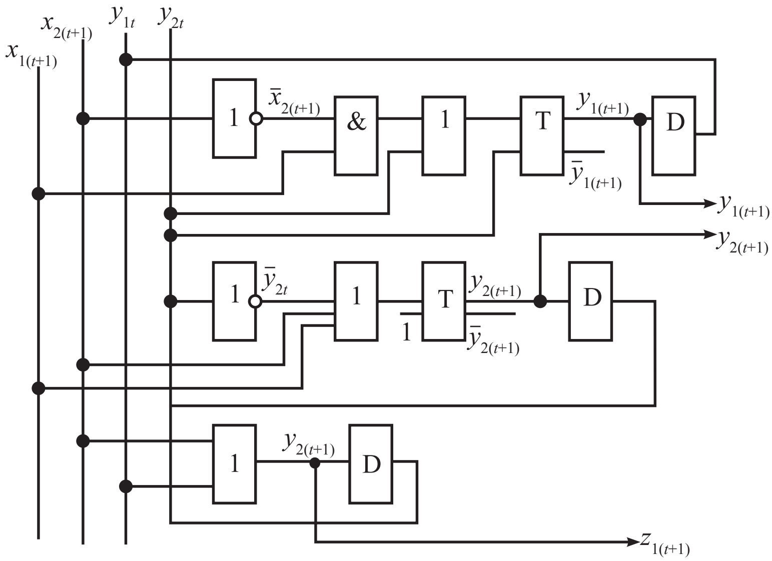
$$y_{1(t+1)} = (x_{1(t+1)}\overline{x}_{2(t+1)} \vee y_{2t})y_{1t} \vee y_{2t}\overline{y}_{1t}.$$

Beýleki deňlemeleri-de şuňa meňzeşlikde özgerderis:

$$y_{2(t+1)} = x_{2(t+1)} \vee y_{1t};$$
$$y^1_{2(t+1)} = y_{2(t+1)}\big|_{y_{2t=1}} = x_{2(t+1)} \vee y_{1t};$$
$$y^2_{2(t+1)} = y_{2(t+1)}\big|_{y_{2t=0}} = x_{2(t+1)} \vee y_{1t};$$

ýagny bu aňlatmalar $y_{2t\text{-e}}$ bagly däl.

$$z_{1(t+1)} = x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)} \vee \overline{y}_{2t};$$
$$z^1_{1(t+1)} = z_{1(t+1)|\,y2x=1} = x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)};$$
$$z^2_{1(t+1)} = z_{1(t+1)|\,y2t=0} = 1;$$
$$z_{1(t+1)} = (x_{1(t+1)} \vee x_{2(t+1)} \vee \overline{y}_{2t})y_{2t} \vee \overline{y}_{2t}.$$



8.26-njy surat. 8.12-nji mysala degişli shemanyň sintezi

Jogaby: Shemanyň gutarnykly beýany *8.26-njy surat.*

8.13-nji mysal. Berlen (*8.11-nji tablisa*) tablisanyň shemasyny sintezlemeli.

8.11-nji tablisa

y_{1t}	y_{2t}	$y_{2(t-1)}$	$y_{1(t+1)}$	$y_{2(t+1)}$	y_{2t}
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1

Çözülişi. Shemanyň işleýşini beýan edýän deňlemeler:

$$y_{1(t+1)} = \overline{y}_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{2(t-1)} \vee \overline{y}_{1t}y_{2t}\, y_{2(t-1)} \vee y_{1t}\overline{y}_{2t}\overline{y}_{2(t-1)} \vee;$$

$$\vee\, y_{1t}y_{2t}\overline{y}_{2(t-1)} = \overline{y}_{2(t-1)};$$

$$y_{2(t+1)} = \overline{y}_{1t}\,\overline{y}_{2t}\,\overline{y}_{2(t-1)}.$$

Kartanyň kömegi bilen minimumlaşdyrarys:

	$\overline{y}_{1t}$	$\overline{y}_{1t}$	y_{1t}	y_{1t}
$\overline{y}_{2(t-1)}$	1	1	1	1
$y_{2(t-1)}$				
	$\overline{y}_{2t}$	y_{2t}	y_{2t}	$\overline{y}_{2t}$

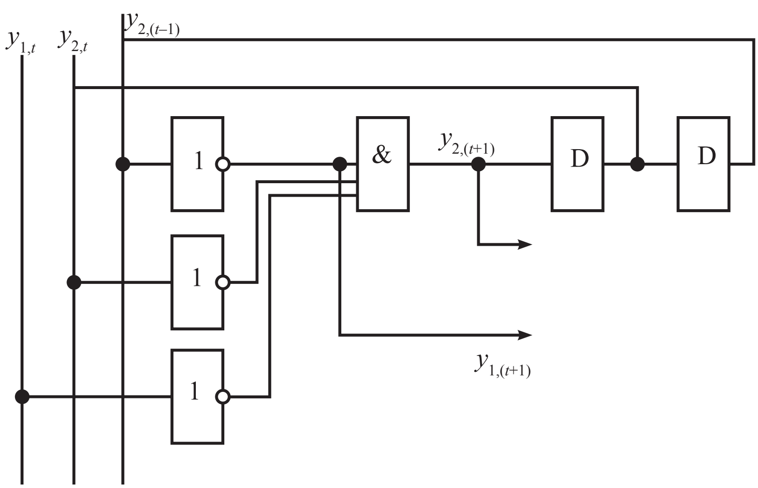
$$y_{1(t+1)} = \overline{y}_{2(t-1)};$$
$$y_{2(t+1)} = \overline{y}_{1t}\,\overline{y}_{2t}\,\overline{y}_{2(t-1)}.$$

Bu deňlikler tablisadan hem görünýär.

Şeýlelikde, berlen tablisanyň analitik ýazgysy aşakdaky deňlemeler ulgamy bolar:

$$y_{1(t+1)} = \overline{y}_{2(t-1)};$$
$$y_{2(t+1)} = \overline{y}_{1t}\,\overline{y}_{2t}\,\overline{y}_{2(t-1)}.$$

Bu deňlemeler ulgamynyň shemasynyň sintezini guralyň:



8.27-nji surat. 8.13-nji mysala degişli shemanyň sintezi

PEÝDALANYLAN EDEBIÝATLAR

1. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Türkmenistanyň ylmy özgertmelere we ösüşe hyzmat edýär. Mugallymlar gazeti. 2007-nji ýylyň 13-nji iýuny.
2. *Gurbanguly Berdimuhamedow*. Türkmenistanyň ylmy: geljege ymtylyş. Mugallymlar gazeti. 2009-njy ýylyň 15-nji iýuny.
3. Türkmenistanyň Bilim ulgamyny ösdürmegiň 2012–2016-njy ýyllar üçin Döwlet Maksatnamasy. Türkmen döwlet neşirýat gullugy. Aşgabat, 2012.
4. *Gurbanguly Berdimuhamedow.* Biziň esasy wezipämiz mähriban halkymyzyň abadan we bagtyýar durmuşda ýaşamagyny üpjün etmek bolup durýar. Türkmenistanyň Ýaşulularynyň maslahatynyň mejlisi. 2014-nji ýylyň 21-nji oktýabry.
5. *Э.В.Евреинов, Ю.Т.Бутылский* и др. Цифровая и вычислительная техника.Москва.Радио и связь.1991.
6. *Савельев А.Я.*, Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Высшая школа,1980.
7. *Градусов В.Н.* Математические основы теории цифровых устройств. Иванова. 2001.
8. *A.Jumaýew*. Hasaplaýyş tehnikasy we informasion tehnologiýalar. –A.: Ylym, 2009.
9. *A.Jumaýew.* Hereketli radioaragatnaşygyň esaslary. A.: TDKP–neşirýaty, 2009.

10 *A.Ahmedow.* Diskret matematika. Turan-1, 1992.

11. *Гребнев О. Н., Корсун О.Н.* Синтез управления летательным аппаратом на основе методов идентификации. Вестник компьютерных информационных технологий. 2008, №6.
12. *Кучуганов А.В.,Осколков П.П.* Автоматизация обработки и семантическое кодирование цифровых изображений. Вестник компьютерных информационных технологий. 2013, №1.

MAZMUNY

I BÖLÜM. SANLY TEHNIKADA ARIFMETIKA

I BAP. SANLY TEHNIKANYŇ SERIŞDELERINDE MATEMATIKI ELEMENTLER

II BAP. IKILIK JEMLEÝJIDE-SUMMATORDA SANLARYŇ GOŞULYŞY

III BAP. IKILIK SANLARY KÖPELTMEK

IV BAP. IKILIK SANLARY BÖLMEK

V BAP. ONLUK ARIFMETIKA

II BÖLÜM. SANLY AWTOMATLARYŇ (GURLUŞLARYŇ) LOGIKI ESASLARY

VI BAP. LOGIKI ALGEBRANYŇ ESASLARY

VII BAP. LOGIKI ALGEBRANYŇ FUNKSIÝALARYNY MINIMUMLAŞDYRMAK

VIII BAP. ELEKTRON SHEMALARDA ANALIZ WE SINTEZ